

SỞ GIÁO DỤC VÀ ĐÀO TẠO
TỈNH LÀO CAI
ĐỀ CHÍNH THỨC

KỲ THI TUYỂN SINH VÀO LỚP 10 THPT
NĂM HỌC 2018 – 2019
Môn thi: TOÁN

Thời gian: 120 phút (Không kể thời gian giao đề)

Câu 1: (1,0 điểm). Tính giá trị của biểu thức sau:

a) $A = \sqrt{16+9} - 2$

b) $B = \sqrt{(\sqrt{3}-1)^2 + 1}$

Câu 2: (1,5 điểm). Cho biểu thức $P = \left(\frac{x-6}{x+3\sqrt{x}} - \frac{1}{\sqrt{x}} + \frac{1}{\sqrt{x}+3} \right) : \frac{2\sqrt{x}-6}{x+1}$ với

$x > 0; x \neq 9$

a) Rút gọn biểu thức P.

b) Tìm giá trị của x để $P = 1$.

Câu 3: (2,5 điểm).

1) Cho đường thẳng $(d): y = -\frac{1}{2}x + 2$

a) Tìm m để đường thẳng $(\Delta): y = (m-1)x + 1$ song song với đường thẳng (d)

b) Gọi A, B là giao điểm của (d) và $(P): y = \frac{1}{4}x^2$. Tìm tọa độ điểm N nằm trên trục hoành sao cho $NA + NB$ nhỏ nhất.

2) Cho hệ phương trình:
$$\begin{cases} x + ay = 3a \\ -ax + y = 2 - a^2 \end{cases} \quad (I) \text{ với } a \text{ là tham số.}$$

a) Giải hệ (I) khi $a = 1$.

b) Tìm a để hệ phương trình (I) có nghiệm duy nhất (x, y) thỏa mãn $\frac{2y}{x^2+3}$ là số nguyên.

Câu 4: (3,0 điểm) Cho phương trình $x^2 - 2x + m - 3 = 0$ (1) với m là tham số.

a) Giải phương trình (1) khi $m = 0$.

- b) Tìm tất cả các giá trị của m để phương trình (1) có hai nghiệm phân biệt x_1, x_2 thỏa mãn:

$$x_1^2 + 12 = 2x_2 - x_1x_2$$

Câu 5: Cho đường tròn (O) đường kính $AB = 2R$, C là trung điểm của OA và dây cung MN vuông góc với OA tại C. Gọi K là điểm tùy ý trên cung nhỏ BM (K khác B, M), H là giao điểm của AK và MN.

- Chứng minh rằng BCHK là tứ giác nội tiếp.
- Chứng minh $AH \cdot AK = AM^2$.
- Xác định vị trí của điểm K để $KM + KN + KB$ đạt giá trị lớn nhất và tính giá trị lớn nhất đó.

ĐỀ THI CHÍNH THỨC

Câu 1: (1,0 điểm). Tính giá trị của các biểu thức sau:

a) $A = \sqrt{16 + 9} - 2$.

b) $B = \sqrt{(\sqrt{3} - 1)^2} + 1$.

1

Câu 2: (1,5 điểm). Cho biểu thức $P = \left(\frac{x-6}{x+3\sqrt{x}} - \frac{1}{\sqrt{x}} + \frac{1}{\sqrt{x+3}} \right) : \frac{2\sqrt{x}-6}{x+1}$ với $x > 0; x \neq 9$.

a) Rút gọn biểu thức P.

b) Tìm giá trị của x để $P = 1$.

1,5

Câu 3: (2,5 điểm).

1) Cho đường thẳng (d): $y = -\frac{1}{2}x + 2$

a) Tìm m để đường thẳng (Δ): $y = (m-1)x + 1$ song song với đường thẳng (d).

0,625

b) Gọi A, B là giao điểm của (d) với parabol (P): $y = \frac{1}{4}x^2$. Tìm tọa độ điểm N nằm trên trục hoành sao cho NA + NB nhỏ nhất.

