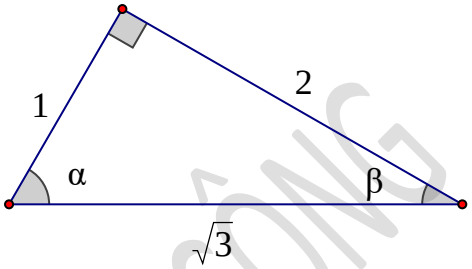
ĐỀ SỐ 2

I. TRẮC NGHIỆM (2,0 điểm) Chọn phương án đúng.

Câu 1.

Cho hình vẽ, kết luận nào sau đây là đúng



A. $\cos\beta = 2$.

B. $\sin\alpha = \frac{1}{2}$.

C. $\cos\beta = \frac{2}{\sqrt{3}}$.

D. $\sin^2\beta + \cos^2\alpha = 1$.

Câu 2. Cho ΔDEG có $\hat{E} = 90°$. Hệ thức nào sau đây là đúng:

A. $DG = DE \cdot \sin E$.

B. $DG = \frac{EG}{\sin D}$.

C. $DE = GE \cdot \tan D$.

D. $DE = EG \cdot \sin G$.

Câu 3. Cho ΔABC, $\hat{A} = 90°$ có $BC = 6\sqrt{5}$ và $\sin B = 2\sin C$. Độ dài cạnh AB là

A. 4. **B.** 5. **C.** 6. **D.** 8.

Câu 4. Biết $\alpha = 60°$ và $B = \frac{\cos\alpha + \sin\alpha}{\sin\alpha - \cos\alpha}$. Kết quả nào sau đây là đúng?

A. $B = 2 - \sqrt{3}$.

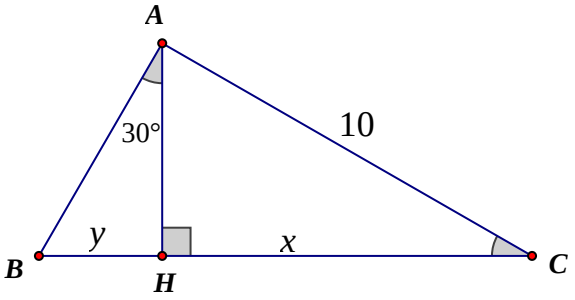
B. $B = 2\sqrt{3}$.

C. $B = \sqrt{3} + 2$.

D. $B = \frac{\sqrt{3}+2}{2}$.

II. TỰ LUẬN (8,0 điểm)

Bài 1. (3,0 điểm) Tìm x, y trong hình vẽ?



Bài 2. (4,5 điểm)

Cho hình chữ nhật MNPQ có $MQ = 6$ cm, $PQ = 8$ cm.

1) Tính MP.

HÃY CỐ GẮNG ĐỂ THÀNH CÔNG

2) Đường thẳng đi qua Q và vuông góc với MP tại A cắt MN tại D và cắt tia PN ở điểm I. Tính AQ.

3) Chứng minh rằng $AQ^2 = AB \cdot AI$ và tính NAP.

Bài 3. (0,5 điểm)

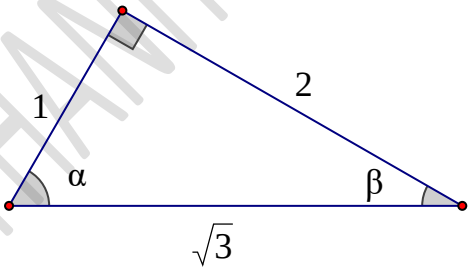
Chứng minh đẳng thức $1-\cos 2\alpha = 2\sin^2 \alpha$ với $\alpha < 45°$.

GIẢI

I. TRẮC NGHIỆM (2,0 điểm) Chọn phương án đúng.

Câu 1.

Cho hình vẽ, kết luận nào sau đây là đúng



Đáp án C. $\cos\beta = \dfrac{2}{\sqrt{3}}$.

Câu 2. Cho ΔDEG có $\hat{E} = 90°$. Hệ thức nào sau đây là đúng:

Đáp án B. $DG = \dfrac{EG}{\sin D}$.

Câu 3. Cho ΔABC, $\hat{A} = 90°$ có $BC = 6\sqrt{5}$ và $\sin B = 2\sin C$. Độ dài cạnh AB là

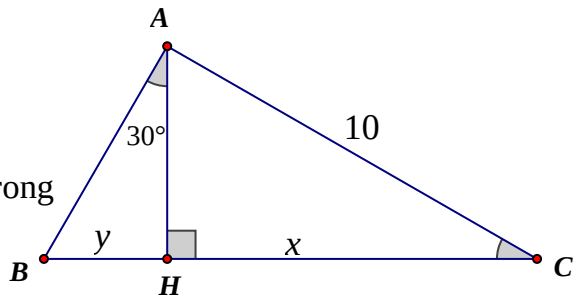
Đáp án C. 6.

