

ĐỀ CHÍNH THỨC

Thời gian làm bài: 120 phút

(Đề kiểm tra gồm 01 trang)

Bài I (2 điểm):

Cho hai biểu thức: $A = \frac{\sqrt{x}-2}{\sqrt{x}}$ và $B = \frac{\sqrt{x}-1}{\sqrt{x}-3} - \frac{7\sqrt{x}-9}{x-9}$ với $x > 0; x \neq 9$ 1. Tính giá trị của biểu thức B khi $x = 36$

2. Rút gọn biểu thức B

3. Cho biểu thức $P = \frac{A}{B}$. Tìm các giá trị m để có x thỏa mãn $P = m$.

Bài II (2 điểm): Giải bài toán bằng cách lập phương trình hoặc hệ phương trình:

Hai vòi nước cùng chảy vào một bể không có nước thì sau 6 giờ 40 phút đầy bể. Nếu để chảy một mình thì thời gian vòi thứ nhất chảy đầy bể nhanh hơn vòi thứ hai là 3 giờ. Tính thời gian mỗi vòi chảy một mình đầy bể.

Bài III (2 điểm):

1. Giải hệ phương trình:
$$\begin{cases} 3\sqrt{2x-1} - \frac{y}{y+1} = 1 \\ \sqrt{2x-1} + \frac{2y}{y+1} = 5 \end{cases}$$
2. Trên mặt phẳng tọa độ Oxy cho parabol (P): $y = x^2$ và đường thẳng (d)

$$y = 2mx - m^2 + m.$$

Tìm giá trị m để đường thẳng (d) cắt parabol (P) tại hai điểm phân biệt có hoành độ x_1, x_2 thỏa mãn: $\sqrt{x_1} = \sqrt{3x_2}$

Bài IV (3,5 điểm):

Cho đường tròn (O; R) và hai đường kính MN và PQ vuông góc với nhau. Lấy điểm A trên cung nhỏ PN. PA cắt MN tại B, AQ cắt MN tại E.

1. Chứng minh: OABQ là tứ giác nội tiếp.

2. Nối AM cắt PQ và PN lần lượt tại C và I.

Chứng minh rằng: Tích MC.MA không đổi khi A di chuyển trên cung nhỏ PN.

3. Chứng minh: $IN = \sqrt{2}EN$

4. Tìm vị trí của điểm A để diện tích tam giác ACE đạt giá trị lớn nhất.

Bài V (0,5 điểm): Cho a, b, c là ba số thực dương thỏa mãn: $a+b+c \geq 6$

Tìm giá trị nhỏ nhất của biểu thức: $M = \frac{a^3+b^3}{a^2+b^2} + \frac{b^3+c^3}{b^2+c^2} + \frac{c^3+a^3}{c^2+a^2}$

Hết

Giám thị coi thi không giải thích gì thêm.

Họ và tên thí sinh: Số báo danh:

Ngày kiểm tra: 15 tháng 5 năm 2018

Thời gian làm bài: 120 phút

Bài I: (2 điểm) Cho 2 biểu thức $A = \frac{\sqrt{x}+3}{\sqrt{x}-4}$; $B = \frac{\sqrt{x}+3}{\sqrt{x}+4} + \frac{5\sqrt{x}+12}{x-16}$ với $x \geq 0, x \neq 16$

- 1) Tính giá trị của biểu thức A khi $x = 9$
- 2) Chứng tỏ rằng: $B = \frac{\sqrt{x}}{\sqrt{x}-4}$
- 3) Tìm m để phương trình $\frac{A}{B} = m+1$ có nghiệm.

Bài II: (2 điểm) Giải bài toán sau bằng cách lập phương trình hoặc hệ phương trình:

Hai xe ô tô và xe máy cùng khởi hành từ A đến B cách nhau 120km. Biết vận tốc ô tô hơn vận tốc xe máy là 24 km/h và ô tô đến B trước xe máy 50 phút. Tính vận tốc của mỗi xe.

Bài III: (2 điểm)

1) Giải hệ phương trình:
$$\begin{cases} \frac{3y}{x-3} + 4\sqrt{y-1} = 5 \\ \frac{-2y}{x-3} + 3\sqrt{y-1} = 8 \end{cases}$$

2) Trên cùng mặt phẳng tọa độ cho Parabol (P): $y = \frac{1}{2}x^2$ và đường thẳng (d): $y = (m-1)x + m$

- a) Tìm m để đường thẳng (d) cắt (P) tại điểm có hoành độ bằng -2.
- b) Tìm m để đường thẳng (d) cắt (P) tại hai điểm phân biệt có hoành độ x_1, x_2 thỏa mãn:

$$x_1 < 2 < x_2$$

Bài IV (3,5 điểm):

Từ điểm A ở bên ngoài đường tròn (O), kẻ các tiếp tuyến AB và AC với đường tròn ấy (B, C là các tiếp điểm và $B \neq C$). Điểm M thuộc cung nhỏ BC ($M \neq B$ và $M \neq C$). Gọi I, H, K lần lượt là hình chiếu vuông góc của M trên CB, BA, AC. Biết MB cắt IH tại E, MC cắt IK tại F.

- 1) Chứng minh điểm bốn điểm M, K, I, C cùng thuộc một đường tròn.
- 2) Chứng minh $\widehat{MIK} = \widehat{MHI}$ và $MI^2 = MH \cdot MK$.
- 3) Chứng minh $EF \perp MI$.
- 4) Đường tròn ngoại tiếp $\triangle MFK$ và đường tròn ngoại tiếp $\triangle MEH$ cắt nhau tại điểm thứ 2 là N. Chứng tỏ khi M di động trên cung nhỏ BC ($M \neq B, M \neq C$) thì đường thẳng MN luôn đi qua một điểm cố định.

