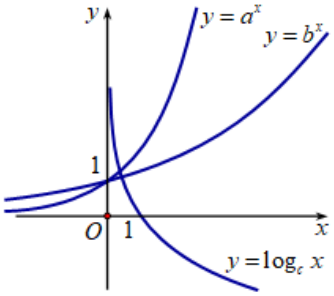
**BỘ ĐỀ CHUẨN CẤU TRÚC**

**ĐỀ SỐ 1**

**ĐỀ DỰ ĐOÁN KÌ THI THPT QUỐC GIA NĂM 2020**
**Môn thi: TOÁN**
*Thời gian làm bài: 90 phút, không kể thời gian phát đề*

**Câu 1.** Cho $a$, $b$, $c$ là các số thực dương khác 1. Hình vẽ bên là đồ thị các hàm số $y=a^x, y=b^x, y=\log_c x$.



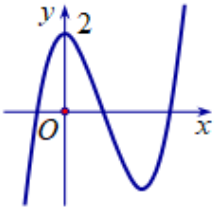

Mệnh đề nào sau đây đúng?

**A.** $c<b<a$. **B.** $a<c<b$. **C.** $c<a<b$. **D.** $a<b<c$.

**Câu 2.** Số nghiệm thực của phương trình $4^x-2^{x+2}+3=0$ là:

**A.** 1. **B.** 2. **C.** 3. **D.** 0.

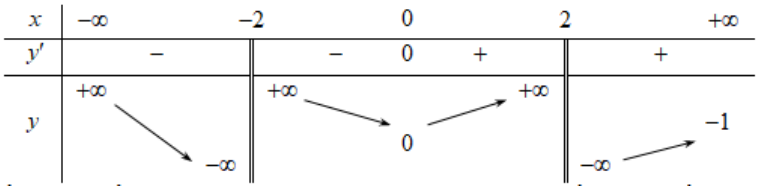
**Câu 3.** Đường cong ở hình bên là đồ thị của một trong bốn hàm số dưới đây. Hàm số đó là hàm số nào?




**A.** $y=x^3-3x^2+2$. **B.** $y=\dfrac{x+2}{x+1}$.

**C.** $y=-x^3+3x^2+2$. **D.** $y=x^4-2x^3+2$.

**Câu 4.** Hàm số $y=f(x)$ có đạo hàm trên $\mathbb{R}\setminus\{-2;2\}$, có bảng biến thiên như sau:




Gọi $k$, $l$ lần lượt là số đường tiệm cận đứng và tiệm cận ngang của đồ thị hàm số $y=\dfrac{1}{f(x)-2018}$. Tính $k+l$.

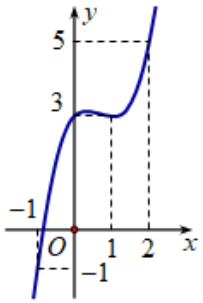
**A.** $k+l=3$. **B.** $k+l=4$. **C.** $k+l=5$. **D.** $k+l=2$.

**Câu 5.** Cho khối chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình chữ nhật. Một mặt phẳng thay đổi nhưng luôn song song với đáy và cắt các cạnh bên $SA$, $SB$, $SC$, $SD$ lần lượt tại $M$, $N$, $P$, $Q$. Gọi $M'$, $N'$, $P'$, $Q'$ lần lượt là hình chiếu vuông góc của $M$, $N$, $P$, $Q$ lên mặt phẳng $(ABCD)$. Tính tỉ số $\dfrac{SM}{SA}$ để thể tích khối đa diện $MNPQ.M'N'P'Q'$ đạt giá trị lớn nhất.

**A.** $\dfrac{1}{3}$. **B.** $\dfrac{3}{4}$. **C.** $\dfrac{2}{3}$. **D.** $\dfrac{1}{2}$.

**Câu 6.** Cho hàm số $y=f(x)$ có đạo hàm và liên tục trên $\mathbb{R}$. Biết rằng đồ thị hàm số $y=f'(x)$ như

hình 2 dưới đây.




Lập hàm số $g(x)=f(x)-x^2-x$. Mệnh đề nào sau đây đúng?

**A.** $g(-1)=g(1)$. **B.** $g(1)=g(2)$. **C.** $g(1)>g(2)$. **D.** $g(-1)>g(1)$.

**Câu 7.** Cho lăng trụ tam giác đều $ABC.A'B'C'$ có cạnh đáy bằng $a$ và $AB'\perp BC'$. Tính thể tích $V$ của khối lăng trụ đã cho.

**A.** $V=\dfrac{7a^3}{8}$. **B.** $V=a^3\sqrt{6}$. **C.** $V=\dfrac{a^3\sqrt{6}}{8}$. **D.** $V=\dfrac{a^3\sqrt{6}}{4}$.

**Câu 8.** Cho hàm số $f(x)=\left|x^4-4x^3+4x^2+a\right|$. Gọi $M$, $m$ lần lượt là giá trị lớn nhất, giá trị nhỏ nhất của hàm số đã cho trên đoạn $[0;2]$. Có bao nhiêu số nguyên $a$ thuộc đoạn $[-3;3]$ sao cho $M\le 2m$?

**A.** 3. **B.** 7. **C.** 6. **D.** 5.

**Câu 9.** Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, cho $\vec{a}=-\vec{i}+2\vec{j}-3\vec{k}$. Tọa độ của vectơ $\vec{a}$ là:

**A.** $(-1;2;-3)$. **B.** $(-3;2;-1)$. **C.** $(2;-3;-1)$. **D.** $(2;-1;-3)$.

**Câu 10.** Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, $A(-3;\ 4;\ 2)$, $B(-5;\ 6;\ 2)$, $C(-10;\ 17;-7)$. Viết phương trình mặt cầu tâm $C$ bán kính $AB$.

**A.** $(x+10)^2+(y-17)^2+(z-7)^2=8$. **B.** $(x+10)^2+(y-17)^2+(z+7)^2=8$.

**C.** $(x-10)^2+(y-17)^2+(z+7)^2=8$. **D.** $(x+10)^2+(y+17)^2+(z+7)^2=8$.

**Câu 11.** Giá trị lớn nhất của hàm số $y=-x^4+2x^2+2$ trên $(0;3)$ là

**A.** $-61$. **B.** 3. **C.** 61. **D.** 2.

**Câu 12.** Cho một cấp số cộng $(u_n)$ có $u_1=\dfrac{1}{3}$, $u_8=26$. Tìm công sai $d$

**A.** $d=\dfrac{3}{11}$. **B.** $d=\dfrac{11}{3}$. **C.** $d=\dfrac{10}{3}$. **D.** $d=\dfrac{3}{10}$.

**Câu 13.** Tập hợp tất cả các điểm biểu diễn các số phức $z$ thỏa mãn: $\left|\overline{z}+2-i\right|=4$ là đường tròn có tâm $I$ và bán kính $R$ lần lượt là:

**A.** $I(2;-1);R=4$. **B.** $I(2;-1);I(2;-1)$.

**C.** $I(-2;-1);R=4$. **D.** $I(-2;-1);R=2$.

**Câu 14.** Cho số phức $z$. Gọi $A$, $B$ lần lượt là các điểm trong mặt phẳng $(Oxy)$ biểu diễn các số phức $z$ và $(1+i)z$. Tính $|z|$ biết diện tích tam giác $OAB$ bằng 8.

**A.** $|z|=4$. **B.** $|z|=4\sqrt{2}$. **C.** $|z|=2$. **D.** $|z|=2\sqrt{2}$.

**Câu 15.** Cho hình hộp chữ nhật $ABCD.A'B'C'D'$ có đáy $ABCD$ là hình vuông cạnh $a\sqrt{2}$, $AA'=2a$. Tính khoảng cách giữa hai đường thẳng $BD$ và $CD'$.

**A.** $2a$. **B.** $a\sqrt{2}$. **C.** $\dfrac{a\sqrt{5}}{5}$. **D.** $\dfrac{2a\sqrt{5}}{5}$.

**Câu 16.** Cho $f(x)=x^3-3x^2-6x+1$. Phương trình $\sqrt{f(f(x)+1)+1}=f(x)+2$ có số nghiệm thực là

**A.** $4$. **B.** $6$. **C.** $7$. **D.** $9$.

**Câu 17.** Tính thể tích $V$ của khối trụ có bán kính đáy và chiều cao đều bằng $2$.

**A.** $V=8\pi$. **B.** $V=12\pi$. **C.** $V=16\pi$. **D.** $V=4\pi$.

**Câu 18.** Giá trị của tham số $m$ để phương trình $4^x-m.2^{x+1}+2m=0$ có hai nghiệm $x_1$, $x_2$ thoả mãn $x_1+x_2=3$ là

**A.** $m=2$. **B.** $m=3$. **C.** $m=4$. **D.** $m=1$.

**Câu 19.** Cho đa giác đều $32$ cạnh. Gọi $S$ là tập hợp các tứ giác tạo thành có $4$ đỉnh lấy từ các đỉnh của đa giác đều. Chọn ngẫu nhiên một phần tử của $S$. Xác suất để chọn được một hình chữ nhật là

**A.** $\frac{1}{341}$. **B.** $\frac{1}{385}$. **C.** $\frac{1}{261}$. **D.** $\frac{3}{899}$.

**Câu 20.** Tìm tất cả các giá trị thực của tham số $m$ sao cho hàm số $y=\frac{mx+4}{x+m}$ nghịch biến trên khoảng $(-\infty;1)$?

