

Phân tích ma trận đề

Khối	Cấp độ	Nhận biết	Thông hiểu	Vận dụng	Vận dụng cao
	Chương				
12	<i>I. Ứng dụng đạo hàm để khảo sát và vẽ ĐTHS</i>	4	4	1	1
	<i>II. Hàm số lũy thừa, hàm số mũ và hàm số Logarit</i>	3	3	1	1
	<i>III. Nguyên hàm - Tích phân và ứng dụng</i>	2	2	3	1
	<i>IV. Số phức</i>	3	1	1	1
	<i>V. Khối đa diện</i>	1	1	1	
	<i>VI. Mặt nón, mặt trụ, mặt cầu</i>	2			
	<i>VII. Phương pháp tọa độ trong không gian</i>	3	3	1	1
11	<i>VIII. Tổ hợp - Xác suất</i>	1	1		
	<i>IX. Dãy số - Cấp số cộng và cấp số nhân</i>	1			
	<i>X. Quan hệ vuông góc trong không gian</i>			2	
Tổng		20	15	10	5

Bảng đáp án

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
C	D	B	D	A	A	B	C	D	A
11	12	13	14	15	16	17	18	19	20
B	A	C	B	A	A	D	A	B	D
21	22	23	24	25	26	27	28	29	30
A	B	D	C	B	B	A	D	C	C
31	32	33	34	35	36	37	38	39	40
D	A	D	D	B	A	B	A	C	A
41	42	43	44	45	46	47	48	49	50
B	C	A	C	A	A	A	D	B	C

ĐỀ THI THAM KHẢO

MÔN TOÁN

TOÁN THẦY ĐỨC ĐĂNG

Thời gian làm bài 90 phút (50 câu trắc nghiệm)

Họ Tên :

Số báo danh :

Mã Đề : 101

Câu 1. Có bao nhiêu cách chọn ra 3 học sinh từ một nhóm có 5 học sinh?

A. $5!$.

B. A_5^3 .

C. C_5^3 .

D. 5^3 .

Đáp án: C

Mỗi bộ 3 học sinh từ nhóm 5 học sinh là một tổ hợp chập 3 của 5 học sinh.

Vậy số tổ hợp chập 3 của 5 là C_5^3

Chọn C.

Câu 2. Cho cấp số cộng (u_n) có $u_1 = 1$ có $u_1 = 1$ và $u_2 = 3$. Giá trị của u_3 bằng

A. 6.

B. 9.

C. 4.

D. 5.

Đáp án: D

Ta có $u_1 = 1, u_2 = 3$. Do (u_n) là cấp số cộng nên $d = u_2 - u_1 = 3 - 1 = 2$.

Vậy $u_3 = u_2 + d = 3 + 2 = 5$.

Chọn D.

Câu 3. Cho hàm số $f(x)$ có bảng biến thiên như sau:

x	$-\infty$	-2	0	2	$+\infty$
$f'(x)$	$+$	0	$-$	0	$-$
$f(x)$	$-\infty$	1	-1	1	$-\infty$

Hàm số đã cho đồng biến trên khoảng nào, trong các khoảng dưới đây?

A. $(-2; 2)$.

B. $(0; 2)$.

C. $(-2; 0)$.

D. $(2; +\infty)$.

Đáp án: B

Dựa vào bảng biến thiên, ta thấy hàm số $y = f(x)$ đồng biến trên hai khoảng $(0; 2)$ và $(-\infty; -2)$.

Chọn B.

Câu 4. Cho hàm số $f(x)$ có bảng biến thiên như sau:

x	$-\infty$	-2	2	$+\infty$	
$f'(x)$	$+$	0	$-$	0	$+$
$f(x)$	$-\infty$	1	-3	$+\infty$	

Điểm cực đại của hàm số đã cho là:

- A. $x = -3$. B. $x = 1$. C. $x = 2$. D. $x = -2$.

Đáp án: D

Dựa vào bảng biến thiên, ta thấy hàm số đạt cực đại tại điểm $x = -2$.

Chọn D.

Chú ý: Cần phân biệt sự khác nhau giữa điểm cực đại x_0 với giá trị cực đại y_0 của hàm số.

Câu 5. Cho hàm số $f(x)$ có bảng xét dấu của đạo hàm $f'(x)$ như sau:

x	$-\infty$	-2	1	3	5	$+\infty$	
$f'(x)$	$+$	0	$-$	0	$+$	0	$+$

Hàm số $f(x)$ có bao nhiêu điểm cực trị?

- A. 4. B. 1. C. 2. D. 3.

Đáp án: A

Dựa vào bảng xét dấu $f'(x)$, ta thấy $f'(x)$ đổi dấu qua 4 điểm $\Rightarrow$ Hàm số $y = f(x)$ có 4 điểm cực trị.

Chọn A.

Chú ý: $f'(x)$ đổi dấu khi đi qua điểm nào thuộc tập xác định của hàm số thì điểm đó là một điểm cực trị.

Câu 6. Tiệm cận đứng của đồ thị hàm số $y = \frac{2x+4}{x-1}$ là đường thẳng:

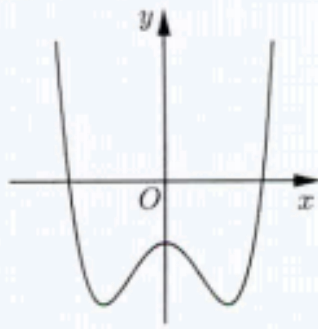
- A. $x = 1$. B. $x = -1$. C. $x = 2$. D. $x = -2$.

Đáp án: A

Ta có $\left. \begin{array}{l} \lim_{x \rightarrow 1^-} y = +\infty \\ \lim_{x \rightarrow 1^+} y = -\infty \end{array} \right\} \Rightarrow$ Đồ thị hàm số có một đường tiệm cận đứng là $x = 1$.

Chọn D.

Câu 7. Đồ thị của hàm số nào dưới đây có dạng như đường cong trong hình bên?



- A. $y = -x^4 + 2x^2 - 1$. **B. $y = x^4 - 2x^2 - 1$.** C. $y = -x^3 - 3x^2 - 1$. D. $y = -x^3 + 3x^2 - 1$.

Đáp án: B

Dựa vào hình dáng đồ thị hàm số, ta dễ dàng nhận diện đây là đồ thị hàm số trùng phương $y = ax^4 + bx^2 + c$ với $a > 0$.

Chọn B.

Câu 8. Đồ thị của hàm số $y = x^3 - 3x + 2$ cắt trục tung tại điểm có tung độ bằng

- A. 0. B. 1. **C. 2.** D. -2.

Đáp án: C

Gọi giao điểm của đồ thị hàm số với trục tung là điểm $M(0; y_M)$.

Thay $x = 0$ vào công thức của hàm số $y = x^3 - 3x + 2$, ta được $y_M = 2$.

Chọn C.

Câu 9. Với a là số thực dương tùy ý, $\log_3(9a)$ bằng

- A. $\frac{1}{2} + \log_3 a$. B. $2\log_3 a$ C. $(\log_3 a)^2$. **D. $2 + \log_3 a$.**

Đáp án: D

Ta có với $a > 0$, $\log_3(9a) = \log_3 9 + \log_3 a = 2 + \log_3 a$.

Chọn D.

Câu 10. Đạo hàm của hàm số $y = 2^x$ là

- A. $y' = 2^x \ln 2$.** B. $y' = 2^x$. C. $y' = \frac{2^x}{\ln 2}$. D. $y' = x2^{x-1}$.

Đáp án: A

Ta có $(2^x)' = 2^x \cdot \ln 2$.

Chọn A.

Câu 11. Với a là số thực dương tùy ý, $\sqrt{a^3}$ bằng

- A. a^6 . B. $a^{\frac{3}{2}}$. C. $a^{\frac{2}{3}}$. D. $a^{\frac{1}{6}}$.

Đáp án: B

Áp dụng công thức: $\sqrt[n]{a^m} = a^{\frac{m}{n}}$ ($a > 0; m, n \in \mathbb{R}$) $\Rightarrow \sqrt{a^3} = a^{\frac{3}{2}}$.

Chọn B.

Câu 12. Nghiệm của phương trình $5^{2x-4} = 25$ là:

- A. $x = 3$. B. $x = 2$. C. $x = 1$. D. $x = -1$.

Đáp án: A

Ta có: $5^{2x-4} = 25 \Leftrightarrow 5^{2x-4} = 5^2 \Leftrightarrow 2x - 4 = 2 \Leftrightarrow 2x = 6 \Leftrightarrow x = 3$.

Chọn A.

Câu 13. Nghiệm của phương trình $\log_2(3x) = 3$ là:

- A. $x = 3$. B. $x = 2$. C. $x = \frac{8}{3}$. D. $x = \frac{1}{2}$.

Đáp án: C

Điều kiện xác định: $x > 0$.