2) Cho hệ phương trình: $\begin{cases} x + ay = 3a \\ -ax + y = 2 - a^2 \end{cases}$ (I) với a là tham số.

a) Giải hệ phương trình (I) khi $a = 1$.

0,625

b) Tìm a để hệ phương trình (I) có nghiệm duy nhất (x; y) thỏa mãn $\frac{2y}{x^2 + 3}$ là số nguyên.

Câu 4: (2,0 điểm). Cho phương trình $x^2 - 2x + m - 3 = 0$ (1) với m là tham số.

a) Giải phương trình (1) khi $m = 0$.

1

b) Tìm tất cả các giá trị của m để phương trình (1) có hai nghiệm phân biệt x_1, x_2 thỏa mãn:

$$x_1^2 + 12 = 2x_2 - x_1x_2.$$

Câu 5: (3,0 điểm). Cho đường tròn (O) đường kính $AB = 2R$, C là trung điểm của OA và dây cung MN vuông góc với OA tại C. Gọi K là điểm tùy ý trên cung nhỏ BM (K khác B, M), H là giao điểm của AK và MN.

a) Chứng minh rằng BCHK là tứ giác nội tiếp.

1

b) Chứng minh $AH \cdot AK = AM^2$.

1

c) Xác định vị trí của điểm K để $KM + KN + KB$ đạt giá trị lớn nhất và tính giá trị lớn nhất đó.

----- Hết -----

Họ và tên thí sinh: Số báo danh:

Chữ ký giám thị số 1: Chữ ký giám thị số 2:

Ghi chú:

Câu 1:

Cách giải:

$$a) A = \sqrt{16+9} - 2 = \sqrt{25} - 2 = \sqrt{5^2} - 2 = 5 - 2 = 3.$$

$$b) B = \sqrt{(\sqrt{3}-1)^2} + 1 = |\sqrt{3}-1| + 1 = \sqrt{3} - 1 + 1 = \sqrt{3} \text{ (do } \sqrt{3}-1 > 0).$$

Câu 2:

Cách giải:

$$\text{Cho biểu thức } P = \left(\frac{x-6}{x+3\sqrt{x}} - \frac{1}{\sqrt{x}} + \frac{1}{\sqrt{x}+3} \right) : \frac{2\sqrt{x}-6}{x+1} \text{ với } x > 0, x \neq 9.$$

a) Rút gọn biểu thức P.

Điều kiện: $x > 0, x \neq 9$.

$$\begin{aligned} P &= \left(\frac{x-6}{x+3\sqrt{x}} - \frac{1}{\sqrt{x}} + \frac{1}{\sqrt{x}+3} \right) : \frac{2\sqrt{x}-6}{x+1} \\ &= \left(\frac{x-6}{\sqrt{x}(\sqrt{x}+3)} - \frac{1}{\sqrt{x}} + \frac{1}{\sqrt{x}+3} \right) : \frac{2(\sqrt{x}-3)}{x+1} \\ &= \frac{x-6-(\sqrt{x}+3)+\sqrt{x}}{\sqrt{x}(\sqrt{x}+3)} \cdot \frac{x+1}{2(\sqrt{x}-3)} \\ &= \frac{x-6-\sqrt{x}-3+\sqrt{x}}{\sqrt{x}(\sqrt{x}+3)} \cdot \frac{x+1}{2(\sqrt{x}-3)} \\ &= \frac{(x-9)(x+1)}{2\sqrt{x}(x-9)} = \frac{x+1}{2\sqrt{x}}. \end{aligned}$$

b) Tìm giá trị của x để $P=1$.

Điều kiện: $x > 0, x \neq 9$.

$$\begin{aligned} P=1 &\Leftrightarrow \frac{x+1}{2\sqrt{x}}=1 \Leftrightarrow x+1=2\sqrt{x} \Leftrightarrow x-2\sqrt{x}+1=0 \\ &\Leftrightarrow (\sqrt{x}-1)^2=0 \Leftrightarrow \sqrt{x}-1=0 \Leftrightarrow \sqrt{x}=1 \Leftrightarrow x=1 \text{ (tm)}. \end{aligned}$$

Vậy $x=1$ thì $P=1$.