**A.** $-2\le m\le 2$. **B.** $-2<m<2$. **C.** $-2<m\le -1$. **D.** $-2\le m\le -1$.

**Câu 21.** Cho hàm số $y=\ln\left(e^x+m^2\right)$. Với giá trị nào của $m$ thì $y'(1)=\frac{1}{2}$.

**A.** $m=\pm\sqrt{e}$. **B.** $m=-e$. **C.** $m=\frac{1}{e}$. **D.** $m=e$.

**Câu 22.** Kết quả của $I=\int xe^x\mathrm{d}x$ là

**A.** $I=\frac{x^2}{2}e^x+C$. **B.** $I=\frac{x^2}{2}e^x+e^x+C$.

**C.** $I=xe^x-e^x+C$. **D.** $I=e^x+xe^x+C$.

**Câu 23.** Cho hàm số $f(x)$ có đạo hàm $f'(x)=(x+1)^4(x-2)^5(x+3)^3$. Số điểm cực trị của hàm số $f(|x|)$ là

**A.** $5$. **B.** $3$. **C.** $1$. **D.** $2$.

**Câu 24.** Cho hai số phức $z$, $w$ thỏa mãn $\begin{cases}|z-3-2i|\le 1\\ |w+1+2i|\le|w-2-i|\end{cases}$. Tìm giá trị nhỏ nhất $P_{\min}$ của biểu thức $P=|z-w|$.

**A.** $P_{\min}=\frac{3\sqrt{2}-2}{2}$. **B.** $P_{\min}=\frac{3\sqrt{2}-2}{2}$. **C.** $P_{\min}=\sqrt{2}+1$. **D.** $P_{\min}=\frac{5\sqrt{2}-2}{2}$.

**Câu 25.** Tập xác định của hàm số $y=(x-1)^{\frac{1}{5}}$ là:

**A.** $(1;+\infty)$. **B.** $\mathbb{R}$. **C.** $(0;+\infty)$. **D.** $[1;+\infty)$.

**Câu 26.** Cho $f(x)$, $g(x)$ là các hàm số xác định và liên tục trên $\mathbb{R}$. Trong các mệnh đề sau, mệnh đề nào sai?

**A.** $\int[f(x)-g(x)]\mathrm{d}x=\int f(x)\mathrm{d}x-\int g(x)\mathrm{d}x$. **B.** $\int f(x)g(x)\mathrm{d}x=\int f(x)\mathrm{d}x.\int g(x)\mathrm{d}x$.

**C.** $\int 2f(x)\mathrm{d}x=2\int f(x)\mathrm{d}x$. **D.** $\int[f(x)+g(x)]\mathrm{d}x=\int f(x)\mathrm{d}x+\int g(x)\mathrm{d}x$.

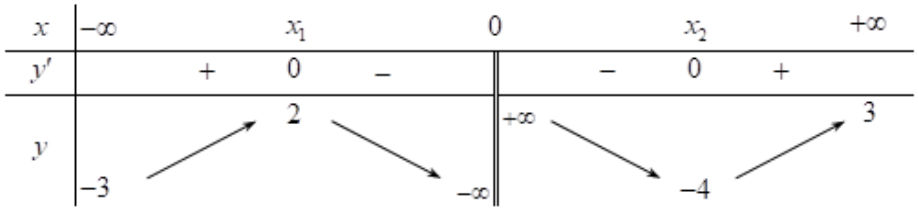
**Câu 27.** Cho hai số thực $x$, $y$ thỏa mãn: $2y^3+7y+2x\sqrt{1-x}=3\sqrt{1-x}+3(2y^2+1)$. Tìm giá trị lớn nhất của biểu thức $P=x+2y$.

**A.** $P=8$. **B.** $P=10$ **C.** $P=4$. **D.** $P=6$.

**Câu 28.** Hàm số nào sau đây không đồng biến trên khoảng $(-\infty;+\infty)$?

**A.** $y=\frac{x-2}{x-1}$. **B.** $y=x^5+x^3-10$. **C.** $y=x^3+1$. **D.** $y=x+1$.

**Câu 29.** Cho hàm số $y=f(x)$ liên tục trên các khoảng $(-\infty;0)$ và $(0;+\infty)$, có bảng biến thiên như sau




Tìm $m$ để phương trình $f(x)=m$ có 4 nghiệm phân biệt.

**A.** $-3<m<2$. **B.** $-3<m<3$. **C.** $-4<m<2$. **D.** $-4<m<3$.

**Câu 30.** Kí hiệu $z_1$ là nghiệm phức có phần ảo âm của phương trình $4z^2-16z+17=0$. Trên mặt phẳng tọa độ điểm nào dưới đây là điểm biểu diễn số phức $w=(1+2i)z_1-\frac{3}{2}i$?

**A.** $M(3;2)$. **B.** $M(2;1)$. **C.** $M(-2;1)$. **D.** $M(3;-2)$.

**Câu 31.** Cho mặt phẳng $(P)$ đi qua các điểm $A(-2;0;0)$, $B(0;3;0)$, $C(0;0;-3)$. Mặt phẳng $(P)$ vuông góc với mặt phẳng nào trong các mặt phẳng sau?

**A.** $3x-2y+2z+6=0$. **B.** $x+y+z+1=0$.

**C.** $x-2y-z-3=0$. **D.** $2x+2y-z-1=0$.

**Câu 32.** Cho hai số thực $x$, $y$ thoả mãn phương trình $x+2i=3+4yi$. Khi đó giá trị của $x$ và $y$ là:

**A.** $x=3$, $y=-\frac{1}{2}$. **B.** $x=3$, $y=2$. **C.** $x=3i$, $y=\frac{1}{2}$. **D.** $x=3$, $y=\frac{1}{2}$.

**Câu 33.** Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho mặt phẳng $(P):x+y+z-1=0$, đường thẳng $d:\frac{x-15}{1}=\frac{y-22}{2}=\frac{z-37}{2}$ và mặt cầu $(S):x^2+y^2+z^2-8x-6y+4z+4=0$. Một đường thẳng $(\Delta)$ thay đổi cắt mặt cầu $(S)$ tại hai điểm $A$, $B$ sao cho $AB=8$. Gọi $A'$, $B'$ là hai điểm lần lượt thuộc mặt phẳng $(P)$ sao cho $AA'$, $BB'$ cùng song song với $d$. Giá trị lớn nhất của biểu thức $AA'+BB'$ là

**A.** $\frac{8+30\sqrt{3}}{9}$. **B.** $\frac{24+18\sqrt{3}}{5}$. **C.** $\frac{12+9\sqrt{3}}{5}$. **D.** $\frac{16+60\sqrt{3}}{9}$.

**Câu 34.** Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy là hình thang vuông tại $A$, $B$. Biết $SA\perp(ABCD)$, $AB=BC=a$, $AD=2a$, $SA=a\sqrt{2}$. Gọi $E$ là trung điểm của $AD$. Tính bán kính mặt cầu đi qua các điểm $S$, $A$, $B$, $C$, $E$.

**A.** $a$. **B.** $\frac{a\sqrt{6}}{3}$. **C.** $\frac{a\sqrt{3}}{2}$. **D.** $\frac{a\sqrt{30}}{6}$.

**Câu 35.** Cho hàm số $y=f(x)$ liên tục, luôn dương trên $[0;3]$ và thỏa mãn $I=\int_0^3 f(x)\mathrm{d}x=4$. Khi đó giá trị của tích phân $K=\int_0^3\left(e^{1+\ln(f(x))}+4\right)\mathrm{d}x$ là:

**A.** $3\mathrm{e}+14$. **B.** $14+3\mathrm{e}$. **C.** $4+12\mathrm{e}$. **D.** $12+4\mathrm{e}$.

**Câu 36.** Cho $x$, $y$ là các số thực thỏa mãn $1<x<\sqrt{y}$. Tìm giá trị nhỏ nhất của biểu thức $P=(\log_x y-1)^2+8\left(\log_{\frac{\sqrt{y}}{x}}\frac{\sqrt{y}}{\sqrt{x}}\right)^2$.

**A.** 30 **B.** 18. **C.** 9. **D.** 27.

**Câu 37.** Cho hàm số $y=f(x)$ có đạo hàm $f'(x)=(x-1)^2(x^2-2x)$ với $\forall x\in\mathbb{R}$. Có bao nhiêu giá trị nguyên dương của tham số $m$ để hàm số $f(x^2-8x+m)$ có 5 điểm cực trị?

**A.** 16 **B.** 18 **C.** 15. **D.** 17.

**Câu 38.** Cho tập hợp $M$ có 10 phần tử. Số tập con gồm 2 phần tử của $M$ là

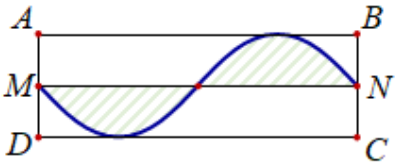
**A.** $A_{10}^2$. **B.** $C_{10}^2$. **C.** $10^2$. **D.** $A_{10}^8$.

