

Họ, tên thí sinh:

Số báo danh:

Mã đề thi 001

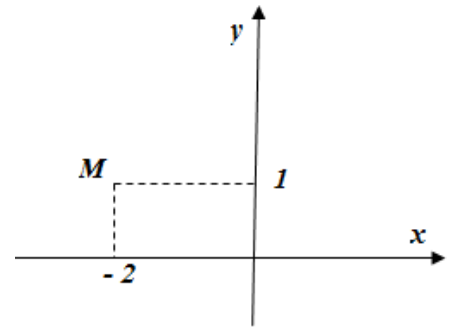
Câu 1. Điểm M trong hình vẽ bên là điểm biểu diễn số phức

A. $z = -2 + i$

B. $z = 1 - 2i$

C. $z = 2 + i$

D. $z = 1 + 2i$



Câu 2. $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{x-2}{x+3}$ bằng

A. $-\frac{2}{3}$

B. 1

C. 2

D. -3

Câu 3. Cho tập hợp M có 10 phần tử. Số tập con gồm 2 phần tử của M là

A. A_{10}^8

B. A_{10}^2

C. C_{10}^2

D. 10^2

Câu 4. Thể tích của khối chóp có chiều cao bằng h và diện tích đáy bằng B là

A. $V = \frac{1}{3} Bh$

B. $V = \frac{1}{6} Bh$

C. $V = Bh$

D. $V = \frac{1}{2} Bh$

Câu 5. Cho hàm số $y = f(x)$ có bảng biến thiên như sau

x	$-\infty$	-2	0	2	$+\infty$			
y'		$+$	0	$-$	0	$+$	0	$-$
y			3		-1		3	

Diagram showing the function values at critical points and limits: $-\infty \rightarrow 3 \rightarrow -1 \rightarrow 3 \rightarrow -\infty$ with arrows indicating the path of the function.

Hàm số $y = f(x)$ nghịch biến trên khoảng nào dưới đây?

A. $(-2; 0)$

B. $(-\infty; -2)$

C. $(0; 2)$

D. $(0; +\infty)$

Câu 6. Cho hàm số $y = f(x)$ liên tục trên đoạn $[a, b]$. Gọi D là hình phẳng giới hạn bởi đồ thị của hàm số $y = f(x)$, trục hoành và hai đường thẳng $x = a, x = b$ ($a < b$). Thể tích của khối tròn xoay tạo thành khi quay D quanh trục hoành được tính theo công thức

A. $V = \pi \int_a^b f^2(x) dx$

B. $V = 2\pi \int_a^b f^2(x) dx$

C. $V = \pi^2 \int_a^b f^2(x) dx$

D. $V = \pi^2 \int_a^b f(x) dx$

Câu 7. Cho hàm số $y = f(x)$ có bảng biến thiên như sau

x	$-\infty$	0	2	$+\infty$
y'		$-$	$+$	$-$
y	$+\infty$	1	5	$-\infty$

Hàm số đạt cực đại tại điểm

- A. $x = 1$ B. $x = 0$ C. $x = 5$ D. $x = 2$

Câu 8. Với a là số thực dương bất kì, mệnh đề nào dưới đây đúng?

- A. $\log(3a) = 3\log a$ B. $\log a^3 = \frac{1}{3}\log a$ C. $\log a^3 = 3\log a$ D. $\log(3a) = \frac{1}{3}\log a$

Câu 9. Họ nguyên hàm của hàm số $f(x) = 3x^2 + 1$ là

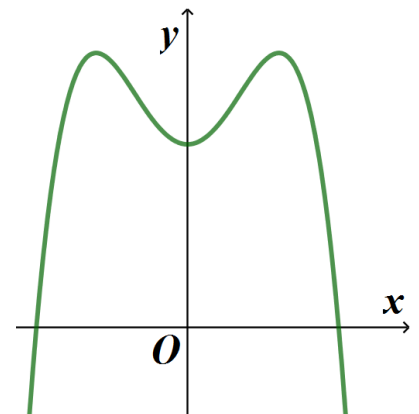
- A. $x^3 + C$ B. $\frac{x^3}{3} + x + C$ C. $6x + C$ D. $x^3 + x + C$

Câu 10. Trong không gian $Oxyz$, cho điểm $A(3; -1; 1)$. Hình chiếu vuông góc của A trên mặt phẳng (Oyz) là điểm

- A. $M(3; 0; 0)$ B. $N(0; -1; 1)$ C. $P(0; -1; 0)$ D. $Q(0; 0; 1)$

Câu 11. Đường cong trong hình bên là đồ thị của hàm số nào dưới đây?

- A. $y = -x^4 + 2x^2 + 2$
 B. $y = x^4 - 2x^2 + 2$
 C. $y = x^3 - 3x^2 + 2$
 D. $y = -x^3 + 3x^2 + 2$



Câu 12. Trong không gian $Oxyz$, cho đường thẳng $d: \frac{x-2}{-1} = \frac{y-1}{2} = \frac{z}{1}$. Đường thẳng d có một vector chỉ phương là

- A. $\vec{u}_1 = (-1; 2; 1)$ B. $\vec{u}_2 = (2; 1; 0)$ C. $\vec{u}_3 = (2; 1; 1)$ D. $\vec{u}_4 = (-1; 2; 0)$

Câu 13. Tập nghiệm của bất phương trình $2^{2x} < 2^{x+6}$ là

- A. $(0; 6)$ B. $(-\infty; 6)$ C. $(0; 64)$ D. $(6; +\infty)$

Câu 14. Cho hình nón có diện tích xung quanh bằng $3\pi a^2$ và bán kính đáy bằng a . Độ dài đường sinh của hình nón đã cho bằng

- A. $2\sqrt{2}a$ B. $3a$ C. $2a$ D. $\frac{3a}{2}$

Câu 15. Trong không gian $Oxyz$, cho ba điểm $M(2; 0; 0)$, $N(0; -1; 0)$ và $P(0; 0; 2)$. Mặt phẳng (MNP) có phương trình là

- A. $\frac{x}{2} + \frac{y}{-1} + \frac{z}{2} = 0$ B. $\frac{x}{2} + \frac{y}{-1} + \frac{z}{2} = -1$ C. $\frac{x}{2} + \frac{y}{1} + \frac{z}{2} = 1$ D. $\frac{x}{2} + \frac{y}{-1} + \frac{z}{2} = 1$

Câu 16. Đồ thị của hàm số nào dưới đây có tiệm cận đứng?

A. $y = \frac{x^2 - 3x + 2}{x - 1}$

B. $y = \frac{x^2}{x^2 + 1}$

C. $y = \sqrt{x^2 - 1}$

D. $y = \frac{x}{x + 1}$

Câu 17. Cho hàm số $y = f(x)$ có bảng biến thiên như sau

x	$-\infty$		-1		3		$+\infty$
y'		$+$	0	$-$	0	$+$	
y							

$-\infty \xrightarrow{\quad} 4 \xrightarrow{\quad} -2 \xrightarrow{\quad} +\infty$

Số nghiệm của phương trình $f(x) - 2 = 0$ là

A. 0

B. 3

C. 1

D. 2

Câu 18. Giá trị lớn nhất của hàm số $f(x) = x^4 - 4x^2 + 5$ trên đoạn $[-2; 3]$ bằng

A. 50

B. 5

C. 1

D. 122

Câu 19. Tích phân $\int_0^2 \frac{dx}{x+3}$ bằng

A. $\frac{16}{225}$

B. $\log \frac{5}{3}$

C. $\ln \frac{5}{3}$

D. $\frac{2}{15}$

Câu 20. Gọi z_1 và z_2 là hai nghiệm phức của phương trình $4z^2 - 4z + 3 = 0$. Giá trị của biểu thức $|z_1| + |z_2|$ bằng

A. $3\sqrt{2}$

B. $2\sqrt{3}$

C. 3

D. $\sqrt{3}$

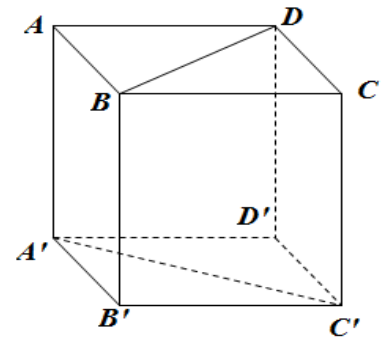
Câu 21. Cho hình lập phương $ABCD.A'B'C'D'$ có cạnh bằng a (tham khảo hình vẽ bên). Khoảng cách giữa hai đường thẳng BD và $A'C'$ bằng

A. $\sqrt{3}a$

B. a

C. $\frac{\sqrt{3}a}{2}$

D. $\sqrt{2}a$



Câu 22. Một người gửi 100 triệu đồng vào một ngân hàng với lãi suất 0,4%/tháng. Biết rằng nếu rút tiền ra khỏi ngân hàng thì cứ sau mỗi tháng, số tiền lãi sẽ được nhập vào vốn ban đầu để tính lãi cho tháng tiếp theo. Hỏi sau đúng 6 tháng, người đó được lĩnh số tiền (cả vốn ban đầu và lãi) gần nhất với số tiền nào dưới đây, nếu trong khoảng thời gian này người đó không rút tiền ra và lãi suất không thay đổi?

A. 102.424.000 đồng

B. 102.423.000 đồng

C. 102.016.000 đồng

D. 102.017.000 đồng

Câu 23. Một hộp chứa 11 quả cầu gồm 5 quả cầu màu xanh và 6 quả cầu màu đỏ. Chọn ngẫu nhiên đồng thời 2 quả cầu từ hộp đó. Xác suất để 2 quả cầu chọn ra cùng màu bằng

A. $\frac{5}{22}$

B. $\frac{6}{11}$

C. $\frac{5}{11}$

D. $\frac{8}{11}$

Câu 24. Trong không gian $Oxyz$, cho hai điểm $A(-1; 2; 1)$ và $B(2; 1; 0)$. Mặt phẳng qua A và vuông góc với AB có phương trình là

A. $3x - y - z - 6 = 0$

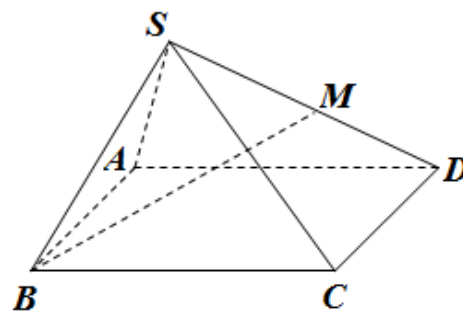
B. $3x - y - z + 6 = 0$

C. $x + 3y + z - 5 = 0$

D. $x + 3y + z - 6 = 0$

Câu 25. Cho hình chóp tứ giác đều $S.ABCD$ có tất cả các cạnh bằng a . Gọi M là trung điểm của SD (tham khảo hình vẽ bên). Tang của góc giữa đường thẳng BM và mặt phẳng $(ABCD)$ bằng

- A. $\frac{\sqrt{2}}{2}$ B. $\frac{\sqrt{3}}{3}$
C. $\frac{2}{3}$ D. $\frac{1}{3}$



Câu 26. Với n là số nguyên dương thỏa mãn $C_n^1 + C_n^2 = 55$, số hạng không chứa x trong khai triển của biểu thức $\left(x^3 + \frac{2}{x^2}\right)^n$ bằng

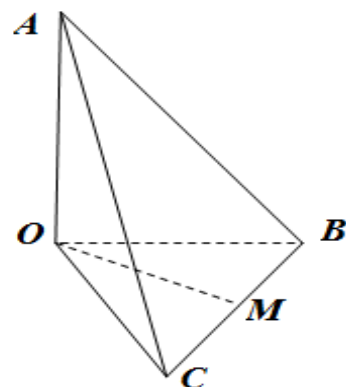
- A. 322560 B. 3360 C. 80640 D. 13440

Câu 27. Tổng giá trị tất cả các nghiệm của phương trình $\log_3 x \cdot \log_9 x \cdot \log_{27} x \cdot \log_{81} x = \frac{2}{3}$ bằng

