

## Bài 1. VÉCTƠ

### A - TÓM TẮT LÝ THUYẾT

#### 1. Khái niệm mở đầu:

✓ Vectơ là một đoạn thẳng:

- Một đầu được xác định là gốc, còn đầu kia là ngọn.
- Hướng từ gốc đến ngọn gọi là hướng của vectơ.
- Độ dài của vectơ là độ dài đoạn thẳng xác định bởi điểm đầu và điểm cuối của vectơ.

Ví dụ: Vectơ

$\overrightarrow{AB}$ :



- Điểm gốc: A
- Điểm ngọn: B
- Phương (giá): đường thẳng AB
- Hướng: từ A đến B
- Độ dài (môđun): độ dài đoạn AB

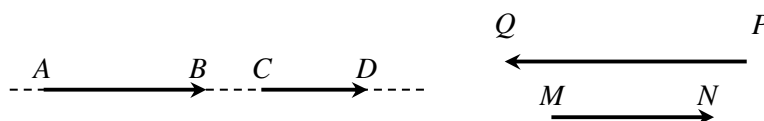
✓ Vectơ có gốc A, ngọn B được kí hiệu là  $\overrightarrow{AB}$  và độ dài của vectơ  $\overrightarrow{AB}$  được kí hiệu là  $|\overrightarrow{AB}|$  là khoảng cách giữa điểm đầu và điểm cuối của vectơ. Ngoài ra, vectơ còn được kí hiệu bởi một chữ cái in thường phía trên có mũi tên như  $\vec{a}, \vec{b}, \vec{v}, \vec{u}$  độ dài của  $\vec{a}$  kí hiệu:  $|\vec{a}|$ .

✓ Vectơ “không”, kí hiệu  $\vec{0}$  là vectơ có:

- Điểm gốc và điểm ngọn trùng nhau.
- Độ dài bằng 0.
- Hướng bất kỳ

✓ Hai vectơ cùng phương khi chúng cùng nằm trên một đường thẳng hoặc nằm trên hai đường thẳng song song.

Hai cặp vectơ  $(\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{CD})$  và  $(\overrightarrow{MN}, \overrightarrow{PQ})$  được gọi là cùng phương.

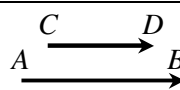


$$\overrightarrow{AB} \text{ cùng phương } \overrightarrow{CD} \Leftrightarrow \begin{cases} AB \parallel CD \\ A, B, C, D \text{ thẳng hàng} \end{cases}$$

✓ **Hướng của hai vectơ:** Hai vectơ cùng phương có thể cùng hướng hoặc ngược hướng. Ta chỉ xét hướng của hai vectơ khi chúng cùng phương.

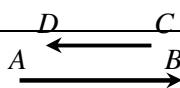
• Hai vectơ  $\overrightarrow{AB}$  và  $\overrightarrow{CD}$  gọi là cùng hướng:

$$\overrightarrow{AB} \nearrow \overrightarrow{CD} \Leftrightarrow \begin{cases} AB \parallel CD \\ \text{Hai tia } AB, CD \text{ cùng hướng} \end{cases}$$

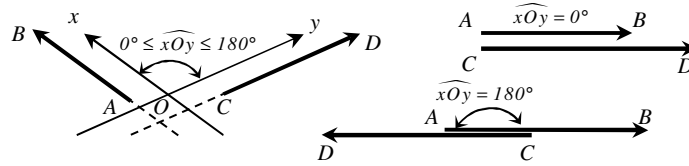


• Hai vectơ  $\overrightarrow{AB}$  và  $\overrightarrow{CD}$  gọi là ngược hướng:

$$\overrightarrow{AB} \nearrow \overleftarrow{CD} \Leftrightarrow \begin{cases} AB \parallel CD \\ \text{Hai tia } AB, CD \text{ ngược hướng} \end{cases}$$



- ✓ **Góc của hai véctơ**  $\overrightarrow{AB}$  và  $\overrightarrow{CD}$  là góc tạo bởi hai tia  $Ox$ ,  $Oy$  lần lượt cùng hướng với hai tia  $AB$  và  $CD$ . Nghĩa là:  $\widehat{xOy} = (\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{CD})$ .



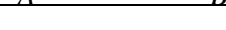
- Khi  $\overrightarrow{AB}$  và  $\overrightarrow{CD}$  không cùng hướng thì  $0^\circ \leq \widehat{xOy} \leq 180^\circ$
  - Khi  $\overrightarrow{AB}$  và  $\overrightarrow{CD}$  cùng hướng thì  $\widehat{xOy} = 0^\circ$
  - Khi  $\overrightarrow{AB}$  và  $\overrightarrow{CD}$  ngược hướng thì  $\widehat{xOy} = 180^\circ$
- ✓ **Hai véctơ bằng nhau** khi và chỉ khi chúng **cùng hướng** và có **độ dài bằng nhau**.

$$\overrightarrow{AB} = \overrightarrow{CD} \Leftrightarrow \begin{cases} \overrightarrow{AB} \text{ và } \overrightarrow{CD} \text{ cùng hướng} \\ |\overrightarrow{AB}| = |\overrightarrow{CD}| \text{ hay } AB = CD \end{cases}$$



- ✓ **Hai véctơ đối nhau** khi và chỉ khi chúng **ngược hướng** và có **độ dài bằng nhau**.

$$\overrightarrow{AB} = -\overrightarrow{CD} \Leftrightarrow \begin{cases} \overrightarrow{AB} \text{ và } \overrightarrow{CD} \text{ ngược hướng} \\ |\overrightarrow{AB}| = |\overrightarrow{CD}| \text{ hay } AB = CD \end{cases}$$



## 2. Các phép toán trên véctơ:

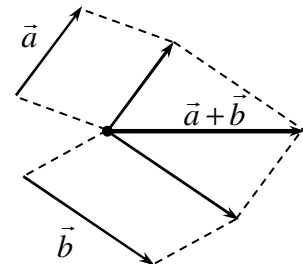
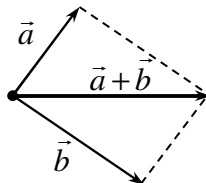
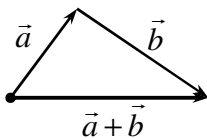
### a) Tổng của hai véctơ:

- **Định nghĩa** phép cộng 2 véctơ  $\vec{a}$  và  $\vec{b}$  là véctơ  $\vec{a} + \vec{b}$ , được xác định tùy theo vị trí của 2 véctơ này. Có 3 trường hợp:

①  $\vec{a} + \vec{b}$  nối đuôi

②  $\vec{a} + \vec{b}$  cùng điểm gốc

③  $\vec{a} + \vec{b}$  là 2 véctơ bất kỳ



$\vec{a} + \vec{b}$  được cộng theo  
quy tắc 3 điểm

$\vec{a} + \vec{b}$  được cộng theo  
quy tắc hình bình hành

$\vec{a} + \vec{b}$  được cộng theo  
2 trường hợp trên

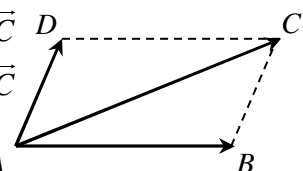
- ✓ **Quy tắc ba điểm:** (Quy tắc tam giác hay quy tắc Chasles)

- Với ba điểm bất kỳ A, B, C ta có:  $\overrightarrow{AB} = \overrightarrow{AC} + \overrightarrow{CB}$ .
- Quy tắc 3 điểm còn được gọi là hệ thức Chasles dùng để cộng các véctơ liên tiếp, có thể mở rộng cho trường hợp nhiều véctơ như sau:

$$\overrightarrow{A_1A_n} = \overrightarrow{A_1A_2} + \overrightarrow{A_2A_3} + \overrightarrow{A_3A_4} + \dots + \overrightarrow{A_{n-1}A_n}$$

- ✓ **Quy tắc hình bình hành:**

Cho hình bình hành ABCD thì”  $\begin{cases} \overrightarrow{AC} = \overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AD} \\ \overrightarrow{DB} = \overrightarrow{DA} + \overrightarrow{DC} \end{cases}$  và  $\begin{cases} \overrightarrow{AB} = \overrightarrow{DC} \\ \overrightarrow{AD} = \overrightarrow{BC} \end{cases}$



- Quy tắc hình bình hành dùng để **cộng các véctơ chung gốc**.

