

TRƯỜNG THCS TRUNG VƯƠNG

NỘI DUNG ÔN TẬP KIỂM TRA HỌC KỲ I

MÔN: TOÁN 9

A. LÝ THUYẾT

- I. Đại số:** Học thuộc “Các công thức biến đổi căn thức” (trang 39 SGK toán 9 tập 1) và “Tóm tắt các kiến thức cần nhớ” (trang 60, 61 SGK tập 1)
- II. Hình học:** Học thuộc “Tóm tắt các kiến thức cần nhớ” (trang 92, 126, 127 SGK toán 9 tập 1)

B. BÀI TẬP THAM KHẢO

I. Dạng I: Biến đổi biểu thức chứa căn

Bài 1. Cho $A = \frac{\sqrt{x}+1}{\sqrt{x}-1} + \frac{\sqrt{x}-1}{\sqrt{x}+1} - \frac{3\sqrt{x}+1}{x-1}$

- a) Rút gọn A
- b) Tính A biết $x = 4 - 2\sqrt{3}$
- c) Tìm x để $A = \frac{-1}{2}$
- d) Tìm x để $A > 0$; $A < 0$
- e) Tìm x nguyên để A nguyên
- f) Tìm giá trị lớn nhất của $P = A \cdot (3 - x + 2\sqrt{x})$
- g) Tìm x để $A \cdot (\sqrt{x} + 1) = -x$
- h) Tìm x để $A < 1$
- i) Tìm x để A có giá trị nhỏ nhất

Bài 2. Cho biểu thức $B = \frac{2\sqrt{x}-9}{x-5\sqrt{x}+6} - \frac{\sqrt{x}+3}{\sqrt{x}-2} - \frac{2\sqrt{x}+1}{3-\sqrt{x}}$

- a) Rút gọn B
- b) Tính B biết $x = \frac{3 - \sqrt{5}}{2}$
- c) Tìm x nguyên để B nguyên
- d) Tìm GTNN của $\frac{1}{B}$

Bài 3. Cho biểu thức $C = \frac{x\sqrt{x} + 26\sqrt{x} - 19}{x + 2\sqrt{x} - 3} - \frac{2\sqrt{x}}{\sqrt{x} - 1} + \frac{\sqrt{x} - 3}{\sqrt{x} + 3}$

- a) Rút gọn C
- b) Tìm x để $C.(\sqrt{x} + 3) = 10\sqrt{x}$

Bài 4. Cho biểu thức $D = \frac{x+2}{x\sqrt{x}-1} + \frac{\sqrt{x}+1}{x+\sqrt{x}+1} + \frac{1}{1-\sqrt{x}}$

- a) Rút gọn D
- b) Chứng minh: $D < 13$
- c) Tìm x để $D = \frac{2}{7}$
- d) Tìm GTNN của $P = \frac{1}{D} + \sqrt{x}$

Bài 5. Cho biểu thức $E = \left(\frac{\sqrt{x}}{x\sqrt{x}-1} + \frac{1}{\sqrt{x}-1} \right) : \frac{\sqrt{x}+1}{x+\sqrt{x}+1}$

- a) Rút gọn E
- b) Tính E biết $x = \sqrt{3+2\sqrt{2}} - \sqrt{3-2\sqrt{2}}$
- c) Tìm x để E < 1
- d) Tìm số tự nhiên x để E là số tự nhiên
- e) Tìm x để E = $\sqrt{x}$
- f) Với x > 1 so sánh E với $\sqrt{E}$

Bài 6. Cho $F = \left(\frac{2x+1}{\sqrt{x^3-1}} - \frac{\sqrt{x}}{x+\sqrt{x}+1} \right) \cdot \left(\frac{1+\sqrt{x^3}}{1+\sqrt{x}} - \sqrt{x} \right)$

- a) Rút gọn F
- b) Tìm x để $F = 3$
- c) Tìm x để $F = \frac{1}{3}$
- d) Tìm x để $F < x - 3$
- e) Tìm GTNN của $M = F.2\sqrt{x}$
- f) So sánh M với $-\frac{2}{\sqrt{x}}$