Ta có: $\log_2(3x) = 3 \Leftrightarrow 3x = 2^3 \Leftrightarrow 3x = 8 \Leftrightarrow x = \frac{8}{3}$ (Thỏa mãn điều kiện).

Chọn C.

Câu 14. Cho hàm số $f(x) = 3x^2 - 1$. Trong các khẳng định sau, khẳng định nào đúng?

- A. $\int f(x)dx = 3x^3 - x + C$. B. $\int f(x)dx = x^3 - x + C$.
C. $\int f(x)dx = \frac{1}{3}x^3 - x + C$. D. $\int f(x)dx = x^3 - C$.

Đáp án: B

Ta có: $\int f(x)dx = \int (3x^2 - 1)dx = \frac{3x^3}{3} - x + C = x^3 - x + C$.

Chọn B.

Câu 15. Cho hàm số $f(x) = \cos 2x$. Trong các khẳng định sau, khẳng định nào đúng?

- A. $\int f(x)dx = \frac{1}{2}\sin 2x + C$. B. $\int f(x)dx = -\frac{1}{2}\sin 2x + C$.
C. $\int f(x)dx = 2\sin 2x + C$. D. $\int f(x)dx = -2\sin 2x + C$.

Đáp án: A

Ta có: $\int f(x)dx = \int \cos 2x dx = \frac{\sin 2x}{2} + C.$

Chọn A.

Câu 16. Nếu $\int_1^2 f(x)dx = 5$ và $\int_2^3 f(x)dx = -2$ thì $\int_1^3 f(x)dx$ bằng

- A.** 3. **B.** 7. **C.** -10. **D.** -7.

Đáp án: A

Ta có: $\int_1^3 f(x)dx = \int_1^2 f(x)dx + \int_2^3 f(x)dx = 5 + (-2) = 3.$

Chọn A.

Câu 17. Tích phân $\int_1^2 x^3 dx$ bằng

- A.** $\frac{15}{3}.$ **B.** $\frac{17}{4}.$ **C.** $\frac{7}{4}.$ **D.** $\frac{15}{4}.$

Đáp án: D

Cách 1: $\int_1^2 x^3 dx = \frac{x^4}{4} \Big|_1^2 = \frac{2^4}{4} - \frac{1^4}{4} = \frac{16}{4} - \frac{1}{4} = \frac{15}{4}.$

Cách 2: Bấm máy tính.

Chọn D.

Câu 18. Số phức liên hợp của số phức $z = 3 + 2i$ là:

- A.** $\bar{z} = 3 - 2i.$ **B.** $\bar{z} = 2 + 3i.$ **C.** $\bar{z} = -3 + 2i.$ **D.** $\bar{z} = -3 - 2i.$

Đáp án: A

Áp dụng lý thuyết: số phức $z = a + bi$ có số phức liên hợp $\bar{z} = a - bi.$

Chọn A.

Câu 19. Cho số phức $z = 3 + i$ và $w = 2 + 3i$. Số phức $z - w$ bằng

- A.** $1 + 4i.$ **B.** $1 - 2i.$ **C.** $5 + 4i.$ **D.** $5 - 2i.$

Đáp án: B

Ta có: $z - w = 3 + i - (2 + 3i) = 1 - 2i.$

Chọn B.

Câu 20. Trên mặt phẳng tọa độ, điểm biểu diễn số phức $3-2i$ có tọa độ là

- A. $(2;3)$. B. $(-2;3)$. C. $(3;2)$. **D. $(3;-2)$.**

Đáp án: D

Áp dụng lý thuyết: số phức $z=a+bi$ có điểm $M(a;b)$ là điểm biểu diễn cho z trên hệ trục Oxy .

Chọn D.

Câu 21. Một khối chóp có diện tích đáy bằng 6 và chiều cao bằng 5. Thể tích của khối chóp đó bằng

- A. 10.** B. 30. C. 90. D. 15.

Đáp án: A

Thể tích của khối chóp đó bằng $V = \frac{1}{3}S_d.h = \frac{1}{3}.6.5 = 10$ (đvtt).

Chọn A.

Câu 22. Thể tích của khối hộp chữ nhật có ba kích thước 2;3;7 bằng

- A. 14. **B. 42.** C. 126. D. 12.

Đáp án: B

Thể tích của khối hộp chữ nhật được tính theo công thức $V = 2.3.7 = 42$ (đvtt).

Chọn B.

Câu 23. Công thức tính thể tích V của khối nón có bán kính đáy r và chiều cao h là:

- A. $V = \pi rh$. B. $V = \pi r^2 h$. C. $V = \frac{1}{3} \pi rh$. **D. $V = \frac{1}{3} \pi r^2 h$.**

Đáp án: D

Công thức thể tích V của khối nón có bán kính đáy r và chiều cao h là $V = \frac{1}{3} \pi r^2 h$.

Chọn D.

Câu 24. Một hình trụ có bán kính đáy $r=4cm$ và độ dài đường sinh $l=3cm$. Diện tích xung quanh của hình trụ đó bằng

- A. $12\pi cm^2$. B. $48\pi cm^2$. **C. $24\pi cm^2$.** D. $36\pi cm^2$.

Đáp án: C

Diện tích xung quanh của hình trụ được tính theo công thức $S = 2\pi rh = 2\pi.4.3 = 24\pi cm^2$.

Chọn C.

Câu 25. Trong không gian $Oxyz$, cho hai điểm $A(1;1;2)$ và $B(3;1;0)$. Trung điểm của đoạn thẳng AB có tọa độ là

- A. $(4;2;2)$. **B. $(2;1;1)$.** C. $(2;0;-2)$. D. $(1;0;-1)$.

Đáp án: B

Tọa độ trung điểm I của đoạn thẳng AB được tính theo công thức

$$I\left(\frac{x_A + x_B}{2}; \frac{y_A + y_B}{2}; \frac{z_A + z_B}{2}\right) = \left(\frac{1+3}{2}; \frac{1+1}{2}; \frac{2+0}{2}\right) = (2;1;1)$$

Chọn B.

Câu 26. Trong không gian $Oxyz$, mặt cầu $(S): x^2 + (y-1)^2 + z^2 = 9$ có bán kính bằng

- A. 9. **B. 3.** C. 81. D. 6.

Đáp án: B

Bán kính mặt cầu (S) bằng $\sqrt{9} = 3$

Chọn B.

Câu 27. Trong không gian $Oxyz$, mặt phẳng nào dưới đây đi qua điểm $M(1;-2;1)$?

- A. $(P_1): x + y + z = 0$. B. $(P_2): x + y + z = 0$.
C. $(P_3): x - 2y + z = 0$. D. $(P_4): x + 2y + z - 1 = 0$.

Đáp án: A

Thay điểm $M(1;-2;1)$ vào từng mặt phẳng trong các đáp án, ta thấy chỉ có mặt phẳng (P_1) thỏa mãn. Cụ thể: $x_M + y_M + z_M = 1 - 2 + 1 = 0$.

Chọn A.

Câu 28. Trong không gian $Oxyz$, vectơ nào dưới đây là một vectơ chỉ phương của đường thẳng đi qua gốc tọa độ O và điểm $M(1;-2;1)$?

- A. $\vec{u}_1 = (1;1;1)$. B. $\vec{u}_2 = (1;2;1)$. C. $\vec{u}_3 = (0;1;0)$. **D. $\vec{u}_4 = (1;-2;1)$.**

Đáp án: D

Đường thẳng đi qua gốc tọa độ O và điểm $M(1;-2;1)$ có một vectơ chỉ phương là $\vec{OM} = (1-0; -2-0; 1-0) = (1;-2;1)$

Chọn D.

Câu 29. Chọn ngẫu nhiên một số trong 15 số nguyên dương đầu tiên. Xác suất để chọn được số chẵn bằng

- A. $\frac{7}{8}$. B. $\frac{8}{15}$. **C. $\frac{7}{15}$.** D. $\frac{1}{2}$.

Đáp án: C

Trong 15 số nguyên dương đầu tiên, các số chẵn gồm có 2, 4, 6, 8, 10, 12, 14.

$$\Rightarrow \text{Ta có: } n(\Omega) = 15, n(A) = 7 \Rightarrow \frac{n(A)}{n(\Omega)} = \frac{7}{15}.$$

Chọn C.

Câu 30. Hàm số nào dưới đây đồng biến trên $\mathbb{R}$?

- A. $y = \frac{x+1}{x-2}$. B. $y = x^2 + 2x$. **C. $y = x^3 - x^2 + x$.** D. $y = x^4 - 3x^2 + 2$.

Đáp án: C

– Xét hàm số $y = \frac{x+1}{x-2}$ ta có tập xác định $D = \mathbb{R} \setminus \{1\} \Rightarrow$ Tập xác định không phải $\mathbb{R}$

$\Rightarrow$ Hàm số không thể đồng biến trên $\mathbb{R}$. Loại **A**.

– Hàm số đa thức bậc chẵn không thể đồng biến trên $\mathbb{R}$. Loại **B, D**.

Chọn C.