✎ **Lưu ý:** phép cộng véctơ không phải là phép cộng độ dài các véctơ.

• **Tính chất:**

- ✓ Giao hoán:  $\vec{a} + \vec{b} = \vec{b} + \vec{a}$
- ✓ Kết hợp:  $\vec{a} + (\vec{b} + \vec{c}) = (\vec{a} + \vec{b}) + \vec{c} = (\vec{a} + \vec{c}) + \vec{b}$
- ✓ Cộng với vectơ đối:  $\vec{a} + (-\vec{a}) = \vec{0}$ .
- ✓ Cộng với vectơ không:  $\vec{a} + \vec{0} = \vec{0} + \vec{a} = \vec{a}$ .

**b) Hiệu của hai vectơ:**

✓ **Vectơ đối:**

- Vectơ đối vectơ  $\vec{a}$  kí hiệu là  $-\vec{a}$ .
- Tổng hai vectơ đối là  $\vec{0}$ :  $\vec{a} + (-\vec{a}) = \vec{0}$

✓ **Định nghĩa:** hiệu hai vectơ  $\vec{a}$  và  $\vec{b}$  cho 2 kết quả  $\vec{a} - \vec{b}$  hoặc  $\vec{b} - \vec{a}$  được xác định:

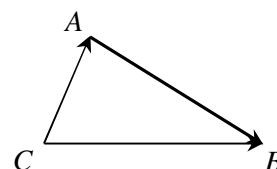
- $\vec{a} - \vec{b} = \vec{a} + (\text{vectơ đối của } \vec{b}) = \vec{a} + (-\vec{b})$
- $\vec{b} - \vec{a} = \vec{b} + (\text{vectơ đối của } \vec{a}) = \vec{b} + (-\vec{a})$

✓ **Tính chất:**

- ①  $\forall \vec{a} : \vec{a} - \vec{a} = \vec{0}$       ②  $\forall \vec{a} : \vec{a} - \vec{0} = \vec{a}$       ③  $-\overline{AB} = \overline{BA}$

✓ **Qui tắc tam giác đối với hiệu hai vectơ:**

Với ba điểm bất kỳ  $A, B, C$  ta có:  $\overline{AB} = \overline{CB} - \overline{CA}$ .



**c) Tích của một số đối với một vectơ:**

✓ **Định nghĩa:** Cho số thực  $k$  ( $k \neq 0$ ) và một vectơ  $\vec{a}$  ( $\vec{a} \neq \vec{0}$ )

Tích  $k \cdot \vec{a}$  là một vectơ  $\begin{cases} \text{cùng hướng với } \vec{a} \text{ nếu } k > 0 \\ \text{ngược hướng với } \vec{a} \text{ nếu } k < 0 \end{cases}$

✓ **Tính chất:**

- $k(\vec{a} + \vec{b}) = k \cdot \vec{a} + k \cdot \vec{b}$       •  $(k + h) \cdot \vec{a} = k \cdot \vec{a} + h \cdot \vec{a}$       •  $k \cdot (h \cdot \vec{a}) = (k \cdot h) \cdot \vec{a}$
- $(-1) \cdot \vec{a} = -\vec{a}$       •  $1 \cdot \vec{a} = \vec{a}$       •  $0 \cdot \vec{a} = \vec{0}$

✓ **Điều kiện để hai vectơ cùng phương:**

- Điều kiện cần và đủ để hai vectơ  $\vec{a}; \vec{b}$  ( $\vec{b} \neq \vec{0}$ ) cùng phương là tồn tại một số  $k$  để  $\vec{a} = k \cdot \vec{b}$ .
- **Hệ quả:** Điều kiện cần và đủ để 3 điểm  $A, B, C$  thẳng hàng là  $\overline{AB} = k \overline{AC}$

**d) Trung điểm của đoạn thẳng và trọng tâm tam giác:**

✓ **Trung điểm của đoạn thẳng:**

- $I$  là trung điểm của  $AB$ :

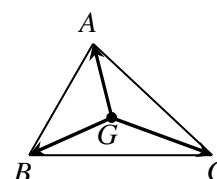
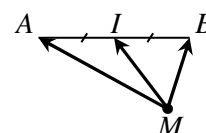
$$\Leftrightarrow \overline{IA} + \overline{IB} = \vec{0} \text{ hay } \overline{AI} = \overline{IB} = \frac{1}{2} \overline{AB} \text{ hay } \overline{IA} = -\overline{IB}$$

- $I$  là trung điểm của  $AB$ , với  $M$  bất kì, ta có:  $\overline{MA} + \overline{MB} = 2\overline{MI}$

✓ **Trọng tâm của tam giác:**

$G$  là trọng tâm của  $\Delta ABC \Leftrightarrow \overline{GA} + \overline{GB} + \overline{GC} = \vec{0}$

- Với  $M$  bất kì:  $\overline{MA} + \overline{MB} + \overline{MC} = 3\overline{MG}$



**B - PHƯƠNG PHÁP GIẢI TOÁN****Vấn đề 1. KHÁI NIỆM VÉCTƠ****I - TÓM TẮT LÝ THUYẾT**

- **Véctơ** là 1 đoạn thẳng có hướng (có điểm đầu, điểm cuối)
- 1 đoạn thẳng  $AB$  xác định 2 véctơ:  $\overrightarrow{AB}$ ,  $\overrightarrow{BA}$ .
- Véctơ dùng để giải các bài toán hình học và vật lý mà có tính chất “độ dài + hướng” (như các bài toán về chuyển động, lực, ...)
- **Độ dài véctơ (modul)** là độ dài đoạn thẳng tạo thành véctơ đó. Độ dài véctơ cũng là khoảng cách giữa hai điểm đầu mút. Kí hiệu:  $AB = |\overrightarrow{AB}| = |\overrightarrow{BA}|$ .
- **2 véctơ cùng phương** khi giá chứa chúng song song hoặc cùng nằm trên đường thẳng.
- **2 véctơ bằng nhau** khi chúng cùng hướng và cùng độ dài.
- **2 véctơ đối nhau** khi chúng ngược hướng và cùng độ dài. Véctơ đối của  $\vec{a}$  là  $-\vec{a}$ .
- **Véctơ không** là véctơ có điểm gốc và điểm ngọn trùng nhau, độ dài là 0, phương hướng tùy ý. Như vậy với mọi điểm  $A, B, C, \dots$  bất kỳ thì  $\overrightarrow{AA} = \overrightarrow{BB} = \overrightarrow{CC} = \dots = \vec{0}$ .

**II - BÀI TẬP MẪU**

**Ví dụ 1.** Cho hai điểm phân biệt  $A$  và  $B$ . Hỏi có bao nhiêu đoạn thẳng và bao nhiêu vector khác nhau và khác vector  $\vec{0}$  ?

.....

.....

.....

**Ví dụ 2.** Cho  $\triangle ABC$ . Gọi  $P, Q$  và  $R$  là trung điểm các cạnh  $AB, BC$  và  $AC$ .

a) Nêu các vector có điểm đầu và điểm cuối là  $A, B$  và  $C$

b) Nêu các vector bằng  $\overrightarrow{PQ}$

b) Nêu các vector đối của  $\overrightarrow{PQ}$

.....

.....

.....

.....

.....

**Ví dụ 3.** Cho  $\triangle ABC$  cân tại  $A$ . Gọi  $M$  là trung điểm của  $BC$  và  $N$  là trung điểm của  $AB$ .

a) Ta có:  $\overrightarrow{AB} = \overrightarrow{AC}$  đúng hay sai ?

b) Các vector nào cùng hướng với  $\overrightarrow{AC}$

c) Các vector nào ngược hướng với  $\overrightarrow{BC}$  ?

d) Các vector bằng nhau?