- A. $\frac{82}{9}$ B. $\frac{80}{9}$ C. 9 D. 0

Câu 28. Cho tứ diện $OABC$ có OA, OB, OC đôi một vuông góc với nhau và $OA = OB = OC$. Gọi M là trung điểm của BC (tham khảo hình vẽ bên). Góc giữa hai đường thẳng OM và AB bằng

- A. 90°
B. 30°
C. 60°
D. 45°



Câu 29. Trong không gian $Oxyz$, cho hai đường thẳng: $d_1: \frac{x-3}{-1} = \frac{y-3}{-2} = \frac{z+2}{1}$; $d_2: \frac{x-5}{-3} = \frac{y+1}{2} = \frac{z-2}{1}$ và mặt phẳng $(P): x + 2y + 3z - 5 = 0$. Đường thẳng vuông góc với (P) , cắt d_1 và d_2 có phương trình là

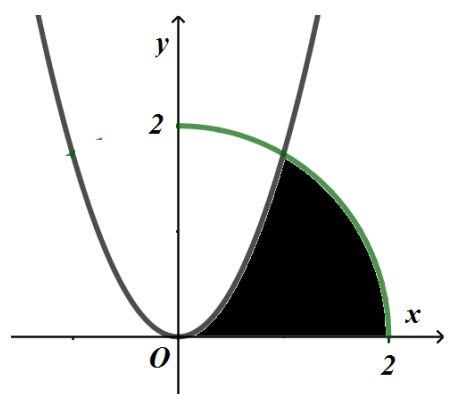
- A. $\frac{x-1}{1} = \frac{y+1}{2} = \frac{z}{3}$ B. $\frac{x-2}{1} = \frac{y-3}{2} = \frac{z-1}{3}$ C. $\frac{x-3}{1} = \frac{y-3}{2} = \frac{z+2}{3}$ D. $\frac{x-1}{3} = \frac{y+1}{2} = \frac{z}{1}$

Câu 30. Có bao nhiêu giá trị nguyên âm của tham số m để hàm số $y = x^3 + mx - \frac{1}{5x^5}$ đồng biến trên khoảng $(0; +\infty)$?

- A. 5 B. 3 C. 0 D. 4

Câu 31. Cho (H) là hình phẳng giới hạn bởi parabol $y = \sqrt{3}x^2$, cung tròn có phương trình $y = \sqrt{4-x^2}$ (với $0 \leq x \leq 2$) và trục hoành (phần tô đậm trong hình vẽ). Diện tích của (H) bằng

- A. $\frac{4\pi + \sqrt{3}}{12}$ B. $\frac{4\pi - \sqrt{3}}{6}$
C. $\frac{4\pi + 2\sqrt{3} - 3}{6}$ D. $\frac{5\sqrt{3} - 2\pi}{3}$



Câu 32. Biết $\int_1^2 \frac{dx}{(x+1)\sqrt{x+x\sqrt{x+1}}} = \sqrt{a} - \sqrt{b} - c$ với a, b, c là các số nguyên dương. Tính $P = a + b + c$

- A. $P = 24$ B. $P = 12$ C. $P = 18$ D. $P = 46$

Câu 33. Cho tứ diện đều $ABCD$ có cạnh bằng 4. Tính diện tích xung quanh S_{xq} của hình trụ có một đường tròn đáy là đường tròn nội tiếp tam giác BCD và chiều cao bằng chiều cao của tứ diện $ABCD$

- A. $S_{xq} = \frac{16\sqrt{2}\pi}{3}$ B. $S_{xq} = 8\sqrt{2}\pi$ C. $S_{xq} = \frac{16\sqrt{3}\pi}{3}$ D. $S_{xq} = 8\sqrt{3}\pi$

Câu 34. Có bao nhiêu giá trị nguyên dương của tham số m để phương trình $16^x - 2 \cdot 12^x + (m-2)9^x = 0$ có nghiệm dương?

- A. 1 B. 2 C. 4 D. 3

Câu 35. Có bao nhiêu giá trị nguyên của tham số m để phương trình $\sqrt[3]{m+3}\sqrt[3]{m+3}\sin x = \sin x$ có nghiệm thực?

- A. 5 B. 7 C. 3 D. 2

Câu 36. Gọi S là tập hợp tất cả các giá trị của tham số thực m sao cho giá trị lớn nhất của hàm số $y = |x^3 - 3x + m|$ trên đoạn $[0; 2]$ bằng 3. Số phần tử của S là

- A. 1 B. 2 C. 0 D. 6

Câu 37. Cho hàm số $f(x)$ xác định trên $\mathbb{R} \setminus \left\{\frac{1}{2}\right\}$ thỏa mãn $f'(x) = \frac{2}{2x-1}$, $f(0) = 1$ và $f(1) = 2$. Giá trị của biểu thức $f(-1) + f(3)$ bằng

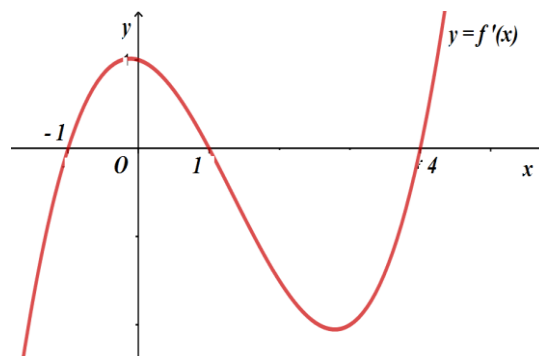
- A. $4 + \ln 15$ B. $2 + \ln 15$ C. $3 + \ln 15$ D. $\ln 15$

Câu 38. Cho số phức $z = a + bi$ ($a, b \in \mathbb{R}$) thỏa mãn $z + 2 + i - |z|(1+i) = 0$ và $|z| > 1$. Tính $P = a + b$

- A. $P = -1$ B. $P = -5$ C. $P = 3$ D. $P = 7$

Câu 39. Cho hàm số $y = f(x)$. Hàm số $y = f'(x)$ có đồ thị như hình bên. Hàm số $y = f(2-x)$ đồng biến trên khoảng

- A. $(1; 3)$ B. $(2; +\infty)$
C. $(-2; 1)$ D. $(-\infty; -2)$



Câu 40. Cho hàm số $y = \frac{-x+2}{x-1}$ có đồ thị (C) và điểm $A(a; 1)$. Gọi S là tập hợp tất cả các giá trị thực của a để có đúng một tiếp tuyến của (C) đi qua A . Tổng giá trị tất cả các phần tử của S bằng

- A. 1 B. $\frac{3}{2}$ C. $\frac{5}{2}$ D. $\frac{1}{2}$

Câu 41. Trong không gian $Oxyz$, cho điểm $M(1; 1; 2)$. Hỏi có bao nhiêu mặt phẳng (P) đi qua M và cắt các trục $x'Ox, y'Oy, z'Oz$ lần lượt tại các điểm A, B, C sao cho $OA = OB = OC \neq 0$?

- A. 3 B. 1 C. 4 D. 8

Câu 42. Cho dãy số (u_n) thỏa mãn $\log u_1 + \sqrt{2 + \log u_1 - 2 \log u_{10}} = 2 \log u_{10}$ và $u_{n+1} = 2u_n$ với mọi $n \geq 1$. Giá trị nhỏ nhất của n để $u_n > 5^{100}$ bằng

- A. 247 B. 248 C. 229 D. 290

Câu 43. Có bao nhiêu giá trị nguyên của tham số m để hàm số $y = |3x^4 - 4x^3 - 12x^2 + m|$ có 7 điểm cực trị?

A. 3

B. 5

C. 6

D. 4

Câu 44. Trong không gian $Oxyz$, cho hai điểm $A(2; 2; 1), B\left(-\frac{8}{3}; \frac{4}{3}; \frac{8}{3}\right)$. Đường thẳng đi qua tâm đường

tròn nội tiếp của tam giác OAB và vuông góc với mặt phẳng (OAB) có phương trình là

A. $\frac{x+1}{1} = \frac{y-3}{-2} = \frac{z+1}{2}$

B. $\frac{x+1}{1} = \frac{y-8}{-2} = \frac{z-4}{2}$

C. $\frac{x+\frac{1}{3}}{1} = \frac{y-\frac{5}{3}}{-2} = \frac{z-\frac{11}{6}}{2}$

D. $\frac{x+\frac{2}{9}}{1} = \frac{y-\frac{2}{9}}{-2} = \frac{z+\frac{5}{9}}{2}$

Câu 45. Cho hai hình vuông $ABCD$ và $ABEF$ có cạnh bằng 1, lần lượt nằm trên hai mặt phẳng vuông góc với nhau. Gọi S là điểm đối xứng với B qua đường thẳng DE . Thể tích của khối đa diện $ABCDSEF$ bằng

A. $\frac{7}{6}$

B. $\frac{11}{12}$

C. $\frac{2}{3}$

D. $\frac{5}{6}$

Câu 46. Xét các số phức $z = a + bi$ ($a, b \in \mathbb{R}$) thỏa mãn $|z - 4 - 3i| = \sqrt{5}$. Tính $P = a + b$ khi

$|z + 1 - 3i| + |z - 1 + i|$ đạt giá trị lớn nhất

A. $P = 10$

B. $P = 4$

C. $P = 6$

D. $P = 8$

Câu 47. Cho hình lăng trụ tam giác đều $ABC.A'B'C'$ có

$AB = 2\sqrt{3}$ và $AA' = 2$. Gọi M, N, P lần lượt là trung điểm của

các cạnh $A'B', A'C'$ và BC (tham khảo hình vẽ bên). Cosin của

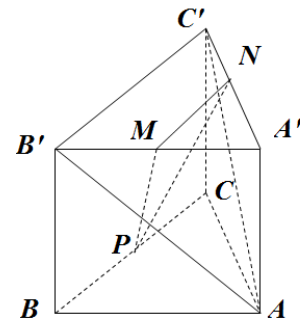
góc tạo bởi hai mặt phẳng $(AB'C')$ và (MNP) bằng

A. $\frac{6\sqrt{13}}{65}$

B. $\frac{\sqrt{13}}{65}$

C. $\frac{17\sqrt{13}}{65}$

D. $\frac{18\sqrt{13}}{65}$



Câu 48. Trong không gian $Oxyz$, cho ba điểm $A(1; 2; 1), B(3; -1; 1)$ và $C(-1; -1; 1)$. Gọi (S_1) là mặt cầu

có tâm A , bán kính 2; (S_2) và (S_3) là hai mặt cầu có tâm lần lượt là B, C và bán kính đều bằng 1. Hỏi

có bao nhiêu mặt phẳng tiếp xúc với cả ba mặt cầu $(S_1), (S_2), (S_3)$?