Câu 31. Gọi M, m lần lượt là giá trị lớn nhất, giá trị nhỏ nhất của hàm số $f(x) = x^4 - 2x^2 + 3$ trên đoạn $[0; 2]$. Tổng $M + m$ bằng?

- A. 11. B. 14. C. 5. **D. 13.**

Đáp án: D

Xét $f(x) = x^4 - 2x^2 + 3$ có tập xác định $D = \mathbb{R}$.

$$f'(x) = 4x^3 - 4x = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 0 \in [0; 2] \\ x = 1 \in [0; 2] \\ x = -1 \notin [0; 2] \end{cases}$$

$$\text{Xét: } \left. \begin{matrix} f(0) = 3 \\ f(1) = 2 \\ f(2) = 11 \end{matrix} \right\} \Rightarrow \begin{cases} \max_{[0; 2]} f(x) = M = 11 \\ \min_{[0; 2]} f(x) = m = 2 \end{cases} \Rightarrow M + m = 13$$

Chọn D.

Câu 32. Tập nghiệm của bất phương trình $3^{4-x^2} \geq 27$ là

- A. $[-1;1]$. B. $(-\infty;1]$. C. $[-\sqrt{7};\sqrt{7}]$. D. $[1;+\infty)$.

Đáp án: A

Ta có $3^{4-x^2} \geq 27 \Leftrightarrow 3^{4-x^2} \geq 3^3 \Leftrightarrow 4-x^2 \geq 3 \Leftrightarrow x^2 \leq 1 \Leftrightarrow -1 \leq x \leq 1$

Chọn A.

Câu 33. Nếu $\int_1^3 [2f(x)+1]dx=5$ thì $\int_1^3 f(x)dx$ bằng

- A. 3. B. 2. C. $\frac{3}{4}$. D. $\frac{3}{2}$.

Đáp án: D

$$\begin{aligned} \int_1^3 [2f(x)+1]dx=5 &\Leftrightarrow \int_1^3 2f(x)dx + \int_1^3 1dx=5 \Leftrightarrow 2\int_1^3 f(x)dx + x\Big|_1^3=5 \\ &\Leftrightarrow 2\int_1^3 f(x)dx + 3-1=5 \Leftrightarrow \int_1^3 f(x)dx=\frac{3}{2} \end{aligned}$$

Chọn D.

Câu 34. Cho số phức $z=3+4i$. Môđun của số phức $(1+i)z$ bằng

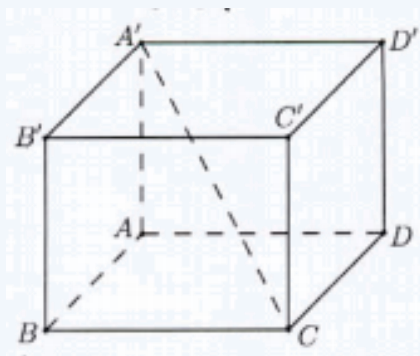
- A. 50. B. 10. C. $\sqrt{10}$. D. $5\sqrt{2}$.

Đáp án: D

$$|(1+i)z|=|(1+i)(3+4i)|=|-1+7i|=\sqrt{(-1)^2+7^2}=5\sqrt{2}$$

Chọn D.

Câu 35. Cho hình hộp chữ nhật $ABCD.A'B'C'D'$ có $AB=AD=2$ và $AA'=2\sqrt{2}$ (tham khảo hình bên). Góc giữa đường thẳng CA' và mặt phẳng $(ABCD)$ bằng



- A. 30° . B. 45° . C. 60° . D. 90° .

Đáp án: B

Có: $AA' \perp (ABCD) \Rightarrow A'$ là hình chiếu vuông góc của A' trên $(ABCD)$

$\Rightarrow AC$ là hình chiếu vuông góc của $A'C$ trên $(ABCD)$.

$\Rightarrow (A'C, (ABCD)) = (A'C, AC) = A'CA$

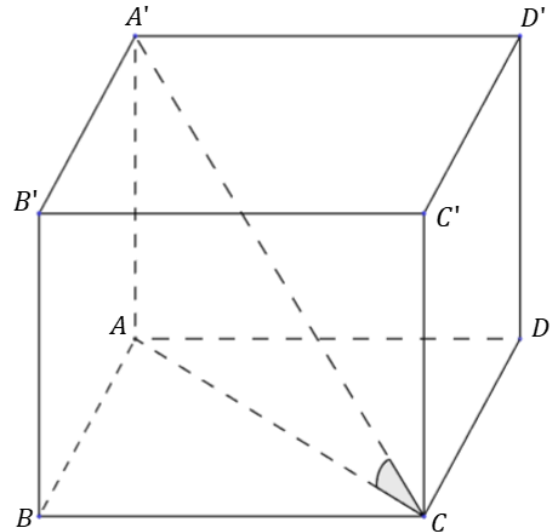
– Xét tam giác ABC vuông tại B có:

$$AC^2 = AB^2 + BC^2 \Rightarrow AC = 2\sqrt{2}.$$

– Xét tam giác $A'AC$ vuông tại A có:

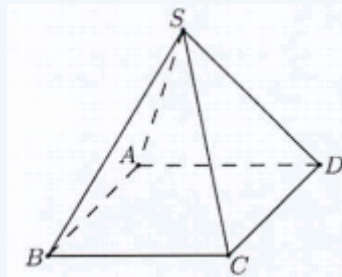
$$\tan A'CA = \frac{AA'}{AC} = \frac{2\sqrt{2}}{2\sqrt{2}} = 1.$$

$$\Rightarrow A'CA = 45^\circ \Rightarrow (A'C, (ABCD)) = 45^\circ$$



Chọn B.

Câu 36. Cho hình chóp tứ giác đều $S.ABCD$ có độ dài cạnh đáy bằng 2 và độ dài cạnh bên bằng 3 (tham khảo hình bên). Khoảng cách từ S đến mặt phẳng $(ABCD)$ bằng



A. $\sqrt{7}$.

B. 1.

C. 7.

D. $\sqrt{11}$.

Đáp án: A

– Gọi O là tâm của hình vuông $ABCD$

Vì $S.ABCD$ là hình chóp tứ giác đều $\Rightarrow O$ là hình chiếu vuông góc của S trên $(ABCD) \Rightarrow d_{(S, (ABCD))} = SO$.

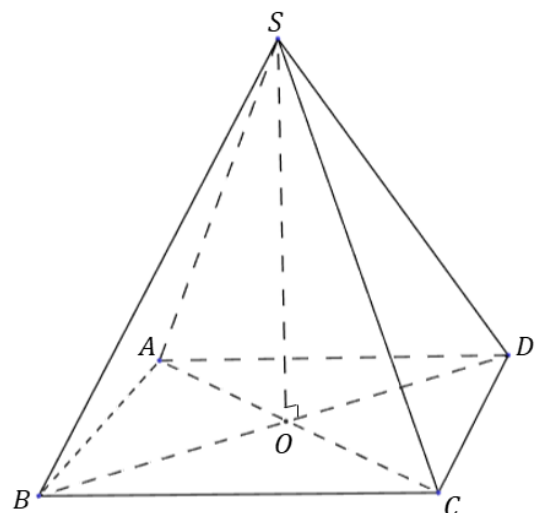
– Xét hình vuông $ABCD$ có cạnh $AB = 2$ có:

$$AC = 2\sqrt{2} \Rightarrow OC = \sqrt{2}$$

Xét tam giác SOC vuông tại O có:

$$SO^2 = SC^2 - OC^2 = 3^2 - (\sqrt{2})^2 = 7 \Rightarrow SO = \sqrt{7}$$

Chọn A.



Câu 37. Trong không gian $Oxyz$, mặt cầu tâm là gốc tọa độ O và đi qua điểm $M(0;0;2)$ có phương trình là:

A. $x^2 + y^2 + z^2 = 2$.

B. $x^2 + y^2 + z^2 = 4$.

C. $x^2 + y^2 + (z-2)^2 = 4$.

D. $x^2 + y^2 + (z-2)^2 = 2$.

Đáp án: B

– Vì M thuộc mặt cầu $\Rightarrow R = OM = \sqrt{(0-0)^2 + (0-0)^2 + (2-0)^2} = 2$.

– Phương trình mặt cầu có tâm O , bán kính $R = 2$: $x^2 + y^2 + z^2 = 4$.

Chọn B.

Câu 38. Trong không gian $Oxyz$, đường thẳng đi qua điểm $A(1;2;-1)$ và $B(2;-1;1)$ có phương trình tham số là:

A. $\begin{cases} x = 1 + t \\ y = 2 - 3t \\ z = -1 + 2t \end{cases}$.

B. $\begin{cases} x = 1 + t \\ y = 2 - 3t \\ z = 1 + 2t \end{cases}$.

C. $\begin{cases} x = 1 + t \\ y = -3 + 2t \\ z = 2 - t \end{cases}$.

D. $\begin{cases} x = 1 + t \\ y = 1 + 2t \\ z = -t \end{cases}$.

Đáp án: A

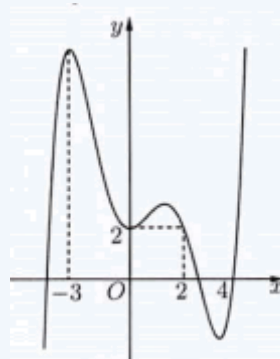
– Vì $A, B \in d \Rightarrow$ Đường thẳng AB nhận $\overrightarrow{AB} = \overrightarrow{u_d} = (1; -3; 2)$ là một vector chỉ phương.