Câu 3:

1) Cho đường thẳng (d): $y = -\frac{1}{2}x + 2$.

a) Tìm m để đường thẳng (Δ): $y = (m-1)x + 1$ song song với đường thẳng (d).

$$\text{Đường thẳng } (d) // (\Delta) \Leftrightarrow \begin{cases} m-1 = -\frac{1}{2} \\ 1 \neq 2 \end{cases} \Leftrightarrow m = \frac{1}{2}.$$

$$\text{Vậy } m = \frac{1}{2}.$$

b) Gọi A, B là giao điểm của (d) với parabol $(P): y = \frac{1}{4}x^2$. Tìm tọa độ điểm N nằm trên trục hoành sao cho $NA + NB$ nhỏ nhất.

Hoành độ giao điểm của đường thẳng (d) và (P) là nghiệm của phương trình:

$$\begin{aligned} \frac{1}{4}x^2 &= -\frac{1}{2}x + 2 \Leftrightarrow x^2 + 2x - 8 = 0 \\ \Leftrightarrow (x-2)(x+4) &= 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x-2=0 \\ x+4=0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x=2 \Rightarrow y=1 \Rightarrow A(2; 1) \\ x=-4 \Rightarrow y=4 \Rightarrow B(-4; 4) \end{cases} \end{aligned}$$

Khi đó $A(2; 1), B(-4; 4)$ là hai giao điểm của 2 đồ thị hàm số.

Xét tam giác NAB có $NA + NB \geq AB$ (BĐT tam giác).

$$\Rightarrow (NA + NB)_{\min} = AB \Leftrightarrow N = AB \cap Oy \text{ hay } N = d \cap Oy.$$

$$\text{Cho } x=0 \Rightarrow y=2 \Rightarrow N(0; 2)$$

$$\text{Vậy khi } N(0; 2) \text{ thì } NA + NB = AB = \sqrt{(-4-2)^2 + (4-1)^2} = 3\sqrt{5}.$$

$$\text{2) Cho hệ phương trình: } \begin{cases} x + ay = 3a \\ -ax + y = 2 - a^2 \end{cases} \quad (I) \text{ với } a \text{ là tham số.}$$

a) Giải hệ phương trình (I) khi $a=1$.

Thay $a=1$ vào hệ phương trình ta được:

$$(I) \Leftrightarrow \begin{cases} x + y = 3 \\ -x + y = 1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 2y = 4 \\ x = 3 - y \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} y = 2 \\ x = 3 - 2 = 1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 1 \\ y = 2 \end{cases}.$$

Vậy với $a=1$ thì hệ phương trình có nghiệm duy nhất $(x; y) = (1; 2)$.

b) Tìm a để hệ phương trình (I) có nghiệm duy nhất $(x; y)$ thỏa mãn $\frac{2y}{x^2 + 3}$ là số nguyên.

$$\text{+) Với } a=0 \text{ ta có: } (I) \Leftrightarrow \begin{cases} x=0 \\ y=2 \end{cases} \Rightarrow \text{hệ phương trình có nghiệm duy nhất.}$$

+) Với $a \neq 0$: Hệ phương trình có nghiệm duy nhất $\Leftrightarrow \frac{-}{-a} \neq \frac{-}{1} \quad (a \neq 0)$

$$\Leftrightarrow -a^2 \neq 1 \text{ (luôn đúng).}$$

Vậy hệ phương trình luôn có nghiệm duy nhất với mọi a .