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

**Ví dụ 4.** Cho hình bình hành  $ABCD$  có tâm là  $O$ . Dựa theo hình vẽ. Tìm:

- Các vector bằng nhau ( $\neq \vec{0}$ ) có điểm đầu và điểm cuối trong 4 điểm  $A, B, C$  và  $D$ .
- Các vector bằng nhau có điểm đầu và điểm cuối là  $O$ .

.....

.....

.....

.....

.....

.....

**Ví dụ 5.** Cho hình vuông  $ABCD$  tâm  $O$ . Nêu các vector ( $\neq \vec{0}$ ) bằng nhau mà có điểm đầu và điểm cuối trong các điểm  $A, B, C$  và  $D$  và  $O$ .

.....

.....

.....

.....

.....

.....

**Ví dụ 6.** Cho tứ giác  $ABCD$ . Gọi  $M, N, P, Q$  là trung điểm các cạnh  $AB, BC, CD, DA$ . Gọi  $O$  là giao điểm  $MP$  và  $QN$ . Chứng minh  $\vec{MO} = \vec{OP}$  và  $\vec{QO} = \vec{ON}$ .

.....

.....

.....

.....

.....

.....

**Ví dụ 7.** Cho 4 điểm  $A, B, C, D$ . Chứng minh nếu  $\vec{AB} = \vec{DC}$  thì  $\vec{AD} = \vec{BC}$

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

**Ví dụ 8.** Cho  $\triangle ABC$  cân tại  $A$ . Kẻ đường trung tuyến  $AH$ . Các mệnh đề sau là đúng hay sai ? (học sinh có thể ghi Đ hay S vào  $\square$ )

- a)  $AB = AC$   $\square$                       b)  $\overrightarrow{AB} = \overrightarrow{AC}$   $\square$                       c)  $|\overrightarrow{AB}| = |\overrightarrow{AC}|$   $\square$   
d)  $BH = CH$   $\square$                       e)  $\overrightarrow{BH} = \overrightarrow{CH}$   $\square$                       f)  $|\overrightarrow{BH}| = |\overrightarrow{CH}|$   $\square$

**Ví dụ 9.** Cho tứ giác  $ABCD$ . Chứng minh:  $ABCD$  là hình bình hành  $\Leftrightarrow \overrightarrow{AB} = \overrightarrow{DC}$

**Ví dụ 10.** Cho hình bình hành  $ABCD$ . Gọi  $M$  và  $N$  lần lượt là trung điểm của  $AB$  và  $DC$ .  $AN$  và  $CM$  lần lượt cắt  $BD$  tại  $E$  và  $F$ . Chứng minh  $\overrightarrow{DE} = \overrightarrow{EF} = \overrightarrow{FB}$

### III - BÀI TẬP TỰ LUYỆN

**Bài 1.** Gọi  $C$  là trung điểm của đoạn thẳng  $AB$ . Các khẳng định sau đây đúng hay sai ?

- a)  $\overrightarrow{AC}$  và  $\overrightarrow{BC}$  cùng hướng                      b)  $\overrightarrow{AB}$  và  $\overrightarrow{BC}$  ngược hướng  
c)  $|\overrightarrow{AB}| = |\overrightarrow{BC}|$                       d)  $|\overrightarrow{AC}| = |\overrightarrow{BC}|$                       e)  $|\overrightarrow{AB}| = 2|\overrightarrow{BC}|$

**Bài 2.** Cho lục giác đều  $ABCDEF$  có tâm  $O$ .

- a) Tìm các vector khác  $\vec{0}$  và cùng phương với  $\overrightarrow{OA}$ .  
b) Tìm các vector bằng vector  $\overrightarrow{AB}$ .  
c) Hãy vẽ các vector bằng vector  $\overrightarrow{AB}$  và có điểm đầu là  $O, D, C$ .

**Bài 3.** Cho tam giác  $ABC$  có trực tâm  $H$  và tâm đường tròn ngoại tiếp  $O$ . Gọi  $B'$  là điểm đối xứng của  $B$  qua  $O$ . Chứng minh  $\overrightarrow{AH} = \overrightarrow{B'C}$ .

**Bài 4.** Cho tứ giác  $ABCD$ . Gọi  $M, N, P, Q$  là trung điểm các cạnh  $AB, BC, CD, DA$ . Chứng minh  $\overrightarrow{NP} = \overrightarrow{MQ}$  và  $\overrightarrow{PQ} = \overrightarrow{NM}$ .

## Vấn đề 2. TỔNG – HIỆU VÉCTƠ

### Dạng 1. Chứng minh một đẳng thức véctor

#### I – PHƯƠNG PHÁP

- Chứng minh đẳng thức là chứng minh 2 vế / 2 biểu thức bằng nhau
- Cách chứng minh:
  - ✓ Cách thường dùng: biến đổi 1 vế cho đến khi ra vế còn lại.
  - ✓ Cách bắc cầu: biến đổi 2 vế cho ra cùng 1 kết quả (suy ra vế này bằng vế kia)
- Mỏ số kinh nghiệm về chứng minh đẳng thức véctor:
  - ✓ 2 vế là phép cộng, trừ có cùng số lượng véctor thì thường dùng quy tắc 3 điểm.
  - ✓ Vế trái là tổng nhiều véctor, vế phải là véctor  $\vec{0}$  thì biến đổi vế trái thành tổng các cặp véctor đối nhau.

#### II - BÀI TẬP MẪU

**Ví dụ 11.** Cho tứ giác  $ABCD$ . Chứng minh :  $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{CD} = \overrightarrow{AD} + \overrightarrow{CB}$

**Ví dụ 12.** Cho hình bình hành  $ABCD$  và 1 điểm  $M$  bất kì. Chứng minh :  $\overrightarrow{MA} + \overrightarrow{MC} = \overrightarrow{MD} + \overrightarrow{MB}$

**Ví dụ 13.** Bài 18 : Cho tứ giác  $ABCD$ . Chứng minh:

a)  $\overrightarrow{AB} - \overrightarrow{AD} = \overrightarrow{CB} - \overrightarrow{CD}$

b)  $\overrightarrow{AB} - \overrightarrow{DC} = \overrightarrow{AD} - \overrightarrow{BC}$

**Ví dụ 14.** Cho hình bình hành  $ABCD$  có tâm  $O$ . Chứng minh:

a)  $\overrightarrow{CO} - \overrightarrow{OB} = \overrightarrow{BA}$

b)  $\overrightarrow{AB} - \overrightarrow{BC} = \overrightarrow{DB}$

c)  $\overrightarrow{DA} - \overrightarrow{DB} = \overrightarrow{OD} - \overrightarrow{OC}$

d)  $\overrightarrow{DA} + \overrightarrow{DC} - \overrightarrow{DB} = \vec{0}$

**Ví dụ 15.** Cho tứ giác  $ABCD$ . Xác định vector

a)  $\vec{u} = \vec{AB} - \vec{CD} + \vec{BD} - \vec{AC}$

b)  $\vec{v} = \vec{AB} + \vec{CD} - \vec{CB}$

### III - BÀI TẬP TỰ LUYỆN

**Bài 5.** Cho lục giác  $ABCDEF$ . Chứng minh :

a)  $\vec{BA} + \vec{DC} + \vec{FE} = \vec{FC} + \vec{DA} + \vec{BE}$

b)  $\vec{ED} + \vec{BE} + \vec{CF} = \vec{BF} + \vec{CD}$

**Bài 6.** Cho tứ giác  $MNPQ$ . Chứng minh :

a)  $\vec{PQ} + \vec{NP} + \vec{MN} = \vec{MQ}$

b)  $\vec{MP} + \vec{QN} + \vec{PQ} + \vec{NM} = \vec{0}$

c)  $\vec{NP} + \vec{MN} = \vec{QP} + \vec{MQ}$

d)  $\vec{PQ} + \vec{MN} = \vec{MQ} + \vec{PN}$

**Bài 7.** Cho  $\triangle ABC$ . Bên ngoài tam giác vẽ các hình bình hành  $ABIJ, BCPQ, CARS$ . Chứng minh:

a)  $\vec{RS} + \vec{PQ} + \vec{IJ} = \vec{0}$

b)  $\vec{RJ} + \vec{IQ} = \vec{SP}$

**Bài 8.** Cho hình bình hành  $ABCD$ . Lần lượt vẽ các điểm  $M, N, P, Q$  thoả  $\vec{AM} = \vec{BA}, \vec{MN} = \vec{DA}, \vec{NP} = \vec{DC}$  và  $\vec{PQ} = \vec{BC}$ . Chứng minh :  $\vec{AQ} = \vec{0}$

