

Bài I (2,0 điểm)

Cho hai biểu thức $A = \frac{2\sqrt{x}+3}{x+\sqrt{x}+1}$ và $B = \frac{1}{\sqrt{x}-1} - \frac{2\sqrt{x}+1}{x\sqrt{x}-1}$, với $x \geq 0; x \neq 1$.

1) Tính giá trị biểu thức A khi $x = 4$.

2) Chứng minh $B = \frac{\sqrt{x}}{x+\sqrt{x}+1}$.

3) Tìm tất cả giá trị của x để biểu thức $P = \frac{4B}{A}$ có giá trị là số nguyên dương.

Bài II (2,0 điểm). Giải bài toán bằng cách lập phương trình hoặc hệ phương trình:

Một đội xe dự định dùng một số xe cùng loại để chở hết 80 tạ hàng phục vụ đồng bào vùng cao. Lúc sắp khởi hành có 4 xe phải điều đi làm việc khác vì vậy mỗi xe còn lại phải chở nhiều hơn dự định là 1 tạ hàng. Tính số xe đội dự định dùng, biết rằng số hàng mỗi xe phải chở là như nhau.

Bài III (2,0 điểm)

1) Giải hệ phương trình
$$\begin{cases} \frac{2}{\sqrt{x}-3} + \frac{1}{\sqrt{y}+1} = \frac{13}{20} \\ \frac{5}{\sqrt{x}-3} - \frac{2}{\sqrt{y}+1} = \frac{1}{2} \end{cases}$$

2) Trong mặt phẳng tọa độ Oxy, cho parabol (P): $y = \frac{1}{2}x^2$ và đường thẳng (d): $y = mx + m^2 + \frac{1}{2}$

a) Chứng minh đường thẳng (d) luôn cắt parabol (P) tại hai nghiệm phân biệt A, B với mọi m.

b) Gọi C, D lần lượt là hình chiếu của A, B trên trục hoành; E là giao điểm của đường thẳng (d) và trục tung. Tìm tất cả các giá trị của m để tam giác OEC và tam giác OED có cùng diện tích.

Bài IV (3,5 điểm)

Cho đường tròn (O; R) và điểm A nằm bên ngoài đường tròn (O). Kẻ hai tiếp tuyến AM, AN với đường tròn (O) (M, N là các tiếp điểm). Một đường thẳng d đi qua A cắt đường tròn (O) tại hai điểm B và C ($AB < AC$, d không đi qua tâm O). Gọi giao điểm của đoạn thẳng AO và dây MN là H.

1) Chứng minh bốn điểm A, M, O, N cùng nằm trên một đường tròn.

2) Chứng minh $OH \cdot OA = R^2$.

3) Qua O kẻ OK vuông góc với BC tại K. Đường thẳng OK cắt đường thẳng MN tại S. Chứng minh SC là tiếp tuyến của đường tròn (O).

4) Gọi giao điểm của dây MN và dây BC là D. Khi đường thẳng d quay quanh A (thỏa mãn điều kiện đề bài), chứng minh tích $\left(\frac{SM}{SN} \cdot \frac{DN}{DM} \right)$ có giá trị không thay đổi.

Bài V (0,5 điểm). Với a, b, c là các số dương thỏa mãn điều kiện $a + b + c = 3$.

Tìm giá trị nhỏ nhất của biểu thức $Q = \frac{a}{b^2+1} + \frac{b}{c^2+1} + \frac{c}{a^2+1}$.

