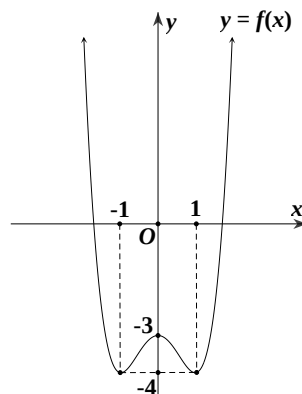


Họ và tên thí sinh: Lớp: SBD:

- Câu 1.** Trong không gian $Oxyz$, đường thẳng $d: \begin{cases} x = 2 + 3t \\ y = 5 - t \\ z = 2 \end{cases}$ có một vector chỉ phương là
A. $\vec{u} = (3; -1; 0)$. B. $\vec{u} = (2; 5; 0)$. C. $\vec{u} = (-3; 1; 2)$. D. $\vec{u} = (3; -1; 2)$.
- Câu 2.** Trong không gian $Oxyz$, cho ba vector $\vec{a} = (-1; 1; 0)$, $\vec{b} = (1; 1; 0)$, $\vec{c} = (1; 1; 1)$. Tìm mệnh đề đúng.
A. Hai vector $\vec{a}$ và $\vec{c}$ cùng phương. B. Hai vector $\vec{a}$ và $\vec{b}$ cùng phương.
C. Hai vector $\vec{b}$ và $\vec{c}$ không cùng phương. D. $\vec{a} \cdot \vec{c} = 1$.
- Câu 3.** Giá trị lớn nhất và nhỏ nhất của hàm số $y = x^3 - 3x^2 - 9x + 35$ trên đoạn $[-4; 4]$ lần lượt là
A. 40 và 8. B. 40 và -8. C. 15 và -41. D. 40 và -41.
- Câu 4.** Tập nghiệm của bất phương trình $3 \cdot 9^x - 10 \cdot 3^x + 3 \leq 0$ có dạng $S = [a; b]$ trong đó a, b là các số nguyên. Giá trị của biểu thức $5b - 2a$ bằng
A. 7. B. $\frac{43}{3}$. C. 3. D. $\frac{8}{3}$.
- Câu 5.** Có bao nhiêu số có ba chữ số đôi một khác nhau mà các chữ số đó thuộc tập hợp $\{1; 2; 3; \dots; 9\}$?
A. C_9^3 . B. 9^3 . C. A_9^3 . D. 3^9 .
- Câu 6.** Đồ thị hàm số nào sau đây cắt trục tung tại điểm có tung độ âm?
A. $y = \frac{2x-3}{3x-1}$. B. $y = \frac{3x+4}{x-1}$. C. $y = \frac{4x+1}{x+2}$. D. $y = \frac{-2x+3}{x+1}$.
- Câu 7.** Cho a và b là các số dương bất kì, $a \neq 1$. Mệnh đề nào sau đây đúng?
A. $m = \log_a b \Leftrightarrow a^b = m$. B. $m = \log_a b \Leftrightarrow a^m = b$.
C. $m = \log_a b \Leftrightarrow b^m = a$. D. $m = \log_a b \Leftrightarrow b^a = m$.
- Câu 8.** Cho hai số phức $z_1 = 2 - 2i$, $z_2 = -3 + 3i$. Khi đó số phức $z_1 - z_2$ là
A. $-5 + 5i$. B. $-5i$. C. $5 - 5i$. D. $-1 + i$.
- Câu 9.** $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{1-n}{1-3n^2}$ bằng
A. 1. B. 0. C. $-\frac{1}{3}$. D. $\frac{1}{3}$.
- Câu 10.** Công thức tính thể tích của khối cầu bán kính R là
A. $V = 4\pi R^3$. B. $V = \frac{4}{3}\pi R^3$. C. $V = \frac{1}{3}\pi R^3$. D. $V = \pi R^3$.
- Câu 11.** Cho hàm số $y = f(x)$ xác định trên $\mathbb{R}$ và có đồ thị như hình bên. Tìm các giá trị thực của tham số m để phương trình $|f(x)| = m$ có sáu nghiệm phân biệt.



- A. $-4 < m < -3$. B. $0 < m < 4$. C. $3 < m < 4$. D. $0 < m < 3$.

Câu 12. Trong mặt phẳng tọa độ Oxy , gọi A, B, C lần lượt là các điểm biểu diễn số phức $-1-2i, 4-4i, -3i$. Số phức biểu diễn trọng tâm tam giác ABC là

- A. $-1+3i$. B. $1-3i$. C. $-3+9i$. D. $3-9i$.

Câu 13. Tính $I = \int \sin 3x dx$.

- A. $I = -\cos 3x + C$. B. $I = -\frac{1}{3}\cos 3x + C$.

- C. $I = \frac{1}{3}\cos 3x + C$. D. $I = \cos 3x + C$.

Câu 14. Cho tích phân $\int_0^{\frac{\pi}{2}} (4x-1+\cos x) dx = \pi \left(\frac{\pi}{a} - \frac{1}{b} \right) + c, (a, b, c \in \mathbb{Q})$. Tính $a-b+c$.

- A. $\frac{1}{2}$. B. 1. C. -2. D. $\frac{1}{3}$.

Câu 15. Cho hàm số $y = f(x)$ có bảng biến thiên như hình dưới đây. Mệnh đề nào sau đây đúng?

x	$-\infty$	$-\frac{1}{2}$	3	$+\infty$	
y'	$+$		$+$	0	$-$
y	$-\infty$	$+\infty$	$-\infty$	4	$-\infty$

- A. Hàm số đã cho đồng biến trên khoảng $\left(-\frac{1}{2}; +\infty\right)$.
- B. Hàm số đã cho đồng biến trên khoảng $(-\infty; 3)$.
- C. Hàm số đã cho nghịch biến trên khoảng $(3; +\infty)$.
- D. Hàm số đã cho đồng biến trên khoảng $\left(-\infty; -\frac{1}{2}\right)$ và $(3; +\infty)$.

Câu 16. Tìm tọa độ các điểm cực trị của đồ thị hàm số $y = x^3 - 3x^2$.

- A. $(0;0)$ và $(2;4)$. B. $(0;0)$ và $(1;-2)$.
 C. $(0;0)$ và $(-2;-4)$. D. $(0;0)$ và $(2;-4)$.

Câu 17. Trong không gian $Oxyz$, mặt phẳng $(P): 2x - z + 3 = 0$ có một vectơ pháp tuyến là:

- A. $\vec{n}_1 = (2; 0; -1)$. B. $\vec{n}_2 = (2; -1; 3)$. C. $\vec{n}_3 = (2; -1; 0)$. D. $\vec{n}_4 = (-1; 0; -1)$.

Câu 18. Phương trình các đường tiệm cận ngang của đồ thị hàm số $y = \frac{\sqrt{x^2 - 4x}}{x - 1}$ là:

- A. $y = 1$ và $y = 2$. B. $x = 1$ và $x = -1$. C. $y = x$ và $y = -x$. D. $y = 1$ và $y = -1$.

Câu 19. Giá trị nhỏ nhất của hàm số $y = \frac{3x^2 - 8x + 6}{x^2 - 2x + 1}$ là

- A. 2. B. 1. C. -1. D. -2.

Câu 20. Họ nguyên hàm của hàm số $f(x) = 2x + 1$ là

- A. $\frac{x^2}{2} + x + C$. B. $2x + 1 + C$. C. $x^2 + x + C$. D. $2x + C$.

Câu 21. Tập hợp các giá trị thực của tham số m để phương trình $\log_3(1 - x^2) + \log_{\frac{1}{3}}(x + m - 4) = 0$ có hai nghiệm thực phân biệt là $T = (a; b)$, trong đó a, b là các số nguyên hoặc phân số tối giản. Tính $M = a + b$.

- A. $\frac{33}{6}$. B. $\frac{17}{3}$. C. $\frac{9}{2}$. D. $\frac{41}{4}$.

Câu 22. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy là hình vuông cạnh a , tâm O . Cạnh bên $SA = 2a$ và vuông góc với mặt phẳng đáy. Gọi α là góc tạo bởi đường thẳng SC và mặt phẳng đáy. Mệnh đề nào sau đây đúng?

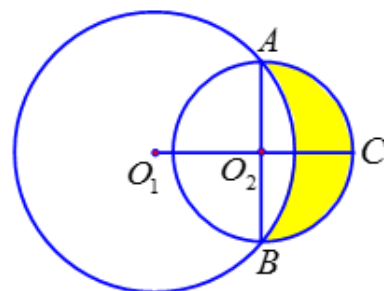
- A. $\alpha = 60^\circ$. B. $\alpha = 75^\circ$. C. $\tan \alpha = 1$. D. $\tan \alpha = \sqrt{2}$.

Câu 23. Một hộp đựng 40 tấm thẻ được đánh số thứ tự từ 1 đến 40. Rút ngẫu nhiên ra 10 tấm thẻ. Tính xác suất để lấy được 5 tấm thẻ mang số lẻ và 5 tấm thẻ mang số chẵn, trong đó có đúng một tấm thẻ mang số chia hết cho 6.

- A. $\frac{252}{1147}$. B. $\frac{26}{1147}$. C. $\frac{12}{1147}$. D. $\frac{126}{1147}$.

Câu 24. Cho hai đường tròn $(O_1; 10)$ và $(O_2; 8)$ cắt nhau tại hai điểm A, B sao cho AB là một đường kính của đường tròn (O_2) . Gọi (H) là hình phẳng giới hạn bởi hai đường tròn (phần được tô màu như hình vẽ). Quay (H) quanh trục O_1O_2 ta được một khối tròn xoay. Tính thể tích V của khối tròn xoay tạo thành.

- A. $V = \frac{824\pi}{3}$. B. $V = \frac{608\pi}{3}$. C. $V = \frac{97\pi}{3}$. D. $V = \frac{145\pi}{3}$.



Câu 25. Biết diện tích hình phẳng giới hạn bởi đồ thị hàm số $y = 3x^2 + 2mx + m^2 + 1$, trục hoành, trục tung và đường thẳng $x = \sqrt{2}$ đạt giá trị nhỏ nhất. Mệnh đề nào sau đây đúng?

- A. $m \in (-4; -1)$. B. $m \in (3; 5)$. C. $m \in (0; 3)$. D. $m \in (-2; 1)$.

Câu 26. Bất phương trình $\log_{125}(x+3)^3 + \log_{\frac{1}{5}}\sqrt{x+4} \leq 0$ có bao nhiêu nghiệm nguyên?

- A. 5. B. 1. C. vô số. D. 12.

Câu 27. Trong mặt phẳng tọa độ Oxy , biết tập hợp các điểm biểu diễn số phức z thỏa mãn $|z+2i|^2 + 2|1-\bar{z}|^2 + 3|z-2+i|^2 = 2018$ là một đường tròn. Tìm tâm I của đường tròn đó.

- A. $I\left(\frac{4}{3}; -\frac{5}{6}\right)$. B. $I\left(-\frac{4}{3}; \frac{5}{6}\right)$. C. $I(1;1)$. D. $I\left(\frac{4}{3}; -\frac{7}{6}\right)$.