Bài V (0,5 điểm):

Cho a, b, c là các số dương và $a+b+c \leq \sqrt{3}$. Tìm giá trị lớn nhất của biểu thức:

$$P = \frac{a}{\sqrt{a^2+1}} + \frac{b}{\sqrt{b^2+1}} + \frac{c}{\sqrt{c^2+1}}$$

Bài 1(2,0 điểm): Cho hai biểu thức

$$A = \frac{\sqrt{x}+2}{\sqrt{x}-5} \text{ và } B = \frac{x+3\sqrt{x}}{x-25} + \frac{1}{\sqrt{x}+5} \quad (\text{Với } x \geq 0, x \neq 25)$$

a) Tính giá trị của A khi $x = \frac{25}{16}$

b) Rút gọn biểu thức: $M = \frac{B}{A}$

c) Tìm các giá trị của x để $M(\sqrt{x}+2) \geq 3x+1$

Bài 2(2,0 điểm): *Giải bài toán bằng cách lập phương trình hoặc hệ phương trình*

Hai đội công nhân cùng làm chung một công việc. Thời gian để đội I làm một mình xong công việc đó ít hơn thời gian đội II làm một mình xong công việc đó là 4 giờ. Tổng thời gian này gấp 4,5 lần thời gian hai đội cùng làm chung để xong công việc đó. Hỏi mỗi đội làm một mình sau bao lâu thì hoàn thành công việc.

Bài 3(2,0 điểm):

1) Giải hệ phương trình
$$\begin{cases} \frac{1}{\sqrt{x^2+1}} - \frac{3}{\sqrt{y-1}} = -1 \\ \frac{2}{\sqrt{x^2+1}} + \frac{4}{\sqrt{y-1}} = 3 \end{cases}$$

2) Cho đường thẳng (d): $y = mx - 2$ và parabol (P): $y = -x^2$

a) Chứng minh rằng (d) luôn cắt (P) tại hai điểm nằm ở hai phía trục tung với mọi giá trị của m.

b) Gọi (x_1, y_1) và (x_2, y_2) là tọa độ các giao điểm của (d) và (P). Tìm các giá trị của m sao cho: $y_1 + y_2 = -8y_1y_2$

Bài 4(3,5 điểm):

Cho đường tròn (O, R), dây BC cố định. Điểm A là điểm chính giữa của cung nhỏ BC, điểm E di chuyển trên cung lớn BC. Nối OA cắt BC tại I, hạ CH vuông góc với AE tại H.

a) Chứng minh A, I, H, C thuộc một đường tròn.

b) Gọi AE cắt BC tại D. Chứng minh DA. DH = DC. DI

c) Chứng minh đường thẳng AB tiếp xúc với đường tròn ngoại tiếp tam giác BDE.

d) Gọi đường thẳng CH cắt BE tại M. Tìm vị trí điểm E trên cung lớn BC để diện tích tam giác MAC lớn nhất.

Bài 5(0,5 điểm): Cho a, b, c là các số dương thỏa mãn: $\frac{1}{a+b+1} + \frac{1}{b+c+1} + \frac{1}{c+a+1} = 2$

Tìm giá trị lớn nhất của biểu thức $P = (a+b)(b+c)(c+a)$

Hết

Duyệt: *Handwritten signature*

Thời gian làm bài: 90 phút

Bài I. (2 điểm) Cho hai biểu thức

$$A = \frac{3 + \sqrt{x}}{\sqrt{x}} \text{ và } B = \left(\frac{x+3}{x-9} + \frac{1}{\sqrt{x}+3} \right) : \frac{\sqrt{x}}{\sqrt{x}-3} \quad \text{với } x > 0; x \neq 9.$$

1) Tính giá trị của biểu thức A khi $x=36$.

2) Chứng minh $B = \frac{\sqrt{x}+1}{\sqrt{x}+3}$.

3) Tìm x để $A.B > \frac{3}{2}$.

Bài II. (2 điểm). Giải bài toán bằng cách lập phương trình hoặc hệ phương trình :

Người ta hòa lẫn 4kg chất lỏng I với 3kg chất lỏng II thì được một hỗn hợp có khối lượng riêng 700 kg/m³. Biết rằng khối lượng riêng của chất lỏng I lớn hơn khối lượng riêng của chất lỏng II là 200kg/m³. Tính khối lượng riêng của mỗi chất lỏng.

Bài III. (2 điểm) .

1) Giải hệ phương trình
$$\begin{cases} \sqrt{x-1} - 3\sqrt{y+2} = 2 \\ 2\sqrt{x-1} + 5\sqrt{y+2} = 15 \end{cases}$$

2) Cho parabol (P): $y = x^2$ và đường thẳng (d): $y = 2mx + 1$

a) Chứng minh rằng với mọi giá trị của m thì đường thẳng (d) luôn cắt parabol (P) tại hai điểm phân biệt $A(x_1; y_1); B(x_2; y_2)$.

b) Tìm giá trị của m để biểu thức $D = y_1 + y_2 - x_1x_2$ đạt giá trị nhỏ nhất.

Chỉ rõ giá trị nhỏ nhất đó.

