

ĐỀ CHÍNH THỨC

Thời gian làm bài: 90 phút (không kể thời gian phát đề)

Họ và tên thí sinh:

Mã đề 020

Số báo danh:

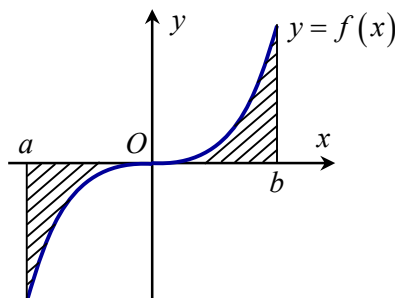
Câu 1: Cho hàm số $y = f(x)$ liên tục trên đoạn $[a; b]$. Gọi D là hình phẳng giới hạn bởi đồ thị $(C): y = f(x)$, trục hoành, hai đường thẳng $x = a$, $x = b$ (như hình vẽ bên dưới). Giả sử S_D là diện tích của hình phẳng D . Chọn công thức đúng trong các phương án A, B, C, D dưới đây?

A. $S_D = \int_a^0 f(x) dx + \int_0^b f(x) dx.$

B. $S_D = -\int_a^0 f(x) dx + \int_0^b f(x) dx.$

C. $S_D = \int_a^0 f(x) dx - \int_0^b f(x) dx.$

D. $S_D = -\int_a^0 f(x) dx - \int_0^b f(x) dx.$



Câu 2: Cho hình chóp $S.ABC$ có $\widehat{ASB} = \widehat{CSB} = 60^\circ$, $\widehat{ASC} = 90^\circ$, $SA = SB = SC = a$. Tính khoảng cách d từ điểm A đến mặt phẳng (SBC) .

A. $d = 2a\sqrt{6}.$ **B.** $d = \frac{a\sqrt{6}}{3}.$ **C.** $d = a\sqrt{6}.$ **D.** $d = \frac{2a\sqrt{6}}{3}.$

Câu 3: Biết rằng $\int_0^1 3e^{\sqrt{1+3x}} dx = \frac{a}{5}e^2 + \frac{b}{3}e + c$ ($a, b, c \in \mathbb{Z}$). Tính $T = a + \frac{b}{2} + \frac{c}{3}$.

A. $T = 6.$ **B.** $T = 9.$ **C.** $T = 10.$ **D.** $T = 5.$

Câu 4: Tìm giá trị nhỏ nhất của hàm số $y = x^2 - 1$ trên đoạn $[-3; 2]$.

A. $\min_{[-3; 2]} y = -3.$ **B.** $\min_{[-3; 2]} y = 3.$
C. $\min_{[-3; 2]} y = 8.$ **D.** $\min_{[-3; 2]} y = -1.$

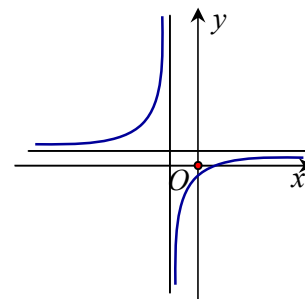
Câu 5: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, mặt cầu $(S): x^2 + y^2 + z^2 - 2x + 4y - 4 = 0$ cắt mặt phẳng $(P): x + y - z + 4 = 0$ theo giao tuyến là đường tròn (C) . Tính diện tích S của hình giới hạn bởi (C) .

A. $S = \frac{2\pi\sqrt{78}}{3}.$ **B.** $S = 2\pi\sqrt{6}.$ **C.** $S = 6\pi.$ **D.** $S = \frac{26\pi}{3}.$

Câu 6: Tìm giá trị lớn nhất của hàm số $y = \frac{\ln^2 x}{x}$ trên $[1; e^3]$.

A. $\max_{[1; e^3]} y = \frac{4}{e^2}.$ **B.** $\max_{[1; e^3]} y = \frac{1}{e}.$ **C.** $\max_{[1; e^3]} y = \frac{9}{e^3}.$ **D.** $\max_{[1; e^3]} y = \frac{\ln^2 2}{2}.$

Câu 7: Cho hàm số $y = \frac{ax+b}{cx+d}$ có đồ thị như hình vẽ bên. Khẳng định nào sau đây là khẳng định đúng?



- A. $\begin{cases} ad < 0 \\ bc > 0 \end{cases}$. B. $\begin{cases} ad < 0 \\ bc < 0 \end{cases}$.
C. $\begin{cases} ad > 0 \\ bc < 0 \end{cases}$. D. $\begin{cases} ad > 0 \\ bc > 0 \end{cases}$.

Câu 8: Tính diện tích S của hình phẳng giới hạn bởi đồ thị của các hàm số $y = x^2$, $y = 2x$.

- A. $S = \frac{4}{3}$. B. $S = \frac{20}{3}$. C. $S = \frac{3}{4}$. D. $S = \frac{3}{20}$.

Câu 9: Cho $f(x) = e^{\sqrt{1+\frac{1}{x^2}+\frac{1}{(x+1)^2}}}$. Biết rằng $f(1) \cdot f(2) \cdot f(3) \dots f(2017) = e^{\frac{m}{n}}$ với m, n là các số tự nhiên và $\frac{m}{n}$ tối giản. Tính $m - n^2$.

- A. $m - n^2 = 2018$. B. $m - n^2 = -2018$. C. $m - n^2 = 1$. D. $m - n^2 = -1$.

Câu 10: Một công ti dự kiến chi 1 tỉ đồng để sản xuất các thùng đựng sơn hình trụ có dung tích 5 lít. Biết rằng chi phí để làm mặt xung quanh của thùng đó là $100,000 \text{ đ}/m^2$, chi phí để làm mặt đáy là $120\,000 \text{ đ}/m^2$. Hãy tính số thùng sơn tối đa mà công ty đó sản xuất (giả sử chi phí cho các mối nối không đáng kể).

- A. 57582 thùng. B. 58135 thùng. C. 18209 thùng. D. 12525 thùng.

Câu 11: Tính tổng T tất cả các nghiệm của phương trình $4^x - 8 \cdot 2^x + 4 = 0$.

- A. $T = 1$. B. $T = 0$. C. $T = 2$. D. $T = 8$.

Câu 12: Hình nào sau đây không có tâm đối xứng?

- A. Tứ diện đều. B. Hình hộp. C. Hình bát diện đều. D. Hình lập phương.

Câu 13: Hàm số nào sau đây đồng biến trên $\mathbb{R}$?

- A. $y = \frac{1}{3^x}$. B. $y = \log_2(x^2 + 1)$. C. $y = \log_{\frac{1}{\sqrt{2}}}(x^2 + 1)$. D. $y = 3^x$.

Câu 14: Một ô tô bắt đầu chuyển động nhanh dần đều với vận tốc $v_1(t) = 7t \text{ (m/s)}$. Đi được $5(s)$, người lái xe phát hiện chướng ngại vật và phanh gấp, ô tô tiếp tục chuyển động chậm dần đều với gia tốc $a = -70 \text{ (m/s}^2\text{)}$. Tính quãng đường $S(m)$ đi được của ô tô từ lúc bắt đầu chuyển bánh cho đến khi dừng hẳn.

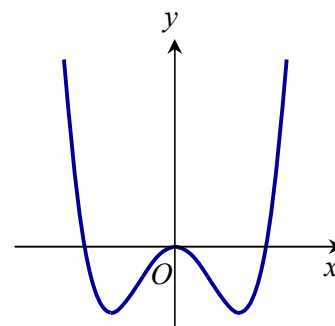
- A. $S = 95,70(m)$. B. $S = 96,25(m)$. C. $S = 87,50(m)$. D. $S = 94,00(m)$.

Câu 15: Cho hàm số $y = f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$, có đạo hàm $f'(x) = x(x-1)^2(x+1)^3$. Hàm số đã cho có bao nhiêu điểm cực trị?

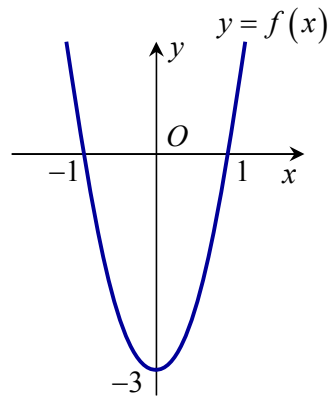
- A. Có 3 điểm cực trị. B. Không có cực trị.
C. Có 2 điểm cực trị. D. Chỉ có 1 điểm cực trị.

Câu 16: Hình bên là đồ thị của một trong bốn hàm số cho trong các phương án A, B, C, D, hỏi đó là hàm nào?

- A. $y = -x^3 + 3x^2$. B. $y = 2x^2 - x^4$.
C. $y = x^4 - 2x^2$. D. $y = x^3 - 2x$.