**Bài 9.** Cho 4 điểm  $A, B, C, D$ . Chứng minh nếu  $\vec{AB} = \vec{DC}$  thì  $\vec{AD} = \vec{BC}$

**Bài 10.** Cho  $\triangle ABC$ . Lần lượt vẽ các điểm  $M, N, P$  thoả :  $\vec{AM} = \vec{BA}, \vec{BN} = \vec{CB}, \vec{CP} = \vec{AC}$ . Gọi  $I$  là 1 điểm bất kì, chứng minh  $\vec{IA} + \vec{IB} + \vec{IC} = \vec{IM} + \vec{IN} + \vec{IP}$

**Bài 11.** Cho hình bình hành  $ABCD$ . Gọi  $M, N$  là trung điểm  $BC$  và  $AD$ . Chứng minh  $\vec{AM} + \vec{AN} = \vec{AB} + \vec{AD}$

**Bài 12.** Cho 2 hình bình hành  $ABCD$  và  $AB'C'D$  có chung đỉnh  $A$ . Chứng minh  $\vec{BB'} + \vec{DD'} = \vec{CC'}$

**Bài 13.** Cho 2 hình bình hành  $ABCD$  và  $AB'C'D'$  có chung đỉnh  $A$ . Chứng minh :  $\vec{BB'} + \vec{DD'} = \vec{CC'}$

**Bài 14.** Cho hình bình hành  $ABCD$  với tâm  $O$ . Mỗi khẳng định nào sau đây đúng hay sai ?

a)  $\vec{OA} - \vec{OB} = \vec{AB}$

b)  $\vec{CO} - \vec{OB} = \vec{BA}$

c)  $\vec{AB} - \vec{AD} = \vec{AC}$

d)  $\vec{AB} - \vec{AD} = \vec{BD}$

e)  $\vec{CD} - \vec{CO} = \vec{BD} - \vec{BO}$

**Bài 15.** Chứng minh rằng nếu  $\vec{AB} = \vec{CD}$  thì  $\vec{AC} = \vec{BD}$

**Bài 16.** Cho hình bình hành  $ABCD$ . Chứng minh rằng  $\vec{DA} - \vec{DB} + \vec{DC} = \vec{0}$

**Bài 17.** Cho hình bình hành  $ABCD$  và điểm  $M$  tuỳ ý. Chứng minh rằng:  $\vec{MA} - \vec{MC} = \vec{MB} + \vec{MD}$

**Bài 18.** Chứng minh rằng  $\vec{AB} = \vec{CD}$  khi và chỉ khi trung điểm của hai đoạn thẳng  $AD$  và  $BC$  trùng nhau.

**Bài 19.** Cho 6 điểm  $A, B, C, D, E, F$ . Chứng minh rằng

a)  $\vec{AD} + \vec{BE} + \vec{CF} = \vec{AE} + \vec{BF} + \vec{CD} = \vec{AF} + \vec{BD} + \vec{CE}$

b)  $\vec{AB} + \vec{CD} = \vec{AD} + \vec{CB}$

c)  $\vec{AB} - \vec{CD} = \vec{AC} - \vec{BD}$

## Dạng 2. Tính độ dài của một véctơ tổng, véctơ hiệu

### I – PHƯƠNG PHÁP

- Biến đổi véctơ tổng, véctơ hiệu đã cho thành một véctơ duy nhất  $\vec{u}$ . Tính độ dài của véctơ  $\vec{u}$ . Từ đó suy ra độ dài của véctơ tổng, véctơ hiệu.
- ✎ Lưu ý: thường thì  $|\vec{a} + \vec{b}| \neq |\vec{a}| + |\vec{b}|$  và  $|\vec{a} - \vec{b}| \neq |\vec{a}| - |\vec{b}|$ , như vậy biến đổi  $|\overrightarrow{AB} \pm \overrightarrow{AC}|$  thành  $AB \pm AC$  là sai.

### II - BÀI TẬP MẪU

**Ví dụ 16.** Cho  $\triangle ABC$  đều, cạnh bằng 10. Tính độ dài các vectơ  $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AC}$  và  $\overrightarrow{AB} - \overrightarrow{AC}$

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

**Ví dụ 17.** Cho  $\triangle ABC$  vuông tại A có cạnh  $AB=5$  và  $AC=12$ . Tính độ dài các vectơ  $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AC}$  và  $\overrightarrow{AB} - \overrightarrow{AC}$ .

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....



**Vấn đề 3. PHÉP NHẬN MỘT SỐ VỚI 1 VÉCTƠ****Dạng 1. Chứng minh một đẳng thức véctơ****I – PHƯƠNG PHÁP**

- Chứng minh đẳng thức là chứng minh 2 vế / 2 biểu thức bằng nhau
- Cách chứng minh:
  - ✓ Cách thường dùng: biến đổi 1 vế cho đến khi ra vế còn lại.
  - ✓ Cách bắc cầu: biến đổi 2 vế cho ra cùng 1 kết quả (suy ra vế này bằng vế kia)
- Mỏ số kinh nghiệm về chứng minh đẳng thức véctơ:
  - ✓ 2 vế là phép cộng, trừ có cùng số lượng véctơ thì thường dùng quy tắc 3 điểm.
  - ✓ Vế trái là tổng nhiều véctơ, vế phải là véctơ  $\vec{0}$  thì biến đổi vế trái thành tổng các cặp véctơ đối nhau.

**II - BÀI TẬP MẪU**

**Ví dụ 19.** Cho  $\Delta ABC$  có 3 trung tuyến là  $AM, BN, CP$ . Chứng minh:

a)  $\vec{AM} + \vec{BN} + \vec{CP} = \vec{0}$

b)  $\vec{AP} + \vec{BM} = \frac{1}{2} \vec{AC}$

**Ví dụ 20.** Cho hình bình hành  $ABCD$  tâm  $O$ . Gọi  $M$  là 1 điểm bất kỳ. Chứng minh:

a)  $\vec{AB} + \vec{AC} + \vec{AD} = 2\vec{AC}$

b)  $\vec{MA} + \vec{MB} + \vec{MC} + \vec{MD} = 4\vec{MO}$

**Ví dụ 21.** Cho tứ giác  $ABCD$ , Gọi  $I, J$  là trung điểm của  $AC$  và  $BD$ . Chứng minh  $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{CD} = 2\overrightarrow{IJ}$

**Ví dụ 22.** Cho tứ giác  $ABCD$ , gọi  $M, N$  là trung điểm của  $AB, CD$  và  $I$  là trung điểm  $MN$ . CMR:

a)  $2\overrightarrow{MN} = \overrightarrow{AC} + \overrightarrow{BD}$

b)  $2\overrightarrow{MN} = \overrightarrow{AD} + \overrightarrow{BC}$

c)  $\vec{IA} + \vec{IB} + \vec{IC} + \vec{ID} = \vec{0}$



**Ví dụ 24.** Cho tam giác  $ABC$ . Lấy điểm  $M \in$  cạnh  $BC$  sao cho  $MB = 3MC$ . Hãy phân tích  $\overrightarrow{AM}$  theo các vectơ  $\overrightarrow{AB}$  và  $\overrightarrow{AC}$

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

**Ví dụ 25.** Cho tam giác  $ABC$ . Lấy  $M \in$  cạnh  $BC$  sao cho  $BM = \frac{2}{3}BC$ . Hãy phân tích  $\overrightarrow{AM}$  theo các vectơ  $\overrightarrow{AB}$  và  $\overrightarrow{AC}$ .