Câu 28. Cho hình chóp đều $S.ABC$ có $SA=9a; AB=6a$. Gọi M là điểm thuộc cạnh SC sao cho $SM = \frac{1}{2}MC$. Côsin của góc giữa hai đường thẳng SB và AM bằng

- A. $\frac{1}{2}$. B. $\frac{7}{2\sqrt{48}}$. C. $\frac{\sqrt{19}}{7}$. D. $\frac{14}{3\sqrt{48}}$.

Câu 29. Một người gửi vào ngân hàng 300 triệu đồng với lãi suất 6,8% năm. Biết rằng nếu không rút tiền ra khỏi ngân hàng thì cứ sau mỗi năm, số tiền lãi sẽ được nhập vào vốn ban đầu để tính lãi cho năm tiếp theo. Hỏi nếu sau đúng 2 năm kể từ khi gửi tiền, người đó nhận được số tiền lãi gần nhất với số tiền nào sau đây, nếu trong khoảng thời gian này người đó không rút tiền và lãi suất không thay đổi?

- A. 342.187.000 đồng. B. 40.080.000 đồng.
C. 18.252.000 đồng. D. 42.187.000 đồng.

Câu 30. Khoảng cách giữa hai cạnh đối trong một tứ diện đều cạnh a bằng

- A. $\frac{a\sqrt{2}}{2}$. B. $\frac{2a}{3}$. C. $\frac{a\sqrt{3}}{3}$. D. $2a$.

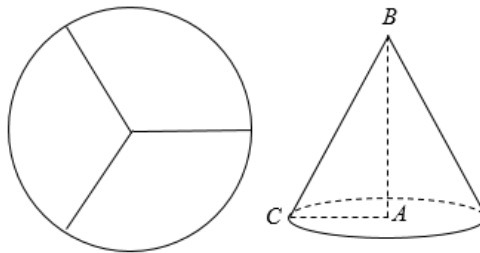
Câu 31. Trong không gian $Oxyz$ cho hai đường thẳng $d_1: \frac{x-1}{2} = \frac{y+2}{-1} = \frac{z-3}{1}$, và đường thẳng

$d_2: \begin{cases} x=1-t \\ y=1+2t \\ z=-1+t \end{cases}$. Đường thẳng Δ đi qua điểm $A(1;2;3)$ vuông góc với d_1 và cắt d_2 có phương

trình là

- A. $\frac{x-1}{-1} = \frac{y-2}{-3} = \frac{z-3}{-5}$. B. $\frac{x-1}{1} = \frac{y-2}{3} = \frac{z-3}{5}$.
C. $\frac{x-1}{1} = \frac{y-2}{3} = \frac{z-3}{-5}$. D. $\frac{x-1}{1} = \frac{y-2}{-3} = \frac{z-3}{-5}$.

Câu 32. Người ta cắt hết một miếng tôn hình tròn làm 3 miếng hình quạt bằng nhau. Sau đó quấn và gò 3 miếng tôn để được 3 hình nón. Tính góc ở đỉnh của hình nón.



- A. $2\varphi = 60^\circ$ B. $2\varphi = 2\arcsin \frac{1}{2}$ C. $2\varphi = 2\arcsin \frac{1}{3}$ D. $2\varphi = 120^\circ$

Câu 33. Tìm khoảng đồng biến và nghịch biến của hàm số $y = g(x)$ biết nó có đồ thị là ảnh của đồ thị hàm số $y = \frac{x-1}{x-2}$ qua phép đối xứng tâm $I(1;1)$.

- A. Hàm số nghịch biến trên khoảng $(-\infty;0)$ và $(0;+\infty)$.
 B. Hàm số nghịch biến trên khoảng $(-\infty;2)$ và $(2;+\infty)$.
 C. Hàm số đồng biến trên khoảng $(-\infty;0)$ và $(0;+\infty)$.
 D. Hàm số đồng biến trên khoảng $(-\infty;2)$ và $(2;+\infty)$.

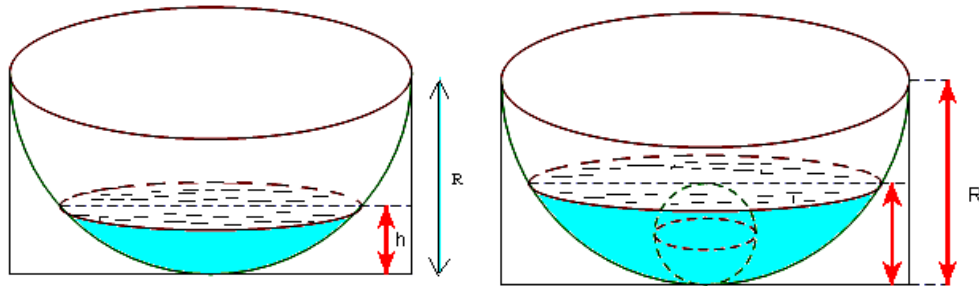
Câu 34. Tìm hệ số của x^4 trong khai triển $(1+3x+2x^3)^{10}$.

- A. 17550 B. 16758 C. 21130 D. 270

Câu 35. Trong không gian cho điểm $G(1;2;3)$. Mặt phẳng (α) đi qua G cắt Ox , Oy , Oz lần lượt tại A , B , C sao cho G là trọng tâm của tam giác ABC . Phương trình của mặt phẳng (α) là

- A. $6x+3y+2z-18=0$. B. $2x+3y+6z-18=0$.
 C. $6x+2y+3z-18=0$. D. $3x+2y+6z-18=0$.

Câu 36. Một chậu nước hình bán cầu bằng nhôm có bán kính $R=10(cm)$. Trong chậu có chứa sẵn một khối nước hình chòm cầu có chiều cao $h=4(cm)$. Người ta bỏ vào chậu một viên bi hình cầu bằng kim loại thì mặt nước dâng lên vừa phủ kín viên bi. Tính bán kính của viên bi (kết quả làm tròn đến hai chữ số lẻ thập phân).



- A. 3,24(cm). B. 2,09(cm). C. 4,28(cm). D. 4,03(cm).

Câu 37. Cho hình chóp $S.ABC$ có $SA \perp (ABC)$, $SB=BC=2a\sqrt{2}$, $BSC=45^\circ$, $BSA=\alpha$. Tính giá trị của α để góc giữa hai mặt phẳng (SAC) và (SBC) bằng 45° .

- A. $\arcsin \frac{1}{\sqrt{3}}$. B. $\arcsin \frac{\sqrt{14}}{7}$. C. $\arcsin \frac{\sqrt{3}}{6}$. D. $\arccos \frac{\sqrt{14}}{14}$.

Câu 38. Trong không gian $Oxyz$, cho hai điểm $A(2;1;-3)$ và $B(-3;2;1)$. Viết phương trình đường thẳng d đi qua gốc tọa độ sao cho tổng khoảng cách từ A và B đến đường thẳng d lớn nhất.

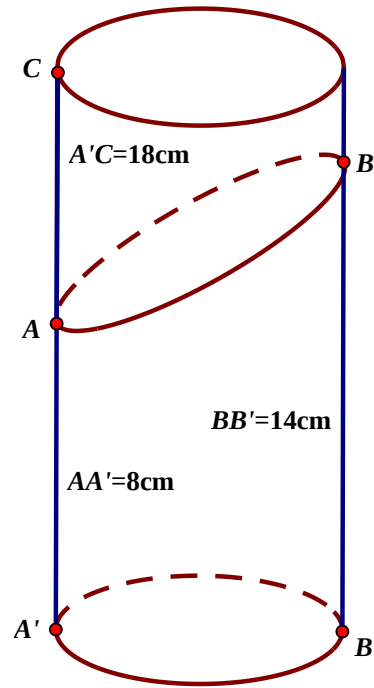
- A. $\frac{x}{1} = \frac{y}{1} = \frac{z}{1}$. B. $\frac{x}{1} = \frac{y}{-1} = \frac{z}{1}$. C. $\frac{x}{1} = \frac{y}{1} = \frac{z}{2}$. D. $\frac{x}{-1} = \frac{y}{1} = \frac{z}{2}$.

Câu 39. Cho hàm số $y = f(x)$ liên tục trên đoạn $[0;1]$ và thỏa mãn $f(x) - 8x^3 f(x^4) + \frac{x^3}{\sqrt{x^2+1}} = 0$.

Tích phân $I = \int_0^1 f(x)dx$ có kết quả dạng $\frac{a-b\sqrt{2}}{c}$ với $a, b, c \in \mathbb{Q}$, $\frac{a}{c}, \frac{b}{c}$ tối giản. Tính $a+b+c$.

- A. 6. B. -4. C. 4. D. -10.

- Câu 40.** Cắt một khối trụ cao 18cm bởi một mặt phẳng, ta được khối hình dưới đây. Biết rằng thiết diện là một elip, khoảng cách từ điểm thuộc thiết diện gần mặt đáy nhất và điểm thuộc thiết diện xa mặt đáy nhất tới mặt đáy lần lượt là 8cm và 14cm . Tính tỉ số thể tích của khối nhỏ và khối lớn được chia ra bởi mặt phẳng nói trên.



- A. $\frac{2}{11}$. B. $\frac{1}{2}$. C. $\frac{5}{11}$. D. $\frac{7}{11}$.
- Câu 41.** Cho $A(0;5)$ và đường thẳng Δ đi qua điểm $I(1;2)$ có hệ số góc k . Có bao nhiêu giá trị của k để đường thẳng cắt đồ thị $(C): y = \frac{2x+1}{x-1}$ tại hai điểm M và N sao cho tam giác AMN vuông tại A .
- A. 1. B. 2. C. Vô số. D. 0.
- Câu 42.** Có bao nhiêu giá trị của nguyên của tham số m , $(m \in [-2018; 2018])$ để hàm số $y = x^2(m-x) - m$ đồng biến trên khoảng $(1;2)$.
- A. 2014. B. 2020. C. 2016. D. 2018.
- Câu 43.** Trong không gian $Oxyz$, cho ba điểm $A(a;0;0), B(0;b;0), C(0;0;c)$ với a, b, c là các số thực dương thay đổi tùy ý sao cho $a^2 + b^2 + c^2 = 1$. Khoảng cách từ O đến mặt phẳng ABC lớn nhất là
- A. $\frac{1}{\sqrt{3}}$. B. 1. C. $\frac{1}{3}$. D. 3.
- Câu 44.** Chọn ngẫu nhiên một vé xổ số có 5 chữ số được lập từ các chữ số từ 0 đến 9. Tính xác suất để lấy được vé không có chữ số 1 hoặc chữ số 2.
- A. 0,8533. B. 0,5533. C. 0,6533. D. 0,2533.
- Câu 45.** Cho lăng trụ $ABC.A'B'C'$ có đáy là tam giác đều cạnh a . Hình chiếu vuông góc của điểm A' lên mặt phẳng (ABC) trùng với trọng tâm tam giác ABC . Biết khoảng cách giữa hai đường thẳng AA' và BC bằng $\frac{a\sqrt{3}}{4}$. Khi đó, thể tích khối lăng trụ là:

A. $\frac{a^3\sqrt{3}}{12}$. B. $\frac{a^3\sqrt{3}}{3}$. C. $\frac{a^3\sqrt{3}}{24}$. D. $\frac{a^3\sqrt{3}}{6}$.

Câu 46. Cho đồ thị $(C): y = \frac{x}{2} + \sqrt{x^2 + x + 1}$. Gọi $M(0; m)$ là điểm trên trục tung mà từ đó ta kẻ được ít nhất một tiếp tuyến với đồ thị (C) . Biết tập hợp các giá trị của m là nửa khoảng $(a; b]$. Giá trị của $a + b$ bằng?

