

SỞ GIÁO DỤC VÀ ĐÀO TẠO  
HÀ NỘI

KÌ THI TUYỂN SINH LỚP 10 THPT  
NĂM HỌC 2018 – 2019

ĐỀ CHÍNH THỨC

Môn thi : TOÁN

Ngày thi : 07 tháng 6 năm 2018

Thời gian làm bài : 120 phút

Bài I (2,0 điểm)

Cho hai biểu thức  $A = \frac{\sqrt{x}+4}{\sqrt{x}-1}$  và  $B = \frac{3\sqrt{x}+1}{x+2\sqrt{x}-3} - \frac{2}{\sqrt{x}+3}$  với  $x \geq 0, x \neq 1$ .

1) Tính giá trị của biểu thức  $A$  khi  $x=9$ .

2) Chứng minh  $B = \frac{1}{\sqrt{x}-1}$ .

3) Tìm tất cả giá trị của  $x$  để  $\frac{A}{B} \geq \frac{x}{4} + 5$ .

Bài II (2,0 điểm)

Giải bài toán bằng cách lập phương trình hoặc hệ phương trình :

Một mảnh đất hình chữ nhật có chu vi bằng 28 mét và độ dài đường chéo bằng 10 mét. Tính chiều dài và chiều rộng của mảnh đất đó theo đơn vị mét.

Bài III (2,0 điểm)

1) Giải hệ phương trình  $\begin{cases} 4x - |y+2| = 3 \\ x + 2|y+2| = 3 \end{cases}$ .

2) Trong mặt phẳng tọa độ  $Oxy$ , cho đường thẳng  $(d): y = (m+2)x + 3$  và parabol  $(P): y = x^2$ .

a) Chứng minh  $(d)$  luôn cắt  $(P)$  tại hai điểm phân biệt.

b) Tìm tất cả giá trị của  $m$  để  $(d)$  cắt  $(P)$  tại hai điểm phân biệt có các hoành độ là các số nguyên.

Bài IV (3,5 điểm)

Cho đường tròn  $(O; R)$  với dây cung  $AB$  không đi qua tâm. Lấy  $S$  là một điểm bất kì trên tia đối của tia  $AB$  ( $S$  khác  $A$ ). Từ điểm  $S$  vẽ hai tiếp tuyến  $SC, SD$  với đường tròn  $(O; R)$  sao cho điểm  $C$  nằm trên cung nhỏ  $AB$  ( $C, D$  là các tiếp điểm). Gọi  $H$  là trung điểm của đoạn thẳng  $AB$ .

1) Chứng minh năm điểm  $C, D, H, O, S$  thuộc đường tròn đường kính  $SO$ .

2) Khi  $SO = 2R$ , hãy tính độ dài đoạn thẳng  $SD$  theo  $R$  và tính số đo  $\widehat{CSD}$ .

3) Đường thẳng đi qua điểm  $A$  và song song với đường thẳng  $SC$ , cắt đoạn thẳng  $CD$  tại điểm  $K$ . Chứng minh tứ giác  $ADHK$  là tứ giác nội tiếp và đường thẳng  $BK$  đi qua trung điểm của đoạn thẳng  $SC$ .

4) Gọi  $E$  là trung điểm của đoạn thẳng  $BD$  và  $F$  là hình chiếu vuông góc của điểm  $E$  trên đường thẳng  $AD$ . Chứng minh rằng, khi điểm  $S$  thay đổi trên tia đối của tia  $AB$  thì điểm  $F$  luôn thuộc một đường tròn cố định.

Bài V (0,5 điểm)

Tìm giá trị nhỏ nhất của biểu thức  $P = \sqrt{1-x} + \sqrt{1+x} + 2\sqrt{x}$ .

..... Hết .....

Cán bộ coi thi không giải thích gì thêm.

Họ tên thí sinh : Nguyễn Thị Ngọc Anh

Số báo danh : 39.0192

Họ tên chữ kí của cán bộ coi thi số 2 :

**Bài 1.**

$$1) A = \frac{\sqrt{x} + 4}{\sqrt{x} - 1}$$

Với  $x = 9$  thỏa mãn điều kiện nên thay vào ta được  $A = \frac{\sqrt{9} + 4}{\sqrt{9} - 1} = \frac{7}{2}$ .

2) Với  $x \geq 0, x \neq 1$  ta có:

$$\begin{aligned} B &= \frac{3\sqrt{x} + 1}{x + 2\sqrt{x} - 3} - \frac{2}{\sqrt{x} + 3} \\ &= \frac{3\sqrt{x} + 1}{(\sqrt{x} + 3)(\sqrt{x} - 1)} - \frac{2}{\sqrt{x} + 3} \\ &= \frac{3\sqrt{x} + 1 - 2(\sqrt{x} - 1)}{(\sqrt{x} + 3)(\sqrt{x} - 1)} \\ &= \frac{\sqrt{x} + 3}{(\sqrt{x} + 3)(\sqrt{x} - 1)} \\ &= \frac{1}{\sqrt{x} - 1} \end{aligned}$$