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

**Ví dụ 26.** Cho hình bình hành  $ABCD$ . Đặt  $\overrightarrow{AB} = \vec{a}$ ,  $\overrightarrow{AD} = \vec{b}$ . Hãy tính các vectơ sau theo các vectơ  $\vec{a}$  và  $\vec{b}$ .

a)  $\overrightarrow{DI}$  với  $I$  là trung điểm của  $BC$                       b)  $\overrightarrow{AG}$  với  $G$  là trọng tâm của tam giác  $CDI$

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....



## II - BÀI TẬP MẪU

**Ví dụ 28.** Cho hình chữ nhật  $ABCD$  tâm  $O$ ,  $M$  là một điểm bất kì,  $S$  là điểm thoả:  $\overrightarrow{MS} = \overrightarrow{MA} + \overrightarrow{MB} + \overrightarrow{MC} + \overrightarrow{MD}$ . Chứng minh đường thẳng  $MS$  luôn đi qua một điểm cố định.

**Ví dụ 29.** Cho hình bình hành  $ABCD$ . Gọi  $I$  là trung điểm của  $CD$ . Lấy điểm  $M$  trên đoạn  $BI$  sao cho  $BM = 2MI$ . Chứng minh rằng 3 điểm  $A, M, C$  thẳng hàng.

## III - BÀI TẬP TỰ LUYỆN

**Bài 33.** Cho tam giác  $ABC$  có trọng tâm  $G$ . Gọi  $I$  là trung điểm  $AG$  và  $K$  là điểm trên cạnh  $AB$  sao cho  $AB = 5AK$ . Chứng minh 3 điểm  $C, I, K$  thẳng hàng.

**Bài 34.** Cho tam giác  $ABC$  có  $I$  là điểm đối xứng của  $B$  qua  $C$ . Gọi  $J$  là trung điểm  $AC$  và  $K$  là điểm trên cạnh  $AB$  sao cho  $AB = 3AK$ . Chứng minh 3 điểm  $I, J, K$  thẳng hàng.

**Bài 35.** Cho hình bình hành  $ABCD$ , Gọi  $I, J$  là 2 điểm trên các đoạn  $BC, BD$  sao cho  $BC = 5BI$  và  $BD = 6BI$ . Chứng minh 3 điểm  $A, I, J$  thẳng hàng.

**Dạng 6. Tìm tập hợp điểm thỏa một hệ thức, một tính chất cho trước****I – PHƯƠNG PHÁP**

- Nếu là hệ thức véctơ thì biến đổi về dạng  $\overrightarrow{AM} = k \cdot \vec{v}$ , trong đó  $k$  là số thực thay đổi,  $\vec{v}$  là véctơ cho trước,  $A$  là điểm cố định cho trước. Như vậy tập hợp các điểm  $M$  là đường thẳng qua  $A$  và cùng phương với  $\vec{v}$ .
- Nếu là hệ thức về độ dài thì:
  - ✓ Rút gọn hệ thức đã cho về dạng  $|\overrightarrow{AM}| = l$  (với  $A$  cố định,  $l$  là độ dài cho sẵn). Như vậy tập hợp các điểm  $M$  là:
    - ① Đường tròn tâm  $A$  bán kính  $l$  nếu  $l > 0$ .
    - ② Điểm  $A$  nếu  $l = 0$ .
    - ③  $\emptyset$  nếu  $l < 0$
  - ✓ Rút gọn hệ thức đã cho về dạng  $|\overrightarrow{MA}| = |\overrightarrow{MB}|$  ( $A, B$  là hai điểm phân biệt cố định). Tập hợp các điểm  $M$  là trung trực của đoạn  $AB$ .

**II - BÀI TẬP MẪU**

**Ví dụ 30.** Cho tam giác  $ABC$ . Tìm tập hợp các điểm  $M$  thỏa mãn điều kiện sau:

a)  $\overrightarrow{MA} + \overrightarrow{MB} + \overrightarrow{MC} = \vec{0}$

b)  $\overrightarrow{MA} + 2\overrightarrow{MB} - \overrightarrow{MC} = k\overrightarrow{BC}$

c)  $|\overrightarrow{MA} + \overrightarrow{MB}| = |\overrightarrow{MA} + \overrightarrow{MC}|$

d)  $|\overrightarrow{MA} + \overrightarrow{MB}| = |\overrightarrow{MA} - \overrightarrow{MC}|$



## C - BÀI TẬP TỔNG HỢP

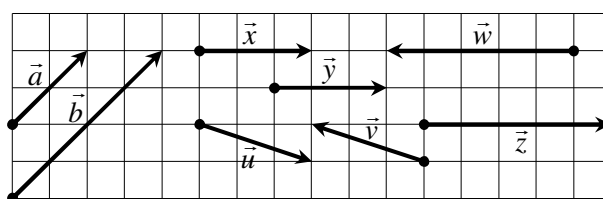
**Bài 37.** Các khẳng định sau đây có đúng không ?

- Hai vectơ cùng phương với một vectơ thứ ba thì cùng phương
- Hai vectơ cùng phương với một vectơ thứ ba khác vectơ  $\vec{0}$  thì cùng phương
- Hai vectơ cùng hướng với một vectơ thứ ba thì cùng hướng
- Hai vectơ cùng hướng với một vectơ thứ ba khác vectơ  $\vec{0}$  thì cùng hướng
- Hai vectơ ngược hướng với một vectơ thứ ba khác vectơ  $\vec{0}$  thì cùng hướng
- Điều kiện cần và đủ để hai vectơ bằng nhau là chúng có độ dài bằng nhau.

**Bài 38.** Cho ba vectơ  $\vec{a}$ ,  $\vec{b}$ ,  $\vec{c}$  đều khác vectơ  $\vec{0}$ . Các khẳng định sau đây đúng hay sai ?

- Nếu hai vectơ  $\vec{a}$ ,  $\vec{b}$  cùng phương với  $\vec{c}$  thì  $\vec{a}$  và  $\vec{b}$  cùng phương.
- Nếu  $\vec{a}$ ,  $\vec{b}$  cùng ngược hướng với  $\vec{c}$  thì  $\vec{a}$  và  $\vec{b}$  cùng hướng.

**Bài 39.** Trong hình sau, hãy chỉ ra các vectơ cùng phương, cùng hướng, ngược hướng và các vectơ bằng nhau, đối nhau:



**Bài 40.** Cho lục giác đều  $ABCDEF$  có tâm  $O$ .

- Tìm các vectơ khác  $\vec{0}$  là cùng phương với  $\vec{OA}$ .
- Tìm các vectơ bằng vectơ  $\vec{AB}$ .

**Bài 41.** Cho lục giác đều  $ABCDEF$ . Hãy vẽ các vectơ bằng vectơ và có:

- Các điểm đầu là  $B$ ,  $F$ ,  $C$ .
- Các điểm cuối là  $F$ ,  $D$ ,  $C$ .