A. 5

B. 7

C. 6

D. 8

Câu 49. Xếp ngẫu nhiên 10 học sinh gồm 2 học sinh lớp 12A, 3 học sinh lớp 12B và 5 học sinh lớp 12C thành một hàng ngang. Xác suất để trong 10 học sinh trên không có 2 học sinh cùng lớp đứng cạnh nhau bằng

A. $\frac{11}{630}$

B. $\frac{1}{126}$

C. $\frac{1}{105}$

D. $\frac{1}{42}$

Câu 50. Cho hàm số $f(x)$ có đạo hàm liên tục trên đoạn $[0; 1]$ thỏa mãn $f(1) = 0, \int_0^1 [f'(x)]^2 dx = 7$ và

$\int_0^1 x^2 f(x) dx = \frac{1}{3}$. Tích phân $\int_0^1 f(x) dx$ bằng

A. $\frac{7}{5}$

B. 1

C. $\frac{7}{4}$

D. 4

-----HẾT-----

ĐÁP ÁN

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20
A	B	C	A	A	A	D	C	D	B	A	A	B	B	D	D	B	A	C	D
21	22	23	24	25	26	27	28	29	30	31	32	33	34	35	36	37	38	39	40
B	A	C	B	D	D	A	C	A	D	B	D	A	B	A	B	C	D	C	C
41	42	43	44	45	46	47	48	49	50										
A	B	D	A	C	A	B	B	A	A										

toan123.vn

HƯỚNG DẪN GIẢI

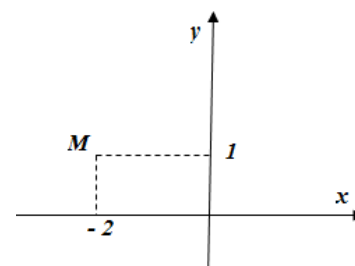
Câu 1. Điểm M trong hình vẽ bên là điểm biểu diễn số phức

A. $z = -2 + i$

B. $z = 1 - 2i$

C. $z = 2 + i$

D. $z = 1 + 2i$



Lời giải

Chọn A

Điểm $M(-2;1)$ biểu diễn số phức $z = -2 + i$

Câu 2. $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{x-2}{x+3}$ bằng

A. $-\frac{2}{3}$

B. 1

C. 2

D. -3

Lời giải

Chọn B

Chia cả tử và mẫu cho x ta có:

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{x-2}{x+3} = \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{1 - \frac{2}{x}}{1 + \frac{3}{x}} = \frac{1}{1} = 1$$

Câu 3. Cho tập hợp M có 10 phần tử. Số tập con gồm 2 phần tử của M là

A. A_{10}^8

B. A_{10}^2

C. C_{10}^2

D. 10^2

Lời giải

Chọn C

Số tập con gồm 2 phần tử của M là số cách chọn 2 phần tử bất kì trong 10 phần tử của M

Do đó số tập con gồm 2 phần tử của M là C_{10}^2

Câu 4. Thể tích của khối chóp có chiều cao bằng h và diện tích đáy bằng B là

A. $V = \frac{1}{3} Bh$

B. $V = \frac{1}{6} Bh$

C. $V = Bh$

D. $V = \frac{1}{2} Bh$

Lời giải

Chọn A

Câu 5. Cho hàm số $y = f(x)$ có bảng biến thiên như sau

x	$-\infty$	-2	0	2	$+\infty$				
y'		$+$	0	$-$	0	$+$	0	$-$	
y			3		-1		3		

$-\infty \xrightarrow{\quad} 3 \xrightarrow{\quad} -1 \xrightarrow{\quad} 3 \xrightarrow{\quad} -\infty$

Hàm số $y = f(x)$ nghịch biến trên khoảng nào dưới đây?

A. $(-2; 0)$

B. $(-\infty; -2)$

C. $(0; 2)$

D. $(0; +\infty)$

Lời giải

Chọn A

Câu 6. Cho hàm số $y = f(x)$ liên tục trên đoạn $[a, b]$. Gọi D là hình phẳng giới hạn bởi đồ thị của hàm số $y = f(x)$, trục hoành và hai đường thẳng $x = a, x = b (a < b)$. Thể tích của khối tròn xoay tạo thành khi quay D quanh trục hoành được tính theo công thức

A. $V = \pi \int_a^b f^2(x) dx$

B. $V = 2\pi \int_a^b f^2(x) dx$

C. $V = \pi^2 \int_a^b f^2(x) dx$

D. $V = \pi^2 \int_a^b f(x) dx$

Lời giải

Chọn A

Câu 7. Cho hàm số $y = f(x)$ có bảng biến thiên như sau

x	$-\infty$	0	2	$+\infty$
y'		$-$	$+$	$-$
y	$+\infty$			$-\infty$

$\xrightarrow{\quad} 1 \xrightarrow{\quad} 5 \xrightarrow{\quad}$

Hàm số đạt cực đại tại điểm

A. $x = 1$

B. $x = 0$

C. $x = 5$

D. $x = 2$

Lời giải

Chọn D

Câu 8. Với a là số thực dương bất kì, mệnh đề nào dưới đây đúng?

A. $\log(3a) = 3\log a$

B. $\log a^3 = \frac{1}{3}\log a$

C. $\log a^3 = 3\log a$

D. $\log(3a) = \frac{1}{3}\log a$

Lời giải

Chọn C

Ta có $\log(3a) = \log 3 + \log a$ nên loại A, D $\log a^3 = 3\log a$ nên loại B chọn C

Câu 9. Họ nguyên hàm của hàm số $f(x) = 3x^2 + 1$ là

A. $x^3 + C$

B. $\frac{x^3}{3} + x + C$

C. $6x + C$

D. $x^3 + x + C$

Lời giải

Chọn D

Ta có $\int f(x) dx = \int (3x^2 + 1) dx = 3 \cdot \frac{x^3}{3} + x + C = x^3 + x + C$

Câu 10. Trong không gian $Oxyz$, cho điểm $A(3; -1; 1)$. Hình chiếu vuông góc của A trên mặt phẳng (Oyz) là điểm

A. $M(3; 0; 0)$

B. $N(0; -1; 1)$

C. $P(0; -1; 0)$

D. $Q(0; 0; 1)$

Lời giải

Chọn B

Gọi H là hình chiếu vuông góc của A trên (Oyz)

$(Oyz): x = 0$ có một VTPT là $\vec{n} = (1; 0; 0)$

Đường thẳng AH qua $A(3; -1; 1)$ và vuông góc với (Oyz) nên nhận $\vec{n} = (1; 0; 0)$ là một VTCP.

$$\Rightarrow AH: \begin{cases} x = 3 + t \\ y = -1 \\ z = 1 \end{cases} (t \in \mathbb{R}) \Rightarrow H(3+t; -1; 1)$$

Mà $H \in (Oyz) \Rightarrow 3+t = 0 \Leftrightarrow t = -3 \Rightarrow H(0; -1; 1) \equiv N$

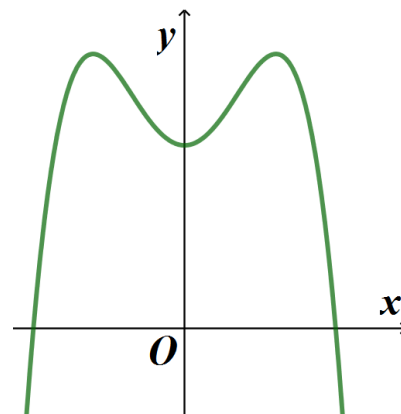
Câu 11. Đường cong trong hình bên là đồ thị của hàm số nào dưới đây?

A. $y = -x^4 + 2x^2 + 2$

B. $y = x^4 - 2x^2 + 2$

C. $y = x^3 - 3x^2 + 2$

D. $y = -x^3 + 3x^2 + 2$



Lời giải

Chọn A

Từ dạng của đồ thị ta nhận thấy đây là đồ thị của hàm bậc 4 trùng phương $y = ax^4 + bx^2 + c (a \neq 0)$

Do đồ thị có 2 cực đại, 1 cực tiểu nên $a < 0$

Câu 12. Trong không gian $Oxyz$, cho đường thẳng $d: \frac{x-2}{-1} = \frac{y-1}{2} = \frac{z}{1}$. Đường thẳng d có một vector chỉ phương là

A. $\vec{u}_1 = (-1; 2; 1)$

B. $\vec{u}_2 = (2; 1; 0)$

C. $\vec{u}_3 = (2; 1; 1)$

D. $\vec{u}_4 = (-1; 2; 0)$

Lời giải

Chọn A

Câu 13. Tập nghiệm của bất phương trình $2^{2x} < 2^{x+6}$ là

A. $(0; 6)$

B. $(-\infty; 6)$

C. $(0; 64)$

D. $(6; +\infty)$

Lời giải

Chọn B

$$2^{2x} < 2^{x+6} \Leftrightarrow 2x < x+6 \Leftrightarrow x < 6$$

Vậy tập nghiệm của bất phương trình là $S = (-\infty; 6)$

Câu 14. Cho hình nón có diện tích xung quanh bằng $3\pi a^2$ và bán kính đáy bằng a . Độ dài đường sinh của hình nón đã cho bằng

A. $2\sqrt{2}a$

B. $3a$

C. $2a$

D. $\frac{3a}{2}$

Lời giải

Chọn B

$$\text{Ta có } S_{xq} = \pi r l \Rightarrow l = \frac{S_{xq}}{\pi r} = \frac{3\pi a^2}{\pi a} = 3a$$

Câu 15. Trong không gian $Oxyz$, cho ba điểm $M(2;0;0)$, $N(0;-1;0)$ và $P(0;0;2)$. Mặt phẳng (MNP) có phương trình là

- A. $\frac{x}{2} + \frac{y}{-1} + \frac{z}{2} = 0$ B. $\frac{x}{2} + \frac{y}{-1} + \frac{z}{2} = -1$ C. $\frac{x}{2} + \frac{y}{1} + \frac{z}{2} = 1$ D. $\frac{x}{2} + \frac{y}{-1} + \frac{z}{2} = 1$

Lời giải

Chọn D

Phương trình (MNP) theo đoạn chắn là:

$$\frac{x}{2} + \frac{y}{-1} + \frac{z}{2} = 1$$

Câu 16. Đồ thị của hàm số nào dưới đây có tiệm cận đứng?

- A. $y = \frac{x^2 - 3x + 2}{x - 1}$ B. $y = \frac{x^2}{x^2 + 1}$ C. $y = \sqrt{x^2 - 1}$ D. $y = \frac{x}{x + 1}$

Lời giải

Chọn D

Xét lần lượt các đáp án:

+) $y = \frac{x^2 - 3x + 2}{x - 1} = \frac{(x - 1)(x - 2)}{x - 1} = x - 2$ là đường thẳng nên không có tiệm cận đứng

+) $y = \frac{x^2}{x^2 + 1}$ không có tiệm cận đứng

+) $y = \sqrt{x^2 - 1}$ không có tiệm cận đứng

+) $y = \frac{x}{x + 1}$:

Ta có $\lim_{x \rightarrow (-1)^-} \frac{x}{x + 1} = +\infty$; $\lim_{x \rightarrow (-1)^+} \frac{x}{x + 1} = -\infty$ nên đồ thị hàm số $y = \frac{x}{x + 1}$ có một đường tiệm cận đứng là $x = -1$

Câu 17. Cho hàm số $y = f(x)$ có bảng biến thiên như sau

x	$-\infty$	-1	3	$+\infty$			
y'		$+$	0	$-$	0	$+$	
y							

The graph shows a function $y = f(x)$ with a local maximum at $(-1, 4)$ and a local minimum at $(3, -2)$. The function approaches $-\infty$ as $x \rightarrow -\infty$ and $+\infty$ as $x \rightarrow +\infty$.