A. 1. B. $-\frac{1}{2}$. C. $\frac{1}{2}$. D. -1.

Câu 47. Biết hàm số $f(x) - f(2x)$ có đạo hàm bằng 18 tại $x=1$ và đạo hàm bằng 1000 tại $x=2$. Tính đạo hàm của hàm số $f(x) - f(4x)$ tại $x=1$.

A. 2018. B. 1982. C. -2018. D. 1018.

Câu 48. Cho hàm số $f(x) = ax^3 + bx^2 + cx + d$ ($a, b, c, d \in \mathbb{R}$) thỏa mãn $a > 0$, $d > 2018$, $a + b + c + d - 2018 < 0$. Tìm số điểm cực trị của hàm số $y = |f(x) - 2018|$.

A. 2. B. 1. C. 3. D. 5.

Câu 49. Cho phương trình $\log_2(x - \sqrt{x^2 - 1}) \cdot \log_{2017}(x - \sqrt{x^2 - 1}) = \log_a(x + \sqrt{x^2 - 1})$. Có bao nhiêu giá trị nguyên thuộc khoảng $(1; 2018)$ của tham số a sao cho phương trình đã cho có nghiệm lớn hơn 3?

A. 20. B. 19. C. 18. D. 17.

Câu 50. Tìm số phức z thỏa mãn $|z - 1 - i| = 5$ và biểu thức $T = |z - 7 - 9i| + 2|z - 8i|$ đạt giá trị nhỏ nhất.

A. $z = 5 - 2i$. B. $z = 1 + 6i$. C. $z = 1 + 6i$ và $z = 5 - 2i$. D. $z = 4 + 5i$.

---HẾT---

Câu 1: [2H3-1] Trong không gian $Oxyz$, đường thẳng $d: \begin{cases} x = 2 + 3t \\ y = 5 - t \\ z = 2 \end{cases}$ có một vector chỉ phương là

- A. $\vec{u}_1 = (3; -1; 0)$. B. $\vec{u}_2 = (2; 5; 0)$. C. $\vec{u}_4 = (-3; 1; 2)$. D. $\vec{u}_3 = (3; -1; 2)$.

Lời giải

Chọn A.

Đường thẳng d có một vector chỉ phương là $\vec{u}_1 = (3; -1; 0)$.

Câu 2: [2H3-1] Trong không gian $Oxyz$, cho ba vector $\vec{a} = (-1; 1; 0)$, $\vec{b} = (1; 1; 0)$, $\vec{c} = (1; 1; 1)$. Tìm mệnh đề **đúng**.

- A. Hai vector $\vec{a}$ và $\vec{c}$ cùng phương. B. Hai vector $\vec{a}$ và $\vec{b}$ cùng phương.
C. Hai vector $\vec{b}$ và $\vec{c}$ không cùng phương. D. $\vec{a} \cdot \vec{c} = 1$.

Lời giải

Chọn C.

Ta có $[\vec{b}; \vec{c}] = (1; -1; 0) \neq \vec{0}$ suy ra hai vector $\vec{b}$ và $\vec{c}$ không cùng phương.

Câu 3: [2D1-2] Giá trị lớn nhất và giá trị nhỏ nhất của hàm số $y = x^3 - 3x^2 - 9x + 35$ trên đoạn $[-4; 4]$ lần lượt là

- A. 40 và 8. B. 40 và -8. C. 15 và -41. D. 40 và -41.

Lời giải

Chọn D.

Ta có $y' = 3x^2 - 6x - 9$; $y' = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 3 \\ x = -1 \end{cases}$

$y(-4) = -41$; $y(4) = 15$; $y(3) = 8$; $y(-1) = 40$

Suy ra $\min_{[-4; 4]} y = y(-4) = -41$ và $\max_{[-4; 4]} y = y(-1) = 40$.

Câu 4: [2D2-2] Tập nghiệm của bất phương trình $3 \cdot 9^x - 10 \cdot 3^x + 3 \leq 0$ có dạng $S = [a; b]$ trong đó a , b là các số nguyên. Giá trị của biểu thức $5b - 2a$ bằng

- A. 7. B. $\frac{43}{3}$. C. 3. D. $\frac{8}{3}$.

Lời giải

Chọn A.

Ta có $3 \cdot 9^x - 10 \cdot 3^x + 3 \leq 0 \Leftrightarrow \frac{1}{3} \leq 3^x \leq 3 \Leftrightarrow -1 \leq x \leq 1$

Vậy tập nghiệm của bất phương trình là $S = [-1; 1]$. Do đó $\begin{cases} a = -1 \\ b = 1 \end{cases}$ suy ra $5b - 2a = 7$.

Câu 5: [1D2-1] Có bao nhiêu số có ba chữ số đôi một khác nhau mà các chữ số đó thuộc tập hợp $\{1; 2; 3; \dots; 9\}$?

- A. C_9^3 . B. 9^3 . C. A_9^3 . D. 3^9 .

Lời giải

Chọn C.

Số tự nhiên có ba chữ số đôi một khác nhau mà các chữ số đó thuộc tập hợp $\{1; 2; 3; \dots; 9\}$ là A_9^3 .

Câu 6: [2D1-1] Đồ thị hàm số nào sau đây cắt trục tung tại điểm có tung độ âm?

A. $y = \frac{2x-3}{x-1}$.

B. $y = \frac{3x+4}{x-1}$.

C. $y = \frac{4x+1}{x+2}$.

D. $y = \frac{-2x+3}{x+1}$.

Lời giải

Chọn B.

Đồ thị hàm số $y = \frac{3x+4}{x-1}$ cắt trục tung tại điểm $(0; -4)$.

Câu 7: [2D2-1] Cho a và b là các số thực dương bất kỳ, a khác 1. Mệnh đề nào sau đây đúng?

A. $m = \log_a b \Leftrightarrow a^b = m$.

B. $m = \log_a b \Leftrightarrow a^m = b$.

C. $m = \log_a b \Leftrightarrow b^m = a$.

D. $m = \log_a b \Leftrightarrow b^a = m$.

Lời giải

Chọn B.

Ta có $m = \log_a b \Leftrightarrow a^m = b$.

Câu 8: [2D4-1] Cho hai số phức $z_1 = 2 - 2i$, $z_2 = -3 + 3i$. Khi đó số phức $z_1 - z_2$ là

A. $-5 + 5i$.

B. $-5i$.

C. $5 - 5i$.

D. $-1 + i$.

Lời giải

Chọn C.

Ta có $z_1 - z_2 = (2 - 2i) - (-3 + 3i) = 5 - 5i$.

Câu 9: [1D4-1] $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{1-n}{1-3n^2}$ bằng

A. 1.

B. 0.

C. $-\frac{1}{3}$.

D. $\frac{1}{3}$.

Lời giải

Chọn B.

Ta có $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{1-n}{1-3n^2} = \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{\frac{1}{n^2} - \frac{1}{n}}{\frac{1}{n^2} - 3} = 0$.

Câu 10: [2H2-1] Công thức tính thể tích khối cầu bán kính R là

A. $V = 4\pi R^3$.

B. $V = \frac{4}{3}\pi R^3$.

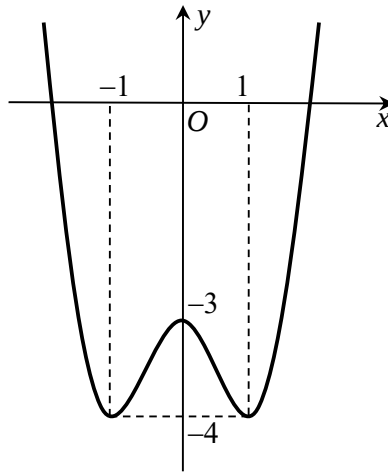
C. $V = \frac{1}{3}\pi R^3$.

D. $V = \pi R^3$.

Lời giải

Chọn B.

Câu 11: [2D1-2] Cho hàm số $y = f(x)$ xác định trên $\mathbb{R}$ và có đồ thị như hình vẽ.



Tìm các giá trị thực của tham số m để phương trình $|f(x)| = m$ có 6 nghiệm phân biệt.

A. $-4 < m < -3$.

B. $0 < m < 4$.

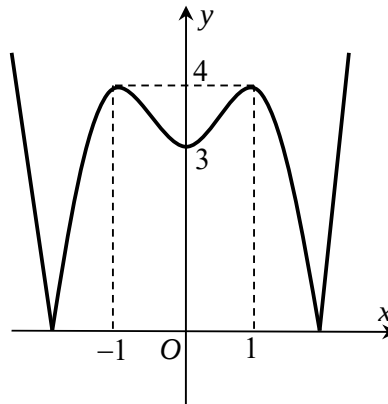
C. $3 < m < 4$.

D. $0 < m < 3$.

Lời giải

Chọn C.

Từ đồ thị hàm số $y = f(x)$ ta suy ra được đồ thị hàm số $y = |f(x)|$ như hình bên dưới.



Dựa và đồ thị suy ra để phương trình $|f(x)| = m$ có 6 nghiệm phân biệt thì $3 < m < 4$.

Câu 12: [2D4-2] Trong mặt phẳng tọa độ Oxy , Gọi A, B, C lần lượt là các điểm biểu diễn số phức $-1-2i, 4-4i, -3i$. Số phức biểu diễn trọng tâm tam giác ABC là

A. $-1-3i$.

B. $1-3i$.

C. $-3+9i$.

D. $3-9i$.

Lời giải

Chọn B.

Ta có $A(-1;-2), B(4;-4), C(0;-3)$ nên trọng tâm G của tam giác ABC có tọa độ là $G(1;-3)$. Do đó, số phức biểu diễn điểm G là $1-3i$.

Câu 13: [2D3-1] Tính $\int \sin 3x dx$

A. $-\cos 3x + C$.

B. $-\frac{1}{3}\cos 3x + C$.

C. $\frac{1}{3}\cos 3x + C$.

D. $\cos 3x + C$.

Lời giải

Chọn B.

Áp dụng trực tiếp công thức nguyên hàm cơ bản.

Câu 14: [2D3-2] Cho tích phân $\int_0^{\frac{\pi}{2}} (4x - 1 + \cos x) dx = \pi \left(\frac{\pi}{a} - \frac{1}{b} \right) + c$, $(a, b, c \in \mathbb{Q})$. Tính $a - b + c$

A. $\frac{1}{2}$.

B. 1.

C. -2.

D. $\frac{1}{3}$.

Lời giải

Chọn B.

Ta có $\int_0^{\frac{\pi}{2}} (4x - 1 + \cos x) dx = (2x^2 - x + \sin x) \Big|_0^{\frac{\pi}{2}} = \pi \left(\frac{\pi}{2} - \frac{1}{2} \right) + 1$.

Suy ra $a = 2$, $b = 2$, $c = 1$ nên $a - b + c = 1$.