**Bài 42.** Gọi  $C$  là trung điểm của đoạn thẳng  $AB$ . Các khẳng định sau đây đúng hay sai ?

- $\vec{AC}$  và  $\vec{BC}$  cùng hướng
- $\vec{AC}$  và  $\vec{AB}$  cùng hướng
- $\vec{AB}$  và  $\vec{BC}$  ngược hướng
- $|\vec{AB}| = |\vec{BC}|$
- $|\vec{AC}| = |\vec{BC}|$
- $|\vec{AB}| = 2|\vec{BC}|$

**Bài 43.** Cho hình bình hành  $ABCD$  với tâm  $O$ . Hãy điền vào chỗ trống (...) để được đẳng thức đúng:

- $\vec{AB} + \vec{AD} = \dots\dots\dots$
- $\vec{AB} + \vec{CD} = \dots\dots\dots$
- $\vec{AB} + \vec{OA} = \dots\dots\dots$
- $\vec{OA} + \vec{OC} = \dots\dots\dots$
- $\vec{OA} + \vec{OB} + \vec{OC} + \vec{OD} = \dots\dots\dots$

**Bài 44.** Cho hình bình hành  $ABCD$  với tâm  $O$ . Mỗi khẳng định sau đây đúng hay sai ?

- $|\vec{AB} + \vec{AD}| = |\vec{BD}|$
- $\vec{AB} + \vec{BD} = \vec{BC}$
- $\vec{OA} + \vec{OB} = \vec{OC} + \vec{OD}$
- $\vec{BD} + \vec{AC} = \vec{AD} + \vec{BC}$
- $\vec{OA} - \vec{OB} = \vec{AB}$
- $\vec{CO} - \vec{OB} = \vec{BA}$
- $\vec{AB} - \vec{AD} = \vec{AC}$
- $\vec{AB} - \vec{AD} = \vec{BD}$
- $\vec{CD} - \vec{CO} = \vec{BD} - \vec{BO}$

**Bài 45.** Cho đoạn thẳng  $AB$  và điểm  $M$  nằm giữa  $A$  và  $B$  sao cho  $AM > MB$ . Vẽ các vectơ  $\vec{MA} + \vec{MB}$  và  $\vec{MA} - \vec{MB}$ .

**Bài 46.** Chứng minh rằng đối với tứ giác  $ABCD$  bất kì, ta luôn có:

- $\vec{AB} + \vec{BC} + \vec{CD} + \vec{DA} = \vec{0}$
- $\vec{AB} - \vec{AD} = \vec{CB} - \vec{CD}$

**Bài 47.** Cho tam giác  $ABC$  đều có độ dài cạnh là  $a$ ,  $G$  là trọng tâm. Tính độ dài các vectơ  $\vec{AB} + \vec{AC}$ ,  $\vec{AB} - \vec{BC}$ ,  $\vec{GB} + \vec{GC}$ .

- Bài 48.** Cho tam giác  $ABC$  vuông tại  $A$  có  $AB = AC = 2$  cm. Tính  $|\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AC}|$  ?
- Bài 49.** Cho hình chữ nhật  $ABCD$  có  $AB = 5$  cm,  $BC = 10$  cm. Tính  $|\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AC} + \overrightarrow{AD}|$ .
- Bài 50.** Cho tam giác  $ABC$  vuông tại  $A$  có  $\hat{B} = 60^\circ$ ,  $BC = 2$  cm.  
Tính  $|\overrightarrow{AB}|$ ,  $|\overrightarrow{AC}|$ ,  $|\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AC}|$ ,  $|\overrightarrow{AB} - \overrightarrow{AC}|$  ?
- Bài 51.** Cho tam giác  $ABC$  vuông tại  $B$  có  $\hat{A} = 30^\circ$ ,  $BC = a$ . Gọi  $I$  là trung điểm của  $AC$ . Hãy tính:  $|\overrightarrow{AC}|$ ,  $|\overrightarrow{AI}|$ ,  $|\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AC}|$ ,  $|\overrightarrow{BC}|$  ?
- Bài 52.** Cho hình thang vuông  $ABCD$  có  $\hat{A} = \hat{D} = 90^\circ$ . Biết  $AB = AD = a$ ,  $\hat{C} = 45^\circ$ . Tính  $|\overrightarrow{CD}|$ ,  $|\overrightarrow{BD}|$  ?
- Bài 53.** Cho tam giác  $ABC$  đều nội tiếp đường tròn tâm  $O$ .  
a) Hãy xác định các điểm  $M, N, P$  sao cho:  $\overrightarrow{OM} = \overrightarrow{OA} + \overrightarrow{OB}$ ;  $\overrightarrow{ON} = \overrightarrow{OB} + \overrightarrow{OC}$ ;  $\overrightarrow{OP} = \overrightarrow{OC} + \overrightarrow{OA}$   
b) Chứng minh rằng:  $\overrightarrow{OA} + \overrightarrow{OB} + \overrightarrow{OC} = \vec{0}$
- Bài 54.** Cho 6 điểm  $A, B, C, D, E, F$ . Chứng minh rằng:  
$$\overrightarrow{AD} + \overrightarrow{BE} + \overrightarrow{CF} = \overrightarrow{AE} + \overrightarrow{BF} + \overrightarrow{CD} = \overrightarrow{AF} + \overrightarrow{BD} + \overrightarrow{CE}$$
- Bài 55.** Cho hình bình hành  $ABCD$ . Chứng minh rằng:  $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AC} + \overrightarrow{AD} = 2\overrightarrow{AC}$ .
- Bài 56.** Cho  $AK$  và  $BM$  là hai trung tuyến của tam giác  $ABC$ . Hãy phân tích các vector  $\overrightarrow{AB}$ ,  $\overrightarrow{BC}$ ,  $\overrightarrow{CA}$  theo hai vector  $\vec{u} = \overrightarrow{AK}$  và  $\vec{v} = \overrightarrow{BM}$ .
- Bài 57.** Cho tam giác  $ABC$  có  $G$  là trọng tâm. Đặt  $\vec{a} = \overrightarrow{GA}$  và  $\vec{b} = \overrightarrow{GB}$ . Hãy biểu diễn mỗi vector  $\overrightarrow{AB}$ ,  $\overrightarrow{GC}$ ,  $\overrightarrow{BC}$  và  $\overrightarrow{CA}$  theo các vector  $\vec{a}$  và  $\vec{b}$ .
- Bài 58.** Chứng minh rằng nếu  $G$  và  $G'$  lần lượt là trọng tâm của tam giác  $ABC$  và tam giác  $A'B'C'$  thì  $3\overrightarrow{GG'} = \overrightarrow{AA'} + \overrightarrow{BB'} + \overrightarrow{CC'}$ . Từ đó suy ra điều kiện cần và đủ để hai tam giác  $ABC$  và  $A'B'C'$  có trọng tâm trùng nhau.
- Bài 59.** Trên đường thẳng chứa cạnh  $BC$  của tam giác  $ABC$  lấy một điểm  $M$  sao cho  $\overrightarrow{MB} = 3\overrightarrow{MC}$ . Hãy phân tích vector  $\overrightarrow{AM}$  theo hai vector  $\overrightarrow{AB}$  và  $\overrightarrow{AC}$ .
- Bài 60.** Gọi  $AM$  là trung tuyến của tam giác  $ABC$  và  $D$  là trung điểm của đoạn  $AM$ . CMR:  
a)  $2\overrightarrow{DA} + \overrightarrow{DB} + \overrightarrow{DC} = \vec{0}$   
b)  $2\overrightarrow{OA} + \overrightarrow{OB} + \overrightarrow{OC} = 4\overrightarrow{OD}$  với  $O$  là điểm tùy ý.
- Bài 61.** Gọi  $M$  và  $N$  lần lượt là trung điểm của các cạnh  $AB$  và  $CD$  của tứ giác  $ABCD$ . Chứng minh rằng:  $2\overrightarrow{MN} = \overrightarrow{AC} + \overrightarrow{BD} = \overrightarrow{BC} + \overrightarrow{AD}$
- Bài 62.** Cho lục giác  $ABCDEF$ . Gọi  $M, N, P, Q, R, S$  lần lượt là trung điểm của các cạnh  $AB, BC, CD, DE, EF, FA$ . Chứng minh rằng hai tam giác  $MPR$  và  $NQS$  có cùng trọng tâm.
- Bài 63.** Cho tam giác đều  $ABC$  có  $O$  là trọng tâm và  $M$  là một điểm tùy ý trong tam giác. Gọi  $D, E, F$  lần lượt là chân đường vuông góc hạ từ  $M$  đến  $BC, AC, AB$ . Chứng minh:  
$$\overrightarrow{MD} + \overrightarrow{ME} + \overrightarrow{MF} = \frac{3}{2}\overrightarrow{MO}$$
- Bài 64.** Cho tam giác vuông cân  $OAB$  với  $OA = OB = a$ . Hãy dựng các vector sau đây và tính độ dài của chúng:  
a)  $\overrightarrow{OA} + \overrightarrow{OB}$       b)  $\overrightarrow{OA} - \overrightarrow{OB}$       c)  $3\overrightarrow{OA} + 4\overrightarrow{OB}$       d)  $\frac{21}{4}\overrightarrow{OA} + \frac{5}{2}\overrightarrow{OB}$       e)  $\frac{11}{4}\overrightarrow{OA} - \frac{3}{7}\overrightarrow{OB}$

