

Thời gian: 120 phút (không kể thời gian phát đề)

Bài 1 (2 điểm): Cho hai biểu thức $A = \frac{\sqrt{x}+3}{\sqrt{x}-4}$; $B = \frac{\sqrt{x}+3}{\sqrt{x}+4} + \frac{5\sqrt{x}+12}{x-16}$, với $x \geq 0; x \neq 16$

- 1) Tính giá trị của biểu thức A khi $x = 9$
- 2) Chứng tỏ rằng: $B = \frac{\sqrt{x}}{\sqrt{x}-4}$
- 3) Tìm m để phương trình $\frac{B}{A} = m + 1$ có nghiệm

Bài 2 (2,5 điểm) :

- 1) Giải bài toán sau bằng cách lập phương trình hoặc hệ phương trình:

Theo kế hoạch, một phân xưởng sản xuất thiết bị y tế cần phải sản xuất 1500 chiếc nhiệt kế điện tử phục vụ công tác đo thân nhiệt để phòng chống dịch bệnh covid 19 trong một thời gian quy định. Để đáp ứng nhu cầu của thị trường, mỗi ngày phân xưởng đã sản xuất vượt mức 50 chiếc nên phân xưởng không chỉ đã hoàn thành kế hoạch sớm hơn thời gian quy định 2 ngày mà còn làm thêm được 100 chiếc nữa. Hỏi theo thực tế mỗi ngày phân xưởng sản xuất bao nhiêu chiếc nhiệt kế điện tử?

2) Một cốc hình trụ đựng đầy nước có chiều cao bằng 10cm, thể tích bằng $160\pi \text{ cm}^3$. Người ta thả vào cốc một quả bóng hình cầu có bán kính bằng bán kính của hình trụ sao cho quả bóng ngập toàn bộ trong nước. Tính lượng nước bị tràn ra.

Bài 3(2 điểm) : 1) Giải hệ phương trình sau :
$$\begin{cases} \frac{5}{\sqrt{x}-2} + |2y-3| = 6 \\ \frac{1}{\sqrt{x}-2} - 3|2y-3| = -2 \end{cases}$$

- 2) Trong mặt phẳng tọa độ xOy, cho parabol (P): $y = \frac{1}{2}x^2$ và đường thẳng (d) có hệ số góc là k

($k \neq 0$) và đi qua điểm M (0;2)

a) Viết phương trình đường thẳng (d). Chứng minh (d) luôn cắt (P) tại hai điểm phân biệt A và B.

b) Gọi E và F là hình chiếu của A và B trên trục hoành. Chứng minh tam giác MEF vuông tại M.

Bài 4(3 điểm) Cho tam giác ABC nhọn nội tiếp đường tròn (O ; R). Đường cao AD, BE cắt nhau tại H. Kéo dài BE cắt đường tròn (O; R) tại F.

1) Chứng minh tứ giác BDEA là tứ giác nội tiếp.

2) a) Chứng minh tam giác AHF cân.

b) Kẻ tia Et là tiếp tuyến của đường tròn ngoại tiếp tam giác CDE tại điểm E; M là giao điểm của Et và AB. Chứng minh M là trung điểm của AB.

3) Cho BC cố định và $BC = R\sqrt{3}$. Xác định vị trí điểm A trên (O) để tích DH.DA lớn nhất.

Bài 5:(0,5 điểm)

Cho x, y, z là ba số dương thỏa mãn: $x + y + z = 2022$. Tìm giá trị lớn nhất của biểu thức:

$$M = \frac{x}{x + \sqrt{2022x + yz}} + \frac{x}{y + \sqrt{2022y + zx}} + \frac{x}{z + \sqrt{2022z + xy}}$$