$$3) \text{ Ta có: } \frac{A}{B} = \frac{\sqrt{x} + 4}{\sqrt{x} - 1} : \frac{1}{\sqrt{x} - 1} = \sqrt{x} + 4$$

$$\frac{A}{B} \geq \frac{x}{4} + 5 \Leftrightarrow \sqrt{x} + 4 \geq \frac{x}{4} + 5$$

$$\Leftrightarrow x - 4\sqrt{x} + 4 \leq 0$$

$$\Leftrightarrow (\sqrt{x} - 2)^2 \leq 0$$

$$\Leftrightarrow \sqrt{x} - 2 = 0 \text{ (Vì } (\sqrt{x} - 2)^2 \geq 0 \text{ } \forall x \geq 0 \text{)}$$

$$\Leftrightarrow \sqrt{x} = 2 \Leftrightarrow x = 4 \text{ (thỏa mãn điều kiện)}$$

Vậy  $x = 4$ .

**Bài 2.**

Gọi chiều dài, chiều rộng của mảnh đất lần lượt là  $x, y$  ( $x > y > 0, m$ )

Chu vi của mảnh đất là 28m, ta có:  $x + y = 14$  (1)

Độ dài đường chéo của mảnh đất là 10m, ta có:  $x^2 + y^2 = 10^2 \Leftrightarrow (x + y)^2 - 2xy = 100$  (2)

Từ (1) và (2) có hệ phương trình:

$$\begin{cases} x + y = 14 \\ (x + y)^2 - 2xy = 100 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x + y = 14 \\ xy = 48 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 14 - y \\ xy = 48 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x = 8 \\ y = 6 \end{cases} \quad (TM)$$

Vậy chiều dài của mảnh đất 8m, chiều rộng của mảnh đất là 6m.

**Bài 3.**

1)

$$\begin{cases} 4x - |y + 2| = 3 \\ x + 2|y + 2| = 3 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 8x - 2|y + 2| = 6 \\ x + 2|y + 2| = 3 \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} 9x = 9 \\ x + 2|y + 2| = 3 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 1 \\ |y + 2| = 1 \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} x = 1 \\ y + 2 = 1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 1 \\ y = -1 \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} x = 1 \\ y + 2 = -1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 1 \\ y = -3 \end{cases}$$

Vậy hệ phương trình có 2 nghiệm  $(1; -1)$  và  $(1; -3)$

2)

a) Xét phương trình hoành độ giao điểm của (d) và (P):

$$x^2 = (m + 2)x + 3$$

$$\Leftrightarrow x^2 - (m + 2)x - 3 = 0 \quad (1)$$

Phương trình (1) có  $a = 1; b = -(m + 2); c = -3$ .

Ta có  $ac = 1 \cdot (-3) = -3 < 0 \Rightarrow$  Phương trình (1) có hai nghiệm phân biệt.

Vậy (d) luôn cắt (P) tại 2 điểm phân biệt.

b) Gọi  $x_1; x_2$  là hai nghiệm của phương trình (1) thì (d) luôn cắt (P) tại hai điểm có hoành độ

Theo định lý Viet có  $\begin{cases} x_1 + x_2 = m + 2 \\ x_1 x_2 = -3 \end{cases}$

Ta có  $x_1 x_2 = -3$ .

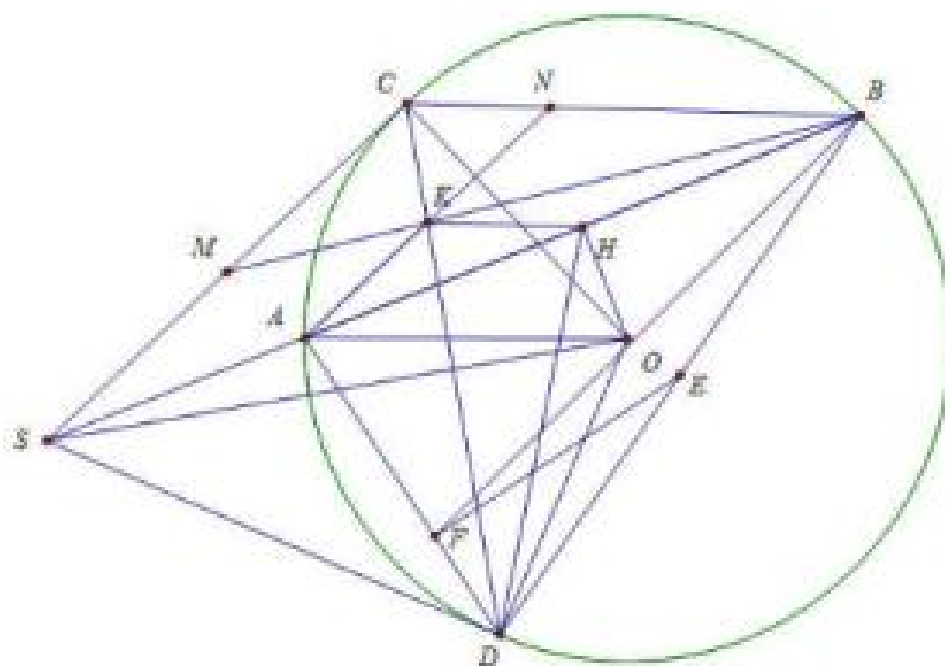
Vì  $x_1, x_2 \in \mathbb{Z}$ , giả sử  $x_1 < x_2$  thì ta có các trường hợp sau:

Trường hợp 1:  $\begin{cases} x_1 = -3 \\ x_2 = 1 \end{cases} \Rightarrow x_1 + x_2 = -2 \Rightarrow m + 2 = -2 \Leftrightarrow m = -4$ .