- Câu 17:** Cho mặt cầu (S) bán kính R . Một hình trụ có chiều cao h và bán kính đáy r thay đổi nội tiếp mặt cầu. Tính chiều cao h theo R sao cho diện tích xung quanh của hình trụ lớn nhất.
- A. $h = R\sqrt{2}$. B. $h = R$. C. $h = \frac{R}{2}$. D. $h = \frac{R\sqrt{2}}{2}$.
- Câu 18:** Tìm số cạnh ít nhất của hình đa diện có 5 mặt.
- A. 6 cạnh. B. 7 cạnh. C. 9 cạnh. D. 8 cạnh.
- Câu 19:** Tìm nghiệm của phương trình $\log_2(x-1) = 3$.
- A. $x = 9$. B. $x = 7$. C. $x = 8$. D. $x = 10$.
- Câu 20:** Trong không gian $Oxyz$, cho mặt cầu $(S): x^2 + y^2 + z^2 - 2x + 4y + 2z - 3 = 0$. Tính bán kính R của mặt cầu (S) .
- A. $R = \sqrt{3}$. B. $R = 3\sqrt{3}$. C. $R = 9$. D. $R = 3$.
- Câu 21:** Với các số thực dương a, b bất kì. Khẳng định nào sau đây là khẳng định đúng?
- A. $\log(ab) = \log(a+b)$. B. $\log\left(\frac{a}{b}\right) = \log_b(a)$.
C. $\log(ab) = \log a + \log b$. D. $\log\left(\frac{a}{b}\right) = \log(a-b)$.
- Câu 22:** Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho các điểm $A(1; 2; -1)$, $B(2; 3; 4)$ và $C(3; 5; -2)$. Tìm tọa độ tâm I của đường tròn ngoại tiếp tam giác ABC .
- A. $I\left(-\frac{27}{2}; 15; 2\right)$. B. $I\left(\frac{5}{2}; 4; 1\right)$. C. $I\left(2; \frac{7}{2}; -\frac{3}{2}\right)$. D. $I\left(\frac{37}{2}; -7; 0\right)$.
- Câu 23:** Tìm số giao điểm n của hai đồ thị $y = x^4 - 3x^2 + 2$ và $y = x^2 - 2$.
- A. $n = 4$. B. $n = 2$. C. $n = 0$. D. $n = 1$.
- Câu 24:** Tìm tập xác định D của hàm số $y = x^{\frac{2}{3}}$.
- A. $D = \mathbb{R}$. B. $D = [0; +\infty)$. C. $D = \mathbb{R} \setminus \{0\}$. D. $D = (0; +\infty)$.
- Câu 25:** Cho $y = f(x)$ là hàm số chẵn, có đạo hàm trên đoạn $[-6; 6]$. Biết rằng $\int_{-1}^2 f(x) dx = 8$ và $\int_1^3 f(-2x) dx = 3$. Tính $\int_{-1}^6 f(x) dx$.
- A. $I = 11$. B. $I = 5$. C. $I = 2$. D. $I = 14$.
- Câu 26:** Trong không gian $Oxyz$ cho các điểm $A(-1; 2; -3)$, $B(2; -1; 0)$. Tìm tọa độ của vector $\overrightarrow{AB}$.
- A. $\overrightarrow{AB} = (1; -1; 1)$. B. $\overrightarrow{AB} = (1; 1; -3)$. C. $\overrightarrow{AB} = (3; -3; 3)$. D. $\overrightarrow{AB} = (3; -3; -3)$.
- Câu 27:** Trong không gian $Oxyz$, cho điểm $M\left(\frac{1}{2}; \frac{\sqrt{3}}{2}; 0\right)$ và mặt cầu $(S): x^2 + y^2 + z^2 = 8$. Đường thẳng d thay đổi, đi qua điểm M , cắt mặt cầu (S) tại hai điểm phân biệt. Tính diện tích lớn nhất S của tam giác OAB .
- A. $S = \sqrt{7}$. B. $S = 4$. C. $S = 2\sqrt{7}$. D. $S = 2\sqrt{2}$.

- Câu 28:** Hỏi có bao nhiêu giá trị nguyên của m để bất phương trình $\log_2^2 x + m \log_2 x - m \geq 0$ nghiệm đúng với mọi giá trị của $x \in (0; +\infty)$.
- A. Có 4 giá trị nguyên. B. Có 5 giá trị nguyên.
C. Có 6 giá trị nguyên. D. Có 7 giá trị nguyên.
- Câu 29:** Trong không gian $Oxyz$, mặt phẳng $(P): 6x - 3y + 2z - 6 = 0$. Tính khoảng cách d từ điểm $M(1; -2; 3)$ đến mặt phẳng (P) .
- A. $d = \frac{12\sqrt{85}}{85}$. B. $d = \frac{12}{7}$. C. $d = \frac{\sqrt{31}}{7}$. D. $d = \frac{18}{7}$.
- Câu 30:** Tìm nguyên hàm của hàm số $f(x) = \frac{1}{x^2} \cos \frac{2}{x}$.
- A. $\int \frac{1}{x^2} \cos \frac{2}{x} dx = -\frac{1}{2} \sin \frac{2}{x} + C$. B. $\int \frac{1}{x^2} \cos \frac{2}{x} dx = -\frac{1}{2} \cos \frac{2}{x} + C$.
C. $\int \frac{1}{x^2} \cos \frac{2}{x} dx = \frac{1}{2} \sin \frac{2}{x} + C$. D. $\int \frac{1}{x^2} \cos \frac{2}{x} dx = \frac{1}{2} \cos \frac{2}{x} + C$.
- Câu 31:** Cho hàm số $y = f(x) = ax^3 + bx^2 + cx + d$, ($a, b, c, d \in \mathbb{R}$, $a \neq 0$) có đồ thị (C) . Biết rằng đồ thị (C) tiếp xúc với đường thẳng $y = 4$ tại điểm có hoành độ âm và đồ thị của hàm số $y = f'(x)$ cho bởi hình vẽ bên. Tính diện tích S của hình phẳng giới hạn bởi đồ thị (C) và trục hoành.
- 
- A. $S = 9$. B. $S = \frac{27}{4}$.
C. $S = \frac{21}{4}$. D. $S = \frac{5}{4}$.
- Câu 32:** Tìm tất cả các giá trị thực của tham số m để hàm số $y = 2x^3 - mx^2 + 2x$ đồng biến trên khoảng $(-2; 0)$.
- A. $m \geq -\frac{13}{2}$. B. $m \geq -2\sqrt{3}$. C. $m \leq 2\sqrt{3}$. D. $m \geq \frac{13}{2}$.
- Câu 33:** Cho $\log_2 3 = a$, $\log_2 5 = b$ Tính $\log_6 45$ theo a, b .
- A. $\log_6 45 = \frac{2a+b}{1+a}$. B. $\log_6 45 = 2a+b$. C. $\log_6 45 = a+b-1$. D. $\log_6 45 = \frac{a+2b}{2(1+a)}$.
- Câu 34:** Gọi M, m lần lượt là giá trị lớn nhất và giá trị nhỏ nhất của hàm số $y = 3\sqrt{x-1} + 4\sqrt{5-x}$. Tính $M+m$.
- A. $M+m = 16$. B. $M+m = 18$.
C. $M+m = \frac{12+3\sqrt{6}+4\sqrt{10}}{2}$. D. $M+m = \frac{16+3\sqrt{6}+4\sqrt{10}}{2}$.
- Câu 35:** Cho hình lăng trụ $ABC.A'B'C'$ có đáy là tam giác đều cạnh a . Hình chiếu vuông góc của điểm A' lên mặt phẳng (ABC) trùng với trọng tâm tam giác ABC . Biết khoảng cách giữa hai đường thẳng AA' và BC bằng $\frac{a\sqrt{3}}{4}$. Tính thể tích V của khối lăng trụ $ABC.A'B'C'$.
- A. $V = \frac{a^3\sqrt{3}}{24}$. B. $V = \frac{a^3\sqrt{3}}{12}$. C. $V = \frac{a^3\sqrt{3}}{3}$. D. $V = \frac{a^3\sqrt{3}}{6}$.

Câu 36: Hàm số $y = x^4 - 1$ đồng biến trên khoảng nào dưới đây?

- A. $(-1; +\infty)$. B. $(-1; 1)$. C. $(0; +\infty)$. D. $(-\infty; 0)$.

Câu 37: Cho hình nón có độ dài đường sinh $l = 2a$, góc ở đỉnh của hình nón $2\beta = 60^\circ$. Tính thể tích V của khối nón đã cho.

- A. $V = \pi a^3 \sqrt{3}$. B. $V = \frac{\pi a^3 \sqrt{3}}{3}$. C. $V = \frac{\pi a^3}{2}$. D. $V = \pi a^3$.

Câu 38: Cho hàm số $y = f(x)$ liên tục trên nửa khoảng $[-3; 2)$, có bảng biến thiên như hình vẽ bên. Khẳng định nào sau đây là khẳng định đúng?

- A. $\min_{[-3; 2)} y = -2$.
 B. $\max_{[-3; 2)} y = 3$.
 C. Hàm số đạt cực tiểu tại $x = -1$.
 D. Giá trị cực tiểu của hàm số đạt được tại $x = 1$.

x	-3	-1		1		2
y'		+	0	-	0	+
y						

Câu 39: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho ba điểm $A(1; 2; -1)$, $B(2; -1; 3)$, $C(-3; 5; 1)$. Tìm tọa độ điểm D sao cho tứ giác $ABCD$ là hình bình hành.

- A. $D(-4; 8; -5)$. B. $D(-2; 2; 5)$. C. $D(-4; 8; -3)$. D. $D(-2; 8; -3)$.

Câu 40: Tìm phương trình đường tiệm cận đứng của đồ thị hàm số $y = \frac{2x-1}{x-1}$.

- A. $y = 2$. B. $y = 1$. C. $x = -1$. D. $x = 1$.

Câu 41: Tìm điểm cực tiểu x_{CT} của hàm số $y = x^3 + 3x^2 - 9x$.

- A. $x_{CT} = -1$. B. $x_{CT} = -3$. C. $x_{CT} = 1$. D. $x_{CT} = 0$.

Câu 42: Tìm tập nghiệm S của bất phương trình $\log_2(3x-2) > \log_2(6-5x)$.

- A. $S = \left(1; \frac{6}{5}\right)$. B. $S = (1; +\infty)$. C. $S = \left(\frac{2}{3}; \frac{6}{5}\right)$. D. $S = \left(\frac{2}{3}; 1\right)$.

Câu 43: Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình vuông cạnh $2\sqrt{2}$, cạnh bên SA vuông góc với mặt phẳng đáy và $SA = 3$. Mặt phẳng (α) qua A và vuông góc với SC cắt các cạnh SB , SC , SD lần lượt tại các điểm M , N , P . Tính thể tích V của khối cầu ngoại tiếp tứ diện $CMNP$.

- A. $V = \frac{32\pi}{3}$. B. $V = \frac{64\sqrt{2}\pi}{3}$. C. $V = \frac{108\pi}{3}$. D. $V = \frac{125\pi}{6}$.

Câu 44: Tìm nguyên hàm của hàm số $f(x) = e^{2x}$.

- A. $\int e^{2x} dx = \frac{1}{2} e^{2x} + C$. B. $\int e^{2x} dx = e^{2x} + C$.
 C. $\int e^{2x} dx = 2e^{2x} + C$. D. $\int e^{2x} dx = \frac{e^{2x+1}}{2x+1} + C$.