Bài IV. (3,5 điểm)

Cho đường tròn (O;R) và điểm A cố định nằm ngoài đường tròn. Qua A kẻ hai tiếp tuyến AM, AN tới đường tròn (M, N là các tiếp điểm). Một đường thẳng (d), qua A cắt đường tròn (O;R) tại B và C ($AB < AC$). Gọi I là trung điểm của BC. Đường thẳng qua B, song song với AM cắt MN tại E.

1. Chứng minh 5 điểm A, M, O, I, N thuộc một đường tròn.

2. Chứng minh $AB.AC = AM^2$.

3. Chứng minh: $IE \parallel MC$.

4. Chứng minh rằng khi đường thẳng (d) quay quanh điểm A thì trọng tâm G của tam giác MBC thuộc một đường tròn cố định.

Bài V. (0,5 điểm). Tìm giá trị nhỏ nhất và giá trị lớn nhất của biểu thức

$$A = \sqrt{x} + \sqrt{4-x}$$

HẾT

PHÒNG GD&ĐT QUẬN THANH XUÂN
TRƯỜNG THCS KHƯƠNG ĐÌNH

ĐỀ THI THỬ VÀO 10 THPT
NĂM HỌC 2018 -2019

MÔN : TOÁN

Thời gian làm bài : 120 phút
Ngày kiểm tra : 17 tháng 5 năm 2018

Bài I: (2 điểm) Cho 2 biểu thức $A = \frac{\sqrt{x+3}}{\sqrt{x-4}}$;

$$B = \frac{\sqrt{x+3}}{\sqrt{x+4}} + \frac{5\sqrt{x+12}}{x-16} \text{ với } x \geq 0, x \neq 16$$

1) Tính giá trị của biểu thức A khi $x = 9$.

2) Rút gọn biểu thức B.

3) Tìm m để phương trình $\frac{A}{B} = m+1$ có nghiệm.

$$m \neq \frac{3}{4} \text{ và } m > 0$$

Bài II: (2 điểm) Giải bài toán bằng cách lập phương trình hoặc hệ phương trình.

Theo kế hoạch hai tổ sản xuất phải làm được 330 sản phẩm. Nhưng khi thực hiện do tổ một làm vượt mức kế hoạch 10%, tổ hai làm giảm 15% so với mức kế hoạch nên cả hai tổ làm được 318 sản phẩm. Tính số sản phẩm mà mỗi tổ phải làm theo kế hoạch.

Bài III: (2 điểm)

$$1) \text{ Giải hệ phương trình: } \begin{cases} \frac{3y}{x-3} + 4\sqrt{y-1} = 5 \\ \frac{-2y}{x-3} + 3\sqrt{y-1} = 8 \end{cases}$$

$$\begin{aligned} x &= 150 & x &= 246 \\ y &= 180 & y &= 84 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} x &= 222 \\ y &= 108 \end{aligned}$$

$$(-2; 5)$$

2) Trên cùng mặt phẳng tọa độ Oxy cho Parabol (P): $y = \frac{1}{2}x^2$ và đường thẳng

$$(d): y = (m-1)x + m$$

a) Tìm m để đường thẳng (d) cắt trục hoành tại điểm có hoành độ bằng -2. $m = 2$

b) Tìm m để đường thẳng (d) cắt (P) tại hai điểm phân biệt có hoành độ x_1, x_2

$$\text{thỏa mãn: } x_1 < 2 < x_2 \quad (x_1 - 1)(x_2 - 1) < 0$$

Bài IV (3,5 điểm):

Từ điểm A ở bên ngoài đường tròn (O), kẻ các tiếp tuyến AB và AC với đường tròn (B, C là các tiếp điểm và $B \neq C$). Điểm M thuộc cung nhỏ BC ($M \neq B$ và $M \neq C$). Gọi I, H, K lần lượt là hình chiếu vuông góc của M trên CB, BA, AC. Biết MB cắt IH tại E, MC cắt IK tại F.

1) Chứng minh điểm bốn điểm M, K, I, C cùng thuộc một đường tròn

2) Chứng minh $\widehat{MIK} = \widehat{MHI}$

3) Chứng minh $EF \perp MI$

4) Đường tròn ngoại tiếp $\triangle MFK$ và đường tròn ngoại tiếp $\triangle MEH$ cắt nhau tại điểm thứ 2 là N. Chứng tỏ khi M di động trên cung nhỏ BC ($M \neq B, M \neq C$) thì đường thẳng MN luôn đi qua một điểm cố định

Bài V (0,5 điểm) Cho các số dương a, b, c. Chứng minh rằng:

$$1 < \frac{a}{a+b} + \frac{b}{b+c} + \frac{c}{c+a} < 2$$

$$-5 \quad 2 \quad 3$$

KIM LIÊN

Bài 1 (2 điểm)

Cho biểu thức $A = \frac{\sqrt{x}-1}{\sqrt{x}+3}$ và $B = \frac{\sqrt{x}}{\sqrt{x}+3} - \frac{\sqrt{x}+3}{\sqrt{x}-3} - \frac{x+11\sqrt{x}+6}{9-x}$ với $x \geq 0; x \neq 9$

a) Tính giá trị của A khi $x = 25$

b) Chứng minh $B = \frac{\sqrt{x}-1}{\sqrt{x}-3}$

c) Với $M = A : B$. Tìm x thỏa mãn M. $(\sqrt{x}+3) \geq x+5\sqrt{x-1}-\sqrt{x}-2$

Bài 2 (2 điểm) (Giải bài toán bằng cách lập phương trình hoặc hệ phương trình)

Tổng số học sinh của hai lớp 9A và 9B là 80 học sinh. Trong một đợt quyên góp sách vở ủng hộ các bạn học sinh vùng lũ, trung bình mỗi học sinh lớp 9A ủng hộ 2 quyển, mỗi học sinh của lớp 9B ủng hộ 3 quyển nên cả hai lớp ủng hộ được 202 quyển sách vở. Tính số học sinh của mỗi lớp 9A và 9B.