– Phương trình tham số của đường thẳng d đi qua điểm $A(1;2;-1)$, nhận $\overrightarrow{u_d} = (1; -3; 2)$ là VTCP:

$$\begin{cases} x = 1 + t \\ y = 2 - 3t \\ z = -1 + 2t \end{cases} \quad (t \in \mathbb{R}).$$

Chọn A.

Câu 39. Cho hàm số $f(x)$, đồ thị của hàm số $y = f'(x)$ là đường cong trong hình bên. Giá trị lớn nhất của hàm số $g(x) = f(2x) - 4x$ trên đoạn $\left[-\frac{3}{2}; 2\right]$ bằng



A. $f(0)$.

B. $f(-3) + 6$.

C. $f(2) - 4$.

D. $f(4) - 8$.

Đáp án: C

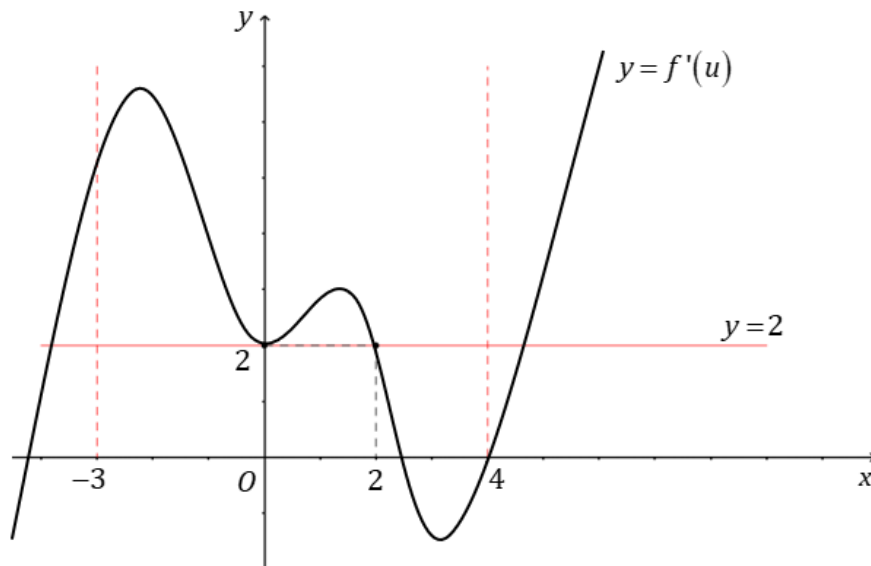
Xét hàm số $g(x) = y = f(2x) - 4x$.

Chú ý: Trong bài toán tìm min, max, ta có thể đặt ẩn phụ nhưng phải tìm miền giá trị của ẩn mới.

$$\text{Đặt } 2x = u \Rightarrow y = f(u) - 2u \quad x \in \left[-\frac{3}{2}; 2\right] \Rightarrow u \in [-3; 4]$$

$$\Rightarrow y' = f'(u) - 2 = 0 \Leftrightarrow f'(u) = 2(*)$$

Ta thấy, dựa vào đồ thị hàm số thì phương trình (*) có 2 nghiệm phân biệt $u=0$ và $u=2$ nằm trong $[-3; 4]$



Ta có BBT:

u	-3	0	2	4	
$f'(u)$	$+$	0	$+$	0	$-$
$f(u)$	$f(2) - 4$				

$$\Rightarrow \max_{[-3; 4]} [f(u) - 2u] = f(2) - 4$$

Chọn C.

Câu 40. Có bao nhiêu số nguyên dương y sao cho ứng với mỗi y có không quá 10 số nguyên x thỏa mãn $(2^{x+1} - \sqrt{2})(2^x - y) < 0$?

A. 1024.

B. 2047.

C. 1022.

D. 1023.

Đáp án: A

$$(2^{x+3} - \sqrt{2})(2^x - y) < 0 \quad \text{với } \begin{cases} x \in \mathbb{Z} \\ y \in \mathbb{Z}^{*+} \end{cases}$$

Trường hợp 1: $\begin{cases} 2^{x+1} - \sqrt{2} < 0 \\ 2^x - y > 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x+1 < \frac{1}{2} \\ x > \log_2 y \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x < -\frac{1}{2} \\ x > \log_2 y \end{cases}$

Theo yêu cầu bài toán, một y có không quá 10 số nguyên x , mà $x < -\frac{1}{2}$

$$\Rightarrow -10 < \log_2 y \leq -1$$

$\Leftrightarrow 2^{-10} < y \leq 2^{-1}$. Mà y nguyên dương $\Rightarrow$ Không tồn tại y thỏa mãn yêu cầu bài toán.

Trường hợp 2: $\begin{cases} 2^{x+1} - \sqrt{2} > 0 \\ 2^x - y < 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x+1 > \frac{1}{2} \\ x < \log_2 y \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x > -\frac{1}{2} \\ x < \log_2 y \end{cases}$

Theo yêu cầu bài toán, một y có không quá 10 số nguyên x , mà $x > -\frac{1}{2}$

$$\Rightarrow 0 \leq \log_2 y \leq 10$$

$$\Leftrightarrow 0 < y \leq 2^{10} = 1024$$

Vì y nguyên dương $\Rightarrow y \in \{1; \dots; 1024\} \Rightarrow$ Có 1024 giá trị.

Chọn A.

Câu 41. Cho hàm số $f(x) = \begin{cases} x^2 - 1 & \text{khi } x \geq 2 \\ x^2 - 2x + 3 & \text{khi } x < 2 \end{cases}$. Tích phân $\int_0^{\frac{\pi}{2}} f(2\sin x + 1) \cos x dx$ bằng

A. $\frac{23}{3}$.

B. $\frac{23}{6}$.

C. $\frac{17}{6}$.

D. $\frac{17}{3}$.

Đáp án: B

Xét $I = \int_0^{\frac{\pi}{2}} f(2\sin x + 1) \cos x dx$. Đặt $2\sin x + 1 = u \Rightarrow \cos x dx = \frac{1}{2} du$, ta có bảng đổi cận:

x	0	$\frac{\pi}{2}$
u	1	3

$$\Rightarrow I = \frac{1}{2} \int_1^3 f(u) du = \frac{1}{2} \int_1^3 f(x) dx$$

Do $f(x) = \begin{cases} x^2 - 1, x \geq 2 \\ x^2 - 2x + 3, x < 2 \end{cases}$

$$\begin{aligned} \Rightarrow I &= \frac{1}{2} \left[\int_1^2 (x^2 - 2x + 3) dx + \int_2^3 (x^2 - 1) dx \right] \\ &= \frac{1}{2} \left(\frac{7}{3} + \frac{16}{3} \right) = \frac{23}{6} \end{aligned}$$

Chọn B.

Câu 42. Có bao nhiêu số phức z thỏa mãn $|z| = \sqrt{2}$ và $(z + 2i)(\bar{z} - 2)$ là số thuần ảo?

A. 1.

B. 0.

C. 2.

D. 4.

Đáp án: C

$$\text{Có } |z| = \sqrt{2} \Rightarrow \begin{cases} z \cdot \bar{z} = |z|^2 = 2 \\ x^2 + y^2 = 2 \end{cases}.$$

$$\text{Có } w = (z + 2i)(\bar{z} - 2) = z \cdot \bar{z} - 2z + 2i \cdot \bar{z} - 4i$$

$$= 2 - 2(x + yi) + 2i(x - yi) - 4i$$

$$= (2 - 2x + 2y) + (2x - 2y - 4)i$$

$$w \text{ là số thuần ảo} \Rightarrow 2 - 2x + 2y = 0 \Rightarrow x - y - 1 = 0.$$

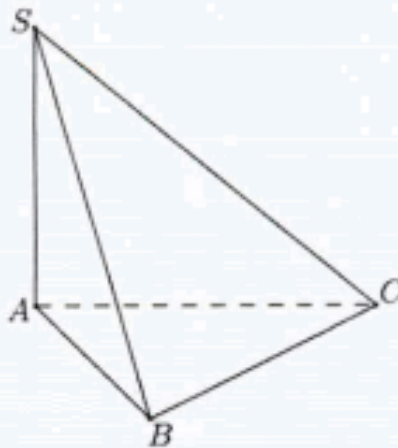
Gọi $M(x, y)$ là điểm biểu diễn số phức z .

$$\Rightarrow \begin{cases} x^2 + y^2 = 2 \\ x - y - 1 = 0 \end{cases} \Rightarrow M \in (C): x^2 + y^2 = 2 \text{ tâm } O(0;0), \text{ bán kính } R = \sqrt{2} \text{ và } M \in d: x - y - 1 = 0.$$

$$\text{Ta thấy } d_{(O,d)} = \frac{1}{\sqrt{2}} < R \Rightarrow d \cap (C) \text{ tại 2 điểm phân biệt} \Rightarrow \text{Có 2 số phức } z \text{ thỏa mãn.}$$

Chọn C.

