



I. TRỌNG TÂM KIẾN THỨC :

- 1) Định nghĩa CBH, CBH số học, các phép toán về CBH. Bài toán rút gọn biểu thức có CBH và các bài toán liên quan.
- 2) Định nghĩa hàm số bậc nhất, đồ thị hàm bậc nhất; hệ số góc của đường thẳng; vị trí tương đối giữa các đường thẳng và các bài toán liên quan.
- 3) Giải hệ 2 phương trình bậc nhất 2 ẩn và 1 vài dạng hệ đặc biệt.
- 4) Hệ thức lượng trong tam giác vuông; tỉ số lượng giác của góc nhọn và các bài toán giải tam giác.
- 5) Định nghĩa và các tính chất của đường tròn; vị trí tương đối của đường thẳng và đường tròn, của 2 đường tròn và các bài toán liên quan.

II. BÀI TẬP THAM KHẢO:

ĐẠI SỐ

Bài 1.

a) Cho biểu thức $A = \frac{\sqrt{x}}{x-4} + \frac{1}{\sqrt{x}-2}$. Tính giá trị của biểu thức A khi $x = 25$.

b) Cho biểu thức $B = \frac{2}{\sqrt{x}-2}$. Tìm x để B = 10.

c) Tìm các giá trị của x để biểu thức $\frac{B}{A}$ có giá trị lớn nhất. Tìm giá trị lớn nhất đó.

Bài 2. Cho biểu thức: $P = \frac{x\sqrt{x}-3}{x-2\sqrt{x}-3} - \frac{2(\sqrt{x}-3)}{\sqrt{x}+1} + \frac{\sqrt{x}+3}{3-\sqrt{x}}$

a) Rút gọn P

b) Tính P khi $x = 14 - 6\sqrt{5}$

c) Tìm GTNN của P

Bài 3: Cho biểu thức: $M = \left(\frac{\sqrt{x}-4}{x-2\sqrt{x}} + \frac{3}{\sqrt{x}-2} \right) : \left(\frac{\sqrt{x}+2}{\sqrt{x}} - \frac{\sqrt{x}}{\sqrt{x}-2} \right)$

a) Rút gọn M

b) Tìm x để $M = 2x$

c) Tìm x để $P = \frac{\sqrt{x}+1}{x+M}$ đạt giá trị lớn nhất

Bài 4 : Cho biểu thức $P = \left(1 - \frac{\sqrt{x}}{\sqrt{x}+1} \right) : \left(\frac{\sqrt{x}+2}{\sqrt{x}+3} + \frac{\sqrt{x}-3}{2-\sqrt{x}} + \frac{\sqrt{x}-2}{x+\sqrt{x}-6} \right)$

a) Rút gọn P

b) Tính P biết $x = \frac{3-\sqrt{5}}{2}$

c) Tìm các giá trị x nguyên để P nhận giá trị nguyên

Bài 5. Cho biểu thức $P = \left(1 - \frac{\sqrt{x}}{\sqrt{x}+1}\right) : \left(\frac{\sqrt{x}+2}{\sqrt{x}-3} + \frac{\sqrt{x}-8}{x-5\sqrt{x}+6} + \frac{\sqrt{x}+3}{2-\sqrt{x}}\right)$

- a) Rút gọn P. b) Tính giá trị của P biết $x - 7\sqrt{x} + 10 = 0$ c) Tìm x để $\sqrt{P} < \frac{1}{3}$

Bài 6. Cho hàm số $y = (2m - 1)x + 5$ có đồ thị là đường thẳng d.

- Tìm m để hàm số trên là hàm số đồng biến? nghịch biến?
- Tìm m để đường thẳng d: cắt đường thẳng $y = x - 2$; song song với đường thẳng $y = -3x + 1$? vuông góc với đường thẳng $3x - y + 1 = 0$
- Tìm m biết d và 2 đường thẳng $y = -x + 2$ và $y = 2x - 1$ đồng qui. Vẽ hình minh họa.
- Tìm m để d cắt Ox tại điểm có hoành độ bằng 3
- Tìm m để khoảng cách từ gốc tọa độ tới d bằng 1.
- Tìm m để d cắt Ox tại M, Oy tại N sao cho $S_{OMN} = 5$

Bài 7. Cho (d) $y = (m + 1)x + 2m + 3$

- CMR khi m thay đổi thì (d) luôn đi qua một điểm cố định.
- Tìm giá trị của m để khoảng cách từ gốc tọa độ đến (d) bằng 1
- Tìm giá trị của m để khoảng cách từ gốc tọa độ đến (d) lớn nhất.
- Tính giá trị của m để đường thẳng (d) tạo với các trục tọa độ một tam giác có diện tích bằng 2.

