

Bài 1: (4 điểm)

Cho biểu thức: $A = \left(\frac{x^2+2}{x^2-1} + \frac{x}{x^2+x+1} + \frac{1}{1-x} \right) : \frac{x-1}{2}$ với $x \neq 1$

- 1) Rút gọn biểu thức A;
- 2) Tìm x để $A = \frac{2}{3}$;
- 3) Tìm giá trị lớn nhất của A.

Bài 2: (4,5 điểm)

- 1) Giải phương trình: $2x^3 + 6x^2 = x^2 + 3x$.
- 2) Tìm các hằng số a, b sao cho đa thức $f(x) = x^4 - x^3 - 3x^2 + ax + b$ chia cho đa thức $x^2 - x - 2$ dư $2x - 3$.
- 3) Tìm các số nguyên x, y thỏa mãn $x^2 + 4y^2 + 2x - 4y = 23$.

Bài 3: (3 điểm)

- 1) Cho ba số a, b, c thỏa mãn $\frac{a}{b} + \frac{b}{c} + \frac{c}{a} = \frac{b}{a} + \frac{c}{b} + \frac{a}{c}$. Chứng minh rằng tồn tại ít nhất hai số bằng nhau.
- 2) Chứng minh rằng $n^3 - n + 2$ không là số chính phương.

Bài 4: (7 điểm)

Cho đoạn thẳng AB, gọi O là trung điểm của AB. Trên cùng nửa mặt phẳng bờ chứa AB vẽ hai tia Ax và By vuông góc với AB. Trên Ax lấy M, By lấy N sao cho $\widehat{MON} = 90^\circ$.

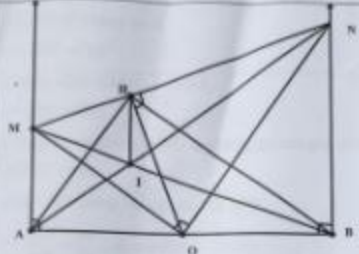
- a) Chứng minh rằng: $\triangle AMO$ đồng dạng với $\triangle BON$;
- b) Chứng minh rằng: $MO^2 = AM \cdot MN$;
- c) Kẻ OH vuông góc với MN tại H. Chứng minh rằng: $\widehat{AOH} = 90^\circ$;
- d) Gọi giao điểm của BM và AN là I. Chứng minh rằng HI song song với AM.
- e) Gọi BH cắt Ax tại K. Chứng minh rằng M là trung điểm của AK.

Bài 5: (1,5 điểm)

Cho ba số x, y, z thỏa mãn $xyz = 1$ và $\frac{1}{x} + \frac{1}{y} + \frac{1}{z} < x + y + z$. Chứng tỏ rằng trong ba số x, y, z có đúng một số lớn hơn 1.

HƯỚNG DẪN CHẤM TOÁN 8

Bài	Y	Nội dung	Điểm
1	2 điểm	Điều kiện xác định: Với mọi $x \neq 1$ $A = \left(\frac{x^2+2}{x^2-1} + \frac{x}{x^2+x+1} + \frac{1}{1-x} \right) \cdot \frac{x-1}{2}$ $= \left(\frac{x^2+2}{(x-1)(x^2+x+1)} + \frac{x}{x^2+x+1} - \frac{1}{x-1} \right) \cdot \frac{x-1}{2}$ $= \frac{x^2+2+x(x-1)-(x^2+x+1)}{(x-1)(x^2+x+1)} \cdot \frac{x-1}{2}$ $= \frac{x^2+2+x^2-x-x^2-x-1}{(x-1)(x^2+x+1)} \cdot \frac{x-1}{2}$ $= \frac{x^2-2x+1}{(x-1)(x^2+x+1)} \cdot \frac{x-1}{2}$ $= \frac{x^2-2x+1}{x^2+x+1} \cdot \frac{1}{2}$ $= \frac{2}{x^2+x+1}$ Vậy với $x \neq 1$ thì $A = \frac{2}{x^2+x+1}$	0,25 0,25 0,5 0,25 0,5 0,25
		Với $x = 1$ thì $A = \frac{2}{x^2+x+1}$ Để $A = \frac{2}{3} \Rightarrow \frac{2}{x^2+x+1} = \frac{2}{3}$ $\Rightarrow x^2+x+1=3$ $\Rightarrow x^2+x-2=0$ $\Rightarrow (x-1)(x+2)=0$ $\Rightarrow x=1$ hoặc $x=-2$ Với $x=1$ không thỏa mãn (loại) Với $x=-2$ thỏa mãn. Kết luận.....	0,25 0,25 0,25 0,25
		Với $x \neq 1$ thì $A = \frac{2}{x^2+x+1}$ Ta có: $x^2+x+1 = \left(x+\frac{1}{2}\right)^2 + \frac{3}{4} \geq \frac{3}{4}$ $\Rightarrow \frac{2}{\left(x+\frac{1}{2}\right)^2 + \frac{3}{4}} \leq \frac{2}{\frac{3}{4}} = \frac{8}{3}$ $\Rightarrow A \leq \frac{8}{3}$ Đều "v" xảy ra khi $x = -\frac{1}{2}$	0,25 0,25 0,25