HƯỚNG DẪN CHẤM BÀI KHẢO SÁT CHẤT LƯỢNG
Môn: TOÁN 9

BÀI	Ý	Nội dung	Điểm
1			2
	1 (0.5đ)	Thay $x = 4$ (tmđk) vào A: $A = \frac{2\sqrt{4}+3}{4+\sqrt{4}+1}$	0.25
		Tính được $A = 1$ và kết luận.	0.25
	2 (1đ)	$B = \frac{1}{\sqrt{x}-1} - \frac{2\sqrt{x}+1}{(\sqrt{x}-1)(x+\sqrt{x}+1)}$	0.25
		$B = \frac{x+\sqrt{x}+1}{(\sqrt{x}-1)(x+\sqrt{x}+1)} - \frac{2\sqrt{x}+1}{(\sqrt{x}-1)(x+\sqrt{x}+1)}$	0.25
		$B = \frac{x-\sqrt{x}}{(\sqrt{x}-1)(x+\sqrt{x}+1)}$	0.25
		$B = \frac{\sqrt{x}}{x+\sqrt{x}+1}$	0.25
	3 (0.5đ)	Có $P = \frac{4B}{A} = \frac{4\sqrt{x}}{x+\sqrt{x}+1} : \frac{2\sqrt{x}+3}{x+\sqrt{x}+1} = \frac{4\sqrt{x}}{2\sqrt{x}+3} = 2 - \frac{6}{2\sqrt{x}+3}$	0,25
		Lập luận chứng tỏ $P < 2$ (1).	0,25
		Lập luận chứng tỏ $P \geq 0$ (2).	
		Từ (1), (2) và P là số nguyên dương $\Rightarrow P = 1$ Tìm được $\frac{9}{4}$ và kết luận.	
2		<i>Giải bài toán bằng cách lập phương trình hoặc hệ phương trình</i>	2
		Gọi số xe đội xe dự định dùng là x (xe) ĐK: $x \in \mathbb{N}^*$; $x > 4$	0.25
		Số xe thực tế chở hàng là $x - 4$ (xe).	0.25
		Số hàng mỗi xe dự định phải chở là $\frac{80}{x}$ (tạ).	0.25
		Số hàng mỗi xe chở trong thực tế là $\frac{80}{x-4}$ (tạ).	0.25
		Lập luận dẫn ra phương trình: $\frac{80}{x-4} - \frac{80}{x} = 1$	0.25
		$\Rightarrow x^2 - 4x - 320 = 0$.	0.25
		Giải phương trình được $x = 20$; $x = -16$	0.25
		Kiểm tra điều kiện và kết luận.	0.25
3			2
	1	<i>Giải hệ phương trình</i>	1
		ĐKXD: $x \geq 0$; $x \neq 9$; $y > -1$	0,25
		$\begin{cases} \frac{2}{\sqrt{x}-3} + \frac{1}{\sqrt{y}+1} = \frac{13}{20} \\ \frac{5}{\sqrt{x}-3} - \frac{2}{\sqrt{y}+1} = \frac{1}{2} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} \frac{4}{\sqrt{x}-3} + \frac{2}{\sqrt{y}+1} = \frac{13}{10} \\ \frac{5}{\sqrt{x}-3} - \frac{2}{\sqrt{y}+1} = \frac{1}{2} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} \frac{9}{\sqrt{x}-3} = \frac{9}{5} \\ \frac{5}{\sqrt{x}-3} - \frac{2}{\sqrt{y}+1} = \frac{10.25}{2} \end{cases}$	