**Câu 39.** Trong không gian $Oxyz$, cho tam giác nhọn $ABC$ có $H(2;2;1)$, $K\left(-\frac{8}{3};\frac{4}{3};\frac{8}{3}\right)$, $O$ lần lượt là hình chiếu vuông góc của $A$, $B$, $C$ trên các cạnh $BC$, $AC$, $AB$. Đường thẳng $d$ qua $A$ và vuông góc với mặt phẳng $(ABC)$ có phương trình là

**A.** $d:\frac{x}{1}=\frac{y-6}{-2}=\frac{z-6}{2}$. **B.** $d:\frac{x-\frac{8}{3}}{1}=\frac{y-\frac{2}{3}}{-2}=\frac{z+\frac{2}{3}}{2}$.

**C.** $d:\frac{x+\frac{4}{9}}{1}=\frac{y-\frac{17}{9}}{-2}=\frac{z-\frac{19}{9}}{2}$. **D.** $d:\frac{x+4}{1}=\frac{y+1}{-2}=\frac{z-1}{2}$.

**Câu 40.** Người ta trồng hoa vào phần đất được tô màu đen được giới hạn bởi cạnh $AB$, $CD$ đường trung bình $MN$ của mảnh đất hình chữ nhật $ABCD$ và một đường cong hình sin . Biết $AB=2\pi(m)$, $AD=2(m)$. Tính diện tích phần còn lại.




**A.** $4\pi-1$. **B.** $4(\pi-1)$. **C.** $4\pi-2$. **D.** $4\pi-3$.

**Câu 41.** Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, cho $\overrightarrow{OA}=2\vec{i}+2\vec{j}+2\vec{k}$, $B(-2;2;0)$ và $C(4;1;-1)$. Trên mặt phẳng $(Oxz)$, điểm nào dưới đây cách đều ba điểm $A$, $B$, $C$.

**A.** $N\left(\frac{-3}{4};0;\frac{-1}{2}\right)$. **B.** $P\left(\frac{3}{4};0;\frac{-1}{2}\right)$. **C.** $Q\left(\frac{-3}{4};0;\frac{1}{2}\right)$. **D.** $M\left(\frac{3}{4};0;\frac{1}{2}\right)$.

**Câu 42.** Cho tứ diện $OABC$ có $OA$, $OB$, $OC$ đôi một vuông góc và $OB=OC=a\sqrt{6}$, $OA=a$. Tính góc giữa hai mặt phẳng $(ABC)$ và $(OBC)$.

**A.** $45°$. **B.** $90°$. **C.** $60°$. **D.** $30°$.

**Câu 43.** Tìm số tiệm cận của đồ thị hàm số $y=\frac{3x-4}{x-1}$.

**A.** 1. **B.** 0. **C.** 2. **D.** 3.

**Câu 44.** Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho đường thẳng $d$ vuông góc với mặt phẳng $(P):4x-z+3=0$. Vec-tơ nào dưới đây là một vec-tơ chỉ phương của đường thẳng $d$ ?

**A.** $\vec{u}=(4;-1;3)$. **B.** $\vec{u}=(4;0;-1)$. **C.** $\vec{u}=(4;1;3)$. **D.** $\vec{u}=(4;1;-1)$.

**Câu 45.** Trong không gian $Oxyz$, cho mặt phẳng $(P)$ đi qua điểm $M(1;2;3)$ và cắt các trục $Ox$, $Oy$, $Oz$ lần lượt tại các điểm $A$, $B$, $C$ . Viết phương trình mặt phẳng $(P)$ sao cho $M$ là trực tâm của tam giác $ABC$.

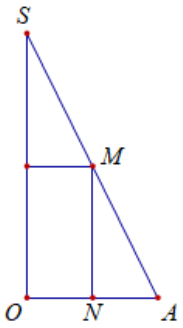
**A.** $\frac{x}{1}+\frac{y}{2}+\frac{z}{3}=3$. **B.** $6x+3y-2z-6=0$.

**C.** $x+2y+3z-14=0$. **D.** $x+2y+3z-11=0$.

**Câu 46.** Các giá trị $x$ thỏa mãn bất phương trình $\log_2(3x-1)>3$ là :

**A.** $x>\dfrac{10}{3}$. **B.** $x>3$. **C.** $\dfrac{1}{3}<x<3$. **D.** $x<3$.

**Câu 47.** Cho tam giác $SOA$ vuông tại $O$ có $MN$ // $SO$ với $M$, $N$ lần lượt nằm trên cạnh $SA$, $OA$ như hình vẽ bên dưới. Đặt $SO=h$ không đổi. Khi quay hình vẽ quanh $SO$ thì tạo thành một hình trụ nội tiếp hình nón đỉnh $S$ có đáy là hình tròn tâm $O$ bán kính $R=OA$. Tìm độ dài của $MN$ theo $h$ để thể tích khối trụ là lớn nhất.




**A.** $MN=\dfrac{h}{3}$. **B.** $MN=\dfrac{h}{4}$. **C.** $MN=\dfrac{h}{6}$. **D.** $MN=\dfrac{h}{2}$.

**Câu 48.** Biết $\int\limits_0^4 x\ln\left(x^2+9\right)\mathrm{d}x=a\ln 5+b\ln 3+c$, trong đó $a$, $b$, $c$ là các số nguyên. Giá trị của biểu thức $T=a+b+c$ là

**A.** $T=9$. **B.** $T=8$. **C.** $T=11$. **D.** $T=10$.

**Câu 49.** Lăng trụ tam giác đều có độ dài tất cả các cạnh bằng $3$. Thể tích khối lăng trụ đã cho bằng

**A.** $\dfrac{27\sqrt{3}}{2}$. **B.** $\dfrac{9\sqrt{3}}{2}$. **C.** $\dfrac{9\sqrt{3}}{4}$. **D.** $\dfrac{27\sqrt{3}}{4}$.

**Câu 50.** Tìm giá trị thực của tham số $m$ để hàm số $y=x^3-3x^2+mx$ đạt cực tiểu tại $x=2$.

**A.** $m=2$. **B.** $m=-2$. **C.** $m=1$. **D.** $m=0$.

----------HẾT----------

# MA TRẬN ĐỀ THI

| Lớp | Chương | Nhận Biết | Thông Hiểu | Vận Dụng | Vận dụng cao |
|---|---|---|---|---|---|
| **Đại số** | | | | | |
| **Lớp 12** (92%) | Chương 1: Hàm Số | C3 C11 C43 | C28 C29 | C4 C6 C16 C20 C23 C27 C40 C50 | C8 C37 |
| | Chương 2: Hàm Số Lũy Thừa Hàm Số Mũ Và Hàm Số Lôgarit | C25 | C1 C2 C18 C46 | C36 | |
| | Chương 3: Nguyên Hàm - Tích Phân Và Ứng Dụng | C26 | C22 | C35 C48 | |
| | Chương 4: Số Phức | | C13 C32 | C14 C30 | C24 |
| | **Hình học** | | | | |
| | Chương 1: Khối Đa Diện | | C7 C42 C49 | C5 C15 C34 | |
| | Chương 2: Mặt Nón, Mặt Trụ, Mặt Cầu | C17 | | C47 | |
| | Chương 3: Phương Pháp Tọa Độ Trong Không Gian | C9 C10 C44 | C31 C41 | C39 C45 | C33 |
| **Đại số** | | | | | |
| **Lớp 11** (8%) | Chương 1: Hàm Số Lượng Giác Và Phương Trình Lượng Giác | | | | |
| | Chương 2: Tổ Hợp - Xác Suất | C38 | C19 | | |
| | Chương 3: Dãy Số, Cấp Số Cộng Và Cấp Số Nhân | C12 | | | |
| | Chương 4: Giới Hạn | | | | |
| | Chương 5: Đạo Hàm | | C21 | | |
| **Hình học** | | | | | |

| | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|
| | Chương 1: Phép Dời Hình Và Phép Đồng Dạng Trong Mặt Phẳng | | | | |
| | Chương 2: Đường thẳng và mặt phẳng trong không gian. Quan hệ song song | | | | |
| | Chương 3: Vectơ trong không gian. Quan hệ vuông góc trong không gian | | | | |
| **Đại số** | | | | | |
| **Lớp 10** (0%) | Chương 1: Mệnh Đề Tập Hợp | | | | |
| | Chương 2: Hàm Số Bậc Nhất Và Bậc Hai | | | | |
| | Chương 3: Phương Trình, Hệ Phương Trình. | | | | |
| | Chương 4: Bất Đẳng Thức. Bất Phương Trình | | | | |
| | Chương 5: Thống Kê | | | | |
| | Chương 6: Cung Và Góc Lượng Giác. Công Thức Lượng Giác | | | | |
| **Hình học** | | | | | |
| | Chương 1: Vectơ | | | | |
| | Chương 2: Tích Vô Hướng Của Hai Vectơ Và Ứng Dụng | | | | |
| | Chương 3: Phương Pháp Tọa Độ Trong Mặt Phẳng | | | | |
| **Tổng số câu** | | **11** | **16** | **19** | **4** |
| **Điểm** | | **2.2** | **3.2** | **3.8** | **0.8** |