Số nghiệm của phương trình $f(x) - 2 = 0$ là

- A. 0 B. 3 C. 1 D. 2

Lời giải

Chọn B

$$f(x) - 2 = 0 \Leftrightarrow f(x) = 2$$

Do $2 \in (-2; 4)$ nên phương trình trên có 3 nghiệm phân biệt

Câu 18. Giá trị lớn nhất của hàm số $f(x) = x^4 - 4x^2 + 5$ trên đoạn $[-2; 3]$ bằng

- A. 50 B. 5 C. 1 D. 122

Lời giải

Chọn A

Hàm số $f(x) = x^4 - 4x^2 + 5$ xác định và liên tục trên đoạn $[-2; 3]$

Ta có $f'(x) = 4x^3 - 8x$

$$f'(x) = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 0 \\ x = \pm\sqrt{2} \end{cases}$$

Lại có:

$$\left. \begin{array}{l} f(-2) = 5 \\ f(-\sqrt{2}) = 1 \\ f(0) = 5 \\ f(\sqrt{2}) = 1 \\ f(3) = 50 \end{array} \right\} \Rightarrow \max_{[-2;3]} f(x) = f(3) = 50$$

Câu 19. Tích phân $\int_0^2 \frac{dx}{x+3}$ bằng

A. $\frac{16}{225}$

B. $\log \frac{5}{3}$

C. $\ln \frac{5}{3}$

D. $\frac{2}{15}$

Lời giải

Chọn C

$$\int_0^2 \frac{dx}{x+3} = \int_0^2 \frac{d(x+3)}{x+3} = \ln|x+3| \Big|_0^2 = \ln 5 - \ln 3 = \ln \frac{5}{3}$$

Câu 20. Gọi z_1 và z_2 là hai nghiệm phức của phương trình $4z^2 - 4z + 3 = 0$. Giá trị của biểu thức $|z_1| + |z_2|$ bằng

A. $3\sqrt{2}$

B. $2\sqrt{3}$

C. 3

D. $\sqrt{3}$

Lời giải

Chọn D

$$4z^2 - 4z + 3 = 0 \Leftrightarrow z_{1,2} = \frac{1}{2} \pm \frac{\sqrt{2}}{2}i$$

$$\text{Khi đó } |z_1| + |z_2| = 2\sqrt{\left(\frac{1}{2}\right)^2 + \left(\frac{\sqrt{2}}{2}\right)^2} = \sqrt{3}$$

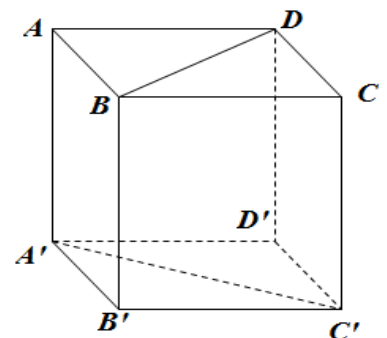
Câu 21. Cho hình lập phương $ABCD.A'B'C'D'$ có cạnh bằng a (tham khảo hình vẽ bên). Khoảng cách giữa hai đường thẳng BD và $A'C'$ bằng

A. $\sqrt{3}a$

B. a

C. $\frac{\sqrt{3}a}{2}$

D. $\sqrt{2}a$



Lời giải

Chọn B

$$\text{Ta có } BD \parallel B'D' \subset (A'B'C'D') \Rightarrow BD \parallel (A'B'C'D')$$

$$\Rightarrow d(BD, A'C') = d(BD, (A'B'C'D')) = d(B, (A'B'C'D')) = BB' = a$$

Câu 22. Một người gửi 100 triệu đồng vào một ngân hàng với lãi suất 0,4%/tháng. Biết rằng nếu rút tiền ra khỏi ngân hàng thì cứ sau mỗi tháng, số tiền lãi sẽ được nhập vào vốn ban đầu để tính lãi cho tháng tiếp theo. Hỏi sau đúng 6 tháng, người đó được lĩnh số tiền (cả vốn ban đầu và lãi) gần nhất với số tiền nào dưới đây, nếu trong khoảng thời gian này người đó không rút tiền ra và lãi suất không thay đổi?
A. 102.424.000 đồng **B.** 102.423.000 đồng **C.** 102.016.000 đồng **D.** 102.017.000 đồng

Lời giải

Chọn A

Sau đúng 6 tháng, người đó được lĩnh số tiền là:

$$P_6 = P_0(1+r)^6 = 100.000.000(1+0,4\%)^6 = 102.424.128 \text{ đồng}$$

Câu 23. Một hộp chứa 11 quả cầu gồm 5 quả cầu màu xanh và 6 quả cầu màu đỏ. Chọn ngẫu nhiên đồng thời 2 quả cầu từ hộp đó. Xác suất để 2 quả cầu chọn ra cùng màu bằng

- A.** $\frac{5}{22}$ **B.** $\frac{6}{11}$ **C.** $\frac{5}{11}$ **D.** $\frac{8}{11}$

Lời giải

Chọn C

Số cách chọn ngẫu nhiên đồng thời 2 quả cầu từ 11 quả cầu là $C_{11}^2 = 55$

Số cách chọn ra 2 quả cầu cùng màu là $C_5^2 + C_6^2 = 25$

Xác suất để chọn ra 2 quả cầu cùng màu là $\frac{25}{55} = \frac{5}{11}$

Câu 24. Trong không gian $Oxyz$, cho hai điểm $A(-1; 2; 1)$ và $B(2; 1; 0)$. Mặt phẳng qua A và vuông góc với AB có phương trình là

- A.** $3x - y - z - 6 = 0$ **B.** $3x - y - z + 6 = 0$ **C.** $x + 3y + z - 5 = 0$ **D.** $x + 3y + z - 6 = 0$

Lời giải

Chọn B

Ta có $\overrightarrow{AB} = (3; -1; -1)$

Mặt phẳng cần tìm vuông góc với AB nên nhận $\overrightarrow{AB} = (3; -1; -1)$ là một VTPT

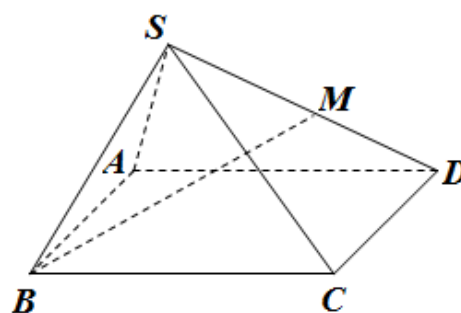
Do đó phương trình mặt phẳng cần tìm là

$$3(x+1) - (y-2) - (z-1) = 0 \Leftrightarrow 3x - y - z + 6 = 0$$

Câu 25. Cho hình chóp tứ giác đều $S.ABCD$ có tất cả các cạnh bằng a . Gọi M là trung điểm của SD (tham khảo hình vẽ bên).

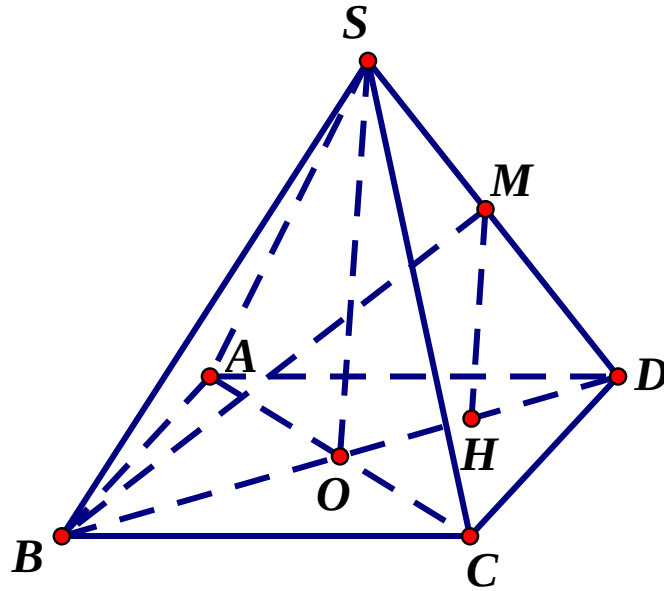
Tang của góc giữa đường thẳng BM và mặt phẳng $(ABCD)$ bằng

- A.** $\frac{\sqrt{2}}{2}$ **B.** $\frac{\sqrt{3}}{3}$
C. $\frac{2}{3}$ **D.** $\frac{1}{3}$



Lời giải

Chọn D



Gọi H là hình chiếu vuông góc của M trên $(ABCD)$ và O là giao điểm của AC và BD

Ta có $MH \parallel SO$ và $MH = \frac{1}{2}SO$

BM có hình chiếu vuông góc trên $(ABCD)$ là BH

Do đó $(BM, (ABCD)) = MBH$

Ta có $SO = \sqrt{SD^2 - OD^2} = \frac{a\sqrt{2}}{2} \Rightarrow MH = \frac{a\sqrt{2}}{4}; BH = \frac{3}{4}BD = \frac{3a\sqrt{2}}{4}$

Trong $\triangle MBH$ vuông ở H :

$$\tan MBH = \frac{MH}{BH} = \frac{\frac{a\sqrt{2}}{4}}{\frac{3a\sqrt{2}}{4}} = \frac{1}{3}$$

Câu 26. Với n là số nguyên dương thỏa mãn $C_n^1 + C_n^2 = 55$, số hạng không chứa x trong khai triển của biểu thức $\left(x^3 + \frac{2}{x^2}\right)^n$ bằng

A. 322560

B. 3360

C. 80640

D. 13440

Lời giải

Chọn D

Điều kiện: $n \in \mathbb{N}, n \geq 2$

$$\text{Ta có } C_n^1 + C_n^2 = 55, \Leftrightarrow \frac{n!}{(n-1)!} + \frac{n!}{(n-2)! \cdot 2!} = 55 \Leftrightarrow n^2 + n - 110 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} n = 10 \\ n = -11(L) \end{cases}$$

Với $n = 10$, số hạng tổng quát của khai triển $\left(x^3 + \frac{2}{x^2}\right)^{10}$ là $C_{10}^k \cdot x^{3(10-k)} \cdot \left(\frac{2}{x}\right)^k = C_{10}^k 2^k \cdot x^{30-5k} \quad (0 \leq k \leq 10)$

Số hạng không chứa x ứng với k thỏa mãn $30 - 5k = 0 \Leftrightarrow k = 6$

Vậy số hạng không chứa x là $C_{10}^6 \cdot 2^6 = 13440$

Câu 27. Tổng giá trị tất cả các nghiệm của phương trình $\log_3 x \cdot \log_9 x \cdot \log_{27} x \cdot \log_{81} x = \frac{2}{3}$ bằng

A. $\frac{82}{9}$

B. $\frac{80}{9}$

C. 9

D. 0

Lời giải

Chọn A

ĐKXD: $x > 0$

$$\text{Ta có } \log_3 x \cdot \log_9 x \cdot \log_{27} x \cdot \log_{81} x = \frac{2}{3} \Leftrightarrow \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{3} \cdot \frac{1}{4} (\log_3 x)^4 = \frac{2}{3} \Leftrightarrow (\log_3 x)^4 = 16 \Leftrightarrow \begin{cases} \log_3 x = 2 \\ \log_3 x = -2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 9 \\ x = \frac{1}{9} \end{cases}$$

Vậy tổng giá trị tất cả các nghiệm của phương trình là $9 + \frac{1}{9} = \frac{82}{9}$

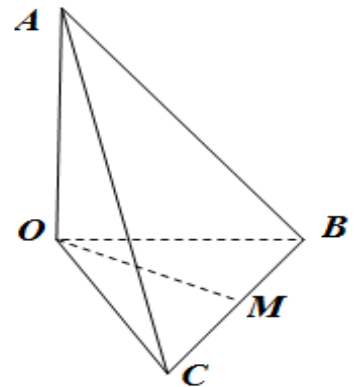
Câu 28. Cho tứ diện $OABC$ có OA, OB, OC đôi một vuông góc với nhau và $OA = OB = OC$. Gọi M là trung điểm của BC (tham khảo hình vẽ bên). Góc giữa hai đường thẳng OM và AB bằng