**Bài 65.** Cho tam giác  $OAB$ . Gọi  $M, N$  lần lượt là trung điểm của hai cạnh  $OA$  và  $OB$ . Hãy tìm các số  $m$  và  $n$  thích hợp trong mỗi đẳng thức sau đây:

a)  $\overrightarrow{OM} = m\overrightarrow{OA} + n\overrightarrow{OB}$     b)  $\overrightarrow{MN} = m\overrightarrow{OA} + n\overrightarrow{OB}$     c)  $\overrightarrow{AN} = m\overrightarrow{OA} + n\overrightarrow{OB}$     d)  $\overrightarrow{MB} = m\overrightarrow{OA} + n\overrightarrow{OB}$

**Bài 66.** Cho tam giác  $ABC$  và điểm  $G$ . Chứng minh rằng:

a) Nếu  $\overrightarrow{GA} + \overrightarrow{GB} + \overrightarrow{GC} = \vec{0}$  thì  $G$  là trọng tâm tam giác  $ABC$ .

b) Nếu có điểm  $O$  sao cho  $\overrightarrow{OA} + \overrightarrow{OB} + \overrightarrow{OC} = 3\overrightarrow{OG}$  thì  $G$  là trọng tâm tam giác  $ABC$ .

**Bài 67.** Cho tam giác  $ABC$ .

a) Tìm điểm  $I$  sao cho:  $\overrightarrow{IA} + 2\overrightarrow{IB} = \vec{0}$

b) Tìm điểm  $K$  sao cho:  $\overrightarrow{KA} + 2\overrightarrow{KB} = \overrightarrow{CB}$

c) Tìm điểm  $D$  sao cho:  $3\overrightarrow{DA} + 2\overrightarrow{DB} = \vec{0}$

d) Tìm điểm  $M$  sao cho:  $\overrightarrow{MA} + \overrightarrow{MB} + 2\overrightarrow{MC} = \vec{0}$

e) Tìm điểm  $N$  sao cho:  $\overrightarrow{NA} - 2\overrightarrow{NB} = \vec{0}$

f) Tìm điểm  $P$  sao cho:  $\overrightarrow{PA} - \overrightarrow{PB} - 2\overrightarrow{PC} = \vec{0}$

g) Tìm điểm  $Q$  sao cho:  $\overrightarrow{QA} + \overrightarrow{QB} + \overrightarrow{QC} = \overrightarrow{BC}$

h) Tìm điểm  $L$  sao cho:  $2\overrightarrow{LA} - \overrightarrow{LB} + 3\overrightarrow{LC} = \overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AC}$

i) Tìm điểm  $H$  sao cho:  $2\overrightarrow{HA} - 3\overrightarrow{HB} = 3\overrightarrow{BC}$

j) Tìm điểm  $R$  sao cho:  $2\overrightarrow{RA} + \overrightarrow{RB} = 2\overrightarrow{BC} + \overrightarrow{CA}$

k) Tìm điểm  $S$  sao cho:  $\overrightarrow{SA} + \overrightarrow{SB} - \overrightarrow{SC} = \overrightarrow{BC}$

l) Tìm điểm  $T$  sao cho:  $\overrightarrow{TA} + \overrightarrow{TB} + \overrightarrow{TC} = \overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AC}$

m) Tìm điểm  $U$  sao cho:  $3\overrightarrow{UA} + \overrightarrow{UB} + \overrightarrow{UC} = \vec{0}$

**Bài 68.** Cho 4 điểm  $A, B, C, D$  bất kỳ. Gọi  $E, F$  lần lượt là trung điểm của  $AB, CD$ ;  $O$  là trung điểm của  $EF$ . Chứng minh:

a)  $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{CD} = \overrightarrow{AD} - \overrightarrow{BC}$ ;  $\overrightarrow{AD} + \overrightarrow{BC} = 2\overrightarrow{EF}$     b)  $\overrightarrow{AB} - \overrightarrow{CD} = \overrightarrow{AC} - \overrightarrow{BD}$

c)  $\overrightarrow{OA} + \overrightarrow{OB} + \overrightarrow{OC} + \overrightarrow{OD} = \vec{0}$     d)  $\overrightarrow{MA} + \overrightarrow{MB} + \overrightarrow{MC} + \overrightarrow{MD} = 4\overrightarrow{MO}$

e)  $4\overrightarrow{AO} = \overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AC} + \overrightarrow{AD}$

**Bài 69.** Cho  $\triangle ABC$ . Gọi  $M$  là điểm trên đoạn  $BC$  sao cho  $MB = 2MC$ . Chứng minh rằng:

$$\overrightarrow{AM} = \frac{1}{3}\overrightarrow{AB} + \frac{2}{3}\overrightarrow{AC}.$$

**Bài 70.** Cho  $\triangle ABC$ . Gọi  $M$  là trung điểm  $AB$ ,  $N$  là một điểm trên cạnh  $AC$  sao cho  $\overrightarrow{CN} = 2\overrightarrow{NA}$ ,  $K$  là trung điểm của  $MN$ .

a) Chứng minh rằng:  $\overrightarrow{AK} = \frac{1}{4}\overrightarrow{AB} + \frac{1}{6}\overrightarrow{AC}$ .

b) Gọi  $D$  là trung điểm  $BC$ . Chứng minh:  $\overrightarrow{KD} = \frac{1}{4}\overrightarrow{AB} + \frac{1}{3}\overrightarrow{AC}$ .

**Bài 71.** Cho  $\triangle ABC$ . Gọi  $G$  là trọng tâm và  $H$  là điểm đối xứng với  $B$  qua  $G$ .

a) Chứng minh:  $\overrightarrow{AH} = \frac{2}{3}\overrightarrow{AC} - \frac{1}{3}\overrightarrow{AB}$  và  $\overrightarrow{CH} = -\frac{1}{3}(\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AC})$ .

b) Gọi  $M$  là trung điểm  $BC$ . Chứng minh:  $\overrightarrow{MH} = \frac{1}{6}\overrightarrow{AC} - \frac{5}{6}\overrightarrow{AB}$ .

**Bài 72.** Cho tứ giác  $ABCD$  với  $\overrightarrow{AB} = \vec{b}$ ,  $\overrightarrow{AC} = \vec{c}$ ,  $\overrightarrow{AD} = \vec{d}$ .

a) Phân tích các vectơ  $\overrightarrow{BC}$ ,  $\overrightarrow{CD}$ ,  $\overrightarrow{DB}$  theo các vectơ  $\vec{b}$ ,  $\vec{c}$  và  $\vec{d}$ .

b) Gọi  $Q$  là trọng tâm của  $\triangle BCD$ . Phân tích  $\overrightarrow{AQ}$  theo  $\vec{b}$ ,  $\vec{c}$  và  $\vec{d}$ .

**Bài 73.** Cho  $\Delta ABC$ . Đặt  $\overrightarrow{AB} = \vec{u}$ ,  $\overrightarrow{AC} = \vec{v}$ .

- Gọi  $P$  là điểm đối xứng của  $B$  qua  $C$ . Tính  $\overrightarrow{AP}$  theo  $\vec{u}$  và  $\vec{v}$ .
- Gọi  $Q, R$  là 2 điểm định bởi  $\overrightarrow{AQ} = \frac{1}{2}\overrightarrow{AC}$  và  $\overrightarrow{AR} = \frac{1}{3}\overrightarrow{AB}$ . Tính  $\overrightarrow{PR}, \overrightarrow{RQ}$  theo  $\vec{u}$  và  $\vec{v}$ .
- Suy ra ba điểm  $P, Q, R$  thẳng hàng.