Câu 4. Biết $\alpha = 60°$ và $B = \dfrac{\cos\alpha + \sin\alpha}{\sin\alpha - \cos\alpha}$. Kết quả nào sau đây là đúng?

Đáp án C. $B = \sqrt{3}+2$.

II. TỰ LUẬN (8,0 điểm)

Bài 1. (3,0 điểm) Tìm x, y trong hình vẽ?



Ta có $A = C = 30°$ (theo kí hiệu trong hình)

Xét $\Delta ABH : A = 30°; H = 90°$ nên $B = 60°$ (Tổng 3 góc trong tam giác)

Xét ΔACH $H = 90°$

HÃY CỐ GẮNG ĐỂ THÀNH CÔNG

$x = 10\cos C = 10\cos 30° = 10.\dfrac{\sqrt{3}}{2} = 5\sqrt{3}$

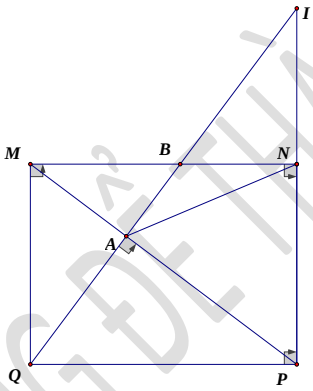
Xét ΔABC: $B = 60°; C = 30°$ nên $A = 90°$ (Tổng 3 góc trong tam giác)

$\Rightarrow AB = AC\tan C = 10.\dfrac{1}{\sqrt{3}} = \dfrac{10\sqrt{3}}{3}$

Xét ΔABH: $H = 90°$ nên $BH = AB\sin A = AB\sin 30° = \dfrac{10\sqrt{3}}{3}.\dfrac{1}{2} = \dfrac{5\sqrt{3}}{3}$

Bài 2. (4,5 điểm)

Cho hình chữ nhật MNPQ có $MQ = 6$ cm, $PQ = 8$ cm.



1) Tính MP.

Xét hình chữ nhật MNPQ:

$MQ = NP = 6cm$ (tính chất hình chữ nhật)

$MN = PQ = 8cm$ (tính chất hình chữ nhật)

$M = N = P = Q = 90°$ (Tính chất hình chữ nhật)

Xét ΔMPQ: $Q = 90°$

Áp dụng định lý Pytago:

$MQ^2 + QP^2 = MP^2$

$6^2 + 8^2 = 10^2$

$\Rightarrow MP = 10cm$

HÃY CỐ GẮNG ĐỂ THÀNH CÔNG

2) Đường thẳng đi qua Q và vuông góc với MP tại A cắt MN tại B và cắt tia PN ở điểm I. Tính AQ.

Xét $\Delta MPQ : Q = 90°$, $QA \perp MP$: Áp dụng hệ thức lượng trong tam giác ta được

$$\frac{1}{AQ^2} = \frac{1}{MQ^2} + \frac{1}{QP^2}$$

$$\frac{1}{AQ^2} = \frac{1}{6^2} + \frac{1}{8^2}$$

$$\Rightarrow \frac{1}{AQ^2} = \left(\frac{5}{24}\right)^2 \Rightarrow AQ^2 = \left(\frac{24}{5}\right)^2$$

$$\Rightarrow AQ = \frac{24}{5} = 4,8$$

3)Chứng minh rằng $AQ^2 = AB \cdot AI$ và tính NAP.

Xét $\Delta MPN \,\&\, \Delta IPA$:

P chung

$A = N = 90°$

Suy ra $\Delta MPN \backsim \Delta IPA(gg) \Rightarrow M = \hat{I}$ (góc tương ứng)

Xét $\Delta MBA \,\&\, \Delta IAP$:

$M = \hat{I}(cmt)$

$MAI = PAI = 90°$

$$\Rightarrow \Delta MBA \backsim \Delta IPA(\text{gg}) \Rightarrow \frac{AB}{AP} = \frac{AM}{IA} \Rightarrow AB.AI = AM.AP \ (*)$$