Câu 43. Cho hình chóp $S.ABC$ có đáy ABC là tam giác đều cạnh a , cạnh bên SA vuông góc với mặt phẳng đáy, góc giữa SA và mặt phẳng (SBC) bằng 45° (tham khảo hình bên). Thể tích của khối chóp $S.ABC$ bằng



A. $\frac{a^3}{8}$.

B. $\frac{3a^3}{8}$.

C. $\frac{\sqrt{3}a^3}{12}$.

D. $\frac{a^3}{4}$.

Đáp án: A

$$- S_{\Delta ABC} = \frac{a^2 \sqrt{3}}{4}$$

- Kẻ $AM \perp BC, AH \perp SM$

$$\left. \begin{array}{l} BC \perp AM \\ \text{Có: } BC \perp SA \\ (SAM): SA \cap AM = \{A\} \end{array} \right\} \Rightarrow BC \perp (SAM) \Rightarrow BC \perp AM$$

$$\left. \begin{array}{l} AH \perp SM \\ \text{Có: } AH \perp BC \\ (SBC): SM \cap BC = \{M\} \end{array} \right\} \Rightarrow AH \perp (SBC)$$

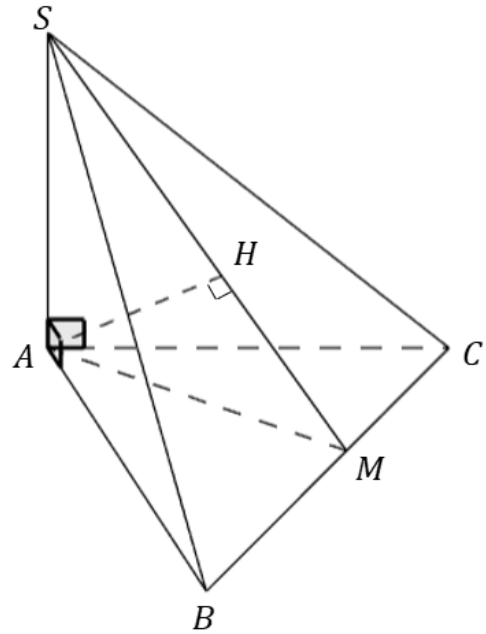
$\Rightarrow H$ là hình chiếu vuông góc từ A xuống (SBC)

$\Rightarrow SH$ là hình chiếu vuông góc từ SA xuống (SBC)

$$\Rightarrow (SA, (SBC)) = (SA, SH) = \angle ASH = \angle ASM = 45^\circ$$

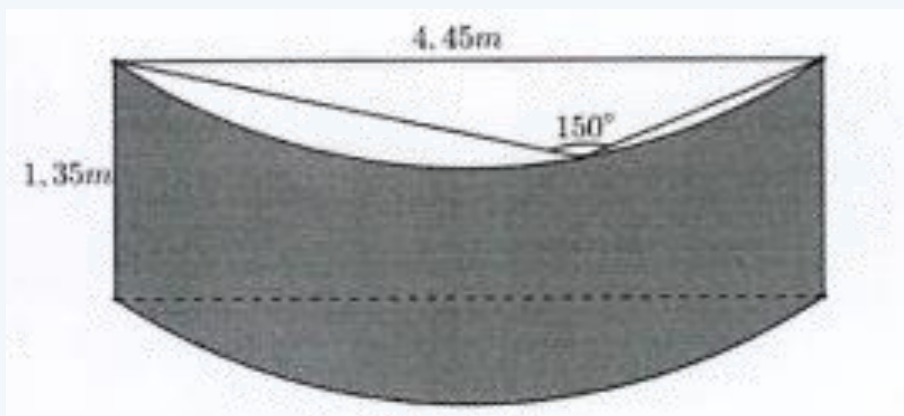
$$\Rightarrow AM = AS = \frac{a\sqrt{3}}{2}$$

$$\Rightarrow V_{S.ABC} = \frac{1}{3} SA \cdot S_{\Delta ABC} = \frac{1}{3} \cdot \frac{a\sqrt{3}}{2} \cdot \frac{a^2 \sqrt{3}}{4} = \frac{a^3}{8}$$



Chọn A.

Câu 44. Ông Bình làm lan can ban công ngôi nhà của mình bằng một tấm kính cường lực. Tấm kính đó là một phần của mặt xung quanh của một hình trụ như hình bên. Biết giá tiền của $1m^2$ kính như trên là 1.500.000 đồng. Hỏi số tiền (làm tròn đến hàng nghìn) mà ông Bình mua tấm kính trên là bao nhiêu?



A. 23.591.000 đồng. B. 36.173.000 đồng. **C. 9.437.000 đồng.** D. 4.718.000 đồng.

Đáp án: C

– Xét đường tròn đáy của hình trụ có dạng như hình vẽ. Ta có:

$$AMB = 150^\circ \Rightarrow ANB = 30^\circ \Rightarrow AOB = 2 \cdot ANB = 60^\circ = \frac{\pi}{3}$$

– ΔAMB nội tiếp (O, R)

$$\Rightarrow \text{Theo định lý sin, ta có } R = \frac{AB}{2\sin AMB} = 4.45$$

– Áp dụng công thức tính độ dài cung:

$$l = \alpha \cdot R = \frac{\pi}{3} \cdot 4.45m$$

– Do mặt cong có chiều cao $h = 1.35m$

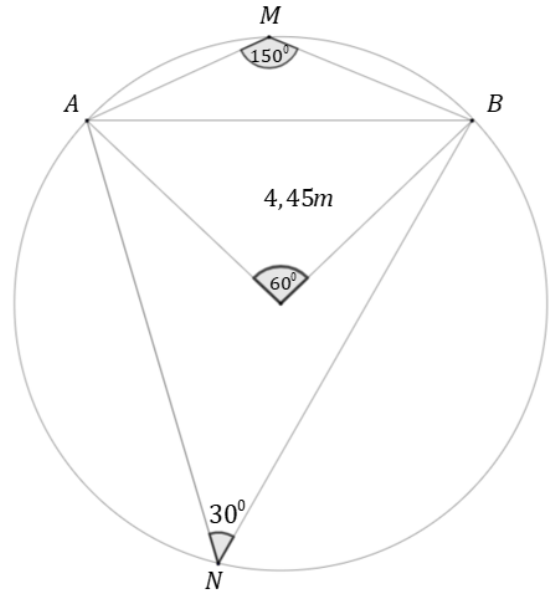
$$\Rightarrow \text{Diện tích mặt cong } S = l \cdot h = \frac{\pi}{3} \times 4.45 \times 1.35 m^2$$

$\Rightarrow$ Số tiền ông Bình bỏ ra để mua tấm kính:

$$M = S \times 1.5 = \frac{\pi}{3} \times 4.45 \times 1.35 \times 1.5 \approx 9.437 \text{ triệu đồng}$$

Chú ý: Ta có thể tính bán kính $R = 4.45$ trước, sau đó nhận ra ΔOAB đều, từ đó suy ra

$$\angle AOB = 60^\circ = \frac{\pi}{3} \text{ nhanh hơn và không cần thông qua góc nội tiếp } ANB.$$



Chọn C.