2 1,5 điểm	Xét $n^2 - n = n(n-1) \cdot k(n^2 + 1)$ $+ n = 5k \Rightarrow n^2 - n$ chia hết cho 5 $+ n = 5k + 1 \Rightarrow n^2 - 1$ chia hết cho 5 $+ n = 5k + 2 \Rightarrow n^2 + 1$ chia hết cho 5 Vậy $n^2 - n$ chia hết cho 5 nên nó có tận cùng là 0 hoặc 5 $\Rightarrow n^2 - n + 2$ có tận cùng là 2 hoặc 7 nên nó không thể là số chính phương.	0,25 0,25 0,25 0,25 0,25 0,25
1 2 điểm		0,5
	Chỉ ra được $\angle AOM + \angle BON = 90^\circ$ Chứng minh được $\angle AOM = \angle BNO$ (cùng phụ với $\angle BON$) Chứng minh được $\triangle AMO$ đồng dạng với $\triangle BON$ (g.g)	0,5 0,5 0,5
4 2 2 điểm	Vì $\triangle AMO$ đồng dạng với $\triangle BON$ (câu a) $\Rightarrow \frac{AM}{BO} = \frac{MO}{ON}$ $\Rightarrow \frac{AM}{OM} = \frac{BO}{ON}$ $\Rightarrow \frac{AM}{OM} = \frac{AO}{ON}$ (vì $AO = BO$) Xét $\triangle AMO$ đồng dạng với $\triangle OMN$ có $\frac{AM}{OM} = \frac{AO}{ON}$ và $\angle MAO = \angle MON = 90^\circ$ $\Rightarrow \triangle AMO$ đồng dạng với $\triangle OMN$ (c.g.c) $\Rightarrow \frac{AM}{OM} = \frac{AO}{ON} = \frac{MO}{MN}$ $\Rightarrow OM^2 = AM \cdot MN$	0,25 0,25 0,25 0,25 0,25 0,25 0,5 0,25