Bài 7. Cho biểu thức $C = \frac{x\sqrt{x}-1}{x-\sqrt{x}} - \frac{x\sqrt{x}+1}{x+\sqrt{x}} + \frac{x+1}{\sqrt{x}}$

- a) Rút gọn C
- b) Tìm x để $C = \frac{9}{2}$
- c) So sánh C và 4

Bài 8. Cho biểu thức $D = \left(\frac{x-y}{\sqrt{x}-\sqrt{y}} - \frac{x\sqrt{x}-y\sqrt{y}}{x-y} \right) : \frac{(\sqrt{x}-\sqrt{y})^2 + \sqrt{xy}}{\sqrt{x}+\sqrt{y}}$

- a) Rút gọn D
- b) Chứng minh: $D \geq 0$
- c) So sánh D và $\sqrt{D}$

II. Dạng 2: Các bài toán về hàm số bậc nhất

Bài 1. Cho hàm số $y = (2m - 3)x - 1$ (1). Tìm m để:

- Hàm số (1) là hàm số bậc nhất
- Hàm số (1) là hàm số bậc nhất đồng biến, nghịch biến
- Hàm số (1) đi qua điểm $(-2; -3)$
- Đồ thị của (1) là 1 đường thẳng // với đt $y = (-m + 2)x + 2m$
- Đồ thị của (1) đồng quy với 2 đt $y = 2x - 4$ và $y = x + 1$
- Khoảng cách từ gốc tọa độ đến đường thẳng (1) bằng $\frac{1}{\sqrt{5}}$
- Khoảng cách từ gốc tọa độ đến đường thẳng (1) là lớn nhất
- Đồ thị của (1) là đường thẳng cắt 2 trục tọa độ tạo thành một tam giác có diện tích bằng 3

Bài 2. Cho 2 đường thẳng: $y = 4x + m - 1$ (d) và $y = \frac{4}{3}x + 15 - 3m$ (d')

- Tìm m để (d) cắt (d') tại 1 điểm C trên trục tung
- Với m tìm được ở câu a, tìm tọa độ giao điểm A, B của (d) và (d') với trục hoành
- Tính diện tích và chu vi tam giác ABC

Bài 3. Cho 3 đường thẳng: $y = x + 1$ (d_1); $y = -x + 3$ (d_2); $y = 2x - 3$ (d_3)

- Vẽ đồ thị 3 hàm số trên cùng 1 hệ trục tọa độ
- Gọi C là giao điểm của (d_1) và (d_3); A và B là giao điểm của (d_2) với (d_1) và (d_3). Tìm tọa độ các giao điểm A, B, C. Tính chu vi và diện tích tam giác ABC

Bài 4. Cho đường thẳng (d): $y = ax + b$. Xác định a, b biết:

- (d) đi qua gốc tọa độ và // với đường thẳng $y = -x + 5$
- (d) đi qua điểm A(2; 3) và // với đường thẳng $y = 2x + 1$
- (d) đi qua điểm C(1; -2) và điểm D(2; -3)
- (d) cắt trục tung tại điểm có tung độ bằng 2 và cắt trục hoành tại điểm có hoành độ bằng 3
- (d) // với đường thẳng $y = -2x + 1$ và đi qua giao điểm 2 đường thẳng $y = x - 5$ và $y = 2x - 4$

Bài 5. Cho đường thẳng $y = (m - 2)x + n$ (d). Tìm m và n để:

- (d) cắt trục tung tại điểm có tung độ bằng $\sqrt{2}$ và cắt trục hoành tại điểm có hoành độ bằng $2 + \sqrt{2}$ □
- (d) cắt đường thẳng: $x - 2y = 3$; (d) // với đường thẳng $y = -\frac{3}{2}x + \frac{1}{2}$
- (d) trùng với đường thẳng $y = 2x + 3$
- * Cho $n = m + 1$. Chứng minh rằng với mọi m thì họ các đường thẳng xác định bởi (d) luôn đi qua 1 điểm cố định. Tìm tọa độ điểm cố định đó