Câu 45. Trong không gian $Oxyz$, cho mặt phẳng $(P): 2x + 2y - z - 3 = 0$ và hai đường thẳng

$$d_1: \frac{x-1}{2} = \frac{y}{1} = \frac{z+1}{-2}, d_2: \frac{x-2}{1} = \frac{y}{2} = \frac{z+1}{-1}. \text{ Đường thẳng vuông góc với } (P), \text{ đồng thời cắt cả } d_1 \text{ và}$$

d_2 có phương trình là:

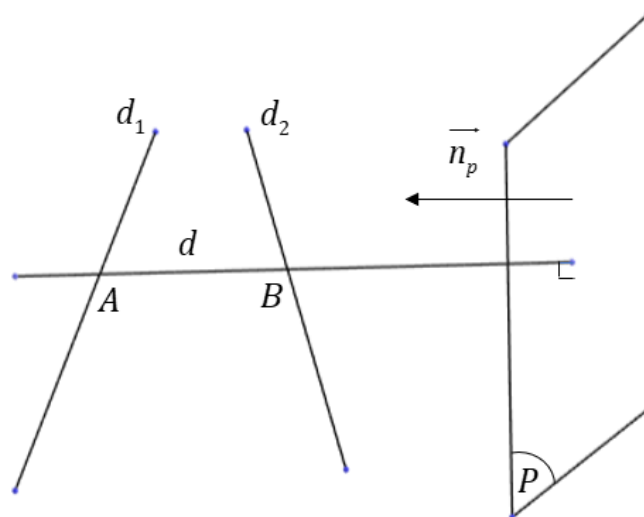
A. $\frac{x-3}{2} = \frac{y-2}{2} = \frac{z+2}{-1}.$

B. $\frac{x-2}{3} = \frac{y-2}{2} = \frac{z+1}{-2}.$

C. $\frac{x-1}{2} = \frac{y}{-2} = \frac{z+1}{-1}.$

D. $\frac{x-2}{2} = \frac{y+1}{2} = \frac{z-2}{-1}.$

Đáp án: A



$$d_1: \begin{cases} x = 2a + 1 \\ y = a \\ z = -2a - 1 \end{cases} \quad (a \in \mathbb{R}); \quad d_2: \begin{cases} x = b + 2 \\ y = 2b \\ z = -b - 1 \end{cases} \quad (b \in \mathbb{R})$$

Gọi A là giao điểm của d và $d_1 \Rightarrow A(2a+1; a; -2a-1)$

Gọi B là giao điểm của d và $d_2 \Rightarrow B(b+2; 2b; -b-1)$

$$\Rightarrow \overrightarrow{AB} = (1+b-2a; 2b-a; -b+2a)$$

Do $d \perp (P) \Rightarrow \overrightarrow{AB}$ cùng phương $\vec{n}_p(2; 2; 1)$

$$\Rightarrow \frac{1+b-2a}{2} = \frac{2b-a}{2} = \frac{-b+2a}{1}$$

$$\Rightarrow \begin{cases} 1+b-2a = 2b-a \\ 2b-a = -b+2a \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a = 0 \\ b = 1 \end{cases}$$

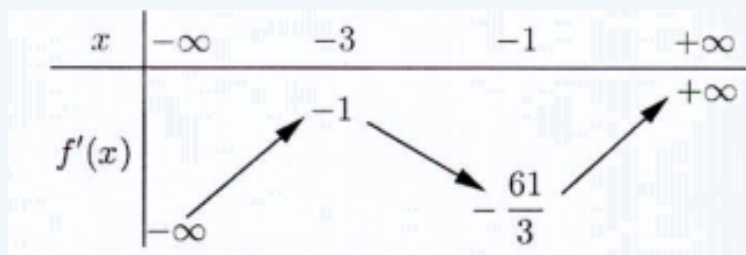
$$\Rightarrow A(1; 0; -1) \text{ và } \overrightarrow{AB}(2; 2; -1)$$

Vậy d đi qua $A(1; 0; -1)$ và có một VTCP $\overrightarrow{AB}(2; 2; -1)$.

Chọn A.

Chú ý: Khi viết phương trình đường thẳng, đáp án có thể không cần sử dụng điểm A . Do đó, để chọn đáp án đúng, ta loại các đáp án sai về vectơ chỉ phương (Loại **B, C**); sau đó kiểm định đáp án nào thỏa mãn điểm A thuộc đường thẳng. Ta thấy chỉ có đáp án **A** thỏa mãn.

Câu 46. Cho $f(x)$ là hàm số bậc bốn thỏa mãn $f(0)=0$. Hàm số $f'(x)$ có bảng biến thiên như sau:



Hàm số $g(x) = |f(x^3) - 3x|$ có bao nhiêu điểm cực trị?

A. 3.

B. 5.

C. 4.

D. 2.

Đáp án: A

Xét hàm số $y = f(x^3) - 3x = h(x)$

$$h'(x) = 3x^2 \cdot f'(x^3) - 3 = 0$$

$$\Leftrightarrow f'(x^3) = \frac{1}{x^3} (*) \quad (\text{Chỉ xét } x \neq 0 \text{ do } x=0 \text{ không là nghiệm của phương trình})$$

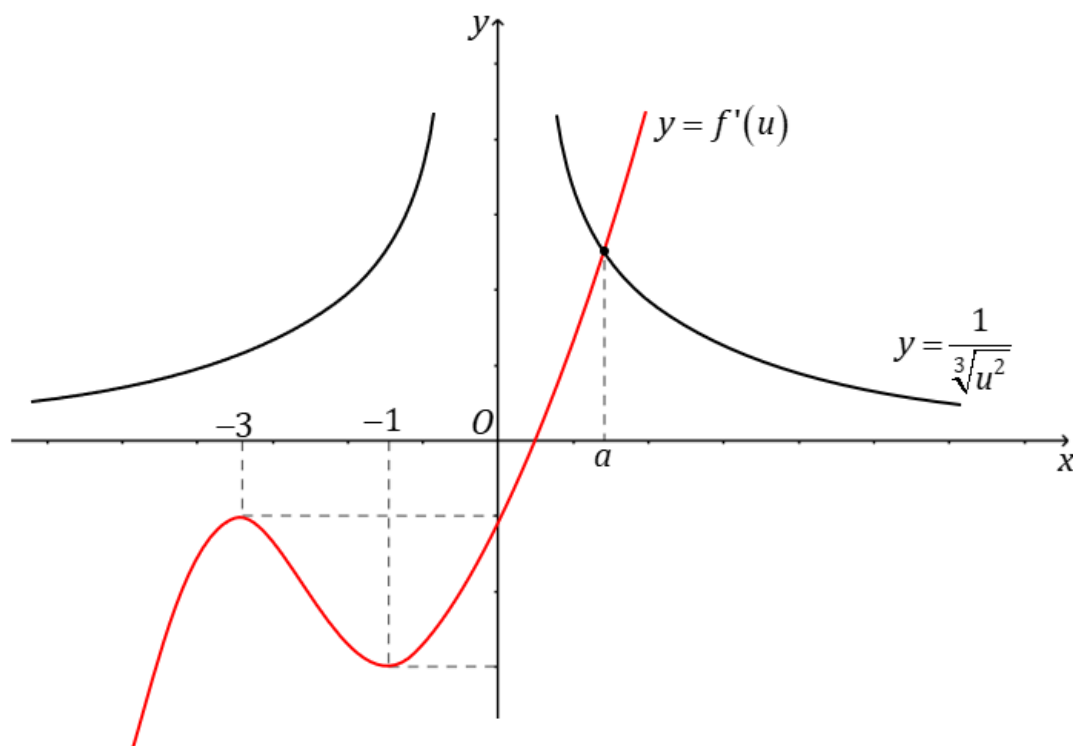
$$\text{Đặt } x^3 = u \Rightarrow x^2 = \sqrt[3]{u^2}. (*) \text{ trở thành } f'(u) = \frac{1}{\sqrt[3]{u^2}}$$

Số nghiệm của phương trình (*) chính là số giao điểm của ĐTHS $y = f'(u)$ và $y = \frac{1}{\sqrt[3]{u^2}}$

Xét hàm số $y = t(u) = \frac{1}{\sqrt[3]{u^2}} \Rightarrow t'(u) = -\frac{2}{3} \cdot \frac{1}{\sqrt[3]{u^5}}$. Ta có BBT:

u	$-\infty$		0		$+\infty$
$t'(u)$		+		-	
$t(u)$			$+\infty$	$+\infty$	

$\Rightarrow$ Ta có ĐTHS $y = f'(u)$ và $y = \frac{1}{\sqrt[3]{u^2}}$ như sau:



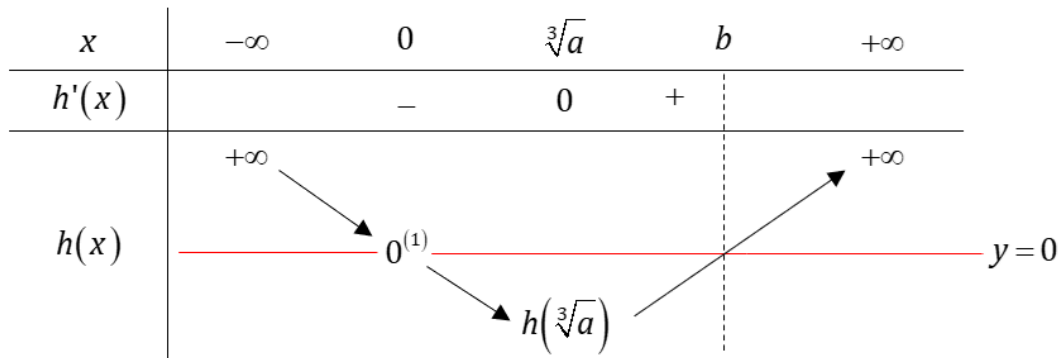
Dựa vào ĐTHS, ta thấy đồ thị hàm $y = f'(u)$ và đồ thị hàm $y = \frac{1}{\sqrt[3]{u^2}}$ có 1 giao điểm có hoành độ

là $a \Rightarrow$ Phương trình $f'(u) = \frac{1}{\sqrt[3]{u^2}}$ có 1 nghiệm $u = a$