		Vậy giá trị lớn nhất của $A = \frac{8}{3}$ khi $x = -\frac{1}{2}$	0,25
1	1,5 điểm	$2x^2 + 6x^2 = x^2 + 3x$	0,25
		$\Leftrightarrow 2x^2 + 6x^2 - x^2 - 3x = 0$	0,25
		$\Leftrightarrow 2x^2 + 5x^2 - 3x = 0$	0,25
		$\Leftrightarrow x(2x^2 + 5x - 3) = 0$	0,25
		$\Leftrightarrow x(x + 3)(2x - 1) = 0$	0,25
2	2 1,5 điểm	Giải đúng $x = 0$ hoặc $x = -3$ hoặc $x = \frac{1}{2}$	0,25
		Kết luận	0,25
		Vì đa thức $f(x) = x^3 - x^2 - 3x^2 + ax + b$ chia cho đa thức $x^2 - x - 2$ dư $2x - 3$	0,25
		$\Rightarrow f(x) = (x^2 - x - 2).q(x) + 2x - 3$ với mọi x	0,25
		$\Rightarrow x^3 - x^2 - 3x^2 + ax + b = (x + 1)(x - 2).q(x) + 2x - 3$	0,25
3	3 1,5 điểm	Với $x = -1$ ta có $-a + b = -4$ (1)	0,25
		Với $x = 2$ ta có $2a + b = 5$ (2)	0,25
		Từ (1) và (2) giải đúng $a = 3, b = -1$	0,25
		Vậy $a = 3, b = -1$	0,25
		$x^2 + 4y^2 + 2x - 4y = 23$	0,25
3	1 1,5 điểm	$\Leftrightarrow (x + 1)^2 + (2y - 1)^2 = 25$	0,25
		Do $2y - 1$ là số lẻ $\Rightarrow (2y - 1)^2$ là số chính phương lẻ	0,25
		$\Leftrightarrow (x + 1)^2$ là số chính phương chẵn	0,25
		$\Leftrightarrow$ Vậy chỉ có thể	0,25
		TH1: $\begin{cases} (x + 1)^2 = 0 \\ (2y - 1)^2 = 25 \end{cases}$	0,25
3	1 1,5 điểm	Giải đúng có hai cặp số $(-1; -2)$ và $(-1; 3)$	0,25
		TH2: $\begin{cases} (x + 1)^2 = 16 \\ (2y - 1)^2 = 9 \end{cases}$	0,25
		Giải đúng 4 cặp số $(-5; -1), (-5; 2), (3; -1), (3; 2)$	0,25
		Kết luận	0,25
		$\frac{a}{b} + \frac{b}{c} + \frac{c}{a} = \frac{b}{a} + \frac{c}{b} + \frac{a}{c}$	0,25
3	1 1,5 điểm	$\Rightarrow \frac{a^2c + ab^2 + bc^2}{abc} = \frac{b^2c + ac^2 + a^2b}{abc}$	0,25
		$\Rightarrow a^2c + ab^2 + bc^2 = b^2c + ac^2 + a^2b$	0,25
		$\Rightarrow a^2c - a^2b + ab^2 - ac^2 + bc^2 - b^2c = 0$	0,25
		$\Rightarrow (c - b)(a^2 - ac - ab + bc) = 0$	0,25
		$\Rightarrow (c - b)(a - b)(a - c) = 0$	0,25
3	1 1,5 điểm	$\Rightarrow$ Vậy ít nhất có 2 số bằng nhau	0,25
			0,25

	$AM/BN \Rightarrow \frac{NI}{IA} = \frac{BI}{IM}$ (định lý Ta let) $\Rightarrow \frac{NI}{NI+IA} = \frac{BI}{BI+IM} \Rightarrow \frac{NI}{NA} = \frac{BI}{BM}$ $\Rightarrow \frac{HI}{AM} = \frac{HI}{MK} \Rightarrow AM = MK$ (cũng có thể chứng minh $\triangle MAH$ cân $\Rightarrow \triangle MKH$ cân $\Rightarrow MA = MK$)	0,25 0,25 0,25
5 1,5 điểm	Xét $(x-1)(y-1)(z-1)$ $= xyz - (xy + yz + zx) + x + y + z - 1$ $= (xyz - 1) + (x + y + z) - xyz(\frac{1}{x} + \frac{1}{y} + \frac{1}{z})$ $= x + y + z - (\frac{1}{x} + \frac{1}{y} + \frac{1}{z}) > 0$ (vì $\frac{1}{x} + \frac{1}{y} + \frac{1}{z} < x + y + z$ theo gt) $\Rightarrow (x-1)(y-1)(z-1) > 0$ + TH1: cả 3 số dương $\Rightarrow xyz > 1$ trái với giả thiết (loại) + TH2: Hai số âm, một số dương vậy chỉ có 1 số lớn hơn 1.	0,25 0,25 0,25 0,25 0,25 0,25