Bài 6. Cho hàm số $y = (2 - m)x + m - 1$ (1). Với giá trị nào của m thì:

- Hàm số (1) là hàm số bậc nhất?
- Hàm số (1) là hàm đồng biến? Nghịch biến?
- Đồ thị của (1) đi qua gốc tọa độ?
- Đồ thị của (1) tạo với trục Ox một góc $\alpha = 30^\circ; 135^\circ$
- Đường thẳng (d) cắt trục tung tại điểm có tung độ bằng 4
- Đường thẳng (d) cắt trục hoành tại điểm có hoành độ bằng -3
- Chứng minh rằng với mọi giá trị của m, họ đường thẳng xác định bởi hàm số (1) luôn đi qua một điểm cố định. Hãy xác định tọa độ điểm cố định đó

Bài 7. Cho hàm số: $y = -\frac{2}{3}x + 1$ có đồ thị là đường thẳng (d)

- Các điểm $M(9; -5)$; $N(3; -3)$ có thuộc đường thẳng d không?
- Vẽ đồ thị của hàm số
- Tìm tọa độ giao điểm của đường thẳng d và đường thẳng $x - 2y = 5$
- Tính góc α tạo bởi đường thẳng d với chiều dương trục Ox
- Tính diện tích tam giác tạo bởi đường thẳng d với hai trục tọa độ
- Xác định khoảng cách từ gốc tọa độ đến đường thẳng d

Bài 8. Cho hàm số: $y = (m - 2)x + n$ (d). Tìm m và n để:

- Đường thẳng (d) đi qua điểm $A(1; 2)$ và song song với đường thẳng $y = 4 - x$
- Đường thẳng (d) cắt đường thẳng $y = 2x + 1$
- Đường thẳng (d) trùng với đường thẳng $y = 2x + 3$

Bài 9. Viết phương trình đường thẳng thỏa mãn một trong các điều kiện sau:

- Đi qua hai điểm $A(2; 2)$ và $B(3; -3)$
- Cắt trục tung tại điểm có tung độ bằng 3, cắt trục hoành tại điểm có hoành độ bằng 2
- Song song với đường thẳng $y = 3x + 1$ và đi qua điểm $M(4; -5)$

Bài 10. Cho đường thẳng $(d_m): y = (2m + 1)x + 4m + 2$ và đường thẳng $(d): y = x + 4$

- Vẽ đường thẳng (d) trên mặt phẳng tọa độ Oxy
- Với $m = \frac{1}{2}$;
 - Tìm tọa độ giao điểm A và B của (d_m) với Ox và (d)
 - Tính chu vi và diện tích tam giác OAB
- Tìm m để (d_m) song song với (d)
- Với $m = -1$
 - Tìm tọa độ các giao điểm M, N, P của (d_m) với (d), (d_m) với Ox , (d) với Ox
 - H là hình chiếu vuông góc của M trên Ox . Xác định tọa độ điểm H
 - Tính chu vi và diện tích tam giác MNP
 - Chứng minh tam giác MNP là tam giác vuông
- Tìm điểm cố định K mà (d_m) luôn đi qua với mọi giá trị của m
- Tìm trên Oy hai điểm E và F sao cho tam giác KEF vuông cân

III. Các bài toán hình học

Bài 1. Cho nửa đường tròn (O) đường kính $AB = 2R$. Kẻ các tiếp tuyến Ax, By với (O) (Ax, By nằm cùng phía đối với nửa đường tròn (O)). Gọi M là 1 điểm trên đường tròn (M khác A và B). Tiếp tuyến tại M của nửa đường tròn cắt Ax, By thứ tự ở C và D . Chứng minh rằng:

- Góc COD bằng 90°

- b) 4 điểm B, D, M, O thuộc 1 đường tròn
- c) $CD = AC + BD$
- d) Tích $AC \cdot BD$ không đổi khi M chuyển động trên nửa đường tròn (O)
- e) AB là tiếp tuyến đường tròn đường kính CD
- f) Gọi N là giao điểm của AD và BC. Chứng minh: $MN \parallel AC$
- g) Gọi BN' là phân giác góc ABD (N' thuộc OD). Chứng minh: $\frac{1}{BO} + \frac{1}{BD} = \frac{\sqrt{2}}{BN'}$

Bài 2. Cho (O) đường kính $AB = 2R$. Gọi I là trung điểm OB, qua I kẻ dây CD vuông góc với OB. Tiếp tuyến tại C của (O) cắt tia AB tại E

- a) Tính OE theo R
- b) Tứ giác ACED là hình gì? Tính diện tích tứ giác ACED theo R
- c) C/m: ED là tiếp tuyến của (O)
- d) C/m: B là trực tâm tam giác CDE

Bài 3. Cho (O; R) và (O'; R') ($R > R'$) tiếp xúc ngoài tại A. Vẽ tiếp tuyến chung ngoài BC ($B \in (O)$, $C \in (O')$), tiếp tuyến chung trong tại A cắt BC tại M

- a) C/m: tam giác ABC vuông
- b) MO cắt AB tại D, MO' cắt AC tại E. C/m: $DE = AM$
- c) C/m: $MD \cdot MO = ME \cdot MO'$
- d) C/m: OO' tiếp xúc với đường tròn đường kính BC
- e) Tính BC theo R và R'

Bài 4. Cho (O; R), 2 tiếp tuyến tại A, B của (O) cắt nhau tại M, đoạn MO cắt (O) tại I, cắt AB tại K. Chứng minh:

- a) $OK \cdot OM = R^2$; $OK \cdot KM = \frac{AB^2}{4}$
- b) I là tâm đường tròn nội tiếp tam giác MAB
- c) Gọi H là trực tâm tam giác MAB, tứ giác AOBH là hình gì? Tại sao?
- d) Xác định khoảng cách MO để tứ giác AOBH là hình vuông

Bài 5. Cho tam giác ABC vuông tại A, đường cao AH, đường tròn (I) đường kính BC cắt AB ở D, đường tròn (K) đường kính HC cắt AC ở E, AH cắt DE ở O

- a) Xác định vị trí tương đối của 2 đường tròn (I) và (K)
- b) Tứ giác ADHE là hình gì?
- c) C/m DE là tiếp tuyến chung của 2 đường tròn (I) và (K)
- d) C/m: góc IOK vuông
- e) IO cắt DH tại M, KO cắt EH tại N. C/m: $MN \parallel DE$
- f) Cho $AB = 15\text{cm}$, $AC = 20\text{cm}$. Tính các bán kính của các đường tròn (I) và (K)

Bài 6. 2 đường tròn $(O; R)$ và $(O'; r)$ cắt nhau tại A, B. Chứng minh:

- a) OO' là trung trực của AB
- b) Vẽ đường kính AC của (O) và đường kính AD của (O') . C/m: 3 điểm B, C, D thẳng hàng
- c) Gọi I là trung điểm OO' . Vẽ qua A cát tuyến vuông góc với IA cắt (O) tại M, cắt (O') tại N. C/m: $AM = AN$
- d) AI kéo dài cắt CD tại K. C/m: K là trung điểm CD
- e) Cho $R = 12\text{cm}$, $r = 9\text{cm}$, đường tròn $(O; R)$ cố định. Xác định vị trí O' để AD là tiếp tuyến của (O)

Bài 7. Cho tam giác ABC cân tại A, O là trung điểm BC. Vẽ (O) tiếp xúc với các cạnh AB, AC ở H, K. Một tiếp tuyến với (O) cắt AB, AC tại M, N

- a) Cho $\widehat{B} = \widehat{C} = \alpha$, tính góc MON
- b) C/m: OM, ON chia tứ giác BMNC thành 3 tam giác đồng dạng với nhau
- c) Cho $BC = 2a$, tính $BM \cdot CN$
- d) Xác định vị trí cát tuyến MN để $BC + CN$ có giá trị nhỏ nhất

