

Bài I (2,0 điểm)

Cho hai biểu thức: $A = \frac{x-7}{\sqrt{x}}$ và $B = \frac{3}{\sqrt{x+2}} + \frac{\sqrt{x}}{2-\sqrt{x}} + \frac{2x-3\sqrt{x}+6}{x-4}$, với $x > 0, x \neq 4$.

- 1) Tính giá trị của A khi $x = 9$.
- 2) Rút gọn biểu thức B .
- 3) Tìm tất cả các giá trị nguyên của x để biểu thức $P = A.B$ có giá trị nguyên.

Bài II (2,0 điểm)

- 1) Giải bài toán sau bằng cách lập phương trình hoặc hệ phương trình:

Một phân xưởng may xong 300 chiếc khẩu trang trong một thời gian quy định. Để hoàn thành sớm kế hoạch, mỗi ngày xưởng đã may được nhiều hơn 10 chiếc khẩu trang so với số khẩu trang phải may một ngày theo kế hoạch. Vì thế 3 ngày trước khi hết thời hạn, xưởng đã may được 280 chiếc khẩu trang. Hỏi theo kế hoạch, mỗi ngày phân xưởng phải may xong bao nhiêu chiếc khẩu trang?

- 2) Một bóng đèn huỳnh quang có dạng một hình trụ có chiều dài bằng 120cm và bán kính của đường tròn đáy bằng 2cm. Tính thể tích của bóng đèn đó. (Lấy $\pi \approx 3,14$).

Bài III (2,5 điểm)

- 1) Giải hệ phương trình
$$\begin{cases} \sqrt{x+1} + \frac{2y}{y+1} = 2 \\ \sqrt{4x+4} - \frac{1}{y+1} = \frac{3}{2} \end{cases}$$

- 2) Cho Parabol $(P): y = x^2$ và đường thẳng $(d): y = 2x + m - 1$ với m là tham số.

- a) Tìm các giá trị của m để (d) cắt (P) tại hai điểm phân biệt.
- b) Khi (d) cắt (P) tại hai điểm phân biệt có hoành độ x_1, x_2 , tìm các giá trị của m để $x_1^3 - x_2^3 + x_1x_2 = 4$.

Bài IV (3,0 điểm)

Cho đường tròn $(O; R)$ và dây BC cố định không đi qua O . Trên cung lớn BC lấy điểm A sao cho tam giác ABC nhọn và $AB < AC$. Các đường cao AD, BE, CF của tam giác ABC cắt nhau tại H . Gọi S là điểm đối xứng với A qua EF , K là điểm đối xứng với A qua O .

- 1) Chứng minh rằng bốn điểm B, F, E, C cùng thuộc một đường tròn.
- 2) Đường thẳng qua A song song với EF cắt trung trực của AB tại N , NK cắt (O) tại L (khác K). Chứng minh rằng NB là tiếp tuyến của (O) .
- 3) Chứng minh rằng: Khi điểm A thay đổi trên cung lớn BC của (O) thì $\frac{BK.AL}{BL}$ không đổi và đường tròn ngoại tiếp tam giác HSD luôn đi qua một điểm cố định.

Bài V (0,5 điểm)

Với a, b, c là các số thực không âm thỏa mãn $ab + bc + ca = 1$, chứng minh rằng $\frac{6-5abc}{a+b+c} \leq 3$.

Dấu đẳng thức xảy ra khi nào?

..... Hết

Cán bộ coi thi không giải thích gì thêm.

Bài 7: $\begin{cases} a, b, c \geq 0, \text{ CMR } \frac{6-5abc}{a+b+c} \leq 3 \\ ab+bc+ca=1 \end{cases}$

LG:

BT $\Rightarrow a+b+c + \frac{5abc}{3} \geq 2 \quad (*)$

KMTA, giả sử $a \leq b \leq c$

Thay $c = \frac{1-ab}{a+b}$ vào $(*)$ ta được:

$$a+b + \frac{1-ab}{a+b} + 5ab \cdot \frac{1-ab}{3(a+b)} \geq 2$$

$$\Leftrightarrow \frac{ab(2-5ab)}{3} + \frac{3(a+b-1)^2}{15} \geq 0 \quad (\text{chung v. } ab \leq 1)$$

$\Rightarrow$ ĐPCM: " $=$ " $\Rightarrow (a, b, c) = (1, 0, 1)$ và các hoán vị

HONG HA