Bài 3 (2 điểm)

1) Giải hệ phương trình:
$$\begin{cases} 3x - \frac{2}{\sqrt{y}-1} = 4 \\ 2(x-1) - \frac{1}{\sqrt{y}-1} = 1 \end{cases}$$

2) Cho (P) $y = x^2$ và đường thẳng $y = (m+2)x - 2m$ (m là tham số)

a) Tìm m để đường thẳng d cắt (P) tại hai điểm phân biệt A và B

b) Gọi hoành độ của A và B lần lượt là x_1 và x_2 .

Tìm m để $x_1^2 + (m+2)x_2 = 12$

Bài 4 (3,5 điểm) Cho đường tròn (O;R) và dây BC cố định không đi qua O. Trên cung lớn BC lấy điểm A sao cho $AB < AC$. Kẻ đường kính AK. E là hình chiếu của C trên AK. M là trung điểm của BC.

a) Chứng minh 4 điểm C, E, O, M cùng thuộc một đường tròn.

b) Kẻ $AD \perp BC$ tại D. Chứng minh $AD = \frac{AB \cdot AC}{2R}$

c) Chứng minh $DE \parallel BK$ và $\triangle MDE$ cân.

d) Gọi F là hình chiếu của B trên AK. Chứng minh rằng khi A di chuyển trên cung lớn BC thì tâm đường tròn ngoại tiếp $\triangle DEF$ là một điểm cố định.

Bài 5 (0,5 điểm) Tìm GTNN của biểu thức $P = \frac{(x^3+y^3)-(x^2+y^2)}{(x-1)(y-1)}$ với x và y là các số

thực lớn hơn 1.

Bài I (2,0 điểm)

1. Rút gọn biểu thức $P = \left(\frac{2}{\sqrt{x}+3} - \frac{1}{\sqrt{x}} \right) : \frac{\sqrt{x}-2}{x+3\sqrt{x}}$ (với $x > 0, x \neq 4$)

2. Tính giá trị biểu thức $Q = \frac{\sqrt{x}+1}{\sqrt{x}-2}$ tại $x = 9$.

3. Tìm số hữu tỉ x để $M = \frac{P}{Q}$ nhận giá trị nguyên.

Bài II (2,0 điểm) Giải bài toán sau bằng cách lập phương trình hoặc hệ phương trình.

Đề chở hết 60 tấn quả tặng đồng bào nghèo ở vùng cao đón Tết, một đội xe dự định sử dụng một số xe cùng loại. Trước khi khởi hành, có 2 xe phải điều đi làm việc khác. Vì vậy, mỗi xe còn lại phải chở nhiều hơn so với dự định 1 tấn hàng mới hết. Hỏi lúc đầu đội dự định đi bao nhiêu xe?

Bài III (2,0 điểm)

1. Cho phương trình: $x^2 - 2(m+1)x + m - 4 = 0$ (1) (m là tham số)

a) Giải phương trình (1) khi $m = -5$.

b) Giả sử x_1, x_2 là hai nghiệm của phương trình (1). Tìm m để $|x_1 - x_2|$ đạt giá trị nhỏ nhất

2. Cho đường thẳng (d): $y = (m+1)x + m - 2$. Chứng minh rằng đường thẳng (d) luôn đi qua một điểm cố định với mọi giá trị của m .

Bài IV (3,5 điểm)

Cho ΔABC có ba góc nhọn nội tiếp đường tròn tâm O . Các đường cao AD, BE, CF của tam giác cắt nhau tại H ($D \in BC, E \in AC, F \in AB$). Đường thẳng EF cắt đường tròn (O) tại M, N (E nằm giữa F và M).

1. Chứng minh 4 điểm B, C, E, F cùng nằm trên một đường tròn.

2. Chứng minh góc ACB bằng góc AFE và ΔAMN là tam giác cân.

3. Chứng minh $\Delta AMH \sim \Delta ADM$.

4. Gọi O_1 là tâm đường tròn ngoại tiếp ΔCME , O_2 là tâm đường tròn ngoại tiếp ΔBNF . Chứng minh rằng các đường thẳng MO_1 và NO_2 cắt nhau tại một điểm nằm trên đường tròn (O).

Bài V (0,5 điểm) Cho các số thực x, y, z thỏa mãn $x+y+z \leq 1,5$. Tìm giá trị lớn nhất của biểu thức:

$$M = \sqrt{x^2 + 4xy + y^2} + \sqrt{y^2 + 4yz + z^2} + \sqrt{z^2 + 4zx + x^2}$$

-----Chúc các em làm bài tốt!-----

PHÒNG GIÁO DỤC VÀ ĐÀO TẠO
QUẬN HÀ ĐÔNG
ĐỀ CHÍNH THỨC

ĐỀ KHẢO SÁT CHẤT LƯỢNG LỚP 9

Năm học 2017 – 2018 (lần 2)

Môn: TOÁN

Thời gian làm bài: 120 phút (Không kể thời gian giao đề)

(Đề gồm có 01 trang)

Bài I. (2,0 điểm):

Cho các biểu thức $A = \frac{\sqrt{x}+2}{\sqrt{x}}$ và $B = \frac{x}{x-4} + \frac{1}{\sqrt{x}-2} + \frac{1}{\sqrt{x}+2}$ với $x > 0, x \neq 4$.