Câu 15: [2D1-1] Cho hàm số $y = f(x)$ có bảng biến thiên như hình dưới đây. Mệnh đề nào sau đây là đúng?

x	$-\infty$	$-\frac{1}{2}$	3	$+\infty$
y'	+	0	0	-
y	$-\infty$	$+\infty$	4	$-\infty$

A. Hàm số đã cho đồng biến trên khoảng $\left(-\frac{1}{2}; +\infty\right)$.

B. Hàm số đã cho đồng biến trên khoảng $(-\infty; 3)$.

C. Hàm số đã cho nghịch biến trên khoảng $(3; +\infty)$.

D. Hàm số đã cho nghịch biến trên các khoảng $\left(-\infty; -\frac{1}{2}\right)$ và $(3; +\infty)$.

Lời giải

Chọn C.

Từ bảng biến thiên ta thấy đồ thị hàm số đi xuống trên khoảng $(3; +\infty)$.

Câu 16: [2D1-2] Tìm tọa độ điểm cực trị của đồ thị hàm số $y = x^3 - 3x^2$.

A. $(0; 0)$ và $(2; 4)$. B. $(0; 0)$ và $(1; -2)$.

C. $(0; 0)$ và $(-2; -4)$. D. $(0; 0)$ và $(2; -4)$.

Lời giải

Chọn D.

Bảng biến thiên của hàm số

x	$-\infty$	0	2	$+\infty$
y'	+	0	0	+
y	$-\infty$	0	-4	$+\infty$

Ta có các điểm cực trị của đồ thị hàm số là $(0; 0)$ và $(2; -4)$.

Câu 17: [2H3-1] Trong không gian $Oxyz$, mặt phẳng $(P): 2x - z + 3 = 0$ có một vectơ pháp tuyến là

- A. $\vec{n}_1 = (2; 0; -1)$. B. $\vec{n}_1 = (2; -1; 3)$. C. $\vec{n}_1 = (2; -1; 0)$. D. $\vec{n}_1 = (-1; 0; -1)$.

Lời giải

Chọn A.

Câu 18: [2D1-2] Phương trình các đường tiệm cận của đồ thị hàm số $y = \frac{\sqrt{x^2 - 4x}}{x - 1}$ là

- A. $y = 1$ và $y = 2$. B. $x = 1$ và $x = -1$. C. $y = x$ và $y = -x$. D. $y = 1$ và $y = -1$.

Lời giải

Chọn D.

$$\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{\sqrt{x^2 - 4x}}{x - 1} = \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{-x\sqrt{1 - \frac{4}{x}}}{x - 1} = \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{-\sqrt{1 - \frac{4}{x}}}{1 - \frac{1}{x}} = -1.$$

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{\sqrt{x^2 - 4x}}{x - 1} = \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{x\sqrt{1 - \frac{4}{x}}}{x - 1} = \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{\sqrt{1 - \frac{4}{x}}}{1 - \frac{1}{x}} = 1.$$

Vậy phương trình các đường tiệm cận ngang của đồ thị hàm số là $y = 1$ và $y = -1$.

Câu 19: [2D1-2] Giá trị nhỏ nhất của biểu thức $A = \frac{3x^2 - 8x + 6}{x^2 - 2x + 1}$ là

- A. 2. B. 1. C. -1. D. -2.

Lời giải

Chọn A.

$$\text{Xét } f(x) = \frac{3x^2 - 8x + 6}{x^2 - 2x + 1}.$$

$$f'(x) = \frac{2(x-1)(x-2)}{(x-1)^4}.$$

Bảng biến thiên

x	$-\infty$	1	2	$+\infty$
f'	+		- 0 +	
f	3	$-\infty$	$+\infty$	3

Vậy giá trị nhỏ nhất của A là 2.

Câu 20: [2D3-1] Họ nguyên hàm của hàm số $y = 2x + 1$ là

- A. $\frac{x^2}{2} + x + C$. B. $2x + 1 + C$. C. $x^2 + x + C$. D. $2x + C$.

Lời giải

Chọn C.

$$\int (2x + 1) dx = x^2 + x + C.$$

Câu 21: [2D2-3] Tập hợp các giá trị thực của tham số m để phương trình $\log_3(1-x^2) + \log_{\frac{1}{3}}(x+m-4) = 0$ có hai nghiệm thực phân biệt là $T = (a; b)$, trong đó a, b là các số nguyên hoặc phân số tối giản. Tính $M = a + b$.

A. $\frac{33}{6}$.

B. $\frac{17}{3}$.

C. $\frac{9}{2}$.

D. $\frac{41}{4}$.

Lời giải

Chọn D.

Điều kiện $1-x^2 > 0 \Leftrightarrow -1 < x < 1$.

$$pt \Leftrightarrow \log_3(1-x^2) = \log_{\frac{1}{3}}(x+m-4) \Leftrightarrow m = -x^2 - x + 5.$$

Xét hàm số $f(x) = -x^2 - x + 5$ trên khoảng $(-1; 1)$.

$$Ta \text{ có } f'(x) = -2x - 1; f'(x) = 0 \Leftrightarrow x = -\frac{1}{2}.$$

Bảng biến thiên

x	-1	$-\frac{1}{2}$	1	
$f'(x)$		$+$	0	$-$
$f(x)$	5	$\frac{21}{4}$		

Dựa vào BBT, ta thấy phương trình có hai nghiệm khi $m \in \left(5; \frac{9}{4}\right) \Rightarrow a = 5; b = \frac{21}{4}$.

$$\text{Khi đó } T = a + b = \frac{41}{4}.$$

Câu 22: [1H3-1] Cho hình chóp $S.ABCD$ đáy là hình vuông cạnh a , tâm O . Cạnh bên $SA = 2a$ và vuông góc với mặt phẳng đáy. Gọi α là góc tạo bởi đường thẳng SC và mặt phẳng đáy. Mệnh đề nào sau đây đúng?

A. $\alpha = 60^\circ$.

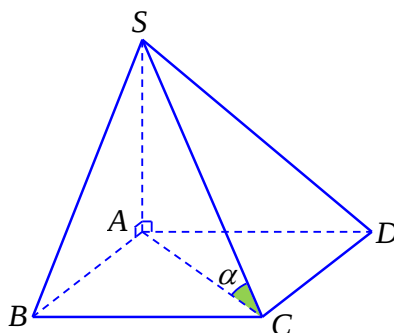
B. $\alpha = 75^\circ$.

C. $\tan \alpha = 1$.

D. $\tan \alpha = \sqrt{2}$.

Lời giải

Chọn D.



Ta có AC là hình chiếu vuông góc của SC lên mặt phẳng $(ABCD)$.

$$\Rightarrow \left(\widehat{SC, (ABCD)} \right) = \widehat{SCA} = \alpha.$$

Tam giác SAC vuông tại A có $\tan \alpha = \frac{SA}{AC}$, với $AC = a\sqrt{2}$ thì $\tan \alpha = \sqrt{2}$.

Câu 23: [1D2-3] Một hộp đựng 40 tấm thẻ được đánh số thứ tự từ 1 đến 40. Rút ngẫu nhiên 10 tấm thẻ. Tính xác suất để lấy được 5 tấm thẻ mang số lẻ và 5 tấm thẻ mang số chẵn, trong đó có đúng một thẻ mang số chia hết cho 6.

A. $\frac{252}{1147}$.

B. $\frac{26}{1147}$.

C. $\frac{12}{1147}$.

D. $\frac{126}{1147}$.

Lời giải

Chọn D.

Số cách rút 10 tấm thẻ $n(\Omega) = C_{40}^{10}$.

Gọi A là biến cố: “ lấy được 5 tấm thẻ mang số lẻ và 5 tấm thẻ mang số chẵn, trong đó có đúng một thẻ mang số chia hết cho 6 ”.

Ta có từ số 1 đến số 40 có 6 số là: $M = \{6; 12; 18; \dots; 36\}$.

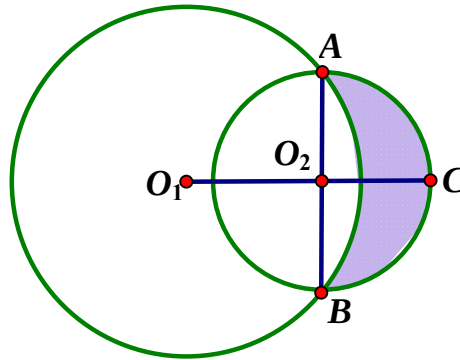
Chọn 1 số chia hết trong tập M có C_6^1 cách (số được chọn là số chẵn).

Số rút 4 số chẵn từ tập $\{2; 4; \dots; 40\} \setminus M$ là C_{14}^4 .

Số cách rút 5 thẻ mang số lẻ A_{20}^5 .

Vậy $p(A) = \frac{C_6^1 \cdot C_{14}^4 \cdot C_{20}^5}{C_{40}^{10}} = \frac{126}{1147}$.

Câu 24: [2D3-3] Cho hai đường tròn $(O_1; 10)$ và $(O_2; 8)$ cắt nhau tại hai điểm A, B sao cho AB là một đường kính của đường tròn (O_2) . Gọi (H) là hình phẳng giới hạn bởi hai đường tròn (phần được tô màu như hình vẽ). Quay (H) quanh trục O_1O_2 ta được một khối tròn xoay. Tính thể tích V của khối tròn xoay tạo thành.



A. $\frac{824\pi}{3}$.

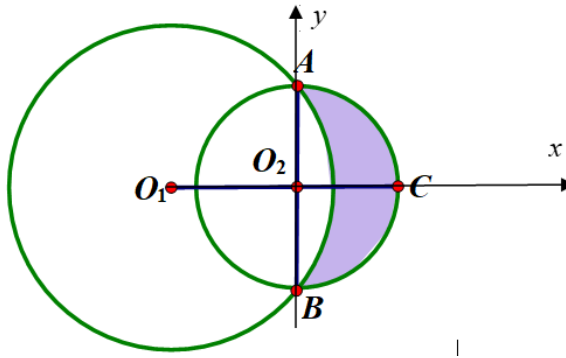
B. $\frac{608}{3}\pi$.

C. $\frac{97}{3}\pi$.

D. $\frac{145}{3}\pi$.

Lời giải

Chọn B.



Ta xây dựng hệ trục tọa độ Oxy như hình vẽ

$$\text{Ta có } O_1O_2 = \sqrt{O_1A^2 - O_2A^2} = 6.$$

$$\text{Ta có } O_2(0;0), O_1(-6;0).$$

$$\text{Đường tròn } (O_2;8) \text{ có phương trình là: } x^2 + y^2 = 64 \Rightarrow y = \sqrt{64 - x^2}.$$

$$\text{Đường tròn } (O_1;10) \text{ có phương trình là: } (x+6)^2 + y^2 = 100 \Rightarrow y = \sqrt{100 - (x+6)^2}.$$

$$\text{Thể tích cần tìm } V = \pi \int_0^8 (64 - x^2) dx - \pi \int_0^4 [100 - (x+6)^2] dx = \frac{608\pi}{3}.$$

Câu 25: [2D3-3] Biết diện tích hình phẳng giới hạn bởi đồ thị hàm số $y = 3x^2 + 2mx + m^2 + 1$, trục hoành, trục tung và đường thẳng $x = \sqrt{2}$ đạt giá trị nhỏ nhất. Mệnh đề nào sau đây đúng?

