

SỞ GIÁO DỤC VÀ ĐÀO TẠO  
THÁI BÌNH

ĐỀ THI CHỌN HỌC SINH GIỎI LỚP 9 THCS NĂM HỌC 2020-2021

Môn: TOÁN

Thời gian làm bài: 150 phút (không kể thời gian giao đề)

**Câu 1.** (3,0 điểm)

Cho  $a = \frac{1}{3}\sqrt{\sqrt{3} + \frac{1}{3}} - \frac{\sqrt{3}}{9}$ .

a) Chứng minh rằng:  $9a^2 + 2\sqrt{3}a - \sqrt{3} = 0$ .

b) Tính giá trị biểu thức:  $S = 3\sqrt{3}a^2 + \sqrt{27a^4 + 16a + 8}$ .

**Câu 2.** (3,0 điểm)

Cho đa thức  $P(x) = x^4 + ax^3 + bx^2 + cx + d$  thỏa mãn  $P(1) = 5, P(3) = 13, P(5) = 29$ .

Tính giá trị của biểu thức  $T = P(-4) + 21.P(6)$ .

**Câu 3.** (4,0 điểm)

a) Giải phương trình:  $(1-2x)\sqrt{x^2+1} - 2x^2 - 7x - 1 = 0$ .

b) Giải hệ phương trình: 
$$\begin{cases} (x+y)^2 + y^2 + x + 4y = 0 \\ y(x+y)^2 = 2x^2 + 2x + 13y \end{cases}$$

**Câu 4.** (2,0 điểm)

Cho  $a, b, c$  là các số thực dương thỏa mãn:  $a^2 + b^2 + c^2 + (a+b+c)^2 \leq 4$ .

Chứng minh rằng:  $\frac{ab+1}{(a+b)^2} + \frac{bc+1}{(b+c)^2} + \frac{ca+1}{(c+a)^2} \geq 3$ .

**Câu 5.** (3,0 điểm)

Cho hình vuông  $ABCD$  có  $O$  là giao điểm của hai đường chéo  $AC$  và  $BD$ . Gọi  $M$  là trung điểm của  $AB$ . Trên đoạn thẳng  $BC$  lấy điểm  $N$  ( $N$  khác  $B$ ,  $NB < NC$ ). Đường thẳng qua  $A$  song song với  $MN$  cắt  $DC$  tại  $H$ . Chứng minh  $AB^2 = 2NB.DH$  và tính góc  $\widehat{NOH}$ .

**Câu 6.** (3,0 điểm)

Cho đường tròn  $(O; R)$  và điểm  $E$  cố định, biết  $OE = a$  ( $0 < a < R$ ). Qua  $E$  vẽ dây  $AB$  tùy ý không phải là đường kính của đường tròn  $(O)$ . Các tiếp tuyến của đường tròn  $(O)$  tại  $A$  và tại  $B$  cắt nhau ở  $M$ . Gọi  $K$  là hình chiếu vuông góc của  $M$  trên đường thẳng  $OE$ .

a) Chứng minh rằng điểm  $K$  luôn cố định khi dây  $AB$  thay đổi.

b) Tìm giá trị nhỏ nhất của diện tích tứ giác  $OAMB$  theo  $a$  và  $R$ .

**Câu 7.** (2,0 điểm)

Tìm các cặp số tự nhiên  $(m; n)$  thỏa mãn:  $3^m - n^2 + 5n = 7$ .

--- HẾT ---