- 1) Tính giá trị của A tại $x = 6 - 2\sqrt{5}$;
- 2) Rút gọn biểu thức B và tính $P = \frac{A}{B}$;
- 3) Tìm x thỏa mãn $xP \leq 10\sqrt{x} - 29 - \sqrt{x-25}$

Bài II. (2,0 điểm) Giải bài toán bằng cách lập phương trình hoặc hệ phương trình

Quãng đường AB dài 120km. Cùng một lúc một xe máy đi từ A đến B và một xe đạp đi từ B đến A. Vận tốc xe máy lớn hơn vận tốc xe đạp là 20km/h. Hai xe gặp nhau tại điểm cách B là 48km. Tính vận tốc xe đạp biết rằng trước khi gặp nhau xe máy có dừng lại 1 giờ để bảo dưỡng?

Bài III. (2,0 điểm)

1. Giải hệ phương trình:
$$\begin{cases} 2|x-1| + \sqrt{y-1} = 5 \\ |x-1| + \sqrt{y-1} = 3 \end{cases}$$

2. Cho phương trình $x^2 - 2(m-2)x + 2m - 5 = 0$

a) Giải phương trình với $m = 1$

b) Tìm m để phương trình có hai nghiệm phân biệt mà nghiệm này bằng bình phương nghiệm kia.

Bài IV. (3,5 điểm)

Cho tam giác ABC nhọn nội tiếp đường tròn (O; R). Đường cao AD, BE cắt nhau tại H, kéo dài BE cắt đường tròn (O; R) tại F.

- 1) Chứng minh tứ giác CDHE nội tiếp được một đường tròn;
- 2) Chứng minh ΔHAF cân;
- 3) Gọi M là trung điểm của cạnh AB. Chứng minh: ME là tiếp tuyến của đường tròn ngoại tiếp ΔCDE ;
- 4) Cho BC cố định và $BC = R\sqrt{3}$. Xác định vị trí của A trên đường tròn (O) để DH.DA lớn nhất.

Bài V. (0,5 điểm) Cho ba số thực $a, b, c > 0$ thỏa mãn $a + b + c = 2019$. Chứng minh rằng
$$\frac{a}{a + \sqrt{2019a + bc}} + \frac{b}{b + \sqrt{2019b + ca}} + \frac{c}{c + \sqrt{2019c + ab}} \leq 1$$

.....Hết.....
(Giám thị coi thi không giải thích gì thêm)

ĐỀ CHÍNH THỨC

**ĐỀ THI TUYỂN SINH
VÀO TRƯỜNG TRUNG HỌC PHỔ THÔNG CHUYÊN NĂM 2018**

Môn thi: Toán

(Dùng cho mọi thí sinh thi vào trường chuyên)

Thời gian làm bài: 120 phút

Câu 1 Cho biểu thức:

$$P = \frac{2}{(x+1)\sqrt{x+1} + (x-1)\sqrt{x-1}} \cdot \frac{\frac{2x}{\sqrt{x-1}} - \sqrt{x+1}}{\frac{1}{\sqrt{x-1}} - \frac{1}{\sqrt{x+1}}}$$

với $x > 1$.

1. Rút gọn biểu thức P.
2. Tìm x để $P = x - 1$.

Câu 2 Một nhà máy chuyên sản xuất một loại sản phẩm. Năm 2015, nhà máy sản xuất được 5000 sản phẩm. Do ảnh hưởng của thị trường tiêu thụ nên sản lượng của nhà máy trong các năm 2016 và 2017 đều giảm. Cụ thể: số lượng sản phẩm nhà máy sản xuất được trong năm 2016 giảm $x\%$ so với số lượng sản phẩm nhà máy sản xuất được trong năm 2015, số lượng sản phẩm nhà máy sản xuất được trong năm 2017 cũng giảm $x\%$ so với số lượng sản phẩm nhà máy sản xuất được trong năm 2016. Biết rằng số lượng sản phẩm nhà máy sản xuất được trong năm 2017 giảm 51% so với số lượng sản phẩm nhà máy sản xuất được trong năm 2015. Tìm x.

Câu 3 Cho phương trình: $x^3 - x - 1 = 0$.

Giả sử x_0 là một nghiệm của phương trình đã cho.

1. Chứng minh $x_0 > 0$.
2. Tính giá trị của biểu thức:

$$M = \frac{x_0^2 - 1}{x_0^3} \sqrt{2x_0^2 + 3x_0 + 2}.$$

Câu 4 Cho hình chữ nhật ABCD với $BC = a, AB = b$. Gọi M, N lần lượt là trung điểm của các cạnh AB, CD. Qua điểm M dựng đường thẳng cắt đường chéo AC của hình chữ nhật ABCD tại điểm P và cắt đường thẳng BC tại điểm Q sao cho B nằm giữa C và Q.

1. Khi $MP \perp AC$, hãy:
 - a) Tính PQ theo a và b.
 - b) Chứng minh $a \cdot BP = b \cdot PN$.
2. Chứng minh $\widehat{MNP} = \widehat{MNQ}$ (không nhất thiết MP và AC vuông góc với nhau).

Câu 5 Các số nguyên $x, x_1, x_2, \dots, x_9$ thỏa mãn:

$$(1 + x_1)(1 + x_2) \dots (1 + x_9) = (1 - x_1)(1 - x_2) \dots (1 - x_9) = x.$$

Tính $P = x \cdot x_1 \cdot x_2 \dots x_9$.

Hết

Ghi chú: Cán bộ coi thi không giải thích gì thêm.