A. $m \in (-4; -1).$

B. $m \in (3; 5).$

C. $m \in (0; 3).$

D. $m \in (-2; 1).$

Lời giải

Chọn D.

$$\text{Ta có } y = 3x^2 + 2mx + m^2 + 1 = x^2 + 2mx + 1 + 2x^2 + 1 \text{ suy ra } y > 0, \forall x \in \mathbb{R}.$$

Diện tích hình phẳng cần tìm là

$$S = \int_0^{\sqrt{2}} |3x^2 + 2mx + m^2 + 1| dx = S = \int_0^{\sqrt{2}} (3x^2 + 2mx + m^2 + 1) dx = \left(x^3 + mx^2 + m^2x + x \right) \Big|_0^{\sqrt{2}}$$

$$= 2\sqrt{2} + 2m + \sqrt{2}m^2 + \sqrt{2} = \sqrt{2} \left(m^2 + \sqrt{2}m + 3 \right) = \sqrt{2} \left[\left(m + \frac{\sqrt{2}}{2} \right)^2 + 3 - \frac{1}{2} \right]$$

$$= \sqrt{2} \left(m + \frac{\sqrt{2}}{2} \right)^2 + \frac{5\sqrt{2}}{2}.$$

$$\text{Ta thấy } S \geq \frac{5\sqrt{2}}{2}, \text{ suy ra } S \text{ đạt giá trị nhỏ nhất khi và chỉ khi } m = -\frac{\sqrt{2}}{2}.$$

Câu 26: [2D2-3] Bất phương trình $\log_{125} (x+3)^3 + \log_{\frac{1}{5}} \sqrt{x+4} \leq 0$ có bao nhiêu nghiệm nguyên?

A. 5.

B. 1.

C. Vô số.

D. 12.

Lời giải

Chọn B.

Điều kiện $x > -3$.

$$\log_{125} (x+3)^3 + \log_{\frac{1}{5}} \sqrt{x+4} \leq 0 \Leftrightarrow \log_5 (x+3) \leq \log_5 \sqrt{x+4}$$

$$\begin{cases} x+3 \leq \sqrt{x+4} \\ x+3 > 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x > -3 \\ x^2 + 5x + 5 \leq 0 \end{cases} \Leftrightarrow -3 < x \leq \frac{-5+\sqrt{5}}{2}.$$

Do $x \in \mathbb{Z}$ nên bất phương trình có một nghiệm nguyên là $x = -2$.

Câu 27: [2D4-3] Trong mặt phẳng tọa độ Oxy , biết tập hợp các điểm biểu diễn số phức z thỏa mãn

$$|z+2i|^2 + 2|1-\bar{z}|^2 + 3|z-2+i|^2 = 2018 \text{ là một đường tròn. Tìm tâm } I \text{ của đường tròn đó.}$$

A. $\left(\frac{4}{3}; -\frac{5}{6}\right).$

B. $\left(\frac{-4}{3}; \frac{5}{6}\right).$

C. $(1;1).$

D. $\left(\frac{4}{3}; -\frac{7}{6}\right).$

Lời giải

Chọn A.

Gọi $M(x; y)$ biểu diễn số phức z . Khi đó

$$|z+2i|^2 + 2|1-\bar{z}|^2 + 3|z-2+i|^2 = 2018$$

$$\Leftrightarrow x^2 + (y+2)^2 + 2(x-1)^2 + 2y^2 + 3(x-2)^2 + 3(y+1)^2 = 2018$$

$$\Leftrightarrow 6x^2 + 6y^2 - 16x + 10y - 1997 = 0 \Leftrightarrow x^2 + y^2 - \frac{8}{3}x + \frac{5}{3}y - \frac{1997}{6} = 0.$$

$$\text{Tâm của đường tròn là } \left(\frac{4}{3}; -\frac{5}{6}\right).$$

Câu 28: [1H3-3] Cho hình chóp đều $S.ABC$ có $SA = 9a$, $AB = 6a$. Gọi M là điểm thuộc cạnh SC sao

cho $SM = \frac{1}{2}MC$. Côsin của góc giữa hai đường thẳng SB và AM bằng

A. $\frac{1}{2}.$

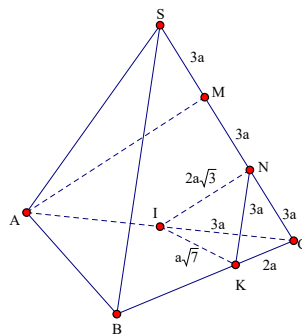
B. $\frac{7}{2\sqrt{48}}.$

C. $\frac{\sqrt{19}}{7}.$

D. $\frac{14}{3\sqrt{48}}.$

Lời giải

Chọn D.



Gọi N là trung điểm của MC , I là trung điểm AC , K trên CB sao cho $CK = 2a$.

$$\text{Khi đó ta có } \begin{cases} AM \parallel NI \\ SB \parallel NK \end{cases} \Rightarrow (\widehat{AM}, \widehat{SB}) = (\widehat{NI}, \widehat{NK}).$$

$$\text{Trong tam giác } SAC \cos C = \frac{CA^2 + CS^2 - SA^2}{2CA \cdot CS} = \frac{1}{3}$$

$$\text{Trong tam giác } CNI \text{ ta có } IN = \sqrt{CN^2 + CI^2 - 2CN \cdot CI \cdot \cos C} = 2a\sqrt{3}.$$

$$\text{Trong tam giác } CIK \text{ ta có } IK = \sqrt{CI^2 + CK^2 - 2CI \cdot CK \cdot \cos 60^\circ} = a\sqrt{7}.$$

Trong tam giác NIK có $\cos \widehat{INK} = \frac{NI^2 + NK^2 - IK^2}{2NI \cdot NK} = \frac{7\sqrt{3}}{18}$.

Vậy cosin của góc giữa hai đường thẳng SB và AM bằng $\frac{14}{3\sqrt{48}} = \frac{7\sqrt{3}}{18}$.

Câu 29: [2D2-2] Một người gửi vào ngân hàng 300 triệu đồng với lãi suất 6,8%/năm. Biết rằng nếu không rút lãi khỏi ngân hàng thì cứ sau mỗi năm, số tiền lãi sẽ được nhập vào vốn ban đầu để tính lãi cho năm tiếp theo. Hỏi sau đúng 2 năm kể từ khi gửi tiền, người đó nhận được số tiền lãi gần nhất với số tiền nào dưới đây, nếu trong khoảng thời gian này người đó không rút tiền và lãi suất không thay đổi?

A. 342187000 triệu đồng.

B. 40080000 triệu đồng.

C. 18252000 triệu đồng.

D. 42187000 triệu đồng.

Lời giải

Chọn D.

Số tiền người đó gửi ngân hàng là $A = 300$ triệu đồng và lãi suất $r = 6,8\%$.

Sau đúng 2 năm kể từ khi gửi tiền, người đó nhận được số tiền lãi là $A(1+r)^2 - A = 42.187.200$ triệu đồng.

Câu 30: [1H3-3] Khoảng cách giữa hai cạnh đối trong một tứ diện đều cạnh a bằng

A. $\frac{a\sqrt{2}}{2}$.

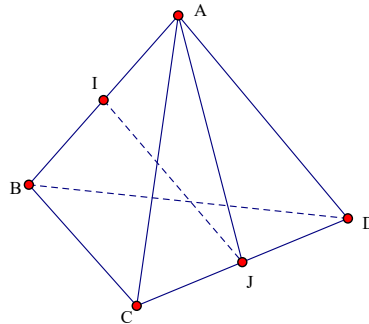
B. $\frac{2a}{3}$.

C. $\frac{a\sqrt{3}}{3}$.

D. $2a$.

Lời giải

Chọn A.



Gọi I , J lần lượt là trung điểm các cạnh AB và CD .

Do $ABCD$ là tứ diện đều nên tam giác AJB cân tại J và tam giác CID cân tại I .

$$\text{Suy ra } \begin{cases} IJ \perp AB \\ IJ \perp CD \end{cases} \Rightarrow d(AB, CD) = IJ = \sqrt{AJ^2 - AI^2} = \sqrt{\left(\frac{a\sqrt{3}}{2}\right)^2 - \left(\frac{a}{2}\right)^2} = \frac{a\sqrt{2}}{2}.$$

Câu 31: [2H3-3] Trong không gian $Oxyz$, cho hai đường thẳng $d_1: \frac{x-2}{2} = \frac{y+2}{-1} = \frac{z-3}{1}$ và

$$d_2: \begin{cases} x = 1 - t \\ y = 1 + 2t \\ z = -1 + t \end{cases}. \text{ Đường thẳng } \Delta \text{ đi qua điểm } A(1; 2; 3), \text{ vuông góc với } d_1 \text{ và cắt } d_2 \text{ có}$$

phương trình là

A. $\frac{x-1}{-1} = \frac{y-2}{-3} = \frac{z-3}{-5}$.

B. $\frac{x-1}{1} = \frac{y-2}{3} = \frac{z-3}{5}$.

C. $\frac{x-1}{1} = \frac{y-2}{3} = \frac{z-3}{-5}$.

D. $\frac{x-1}{1} = \frac{y-2}{-3} = \frac{z-3}{-5}$.

Lời giải

Chọn D.

$$M \in d_2 : \begin{cases} x = 1 - t \\ y = 1 + 2t \\ z = -1 + t \end{cases} \Rightarrow M(1 - t; 1 + 2t; -1 + t).$$

Vector chỉ phương của d_1 là $\vec{u}(2; -1; 1)$; $\overrightarrow{AM}(-t; 2t - 1; -4 + t)$

Theo yêu cầu bài toán: $\vec{u} \cdot \overrightarrow{AM} = 0 \Leftrightarrow -2t - (2t - 1) - 4 + t = 0 \Leftrightarrow t = -1$ nên $\overrightarrow{AM}(1; -3; -5)$.

Đường thẳng Δ đi qua điểm $A(1; 2; 3)$ nhận $\overrightarrow{AM}(1; -3; -5)$ làm vector chỉ phương nên:

$$\Delta : \frac{x-1}{1} = \frac{y-2}{-3} = \frac{z-3}{-5}.$$

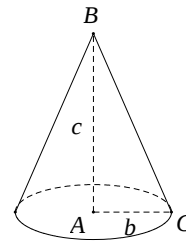
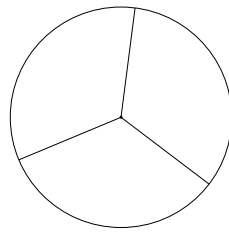
Câu 32: [2H2-2] Người ta cắt hết một miếng tôn hình tròn ra làm 3 miếng hình quạt bằng nhau. Sau đó quấn và gò 3 miếng tôn để được 3 hình nón. Tính góc ở đỉnh của hình nón.

A. $2\varphi = 60^\circ$.

B. $2\varphi = 2 \arcsin \frac{1}{2}$.

C. $2\varphi = 2 \arcsin \frac{1}{3}$.

D. $2\varphi = 120^\circ$.



Lời giải

Chọn C.