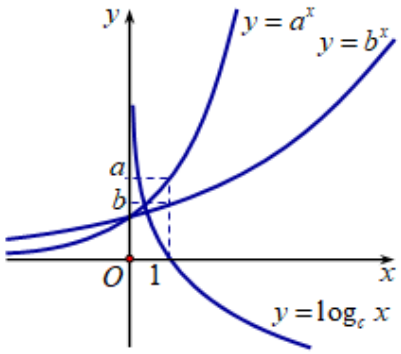
## ĐÁP ÁN ĐỀ THI

| 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 | 9 | 10 | 11 | 12 | 13 | 14 | 15 | 16 | 17 | 18 | 19 | 20 | 21 | 22 | 23 | 24 | 25 |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| A | B | A | C | C | C | C | D | A | B | B | B | C | A | D | A | A | C | D | C | A | C | B | D | A |
| **26** | **27** | **28** | **29** | **30** | **31** | **32** | **33** | **34** | **35** | **36** | **37** | **38** | **39** | **40** | **41** | **42** | **43** | **44** | **45** | **46** | **47** | **48** | **49** | **50** |
| B | C | A | A | A | D | D | B | A | D | D | C | B | D | B | B | D | C | B | C | B | A | B | D | D |

## HƯỚNG DẪN GIẢI CHI TIẾT

**Câu 1.**

**Lời giải**




Vì hàm số $y=\log_c x$ nghịch biến nên $0<c<1$, các hàm số $y=a^x, y=b^x$ đồng biến nên $a>1; b>1$ nên $c$ là số nhỏ nhất trong ba số.

Đường thẳng $x=1$ cắt hai hàm số $y=a^x$, $y=b^x$ tại các điểm có tung độ lần lượt là $a$ và $b$, dễ thấy $a>b$. Vậy $c<b<a$

**Câu 2.**

**Lời giải**

Đặt $t=2^x, t>0$ ta được phương trình $t^2-4t+3=0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} t=1 \\ t=3 \end{array}\right.$

Với $2^x=1 \Leftrightarrow x=0$ và với $2^x=3 \Leftrightarrow x=\log_2 3$.

**Câu 3.**

**Lời giải**

Dạng đồ thị hình bên là đồ thị hàm đa thức bậc 3 $y=ax^3+bx^2+cx+d$ có hệ số $a>0$.

Do đó, chỉ có đồ thị ở đáp án **A.** là thỏa mãn.

**Câu 4.**

**Lời giải**

Vì phương trình $f(x)=2018$ có ba nghiệm phân biệt nên đồ thị hàm số $y=\dfrac{1}{f(x)-2018}$ có ba đường tiệm cận đứng.

Mặt khác, ta có:

$\lim\limits_{x\to+\infty} y=\lim\limits_{x\to+\infty}\dfrac{1}{f(x)-2018}=-\dfrac{1}{2019}$ nên đường thẳng $y=-\dfrac{1}{2019}$ là đường tiệm cận ngang của đồ thị hàm số $y=\dfrac{1}{f(x)-2018}$.

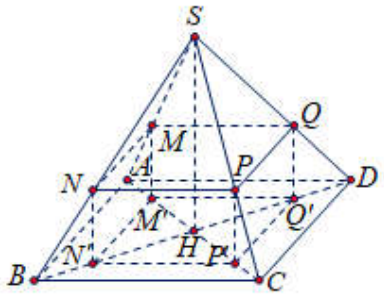
Và $\lim\limits_{x\to-\infty} y = \lim\limits_{x\to-\infty} \dfrac{1}{f(x)-2018} = 0$ nên đường thẳng $y=0$ là đường tiệm cận ngang của đồ thị hàm số $y = \dfrac{1}{f(x)-2018}$.

Vậy $k+l=5$.

.

**Câu 5.**

**Lời giải**




Đặt $\dfrac{SM}{SA} = k$ với $k \in [0;1]$.

Xét tam giác $SAB$ có $MN \,//\, AB$ nên $\dfrac{MN}{AB} = \dfrac{SM}{SA} = k \Rightarrow MN = k.AB$

Xét tam giác $SAD$ có $MQ \,//\, AD$ nên $\dfrac{MQ}{AD} = \dfrac{SM}{SA} = k \Rightarrow MQ = k.AD$

Kẻ đường cao $SH$ của hình chóp. Xét tam giác $SAH$ có:

$MM' \,//\, SH$ nên $\dfrac{MM'}{SH} = \dfrac{AM}{SA} = \dfrac{SA-SM}{SA} = 1-\dfrac{SM}{SA} = 1-k \Rightarrow MM' = (1-k).SH$.

Ta có $V_{MNPQ.M'N'P'Q'} = MN.MQ.MM' = AB.AD.SH.k^2.(1-k)$.

Mà $V_{S.ABCD} = \dfrac{1}{3}SH.AB.AD \Rightarrow V_{MNPQ.M'N'P'Q'} = 3.V_{S.ABCD}.k^2.(1-k)$.

Thể tích khối chóp không đổi nên $V_{MNPQ.M'N'P'Q'}$ đạt giá trị lớn nhất khi $k^2.(1-k)$ lớn nhất.

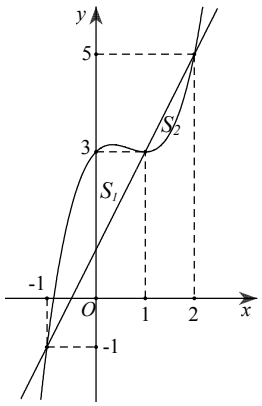
Ta có $k^2.(k-1) = \dfrac{2(1-k).k.k}{2} \le \dfrac{1}{2}\left(\dfrac{2-2k+k+k}{3}\right)^3 = \dfrac{4}{27}$.

Đẳng thức xảy ra khi và chỉ khi: $2(1-k) = k \Leftrightarrow k = \dfrac{2}{3}$. Vậy $\dfrac{SM}{SA} = \dfrac{2}{3}$.

**Câu 6.**

**Lời giải**

Xét hàm số $h(x) = f'(x) - (2x+1)$. Khi đó hàm số $h(x)$ liên tục trên các đoạn $[-1;1]$, $[1;2]$ và có $g(x)$ là một nguyên hàm của hàm số $y = h(x)$.



Do đó diện tích hình phẳng giới hạn bởi $\begin{cases} x=-1 \\ x=1 \\ y=f'(x) \\ y=2x+1 \end{cases}$ là

$S_1=\int\limits_{-1}^{1}\left|f'(x)-(2x+1)\right|\mathrm{d}x=\int\limits_{-1}^{1}\left[f'(x)-(2x+1)\right]\mathrm{d}x=g(x)\Big|_{-1}^{1}=g(1)-g(-1).$

Vì $S_1>0$ nên $g(1)>g(-1).$

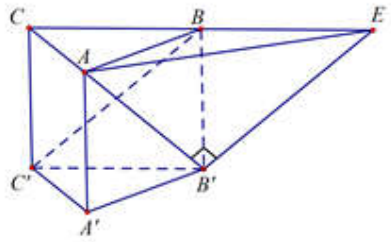
Diện tích hình phẳng giới hạn bởi $\begin{cases} x=1 \\ x=2 \\ y=f'(x) \\ y=2x+1 \end{cases}$ là

$S_2=\int\limits_{1}^{2}\left|f'(x)-(2x+1)\right|\mathrm{d}x=\int\limits_{1}^{2}\left[(2x+1)-f'(x)\right]\mathrm{d}x=-g(x)\Big|_{1}^{2}=g(1)-g(2).$

Vì $S_2>0$ nên $g(1)>g(2).$

**Câu 7.**

**Lời giải**




Gọi $E$ là điểm đối xứng của $C$ qua điểm $B$. Khi đó tam giác $ACE$ vuông tại $A$.

$\Rightarrow AE=\sqrt{4a^2-a^2}=a\sqrt{3}.$

Mặt khác, ta có $BC'=B'E=AB'$ nên tam giác $AB'E$ vuông cân tại $B'$.

$\Rightarrow AB'=\dfrac{AE}{\sqrt{2}}=\dfrac{a\sqrt{3}}{\sqrt{2}}=\dfrac{a\sqrt{6}}{2}.$

Suy ra: $AA'=\sqrt{\left(\dfrac{a\sqrt{6}}{2}\right)^2-a^2}=\dfrac{a\sqrt{2}}{2}.$

Vậy $V=\dfrac{a\sqrt{2}}{2}.\dfrac{a^2\sqrt{3}}{4}=\dfrac{a^3\sqrt{6}}{8}.$

**Câu 8.**

**Lời giải**

Xét hàm số $g(x)=x^4-4x^3+4x^2+a.$

$g'(x)=4x^3-12x^2+8x;\ g'(x)=0\Leftrightarrow 4x^3-12x^2+8x=0\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l} x=0 \\ x=1 \\ x=2 \end{array}\right.$.