$\Rightarrow$ Phương trình (*) có 1 nghiệm $x = \sqrt[3]{a}$

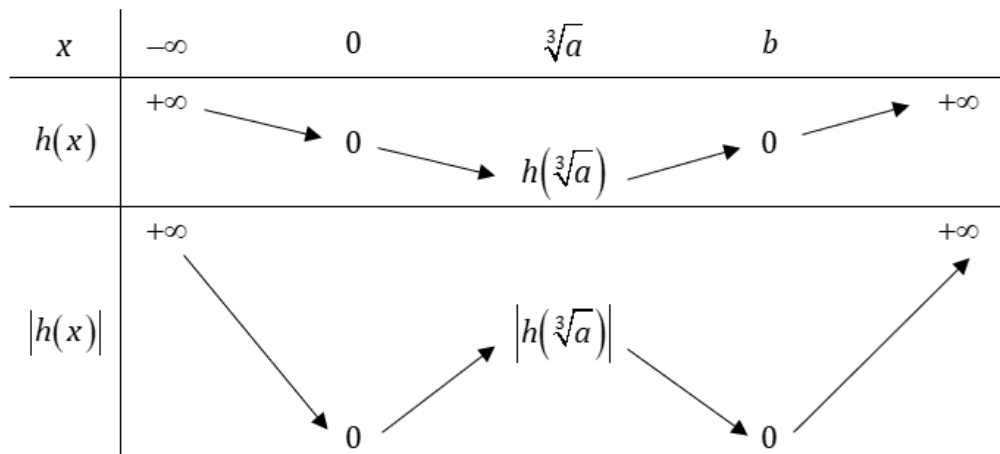
$\Rightarrow$ Phương trình $h'(x) = 0$ có 1 nghiệm $x = \sqrt[3]{a}$

Ta có BBT của hàm số $h(x)$



(Giải thích (1) $h(0) = f(0) - 0 = 0$)

Từ BBT của hàm số $y = h(x)$, ta thu được BBT của hàm số $y = g(x) = |h(x)|$



$\Rightarrow$ Hàm $g(x)$ có 3 cực trị

Chọn A.

Câu 47. Có bao nhiêu số nguyên $a (a \geq 2)$ sao cho tồn tại số thực x thỏa mãn

$$(a^{\log x} + 2)^{\log a} = x - 2?$$

A. 8.

B. 9.

C. 1.

D. Vô số

Đáp án: A

Điều kiện xác định: $x > 0$.

$$(a^{\log x} + 2)^{\log a} = x - 2 (*) \Leftrightarrow (x^{\log a} + 2)^{\log a} = x - 2.$$

– Đặt $\log a = m, a \geq 2 \Rightarrow m > 0$. Phương trình trở thành $(x^m + 2)^m = x - 2$.

– Đặt $x^m + 2 = y$ (1). Vì $\begin{cases} x > 0 \\ m > 0 \end{cases} \Rightarrow y > 0$. Phương trình trở thành $y^m = x - 2$ (2).

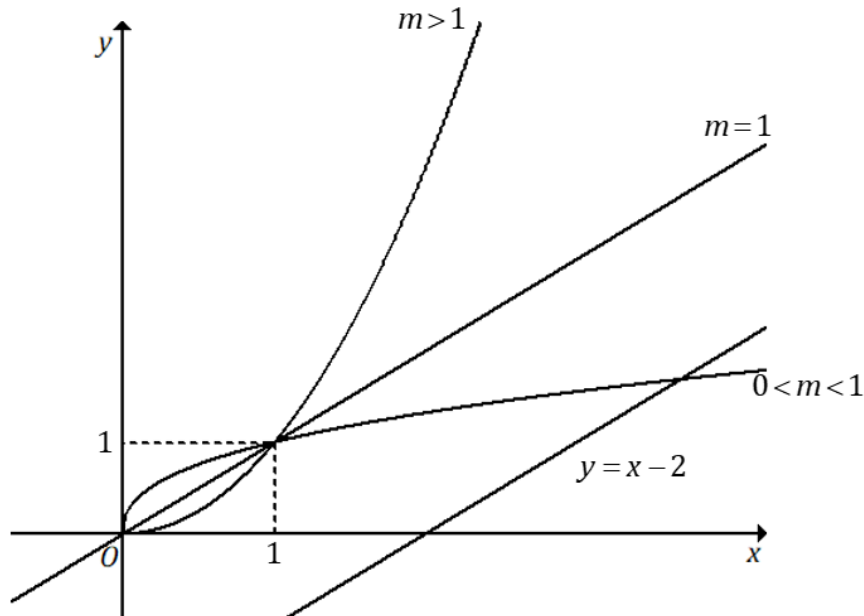
Từ (1),(2) ta có hệ $\begin{cases} x^m + 2 = y \\ y^m + 2 = x \end{cases} \Rightarrow x^m - y^m = y - x \Leftrightarrow x^m + x = y^m + y.$

Ta xét hàm số $f(t) = t^m + t$ với $m > 0, t > 0$.

$f'(t) = m.t^{m-1} + 1 > 0, \forall t > 0 \Rightarrow f'(t)$ là hàm số đồng biến trên $(0, +\infty)$.

$\Rightarrow$ Phương trình $f(x) = f(y)$ khi và chỉ khi $x = y \Rightarrow x = x^m + 2 \Leftrightarrow x^m = x - 2$ (**).

Ta thấy (*) có nghiệm $\Leftrightarrow$ (**) có nghiệm $\Leftrightarrow$ ĐTHS $y = x^m$ ($m > 0, x > 0$) và ĐTHS $y = x - 2$ có giao điểm.

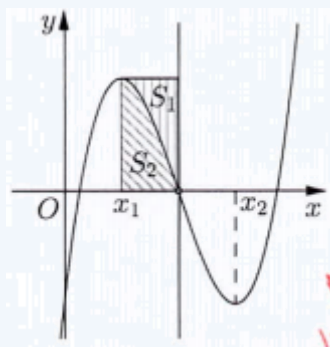


Dựa vào các loại ĐTHS $y = x^m$, ta thấy chúng có giao điểm khi $0 < m < 1$

$\Rightarrow 0 < \log a < 1 \Rightarrow 0 < a < 10$. Mà $a \geq 2 \Rightarrow a \in \{2, \dots, 9\}$

Chọn A.

Câu 48. Có bao nhiêu hàm số bậc ba $y = f(x)$ có đồ thị là đường cong trong hình bên. Biết hàm số $f(x)$ đạt cực trị tại hai điểm x_1, x_2 thỏa mãn $x_2 = x_1 + 2$ và $f(x_1) + f(x_2) = 0$. Gọi điểm S_1 và S_2 là diện tích của hai hình phẳng được gạch trong hình. Tỉ số $\frac{S_1}{S_2}$ bằng



A. $\frac{3}{4}$.

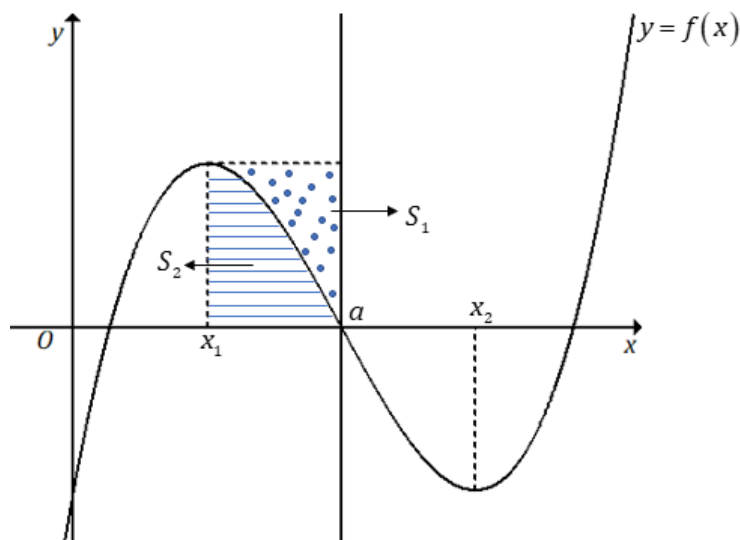
B. $\frac{5}{8}$.

C. $\frac{3}{8}$.

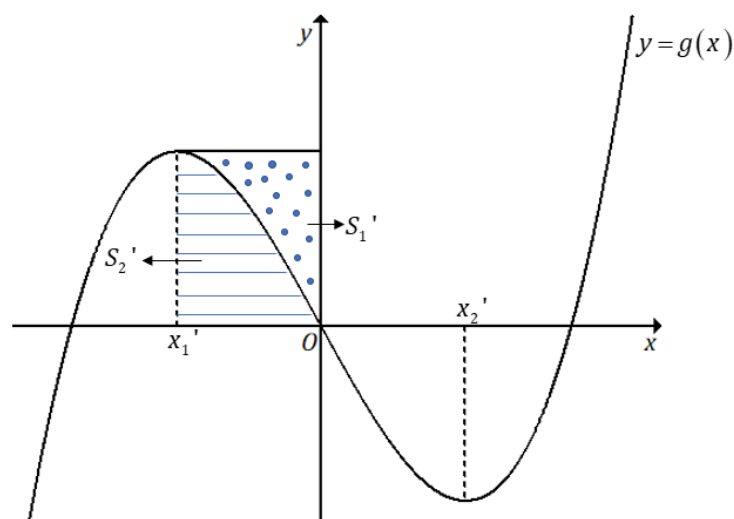
D. $\frac{3}{5}$.