Chu vi đường tròn lớn: $2\pi R$.

Chu vi hình nón: $\frac{1}{3} \cdot 2\pi R$ nên bán kính của hình nón là: $\frac{R}{3}$.

$$\sin \varphi = \frac{r}{l} = \frac{\frac{R}{3}}{R} = \frac{1}{3} \text{ nên } \varphi = \arcsin \frac{1}{3} \Rightarrow 2\varphi = 2 \arcsin \frac{1}{3}.$$

Câu 33: [2D1-3] Tìm khoảng đồng biến và nghịch biến của hàm số $y = g(x)$ biết nó có đồ thị là ảnh của

đồ thị hàm số $y = \frac{x-1}{x-2}$ qua phép đối xứng tâm $I(1;1)$.

A. Hàm số nghịch biến trên khoảng $(-\infty; 0)$ và $(0; +\infty)$.

B. Hàm số nghịch biến trên khoảng $(-\infty; 2)$ và $(2; +\infty)$.

C. Hàm số đồng biến trên khoảng $(-\infty; 0)$ và $(0; +\infty)$.

D. Hàm số đồng biến trên khoảng $(-\infty; 2)$ và $(2; +\infty)$.

Lời giải

Chọn A.

Gọi $M\left(x_0; \frac{x_0-1}{x_0-2}\right) \in (C)$; (C) là đồ thị của hàm số $y = \frac{x-1}{x-2}$.

Gọi M' là ảnh của M qua phép đối xứng tâm $I(1;1)$.

$$\text{Ta có: } \begin{cases} x_{M'} = 2 - x_0 \\ y_{M'} = 2 - y_0 \end{cases} \Rightarrow y_{M'} = 2 - \frac{x_0 - 1}{x_0 - 2} = \frac{x_0 - 3}{x_0 - 2} = \frac{(x_0 - 2) - 1}{x_0 - 2}$$

hay hàm số có dạng: $y = g(x) = \frac{x+1}{x}$.

$$y' = -\frac{1}{x^2} < 0, \quad \forall x \in \mathbb{R} \setminus \{0\}.$$

Hàm số nghịch biến trên khoảng $(-\infty; 0)$ và $(0; +\infty)$.

Câu 34: [1D2-3] Tìm hệ số của x^4 trong khai triển $(1 + 3x + 2x^3)^{10}$

A. 17550.

B. 16758.

C. 21130.

D. 270.

Lời giải

Chọn A.

$$\begin{aligned} (1 + 3x + 2x^3)^{10} &= \sum_{k=0}^{10} C_{10}^k (3x + 2x^3)^k \\ &= \sum_{k=0}^{10} C_{10}^k \cdot \sum_{i=0}^k C_k^i (3x)^{k-i} \cdot (2x^3)^i = \sum_{k=0}^{10} \sum_{i=0}^k C_{10}^k C_k^i 3^{k-i} \cdot 2^i \cdot x^{k+2i} \end{aligned}$$

Số hạng chứa x^4 khi $k + 2i = 4 \Rightarrow (k; i) = (4; 0), (2; 1)$

Hệ số của số hạng đó là $C_{10}^4 \cdot C_4^0 \cdot 3^4 \cdot 2^0 + C_{10}^2 \cdot C_2^1 \cdot 3^1 \cdot 2^1 = 17010 + 540 = 17550$.

Câu 35: [2H3-2] Trong không gian Oxyz cho điểm $G(1; 2; 3)$. Mặt phẳng (α) đi qua G , cắt Ox , Oy ,

Oz tại A , B , C sao cho G là trọng tâm tam giác ABC . Phương trình mặt phẳng (α) là

A. $6x + 3y + 2z - 18 = 0$.

B. $2x + 3y + 6z - 18 = 0$.

C. $6x + 3y + 3z - 18 = 0$.

D. $3x + 2y + 6z - 18 = 0$.

Lời giải

Chọn A.

Cách 1:

Giả sử $A(a; 0; 0)$, $B(0; b; 0)$, $C(0; 0; c)$.

Phương trình mặt phẳng (ABC) có dạng $\frac{x}{a} + \frac{y}{b} + \frac{z}{c} = 1$.

$$\text{Lại có } G \text{ là trọng tâm } \Delta ABC \text{ nên } \begin{cases} \frac{a}{3} = 1 \\ \frac{b}{3} = 2 \\ \frac{c}{3} = 3 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} a = 3 \\ b = 6 \\ c = 9 \end{cases}$$

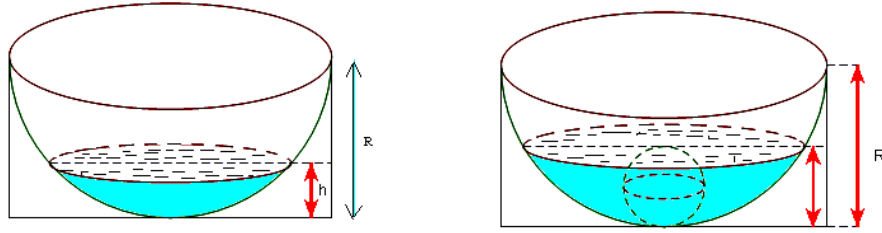
Vậy phương trình mặt phẳng (α) là: $\frac{x}{3} + \frac{y}{6} + \frac{z}{9} = 1 \Leftrightarrow 6x + 3y + 2z - 18 = 0$.

Cách 2:

Vì $G \in (\alpha)$ nên ta thay tọa độ của G vào các đáp án.

Câu 36: [2H2-3] Một chậu nước hình bán cầu bằng nhôm có bán kính $R = 10(\text{cm})$. Trong chậu có chứa sẵn một khối nước hình chõm cầu có chiều cao $h = 4(\text{cm})$. Người ta bỏ vào chậu một viên bi

hình cầu bằng kim loại thì mặt nước dâng lên vừa phủ kín viên bi. Tính bán kính của viên bi (kết quả làm tròn đến 2 chữ số lẻ thập phân).



A. 3,24(cm).

B. 2,09(cm).

C. 4,28(cm).

D. 4,03(cm).

Lời giải

Chọn B.

Thể tích phần nước có trong chậu nước là $V = \pi \cdot h^2 \left(R - \frac{h}{3} \right) = \frac{416\pi}{3}$.

Gọi r là bán kính của viên bi. Khi đó chiều cao của mực nước trong chậu là $2r$. ($r < 5$).

Từ giả thiết đề bài, ta có $\frac{416\pi}{3} + \frac{4}{3}\pi r^3 = \pi \cdot (2r)^2 \cdot \left(10 - \frac{2r}{3} \right)$

$$\Leftrightarrow \frac{416}{3} + \frac{4}{3}r^3 = 40r^2 - \frac{8}{3}r^3 \Leftrightarrow \begin{cases} r \approx 2,09 \\ r \approx 9,62 \end{cases}. \text{ Vậy } r \approx 2,09.$$

Câu 37: [IH3-3] Cho hình chóp $S.ABC$ có $SA \perp (ABC)$, $SB = BC = 2a\sqrt{2}$, $\widehat{BSC} = 45^\circ$, $\widehat{BSA} = \alpha$.

Tính giá trị α để góc giữa hai mặt phẳng (SAC) và (SBC) bằng 45° .

A. $\arcsin \frac{1}{\sqrt{3}}$.

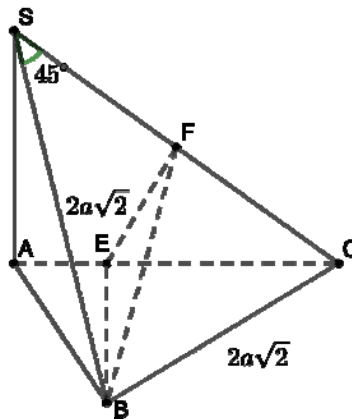
B. $\arcsin \frac{\sqrt{14}}{7}$.

C. $\arcsin \frac{\sqrt{3}}{6}$.

D. $\arccos \frac{\sqrt{14}}{14}$.

Lời giải

Chọn A.



Kẻ $BE \perp AC \Rightarrow BE \perp (SAC) \Rightarrow BE \perp SC$.

Kẻ $EF \perp SC \Rightarrow SC \perp (BEF) \Rightarrow BF \perp SC$.

Mà ΔSBC cân tại B ($SB = SC = 2a\sqrt{2}$) có $\widehat{BSC} = 45^\circ$ nên ΔSBC vuông cân tại B .

Nên F là trung điểm của SC .

$\Rightarrow BF = SF = FC = 2a$.

$$\text{Lại có } \begin{cases} (SAC) \cap (SBC) = SC \\ EF \perp SC, BF \perp SC \end{cases} \Rightarrow ((SAC); (SBC)) = \widehat{BFE} = 45^\circ.$$

$$\Rightarrow \triangle BEF \text{ vuông cân tại } E \Rightarrow BE = EF = a\sqrt{2}$$

$$\text{Lại có } \begin{cases} BC \perp SB \\ BC \perp SA \end{cases} \Rightarrow BC \perp (SAB) \Rightarrow \triangle ABC \text{ vuông tại } B$$

$$\Rightarrow \frac{1}{AB^2} + \frac{1}{BC^2} = \frac{1}{BE^2} \Rightarrow AB = \frac{2a\sqrt{6}}{3}.$$

$$\text{Nên } \sin \widehat{ASB} = \frac{AB}{SB} = \frac{1}{\sqrt{3}}.$$

Câu 38: [2H3-2] Trong không gian $Oxyz$, cho hai điểm $A(2;1;-3)$ và $B(-3;2;1)$. Viết phương trình đường thẳng d đi qua gốc toạ độ sao cho tổng khoảng cách từ A và B đến đường thẳng d lớn nhất.

$$\text{A. } \frac{x}{1} = \frac{y}{1} = \frac{z}{1}.$$

$$\text{B. } \frac{x}{1} = \frac{y}{-1} = \frac{z}{1}.$$

$$\text{C. } \frac{x}{1} = \frac{y}{1} = \frac{z}{2}.$$

$$\text{D. } \frac{x}{-1} = \frac{y}{1} = \frac{z}{2}.$$

Lời giải

Chọn A.

$$\text{Ta có } d(A;d) + d(B;d) \leq OA + OB.$$

$$\text{Dấu "=" xảy ra} \Leftrightarrow \begin{cases} OA \perp d \\ OB \perp d \end{cases} \Rightarrow d \text{ có VTCP là } \vec{u} = [\vec{OA}; \vec{OB}] = (7; 7; 7) = 7(1; 1; 1).$$

$$\text{Vậy } d: \frac{x}{1} = \frac{y}{1} = \frac{z}{1}.$$

Câu 39: [2D3-3] Cho hàm số $y = f(x)$ liên tục trên đoạn $[0;1]$ và thoả mãn

$$f(x) - 8x^3 f(x^4) + \frac{x^3}{\sqrt{x^2+1}} = 0. \text{ Tích phân } I = \int_0^1 f(x) dx \text{ có kết quả dạng } \frac{a-b\sqrt{2}}{c}, a, b, c \in \mathbb{Z},$$

$$\frac{a}{c}, \frac{b}{c} \text{ tối giản. Tính } a+b+c.$$

$$\text{A. } 6.$$

$$\text{B. } -4.$$

$$\text{C. } 4.$$

$$\text{D. } -10.$$

Lời giải

Chọn A.