Bài 8. Cho hai đường thẳng: $(d_1): y = 2(x - 3) + m - 1$; $(d_2): y = 2x - m + 3$;

Xác định m để giao điểm của (d_1) và (d_2) thỏa mãn một trong các điều kiện sau:

- Nằm trên trục tung.
- Nằm trên trục hoành.
- Nằm bên trái trục tung.
- Nằm phía trên trục hoành.
- Nằm trong góc phần tư thứ hai.
- Trên đường phân giác góc phần tư thứ nhất

Bài 9. Giải hệ phương trình:

$$\begin{array}{lll} \text{a) } \begin{cases} x - 2y = 3 \\ x + 3y = -5 \end{cases} & \text{b) } \begin{cases} 2x - y = 5 \\ 3x + 5y = 14 \end{cases} & \text{c) } \begin{cases} x + 4y = 20 \\ 8x - 3y = 25 \end{cases} \\ \text{d) } \begin{cases} \frac{2}{x} + \frac{4}{y-1} = 5 \\ \frac{3}{x} - \frac{8}{1-y} = 8 \end{cases} & \text{e) } \begin{cases} \frac{2}{2x-y} + \frac{3}{x-2y} = \frac{1}{2} \\ \frac{2}{2x-y} - \frac{1}{x-2y} = \frac{1}{18} \end{cases} & \end{array}$$

Bài 10. Giải phương trình

$$\begin{array}{lll} \text{a) } \sqrt{x^2 - 6x + 6} = 2x - 1 & \text{b) } \sqrt{x^2 + 11} + x^2 = 31 & \text{c) } 2(x^2 + 2) = 5\sqrt{x^3 + 1} \\ \text{d) } \sqrt[3]{x+34} - \sqrt[3]{x-3} = 1 & \text{e) } \sqrt[3]{x-2} + \sqrt{x+1} = 3 & \text{f) } (x+3)\sqrt{10-x^2} = x^2 - x - 12 \\ \text{g) } x^2 + 9x + 20 = 2\sqrt{3x+10} & \text{h) } x^2 + 4x + 5 = 16\sqrt{x-1} + 6\sqrt{x^2-16} & \\ \text{i) } \sqrt{2x-3} - \sqrt{x} = 2x-6 & \text{j) } \sqrt{x^2+12} + 5 = 3x + \sqrt{x^2+5} & \end{array}$$

HÌNH HỌC

Bài 1. Cho nửa đường tròn tâm O đường kính AB. Trên cùng một nửa mặt phẳng bờ AB chứa nửa đường tròn, vẽ các tiếp tuyến Ax và By. Trên Ax lấy điểm C, nối OC. Từ O kẻ đường thẳng vuông góc với OC cắt By tại D

- a) Tứ giác ABCD là hình gì? b) CMR: AB là tiếp tuyến của đường tròn đi qua ba điểm C, O, D
c) CMR: $CA \cdot DB = R^2$ d) Cho góc $AOC = 60^\circ$. Tính CA, DB, CD theo R.

Bài 2. Cho nửa đường tròn (O) đường kính AB. Trên cùng một nửa mặt phẳng bờ AB chứa nửa đường tròn vẽ hai tiếp tuyến Ax và By với (O). Lấy M bất kì trên (O). Kẻ tiếp tuyến thứ 3 với nửa đường tròn tại M cắt Ax và By tại C và D.

- 1) CMR: Tam giác COD là tam giác vuông và tích AC. BD không phụ thuộc vị trí của M
- 2) AM cắt OC tại E, BM cắt OD tại F. Tứ giác MEOF là hình gì?
- 3) Tứ giác AEFO ; AEFB là hình gì?
- 4) CMR: $EC \cdot EO + FO \cdot FD = R^2$
- 5) CMR: AB là tiếp tuyến của đường tròn ngoại tiếp tam giác COD.
- 6) Xác định vị trí của M để chu vi ; diện tích hình thang ACDB đạt giá trị nhỏ nhất.
- 7) Tia BM cắt Ax tại K. CMR: C là trung điểm AK
- 8) Kẻ đường cao MH của tam giác AMB. MH cắt BC tại N. CMR: N là trung điểm MH và A, N, D thẳng hàng.
- 9) Tìm quỹ tích giao điểm của AF và OM; giao điểm của AF và OE
- 10) Xác định vị trí điểm M để chu vi tam giác MOH lớn nhất.

Bài 3 Cho nửa đường tròn (O) đường kính AB, C thuộc (O), kẻ OH vuông góc BC, OH cắt tiếp tuyến tại B ở E. Gọi D là giao điểm của OE với (O), M là giao điểm của AD với BC.

- a) Chứng minh: $\widehat{ACB} = \widehat{ABE}$ và H là trung điểm của BC.
- b) Chứng minh: AD là phân giác của $\widehat{CAB}$.
- c) Chứng minh: EC là tiếp tuyến của (O).
- d) AD cắt BE tại I, IH cắt BD tại K. Chứng minh: KH.BI=IK.BH

Bài 4 Cho (O) đường kính AB, C thuộc (O); kẻ bán kính OI vuông góc BC tại H, gọi M là giao điểm của BC và AI. Vẽ (I) bán kính IB, AC cắt (I) tại K.