Bài 8. Cho nửa đường tròn (O) đường kính AB. M là điểm bất kỳ thuộc nửa đường tròn, H là chân đường vuông góc từ M đến AB. Vẽ đường tròn $(M; MH)$, kẻ các tiếp tuyến AC, BD với (M) (C, D là các tiếp điểm khác H)

- a) C/m: 3 điểm C, M, D thẳng hàng và CD là tiếp tuyến của (O)
- b) CM: khi M di chuyển trên nửa (O) thì tổng $AC + BD$ không đổi
- c) Giả sử CD cắt AB tại I. C/m OH, OI không đổi
- d) Tìm vị trí của M để diện tích tứ giác ABCD là lớn nhất

Bài 9. Cho đoạn thẳng $AB = 2R$ có O là trung điểm. Trong nửa mặt phẳng bờ AB vẽ Ax, By vuông góc với AB. Trên Ax lấy C, trên By lấy D sao cho $\widehat{COD} = 90^\circ$. CMR:

- a) $CD = AC + BD$
- b) CD là tiếp tuyến của đường tròn đường kính AB
- c) AC, BD không đổi khi C và D di động
- d) AB là tiếp tuyến của đường tròn đường kính CD

Bài 10. Cho đường tròn tâm O đường kính AB. Một điểm M thuộc cung AB sao cho $AM < BM$. Gọi M' là điểm đối xứng với M qua AB và S là giao điểm của hai tia BM và M'A. Gọi P là chân đường vuông góc hạ từ S xuống AB

- a) Chứng minh 4 điểm A, M, S, P cùng nằm trên một đường tròn
- b) Gọi S' là giao điểm của hai tia MA và SP. Chứng minh tam giác PS'M cân
- c) Chứng minh PM là tiếp tuyến của đường tròn (O)

IV. Các dạng bài tập nâng cao (dành cho học sinh giỏi)

Bài 1. Cho a, b, c là 3 số thực tùy ý. CMR: $a^2 + b^2 + c^2 + \frac{3}{4} \geq -a - b - c$

Bài 2. Tìm giá trị nhỏ nhất của biểu thức $P = 4x + y - 2\sqrt{xy} - 3\sqrt{x} + 5$

Bài 3. Cho x, y, z thỏa mãn $x^2 + y^2 + z^2 = 1$. Tìm GTLN của $P = |x + 2y + 3z|$

Bài 4. CMR nếu $x^2 + y^2 = 1$ thì $-\sqrt{2} \leq x + y \leq \sqrt{2}$

Bài 5. Cho x, y, z là các số thực dương. C/m: $\frac{1}{x} + \frac{1}{y} + \frac{1}{z} \geq \frac{1}{\sqrt{xy}} + \frac{1}{\sqrt{yz}} + \frac{1}{\sqrt{zx}}$

Bài 6.

a) Cho $N = \frac{x^2 - \sqrt{2}}{x^4 + (\sqrt{3} - \sqrt{2})x^2 - \sqrt{6}}$. Rút gọn rồi tìm GTLN của N

b) Cho $M = \sqrt{x + 2(1 + \sqrt{x + 1})} + \sqrt{x + 2(1 - \sqrt{x + 1})}$. Tìm GTNN của M

Bài 7. Giải các phương trình sau:

a) $\sqrt{3x^2 - 18x + 28} + \sqrt{4x^2 - 24x + 45} = 13 - x^2 + 6x$

b) $\sqrt{4x^2 + 4x + 5} + \sqrt{8x^2 + 8x + 11} = 4 - 4x^2 - 4x$

c) $\sqrt{x - 4} + \sqrt{6 - x} = x^2 - 10x + 27 \quad \square$

d) $\sqrt{x - 2} + \sqrt{4 - x} = x^2 - 6x + 11$

e) $\sqrt{x + 2 + 3\sqrt{2x - 5}} + \sqrt{x - 2 - \sqrt{2x - 5}} = 2\sqrt{2}$