BÀI	Ý	Nội dung	Điểm
		$\Leftrightarrow \begin{cases} \sqrt{x}-3=5 \\ \frac{1}{\sqrt{y+1}}=\frac{1}{4} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} \sqrt{x}=8 \\ \sqrt{y+1}=4 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x=64 \\ y=15 \end{cases}$	0.25
		Kiểm tra điều kiện và kết luận nghiệm của hệ phương trình.	0,25
2		Trong mặt phẳng tọa độ Oxy, cho parabol (P): $y = \frac{1}{2}x^2$ và đường thẳng (d): $y = mx + m^2 + \frac{1}{2}$	1
		Xét phương trình hoành độ giao điểm của (d) và (P): $\frac{1}{2}x^2 - mx - m^2 - \frac{1}{2} = 0 \Leftrightarrow x^2 - 2mx - 2m^2 - 1 = 0(1)$	0.25
		Có $\Delta' = 3m^2 + 1$ Lập luận chứng minh $\Delta' > 0 \forall m$ và Kết luận	0.25
		Có $x_1.x_2 = -2m^2 - 1 < 0 \forall m$ $\Rightarrow$ Phương trình (1) có hai nghiệm phân biệt $\forall m$ $\Rightarrow A, B$ nằm hai phía của trục Oy.	0.25
		Có $A(x_1; y_1); B(x_2; y_2) \Rightarrow OC = x_1$ (đvdd); $OD = x_2$ (đvdd) Có $S_{OEC} = S_{OED} \Leftrightarrow \frac{1}{2}OE.OC = \frac{1}{2}OD.OE \Leftrightarrow OE = OD \Leftrightarrow x_1 = x_2$ $\Leftrightarrow \begin{cases} x_1 = x_2 \\ x_1 = -x_2 \end{cases}$ lập luận $\Rightarrow x_1 + x_2 = 0 \Rightarrow m = 0$ Kết luận.	0.25
4		Hình học	3,5
	1	Chứng minh bốn điểm A,M,O,N cùng nằm trên một đường tròn.	1
		Hình vẽ Vẽ đúng hình câu 1. Chứng minh $AMO = 90^\circ$. Chứng minh $ANO = 90^\circ$. Chứng minh A,M,O,N cùng nằm trên một đường tròn.	0.25 0.25 0.25 0.25
	2	Chứng minh $OH.OA = R^2$.	1
		Chứng minh tia OH là tia phân giác của MON .	0.25
		Chứng minh $OH \perp MN$	0.25
		Chứng minh $OH . OA = OM^2$	0.25
		Chứng minh $OH . OA = R^2$.	0.25
	3	Chứng minh SC là tiếp tuyến của đường tròn (O)	1
		Chứng minh $OH . OA = OK . OS$	0.25

BÀI	Ý	Nội dung	Điểm
		Chứng minh OK. OS = OC ² (= R ²)	0.25
		Chứng minh ΔOKC ∽ ΔOCS(c.g.c) ⇒ OCS = 90 ⁰ .	0.25
		Chứng minh SC là tiếp tuyến của đường tròn (O) tại C.	
	4	Chứng minh tích $\left(\frac{SM}{SN} \cdot \frac{DN}{DM}\right)$ có giá trị không thay đổi.	0,5
		Chứng minh KD là phân giác của MKN ⇒ $\frac{DN}{DM} = \frac{NK}{MK}$.	0,25
Chứng minh tia KS là phân giác góc ngoài tại đỉnh K của ΔMKN ⇒ $\frac{SM}{SN} = \frac{MK}{NK}$. Chứng minh $\frac{SM}{SN} \cdot \frac{DN}{DM} = 1$		0.25	
5		Tìm giá trị nhỏ nhất của biểu thức $Q = \frac{a}{b^2 + 1} + \frac{b}{c^2 + 1} + \frac{c}{a^2 + 1}$.	0,5
		Có $Q = (a + b + c) - \left(\frac{ab^2}{b^2 + 1} + \frac{bc^2}{c^2 + 1} + \frac{ca^2}{a^2 + 1}\right)$. Lập luận chứng tỏ $\frac{ab^2}{b^2 + 1} \leq \frac{ab}{2}$	0,25
		⇒ $\frac{ab^2}{b^2 + 1} + \frac{bc^2}{c^2 + 1} + \frac{ca^2}{a^2 + 1} \leq \frac{ab}{2} + \frac{bc}{2} + \frac{ca}{2} \Rightarrow$ $Q \geq 3 - \left(\frac{ab}{2} + \frac{bc}{2} + \frac{ca}{2}\right)$ Lập luận chứng tỏ $ab + bc + ca \leq \frac{(a + b + c)^2}{3} \Leftrightarrow 3 - \left(\frac{ab + bc + ca}{2}\right) \geq \frac{3}{2}$ Dấu đẳng thức xảy ra ⇔ a = b = c = 1 Vậy giá trị nhỏ nhất của Q là $\frac{3}{2} \Leftrightarrow a = b = c = 1$	0,25

***Chú ý:**

- 1) Học sinh phải lập luận đầy đủ mới cho điểm tối đa.
- 2) Nếu học sinh có cách giải đúng và khác với đáp án thì giáo viên chấm cho điểm theo số điểm quy định dành cho câu (hay ý) đó.