- a) Chứng minh: H là trung điểm của BC.
- b) Chứng minh: AI là phân giác của $\widehat{CAB}$.
- c) Chứng minh: B, I, K thẳng hàng.
- d) Gọi E là trung điểm của AM, chứng minh: CE là tiếp tuyến của (I)

Bài 5 Cho tam giác ABC vuông ở A có đường cao AH ($AB < AC$). Vẽ đường tròn (O_1) đường kính BH và (O_2) đường kính CH

- a) Xác định vị trí tương đối của (O_1) và (O_2)
- b) AB cắt (O_1) tại D, AC cắt (O_2) tại E. Chứng minh DE là tiếp tuyến chung của hai đường tròn
- c) Giả sử $AH = 2\sqrt{2}$ cm; $AB = 3$ cm. Tính các cạnh của tam giác ABC

Bài 6 Cho nửa đường tròn tâm O đường kính AB. Kẻ tiếp tuyến Ax, By cùng phía với nửa đường tròn đối với AB. Vẽ bán kính OE bất kỳ, tiếp tuyến của nửa đường tròn tại E cắt Ax, By theo thứ tự ở C và D.

- a) Chứng minh: $\widehat{COD} = 90^\circ$
- b) Gọi I là giao điểm của OC và AE, K là giao điểm của OD và BE, tứ giác EIOK là hình gì? Tại sao?
- c) Chứng minh: $OI \cdot OC = OK \cdot OD$

- d) Gọi H là hình chiếu của E trên AB. Tìm vị trí của điểm E trên nửa đường tròn để diện tích $\triangle EOH$ đạt giá trị lớn nhất.

Bài 7: Cho $\frac{1}{2}$ (O; R) đường kính AB. M là 1 điểm di động trên $\frac{1}{2}$ (O; R). Kẻ $MH \perp AB$. Vẽ nửa đường tròn tâm K đường kính AH cắt AM tại D. Vẽ nửa đường tròn tâm I, đường kính HB cắt MB ở E.

- Tứ giác MDHE là hình gì?
- Chứng minh rằng $MD \cdot MA = ME \cdot MB$
- Chứng minh rằng DE là tiếp tuyến chung của 2 nửa đường tròn (K) và (I)
- Xác định vị trí của M để tứ giác DEIK có diện tích lớn nhất.

Bài 8. Cho đoạn thẳng AB và điểm C nằm giữa A và B. Vẽ về một phía của AB các nửa đường tròn đường kính AB và AC, CB. Đường thẳng vuông góc với AB tại C cắt nửa đường tròn lớn tại D; DA, DB cắt nửa đường tròn đường kính AC, CB tại M, N.

- Tứ giác DMCN là hình gì?
- CMR: $DM \cdot DA = DN \cdot DB$
- MN là tiếp tuyến chung của các nửa đường tròn đường kính AC, CB
- Xác định vị trí điểm C để MN có độ dài lớn nhất.

BẤT ĐẲNG THỨC VÀ GTLN, GTNN

Bài 1. Tìm giá trị lớn nhất, nhỏ nhất (nếu có) của: a) $A = \frac{8x+3}{4x^2+1}$ b) $B = \frac{x}{(x+2020)^2}$

Bài 2. Tìm giá trị nhỏ nhất của: a) $A = x^2 + 2y^2 + 2xy - 2x - 6y + 3$ b) $B = (x-2)^4 + (x+4)^4$

Bài 3. Tìm GTLN, GTNN của biểu thức: $A = \sqrt{x+3} + \sqrt{6-x}$

Bài 4: Với $x > 0$, tìm giá trị nhỏ nhất của biểu thức: $M = 4x^2 - 3x + \frac{1}{4x} + 2011$.

Bài 5: Với $x, y > 0$ và $x \geq 2y$, tìm giá trị nhỏ nhất của biểu thức: $P = \frac{(x+2y)^2}{xy}$

Bài 6: Với $a, b, c > 0$ và $a + b + c + ab + bc + ca = 6abc$. CMR: $\frac{1}{a^2} + \frac{1}{b^2} + \frac{1}{c^2} \geq 3$

Bài 7: Với $a, b, c > 0$ và $a + b + c = 2020$.

Tìm GTLN của: $Q = \sqrt{2020a+bc} + \sqrt{2020b+ca} + \sqrt{2020c+ab}$

Bài 8: Cho các số x, y, z thỏa mãn $-2 \leq x, y, z \leq 5$ và $x + 2y + 3z \leq 2$. Chứng minh rằng: $x^2 + 2y^2 + 3z^2 \leq 66$.

Bài 9. Cho $2 \leq x \leq 3$; $4 \leq y, z \leq 6$ và $x + y + z = 12$

Tìm giá trị lớn nhất của biểu thức $P = xyz$

Bài 10. Cho x, y là các số tự nhiên thỏa mãn $x + y = 33$.

Tìm giá trị lớn nhất và giá trị nhỏ nhất của biểu thức $P = \sqrt{x+3} + \sqrt{y+3}$