Họ và tên thí sinh: Số báo danh:

Câu 1. Cho biểu thức
$$P = \frac{2}{(x+1)\sqrt{x+1} + (x-1)\sqrt{x-1}} \cdot \frac{\frac{2x}{\sqrt{x-1}} - \sqrt{x+1}}{\frac{1}{\sqrt{x-1}} - \frac{1}{\sqrt{x+1}}}$$

với $x > 1$

- a) Rút gọn biểu thức P
b) Tìm x để $P = x - 1$

Lời giải

a) Đặt $\sqrt{x+1} = a; \sqrt{x-1} = b$. Khi đó $2x = a^2 + b^2$ và

$$P = \frac{2}{a^3 + b^3} \cdot \frac{\frac{a^2 + b^2}{b} - a}{\frac{1}{b} - \frac{1}{a}} = \frac{2}{(a+b)(a^2 - ab + b^2)} \cdot \frac{\frac{a^2 + b^2 - ab}{b}}{\frac{a-b}{ab}} = \frac{2a}{a^2 - b^2}$$

Vậy $P = \frac{2\sqrt{x+1}}{x+1 - (x-1)} = \sqrt{x+1}$

b) Với điều kiện $x > 1$ thì $\sqrt{x+1} = x-1 \Leftrightarrow x+1 = x^2 - 2x + 1 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 0 \\ x = 3 \end{cases}$

Đáp số $x = 3$

Câu 2. Một nhà máy chuyên sản xuất một loại sản phẩm. Năm 2015, nhà máy sản xuất được 5000 sản phẩm. Do ảnh hưởng của thị trường tiêu thụ nên sản lượng của nhà máy trong các năm 2016 và 2017 đều giảm. Cụ thể: số lượng sản phẩm nhà máy sản xuất được trong năm 2016 giảm $x\%$ so với số lượng sản phẩm nhà máy sản xuất được trong năm 2015, số lượng sản phẩm nhà máy sản xuất được trong năm 2017 cũng giảm $x\%$ so với số lượng sản phẩm nhà máy sản xuất được trong năm 2016. Biết rằng số lượng sản phẩm nhà máy sản xuất được trong năm 2017 giảm 51% so với số lượng sản phẩm nhà máy sản xuất được trong năm 2015. Tìm x

Lời giải

Số lượng sản phẩm sản xuất được trong năm 2016 là $5000 - 5000.x\% = 5000 - 50x$

Trương Trọng Khánh – Hoàng Đức Nguyên. Chuyên Sư Phạm
Số lượng sản phẩm sản xuất được trong năm 2017

$$5000 - 50x - (5000 - 50x) \cdot x\% = \frac{x^2}{2} - 100x + 5000 = \frac{1}{2}(x - 100)^2$$

Theo giả thiết số lượng sản phẩm nhà máy sản xuất được trong năm 2017 giảm 51% so với số lượng sản phẩm nhà máy sản xuất được trong năm 2015 nên ta có phương trình $\frac{1}{2}(x - 100)^2 = 5000 - 5000 \cdot 51\%$

$$\frac{1}{2}(x - 100)^2 = 2450 \Leftrightarrow (x - 100)^2 = 4900 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 170 \\ x = 30 \end{cases}$$

Vì $0 < x < 100$ nên $x = 30$

Câu 3. Cho phương trình $x^3 - x - 1 = 0$

Giả sử x_0 là một nghiệm của phương trình đã cho.

a) Chứng minh $x_0 > 0$

b) Tính giá trị của biểu thức $M = \frac{x_0^2 - 1}{x_0^3} \sqrt{2x_0^2 + 3x_0 + 2}$

Lời giải

a) Vì x_0 là nghiệm của phương trình nên

$$\begin{aligned} x_0^3 - x_0 - 1 &= 0 \Leftrightarrow x_0^3 + x_0^2 - x_0 - 1 = x_0^2 \Leftrightarrow x_0^2(x_0 + 1) - (x_0 + 1) = x_0^2 \\ &\Leftrightarrow (x_0 - 1)(x_0^2 - 1) = x_0^2 \Leftrightarrow (x_0 + 1)^2(x_0 - 1) = x_0^2 \quad (1) \end{aligned}$$

Dễ thấy $x_0 = -1$ và $x_0 = 0$ không thỏa mãn (1)

$$\text{nên } x_0 - 1 = \frac{x_0^2}{(x_0 + 1)^2} > 0 \Rightarrow x_0 > 1 \Rightarrow x_0 > 0$$

Chú ý. Đây là cách chứng minh trực tiếp $x_0 > 1$. Ta có thể chứng minh $x_0 > 0$ bằng phản chứng như sau:

$$\text{Giả sử } x_0 \leq 0. \text{ Ta có } x_0^3 - x_0 - 1 = 0 \Leftrightarrow x_0^3 = x_0 + 1.$$

Dễ thấy $x_0 = 0$ không thỏa mãn.

$$\text{Nếu } x_0 < 0 \text{ thì } x_0^3 < 0 \Rightarrow x_0 + 1 < 0 \Rightarrow x_0 < -1 \Rightarrow x_0^2 > 1$$

$$\Rightarrow x_0(x_0^2 - 1) < 0 \Rightarrow x_0^3 - x_0 < 0 \quad (\text{vô lí vì } x_0^3 - x_0 - 1 = 0 \Rightarrow x_0^3 - x_0 = 1)$$

$$\text{Và từ } x_0 > 0 \Rightarrow x_0 + 1 > 1 \Rightarrow x_0^3 > 1 \Rightarrow x_0 > 1$$

Trương Trọng Khánh _ Hoàng Đức Nguyên. Chuyên Sư Phạm

b) Ta có $a.BP = b.PN \Leftrightarrow BC.BP = AB.PN \Leftrightarrow \frac{BA}{BC} = \frac{PB}{PN} (*)$

Từ giả thiết ta có, B, M, P, N, C cùng nằm trên đường tròn đường kính CM hay chính là đường tròn đường kính BN nên $BPN = 90^\circ$, $PBN = PCN = BAC$ do đó $\triangle BPN \sim \triangle ABC$ hay $(*)$ đúng.