A. 90°

B. 30°

C. 60°

D. 45°



Lời giải

Chọn C

Ta có

$$\overrightarrow{OA}^2 = a^2,$$

$$\overrightarrow{OB}^2 = b^2,$$

$$\overrightarrow{OC}^2 = c^2,$$

$$\overrightarrow{OA} \cdot \overrightarrow{OB} = \overrightarrow{OB} \cdot \overrightarrow{OC} = \overrightarrow{OC} \cdot \overrightarrow{OA} = 0,$$

$$|\overrightarrow{AB}| = a\sqrt{2},$$

$$|\overrightarrow{OM}| = \frac{a\sqrt{2}}{2}$$

$$\text{Do } M \text{ là trung điểm của } BC \text{ nên } \overrightarrow{AB} = \overrightarrow{OB} - \overrightarrow{OA}, \overrightarrow{OM} = \frac{1}{2}\overrightarrow{OB} + \frac{1}{2}\overrightarrow{OC}$$

$$\Rightarrow \overrightarrow{OM} \cdot \overrightarrow{AB} = (\overrightarrow{OB} - \overrightarrow{OA}) \left(\frac{1}{2}\overrightarrow{OB} + \frac{1}{2}\overrightarrow{OC} \right) = \frac{1}{2}(\overrightarrow{OB} - \overrightarrow{OA})(\overrightarrow{OB} + \overrightarrow{OC})$$

$$= \frac{1}{2}(\overrightarrow{OB}^2 + \overrightarrow{OB} \cdot \overrightarrow{OC} - \overrightarrow{OA} \cdot \overrightarrow{OB} - \overrightarrow{OA} \cdot \overrightarrow{OC}) = \frac{a^2}{2}$$

Câu 29. Trong không gian $Oxyz$, cho hai đường thẳng: $d_1: \frac{x-3}{-1} = \frac{y-3}{-2} = \frac{z+2}{1}$; $d_2: \frac{x-5}{-3} = \frac{y+1}{2} = \frac{z-2}{1}$ và mặt phẳng $(P): x+2y+3z-5=0$. Đường thẳng vuông góc với (P) , cắt d_1 và d_2 có phương trình là

A. $\frac{x-1}{1} = \frac{y+1}{2} = \frac{z}{3}$ B. $\frac{x-2}{1} = \frac{y-3}{2} = \frac{z-1}{3}$ C. $\frac{x-3}{1} = \frac{y-3}{2} = \frac{z+2}{3}$ D. $\frac{x-1}{3} = \frac{y+1}{2} = \frac{z}{1}$

Lời giải

Chọn A

Gọi M, N lần lượt là giao điểm của đường thẳng d cần tìm với d_1, d_2

Khi đó $M(3-t; 3-2t; -2+t), N(5-3s; -1+2s; 2+s)$

$$\Rightarrow \overrightarrow{MN} = (2-3s+t; -4+2s+2t; 4+s-t)$$

Đường thẳng $d \perp (P) \Rightarrow \overrightarrow{MN}$ cùng phương với $\overrightarrow{n_{(P)}} = (1; 2; 3)$

$$\Rightarrow \frac{2-3s+t}{1} = \frac{-4+2s+2t}{2} = \frac{4+s-t}{3}$$

$$\Rightarrow \begin{cases} t=2 \\ s=1 \end{cases}$$

$$\Rightarrow M(1; -1; 0)$$

$$\text{Vậy } d: \frac{x-1}{1} = \frac{y+1}{2} = \frac{z}{3}$$

Câu 30. Có bao nhiêu giá trị nguyên âm của tham số m để hàm số $y = x^3 + mx - \frac{1}{5x^5}$ đồng biến trên khoảng $(0; +\infty)$?

A. 5

B. 3

C. 0

D. 4

Lời giải

Chọn D

Hàm số xác định và liên tục trên khoảng $(0; +\infty)$

$$\text{Ta có } y' = 3x^2 + m + \frac{1}{x^6}, \forall x \in (0; +\infty)$$

Hàm số đồng biến trên khoảng $(0; +\infty) \Leftrightarrow y' \geq 0, \forall x \in (0; +\infty)$, dấu “=” xảy ra ở hữu hạn điểm trên khoảng $(0; +\infty)$

$$\Leftrightarrow m \geq -3x^2 - \frac{1}{x^6} = g(x), \forall x \in (0; +\infty)$$

$$\text{Lại có } g'(x) = -6x + \frac{6}{x^7} = \frac{-6x^8 + 6}{x^7}$$

$$g'(x) = 0 \Leftrightarrow x = 1$$

Bảng biến thiên:

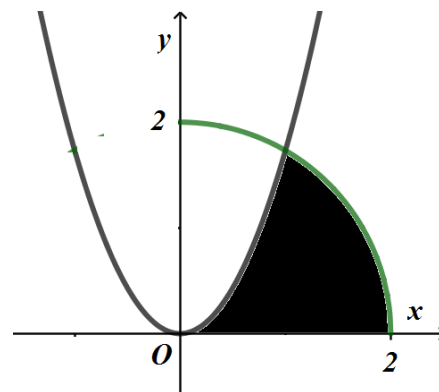
x	0	1	$+\infty$
$g'(x)$		0	
$g(x)$	$-\infty$	-4	$-\infty$

$$\text{Vậy } m \geq g(x), \forall x \in (0; +\infty) \Leftrightarrow m \geq \max_{x \in (0; +\infty)} g(x) = g(1) = -4$$

Mà $m \in \mathbb{Q}^- \Rightarrow m \in \{-4; -3; -2; -1\}$

Câu 31. Cho (H) là hình phẳng giới hạn bởi parabol $y = \sqrt{3}x^2$, cung tròn có phương trình $y = \sqrt{4-x^2}$ (với $0 \leq x \leq 2$) và trục hoành (phần tô đậm trong hình vẽ). Diện tích của (H) bằng

- A. $\frac{4\pi + \sqrt{3}}{12}$ B. $\frac{4\pi - \sqrt{3}}{6}$
C. $\frac{4\pi + 2\sqrt{3} - 3}{6}$ D. $\frac{5\sqrt{3} - 2\pi}{3}$



Lời giải

Chọn B

Phương trình hoành độ giao điểm parabol $y = \sqrt{3}x^2$ và cung tròn có phương trình $y = \sqrt{4-x^2}$ (với $0 \leq x \leq 2$) là:

$$\sqrt{4-x^2} = \sqrt{3}x^2 \quad (0 \leq x \leq 2) \Leftrightarrow 4-x^2 = 3x^4 \quad (0 \leq x \leq 2)$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} x^2 = 1 \\ x^2 = -\frac{4}{3} \\ 0 \leq x \leq 2 \end{cases} \Leftrightarrow x = 1$$

$$S = \int_0^1 \sqrt{3}x^2 dx + \int_1^2 \sqrt{4-x^2} dx = \frac{\sqrt{3}}{3} x^3 \Big|_0^1 + \int_1^2 \sqrt{4-x^2} dx = \frac{\sqrt{3}}{3} + \int_1^2 \sqrt{4-x^2} dx$$

$$\text{Đặt } x = 2 \sin t, t \in \left[-\frac{\pi}{2}; \frac{\pi}{2} \right]$$

$$\Rightarrow dx = 2 \cos t dt$$

$$\text{Đổi cận: } x = 1 \Rightarrow t = \frac{\pi}{6}$$

$$x = 2 \Rightarrow t = \frac{\pi}{2}$$

$$\Rightarrow \int_1^2 \sqrt{4-x^2} dx = \int_{\frac{\pi}{6}}^{\frac{\pi}{2}} \sqrt{4-4\sin^2 t} \cdot 2 \cos t dt = \int_{\frac{\pi}{6}}^{\frac{\pi}{2}} 4 \cos^2 t dt = \int_{\frac{\pi}{6}}^{\frac{\pi}{2}} 2(1 + \cos 2t) dt = (2x + \sin 2t) \Big|_{\frac{\pi}{6}}^{\frac{\pi}{2}} = \frac{2\pi}{3} - \frac{\sqrt{3}}{2}$$

$$\text{Vậy } S = \frac{\sqrt{3}}{2} + \frac{2\pi}{3} - \frac{\sqrt{3}}{2} = \frac{4\pi - \sqrt{3}}{6}$$

Câu 32. Biết $\int_1^2 \frac{dx}{(x+1)\sqrt{x+x\sqrt{x+1}}} = \sqrt{a} - \sqrt{b} - c$ với a, b, c là các số nguyên dương. Tính $P = a + b + c$

- A. $P = 24$ B. $P = 12$ C. $P = 18$ D. $P = 46$

Lời giải

Chọn D

Ta có

$$\begin{aligned}
\int_1^2 \frac{dx}{(x+1)\sqrt{x}+x\sqrt{x+1}} &= \int_1^2 \frac{dx}{\sqrt{x(x+1)}(\sqrt{x}+\sqrt{x+1})} \\
&= \int_1^2 \frac{(\sqrt{x+1}-\sqrt{x})dx}{\sqrt{x(x+1)}} \\
&= \int_1^2 \left(\frac{1}{\sqrt{x}} - \frac{1}{\sqrt{x+1}} \right) dx \\
&= \left(2\sqrt{x} - 2\sqrt{x+1} \right) \Big|_1^2 \\
&= 4\sqrt{2} - 2\sqrt{3} - 2 \\
&= \sqrt{32} - \sqrt{12} - 2 \\
\Rightarrow \begin{cases} a = 32 \\ b = 12 \\ c = 2 \end{cases}
\end{aligned}$$

$$\Rightarrow P = a + b + c = 32 + 12 + 2 = 46$$

Câu 33. Cho tứ diện đều $ABCD$ có cạnh bằng 4. Tính diện tích xung quanh S_{xq} của hình trụ có một đường tròn đáy là đường tròn nội tiếp tam giác BCD và chiều cao bằng chiều cao của tứ diện $ABCD$

A. $S_{xq} = \frac{16\sqrt{2}\pi}{3}$ B. $S_{xq} = 8\sqrt{2}\pi$ C. $S_{xq} = \frac{16\sqrt{3}\pi}{3}$ D. $S_{xq} = 8\sqrt{3}\pi$

Lời giải

Chọn A

Vì $ABCD$ là tứ diện đều cạnh bằng 4 nên $V_{ABCD} = \frac{4^3 \cdot \sqrt{2}}{12} = \frac{16\sqrt{2}}{3}$

Đáy BCD là tam giác đều nên $S_{BCD} = \frac{4^2 \sqrt{3}}{4} = 4\sqrt{3}$

Mà $V_{ABCD} = \frac{1}{3}h.S_{BCD}$

$$\Rightarrow h = \frac{3V_{ABCD}}{S_{BCD}} = \frac{3 \cdot \frac{16\sqrt{2}}{3}}{4\sqrt{3}} = \frac{4\sqrt{6}}{3}$$

Vì hình trụ có một đường tròn đáy là đường tròn nội tiếp tam giác BCD nên $r = \frac{S}{p} = \frac{\frac{4\sqrt{3}}{4} \cdot 4}{\frac{4 \cdot 3}{2}} = \frac{2\sqrt{3}}{3}$

$$S_{xq} = P.h = 2\pi rh = 2\pi \cdot \frac{2\sqrt{3}}{3} \cdot \frac{4\sqrt{6}}{3} = \frac{16\sqrt{2}}{3}\pi$$

Câu 34. Có bao nhiêu giá trị nguyên dương của tham số m để phương trình $16^x - 2 \cdot 12^x + (m-2)9^x = 0$ có nghiệm dương?