- Câu 45:** Trong không gian $Oxyz$, cho các điểm $A(0;1;1), B(2;5;-1)$. Tìm phương trình mặt phẳng (P) qua A, B và song song với trục hoành.
- A. $(P): y + 2z - 3 = 0$. B. $(P): y + 3z + 2 = 0$.
C. $(P): x + y - z - 2 = 0$. D. $(P): y + z - 2 = 0$.
- Câu 46:** Trong không gian $Oxyz$, cho các điểm $A(1;0;0), B(-2;0;3), M(0;0;1)$ và $N(0;3;1)$. Mặt phẳng (P) đi qua các điểm M, N sao cho khoảng cách từ điểm B đến (P) gấp hai lần khoảng cách từ điểm A đến (P) . Có bao nhiêu mặt phẳng (P) thỏa mãn đề bài?
- A. Có vô số mặt phẳng (P) . B. Có hai mặt phẳng (P) .
C. Chỉ có một mặt phẳng (P) . D. Không có mặt phẳng (P) nào.
- Câu 47:** Cho hình chóp $S.ABC$ có đáy ABC là tam giác đều cạnh a . Biết $SA \perp (ABC)$ và $SA = a\sqrt{3}$. Tính thể tích V của khối chóp $S.ABC$.
- A. $V = \frac{a^3}{2}$. B. $V = \frac{a^3}{4}$. C. $V = \frac{a^3\sqrt{3}}{3}$. D. $V = \frac{3a^3}{4}$.
- Câu 48:** Ông Việt dự định gửi vào ngân hàng một số tiền với lãi suất 6,5% một năm. Biết rằng, cứ sau mỗi năm số tiền lãi sẽ được nhập vào vốn ban đầu. Tính số tiền tối thiểu x (triệu đồng, $x \in \mathbb{N}$) ông Việt gửi vào ngân hàng để sau 3 năm số tiền lãi đủ mua một chiếc xe gắn máy trị giá 30 triệu đồng.
- A. 140 triệu đồng. B. 154 triệu đồng. C. 145 triệu đồng. D. 150 triệu đồng.
- Câu 49:** Trong không gian $Oxyz$, cho mặt phẳng $(P): x - z - 1 = 0$. Véc tơ nào sau đây **không** là véc tơ pháp tuyến của mặt phẳng (P) .
- A. $\vec{n} = (2; 0; -2)$. B. $\vec{n} = (1; -1; -1)$. C. $\vec{n} = (-1; 0; 1)$. D. $\vec{n} = (1; 0; -1)$.
- Câu 50:** Cho hình trụ có đường cao $h = 5cm$, bán kính đáy $r = 3cm$. Xét mặt phẳng (P) song song với trục của hình trụ, cách trục $2cm$. Tính diện tích S của thiết diện của hình trụ với mặt phẳng (P) .
- A. $S = 5\sqrt{5}cm^2$. B. $S = 6\sqrt{5}cm^2$. C. $S = 3\sqrt{5}cm^2$. D. $S = 10\sqrt{5}cm^2$.

-----HẾT-----

ĐÁP ÁN

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20	21	22	23	24	25
B	B	C	D	C	C	C	A	D	B	C	A	D	D	C	C	A	D	A	D	C	B	B	D	D

26	27	28	29	30	31	32	33	34	35	36	37	38	39	40	41	42	43	44	45	46	47	48	49	50
C	B	B	B	A	B	B	A	A	B	C	D	D	C	D	C	A	A	A	C	D	B	D	B	D

HƯỚNG DẪN GIẢI

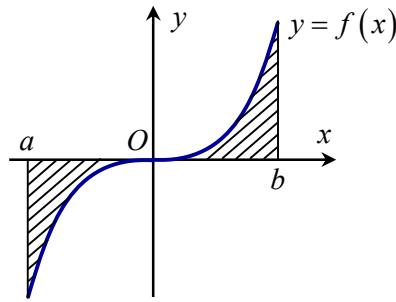
Câu 1: Cho hàm số $y = f(x)$ liên tục trên đoạn $[a; b]$. Gọi D là hình phẳng giới hạn bởi đồ thị $(C): y = f(x)$, trục hoành, hai đường thẳng $x = a$, $x = b$ (như hình vẽ bên dưới). Giả sử S_D là diện tích của hình phẳng D . Chọn công thức đúng trong các phương án A, B, C, D dưới đây?

A. $S_D = \int_a^0 f(x) dx + \int_0^b f(x) dx$.

B. $S_D = -\int_a^0 f(x) dx + \int_0^b f(x) dx$.

C. $S_D = \int_a^0 f(x) dx - \int_0^b f(x) dx$.

D. $S_D = -\int_a^0 f(x) dx - \int_0^b f(x) dx$.



Hướng dẫn giải

Chọn B.

+ Nhìn đồ thị ta thấy:

- Đồ thị (C) cắt trục hoành tại $O(0;0)$
- Trên đoạn $[a;0]$, đồ thị (C) ở dưới trục hoành nên $|f(x)| = -f(x)$
- Trên đoạn $[0;b]$, đồ thị (C) ở trên trục hoành nên $|f(x)| = f(x)$

+ Do đó: $S_D = \int_a^b |f(x)| dx = \int_a^0 |f(x)| dx + \int_0^b |f(x)| dx = -\int_a^0 f(x) dx + \int_0^b f(x) dx$

Câu 2: Cho hình chóp $S.ABC$ có $\widehat{ASB} = \widehat{CSB} = 60^\circ$, $\widehat{ASC} = 90^\circ$, $SA = SB = SC = a$. Tính khoảng cách d từ điểm A đến mặt phẳng (SBC) .

A. $d = 2a\sqrt{6}$.

B. $d = \frac{a\sqrt{6}}{3}$.

C. $d = a\sqrt{6}$.

D. $d = \frac{2a\sqrt{6}}{3}$.

Hướng dẫn giải

Chọn B.

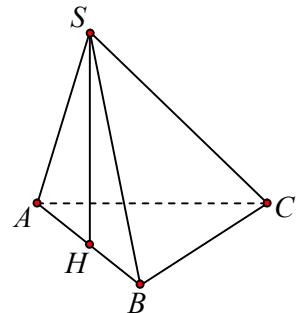
Vì $\triangle SAB$, $\triangle SBC$ là các tam giác đều cạnh a nên $AB = BC = a$.

Ngoài ra $\triangle SAC$ vuông cân tại S nên $AC = a\sqrt{2}$. Từ đó,

$AC^2 = AB^2 + BC^2$, suy ra $\triangle ABC$ vuông tại B có $S_{ABC} = \frac{a^2}{2}$.

Gọi H là trung điểm của AC . Vì $\triangle ABC$ vuông tại B

nên $HA = HB = HC$ và $SH = \frac{AC}{2} = \frac{a\sqrt{2}}{2}$. Đồng thời $SA = SB = SC$ nên $SH \perp (ABC)$.



$$\text{Vậy } d(A; (SBC)) = \frac{3V_{S.ABC}}{S_{SBC}} = \frac{SH \cdot S_{ABC}}{S_{SBC}} = \frac{\frac{a\sqrt{2}}{2} \cdot \frac{a^2}{2}}{\frac{a^2\sqrt{3}}{4}} = \frac{a\sqrt{6}}{3}$$

Câu 3: Biết rằng $\int_0^1 3e^{\sqrt{1+3x}} dx = \frac{a}{5}e^2 + \frac{b}{3}e + c$ ($a, b, c \in \mathbb{Z}$). Tính $T = a + \frac{b}{2} + \frac{c}{3}$.

A. $T = 6$.

B. $T = 9$.

C. $T = 10$.

D. $T = 5$.

Hướng dẫn giải

Chọn C.

$$\text{Đặt } t = \sqrt{1+3x} \Rightarrow t^2 = 1+3x \Rightarrow 2t dt = 3dx$$

$$\text{Đổi cận: } x=0 \Rightarrow t=1, x=1 \Rightarrow t=2$$

$$\Rightarrow \int_0^1 3e^{\sqrt{1+3x}} dx = 2 \int_1^2 te' dt = 2 \left(te' \Big|_1^2 - \int_1^2 e' dt \right) = 2 \left(te' \Big|_1^2 - e' \Big|_1^2 \right) = 2(2e^2 - e - e^2 + e) = 2e^2.$$

$$\Rightarrow \begin{cases} a=10 \\ b=c=0 \end{cases} \Rightarrow T=10 \text{ nên câu C đúng.}$$

Câu 4: Tìm giá trị nhỏ nhất của hàm số $y = x^2 - 1$ trên đoạn $[-3; 2]$.

A. $\min_{[-3;2]} y = -3$.

B. $\min_{[-3;2]} y = 3$.

C. $\min_{[-3;2]} y = 8$.

D. $\min_{[-3;2]} y = -1$.

Hướng dẫn giải

Chọn D.

$$\text{Ta có: } y' = 2x; y' = 0 \Leftrightarrow 2x = 0 \Leftrightarrow x = 0 \in (-3; 2) \Rightarrow f(0) = -1; f(-3) = 8; f(2) = 3$$

$$\Rightarrow \min_{[-3;2]} y = -1 \text{ nên câu D đúng.}$$

Câu 5: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, mặt cầu $(S): x^2 + y^2 + z^2 - 2x + 4y - 4 = 0$ cắt mặt phẳng $(P): x + y - z + 4 = 0$ theo giao tuyến là đường tròn (C) . Tính diện tích S của hình giới hạn bởi (C) .

A. $S = \frac{2\pi\sqrt{78}}{3}$.

B. $S = 2\pi\sqrt{6}$.

C. $S = 6\pi$.

D. $S = \frac{26\pi}{3}$.

Hướng dẫn giải

Chọn C.