2.

Cách 1: Ta chỉ cần chứng minh $\triangle SDN = \triangle RCN$ hay $SD = QC$.

Theo hệ quả của định lý Talet, ta có $\frac{CQ}{CT} = \frac{AS}{AR}$. Do N, M là trung điểm của CD, BA nên $CT = SD$, $AR = BQ$

Nên ta có $\frac{CQ}{SD} = \frac{AS}{BQ} \Rightarrow CQ.BQ = SD.SA \Rightarrow SD = QC$ do $AD = BC$.

Cách 2: Áp dụng định lý Menelaus ta có:

$$\frac{MA}{MB} \cdot \frac{QB}{QC} \cdot \frac{PC}{PA} = 1, \frac{PC}{PA} \cdot \frac{ND}{NC} \cdot \frac{SA}{SD} = 1 \Rightarrow \frac{QB}{QC} = \frac{SA}{SD} \Rightarrow SD = QC.$$

Câu 5. Cho các số nguyên $x_1, \dots, x_9$ thỏa mãn $(1+x_1)(1+x_2)\dots(1+x_9) = (1-x_1)(1-x_2)\dots(1-x_9) = x$.

Tính $P = x.x_1.x_2\dots x_9$.

Lời giải:

Cách 1: Nếu có $x_i = \pm 1$ thì ta có $x = 0 \Rightarrow P = 0$. Nếu $x_i = 0 \Rightarrow P = 0$.

Xét $x_i \notin \{-1, 0, 1\}$ với mọi i . Từ giả thiết ta có

$$x_1(1+x_1)x_2(1+x_2)\dots x_9(1+x_9) = x_1(1-x_1)x_2(1-x_2)\dots x_9(1-x_9) = P$$

Mặt khác ta thấy nếu $x \in \mathbb{Z}$ mà $x \notin \{-1, 0, 1\}$ thì $x(1+x) > 0, x(1-x) < 0$. Do đó

$$P = x_1(1+x_1)x_2(1+x_2)\dots x_9(1+x_9) > 0$$

vô lý. Vậy $P = 0$.

$$P = x_1(1-x_1)x_2(1-x_2)\dots x_9(1-x_9) < 0$$

Cách 2: Nếu có $x_i = \pm 1$ thì ta có $x = 0 \Rightarrow P = 0$. Nếu $x_i = 0 \Rightarrow P = 0$.

Xét $x_i \notin \{-1, 0, 1\}$ với mọi i . Từ giả thiết ta có

$$x^2 = (1+x_1)(1+x_2)\dots(1+x_9).(1-x_1)(1-x_2)\dots(1-x_9) = (1-x_1^2)\dots(1-x_9^2) < 0 \text{ vô lý. Vậy } P = 0.$$

Trương Trọng Khánh _ Hoàng Đức Nguyên. Chuyên Sư Phạm

b) Vì x_0 là nghiệm của phương trình nên $x_0^3 - x_0 - 1 = 0 \Leftrightarrow x_0^3 = x_0 + 1$

$$\text{Kết hợp với } x_0 > 1 \text{ ta được } M = \frac{x_0^2 - 1}{x_0^3} \sqrt{2x_0^2 + 3x_0 + 2} = \frac{(x_0 - 1)(x_0 + 1)}{x_0^3} \sqrt{2x_0^2 + 3x_0 + 2}$$

$$= (x_0 - 1) \sqrt{2x_0^2 + 3x_0 + 2} = \sqrt{(x_0 - 1)^2 (2x_0^2 + 3x_0 + 2)} = \sqrt{2x_0^4 - x_0^3 - 2x_0^2 - x_0 + 2}$$

$$= \sqrt{2x_0(x_0 + 1) - (x_0 + 1) - 2x_0^2 - x_0 + 2} = 1$$

Câu 4. Cho hình chữ nhật ABCD với $BC = a, AB = b$. Gọi M, N lần lượt là trung điểm các cạnh AB, CD. Qua M dựng đường thẳng cắt đường chéo AC tại P và cắt đường thẳng BC tại Q sao cho B ở giữa Q và C.

1. Khi $MP \perp AC$, hãy

a) Tính độ dài PQ theo a, b .

b) Cmr: $a.BP = b.PN$.