Bảng biến thiên

| $x$ | 0 | | 1 | | 2 |
|---|---|---|---|---|---|
| $g'(x)$ | | + | 0 | − | |
| $g(x)$ | $a$ | ↗ | $a+1$ | ↘ | $a$ |

Do $2m \ge M > 0$ nên $m > 0$ suy ra $g(x) \ne 0\ \forall x \in [0;2]$.

Suy ra $\begin{bmatrix} a+1<0 \\ a>0 \end{bmatrix} \Leftrightarrow \begin{bmatrix} a<-1 \\ a>0 \end{bmatrix}$.

Nếu $a<-1$ thì $M=-a$, $m=-a-1 \Rightarrow 2(-a-1) \ge -a \Leftrightarrow a \le -2$.

Nếu $a>0$ thì $M=a+1$, $m=a \Rightarrow 2a \ge a+1 \Leftrightarrow a \ge 1$.

Do đó $a \le -2$ hoặc $a \ge 1$, do $a$ nguyên và thuộc đoạn $[-3;3]$ nên $a \in \{-3;-2;1;2;3\}$.

Vậy có 5 giá trị của $a$ thỏa mãn đề bài.

**Câu 9.**

**Lời giải**

Ta có: $\vec{a} = -\vec{i} + 2\vec{j} - 3\vec{k} \Rightarrow \vec{a}(-1;2;-3)$.

**Câu 10.**

**Lời giải**

Ta có $AB = 2\sqrt{2}$.

Phương trình mặt cầu tâm $C$ bán kính $AB$: $(x+10)^2 + (y-17)^2 + (z+7)^2 = 8$.

**Câu 11.**

**Lời giải**

Ta có: $y' = -4x^3 + 4x$.

Cho $y' = 0 \Leftrightarrow -4x^3 + 4x = 0 \Leftrightarrow \begin{bmatrix} x = 0 \notin (0;3) \\ x = 1 \in (0;3) \\ x = -1 \notin (0;3) \end{bmatrix}$.

$\Rightarrow y(0) = 2;\ y(1) = 3;\ y(3) = -61$.

Vậy giá trị lớn nhất của hàm số là 3.

**Câu 12.**

**Lời giải**

$u_8 = u_1 + 7d \Leftrightarrow 26 = \frac{1}{3} + 7d \Leftrightarrow d = \frac{11}{3}$.

**Câu 13.**

**Lời giải**

Gọi số phức $z = x + iy (x, y \in \mathbb{R})$

Ta có:

$|\overline{z} + 2 - i| = 4 \Leftrightarrow |(x+2) + (-y-1)i| = 4 \Leftrightarrow (x+2)^2 + (y+1)^2 = 16$

Vậy tập hợp tất cả các điểm biểu diễn các số phức $z$ thỏa mãn: $|\overline{z} + 2 - i| = 4$ là đường tròn có tâm $I(-2;-1)$ và có bán kính $R = 4$.

**Câu 14.**

**Lời giải**

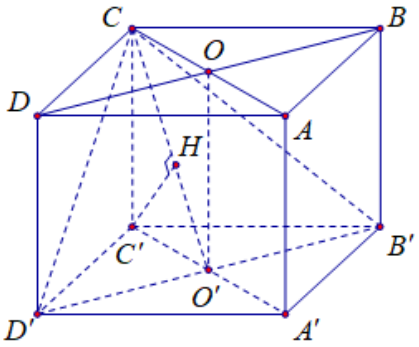
Ta có $OA = |z|$, $OB = |(1+i)z| = \sqrt{2}|z|$, $AB = |(1+i)z - z| = |iz| = |z|$.

Suy ra $\Delta OAB$ vuông cân tại $A$ ($OA = AB$ và $OA^2 + AB^2 = OB^2$)

Ta có: $S_{\Delta OAB} = \frac{1}{2} OA.AB = \frac{1}{2}|z|^2 = 8 \Leftrightarrow |z| = 4$.

**Câu 15.**

**Lời giải**




Gọi $O,\ O'$ lần lượt là tâm của hai mặt đáy.Khi đó tứ giác $COO'C'$ là hình bình hành và $C'O' = \dfrac{AC}{2} = a$

Do $BD \,//\, B'D' \Rightarrow BD \,//\, (CB'D')$ nên $d(BD;CD') = d(O;(CB'D')) = d(C';(CB'D'))$.

Ta có : $\begin{cases} B'D' \perp A'C' \\ B'D' \perp CC' \end{cases} \Rightarrow B'D' \perp (COO'C') \Rightarrow (CB'D') \perp (COO'C')$

Lại có $(CB'D') \cap (COO'C') = CO'$.

Trong $\Delta CC'O'$ hạ $C'H \perp CO' \Rightarrow C'H \perp (CB'D') \Rightarrow d(BD;CD') = C'H$

Khi đó : $\dfrac{1}{C'H^2} = \dfrac{1}{CC'^2} + \dfrac{1}{C'O'^2} = \dfrac{1}{(2a)^2} + \dfrac{1}{a^2} = \dfrac{5}{4a^2} \Rightarrow C'H = \dfrac{2\sqrt{5}a}{5}$.

.....

**Câu 16.**

**Lời giải**

Đặt $t = f(x) + 1 \Rightarrow t = x^3 - 3x^2 - 6x + 2$.

Khi đó $\sqrt{f(f(x)+1)+1} = f(x) + 2$ trở thành:

$$\sqrt{f(t)+1} = t+1 \Leftrightarrow \begin{cases} t \ge -1 \\ f(t)+1 = t^2 + 2t + 1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} t \ge -1 \\ t^3 - 4t^2 - 8t + 1 = 0 \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} t \ge -1 \\ \left[\begin{array}{l} t = t_1 \in (-2;-1) \\ t = t_2 \in (-1;1) \\ t = t_3 \in (1;6) \end{array}\right. \end{cases} \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} t = t_2 \in (-1;1) \\ t = t_3 \in (5;6) \end{array}\right.$$

Vì $g(t) = t^3 - 4t^2 - 8t + 1$; $g(-2) = -7$; $g(-1) = 4$; $g(1) = -10$; $g(5) = -14$; $g(6) = 25$.

Xét $t = x^3 - 3x^2 - 6x + 2$

Ta có

| $x$ | $-\infty$ | | $1-\sqrt{3}$ | | $1+\sqrt{3}$ | | $+\infty$ |
|---|---|---|---|---|---|---|---|
| $y'$ | | $+$ | $0$ | $-$ | $0$ | $+$ | |
| $y$ | $-\infty$ | ↗ | $-7+6\sqrt{3}$ | ↘ | $-7-6\sqrt{3}$ | ↗ | $+\infty$ |

Dựa vào bảng biến thiên, ta có

+ Với $t = t_2 \in (-1;1)$, ta có d cắt tại 3 điểm phân biệt, nên phương trình có 3 nghiệm.

+ Với $t = t_3 \in (5;6)$, ta có d cắt tại 1 điểm, nên phương trình có 1 nghiệm.

Vậy phương trình đã cho có 4 nghiệm.

**Câu 17.**

**Lời giải**

Thể tích khối trụ $V=\pi r^2h=\pi.2^2.2=8\pi$.

**Câu 18.**

**Lời giải**

Đặt $t=2^x$, $t>0$. Phương trình trở thành: $t^2-2mt+2m=0\ (1)$.

Phương trình đã cho có hai nghiệm $x_1$, $x_2$ thỏa mãn $x_1+x_2=3$ khi và chỉ khi phương trình $(1)$ có hai nghiệm dương phân biệt thỏa mãn $t_1.t_2=2^{x_1}.2^{x_2}=2^{x_1+x_2}=2^3=8$.

Khi đó phương trình $(1)$ có: $\begin{cases}\Delta'=m^2-2m>0\\ S=2m>0\\ P=2m>0\\ P=2m=8\end{cases}\Leftrightarrow m=4$.

**Câu 19.**

**Lời giải**

Số phần tử của không gian mẫu là số cách chọn $4$ đỉnh trong $32$ đỉnh để tạo thành tứ giác, $|\Omega|=C_{32}^4$.

Gọi $A$ là biến cố "chọn được hình chữ nhật".

Để chọn được hình chữ nhật cần chọn $2$ trong $16$ đường chéo đi qua tâm của đa giác, do đó số phần tử của $A$ là $C_{16}^2$.

Xác suất biến cố $A$ là $P(A)=\dfrac{C_{16}^2}{C_{32}^4}=\dfrac{3}{899}$.

**Câu 20.**

**Lời giải**

Tập xác định $D=\mathbb{R}\setminus\{-m\}$. Ta có $y'=\dfrac{m^2-4}{(x+m)^2}$. Hàm số nghịch biến trên khoảng $(-\infty;1)\Leftrightarrow y'<0$,

$\forall x\in(-\infty;1)\Leftrightarrow\begin{cases}m^2-4<0\\ 1\le -m\end{cases}\Leftrightarrow -2<m\le -1$.

**Câu 21.**

**Lời giải**

Ta có $y'=\dfrac{e^x}{e^x+m^2}\Rightarrow y'(1)=\dfrac{e}{e+m^2}$.