A. 1 B. 2 C. 4 D. 3

Lời giải

Chọn B

Ta có $16^x - 2 \cdot 12^x + (m-2)9^x = 0 \Leftrightarrow \left(\frac{4}{3}\right)^{2x} - 2\left(\frac{4}{3}\right)^x + m-2 = 0(*)$

Đặt $t = \left(\frac{4}{3}\right)^x$ ($t > 0$)

Phương trình trở thành:

$$t^2 - 2t - 2 = -m(1)$$

Phương trình (*) có nghiệm dương $\Leftrightarrow$ phương trình (1) có nghiệm $t > 1$

Số nghiệm của phương trình (1) là số giao điểm của đồ thị hàm số $f(t) = t^2 - 2t - 2, t \in (1; +\infty)$ và đường thẳng $d: y = -m$

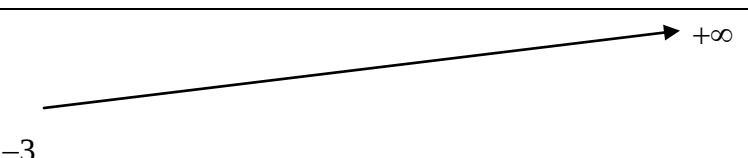
Xét hàm số $f(t) = t^2 - 2t - 2, t \in (1; +\infty)$

$$f'(t) = 2t - 2 = 2(t - 1) > 0, \forall t \in (1; +\infty)$$

$\Rightarrow f(t)$ luôn đồng biến trên $(1; +\infty)$

BBT:

t	1	$+\infty$
$f'(t)$		+
$f(t)$	-3	$+\infty$



Dựa vào BBT, ta có:

$$-m > -3 \Leftrightarrow m < 3$$

Mà $m \in \mathbb{N}^+ \Rightarrow m \in \{1; 2\}$

Vậy có 2 giá trị nguyên dương của tham số m để phương trình $16^x - 2.12^x + (m - 2)9^x = 0$ có nghiệm dương

Câu 35. Có bao nhiêu giá trị nguyên của tham số m để phương trình $\sqrt[3]{m + 3\sqrt{m + 3\sin x}} = \sin x$ có nghiệm thực?

A. 5

B. 7

C. 3

D. 2

Lời giải

Chọn A

Ta có:

$$\sqrt[3]{m + 3\sqrt{m + 3\sin x}} = \sin x \Leftrightarrow 3\sqrt[3]{m + 3\sin x} = \sin^3 x - m(1)$$

Đặt $u = \sin x$ ($|u| \leq 1$) và $\sqrt[3]{m + 3\sin x} = v$

$$\Rightarrow m + 3u = v^3(2)$$

Khi đó (1) trở thành: $u^3 = m + 3v(3)$

Từ (2) và (3) $\Rightarrow u^3 - 3v = v^3 - 3u \Leftrightarrow (u - v)(u^2 + uv + v^2 + 3) = 0$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} u = v \\ u^2 + uv + v^2 + 3 = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} u = v \\ \left(u + \frac{1}{2}v\right)^2 + \frac{3}{4}v^2 + 3 = 0 \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow u = v$$

$$\Rightarrow \sqrt[3]{m + 3u} = u \Leftrightarrow m = u^3 - 3u, u \in [-1; 1]$$

Xét hàm số $f(u) = u^3 - 3u, u \in [-1; 1]$

$$f'(u) = 3u^2 - 3$$

$$f'(u) = 0 \Leftrightarrow 3u^2 - 3 = 0 \Leftrightarrow u = \pm 1$$

Lại có:

$$\left. \begin{array}{l} f(-1) = 2 \\ f(1) = -2 \end{array} \right\} \Rightarrow \max_{[-1;1]} f(u) = f(-1) = 2; \min_{[-1;1]} f(u) = f(1) = -2$$

$$\Rightarrow (*) \text{ có nghiệm } \Leftrightarrow -2 \leq m \leq 2$$

$$\text{Mà } m \in \mathbb{Q} \Rightarrow m \in \{0; \pm 1; \pm 2\}$$

Câu 36. Gọi S là tập hợp tất cả các giá trị của tham số thực m sao cho giá trị lớn nhất của hàm số $y = |x^3 - 3x + m|$ trên đoạn $[0; 2]$ bằng 3. Số phần tử của S là

A. 1

B. 2

C. 0

D. 6

Lời giải

Chọn B

Xét hàm số $f(x) = x^3 - 3x + m$ xác định và liên tục trên $[0; 2]$

$$f'(x) = 3x^2 - 3$$

$$f'(x) = 0 \Leftrightarrow 3x^2 - 3 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 1 \\ x = -1 \end{cases}$$

Vậy GTLN và GTNN của $f(x)$ thuộc $\{f(0); f(1); f(2)\} = \{m; m-2; m+2\}$

Xét hàm số $y = |x^3 - 3x + m|$ trên đoạn $[0; 2]$ ta có: $\max y \in \max\{|m|; |m-2|; |m+2|\} = 3$

$$*) \text{ TH1: } |m| = 3 \Leftrightarrow m = \pm 3$$

$$+) m = 3 \Rightarrow \max y \in \max\{3; 1; 5\} = 3 \text{ (vô lí)}$$

$$+) m = -3 \Rightarrow \max y \in \max\{3; 5; 1\} = 3 \text{ (vô lí)}$$

$$*) \text{ TH2: } |m-2| = 3 \Leftrightarrow \begin{cases} m = -1 \\ m = 5 \end{cases}$$

$$+) m = -1 \Rightarrow \max y \in \max\{1; 3\} = 3 \text{ (TM)}$$

$$+) m = 5 \Rightarrow \max y \in \max\{5; 3; 7\} = 3 \text{ (vô lí)}$$

$$*) \text{ TH3: } |m+2| = 3 \Leftrightarrow \begin{cases} m = 1 \\ m = -5 \end{cases}$$

$$+) m = 1 \Rightarrow \max y \in \max\{1; 3\} = 3 \text{ (TM)}$$

$$+) m = -5 \Rightarrow \max y \in \max\{5; 7; 3\} = 3 \text{ (vô lí)}$$

$$\text{Vậy } m \in \{-1; 1\}$$

Vậy S có hai phần tử

Câu 37. Cho hàm số $f(x)$ xác định trên $\mathbb{R} \setminus \left\{\frac{1}{2}\right\}$ thỏa mãn $f'(x) = \frac{2}{2x-1}$, $f(0) = 1$ và $f(1) = 2$. Giá

trị của biểu thức $f(-1) + f(3)$ bằng

A. $4 + \ln 15$

B. $2 + \ln 15$

C. $3 + \ln 15$

D. $\ln 15$

Lời giải

Chọn C

Ta có $f(x) = \int f'(x) dx = \int \frac{2}{2x-1} dx = \ln|2x-1| + C, \forall x \in \mathbb{R} \setminus \left\{\frac{1}{2}\right\}$

+) Xét $x \in \left(-\infty; \frac{1}{2}\right)$:

$f(0) = 1 \Rightarrow C = 1$

$\Rightarrow f(x) = \ln|2x-1| + 1, \forall x \in \mathbb{R} \setminus \left\{\frac{1}{2}\right\}$

$\Rightarrow f(-1) = 1 + \ln 3$

+) Xét $x \in \left(\frac{1}{2}; +\infty\right)$:

$f(1) = 2 \Rightarrow C = 2$

$\Rightarrow f(x) = \ln|2x-1| + 2, \forall x \in \mathbb{R} \setminus \left\{\frac{1}{2}\right\}$

$\Rightarrow f(3) = 2 + \ln 5$

Vậy $f(-1) + f(3) = 3 + \ln 3 + \ln 5 = 3 + \ln 15$

Câu 38. Cho số phức $z = a + bi$ ($a, b \in \mathbb{R}$) thỏa mãn $z + 2 + i - |z|(1+i) = 0$ và $|z| > 1$. Tính $P = a + b$

A. $P = -1$

B. $P = -5$

C. $P = 3$

D. $P = 7$

Lời giải

Chọn D

$z + 2 + i - |z|(1+i) = 0 \Leftrightarrow a + bi + 2 + i = |z|(1+i)$

$\Leftrightarrow (a+2) + (b+1)i = |z| + i|z|$

$\Leftrightarrow \begin{cases} a+2 = |z| \\ b+1 = |z| \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a+2 = \sqrt{a^2+b^2} \quad (1) \\ b+1 = \sqrt{a^2+b^2} \quad (2) \end{cases}$

$\Rightarrow a+2 = b+1 \Leftrightarrow b = a+1$

Thay vào (1) có:

$a+2 = \sqrt{a^2 + (a+1)^2} \Leftrightarrow a^2 - 2a - 3 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} a = -1 \\ a = 3 \end{cases}$

Mà $|z| > 1 \Rightarrow a^2 + b^2 > 1 \Leftrightarrow a^2 + (a+1)^2 > 1$

$\Leftrightarrow 2a^2 + 2a + 1 > 1 \Leftrightarrow 2a^2 + 2a > 0$

$\Leftrightarrow 2a(a+1) > 0 \Leftrightarrow \begin{cases} a > 0 \\ a < -1 \end{cases}$

$\Rightarrow a = 3 \Rightarrow b = 4$

Vậy $P = a + b = 3 + 4 = 7$

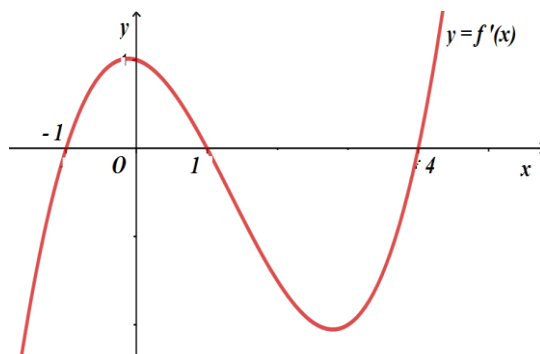
Câu 39. Cho hàm số $y = f(x)$. Hàm số $y = f'(x)$ có đồ thị như hình bên. Hàm số $y = f(2-x)$ đồng biến trên khoảng

A. $(1; 3)$

B. $(2; +\infty)$

C. $(-2; 1)$

D. $(-\infty; -2)$



Lời giải

Chọn C

$$\text{Ta có } (f(2-x))' = (2-x)' f'(2-x) = -f'(2-x)$$

$$\text{Hàm số } y = f(2-x) \text{ đồng biến} \Leftrightarrow (f(2-x))' > 0 \Leftrightarrow f'(2-x) < 0$$

Dựa vào đồ thị hàm số $y = f(x)$, ta có:

$$\begin{cases} 2-x < -1 \\ 1 < 2-x < 4 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x > 3 \\ -2 < x < 1 \end{cases}$$

Câu 40. Cho hàm số $y = \frac{-x+2}{x-1}$ có đồ thị (C) và điểm $A(a;1)$. Gọi S là tập hợp tất cả các giá trị thực của a để có đúng một tiếp tuyến của (C) đi qua A . Tổng giá trị tất cả các phần tử của S bằng

A. 1

B. $\frac{3}{2}$

C. $\frac{5}{2}$

D. $\frac{1}{2}$

Lời giải

Chọn C

Phương trình đường thẳng d đi qua A và có hệ số góc k là:

$$y = k(x-a)+1$$

Phương trình hoành độ giao điểm của d và (C) :

$$k(x-a)+1 = \frac{-x+2}{x-1}$$

$$\Leftrightarrow kx^2 + (-k-ka+2)x - 3 + ka = 0 \quad (x \neq 1) \quad (*)$$

Số giao điểm của d và (C) là số nghiệm của $(*)$

Với $k=0$: $d: y=1$ là tiệm cận ngang của (C) nên loại

Với $k \neq 0$:

$$d \text{ tiếp xúc với } (C) \Leftrightarrow (*) \text{ có nghiệm kép} \Leftrightarrow \Delta_x = 0 \Leftrightarrow k^2(1-a)^2 - 4k(a-2) + 4 = 0$$

$$\text{Đề qua } A(a;1) \text{ vẽ được đúng 1 tiếp tuyến} \Leftrightarrow \Delta_x = 0 \text{ có đúng một nghiệm } k \neq 0$$

$$+) \text{ Xét } 1-a=0 \Leftrightarrow a=1.$$

$$\text{Khi đó } 4k+4=0 \Leftrightarrow k=-1(TM)$$

$$+) \text{ Có } f(1) = -1 \neq 0 \text{ nên loại đi trường hợp có hai nghiệm trong đó có một nghiệm là } 0$$

$$+) \text{ Xét trường hợp } \Delta_x = 0 \text{ có nghiệm kép:}$$

Câu 41. Trong không gian $Oxyz$, cho điểm $M(1;1;2)$. Hỏi có bao nhiêu mặt phẳng (P) đi qua M và cắt các trục $x'Ox, y'Oy, z'Oz$ lần lượt tại các điểm A, B, C sao cho $OA=OB=OC \neq 0$?