$$f(x) - 8x^3 f(x^4) + \frac{x^3}{\sqrt{x^2+1}} = 0 \Rightarrow f(x) = 8x^3 f(x^4) - \frac{x^3}{\sqrt{x^2+1}}.$$

$$I = \int_0^1 f(x) dx = \int_0^1 8x^3 f(x^4) dx - \int_0^1 \frac{x^3}{\sqrt{x^2+1}} dx \quad (1)$$

$$\text{Xét } \int_0^1 8x^3 f(x^4) dx = \int_0^1 2 f(x^4) d(x^4) = 2 \int_0^1 f(x) dx = 2I$$

$$\text{Xét } \int_0^1 \frac{x^3}{\sqrt{x^2+1}} dx.$$

$$\text{Đặt } t = \sqrt{x^2+1} \Rightarrow t^2 = x^2+1 \Rightarrow t dt = x dx.$$

$$\text{Đổi cận } x=0 \Rightarrow t=1, x=1 \Rightarrow t=\sqrt{2}.$$

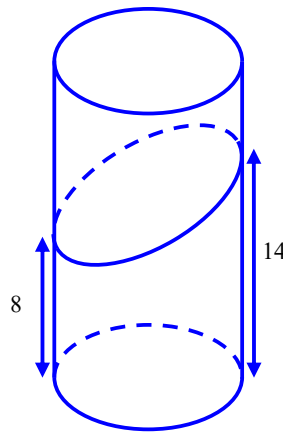
$$\text{Nên } \int_0^1 \frac{x^3}{\sqrt{x^2+1}} dx = \int_1^{\sqrt{2}} \frac{(t^2-1)t dt}{t} = \left(\frac{t^3}{3} - t \right) \Big|_1^{\sqrt{2}} = \frac{2}{3} - \frac{\sqrt{2}}{3}$$

$$\text{Do đó } (1) \Rightarrow I = 2I - \left(\frac{2-\sqrt{2}}{3} \right) \Rightarrow I = \frac{2-\sqrt{2}}{3}.$$

Nên $a = 2$, $b = 1$, $c = 3$.

Vậy $a + b + c = 6$.

Câu 40: [2H2-3] Cắt một khối trụ cao 18cm bởi một mặt phẳng, ta được khối hình dưới đây. Biết rằng thiết diện là một elip, khoảng cách từ điểm thuộc thiết diện gần đáy nhất và điểm thuộc thiết diện xa mặt đáy nhất lần lượt là 8cm và 14cm. Tính tỉ số thể tích của hai khối được chia ra (khối nhỏ chia khối lớn).



A. $\frac{2}{11}$.

B. $\frac{1}{2}$.

C. $\frac{5}{11}$.

D. $\frac{7}{11}$.

Lời giải

Chọn D.

Gọi V_1 , V_2 lần lượt là thể tích khối nhỏ và khối lớn.

Ta có thể tích khối trụ là $V = \pi R^2 \cdot 18$ (với R là bán kính khối trụ).

$$\text{Thể tích } V_2 = \frac{\pi R^2 (8+14)}{2} = 11\pi R^2.$$

$$\text{Vậy } \frac{V_1}{V_2} = \frac{V - V_2}{V_2} = \frac{18\pi R^2 - 11\pi R^2}{11\pi R^2} = \frac{7}{11}.$$

Câu 41: [2D1-3] Cho điểm $A(0;5)$ và đường thẳng Δ đi qua điểm $I(1;2)$ với hệ số góc k . Có tất cả bao nhiêu giá trị của k để đường thẳng Δ cắt đồ thị $(C): y = \frac{2x+1}{x-1}$ tại hai điểm M và N sao cho tam giác AMN vuông tại A ?

A. 1.

B. 2.

C. Vô số.

D. 0.

Lời giải

Chọn B.

Điều kiện: $x \neq 1$. Phương trình của đường thẳng $\Delta: y = k(x-1) + 2$.

$$\text{Phương trình hoành độ giao điểm: } \frac{2x+1}{x-1} = k(x-1) + 2 \Leftrightarrow k(x-1)^2 = 3 \quad (*).$$

Để Δ cắt đồ thị (C) tại hai điểm phân biệt thì $(*)$ có hai nghiệm phân biệt. Khi đó $k > 0$.

Giả sử $M(a, k(a-1)+2)$, $N(b, k(b-1)+2)$. Khi đó a, b là nghiệm của phương trình (*).

$$\text{Do đó } \begin{cases} a+b=2 \\ ab=\frac{k-3}{k} \end{cases} \cdot \overline{AM} = (a, k(a-1)+3), \overline{BM} = (b, k(b-1)+3).$$

Để tam giác AMN vuông tại A thì $\overline{AM} \cdot \overline{AN} = 0 \Leftrightarrow ab + k^2(a-1)(b-1) + 3k(a+b-2) + 9 = 0$

$$\Leftrightarrow \frac{k-3}{k} + k^2 \cdot \left(\frac{k-3}{k} - 2 + 1 \right) = 0 \Leftrightarrow 3k^2 - 10k + 3 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} k=3 \\ k=\frac{1}{3} \end{cases}$$

Vậy có 2 số k thỏa mãn.

Câu 42: **[2D1-3]** Có bao nhiêu giá trị nguyên của tham số m ($m \in [-2018; 2018]$) để hàm số $y = x^2(m-x) - m$ đồng biến trên $(1; 2)$?

A. 2014.

B. 2020.

C. 2016.

D. 2018.

Lời giải

Chọn C.

Ta có $y' = -3x^2 + 2mx = x(2m - 3x)$. Để hàm số đồng biến trên $(1; 2)$ thì $y' \geq 0 \forall x \in (1; 2)$.

Khi đó $2m - 3x \geq 0 \forall x \in (1; 2) \Leftrightarrow \frac{3x}{2} \leq 2m \forall x \in (1; 2)$. Do đó $m \geq 3$.

Vậy $3 \leq m \leq 2018$ hay có 2016 số nguyên thỏa mãn.

Câu 43: **[2H3-3]** Trong không gian $Oxyz$, cho ba điểm $A(a; 0; 0)$, $B(0; b; 0)$, $C(0; 0; c)$ với a, b, c là các số thực dương thay đổi tùy ý sao cho $a^2 + b^2 + c^2 = 1$. Khoảng cách từ O đến mặt phẳng (ABC) lớn nhất là

A. $\frac{1}{\sqrt{3}}$.

B. 1.

C. $\frac{1}{3}$.

D. 3.

Lời giải

Chọn C.

Do $a, b, c > 0$ nên phương trình mặt phẳng (ABC) : $\frac{x}{a} + \frac{y}{b} + \frac{z}{c} = 1$.

$$\text{Do đó } d(O, (ABC)) = \frac{1}{\sqrt{\frac{1}{a^2} + \frac{1}{b^2} + \frac{1}{c^2}}}.$$

Ta có theo BĐT Côsi: $(a^2 + b^2 + c^2) \left(\frac{1}{a^2} + \frac{1}{b^2} + \frac{1}{c^2} \right) \geq 9 \Rightarrow \frac{1}{a^2} + \frac{1}{b^2} + \frac{1}{c^2} \geq 9$.

Do đó $d(O, (ABC)) \leq \frac{1}{3}$. Dấu “=” xảy ra khi $a = b = c = \frac{1}{\sqrt{3}}$.

*Chú ý: Đề bài không cần a, b, c là các số thực dương mà có thể tùy ý thì lời giải tương tự.

Câu 44: **[1D2-3]** Chọn ngẫu nhiên một vé xổ số có 5 chữ số được lập từ các chữ số từ 0 đến 9. Tính xác suất để lấy được vé không có chữ số 1 hoặc chữ số 2.

A. 0,8533.

B. 0,5533.

C. 0,6533.

D. 0,2533.

Lời giải

Chọn A.

Có 10^5 vé xổ số có 5 chữ số được lập từ các chữ số từ 0 đến 9, do đó để lấy ngẫu nhiên một vé xổ số có 10^5 cách.

Số vé xổ số mà không có chữ số 1 là 9^5 , số vé xổ số mà không có chữ số 2 là 9^5 .

Số vé xổ số mà không có cả chữ số 1 và 2 là 8^5 .

Do đó để lấy được vé không có chữ số 1 hoặc chữ số 2 có $2 \cdot 9^5 - 8^5 = 85330$.

Vậy xác suất cần tìm là $\frac{85330}{10^5} = 0,8533$.

Câu 45: [2H1-3] Cho lăng trụ $ABC.A'B'C'$ có đáy là tam giác đều cạnh a . Hình chiếu vuông góc của điểm A' lên mặt phẳng (ABC) trùng với trọng tâm tam giác ABC . Biết khoảng cách giữa hai đường thẳng AA' và BC bằng $\frac{a\sqrt{3}}{4}$. Khi đó thể tích của khối lăng trụ là

A. $\frac{a^3\sqrt{3}}{12}$.

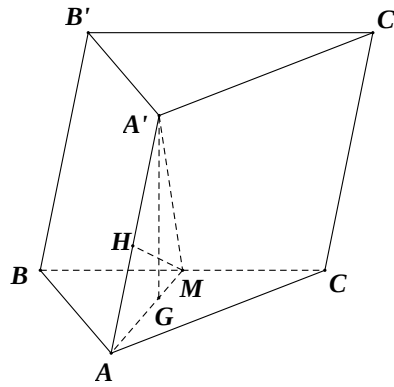
B. $\frac{a^3\sqrt{3}}{3}$.

C. $\frac{a^3\sqrt{3}}{24}$.

D. $\frac{a^3\sqrt{3}}{6}$.

Lời giải

Chọn A.



Do $\triangle ABC$ đều trọng tâm G và $A'G \perp (ABC)$ nên $A'.ABC$ là hình chóp đều.

Gọi M là trung điểm của BC , khi đó $AM = \frac{a\sqrt{3}}{2} \Rightarrow AG = \frac{a\sqrt{3}}{3}$.

Gọi H là hình chiếu của M trên AA' . Khi đó do $BC \perp (AA'M) \Rightarrow BC \perp HM$ nên HM là đường vuông góc chung của hai đường thẳng AA' và BC . Do đó $HM = \frac{a\sqrt{3}}{4}$.

Đặt $AA' = A'B = A'C = x$, khi đó $A'G = \sqrt{x^2 - \frac{a^2}{3}}$.

Do $2S_{\triangle AA'M} = A'G \cdot AM = MH \cdot AA' \Rightarrow \frac{a\sqrt{3}}{2} \cdot \sqrt{x^2 - \frac{a^2}{3}} = \frac{a\sqrt{3}}{4} \cdot x \Rightarrow x = \frac{2a}{3}$.

Do $S_{\triangle ABC} = \frac{a^2\sqrt{3}}{4}$, $A'G = \frac{a}{3} \Rightarrow V_{ABC.A'B'C'} = A'G \cdot S_{\triangle ABC} = \frac{a^3\sqrt{3}}{12}$.