Khi đó $y'(1)=\dfrac{1}{2}\Leftrightarrow\dfrac{e}{e+m^2}=\dfrac{1}{2}\Leftrightarrow 2e=e+m^2\Leftrightarrow m=\pm\sqrt{e}$.

**Câu 22.**

**Lời giải**

Cách 1: Sử dụng tích phân từng phần ta có

$$I=\int xe^x\mathrm{d}x=\int x\,\mathrm{d}e^x=xe^x-\int e^x\mathrm{d}x=xe^x-e^x+C.$$

Cách 2: Ta có $I'=\left(xe^x-e^x+C\right)'=e^x+xe^x-e^x=xe^x$.

**Câu 23.**

**Lời giải**

Ta có $f'(x)=0\Leftrightarrow\begin{cases}x=-1\\ x=2\\ x=-3\end{cases}$.

Ta có bảng biến thiên của hàm số $f(x)$:

| $x$ | $-\infty$ | | $-3$ | | $-1$ | | $2$ | | $+\infty$ |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| $f'(x)$ | | $+$ | $0$ | $-$ | $0$ | $-$ | $0$ | $+$ | |
| $f(x)$ | | ↗ | | ↘ | | ↘ | | ↗ | |

Ta có bảng biến thiên của hàm số $f\left(|x|\right)$:

| $x$ | $-\infty$ | | $-2$ | | $0$ | | $2$ | | $+\infty$ |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| $f'(x)$ | | $-$ | $0$ | $+$ | $0$ | $-$ | $0$ | $+$ | |
| $f\left(\|x\|\right)$ | | ↘ | | ↗ | | ↘ | | ↗ | |

Dựa vào bảng biến thiên ta thấy số điểm cực trị của hàm số $f\left(|x|\right)$ là $3$.

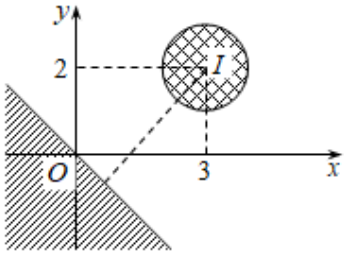
**Câu 24.**

**Lời giải**

Giả sử $z=a+bi$; $w=x+yi$ $\left(a,b,x,y\in\mathbb{R}\right)$. Ta có

$|z-3-2i|\le 1\Leftrightarrow (a-3)^2+(b-2)^2\le 1$. Suy ra tập hợp điểm $M$ biểu diễn số phức $z$ là hình tròn tâm $I(3;2)$, bán kính $R=1$.

$|w+1+2i|\le|w-2-i|\Leftrightarrow (x+1)^2+(y+2)^2\le(x-2)^2+(y-1)^2\Leftrightarrow x+y\le 0$. Suy ra tập hợp điểm $N$ biểu diễn số phức $w$ là nửa mặt phẳng giới hạn bởi đường thẳng $\Delta: x+y=0$ không chứa $I$




Ta có $d(I,\Delta)=\dfrac{5}{\sqrt{2}}$. Gọi $H$ là hình chiếu của $I$ trên $\Delta$.

Khi đó $|z-w|=MN\ge d(I,\Delta)-R=\dfrac{5\sqrt{2}}{2}-1$. Suy ra $P_{\min}=\dfrac{5\sqrt{2}}{2}-1$.

**Câu 25.**

**Lời giải**

Hàm số xác định khi: $x-1>0\Leftrightarrow x>1$. Vậy tập xác định: $D=(1;+\infty)$.

**Câu 26.**

**Lời giải**

Nguyên hàm không có tính chất nguyên hàm của tích bằng tích các nguyên hàm.
Hoặc B, C, D đúng do đó là các tính chất cơ bản của nguyên hàm nên A sai.

**Câu 27.**

**Lời giải**

**Chọn C**

$2y^3+7y+2x\sqrt{1-x}=3\sqrt{1-x}+3\left(2y^2+1\right)$.

$\Leftrightarrow 2\left(y^3-3y^2+3y-1\right)+(y-1)=2(1-x)\sqrt{1-x}+3\sqrt{1-x}-2\sqrt{1-x}$.

$\Leftrightarrow 2(y-1)^3+(y-1)=2\left(\sqrt{1-x}\right)^3+\sqrt{1-x}\ (1)$.

Xét hàm số $f(t)=2t^3+t$ trên $[0;+\infty)$.

Ta có: $f'(t)=6t^2+1>0$ với $\forall t\ge 0\Rightarrow f(t)$ luôn đồng biến trên $[0;+\infty)$.

Vậy $(1)\Leftrightarrow y-1=\sqrt{1-x}\Leftrightarrow y=1+\sqrt{1-x}$.

$\Rightarrow P=x+2y=x+2+2\sqrt{1-x}$ với $(x\le 1)$.

Xét hàm số $g(x)=2+x+2\sqrt{1-x}$ trên $(-\infty;1]$.

Ta có: $g'(x)=1-\dfrac{1}{\sqrt{1-x}}=\dfrac{\sqrt{1-x}-1}{\sqrt{1-x}}$. $g'(x)=0\Rightarrow x=0$.

Bảng biến thiên $g(x)$:

| $x$ | $-\infty$ | | $0$ | | $1$ |
|---|---|---|---|---|---|
| $g'(x)$ | | $+$ | $0$ | $-$ | |
| $g(x)$ | | ↗ | $4$ | ↘ | |

Từ bảng biến thiên của hàm số $g(x)$ suy ra giá trị lớn nhất của $P$ là: $\max\limits_{(-\infty;1]} g(x)=4$.

**Câu 28.**

**Lời giải**

Vì hàm số $y=\dfrac{x-2}{x-1}$ có tập xác định $D=\mathbb{R}\setminus\{1\}$ nên hàm số không đồng biến trên $(-\infty;+\infty)$

**Câu 29.**

**Lời giải**

Dựa vào bảng biến thiên ta thấy phương trình có $4$ nghiệm phân biệt khi $-3<m<2$.

**Câu 30.**

**Lời giải**

Ta có: $4z^2-16z+17=0\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l} z_1=2-\dfrac{1}{2}i \\ z_2=2+\dfrac{1}{2}i \end{array}\right.$.

Khi đó: $w=(1+2i)z_1-\dfrac{3}{2}i=(1+2i)\left(2-\dfrac{1}{2}i\right)-\dfrac{3}{2}i=3+2i\Rightarrow$ tọa độ điểm biểu diễn số phức $w$ là: $M(3;2)$.

**Câu 31.**

**Lời giải**

Phương trình mặt phẳng $(P)$ theo đoạn chắn: $\dfrac{x}{-2}+\dfrac{y}{3}+\dfrac{z}{-3}=1\Leftrightarrow -3x+2y-2z-6=0$.

Dễ thấy mặt phẳng $(P)$ vuông góc với mặt phẳng có phương trình $2x+2y-z-1=0$ vì tích vô hướng của hai vec-tơ pháp tuyến bằng $0$.

**Câu 32.**

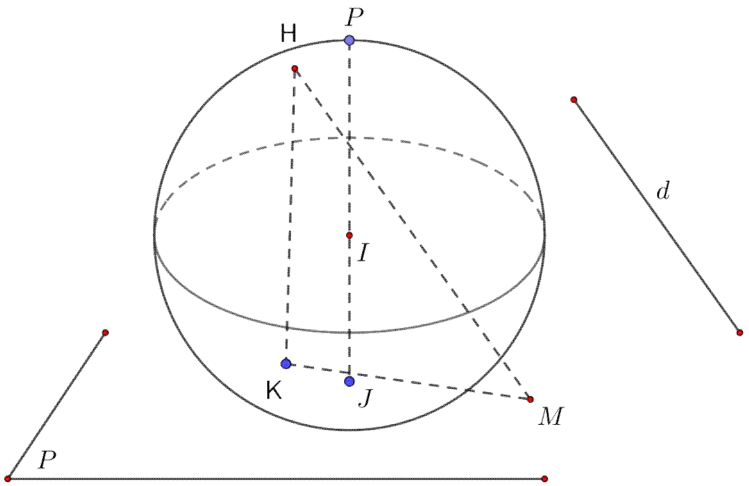
**Lời giải**

Từ $x+2i=3+4yi\Rightarrow\begin{cases}x=3\\2=4y\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}x=3\\y=\dfrac{1}{2}\end{cases}$.

Vậy $x=3,\ y=\dfrac{1}{3}$.

**Câu 33.**

**Lời giải**




Mặt cầu $(S)$ có tâm $I(4;3;-2)$ và bán kính $R=5$.

Gọi $H$ là trung điểm của $AB$ thì $IH\perp AB$ và $IH=3$ nên $H$ thuộc mặt cầu $(S')$ tâm $I$ bán kính $R'=3$.

Gọi $M$ là trung điểm của $A'B'$ thì $AA'+BB'=2HM$, $M$ nằm trên mặt phẳng $(P)$.

Mặt khác ta có $d\left(I;(P)\right)=\dfrac{4}{\sqrt{3}}<R$ nên $(P)$ cắt mặt cầu $(S)$ và $\sin\left(d;(P)\right)=\sin\alpha=\dfrac{5}{3\sqrt{3}}$. Gọi $K$ là hình chiếu của $H$ lên $(P)$ thì $HK=HM.\sin\alpha$.