A. 3

B. 1

C. 4

D. 8

Lời giải

Chọn A

$$\text{Gọi } A(a;0;0), B(0;b;0), C(0;0;c)$$

Ta có $OA = |a|, OB = |b|, OC = |c|$

Mặt phẳng đoạn chắn đi qua các điểm A, B, C có dạng:

$$(P): \frac{x}{a} + \frac{y}{b} + \frac{z}{c} = 1$$

$$\text{Vì } M \in (P) \text{ nên } \frac{1}{a} + \frac{1}{b} + \frac{2}{c} = 1$$

$$\text{Vì } OA = OB = OC \Rightarrow |a| = |b| = |c|$$

Từ đó ta có hệ phương trình:

$$\begin{cases} \frac{1}{a} + \frac{1}{b} + \frac{2}{c} = 1 \\ |a| = |b| = |c| \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} \frac{1}{a} + \frac{1}{b} + \frac{2}{c} = 1 \\ |a| = |b| \\ |b| = |c| \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} \frac{1}{a} + \frac{1}{b} + \frac{2}{c} = 1 \\ a = b \\ a = -b \\ b = c \\ b = -c \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a = b = c = 2 \\ a = -b = c = 2 \\ a = -b = -c = -2 \end{cases}$$

Vậy có 3 mặt phẳng thỏa mãn

Câu 42. Cho dãy số (u_n) thỏa mãn $\log u_1 + \sqrt{2 + \log u_1 - 2 \log u_{10}} = 2 \log u_{10}$ và $u_{n+1} = 2u_n$ với mọi $n \geq 1$.

Giá trị nhỏ nhất của n để $u_n > 5^{100}$ bằng

A. 247

B. 248

C. 229

D. 290

Lời giải

Chọn B

Vì $u_{n+1} = 2u_n$ nên (u_n) là cấp số nhân có công bội $q = 2$

$$\text{Ta có } u_{10} = u_1 \cdot q^9 = 2^9 \cdot u_1$$

$$\text{Xét } \log u_1 + \sqrt{2 + \log u_1 - 2 \log u_{10}} = 2 \log u_{10}$$

$$\Leftrightarrow \log u_1 - 2 \log(2^9 u_1) + \sqrt{2 + \log u_1 - 2 \log(2^9 u_1)} = 0$$

$$\Leftrightarrow \log u_1 - 18 \log 2 - 2 \log u_1 + \sqrt{2 + \log u_1 - 18 \log 2 - 2 \log u_1} = 0$$

$$\Leftrightarrow -\log u_1 - 18 \log 2 + \sqrt{2 - \log u_1 - 18 \log 2} = 0$$

$$\text{Đặt } t = \sqrt{2 - \log u_1 - 18 \log 2} (t \geq 0)$$

Phương trình trở thành:

$$t^2 - 2 + t = 0 \Leftrightarrow t^2 + t - 2 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} t = 1 \\ t = -2(L) \end{cases}$$

$$\text{Với } t = 1 \Rightarrow \sqrt{2 - \log u_1 - 18 \log 2} = 1 \Leftrightarrow 2 - \log u_1 - 18 \log 2 = 1 \Leftrightarrow u_1 = \frac{5}{2^{17}}$$

$$\Rightarrow u_n = \frac{5}{2^{17}} \cdot 2^{n-1} > 5^{100} \Leftrightarrow 2^{n-18} > 5^{99} \Leftrightarrow n > 99 \log_2 5 + 18$$

$$\text{Mà } n \in \mathbb{N}^+ \Rightarrow n_{\min} = 248$$

Câu 43. Có bao nhiêu giá trị nguyên của tham số m để hàm số $y = |3x^4 - 4x^3 - 12x^2 + m|$ có 7 điểm cực trị?

A. 3

B. 5

C. 6

D. 4

Lời giải

Chọn D

Xét hàm số $y = 3x^4 - 4x^3 - 12x^2 + m$

TXĐ: $D = \mathbb{R}$

$$y' = 12x^3 - 12x^2 - 24x$$

$$y' = 0 \Leftrightarrow 12x^3 - 12x^2 - 24x = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 0 \\ x = -1 \\ x = 2 \end{cases}$$

Ta có BBT:

x	$-\infty$	-1	0	2	$+\infty$
y'		$-$	$+$	$-$	$+$
y	$+\infty$	$m-5$	m	$m-32$	$+\infty$

$\Rightarrow y = f(x)$ có 3 điểm cực trị với mọi m

Để $y = |f(x)|$ có 7 điểm cực trị $\Leftrightarrow y = f(x)$ cắt trục hoành tại 4 điểm phân biệt

$$\Leftrightarrow \begin{cases} m-5 < 0 \\ m > 0 \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow 0 < m < 5$$

Vì $m \in \mathbb{Z}$ nên $m \in \{1; 2; 3; 4\}$

Vậy có 4 giá trị nguyên cần tìm của m

Câu 44. Trong không gian $Oxyz$, cho hai điểm $A(2; 2; 1), B\left(-\frac{8}{3}; \frac{4}{3}; \frac{8}{3}\right)$. Đường thẳng đi qua tâm đường tròn nội tiếp của tam giác OAB và vuông góc với mặt phẳng (OAB) có phương trình là

A. $\frac{x+1}{1} = \frac{y-3}{-2} = \frac{z+1}{2}$

B. $\frac{x+1}{1} = \frac{y-8}{-2} = \frac{z-4}{2}$

C. $\frac{x+\frac{1}{3}}{1} = \frac{y-\frac{5}{3}}{-2} = \frac{z-\frac{11}{6}}{2}$

D. $\frac{x+\frac{2}{9}}{1} = \frac{y-\frac{2}{9}}{-2} = \frac{z+\frac{5}{9}}{2}$

Lời giải

Chọn A

Gọi $J(a; b; c)$ là tâm đường tròn nội tiếp $\triangle OAB$

Ta có $OA = 3, OB = 4, AB = 5$

$$\overrightarrow{JO} = (-a; -b; -c), \overrightarrow{JA} = (2-a; 2-b; 1-c), \overrightarrow{JB} = \left(\frac{-8}{3}-a; \frac{4}{3}-b; \frac{8}{3}-c\right)$$

$$\text{Khi đó } AB.\overrightarrow{JO} + OB.\overrightarrow{JA} + OA.\overrightarrow{JB} = \vec{0}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} -5a + 4(2-a) + 3\left(\frac{-8}{3} - a\right) = 0 \\ -5b + 4(2-b) + 3\left(\frac{4}{3} - b\right) = 0 \\ -5c + 4(1-c) + 3\left(\frac{8}{3} - c\right) = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a = 0 \\ b = 1 \\ c = 1 \end{cases}$$

Do đó $J(0;1;1)$

Mà $[\overrightarrow{OA}, \overrightarrow{OB}] = (4; -8; 8)$

$\Rightarrow \vec{u} = (1; -2; 2)$ là một vectơ chỉ phương của đường thẳng cần tìm

$$\Rightarrow d: \frac{x}{1} = \frac{y-1}{-2} = \frac{z-1}{2}$$

Câu 45. Cho hai hình vuông $ABCD$ và $ABEF$ có cạnh bằng 1, lần lượt nằm trên hai mặt phẳng vuông góc với nhau. Gọi S là điểm đối xứng với B qua đường thẳng DE . Thể tích của khối đa diện $ABCDSEF$ bằng

A. $\frac{7}{6}$

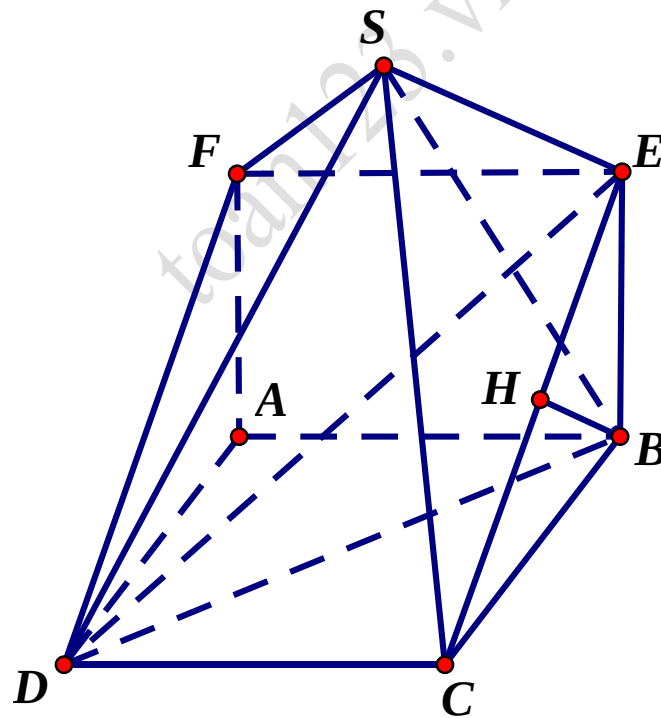
B. $\frac{11}{12}$

C. $\frac{2}{3}$

D. $\frac{5}{6}$

Lời giải

Chọn D



Gọi V là thể tích cần tìm ta có $V = V_{S.CDEF} + V_{ADF.BCE} (*)$

Hạ $BH \perp CE \Rightarrow BH \perp (CDEF)$

Trong $\triangle BEC$ vuông ở B , có:

$$\frac{1}{BH^2} = \frac{1}{BE^2} + \frac{1}{BC^2} = 2 \Rightarrow BH = \frac{1}{\sqrt{2}}$$

$$V_{S.CDEF} = \frac{1}{3} d(S, (CDEF)) S_{CDEF} = \frac{1}{3} d(B, (CDEF)) S_{CDEF} = \frac{1}{3} BH \cdot DC \cdot EC = \frac{1}{3} \cdot \frac{1}{\sqrt{2}} \cdot 1 \cdot \sqrt{2} = \frac{1}{3}$$

$$V_{ADF.BCE} = AB.S_{\triangle BCE} = 1 \cdot \frac{1}{2} = \frac{1}{2}$$

$$\Rightarrow V = \frac{1}{3} + \frac{1}{2} = \frac{5}{6}$$

Câu 46. Xét các số phức $z = a + bi$ ($a, b \in \mathbb{R}$) thỏa mãn $|z - 4 - 3i| = \sqrt{5}$. Tính $P = a + b$ khi $|z + 1 - 3i| + |z - 1 + i|$ đạt giá trị lớn nhất

A. $P = 10$

B. $P = 4$

C. $P = 6$

D. $P = 8$

Lời giải

Chọn A

$$\text{Có: } |z - 4 - 3i| = \sqrt{5} \Leftrightarrow (a - 4)^2 + (b - 3)^2 = 5 \Leftrightarrow a^2 + b^2 = 8a + 6b - 20$$