Câu 46: [2D1-4] Cho đồ thị $(C): y = \frac{x}{2} + \sqrt{x^2 + x + 1}$. Gọi $M(0; m)$ là điểm nằm trên trục tung mà từ đó kẻ được ít nhất một tiếp tuyến đến đồ thị (C) . Biết tập hợp các giá trị của m là nửa khoảng $(a; b]$. Giá trị của $a + b$ bằng

A. 1.

B. $-\frac{1}{2}$.

C. $\frac{1}{2}$.

D. -1.

Lời giải

Chọn C.

- Ta có: $y' = \frac{1}{2} + \frac{2x+1}{2\sqrt{x^2+x+1}}$

- Gọi Δ là đường thẳng đi qua $M(0; m)$ và có hệ số góc là $k \Rightarrow \Delta: y = kx + m$

- Đường thẳng Δ là tiếp tuyến của (C) khi và chỉ khi hệ phương trình sau có nghiệm:

$$\begin{cases} \frac{x}{2} + \sqrt{x^2+x+1} = kx + m \\ k = \frac{1}{2} + \frac{2x+1}{2\sqrt{x^2+x+1}} \end{cases}$$

$$\Rightarrow \frac{x}{2} + \sqrt{x^2+x+1} = \frac{x}{2} + \frac{2x^2+x}{2\sqrt{x^2+x+1}} + m \Leftrightarrow \frac{x+2}{2\sqrt{x^2+x+1}} = m \quad (1).$$

Hệ phương trình trên có nghiệm khi và chỉ khi (1) có nghiệm.

- Xét hàm số: $f(x) = \frac{x+2}{2\sqrt{x^2+x+1}}$ trên $\mathbb{R}$,

$$\text{có } f'(x) = \frac{-3x}{4(x^2+x+1)\sqrt{x^2+x+1}} \Rightarrow f'(x) = 0 \Leftrightarrow x = 0.$$

BBT:

x	$-\infty$	0	$+\infty$
y'		0	
	$+$		$-$
y		1	

Dựa vào BBT ta thấy: phương trình (1) có nghiệm $-\frac{1}{2} < m \leq 1$ hay $m \in \left(-\frac{1}{2}; 1\right]$

$$\Rightarrow \begin{cases} a = -\frac{1}{2} \\ b = 1 \end{cases} \text{ . Vậy } a+b = \frac{1}{2}.$$

Câu 47: [1D5-3] Biết hàm số $f(x) - f(2x)$ có đạo hàm bằng 18 tại $x=1$ và đạo hàm bằng 1000 tại $x=2$. Tính đạo hàm của hàm số $f(x) - f(4x)$ tại $x=1$.

A. 2018.

B. 1982.

C. -2018.

D. 1018.

Lời giải

Chọn A.

- Ta có: $(f(x) - f(2x))' = f'(x) - 2f'(2x)$

Theo giả thiết ta được: $\begin{cases} f'(1) - 2f'(2) = 18 \\ f'(2) - 2f'(4) = 1000 \end{cases} \Rightarrow f'(1) - 4f'(4) = 2018$

Vậy $(f(x) - f(4x))'_{x=1} = f'(1) - 4f'(4) = 2018.$

Câu 48: [2D1-4] Cho hàm số $f(x) = ax^3 + bx^2 + cx + d$, $(a, b, c, d \in \mathbb{R})$ thỏa mãn $a > 0$, $d > 2018$, $a + b + c + d - 2018 < 0$. Tìm số điểm cực trị của hàm số $y = |f(x) - 2018|$.

A. 2.

B. 1.

C. 3.

D. 5.

Lời giải

Chọn D.

- Xét hàm số $g(x) = f(x) - 2018 = ax^3 + bx^2 + cx + d - 2018$.

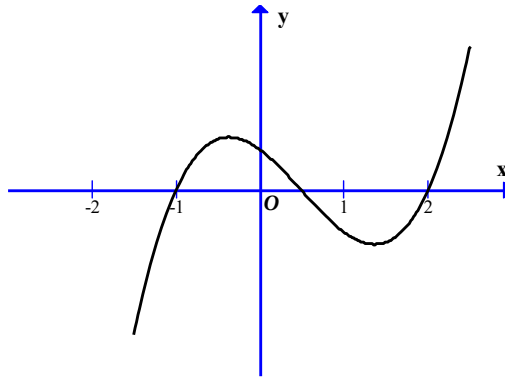
Ta có:
$$\begin{cases} g(0) = d - 2018 \\ g(1) = a + b + c + d - 2018 \end{cases}$$

Theo giả thiết, ta được
$$\begin{cases} g(0) > 0 \\ g(1) < 0 \end{cases}$$

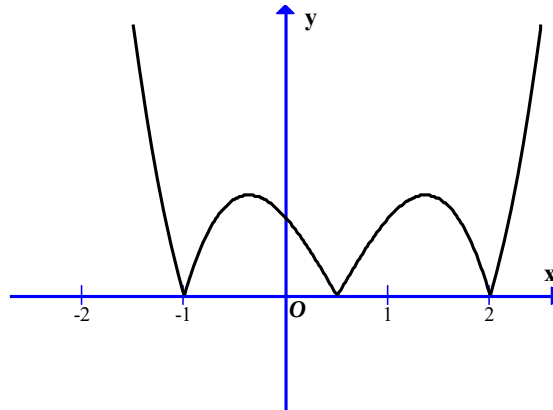
- Lại do: $a > 0$ nên
$$\begin{cases} \lim_{x \rightarrow +\infty} g(x) = +\infty \\ \lim_{x \rightarrow -\infty} g(x) = -\infty \end{cases} \Rightarrow \exists \beta > 1: g(\beta) > 0 \text{ và } \Rightarrow \exists \alpha < 0: g(\alpha) < 0.$$

Do đó:
$$\begin{cases} g(\alpha) \cdot g(0) < 0 \\ g(0) \cdot g(1) < 0 \\ g(1) \cdot g(\beta) < 0 \end{cases} \Rightarrow g(x) = 0 \text{ có 3 nghiệm phân biệt thuộc khoảng } (\alpha; \beta).$$

Hay hàm số $y = g(x)$ có đồ thị dạng



Khi đó đồ thị hàm số $y = |g(x)|$ có dạng



Vậy hàm số $y = |f(x) - 2018|$ có 5 điểm cực trị.

Câu 49: **[2D2-4]** Cho phương trình $\log_2(x - \sqrt{x^2 - 1}) \cdot \log_{2017}(x - \sqrt{x^2 - 1}) = \log_a(x + \sqrt{x^2 - 1})$. Có bao nhiêu giá trị nguyên thuộc khoảng $(1; 2018)$ của tham số a sao cho phương trình đã cho có nghiệm lớn hơn 3?

A. 20.

B. 19.

C. 18.

D. 17.

Lời giải

Chọn C.

- Nhận thấy: với $x > 3$ thì $\sqrt{x^2-1} < \sqrt{x^2} = x \Rightarrow x - \sqrt{x^2-1} > 0$ và $x + \sqrt{x^2-1} > 0$.

Ta có: $\log_2(x - \sqrt{x^2-1}) \cdot \log_{2017}(x - \sqrt{x^2-1}) = \log_a(x + \sqrt{x^2-1})$

$$\Leftrightarrow \log_2(x + \sqrt{x^2-1}) \cdot \log_{2017}(x + \sqrt{x^2-1}) = \log_a 2 \cdot \log_2(x + \sqrt{x^2-1})$$

$$\Leftrightarrow \log_{2017}(x + \sqrt{x^2-1}) = \log_a 2 \quad (1) \quad (\text{vì } \log_2(x + \sqrt{x^2-1}) > 0, \forall x > 3).$$

- Xét hàm số $f(x) = \log_{2017}(x + \sqrt{x^2-1})$ trên khoảng $(3; +\infty)$.

Có: $f'(x) = \frac{1}{\sqrt{x^2-1} \cdot \ln 2017} \Rightarrow f'(x) > 0, \forall x > 3$.

BBT:

x	3	$+\infty$
$f'(x)$		+
$f(x)$	$f(3)$	$+\infty$

- Từ BBT ta thấy : phương trình (1) có nghiệm lớn hơn 3 $\Leftrightarrow \log_2 a > f(3)$

$$\Leftrightarrow \log_2 a > \log_{2017}(3 + 2\sqrt{2}) \Leftrightarrow \log_2 a < \log_{3+2\sqrt{2}} 2017 \quad (\text{do } a > 1)$$

$$\Leftrightarrow a < 2^{\log_{3+2\sqrt{2}} 2017} \approx 19,9. \text{ Lại do } a \text{ nguyên thuộc khoảng } (1; 2018) \text{ nên } a \in \{2; 3; \dots; 19\}.$$

Vậy có 18 giá trị của a thỏa mãn yêu cầu bài toán.

Câu 50: **[2D4-4]** Tìm số phức z thỏa mãn $|z-1-i|=5$ và biểu thức $T = |z-7-9i| + 2|z-8i|$ đạt giá trị nhỏ nhất.

A. $z = 5 - 2i$.

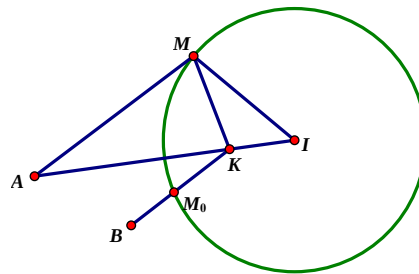
B. $z = 1 + 6i$.

C. $z = 1 + 6i$ và $z = 5 - 2i$.

D. $z = 4 + 5i$.

Lời giải

Chọn B.



Từ giả thiết $|z-1-i|=5$ suy ra tập hợp các điểm M biểu diễn số phức z là đường tròn (C) tâm $I(1;1)$, bán kính $R=5$.

Xét các điểm $A(7;9)$ và $B(0;8)$. Ta thấy $IA=10=2 \cdot IM$.

Gọi K là điểm trên tia IA sao cho $IK = \frac{1}{4} IA \Rightarrow K = \left(\frac{5}{2}; 3\right)$

Do $\frac{IM}{IA} = \frac{IK}{IM} = \frac{1}{2}$, góc $\widehat{MIK}$ chung $\Rightarrow \triangle IKM \sim \triangle IMA$ (c.g.c)

$$\Rightarrow \frac{MK}{MA} = \frac{IK}{IM} = \frac{1}{2} \Rightarrow MA = 2.MK.$$

$$\text{Lại có: } T = |z - 7 - 9i| + 2|z - 8i| = MA + 2.MB = 2(MK + MB) \geq 2.BK = 5\sqrt{5}$$

$$\Rightarrow T_{\min} = 5\sqrt{5} \Leftrightarrow M = BK \cap (C), M \text{ nằm giữa } B \text{ và } K \Rightarrow 0 < x_M < \frac{5}{2}.$$

Ta có: phương trình đường thẳng BK là: $2x+y-8=0$

$$\text{Tọa độ điểm } M \text{ là nghiệm của hệ: } \begin{cases} 2x + y - 8 = 0 \\ (x-1)^2 + (y-1)^2 = 25 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 1 \\ y = 6 \\ x = 5 \\ y = -2 \end{cases} \Rightarrow M = (1; 6).$$

Vậy $z = 1 + 6i$ là số phức cần tìm.