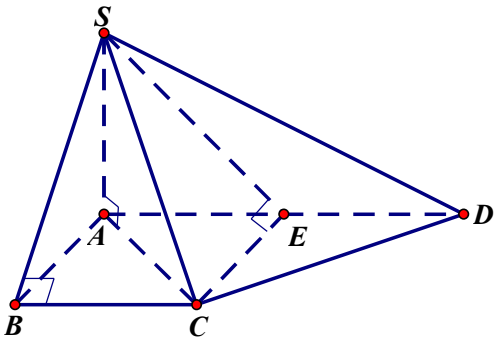
Vậy để $AA'+BB'$ lớn nhất thì $HK$ lớn nhất

$\Leftrightarrow HK$ đi qua $I$ nên $HK_{\max}=R'+d\left(I;(P)\right)=3+\dfrac{4}{\sqrt{3}}=\dfrac{4+3\sqrt{3}}{\sqrt{3}}$.

Vậy $AA'+BB'$ lớn nhất bằng $2\left(\dfrac{4+3\sqrt{3}}{\sqrt{3}}\right).\dfrac{3\sqrt{3}}{5}=\dfrac{24+18\sqrt{3}}{5}$.

**Câu 34.**

**Lời giải**




* Do $SA\perp(ABCD)\Rightarrow SA\perp AC\Rightarrow \widehat{SAC}=90°$.

* Do $BC\perp(SAB)\Rightarrow BC\perp SC\Rightarrow \widehat{SBC}=90°$.

* Do $CE//AB\Rightarrow CE\perp(SAD)\Rightarrow CE\perp SE\Rightarrow \widehat{SEC}=90°$.

Suy ra các điểm $A$, $B$, $E$ cùng nhìn đoạn $SC$ dưới một góc vuông nên mặt cầu đi qua các điểm $S$, $A$, $B$, $C$, $E$ là mặt cầu đường kính $SC$.

Bán kính mặt cầu đi qua các điểm $S$, $A$, $B$, $C$, $E$ là: $R=\dfrac{SC}{2}$.

Xét tam giác $SAC$ vuông tại $A$ ta có: $AC=AB\sqrt{2}=a\sqrt{2}\Rightarrow SC=AC\sqrt{2}=2a$

$\Rightarrow R=\dfrac{SC}{2}=a$.

**Câu 35.**

**Lời giải**

**Chọn D**

Ta có $K=\int\limits_0^3\left(\mathrm{e}^{1+\ln\left(f(x)\right)}+4\right)\mathrm{d}x=\int\limits_0^3\mathrm{e}^{1+\ln\left(f(x)\right)}\mathrm{d}x+\int\limits_0^3 4\mathrm{d}x=\mathrm{e}.\int\limits_0^3 f\left(x\right)\mathrm{d}x+\int\limits_0^3 4\mathrm{d}x=4\mathrm{e}+4x\Big|_0^3=4\mathrm{e}+12$.

Vậy $K=4\mathrm{e}+12$.

**Câu 36.**

**Lời giải**

Ta có $\log_{\frac{\sqrt{y}}{x}}\dfrac{\sqrt{y}}{\sqrt{x}}=\dfrac{1}{2}\left(\log_{\frac{\sqrt{y}}{x}}\dfrac{y}{x}\right)=\dfrac{1}{2}.\dfrac{\log_x y-1}{\frac{1}{2}\log_x y-1}=\dfrac{\log_x y-1}{\log_x y-2}=\dfrac{2\log_x\sqrt{y}-1}{2\log_x\sqrt{y}-2}$.

Suy ra $P=\left(2\log_x\sqrt{y}-1\right)^2+8\left(\dfrac{2\log_x\sqrt{y}-1}{2\log_x\sqrt{y}-2}\right)^2$.

Đặt $t=2\log_x\sqrt{y}$, do $1<x<\sqrt{y}\Leftrightarrow\log_x 1<\log_x x<\log_x\sqrt{y}\Rightarrow t>2$.

Ta có hàm số $f\left(t\right)=\left(t-1\right)^2+8.\left(\dfrac{t-1}{t-2}\right)^2$ với $t>2$.

$f'\left(t\right)=\dfrac{2\left(t-1\right)\left(t-4\right)\left(t^2-2t+4\right)}{\left(t-2\right)^3}$; $f'\left(t\right)=0\Rightarrow\left[\begin{array}{l}t=1\\t=4\end{array}\right.$.

Lập bảng biến thiên trên $\left(2;+\infty\right)$ ta được

| $t$ | $2$ | | $4$ | | $+\infty$ |
|---|---|---|---|---|---|
| $f'(t)$ | ‖ | $-$ | $0$ | $+$ | |
| $f(t)$ | ‖ $+\infty$ | ↘ | $27$ | ↗ | $+\infty$ |

Vậy giá trị nhỏ nhất của biểu thức $P=\left(\log_x y-1\right)^2+8\left(\log_{\frac{\sqrt{y}}{x}}\dfrac{\sqrt{y}}{\sqrt{x}}\right)^2$ là $27$ đạt được khi

$t=4\Leftrightarrow 2\log_x\sqrt{y}=4\Leftrightarrow\sqrt{y}=x^2\Leftrightarrow y=x^4$.

**Câu 37.**

**Lời giải**

Đặt $g\left(x\right)=f\left(x^2-8x+m\right)$

$f'\left(x\right)=\left(x-1\right)^2\left(x^2-2x\right)\Rightarrow\ g'\left(x\right)=\left(2x-8\right)\left(x^2-8x+m-1\right)^2\left(x^2-8x+m\right)\left(x^2-8x+m-2\right)$

$$g'(x)=0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x=4 \\ x^2-8x+m-1=0 \quad (1) \\ x^2-8x+m=0 \quad (2) \\ x^2-8x+m-2=0 \quad (3) \end{array}\right.$$

Các phương trình $(1)$, $(2)$, $(3)$ không có nghiệm chung từng đôi một và $\left(x^2-8x+m-1\right)^2 \geq 0$ với $\forall x \in \mathbb{R}$

Suy ra $g(x)$ có 5 điểm cực trị khi và chỉ khi $(2)$ và $(3)$ có hai nghiệm phân biệt khác 4

$$\Leftrightarrow \begin{cases} \Delta_2 = 16-m>0 \\ \Delta_3 = 16-m+2>0 \\ 16-32+m \neq 0 \\ 16-32+m-2 \neq 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m<16 \\ m<18 \\ m \neq 16 \\ m \neq 18 \end{cases} \Leftrightarrow m<16 .$$

Vì $m$ nguyên dương và $m<16$ nên có 15 giá trị $m$ cần tìm.

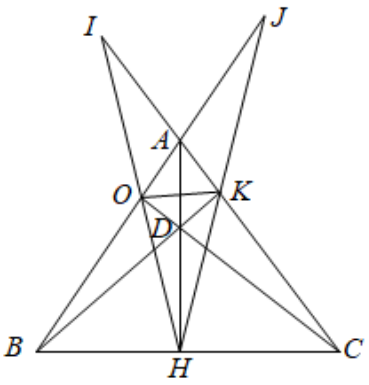
**Câu 38.**

**Lời giải**

Số tập con gồm 2 phần tử của $M$ là số cách chọn 2 phần tử bất kì trong 10 phần tử của $M$. Do đó số tập con gồm 2 phần tử của $M$ là $C_{10}^2$.

**Câu 39.**

**Lời giải**




Ta có tứ giác $BOKC$ là tứ giác nội tiếp đường tròn suy ra $\widehat{OKB}=\widehat{OCB}$ $(1)$

Ta có tứ giác $KDHC$ là tứ giác nội tiếp đường tròn suy ra $\widehat{DKH}=\widehat{OCB}$ $(2)$

Từ $(1)$ và $(2)$ suy ra $\widehat{DKH}=\widehat{OKB}$. Do đó $BK$ là đường phân giác trong của góc $\widehat{OKH}$ và $AC$ là đường phân giác ngoài của góc $\widehat{OKH}$.

Tương tự ta chứng minh được $OC$ là đường phân giác trong của góc $\widehat{KOH}$ và $AB$ là đường phân giác ngoài của góc $\widehat{KOH}$.

Ta có $OK=4$; $OH=3$; $KH=5$.

Gọi $I$, $J$ lần lượt là chân đường phân giác ngoài của góc $\widehat{OKH}$ và $\widehat{KOH}$.

Ta có $I=AC\cap HO$ ta có $\dfrac{IO}{IH}=\dfrac{KO}{KH}=\dfrac{4}{5} \Rightarrow \overrightarrow{IO}=\dfrac{4}{5}\overrightarrow{IH} \Rightarrow I(-8;-8;-4)$.

Ta có $J=AB\cap KH$ ta có $\dfrac{JK}{JH}=\dfrac{OK}{OH}=\dfrac{4}{3} \Rightarrow \overrightarrow{JK}=\dfrac{4}{3}\overrightarrow{JH} \Rightarrow J(16;4;-4)$.