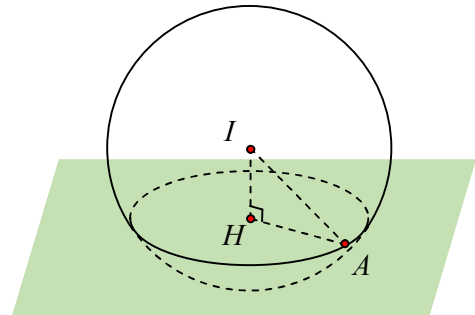
Mặt cầu (S) có tâm $I(1; -2; 0)$ và bán kính $R = IA = 3$. Gọi H là hình chiếu vuông góc của I lên mặt phẳng (P) , khi đó H là tâm đường tròn (C) .

$$\text{Ta có } IH = d[I; (P)] = \sqrt{3}.$$

$$\text{Do } \triangle IHA \text{ vuông tại } H \text{ nên } HA = \sqrt{IA^2 - IH^2} = \sqrt{6}.$$

Nhận xét HA là bán kính đường tròn (C) .

$$\text{Vậy } S = \pi \cdot HA^2 = 6\pi \text{ (đ.v.d.t).}$$



Câu 6: Tìm giá trị lớn nhất của hàm số $y = \frac{\ln^2 x}{x}$ trên $[1; e^3]$.

A. $\max_{[1;e^3]} y = \frac{4}{e^2}$.

B. $\max_{[1;e^3]} y = \frac{1}{e}$.

C. $\max_{[1;e^3]} y = \frac{9}{e^3}$.

D. $\max_{[1;e^3]} y = \frac{\ln^2 2}{2}$.

Hướng dẫn giải

Chọn A.

Ta có $y' = \left(\frac{\ln^2 x}{x} \right)' = \frac{\ln x(2 - \ln x)}{x^2}$; $y' = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 1 \in [1, e^3] \\ x = e^2 \in [1, e^3] \end{cases}$

$y(1) = 0$; $y(e^2) = \frac{4}{e^2}$; $y(e^3) = \frac{9}{e^3}$. Vậy $\max_{[1, e^3]} y = \frac{4}{e^2}$.

Câu 7: Cho hàm số $y = \frac{ax+b}{cx+d}$ có đồ thị như hình vẽ bên.

Khẳng định nào sau đây là khẳng định đúng?

A. $\begin{cases} ad < 0 \\ bc > 0 \end{cases}$ **B.** $\begin{cases} ad < 0 \\ bc < 0 \end{cases}$ **C.** $\begin{cases} ad > 0 \\ bc < 0 \end{cases}$ **D.** $\begin{cases} ad > 0 \\ bc > 0 \end{cases}$

Hướng dẫn giải

Chọn C.

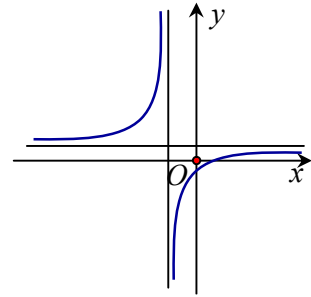
Tiệm cận ngang $y = \frac{a}{c} > 0 \Leftrightarrow ac > 0$ (1)

Tiệm cận đứng $x = -\frac{d}{c} < 0 \Leftrightarrow cd > 0$ (2)

$y(0) = \frac{b}{d} < 0 \Leftrightarrow bd < 0$ (3)

Từ (1) và (2), suy ra $adc^2 > 0 \Leftrightarrow ad > 0$.

Từ (2) và (3), suy ra $bcd^2 < 0 \Rightarrow bc < 0$.



Câu 8: Tính diện tích S của hình phẳng giới hạn bởi đồ thị của các hàm số $y = x^2$, $y = 2x$.

A. $S = \frac{4}{3}$. **B.** $S = \frac{20}{3}$. **C.** $S = \frac{3}{4}$. **D.** $S = \frac{3}{20}$.

Hướng dẫn giải

Chọn A.

Phương trình hoành độ giao điểm $x^2 - 2x = 0 \Leftrightarrow x = 0$ hoặc $x = 2$.

Suy ra $S = \int_0^2 |x^2 - 2x| dx = \left| \int_0^2 (x^2 - 2x) dx \right| = \left| \left(\frac{x^3}{3} - x^2 \right) \Big|_0^2 \right| = \frac{4}{3}$.

Câu 9: Cho $f(x) = e^{\sqrt{1 + \frac{1}{x^2} + \frac{1}{(x+1)^2}}}$. Biết rằng $f(1) \cdot f(2) \cdot f(3) \dots f(2017) = e^{\frac{m}{n}}$ với m, n là các số tự nhiên và $\frac{m}{n}$ tối giản. Tính $m - n^2$.

A. $m - n^2 = 2018$. **B.** $m - n^2 = -2018$. **C.** $m - n^2 = 1$. **D.** $m - n^2 = -1$.

Hướng dẫn giải

Chọn D.

Xét các số thực $x > 0$

Ta có: $\sqrt{1 + \frac{1}{x^2} + \frac{1}{(x+1)^2}} = \sqrt{\frac{(x^2 + x + 1)^2}{x^2(x+1)^2}} = \frac{x^2 + x + 1}{x^2 + x} = 1 + \frac{1}{x(x+1)} = 1 + \frac{1}{x} - \frac{1}{x+1}$.

Vậy, $f(1) \cdot f(2) \cdot f(3) \dots f(2017) = e^{\left(1 + \frac{1}{1 \cdot 2}\right) + \left(1 + \frac{1}{2 \cdot 3}\right) + \left(1 + \frac{1}{3 \cdot 4}\right) + \dots + \left(1 + \frac{1}{2017 \cdot 2018}\right)} = e^{2018 - \frac{1}{2018}} = e^{\frac{2018^2 - 1}{2018}}$,

$$\text{hay } \frac{m}{n} = \frac{2018^2 - 1}{2018}$$

Ta chứng minh $\frac{2018^2 - 1}{2018}$ là phân số tối giản.

Giả sử d là ước chung của $2018^2 - 1$ và 2018

Khi đó ta có $2018^2 - 1 : d, 2018 : d \Rightarrow 2018^2 : d$ suy ra $1 : d \Leftrightarrow d = \pm 1$

Suy ra $\frac{2018^2 - 1}{2018}$ là phân số tối giản, nên $m = 2018^2 - 1, n = 2018$.

Vậy $m - n^2 = -1$.

Câu 10: Một công ti dự kiến chi 1 tỉ đồng để sản xuất các thùng đựng sơn hình trụ có dung tích 5 lít. Biết rằng chi phí để làm mặt xung quanh của thùng đó là $100,000 \text{ đ}/m^2$, chi phí để làm mặt đáy là $120\,000 \text{ đ}/m^2$. Hãy tính số thùng sơn tối đa mà công ty đó sản xuất (giả sử chi phí cho các mối nối không đáng kể).

- A.** 57582 thùng. **B.** 58135 thùng. **C.** 18209 thùng. **D.** 12525 thùng.

Hướng dẫn giải

Chọn B.

Gọi chiều cao hình trụ là h ($h > 0$) (m).

Bán kính đáy hình trụ là x ($x > 0$) (m).

Thể tích khối trụ là : $V = \pi x^2 h = \frac{5}{1000} \Rightarrow h = \frac{5}{1000\pi x^2}$ (m).

Diện tích mặt xung quanh là : $S_{xq} = 2\pi x h = \frac{1}{100x}$.

Diện tích hai đáy là : $S_d = 2\pi x^2$

Số tiền cần thiết để sản xuất một thùng sơn là : $f(x) = \frac{1000}{x} + 240000\pi x^2$ ($x > 0$)

Ta có : $f'(x) = \frac{-1000}{x^2} + 480000\pi x \Rightarrow f'(x) = 0 \Leftrightarrow x = \frac{1}{\sqrt[3]{480\pi}}$.

Bảng biến thiên:

x	0	$\frac{1}{\sqrt[3]{480\pi}}$	$+\infty$
y'		0	
y	2	≈ 17201.05	5

Vậy với số tiền 1 tỉ đồng thì công ty có thể sản xuất tối đa là : $\frac{10^9}{17201.05} \approx 58135$ thùng.

Câu 11: Tính tổng T tất cả các nghiệm của phương trình $4^x - 8 \cdot 2^x + 4 = 0$.

- A.** $T = 1$. **B.** $T = 0$. **C.** $T = 2$. **D.** $T = 8$.

Hướng dẫn giải

Chọn C.

Ta có : $4^x - 8 \cdot 2^x + 4 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} 2^x = 4 + 2\sqrt{3} \\ 2^x = 4 - 2\sqrt{3} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = \log_2(4 + 2\sqrt{3}) \\ x = \log_2(4 - 2\sqrt{3}) \end{cases}$

Vậy tổng tất cả các nghiệm của phương trình là:

$$T = \log_2(4 + 2\sqrt{3}) + \log_2(4 - 2\sqrt{3}) = \log_2(4 + 2\sqrt{3})(4 - 2\sqrt{3}) = \log_2 4 = 2.$$

Câu 12: Hình nào sau đây **không** có tâm đối xứng?

- A.** Tứ diện đều. **B.** Hình hộp. **C.** Hình bát diện đều. **D.** Hình lập phương.

Hướng dẫn giải

Chọn A.

Trong các hình trên thì chỉ hình tứ diện đều là không có tâm đối xứng.

Câu 13: Hàm số nào sau đây đồng biến trên $\mathbb{R}$?

- A.** $y = \frac{1}{3^x}$. **B.** $y = \log_2(x^2 + 1)$. **C.** $y = \log_{\frac{1}{\sqrt{2}}}(x^2 + 1)$. **D.** $y = 3^x$.

Hướng dẫn giải

Chọn D.

Hàm số mũ cơ sở lớn hơn 1 đồng biến trên $\mathbb{R}$.

Câu 14: Một ô tô bắt đầu chuyển động nhanh dần đều với vận tốc $v_1(t) = 7t$ (m/s). Đi được 5(s), người lái xe phát hiện chương ngại vật và phanh gấp, ô tô tiếp tục chuyển động chậm dần đều với gia tốc $a = -70$ (m/s²). Tính quãng đường S (m) đi được của ô tô từ lúc bắt đầu chuyển bánh cho đến khi dừng hẳn.

- A.** $S = 95,70$ (m). **B.** $S = 96,25$ (m). **C.** $S = 87,50$ (m). **D.** $S = 94,00$ (m).

Hướng dẫn giải

Chọn B.