Trường hợp 2:  $\begin{cases} x_1 = -1 \\ x_2 = 3 \end{cases} \Rightarrow x_1 + x_2 = 2 \Rightarrow m + 2 = 2 \Leftrightarrow m = 0$ .

Vậy  $m = -4$  hoặc  $m = 0$ .

**Bài 4.**



a.

+ SD, SC là tiếp tuyến của đường tròn (O, R)

$\Rightarrow OD \perp SD, OC \perp SC$

$\Rightarrow D, C$  thuộc đường tròn đường kính SO (1)

+ Do H là trung điểm của AB

$\Rightarrow OH \perp AB$

$\Rightarrow \widehat{SHO} = 90^\circ$

$\Rightarrow H$  thuộc đường tròn đường kính SO (2)

Từ (1), (2)  $\Rightarrow C, D, H, O, S$  cùng thuộc đường tròn đường kính SO

b. Xét  $\triangle SDO$  có :

$$SO^2 = SD^2 + DO^2$$

$$\Rightarrow SD^2 = SO^2 - DO^2 = 4R^2 - R^2 = 3R^2$$

$$\Rightarrow SD = R\sqrt{3}$$

Có :

$$\sin \widehat{DSO} = \frac{DO}{SO} = \frac{1}{2} \Rightarrow \widehat{DSO} = 30^\circ \Rightarrow \widehat{CSD} = 60^\circ$$

c. Ta có  $S, D, O, H$  cùng thuộc một đường tròn nên  $SHOD$  là tứ giác nội tiếp.

$$\text{Suy ra } \widehat{AHD} = \widehat{SOD} = \frac{1}{2}\widehat{COD} \quad (1)$$

$$\text{Ta có } \widehat{AKD} = \widehat{SCD} \text{ (đồng vị) nên } \widehat{AKD} = \frac{1}{2}\widehat{SCD} = \frac{1}{2}\widehat{COD} \quad (2)$$

Từ (1) và (2) suy ra  $\widehat{AHD} = \widehat{AKD} \Rightarrow ADHK$  nội tiếp.

Gọi  $M$  là giao điểm của  $BK$  và  $SC$ .

Gọi  $N$  là giao điểm của  $AK, BC$ .

Ta có  $\widehat{KHA} = \widehat{CBS} \Rightarrow HK \parallel BC$  mà  $H$  là trung điểm  $AB$  nên  $K$  là trung điểm của  $AN$ .

Suy ra  $AK = KN$ .

Ta có  $\frac{AK}{SM} = \frac{KN}{CM}$  mà  $AK = KN$  nên  $SM = CM$  nên  $M$  là trung điểm của  $SC$ .

$$\text{d. Ta có } \widehat{AOH} = \frac{1}{2}\widehat{AOB} = \frac{1}{2}\widehat{SCD} = \widehat{EDF} \Rightarrow \widehat{FED} = \widehat{HAO}.$$

$$\text{Ta có } \widehat{BFE} = \frac{1}{2}\widehat{DEF} = \frac{1}{2}\widehat{HAO}$$

$$\text{Suy ra } \widehat{BFD} = \frac{1}{2}\widehat{HAO} + 90^\circ.$$

$$\text{Suy ra } \widehat{BFA} = 180^\circ - \frac{1}{2}\widehat{HAO} - 90^\circ = 90^\circ - \frac{1}{2}\widehat{HAO} \text{ (không đổi vì } A, B, O \text{ cố định).}$$

Vậy  $F$  nhìn đoạn  $AB$  dưới một góc không đổi.

**Bài 5.**

$$P = \sqrt{1-x} + \sqrt{1+x} + 2\sqrt{x}$$

Điều kiện để  $P$  tồn tại là:  $0 \leq x \leq 1$  (\*)

Với  $a, b \geq 0$  bất kì ta có:  $(\sqrt{a} + \sqrt{b})^2 = a + b + 2\sqrt{ab} \geq a + b$

$$\Rightarrow \sqrt{a} + \sqrt{b} \geq \sqrt{a+b} \quad (1)$$

Dấu “=” xảy ra khi và chỉ khi  $a = 0$  hoặc  $b = 0$ .

Áp dụng (1) ta có:

$$\sqrt{1-x} + \sqrt{x} \geq \sqrt{1-x+x} = 1$$

$$\sqrt{1+x} + \sqrt{x} \geq \sqrt{1+0} = 1 \quad (\text{do } (*))$$

$$\Rightarrow P \geq 1+1=2$$

Dấu “=” xảy ra khi và chỉ khi  $x = 0$ .

Vậy giá trị nhỏ nhất của  $P$  là 2 khi  $x = 0$ .