Đường thẳng $IK$ qua $I$ nhận $\overrightarrow{IK}=\left(\frac{16}{3};\frac{28}{3};\frac{20}{3}\right)=\frac{4}{3}(4;7;5)$ làm vec tơ chỉ phương có phương trình

$(IK):\begin{cases}x=-8+4t\\y=-8+7t\\z=-4+5t\end{cases}$.

Đường thẳng $OJ$ qua $O$ nhận $\overrightarrow{OJ}=(16;4;-4)=4(4;1;-1)$ làm vec tơ chỉ phương có phương trình

$(OJ):\begin{cases}x=4t'\\y=t'\\z=-t'\end{cases}$.

Khi đó $A=IK\cap OJ$, giải hệ ta tìm được $A(-4;-1;1)$.

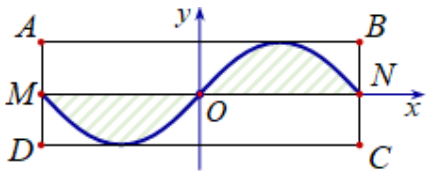
Ta có $\overrightarrow{IA}=(4;7;5)$ và $\overrightarrow{IJ}=(24;12;0)$, ta tính $\left[\overrightarrow{IA},\overrightarrow{IJ}\right]=(-60;120;-120)=-60(1;-2;2)$.

Khi đó đường thẳng đi qua $A$ và vuông góc với mặt phẳng $(ABC)$ có véc tơ chỉ phương $\vec{u}=(1;-2;2)$ nên có phương trình $\frac{x+4}{1}=\frac{y+1}{-2}=\frac{z-1}{2}$.

**Câu 40.**

**Lời giải**

Chọn hệ tọa độ $Oxy$. Khi đó




Diện tích hình chữ nhật là $S_1=4\pi$.

Diện tích phần đất được tô màu đen là $S_2=2\int_0^{\pi}\sin x\mathrm{d}x=4$.

Tính diện tích phần còn lại: $S=S_1-S_2=4\pi-4=4(\pi-1)$.

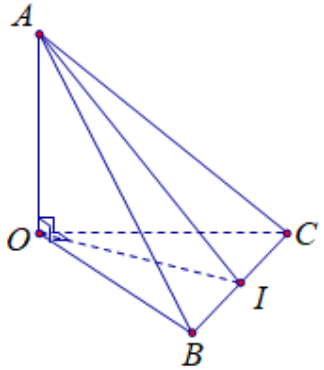
**Câu 41.**

**Lời giải**

Ta có: $A(2;2;2)$ và $PA=PB=PC=\frac{3\sqrt{21}}{4}$.

**Câu 42.**

**Lời giải**




Gọi $I$ là trung điểm của $BC\Rightarrow AI\perp BC$. Mà $OA\perp BC$ nên $AI\perp BC$.

Ta có: $\begin{cases}(OBC)\cap(ABC)=BC\\ BC\perp AI\\ BC\perp OI\end{cases}\Rightarrow\widehat{((OBC),(ABC))}=\widehat{(OI,AI)}=\widehat{OIA}$.

Ta có: $OI=\dfrac{1}{2}BC=\dfrac{1}{2}\sqrt{OB^2+OC^2}=a\sqrt{3}$.

Xét tam giác $OAI$ vuông tại $A$ có $\tan\widehat{OIA}=\dfrac{OA}{OI}=\dfrac{\sqrt{3}}{3}\Rightarrow\widehat{OIA}=30°$.

Vậy $\widehat{((OBC),(ABC))}=30°$.

**Câu 43.**

**Lời giải**

Ta có tập xác định: $D=\mathbb{R}\setminus\{1\}$.

Do $\lim\limits_{x\to\pm\infty}y=3$ và $\lim\limits_{x\to1^+}y=-\infty$, $\lim\limits_{x\to1^-}y=+\infty$ nên đồ thị hàm số có hai đường tiệm cận.

**Câu 44.**

**Lời giải**

Do $d\perp(P)$ nên vec-tơ chỉ phương của đường thẳng $d$ là vec-tơ pháp tuyến của $(P)$.

Suy ra một một vec-tơ chỉ phương của đường thẳng $d$ là $\vec{u}=\overrightarrow{n_{(P)}}=(4;0;-1)$.

**Câu 45.**

**Lời giải**

Gọi $A(a;0;0)$, $B(0;b;0)$ và $C(0;0;c)$ với $abc\neq0$.

Phương trình mặt phẳng $(P)$ đi qua ba điểm $A$, $B$, $C$ là $\dfrac{x}{a}+\dfrac{y}{b}+\dfrac{z}{c}=1$.

Vì $M(1;2;3)\in(P)$ nên ta có: $\dfrac{1}{a}+\dfrac{2}{b}+\dfrac{3}{c}=1$.

Điểm $M$ là trực tâm của $\Delta ABC\Leftrightarrow\begin{cases}AM\perp BC\\ BM\perp AC\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}\overrightarrow{AM}.\overrightarrow{BC}=0\\ \overrightarrow{BM}.\overrightarrow{AC}=0\end{cases}$.

Ta có: $\overrightarrow{AM}=(1-a;2;3)$, $\overrightarrow{BC}=(0;-b;c)$, $\overrightarrow{BM}=(1;2-b;3)$, $\overrightarrow{AC}=(-a;0;c)$.

Ta có hệ phương trình: $\begin{cases}-2b+3c=0\\ -a+3c=0\\ \dfrac{1}{a}+\dfrac{2}{b}+\dfrac{3}{c}=1\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}b=\dfrac{3}{2}c\\ a=3c\\ \dfrac{1}{3c}+\dfrac{2}{\frac{3}{2}c}+\dfrac{3}{c}=1\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}a=14\\ b=7\\ c=\dfrac{14}{3}\end{cases}$.

Phương trình mặt phẳng $(P)$ là $\dfrac{x}{14}+\dfrac{y}{7}+\dfrac{3z}{14}=1\Leftrightarrow x+2y+3z-14=0$.

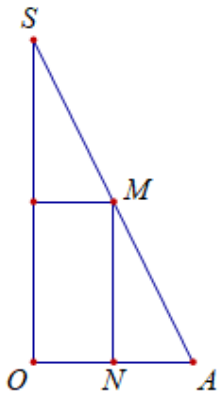
**Câu 46.**

**Lời giải**

Ta có $\log_2(3x-1)>3\Leftrightarrow3x-1>8\Leftrightarrow x>3$.

**Câu 47.**

**Lời giải**




Đặt $MN = x, (x > 0)$ và $OA = a, (a > 0)$, $a$ là hằng số.

Ta có $\frac{MN}{SO} = \frac{NA}{OA} \Rightarrow NA = \frac{MN.OA}{SO} \Rightarrow NA = \frac{xa}{h} \Rightarrow ON = a - \frac{xa}{h}$.

Khối trụ thu được có bán kính đáy bằng $ON$ và chiều cao bằng $MN$.

Thể tích khối trụ là $V = \pi.ON^2.MN = \pi.x.a^2\left(\frac{h-x}{h}\right)^2 = \pi a^2 \frac{1}{2h^2} 2x(h-x)^2 \le \frac{\pi a^2}{2h^2}\left(\frac{2h}{3}\right)^3$.

Dấu bằng xảy ra khi $2x = h - x \Leftrightarrow x = \frac{h}{3}$.

**Câu 48.**

**Lời giải**

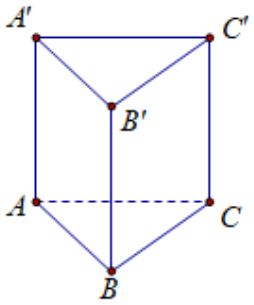
Đặt $\begin{cases} u = \ln(x^2+9) \\ \mathrm{d}v = x\mathrm{d}x \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} \mathrm{d}u = \frac{2x}{(x^2+9)}\mathrm{d}x \\ v = \frac{x^2+9}{2} \end{cases}$

Suy ra $\int_0^4 x\ln(x^2+9)\mathrm{d}x = \frac{x^2+9}{2}\ln(x^2+9)\Big|_0^4 - \int_0^4 \frac{x^2+9}{2}.\frac{2x}{x^2+9}\mathrm{d}x = 25\ln 5 - 9\ln 3 - 8$.

Do đó $a = 25$, $b = -9$, $c = -8$ nên $T = 8$.

**Câu 49.**

**Lời giải**.




Diện tích đáy: $S_{\Delta ABC} = \frac{1}{2}.3.3.\sin 60° = \frac{9\sqrt{3}}{4}$. Thể tích $V_{lt} = S_{\Delta ABC}.AA' = \frac{27\sqrt{3}}{4}$.

**Câu 50.**

**Lời giải**

Ta có: $y' = 3x^2 - 6x + m$.

Hàm số đạt cực tiểu tại $x = 2 \Rightarrow y'(2) = 0 \Leftrightarrow m = 0$.

Thử lại: với $m = 0$ thì $y' = 3x^2 - 6x \Rightarrow y'' = 6x - 6 \Rightarrow y''(2) = 6 > 0$ suy ra hàm số đạt cực tiểu tại $x = 2$.

----------HẾT----------