Quãng đường ô tô đi được từ lúc xe lăn bánh đến khi được phanh:

$$S_1 = \int_0^5 v_1(t) dt = \int_0^5 7t dt = 7 \frac{t^2}{2} \Big|_0^5 = 87,5 \text{ (m)}.$$

Vận tốc $v_2(t)$ (m/s) của ô tô từ lúc được phanh đến khi dừng hẳn thỏa mãn

$$v_2(t) = \int (-70) dt = -70t + C, \quad v_2(5) = v_1(5) = 35 \Rightarrow C = 385. \text{ Vậy } v_2(t) = -70t + 385.$$

Thời điểm xe dừng hẳn tương ứng với t thỏa mãn $v_2(t) = 0 \Leftrightarrow t = 5,5$ (s).

Quãng đường ô tô đi được từ lúc xe được phanh đến khi dừng hẳn:

$$S_2 = \int_5^{5,5} v_1(t) dt = \int_5^{5,5} (-70t + 385) dt = 8,75 \text{ (m)}.$$

Quãng đường cần tính $S = S_1 + S_2 = 96,25$ (m).

Câu 15: Cho hàm số $y = f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$, có đạo hàm $f'(x) = x(x-1)^2(x+1)^3$. Hàm số đã cho có bao nhiêu điểm cực trị?

- A.** Có 3 điểm cực trị. **B.** Không có cực trị.
C. Có 2 điểm cực trị. **D.** Chỉ có 1 điểm cực trị.

Hướng dẫn giải

Chọn C.

Ta có bảng biến thiên

x	$-\infty$		-1		0		1		$+\infty$
y'		$+$	0	$-$	0	$+$	0	$+$	
y									

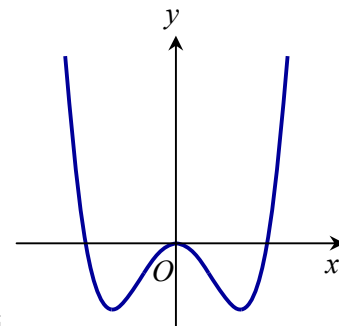
Câu 16: Hình bên là đồ thị của một trong bốn hàm số cho trong các phương án A, B, C, D, hỏi đó là hàm nào?

- A. $y = -x^3 + 3x^2$. B. $y = 2x^2 - x^4$.
C. $y = x^4 - 2x^2$. D. $y = x^3 - 2x$.

Hướng dẫn giải

Chọn C.

Đồ thị có dạng hàm số trùng phương với hệ số $a > 0$ và có 3 cực trị.



Câu 17: Cho mặt cầu (S) bán kính R . Một hình trụ có chiều cao h và bán kính đáy r thay đổi nội tiếp mặt cầu. Tính chiều cao h theo R sao cho diện tích xung quanh của hình trụ lớn nhất.

- A. $h = R\sqrt{2}$. B. $h = R$. C. $h = \frac{R}{2}$. D. $h = \frac{R\sqrt{2}}{2}$.

Hướng dẫn giải

Chọn A.

Gọi O và O' là tâm hai hình tròn đáy của hình trụ, và xét thiết diện $ABCD$ đi qua trục của hình trụ như hình vẽ trên đây.

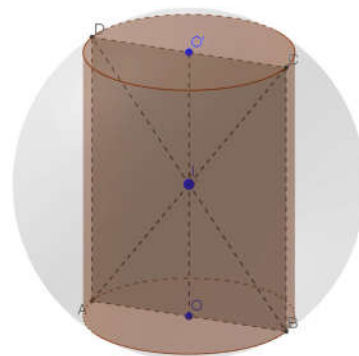
$$\text{Ta có } OO' = h; IA = R, AO = r \Rightarrow r^2 = R^2 - \frac{h^2}{4}.$$

Diện tích xung quanh của hình trụ

$$S = 2\pi rh = \pi h \sqrt{4R^2 - h^2} \leq \pi \frac{h^2 + 4R^2 - h^2}{2}, \text{ (dùng BĐT}$$

$$ab \leq \frac{a^2 + b^2}{2}). \text{ Vậy}$$

$$S_{\max} = 2\pi R^2 \Leftrightarrow h^2 = 4R^2 - h^2 \Leftrightarrow h = R\sqrt{2}.$$



Câu 18: Tìm số cạnh ít nhất của hình đa diện có 5 mặt.

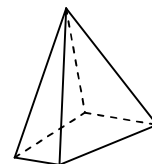
- A. 6 cạnh. B. 7 cạnh. C. 9 cạnh. D. 8 cạnh.

Hướng dẫn giải

Chọn D.

☑ Ta gọi n là số mặt của hình đa diện. Suy ra số cạnh ít nhất của một mặt là 3. Mà mỗi cạnh của hình đa diện là cạnh chung của đúng hai mặt. Suy ra tổng số cạnh luôn lớn hơn $\frac{3n}{2}$.

☑ Thay $n = 5 \Rightarrow \frac{3n}{2} = 7,5$ nên số cạnh luôn lớn hơn bằng 7,5. Chọn số cạnh bằng 8. Khi đó khối đa diện thỏa yêu cầu đề bài là hình chóp đáy tứ giác.



Câu 19: Tìm nghiệm của phương trình $\log_2(x-1) = 3$.

- A. $x = 9$. B. $x = 7$. C. $x = 8$. D. $x = 10$.

Hướng dẫn giải

Chọn A.

Điều kiện: $x > 1$.

Phương trình tương đương với $x - 1 = 8 \Leftrightarrow x = 9$

Câu 20: Trong không gian $Oxyz$, cho mặt cầu $(S): x^2 + y^2 + z^2 - 2x + 4y + 2z - 3 = 0$. Tính bán kính R của mặt cầu (S) .

A. $R = \sqrt{3}$.

B. $R = 3\sqrt{3}$.

C. $R = 9$.

D. $R = 3$.

Hướng dẫn giải

Chọn D.

Mặt cầu tâm $I(1; -2; -1)$, bán kính $R = \sqrt{1 + 4 + 1 + 3} = 3$.

Câu 21: Với các số thực dương a, b bất kì. Khẳng định nào sau đây là khẳng định đúng?

A. $\log(ab) = \log(a + b)$.

B. $\log\left(\frac{a}{b}\right) = \log_b(a)$.

C. $\log(ab) = \log a + \log b$.

D. $\log\left(\frac{a}{b}\right) = \log(a - b)$.

Hướng dẫn giải

Chọn C.

Theo định nghĩa ta có công thức $\log(ab) = \log a + \log b$ và $\log\left(\frac{a}{b}\right) = \log a - \log b$.

Câu 22: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho các điểm $A(1; 2; -1)$, $B(2; 3; 4)$ và $C(3; 5; -2)$. Tìm tọa độ tâm I của đường tròn ngoại tiếp tam giác ABC .

A. $I\left(-\frac{27}{2}; 15; 2\right)$.

B. $I\left(\frac{5}{2}; 4; 1\right)$.

C. $I\left(2; \frac{7}{2}; -\frac{3}{2}\right)$.

D. $I\left(\frac{37}{2}; -7; 0\right)$.

Hướng dẫn giải

Chọn B.

Gọi $I(a; b; c)$ là tâm đường tròn ngoại tiếp tam giác ABC .

$$\text{Tọa độ tâm } I \text{ thỏa hệ: } \begin{cases} AI = BI \\ AI = CI \\ [\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{AC}] \cdot \overrightarrow{AI} = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 2x + 2y + 10z = 23 \\ 4x + 6y - 2z = 32 \\ -16x + 11y + z = 5 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = \frac{5}{2} \\ y = 4 \\ z = 1 \end{cases}$$

Vậy $I\left(\frac{5}{2}; 4; 1\right)$.

Câu 23: Tìm số giao điểm n của hai đồ thị $y = x^4 - 3x^2 + 2$ và $y = x^2 - 2$.

A. $n = 4$.

B. $n = 2$.

C. $n = 0$.

D. $n = 1$.

Hướng dẫn giải

Chọn B.

Phương trình hoành độ giao điểm của hai đồ thị:

$$x^4 - 3x^2 + 2 = x^2 - 2 \Leftrightarrow x^4 - 4x^2 + 4 = 0 \Leftrightarrow x^2 = 2 \Leftrightarrow x = \pm\sqrt{2}.$$

Vậy hai đồ thị có 2 giao điểm. Chọn B.

Câu 24: Tìm tập xác định D của hàm số $y = x^{\frac{2}{3}}$.

A. $D = \mathbb{R}$.

B. $D = [0; +\infty)$.

C. $D = \mathbb{R} \setminus \{0\}$.

D. $D = (0; +\infty)$.

Hướng dẫn giải

Chọn D.

Hàm số $y = x^\alpha$ với $\alpha \notin \mathbb{Z}$ xác định khi $x > 0$. Nên chọn D.

Câu 25: Cho $y = f(x)$ là hàm số chẵn, có đạo hàm trên đoạn $[-6; 6]$. Biết rằng $\int_{-1}^2 f(x) dx = 8$ và

$\int_1^3 f(-2x) dx = 3$. Tính $\int_{-1}^6 f(x) dx$.

A. $I = 11$.

B. $I = 5$.

C. $I = 2$.

D. $I = 14$.

Hướng dẫn giải

Chọn D.

Xét tích phân $K = \int_1^3 f(-2x) dx$

Đặt $u = -2x \Rightarrow du = -2dx \Rightarrow dx = -\frac{du}{2}$

Đổi cận: Khi $x = 1 \Rightarrow u = -2$; $x = 3 \Rightarrow u = -6$

Vậy, $K = -\frac{1}{2} \int_{-2}^{-6} f(u) du = \frac{1}{2} \int_{-6}^{-2} f(x) dx$. Mà $K = 3$, nên $\int_{-6}^{-2} f(x) dx = 6$.

Vì f là hàm chẵn trên $[-6; 6]$ nên $\int_2^6 f(x) dx = \int_{-6}^{-2} f(x) dx = 6$. Từ đó suy ra

$$I = \int_{-1}^6 f(x) dx = \int_{-1}^2 f(x) dx + \int_2^6 f(x) dx = 8 + 6 = 14.$$

Câu 26: Trong không gian $Oxyz$ cho các điểm $A(-1; 2; -3)$, $B(2; -1; 0)$. Tìm tọa độ của vectơ $\overrightarrow{AB}$.