2. Cmr: $MNP = MNQ$.

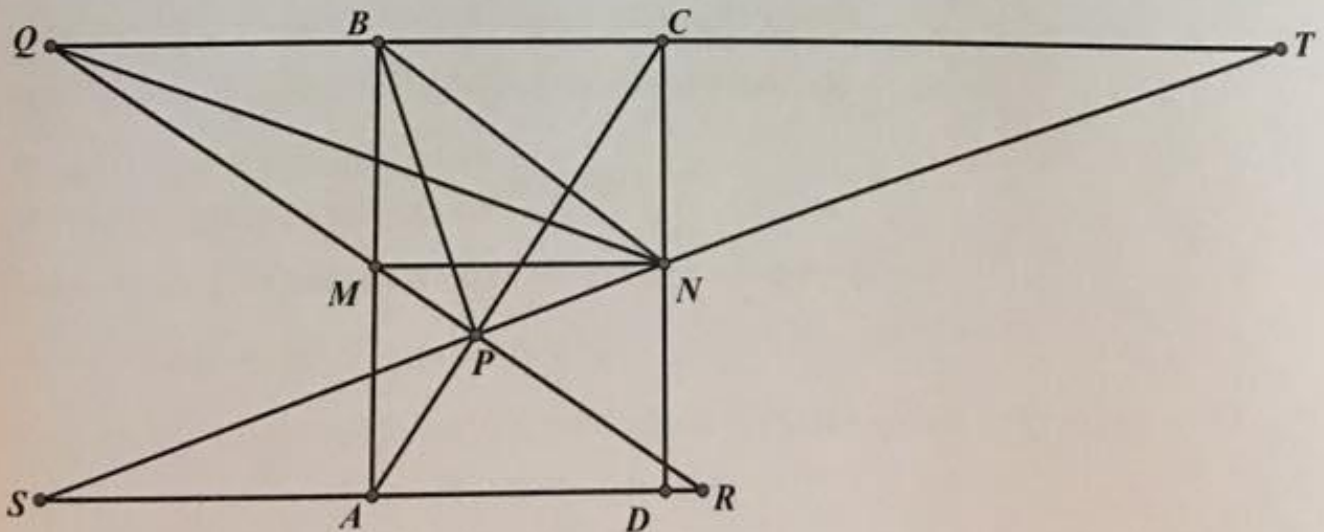
Lời giải.

Kéo dài PM cắt BC, AD tại Q và R; kéo dài PN cắt BC, AD tại T và S.

$$1. a) \text{ Ta có } \triangle QPC \sim \triangle ABC \Rightarrow \frac{PQ}{PC} = \frac{BA}{BC} \Rightarrow PQ = PC \frac{b}{a}$$

$$\text{Ta có } \triangle APM \sim \triangle ABC \Rightarrow AP.AC = AM.AB \Rightarrow AP = \frac{AM.AB}{AC} = \frac{b^2}{2\sqrt{a^2 + b^2}}$$

$$\Rightarrow PC = AC - AP = \sqrt{a^2 + b^2} - \frac{b^2}{2\sqrt{a^2 + b^2}} = \frac{2a^2 + b^2}{2\sqrt{a^2 + b^2}} \Rightarrow PQ = \frac{b(2a^2 + b^2)}{2a\sqrt{a^2 + b^2}}$$



(Đề kiểm tra gồm 01 trang)

Thời gian làm bài: 90 phút. (Không kể thời gian phát đề)

Bài 1. (2 điểm) Cho $A = \frac{\sqrt{x}}{\sqrt{x}-1} + \frac{1}{\sqrt{x}+2} - \frac{3\sqrt{x}}{x+\sqrt{x}-2}$; $B = \frac{\sqrt{x}}{\sqrt{x}+1}$ với $x > 0; x \neq 1$.

- Tính giá trị của B khi $x = 9$.
- Rút gọn biểu thức $P = A.B$
- Tìm m để phương trình $\frac{1}{P} = m$ có nghiệm.

Bài 2. (2 điểm) Giải bài toán sau bằng cách lập phương trình hoặc hệ phương trình:

Một công nhân dự định làm 72 sản phẩm trong một thời gian đã định. Nhưng thực tế xí nghiệp giao 80 sản phẩm nên mặc dù mỗi giờ công nhân đã làm thêm 1 sản phẩm nhưng thời gian hoàn thành công việc vẫn chậm hơn dự định là 12 phút. Tính số sản phẩm dự kiến làm trong một giờ của người đó biết mỗi giờ một công nhân làm được không quá 20 sản phẩm.

Bài 3. (2 điểm)

1. Giải hệ phương trình:
$$\begin{cases} \frac{2}{\sqrt{x}-1} + \frac{3}{y+2} = 2 \\ \frac{1}{\sqrt{x}-1} - \frac{1}{y+2} = \frac{1}{6} \end{cases}$$

2. Cho phương trình: $x^2 + x + 2m - 4 = 0$ (x là ẩn số)

- Tìm m để phương trình có nghiệm $x = -2$. Tìm nghiệm còn lại.
- Tìm m để phương trình có hai nghiệm x_1, x_2 thỏa mãn $x_1^2 = 2x_2 + 5$.

Bài 4. (3,5 điểm)

Cho tam giác ABC nhọn nội tiếp đường tròn (O; R). Đường cao AD, BE cắt nhau tại H. Kéo dài BE cắt đường tròn (O; R) tại F.

- Chứng minh tứ giác BDEA là tứ giác nội tiếp.
- Chứng minh tam giác AHF cân.
- Kẻ tia Et là tiếp tuyến của đường tròn ngoại tiếp tam giác CDE tại điểm E; M là giao điểm của Et và AB. Chứng minh M là trung điểm của AB.
- Cho BC cố định và $BC = R\sqrt{3}$. Xác định vị trí điểm A trên (O) để tích DH.DA lớn nhất.

Bài 5. (0,5 điểm) Cho x, y, z là ba số dương thỏa mãn $x + y + z = 2019$. Tìm giá trị nhỏ nhất

của biểu thức:
$$M = \frac{x}{x + \sqrt{2019x + yz}} + \frac{y}{y + \sqrt{2019y + xz}} + \frac{z}{z + \sqrt{2019z + xy}}$$

-----HẾT-----