$$\text{Ta có: } (I) \Leftrightarrow \begin{cases} x = 3a - ay \\ -a(3a - ay) + y = 2 - a^2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 3a - ay \\ -3a^2 + a^2y + y = 2 - a^2 \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} x = 3a - ay \\ y(a^2 + 1) = 2 + 2a^2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 3a - ay \\ y = \frac{2a^2 + 2}{a^2 + 1} = 2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 3a - 2a = a \\ y = 2 \end{cases}.$$

$\Rightarrow$ Hệ phương trình có nghiệm duy nhất $(x, y) = (a, 2)$.

$$\text{Ta có: } \frac{2y}{x^2 + 3} = \frac{2 \cdot 2}{a^2 + 3} = \frac{4}{a^2 + 3}.$$

$$\frac{2y}{x^2 + 3} \in \mathbb{Z} \Leftrightarrow \frac{4}{a^2 + 3} \in \mathbb{Z} \Leftrightarrow (a^2 + 3) \in U(4)$$

$$\text{Mà } U(4) = \{\pm 1; \pm 2; \pm 4\}.$$

$$\text{Lại có: } a^2 + 3 \geq 3 \quad \forall a \Rightarrow a^2 + 3 = 4 \Leftrightarrow a^2 = 1 \Leftrightarrow \begin{cases} a = 1 \\ a = -1 \end{cases}.$$

Vậy $a = \pm 1$ thỏa mãn điều kiện bài toán.

Câu 4:

Cách giải:

Cho phương trình: $x^2 - 2x + m - 3 = 0$ (1) với m là tham số,

a) Giải phương trình (1) khi $m = 0$.

Thay $m = 0$ vào phương trình (1) ta có:

$$(1) \Leftrightarrow x^2 - 2x - 3 = 0 \Leftrightarrow (x - 3)(x + 1) = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x - 3 = 0 \\ x + 1 = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 3 \\ x = -1 \end{cases}.$$

Vậy với $m = 0$ thì phương trình (1) có hai nghiệm phân biệt $x = -1$ và $x = 3$.

b) Tìm tất cả các giá trị của m để phương trình (1) có hai nghiệm phân biệt x_1, x_2 thỏa mãn:

$$x_1^2 + 12 = 2x_2 - x_1x_2.$$

$$\text{Phương trình (1) có hai nghiệm phân biệt} \Leftrightarrow \Delta' > 0 \Leftrightarrow 1 - m + 3 > 0 \Leftrightarrow m < 4.$$

Áp dụng hệ thức Vi-ét ta có: $\begin{cases} x_1 + x_2 = 2 \\ x_1 x_2 = m - 3 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x_2 = 2 - x_1 & (1) \\ x_1 x_2 = m - 3 & (2) \end{cases}$

Theo đề bài ta có: $x_1^2 + 12 = 2x_2 - x_1 x_2$ (3)

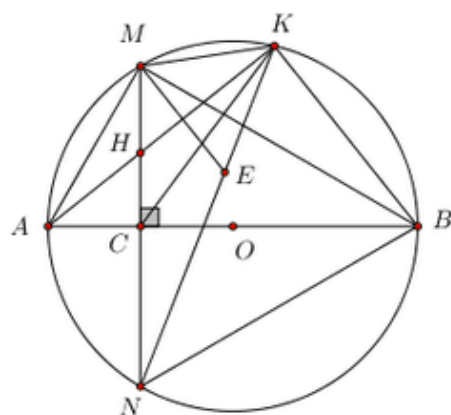
Thế (1) vào (2) ta có:

$$\begin{aligned} x_1^2 + 12 &= 2(2 - x_1) - x_1(2 - x_1) \\ \Leftrightarrow x_1^2 + 12 &= 4 - 2x_1 - 2x_1 + x_1^2 \\ \Leftrightarrow -4x_1 &= 8 \Leftrightarrow x_1 = -2 \Rightarrow x_2 = 2 - x_1 = 4. \\ \Rightarrow x_1 x_2 &= m - 3 \Leftrightarrow m - 3 = -8 \Leftrightarrow m = -5 \text{ (tm)}. \end{aligned}$$

Vậy $m = -5$.

Câu 5.

