

ĐỀ CHÍNH THỨC

MÔN: TOÁN 9

Thời gian làm bài: 90 phút (không kể thời gian giao đề)
(Đề gồm có 01 trang)

Bài 1. (3,0 điểm)

1) Giải hệ phương trình:
$$\begin{cases} \frac{1}{x-2} - \frac{2}{y+1} = -2 \\ \frac{3}{x-2} + \frac{1}{y+1} = \frac{-5}{2} \end{cases}$$

2) Cho phương trình: $x^4 - 2(m+1)x^2 + 2m + 1 = 0$ (1)

a) Giải phương trình với $m = 2$.

b) Tìm m để phương trình (1) có bốn nghiệm phân biệt.

Bài 2. (3,0 điểm)

1) Giải bài toán bằng cách lập phương trình hoặc hệ phương trình.

Hai ô tô khởi hành cùng một lúc để đi từ A đến B, trên quãng đường AB dài 120km. Biết rằng vận tốc trung bình của ô tô thứ nhất lớn hơn vận tốc trung bình của ô tô thứ hai là 12km/h. Vì vậy, ô tô thứ nhất đã đến B trước ô tô thứ hai là 30 phút. Tính vận tốc trung bình của mỗi ô tô?

2) Tính thể tích của hình trụ biết rằng diện tích đáy là $50,24 \text{ cm}^2$, chiều cao 6 cm .

Bài 3. (3,5 điểm)

Cho tam giác ABC nhọn, nội tiếp đường tròn (O). Ba đường cao AD, BE, CF của tam giác ABC cùng đi qua trực tâm H.

1) Chứng minh tứ giác BCEF là tứ giác nội tiếp.

2) Chứng minh $HA.HD = HB.HE = HC.HF$

3) Đường tròn ngoại tiếp tam giác DEF cắt BC tại điểm thứ hai I. Chứng minh DH là tia phân giác của góc EDF và I là trung điểm của BC.

Bài 4. (0,5 điểm)

Cho các số thực dương x, y tìm giá trị nhỏ nhất của biểu thức:

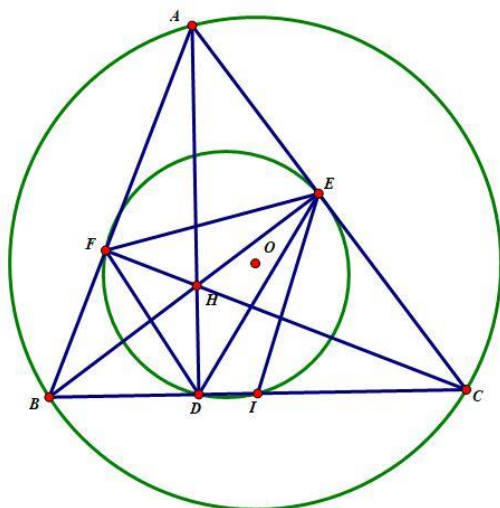
$$P = \frac{xy}{x^2 + y^2} + \frac{x^2 + y^2}{xy}$$

HẾT

(Giám thị coi không giải thích gì thêm)

Họ và tên thí sinh: SBD:

Họ tên giám thị số 1 Chữ ký:



3. ý 2

Ta có : tứ giác FHDB nội tiếp $\Rightarrow$ $\angle HFD = \angle HBD$ (2 góc kề cùng nhìn 1 cạnh)

Mà $\angle HBD = 90^\circ - \angle ACB$ (do $\angle BEC = 90^\circ$)

$\Rightarrow \angle HFD = 90^\circ - \angle ACB$

Tương tự $\angle HFE = 90^\circ - \angle ACB$

$\Rightarrow \angle DFE = \angle HFD + \angle HFE = 180^\circ - 2\angle ACB$

Gọi I' là trung điểm BC

Xét tam giác BEC vuông tại E có I' là trung điểm BC

$\Rightarrow EI' = BI'/2$ (tính chất đường trung tuyến ứng cạnh huyền)

Mà $CI' = BI'/2$ (do I' là trung điểm BC)

$\Rightarrow EI' = CI' \Rightarrow$ tam giác $EI'C$ cân tại I'

$\Rightarrow \angle EI'C = 180^\circ - 2\angle ACB$ (tính chất tam giác cân)

Mà $\angle EI'C + \angle EI'B = 180^\circ$ (2 góc kề bù)

$\Rightarrow \angle EI'B = 2\angle ACB$

Mà $\angle DFE = 180^\circ - 2\angle ACB$

$\Rightarrow \angle EI'B + \angle DFE = 180^\circ$

Mà 2 góc này là 2 góc đối của tứ giác $FEI'D$

$\Rightarrow FEI'D$ nội tiếp. Mà I', D thuộc BC

$\Rightarrow$ Đường tròn ngoại tiếp tam giác DEF cắt BC tại I', D

Mà theo giả thiết, đường tròn này cắt BC tại I, D

$\Rightarrow I$ trùng I' . Mà I' là trung điểm BC

$\Rightarrow I$ là trung điểm BC

$$\frac{xy}{x^2 + y^2} + \frac{x^2 + y^2}{xy} = \frac{xy}{x^2 + y^2} + \frac{x^2 + y^2}{4xy} + \frac{3}{4} \cdot \frac{x^2 + y^2}{xy}$$

Áp dụng BĐT Cô-si cho 2 số nguyên dương, ta có:

$$\frac{xy}{x^2 + y^2} + \frac{x^2 + y^2}{4xy} \geq 2 \cdot \sqrt{\frac{xy}{x^2 + y^2} \cdot \frac{x^2 + y^2}{4xy}}$$

$$\Rightarrow \frac{xy}{x^2 + y^2} + \frac{x^2 + y^2}{4xy} \geq 1$$

$$\text{Lại có: } \frac{3}{4} \cdot \frac{x^2 + y^2}{xy} \geq \frac{3}{4} \cdot \frac{2xy}{xy}$$

$$\Rightarrow \frac{3}{4} \cdot \frac{x^2 + y^2}{xy} \geq \frac{3}{2}$$

$$\text{Vậy } \frac{xy}{x^2 + y^2} + \frac{x^2 + y^2}{xy} \geq \frac{5}{2}$$

Dấu bằng xảy ra $\Leftrightarrow x = y$