A. $\overrightarrow{AB} = (1; -1; 1)$.

B. $\overrightarrow{AB} = (1; 1; -3)$.

C. $\overrightarrow{AB} = (3; -3; 3)$.

D. $\overrightarrow{AB} = (3; -3; -3)$.

Hướng dẫn giải

Chọn C.

$\overrightarrow{AB} = (2+1; -1-2; 0+3) = (3; -3; 3)$.

Câu 27: Trong không gian $Oxyz$, cho điểm $M\left(\frac{1}{2}; \frac{\sqrt{3}}{2}; 0\right)$

và mặt cầu $(S): x^2 + y^2 + z^2 = 8$. Đường thẳng d thay đổi, đi qua điểm M , cắt mặt cầu (S) tại hai điểm phân biệt. Tính diện tích lớn nhất S của tam giác OAB .

A. $S = \sqrt{7}$.

B. $S = 4$.

C. $S = 2\sqrt{7}$.

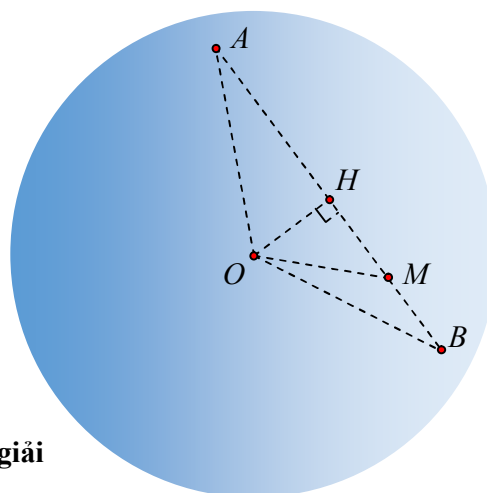
D. $S = 2\sqrt{2}$.

Hướng dẫn giải

Chọn A.

Mặt cầu (S) có tâm $O(0; 0; 0)$ và bán kính $R = 2\sqrt{2}$.

Vì $OM = 1 < R$ nên M thuộc miền trong của mặt cầu (S) . Gọi A, B là giao điểm của đường thẳng với mặt cầu. Gọi H là chân đường cao hạ từ O của tam giác OAB .



Đặt $x = OH$, ta có $0 < x \leq OM = 1$, đồng thời $HA = \sqrt{R^2 - OH^2} = \sqrt{8 - x^2}$. Vậy diện tích tam giác OAB là

$$S_{OAB} = \frac{1}{2} OH \cdot AB = OH \cdot HA = x\sqrt{8 - x^2}.$$

Khảo sát hàm số $f(x) = x\sqrt{8 - x^2}$ trên $(0; 1]$, ta được $\max_{(0; 1]} f(x) = f(1) = \sqrt{7}$.

Vậy giá trị lớn nhất của $S_{\Delta OAB} = \sqrt{7}$, đạt được khi $x = 1$ hay $H \equiv M$, nói cách khác là $d \perp OM$.

Câu 28: Hỏi có bao nhiêu giá trị nguyên của m để bất phương trình $\log_2^2 x + m \log_2 x - m \geq 0$ nghiệm đúng với mọi giá trị của $x \in (0; +\infty)$.

A. Có 4 giá trị nguyên.

B. Có 5 giá trị nguyên.

C. Có 6 giá trị nguyên.

D. Có 7 giá trị nguyên.

Hướng dẫn giải

Chọn B.

Đặt $t = \log_2 x$ ($x > 0$)

Bất phương trình trở thành: $t^2 + mt - m \geq 0, \forall t \in \mathbb{R} \Leftrightarrow \Delta \leq 0 \Leftrightarrow m^2 + 4m \leq 0 \Leftrightarrow -4 \leq m \leq 0$

Vì m nguyên nên $m \in \{-4; -3; -2; -1; 0\}$. Vậy có 5 giá trị nguyên của m thỏa ycbt.

Câu 29: Trong không gian $Oxyz$, mặt phẳng $(P): 6x - 3y + 2z - 6 = 0$. Tính khoảng cách d từ điểm $M(1; -2; 3)$ đến mặt phẳng (P) .

A. $d = \frac{12\sqrt{85}}{85}$.

B. $d = \frac{12}{7}$.

C. $d = \frac{\sqrt{31}}{7}$.

D. $d = \frac{18}{7}$.

Hướng dẫn giải

Chọn B.

$$\text{Ta có } d(M, (P)) = \frac{|Ax_0 + By_0 + Cz_0 + D|}{\sqrt{A^2 + B^2 + C^2}} = \frac{|6 \cdot 1 - 3 \cdot (-2) + 2 \cdot 3 - 6|}{\sqrt{6^2 + (-3)^2 + 2^2}} = \frac{12}{7}$$

Câu 30: Tìm nguyên hàm của hàm số $f(x) = \frac{1}{x^2} \cos \frac{2}{x}$.

A. $\int \frac{1}{x^2} \cos \frac{2}{x} dx = -\frac{1}{2} \sin \frac{2}{x} + C$.

B. $\int \frac{1}{x^2} \cos \frac{2}{x} dx = -\frac{1}{2} \cos \frac{2}{x} + C$.

C. $\int \frac{1}{x^2} \cos \frac{2}{x} dx = \frac{1}{2} \sin \frac{2}{x} + C$.

D. $\int \frac{1}{x^2} \cos \frac{2}{x} dx = \frac{1}{2} \cos \frac{2}{x} + C$.

Hướng dẫn giải

Chọn A.

$$\text{Đặt } t = \frac{2}{x} \Rightarrow dt = -\frac{2}{x^2} dx$$

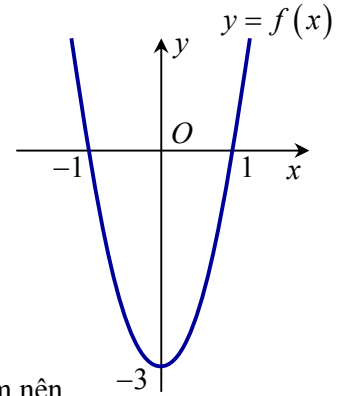
$$\Rightarrow \int \frac{1}{x^2} \cos \frac{2}{x} dx = \frac{1}{-2} \int \cos t dt = -\frac{1}{2} \sin t + C = -\frac{1}{2} \sin \frac{2}{x} + C.$$

Câu 31: Cho hàm số $y = f(x) = ax^3 + bx^2 + cx + d$, ($a, b, c, d \in \mathbb{R}, a \neq 0$) có đồ thị (C) . Biết rằng đồ thị (C) tiếp xúc với đường thẳng $y = 4$ tại điểm có hoành độ âm và đồ thị của hàm số

$y = f'(x)$ cho bởi hình vẽ bên. Tính diện tích S của hình phẳng giới hạn bởi đồ thị (C) và trục hoành.

- A. $S = 9$. B. $S = \frac{27}{4}$.
C. $S = \frac{21}{4}$. D. $S = \frac{5}{4}$.

Hướng dẫn giải



Chọn B.

Từ đồ thị suy ra $f'(x) = 3x^2 - 3$.

$$f(x) = \int f'(x) dx = \int (3x^2 - 3) dx = x^3 - 3x + C.$$

Do (C) tiếp xúc với đường thẳng $y = 4$ tại điểm có hoành độ x_0 âm nên

$$f'(x_0) = 0 \Leftrightarrow 3x_0^2 - 3 = 0 \Leftrightarrow x_0 = -1.$$

Vậy $f(-1) = 4$ nên có ngay $C = 2$. Vậy phương trình đường cong (C) là $y = x^3 - 3x + 2$.

$$\text{Xét phương trình } x^3 - 3x + 2 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = -2 \\ x = 1 \end{cases}.$$

$$\text{Diện tích hình phẳng cần tìm là } \int_{-2}^1 (x^3 - 3x + 2) dx = \frac{27}{4}.$$

Câu 32: Tìm tất cả các giá trị thực của tham số m để hàm số $y = 2x^3 - mx^2 + 2x$ đồng biến trên khoảng $(-2; 0)$.

- A. $m \geq -\frac{13}{2}$. B. $m \geq -2\sqrt{3}$. C. $m \leq 2\sqrt{3}$. D. $m \geq \frac{13}{2}$.

Hướng dẫn giải

Chọn B.

Hàm số đồng biến trên $(-2; 0) \Leftrightarrow y' = 6x^2 - 2mx + 2 \geq 0 \quad \forall x \in (-2; 0)$

$$\Leftrightarrow m \geq 3x + \frac{1}{x} \quad \forall x \in (-2; 0).$$

Xét hàm số $g(x) = 3x + \frac{1}{x} \Rightarrow g'(x) = 3 - \frac{1}{x^2}$. Vậy $g'(x) = 0 \Leftrightarrow x = -\frac{1}{\sqrt{3}} \in (-2; 0)$.

Bảng biến thiên:

x	-2	$-\frac{1}{\sqrt{3}}$	0
$g'(x)$	+	0	-
$g(x)$	$-\frac{13}{2}$	$-2\sqrt{3}$	$-\infty$

Từ bảng biến thiên suy ra các giá trị cần tìm của m là $m \geq -2\sqrt{3}$.

Câu 33: Cho $\log_2 3 = a$, $\log_2 5 = b$ Tính $\log_6 45$ theo a, b .

- A. $\log_6 45 = \frac{2a+b}{1+a}$. B. $\log_6 45 = 2a+b$. C. $\log_6 45 = a+b-1$. D. $\log_6 45 = \frac{a+2b}{2(1+a)}$.

Hướng dẫn giải

Chọn A.

Ta có: $\log_6 45 = \frac{\log_2 45}{\log_2 6} = \frac{2\log_2 3 + \log_2 5}{1 + \log_2 3} = \frac{2a+b}{1+a}$.

Câu 34: Gọi M, m lần lượt là giá trị lớn nhất và giá trị nhỏ nhất của hàm số $y = 3\sqrt{x-1} + 4\sqrt{5-x}$. Tính $M + m$.

A. $M + m = 16$.

B. $M + m = 18$.

C. $M + m = \frac{12 + 3\sqrt{6} + 4\sqrt{10}}{2}$.

D. $M + m = \frac{16 + 3\sqrt{6} + 4\sqrt{10}}{2}$.

Hướng dẫn giải

Chọn A.