Đặt $A = |z + 1 - 3i| + |z - 1 + i|$, có:

$$A = \sqrt{(a + 1)^2 + (b - 3)^2} + \sqrt{(a - 1)^2 + (b + 1)^2}$$

$$A^2 \leq (1^2 + 1^2)((a + 1)^2 + (b - 3)^2 + (a - 1)^2 + (b + 1)^2)$$

$$= 2(2(a^2 + b^2) - 4b + 12)$$

$$= 2(16a + 8b - 28)$$

$$= 8(4a + 2b - 7)$$

$$\text{Mà: } 4a + 2b - 7 = 4(a - 4) + 2(b - 3) + 15 \leq \sqrt{(4^2 + 2^2)((a - 4)^2 + (b - 3)^2)} + 15 = 25$$

$$\Rightarrow A^2 \leq 200$$

$$A_{\max} = 10\sqrt{2} \Leftrightarrow \begin{cases} 4a + 2b - 7 = 25 \\ \frac{a - 4}{4} = \frac{b - 3}{2} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a = 6 \\ b = 4 \end{cases}$$

$$\text{Vậy } P = a + b = 10$$

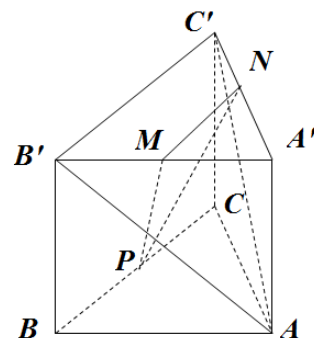
Câu 47. Cho hình lăng trụ tam giác đều $ABC.A'B'C'$ có $AB = 2\sqrt{3}$ và $AA' = 2$. Gọi M, N, P lần lượt là trung điểm của các cạnh $A'B', A'C'$ và BC (tham khảo hình vẽ bên). Côsin của góc tạo bởi hai mặt phẳng $(AB'C')$ và (MNP) bằng

A. $\frac{6\sqrt{13}}{65}$

B. $\frac{\sqrt{13}}{65}$

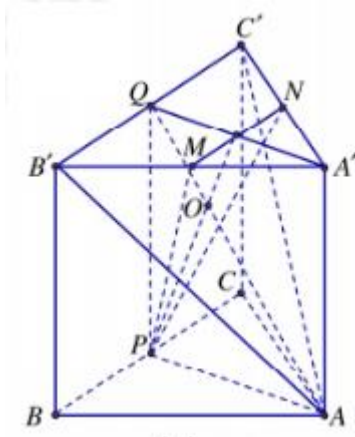
C. $\frac{17\sqrt{13}}{65}$

D. $\frac{18\sqrt{13}}{65}$



Lời giải

Chọn B



Gọi I, Q lần lượt là trung điểm của $MN, B'C'$.

Gọi $O = PI \cap AQ$

$$\Rightarrow \begin{cases} O \in (AB'C') \cap (MNP) \\ B'C' \parallel MN \\ B'C' \subset (AB'C') \\ MN \subset (MNP) \end{cases}$$

$\Rightarrow$ giao tuyến của $(AB'C')$ và (MNP) là đường thẳng qua O và $\parallel MN, B'C'$

$\Delta AB'C'$ cân tại $A \Rightarrow AQ \perp B'C' \Rightarrow AQ \perp d$

Tương tự ta có $PI \perp d$

$$\Rightarrow ((AB'C'), (MNP)) = (AQ, PI)$$

$$\text{Lại có } AP = 3; AQ = \sqrt{13}, IP = \frac{5}{2}$$

$$\text{Vì } \Delta OAP \sim \Delta OQI \text{ và } \frac{AP}{IQ} = 2 \Rightarrow OA = \frac{2}{3}AQ = \frac{2\sqrt{13}}{3}, OP = \frac{2}{3}IP = \frac{5}{3}$$

$$\cos((AB'C'), (MNP)) = \cos(AQ, PI) = |\cos AOP| = \frac{OA^2 + OP^2 - AP^2}{2OA \cdot OP} = \frac{\sqrt{13}}{65}$$

Câu 48. Trong không gian $Oxyz$, cho ba điểm $A(1; 2; 1), B(3; -1; 1)$ và $C(-1; -1; 1)$. Gọi (S_1) là mặt cầu có tâm A , bán kính 2; (S_2) và (S_3) là hai mặt cầu có tâm lần lượt là B, C và bán kính đều bằng 1. Hỏi có bao nhiêu mặt phẳng tiếp xúc với cả ba mặt cầu $(S_1), (S_2), (S_3)$?

A. 5

B. 7

C. 6

D. 8

Lời giải

Chọn B

Giả sử $(P): ax + by + cz + d = 0 (a^2 + b^2 + c^2 > 0)$ là mặt phẳng tiếp xúc với cả 3 mặt cầu

Khi đó:

$$\begin{cases} d(A, (P)) = 2 \\ d(B, (P)) = d(C, (P)) = 1 \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} \frac{|a+2b+c+d|}{\sqrt{a^2+b^2+c^2}} = 2 \\ \frac{|3a-b+c+d|}{\sqrt{a^2+b^2+c^2}} = \frac{|-a-b+c+d|}{\sqrt{a^2+b^2+c^2}} = 1 \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} |a+2b+c+d| = 2\sqrt{a^2+b^2+c^2} \\ |3a-b+c+d| = |-a-b+c+d| = \sqrt{a^2+b^2+c^2} \end{cases}$$

Có: $|3a-b+c+d| = |-a-b+c+d|$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} 3a-b+c+d = -a-b+c+d \\ 3a-b+c+d = a+b-c-d \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a = 0 \\ a-b+c+d = 0 \end{cases}$$

+) Với $a = 0$:

$$\begin{cases} |2b+c+d| = 2\sqrt{b^2+c^2} \\ |2b+c+d| = 2|-b+c+d| \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} |2b+c+d| = 2\sqrt{b^2+c^2} \\ 4b-c-d = 0 \\ c+d = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} c = d = 0, b \neq 0 \\ c+d = 4b, c = \pm 2\sqrt{2}b \end{cases}$$

Do đó có 3 mặt phẳng thỏa mãn

+) Với $a-b+c+d = 0$:

$$\begin{cases} |3b| = 2\sqrt{a^2+b^2+c^2} \\ |2a| = \sqrt{a^2+b^2+c^2} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} |3b| = 4|a| \\ |2a| = \sqrt{a^2+b^2+c^2} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} |b| = \frac{4}{3}|a| \\ |c| = \frac{\sqrt{11}}{3}|a| \end{cases}$$

Do đó có 4 mặt phẳng thỏa mãn

Vậy có 7 mặt phẳng thỏa mãn

Câu 49. Xếp ngẫu nhiên 10 học sinh gồm 2 học sinh lớp 12A, 3 học sinh lớp 12B và 5 học sinh lớp 12C thành một hàng ngang. Xác suất để trong 10 học sinh trên không có 2 học sinh cùng lớp đứng cạnh nhau bằng

A. $\frac{11}{630}$

B. $\frac{1}{126}$

C. $\frac{1}{105}$

D. $\frac{1}{42}$

Lời giải

Chọn A

Số cách xếp 10 HS vào 10 vị trí: $n(\Omega) = 10!$ cách

Gọi A là biến cố: “Trong 10 HS trên không có 2 HS cùng lớp đứng cạnh nhau”

Sắp xếp 5 HS lớp 12C vào 5 vị trí có 5! cách

Ứng với mỗi cách xếp 5 HS lớp 12C có 6 khoảng trống gồm 4 vị trí ở giữa và 2 vị trí 2 đầu để xếp các HS còn lại

	C1		C2		C3		C4		C5	
--	----	--	----	--	----	--	----	--	----	--

+) TH1: Xếp 3 HS lớp 12B vào 4 vị trí trống ở giữa (không xếp vào 2 đầu), có A_4^3 cách

Ứng với mỗi cách xếp đó chọn lấy 1 trong 2 HS lớp 12A xếp vào vị trí trống thứ 4 (để 2 HS lớp 12C không ngồi cạnh nhau): có 2 cách

$$\Rightarrow 5!.A_4^3.2.8 \text{ cách}$$

+)TH2: Xếp 2 trong 3 HS lớp 12B vào 4 vị trí trống ở giữa và HS còn lại xếp vào 2 đầu có: $C_3^1 \cdot 2 \cdot A_4^2$ cách
 Ứng với mỗi cách xếp đó sẽ còn 2 vị trí trống ở giữa, xếp 2 HS lớp 12A vào vị trí đó có 2 cách
 $\Rightarrow 5! \cdot C_3^1 \cdot 2 \cdot A_4^2 \cdot 2$ cách

Do đó số cách xếp không có HS cùng lớp ngồi cạnh nhau là:

$$n(A) = 5! \cdot A_4^3 \cdot 2 \cdot 8 + 5! \cdot C_3^1 \cdot 2 \cdot A_4^2 \cdot 2 = 63360 \text{ cách}$$

$$\text{Vậy } P(A) = \frac{n(A)}{n(\Omega)} = \frac{63360}{10!} = \frac{11}{630}$$

Câu 50. Cho hàm số $f(x)$ có đạo hàm liên tục trên đoạn $[0;1]$ thỏa mãn $f(1) = 0, \int_0^1 [f'(x)]^2 dx = 7$ và

$$\int_0^1 x^2 f(x) dx = \frac{1}{3}. \text{ Tích phân } \int_0^1 f(x) dx \text{ bằng}$$

A. $\frac{7}{5}$

B. 1

C. $\frac{7}{4}$

D. 4

Lời giải

Chọn A

$$\text{Xét } I = \int_0^1 x^2 f(x) dx$$

$$\text{Đặt } u = f(x), dv = x^2 dx \Rightarrow du = f'(x) dx, v = \frac{x^3}{3}$$

$$\Rightarrow I = \int_0^1 x^2 f(x) dx = \frac{x^3 f(x)}{3} \Big|_0^1 - \frac{1}{3} \int_0^1 x^3 f'(x) dx$$

$$= \frac{1 \cdot f(1) - 0 \cdot f(0)}{3} - \frac{1}{3} \int_0^1 x^3 f'(x) dx$$

$$= -\frac{1}{3} \int_0^1 x^3 f'(x) dx$$

$$\text{Mà } \int_0^1 x^2 f(x) dx = \frac{1}{3} \Rightarrow -\frac{1}{3} \int_0^1 x^3 f'(x) dx = \frac{1}{3} \Leftrightarrow \int_0^1 x^3 f'(x) dx = -1$$

$$\text{Lại có } \int_0^1 [f'(x)]^2 dx = 7 \quad (1)$$

$$\int_0^1 x^6 dx = \frac{x^7}{7} \Big|_0^1 = \frac{1}{7} \Rightarrow \int_0^1 49x^6 dx = 7 \quad (2)$$

$$\int_0^1 x^3 f'(x) dx = -1 \Rightarrow \int_0^1 14x^3 f'(x) dx = -14 \quad (3)$$

$$\text{Cộng hai vế của (1), (2) và (3)} \Rightarrow \int_0^1 [f'(x)]^2 dx + \int_0^1 49x^6 dx + \int_0^1 14x^3 f'(x) dx = 7 + 7 - 14 = 0$$

$$\Rightarrow \int_0^1 [f'(x) + 7x^3]^2 dx = 0$$

$$\text{Do } [f'(x) + 7x^3]^2 \geq 0 \Rightarrow \int_0^1 [f'(x) + 7x^3]^2 dx \geq 0$$

$$\text{Mà } \int_0^1 [f'(x) + 7x^3]^2 dx = 0 \Rightarrow f'(x) = -7x^3$$

$$\Rightarrow f(x) = -\frac{7}{4}x^4 + C$$

$$\text{Do } f(1) = 0 \Rightarrow -\frac{7}{4} + C = 0 \Rightarrow C = \frac{7}{4}$$

$$\Rightarrow f(x) = -\frac{7}{4}x^4 + \frac{7}{4}$$

$$\text{Vậy } \int_0^1 f(x) dx = \int_0^1 \left(-\frac{7}{4}x^4 + \frac{7}{4} \right) dx = \left(-\frac{7}{20}x^5 + \frac{7}{4}x \right) \Big|_0^1 = \frac{7}{5}$$

-----**HẾT**-----

toan123.vn