Đáp án: D

Ta thấy $f(x)$ là hàm số bậc 3, có điểm uốn là $(a, 0)$ như hình vẽ



Tịnh tiến ĐTHS $y = f(x)$ theo vector $\vec{v}(-a; 0)$, ta thu được ĐTHS $y = g(x)$ là hàm lẻ đối xứng qua O



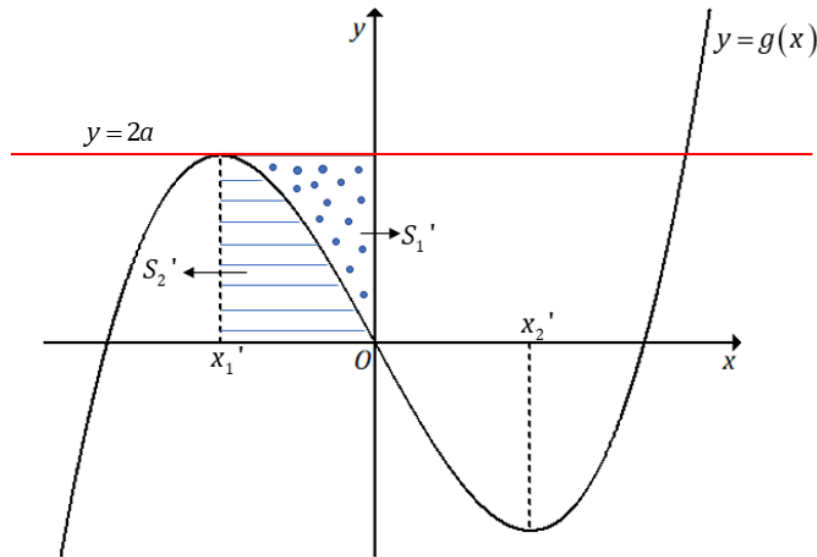
- Ta thấy S_1 và S_2 trở thành S_1' và S_2' tương ứng không thay đổi giá trị.
- Ta thấy $y = g(x)$ là hàm lẻ $\Rightarrow y = g(x) = ax^3 + bx (a > 0)$ có hai điểm cực trị x_1' và x_2' thỏa mãn $x_2' = -x_1'$.

$$\text{Mặt khác } x_2' = x_1' + 2 \Rightarrow \begin{cases} x_1' = -1 \\ x_2' = 1 \end{cases}.$$

- Ta có $g'(x) = 3ax^2 + b$ có nghiệm $x_1' = -1$ và $x_2' = 1$.

$$\Rightarrow g'(\pm 1) = 0 \Rightarrow b = -3a.$$

$$\Rightarrow g(x) = ax^3 - 3ax \Rightarrow \text{Tại } x_1' = -1 \text{ thì } g(-1) = 2a.$$



$$\Rightarrow S_2' = \int_{-1}^0 g(x) dx = \int_{-1}^0 (ax^3 - 3ax) dx = -\frac{a}{4} + \frac{3a}{2} = \frac{5a}{2}$$

$$S_1' = \int_{-1}^0 [2a - g(x)] dx = \int_{-1}^0 [2a - ax^3 - 3ax] dx = \frac{3a}{4}$$

$$\Rightarrow \frac{S_1'}{S_2'} = \frac{S_1}{S_2} = \frac{3}{5} \Rightarrow \text{Chọn D.}$$

(*) Để đơn giản hóa bài toán, ta chọn $a = 1$ để có $g(x) = x^3 - 3x$, sau đó tính S_1' và S_2' như bình thường

Chọn D.

Câu 49. Xét hai số phức z_1, z_2 thỏa mãn $|z_1| = 1, |z_2| = 2$ và $|z_1 - z_2| = \sqrt{3}$. Giá trị lớn nhất của $|3z_1 + z_2 - 5i|$ bằng

A. $5 - \sqrt{19}$.

B. $5 + \sqrt{19}$.

C. $-5 + 2\sqrt{19}$.

D. $5 + 2\sqrt{19}$.

Đáp án: B

$$|z_1| = 1 \Rightarrow |3z_1| = 3; |z_2| = 2; |z_1 - z_2| = \sqrt{3}$$

– Gọi M là điểm biểu diễn $z_1 \Rightarrow \overrightarrow{OM}$ là vector biểu diễn z_1 ;

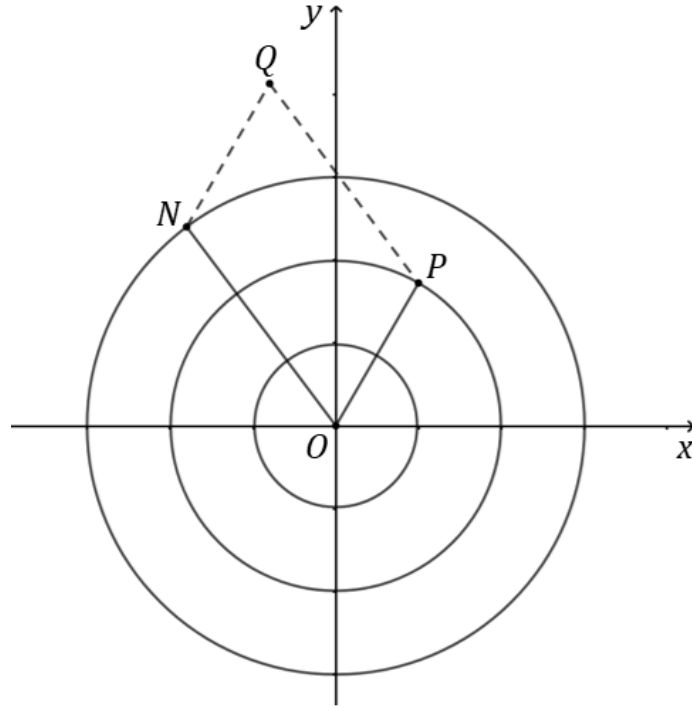
N là điểm biểu diễn $3z_1 \Rightarrow \overrightarrow{ON}$ là vector biểu diễn $3z_1$;

P là điểm biểu diễn $z_2 \Rightarrow \overrightarrow{OP}$ là vector biểu diễn z_2 .

$$\text{Có } |z_1| = OM = 1 \Rightarrow M \in (O, R = 1);$$

$$|3z_1| = ON = 3 \Rightarrow N \in (O, R_3 = 3);$$

$$|z_2| = OP = 2 \Rightarrow P \in (O, R_2 = 2).$$



– Gọi $w = 3z_1 + z_2$ và Q là điểm biểu diễn w .

$$\Rightarrow |w| = OQ = \sqrt{ON^2 + NQ^2 - 2ON \cdot NQ \cdot \cos \angle ONQ} = \sqrt{ON^2 + OP^2 - 2ON \cdot OP \cdot \cos \angle ONQ}$$

$\Rightarrow$ Để tính OQ , ta cần $\cos \angle ONQ$

$$\text{Ta có: } \cos \angle MOP = \frac{OM^2 + OP^2 - MP^2}{2OM \cdot OP} = \frac{1}{2} \Rightarrow \cos \angle ONQ = -\cos \angle MOP = -\frac{1}{2}$$

$$\Rightarrow |w| = OQ = \sqrt{3^2 + 2^2 - 2 \cdot 3 \cdot 2 \cdot \left(-\frac{1}{2}\right)} = \sqrt{19}$$

– Xét $T = |3z_1 + z_2 - 5i| = |\vec{OQ} - \vec{OA}| = AQ$ với $A(0, -5)$ biểu diễn số phức $u = -5i$.

$$\Rightarrow T \text{ max khi } AQ \text{ max. Mà } OQ = \sqrt{19} \Rightarrow Q \in (O, R_4 = \sqrt{19})$$

$$\Rightarrow AQ \text{ max} = OA + R_4 = 5 + \sqrt{19}$$

Chọn B.

Câu 50. Trong không gian $Oxyz$, cho hai điểm $A(2, 1, 3)$ và $B(6; 5; 5)$. Xét khối nón (N) có đỉnh A , đường tròn đáy nằm trên mặt cầu đường kính AB . Khi (N) có thể tích lớn nhất thì mặt phẳng chứa đường tròn đáy của (N) có phương trình dạng $2x + by + cz + d = 0$. Giá trị của $b + c + d$ bằng