Điều kiện xác định: $D = [1; 5]$. Ta có $y' = \frac{3}{2\sqrt{x-1}} - \frac{4}{2\sqrt{5-x}}$, $x \in (1; 5)$

$y' = 0 \Leftrightarrow 3\sqrt{5-x} = 4\sqrt{x-1} \Leftrightarrow 9(5-x) = 16(x-1) \Leftrightarrow x = \frac{61}{25} \in [1; 5]$

Ta có: $y(1) = 8$, $y(5) = 6$, $y\left(\frac{61}{25}\right) = 10$. Vậy $M = 10$, $m = 6$ nên $M + m = 16$.

Câu 35: Cho hình lăng trụ $ABC.A'B'C'$ có đáy là tam giác đều cạnh a . Hình chiếu vuông góc của điểm A' lên mặt phẳng (ABC) trùng với trọng tâm tam giác ABC . Biết khoảng cách giữa hai đường thẳng AA' và BC bằng $\frac{a\sqrt{3}}{4}$. Tính thể tích V của khối lăng trụ $ABC.A'B'C'$.

A. $V = \frac{a^3\sqrt{3}}{24}$.

B. $V = \frac{a^3\sqrt{3}}{12}$.

C. $V = \frac{a^3\sqrt{3}}{3}$.

D. $V = \frac{a^3\sqrt{3}}{6}$.

Hướng dẫn giải

Chọn B

M là trung điểm của BC thì $BC \perp (AA'M)$.

Gọi MH là đường cao của tam giác $A'M$ thì

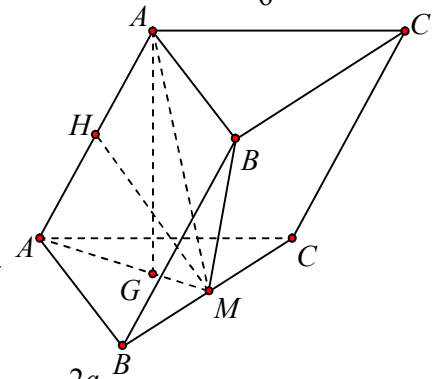
$MH \perp A'A$ và $HM \perp BC$ nên HM là khoảng cách AA' và BC .

Ta có $A'A.HM = A'G.AM \Leftrightarrow \frac{a\sqrt{3}}{4}.A'A = \frac{a\sqrt{3}}{2}\sqrt{A'A^2 - \frac{a^2}{3}}$

$\Leftrightarrow A'A^2 = 4\left(A'A^2 - \frac{a^2}{3}\right) \Leftrightarrow 3A'A^2 = \frac{4a^2}{3} \Leftrightarrow A'A^2 = \frac{4a^2}{9} \Leftrightarrow A'A = \frac{2a}{3}$.

Đường cao của lăng trụ là $A'G = \sqrt{\frac{4a^2}{9} - \frac{3a^2}{9}} = \frac{a}{3}$.

Thể tích $V_{LT} = \frac{a}{3} \cdot \frac{\sqrt{3}a^2}{4} = \frac{a^3\sqrt{3}}{12}$.



Câu 36: Hàm số $y = x^4 - 1$ đồng biến trên khoảng nào dưới đây?

A. $(-1; +\infty)$.

B. $(-1; 1)$.

C. $(0; +\infty)$.

D. $(-\infty; 0)$.

Hướng dẫn giải

Chọn C

$y' = 4x^3$, $y' = 0 \Leftrightarrow x = 0$. Ta có $y' > 0 \Leftrightarrow x > 0$ do đó hàm số đồng biến trên $(0; +\infty)$.

Câu 37: Cho hình nón có độ dài đường sinh $l = 2a$, góc ở đỉnh của hình nón $2\beta = 60^\circ$. Tính thể tích V của khối nón đã cho.

A. $V = \pi a^3 \sqrt{3}$.

B. $V = \frac{\pi a^3 \sqrt{3}}{3}$.

C. $V = \frac{\pi a^3}{2}$.

D. $V = \pi a^3$.

Hướng dẫn giải

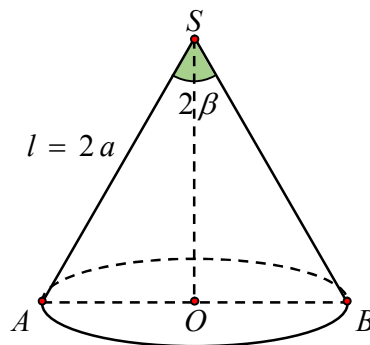
Chọn B.

Ta có $\widehat{ASO} = \beta = 30^\circ$.

Xét tam giác SOA vuông tại A , ta có $R = OA = l \cdot \sin 30^\circ = a$

$$h = SO = \sqrt{l^2 - R^2} = a\sqrt{3}$$

Từ đó ta có: $V = \frac{1}{3} S.h = \frac{\pi a^3 \sqrt{3}}{3}$



Câu 38: Cho hàm số $y = f(x)$ liên tục trên nửa khoảng $[-3; 2)$, có bảng biến thiên như hình vẽ bên. Khẳng định nào sau đây là khẳng định đúng?

A. $\min_{[-3; 2)} y = -2$.

B. $\max_{[-3; 2)} y = 3$.

C. Hàm số đạt cực tiểu tại $x = -1$.

D. Giá trị cực tiểu của hàm số đạt được tại $x = 1$.

x	-3	-1		1		2
y'		+	0	-	0	+
y		-2	0		-5	3

Hướng dẫn giải

Chọn D.

Câu này đã tự sửa đáp án D để được câu đúng.

Câu 39: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho ba điểm $A(1; 2; -1)$, $B(2; -1; 3)$, $C(-3; 5; 1)$. Tìm tọa độ điểm D sao cho tứ giác $ABCD$ là hình bình hành.

A. $D(-4; 8; -5)$.

B. $D(-2; 2; 5)$.

C. $D(-4; 8; -3)$.

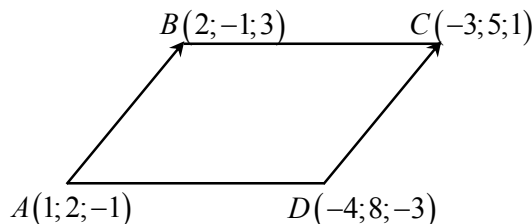
D. $D(-2; 8; -3)$.

Hướng dẫn giải

Chọn C.

Gọi tọa độ điểm D là $D(x; y; z)$, $\overrightarrow{AB} = (1; -3; 4)$, $\overrightarrow{DC} = (-3 - x; 5 - y; 1 - z)$.

$$ABCD \text{ là hình bình hành} \Leftrightarrow \overrightarrow{AB} = \overrightarrow{DC} \Leftrightarrow \begin{cases} 1 = -3 - x \\ -3 = 5 - y \\ 4 = 1 - z \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = -4 \\ y = 8 \\ z = -3 \end{cases} \Rightarrow D(-4; 8; -3).$$



Câu 40: Tìm phương trình đường tiệm cận đứng của đồ thị hàm số $y = \frac{2x-1}{x-1}$.

A. $y = 2$.

B. $y = 1$.

C. $x = -1$.

D. $x = 1$.

Hướng dẫn giải

Chọn D.

Ta có $\lim_{x \rightarrow 1^+} y = \lim_{x \rightarrow 1^+} \frac{2x-1}{x-1} = +\infty$, $\lim_{x \rightarrow 1^-} y = \lim_{x \rightarrow 1^-} \frac{2x-1}{x-1} = -\infty$.

Suy ra phương trình tiệm cận đứng là $x = 1$.

Câu 41: Tìm điểm cực tiểu x_{CT} của hàm số $y = x^3 + 3x^2 - 9x$.

A. $x_{CT} = -1$.

B. $x_{CT} = -3$.

C. $x_{CT} = 1$.

D. $x_{CT} = 0$.

Hướng dẫn giải

Chọn C.

$$y' = 3x^2 + 6x - 9 = 3(x^2 + 2x - 3); y' = 0 \Leftrightarrow (x^2 + 2x - 3) = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 1 \\ x = -3 \end{cases}$$

x	$-\infty$		-3		1		$+\infty$
y'		$+$	0	$-$	0	$+$	
y							

$\nearrow y_{CD} \searrow y_{CT} \nearrow$

Vậy $x_{CT} = 1$.

Câu 42: Tìm tập nghiệm S của bất phương trình $\log_2(3x-2) > \log_2(6-5x)$.

A. $S = \left(1; \frac{6}{5}\right)$.

B. $S = (1; +\infty)$.

C. $S = \left(\frac{2}{3}; \frac{6}{5}\right)$.

D. $S = \left(\frac{2}{3}; 1\right)$.

Hướng dẫn giải

Chọn A.

$$\text{ĐK } \begin{cases} 3x-2 > 0 \\ 6-5x > 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x > \frac{2}{3} \\ x < \frac{6}{5} \end{cases} \Leftrightarrow \frac{2}{3} < x < \frac{6}{5}$$

$$\log_2(3x-2) > \log_2(6-5x) \Leftrightarrow 3x-2 > 6-5x \Leftrightarrow 8x > 8 \Leftrightarrow x > 1$$

Kết hợp ĐK ta có $1 < x < \frac{6}{5}$ hay $x \in \left(1; \frac{6}{5}\right)$. Suy ra $S = \left(1; \frac{6}{5}\right)$.

Câu 43: Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình vuông cạnh $2\sqrt{2}$, cạnh bên SA vuông góc với mặt phẳng đáy và $SA = 3$. Mặt phẳng (α) qua A và vuông góc với SC cắt các cạnh SB , SC , SD lần lượt tại các điểm M , N , P . Tính thể tích V của khối cầu ngoại tiếp tứ diện $CMNP$.