Cách giải:



a) Ta có $\angle AKB = 90^\circ$ (góc nội tiếp chắn nửa đường tròn).

Xét tứ giác BCHK có $\angle BCH + \angle BKH = 90^\circ + 90^\circ \Rightarrow$ Tứ giác BCHK là tứ giác nội tiếp (Tứ giác có tổng hai góc đối bằng 180°)

b) Ta có $OA \perp MN$ tại C $\Rightarrow C$ là trung điểm của MN (quan hệ vuông góc giữa đường kính và dây cung).

$\Rightarrow \triangle AMN$ có AC là đường cao đồng thời là trung tuyến

$\Rightarrow \triangle AMN$ cân tại A $\Rightarrow AM = AN \Rightarrow$ số cung AM = số cung AN.

$\Rightarrow \angle AMN = \angle KMN$ (hai góc nội tiếp chắn hai cung bằng nhau)

Xét tam giác AMN và AKM có:

—

$\angle MAK$ chung;

$$\angle AMN = \angle KMN \text{ (cmt)};$$

$$\Rightarrow \triangle AMH \sim \triangle AKM \text{ (g.g)} \Rightarrow \frac{AM}{AK} = \frac{AH}{AM} \Rightarrow AM^2 = AH \cdot AK.$$

c) Lấy điểm E thuộc KN sao cho $KM = KE$.

Xét tam giác vuông AMB có: $AM^2 = AC \cdot AB = \frac{R}{2} \cdot 2R = R^2 \Rightarrow AM = R$ (hệ thức lượng trong tam giác vuông)

$$\Rightarrow \sin \angle ABM = \frac{AM}{AB} = \frac{R}{2R} = \frac{1}{2} \Rightarrow \angle ABM = 30^\circ \Rightarrow \angle MBN = 60^\circ \text{ (tính đối xứng)}.$$

$$\Rightarrow \angle MKE = \angle MKN = \angle MBN = 60^\circ \text{ (hai góc nội tiếp cùng chắn cung MN)}.$$

$$\Rightarrow \triangle AKE \text{ đều} \Rightarrow KM = KE = ME.$$

Ta có AB là trung trực của MN $\Rightarrow BM = BN$

Lại có $\angle MBN = 60^\circ$ (cmt) $\Rightarrow \triangle BMN$ đều $\Rightarrow MB = MN = BN$ và $\angle BMN = 60^\circ$

$$\Rightarrow \angle BMN = \angle KME = 60^\circ$$

$$\Rightarrow \angle BMN - \angle BME = \angle KME - \angle BME$$

$$\Leftrightarrow \angle EMN = \angle KMB$$

Xét tam giác KMB và tam giác EMN có:

$$KM = EM;$$

$$MB = MN;$$

$$\angle EMN = \angle KMB \text{ (cmt)};$$

$$\Rightarrow \triangle KMB = \triangle EMN \text{ (c.g.c)}$$

$$\Rightarrow KB = EN \text{ (hai cạnh tương ứng)}$$

$$\Rightarrow S = KM + KN + KB = KE + (KE + EN) + EN = 2(KE + EN) = 2KN$$

KN lớn nhất khi và chỉ khi KN là đường kính của đường tròn O, khi đó $KN = 2R$ và $S_{\max} = 4R$

KN nhỏ nhất khi và chỉ khi $K \equiv M \Rightarrow KN = MN \Rightarrow S_{\min} = 2MN$

$$\text{Xét tam giác vuông AMB } \cos \angle MC^2 = AC \cdot BC = \frac{R}{2} \cdot \frac{3R}{2} = \frac{3R^2}{4} \Rightarrow MC = \frac{R\sqrt{3}}{2} \Rightarrow MN = R\sqrt{3} \Rightarrow S_{\min} = 2R\sqrt{3}$$

$$\text{Vậy } (KM + KN + KB)_{\max} = 4R \text{ và } (KM + KN + KB)_{\min} = 2R\sqrt{3}.$$