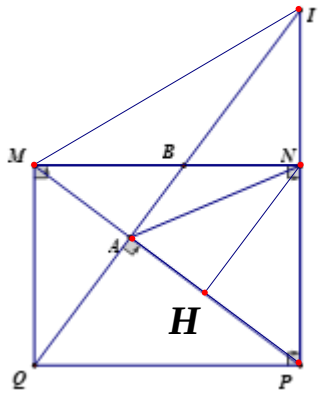
Xét $\Delta MPQ : Q = 90°$, $QA \perp MP$ ta áp dụng hệ thức lượng trong tam giác vuông:

$MA.AP = QA^2$ (**)

Từ (*) và (**) ta được $QA^2 = AB.AI$ (đpcm)

Tính NAP:

HÃY CỐ GẮNG ĐỂ THÀNH CÔNG



Từ N kẻ $NH \perp AP$

Xét ΔMNP vuông tại N: nên $\sin P = \frac{MN}{MP} = \frac{8}{10} = \frac{4}{5}; \cos MPH = \frac{NP}{MP} = \frac{6}{10} = \frac{3}{5};$

$\cos M = \frac{MN}{MP} = \frac{8}{10} = \frac{4}{5}.$

Xét $\Delta NPH : H = 90°.$

$\sin NPH = \frac{NH}{NP} = \frac{4}{5} \Rightarrow NH = \frac{4}{5}.NP = \frac{4}{5}.6 = \frac{24}{5}.$

$\cos NPH = \frac{3}{5} = \frac{HP}{NP} \Rightarrow HP = \frac{3}{5}.NP = \frac{3}{5}.6 = \frac{18}{5}$

Ta dễ dàng chứng minh được $\Delta MNH = \Delta PQA$ (cạnh huyền góc nhọn) $\Rightarrow AP = MH$

$\cos HMN = \frac{MH}{MN} = \frac{4}{5} \Rightarrow MH = \frac{4}{5}.MN = \frac{4}{5}.8 = \frac{32}{5}$

Vậy $MH = AP = \frac{32}{5}.$

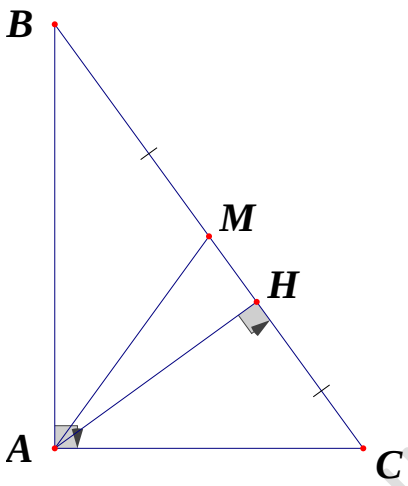
$\Rightarrow AH = AP - HP = \frac{32}{5} - \frac{24}{5} = \frac{8}{5}$

Xét ΔANP vuông tại H:

$\tan NAH = \frac{NH}{AH} = \frac{\frac{24}{5}}{\frac{8}{5}} = 3$ vậy $NAH = \arctan 3 \backsim 71,5°$

HÃY CỐ GẮNG ĐỂ THÀNH CÔNG

Bài 3. (0,5 điểm)



Ta có dựng: ΔABC có $A = 90°$ sao cho $ABC = \alpha < 45°$

Xét ΔABM :

AM là trung tuyến ứng với cạnh huyền của tam giác vuông ABC nên $AM = \frac{1}{2}BC = BM = MC$

$\Rightarrow AM = BM$ nên ΔABM là tam giác cân. $\Rightarrow MAB = MBA = \alpha$ (tính chất tam giác cân)

$\Rightarrow AMC = 2\alpha$ (góc ngoài tam giác)

Từ A hạ $AH \perp BC$. Xét ΔAMH có $H = 90°$ nên $\cos AMH = \frac{MH}{AM} = \cos 2\alpha$

Ta có

HÃY CỐ GẮNG ĐỂ THÀNH CÔNG

$$1-\cos 2\alpha = 1-\frac{MH}{AM} = 1-\frac{MH}{MC} = \frac{HC}{MC}$$

$$1-\cos 2\alpha = 1-\frac{MH}{AM}$$

$$= 1-\frac{MH}{MC} = \frac{HC}{MC}$$

$$= \frac{2CH}{BC} = \frac{2CH.CB}{CB^2} = 2\left(\frac{AC}{BC}\right)^2$$

$$= \frac{2CH}{BC} = \frac{2CH.CB}{CB^2}$$

$$= 2\sin^2 ABC = 2\sin^2 \alpha$$

(đpcm)

HÃY CỐ GẮNG ĐỂ THÀNH CÔNG