A. $V = \frac{32\pi}{3}$.

B. $V = \frac{64\sqrt{2}\pi}{3}$.

C. $V = \frac{108\pi}{3}$.

D. $V = \frac{125\pi}{6}$.

Hướng dẫn giải

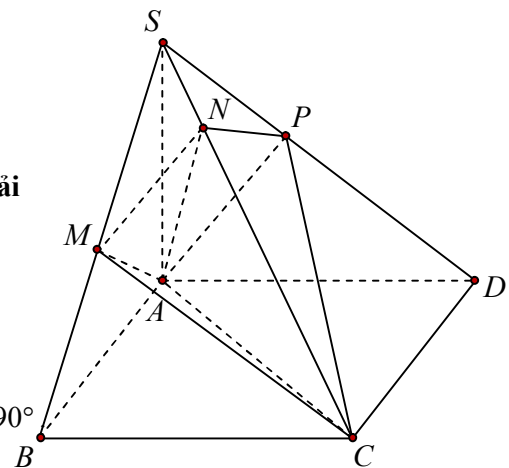
Chọn A.

Ta có: $CB \perp (SAD)$, $AM \subset (SAB) \Rightarrow AM \perp CB$ (1)

$(\alpha) \perp SC$, $AM \subset (\alpha) \Rightarrow AM \perp SC$ (2)

Từ (1), (2) $\Rightarrow AM \perp (SBC) \Rightarrow AM \perp MC \Rightarrow \widehat{AMC} = 90^\circ$

Chứng minh tương tự ta có $\widehat{APC} = 90^\circ$



Có $AN \perp SC \Rightarrow \widehat{ANC} = 90^\circ$. Ta có: $\widehat{AMC} = \widehat{APC} = \widehat{APC} = 90^\circ$
 $\Rightarrow$ mặt cầu đường kính AC là mặt cầu ngoại tiếp tứ diện $CMNP$.

Bán kính cầu này là $r = \frac{AC}{2} = 2$.

Thể tích khối cầu: $V = \frac{4}{3}\pi r^3 = \frac{32\pi}{3}$

Câu 44: Tìm nguyên hàm của hàm số $f(x) = e^{2x}$.

A. $\int e^{2x} dx = \frac{1}{2}e^{2x} + C$.

B. $\int e^{2x} dx = e^{2x} + C$.

C. $\int e^{2x} dx = 2e^{2x} + C$.

D. $\int e^{2x} dx = \frac{e^{2x+1}}{2x+1} + C$.

Hướng dẫn giải

Chọn A.

$$\int e^{2x} dx = \frac{1}{2} \int e^{2x} d(2x) = \frac{1}{2} e^{2x} + C$$

Câu 45: Trong không gian $Oxyz$, cho các điểm $A(0;1;1), B(2;5;-1)$. Tìm phương trình mặt phẳng (P) qua A, B và song song với trục hoành.

A. $(P): y + 2z - 3 = 0$.

B. $(P): y + 3z + 2 = 0$.

C. $(P): x + y - z - 2 = 0$.

D. $(P): y + z - 2 = 0$.

Hướng dẫn giải

Chọn A.

Cách 1: Ta có $\overrightarrow{AB} = (2; 4; -2)$. Trục hoành có véc tơ đơn vị $\vec{i} = (1; 0; 0)$.

Tính được $[\overrightarrow{AB}, \vec{i}] = (0; -2; -4)$.

Mặt phẳng (P) đi qua điểm $A(0;1;1)$ và có véc tơ pháp tuyến $\vec{n} = (0; 1; 2)$ nên có phương trình là:

$$(y-1) + 2(z-1) = 0 \Leftrightarrow y + 2z - 3 = 0.$$

Cách 2: Vì (P) song song với trục hoành nên loại **C**. Thay tọa độ điểm A vào ba phương trình còn lại loại **B, D**

Câu 46: Trong không gian $Oxyz$, cho các điểm $A(1;0;0), B(-2;0;3), M(0;0;1)$ và $N(0;3;1)$. Mặt phẳng (P) đi qua các điểm M, N sao cho khoảng cách từ điểm B đến (P) gấp hai lần khoảng cách từ điểm A đến (P) . Có bao nhiêu mặt phẳng (P) thỏa mãn đề bài?

A. Có vô số mặt phẳng (P) .

B. Có hai mặt phẳng (P) .

C. Chỉ có một mặt phẳng (P) .

D. Không có mặt phẳng (P) nào.

Hướng dẫn giải

Chọn A.

Cách 1: Giả sử (P) có phương trình là: $ax + by + cz + d = 0 (a^2 + b^2 + c^2 \neq 0)$

Vì $M \in (P) \Rightarrow c + d = 0 \Leftrightarrow d = -c$.

Vì $N \in (P) \Rightarrow 3b + c + d = 0$ hay $b = 0$ vì $c + d = 0 \Rightarrow (P): ax + cz - c = 0$.

Theo bài ra: $d(B, (P)) = 2d(A, (P))$

$$\Leftrightarrow \frac{|-2a+3c-c|}{\sqrt{a^2+c^2}} = 2 \frac{|a-c|}{\sqrt{a^2+c^2}} \Leftrightarrow |a-c| = |a-c| \text{ (luôn đúng)}$$

Vậy có vô số mặt phẳng (P) thỏa mãn đề bài.

Cách 2: Ta có $\overrightarrow{BM} = (2; 0; -2)$ và $\overrightarrow{AM} = (-1; 0; 1)$ nên ba điểm A, B, M thẳng hàng. Như vậy mọi mặt phẳng (P) đi qua M , N đều cắt đường thẳng AB tại điểm M , suy ra ta luôn có

$$\frac{d(A, (P))}{d(B, (P))} = \frac{MA}{MB} = \frac{1}{2}. \text{ Từ đó tồn tại vô số mặt phẳng } (P) \text{ thỏa mãn đề bài.}$$

Câu 47: Cho hình chóp $S.ABC$ có đáy ABC là tam giác đều cạnh a . Biết $SA \perp (ABC)$ và $SA = a\sqrt{3}$. Tính thể tích V của khối chóp $S.ABC$.

A. $V = \frac{a^3}{2}$. **B.** $V = \frac{a^3}{4}$. **C.** $V = \frac{a^3\sqrt{3}}{3}$. **D.** $V = \frac{3a^3}{4}$.

Hướng dẫn giải

Chọn B.

$$\text{Ta có } S_{ABC} = \frac{a^2\sqrt{3}}{4} \Rightarrow V = \frac{1}{3}SA.S_{ABC} = \frac{1}{3}a\sqrt{3} \cdot \frac{a^2\sqrt{3}}{4} = \frac{a^3}{4}$$

Câu 48: Ông Việt dự định gửi vào ngân hàng một số tiền với lãi suất 6,5% một năm. Biết rằng, cứ sau mỗi năm số tiền lãi sẽ được nhập vào vốn ban đầu. Tính số tiền tối thiểu x (triệu đồng, $x \in \mathbb{N}$) ông Việt gửi vào ngân hàng để sau 3 năm số tiền lãi đủ mua một chiếc xe gắn máy trị giá 30 triệu đồng.

A. 140 triệu đồng. **B.** 154 triệu đồng. **C.** 145 triệu đồng. **D.** 150 triệu đồng.

Hướng dẫn giải

Chọn D.

Áp dụng công thức lãi kép: $P_n = x(1+r)^n$, trong đó

P_n là tổng giá trị đạt được (vốn và lãi) sau n kì.

x là vốn gốc.

r là lãi suất mỗi kì.

$$\text{Ta cũng tính được số tiền lãi thu được sau } n \text{ kì là: } \boxed{P_n - x = x(1+r)^n - x = x[(1+r)^n - 1]} (*)$$

Áp dụng công thức (*) với $n = 3, r = 6,5\%$, số tiền lãi là 30 triệu đồng.

$$\text{Ta được } 30 = x[(1+6,5\%)^3 - 1] \Rightarrow x \approx 144,27$$

Số tiền tối thiểu là 145 triệu đồng.

Câu 49: Trong không gian $Oxyz$, cho mặt phẳng $(P): x - z - 1 = 0$. Véc tơ nào sau đây **không** là véc tơ pháp tuyến của mặt phẳng (P) .

A. $\vec{n} = (2; 0; -2)$. **B.** $\vec{n} = (1; -1; -1)$. **C.** $\vec{n} = (-1; 0; 1)$. **D.** $\vec{n} = (1; 0; -1)$.

Hướng dẫn giải

Chọn B.

Một véc tơ pháp tuyến của mặt phẳng (P) là $\vec{n}_1 = (1; 0; -1)$.

Ta có $\vec{n}_1$ một là vector pháp tuyến của mặt phẳng (P) thì $k\vec{n}_1$ (với $k \in \mathbb{R} \setminus \{0\}$) cũng là vector pháp tuyến của mặt phẳng (P) .

Đáp án A đúng, vì $\vec{n} = (2; 0; -2) = 2\vec{n}_1$.

Đáp án B sai, vì không tồn tại số $k \in \mathbb{R}$ nào để $\vec{n} = (1; -1; -1) = k\vec{n}_1$.

Đáp án C đúng, vì $\vec{n} = (-1; 0; 1) = -\vec{n}_1$.

Đáp án D đúng, vì $\vec{n} = (1; 0; -1) = \vec{n}_1$.

Câu 50: Cho hình trụ có đường cao $h = 5\text{cm}$, bán kính đáy $r = 3\text{cm}$. Xét mặt phẳng (P) song song với trục của hình trụ, cách trục 2cm . Tính diện tích S của thiết diện của hình trụ với mặt phẳng (P) .

A. $S = 5\sqrt{5}\text{cm}^2$.

B. $S = 6\sqrt{5}\text{cm}^2$.

C. $S = 3\sqrt{5}\text{cm}^2$.

D. $S = 10\sqrt{5}\text{cm}^2$.

Chọn D.

Giả sử mặt phẳng (P) cắt hình trụ theo thiết diện là hình chữ nhật $ABB'A'$ như hình vẽ.

Gọi $OH \perp AB$ tại H , khi đó $OH = 2\text{cm}$.

Trong $\triangle OHA$ có $HA = \sqrt{OA^2 - OH^2} = \sqrt{5}$.

Khi đó $AB = 2HA = 2\sqrt{5}$.

Vậy diện tích của thiết diện của hình trụ với mặt phẳng (P) là

$$S_{ABB'A'} = AB \cdot AA' = 2\sqrt{5} \cdot 5 = 10\sqrt{5}.$$