**Bài 74.** Cho  $\Delta ABC$ . Gọi  $K$  là điểm sao cho  $\overrightarrow{KA} + \overrightarrow{KB} + \overrightarrow{KC} = \vec{0}$ .

- Chứng minh rằng:  $K$  là trọng tâm của tam giác  $ABC$ .
- Gọi  $H$  là trực tâm và  $O$  là tâm đường tròn ngoại tiếp  $\Delta ABC$ ,  $AO$  cắt đường tròn  $(O)$  tại  $D$ . Chứng minh rằng  $BHCD$  là hình bình hành.
- Gọi  $I$  là trung điểm của  $BC$ . Chứng minh:  $\overrightarrow{AH} = 2\overrightarrow{OI}$ .
- Chứng minh:
 

◆  $\overrightarrow{HA} + \overrightarrow{HB} + \overrightarrow{HC} = 2\overrightarrow{HO}$ 
◆  $\overrightarrow{OA} + \overrightarrow{OB} + \overrightarrow{OC} = \overrightarrow{OH}$ 
◆  $O, H, K$  thẳng hàng.

**Bài 75.** Cho hình chữ nhật  $ABCD$ . Gọi  $I, J$  là 2 điểm sao cho:

$$\overrightarrow{IA} + 3\overrightarrow{IB} = \vec{0} \text{ và } \overrightarrow{JC} - 5\overrightarrow{JD} = \vec{0}$$

- Tính  $\vec{a} = \overrightarrow{IC} + \overrightarrow{ID} + 2\overrightarrow{IB}$  theo  $\overrightarrow{AD}$ .
- Gọi  $M, P, Q$  là các điểm thỏa hệ thức:  $\overrightarrow{MP} = \overrightarrow{MA} + 3\overrightarrow{MB}$  và  $\overrightarrow{MQ} = \overrightarrow{MC} - 5\overrightarrow{MD}$   
Chứng minh rằng:  $I, M, P$  và  $J, M, Q$  thẳng hàng.

**Bài 76.** Cho  $\Delta ABC$ . Gọi  $M, N, P$  là trung điểm  $BC, CA, AB$ .

- Chứng minh:  $\overrightarrow{AM} + \overrightarrow{BN} + \overrightarrow{CP} = \vec{0}$ .
- Lấy điểm  $O$  bất kỳ. C/minh:  $\overrightarrow{OA} + \overrightarrow{OB} + \overrightarrow{OC} = \overrightarrow{OM} + \overrightarrow{ON} + \overrightarrow{OP}$ .
- Có nhận xét gì về trọng tâm 2 tam giác  $ABC$  và  $MNP$ ?

**Bài 77.** Cho  $\Delta ABC$ . Lấy điểm  $M$  tùy ý.

- Chứng minh:  $\vec{v} = \overrightarrow{MA} + 2\overrightarrow{MB} - 3\overrightarrow{MC}$  không phụ thuộc vào vị trí  $M$ .
- Dựng  $D$  sao cho  $\overrightarrow{CD} = \vec{v}$ . Đường thẳng  $CD$  cắt  $AB$  tại  $K$ .  
Chứng minh rằng:  $\overrightarrow{KA} + 2\overrightarrow{KB} = \vec{0}$  và  $\overrightarrow{CD} = 3\overrightarrow{CK}$ .

**Bài 78.** Cho  $\Delta ABC$ . Lấy  $M, N, P$  thỏa:  $\overrightarrow{MB} = 2\overrightarrow{MC}$ ,  $\overrightarrow{NA} + 2\overrightarrow{NC} = \vec{0}$ ,  $\overrightarrow{PA} + \overrightarrow{PB} = \vec{0}$

- Tính  $\overrightarrow{PM}, \overrightarrow{PN}$  theo  $\overrightarrow{AB}$  và  $\overrightarrow{AC}$ .
- Suy ra ba điểm  $M, N, P$  thẳng hàng.

**Bài 79.** Cho  $\Delta ABC$ , hãy dựng điểm  $I, J, K, L$  thỏa:

- $\overrightarrow{IA} - \overrightarrow{IB} + 2\overrightarrow{IC} = \overrightarrow{AB}$
- $\overrightarrow{JA} + \overrightarrow{JB} + \overrightarrow{JC} = \overrightarrow{AB} - 2\overrightarrow{AC}$
- $\overrightarrow{KA} + \overrightarrow{KB} + 2\overrightarrow{KC} = \vec{0}$
- $3\overrightarrow{LA} - 2\overrightarrow{LB} + \overrightarrow{LC} = \vec{0}$

**Bài 80.** Cho hình bình hành  $ABCD$  tâm  $O$ . Hãy xác định điểm  $I, J, K$  thỏa:

- $\overrightarrow{IA} + \overrightarrow{IB} + \overrightarrow{IC} = 4\overrightarrow{ID}$
- $2\overrightarrow{JA} + 2\overrightarrow{JB} = 3\overrightarrow{JC} - \overrightarrow{JD}$
- $4\overrightarrow{KA} + 3\overrightarrow{KB} + 2\overrightarrow{KC} + \overrightarrow{KD} = \vec{0}$

**Bài 81.** Cho  $\Delta ABC$ . Tìm tập hợp những điểm  $M$  thỏa:

- $|\overrightarrow{MA} + \overrightarrow{MB}| = |\overrightarrow{MA} - \overrightarrow{MB}|$
- $|2\overrightarrow{MA} + \overrightarrow{MC}| = |\overrightarrow{MA} + 2\overrightarrow{MC}|$
- $|\overrightarrow{MA} + \overrightarrow{MB} + \overrightarrow{MC}| = 3|\overrightarrow{MB} - \overrightarrow{MC}|$
- $|\overrightarrow{MA} + \overrightarrow{MB} + \overrightarrow{MC}| = \frac{3}{2}|\overrightarrow{MB} + \overrightarrow{MC}|$
- $|4\overrightarrow{MA} + \overrightarrow{MB} + \overrightarrow{MC}| = |2\overrightarrow{MA} - \overrightarrow{MB} - \overrightarrow{MC}|$

**Bài 82.** Cho  $\Delta ABC$  đều tâm  $O$ . Lấy một điểm  $M$  nằm trong tam giác. Gọi  $D, E, F$  lần lượt là hình chiếu của  $M$  xuống ba cạnh. Chứng minh rằng:  $\overrightarrow{MD} + \overrightarrow{ME} + \overrightarrow{MF} = \frac{3}{2}\overrightarrow{MO}$ .

**Bài 83.** Cho ngũ giác đều  $ABCDE$  tâm  $O$ . Chứng minh rằng:  $\overrightarrow{OB} + \overrightarrow{OC} + \overrightarrow{OD} + \overrightarrow{OE} = \vec{0}$

**Bài 84.** Cho lục giác đều  $ABCDEF$ .

- Biểu diễn các vectơ  $\overrightarrow{AC}$ ,  $\overrightarrow{AD}$ ,  $\overrightarrow{AE}$ ,  $\overrightarrow{EF}$  theo các vectơ  $\overrightarrow{AB}$  và  $\overrightarrow{AC}$ .
- Tìm tập hợp các điểm  $M$  sao cho:  $|\overrightarrow{MA} + \overrightarrow{MB} + \overrightarrow{MC} + \overrightarrow{MD}| = 3|\overrightarrow{MA} - \overrightarrow{MD}|$ .
- Tìm tập hợp các điểm  $M$  sao cho:  $|\overrightarrow{MA} + \overrightarrow{MB} + \overrightarrow{MC}| = |\overrightarrow{MD} + \overrightarrow{ME} + \overrightarrow{MF}|$ .

**Bài 85.** Cho hình bình hành  $ABCD$  tâm  $O$ . Gọi  $M, N$  là hai điểm trên hai cạnh  $AB, CD$  sao cho:  $3AM = AB$ ,  $2CN = CD$ .

- Tính  $\overrightarrow{AN}$  theo  $\overrightarrow{AB}$  và  $\overrightarrow{AC}$ .
- Gọi  $G$  là trọng tâm của  $\triangle BMN$ . Tính  $\overrightarrow{AG}$  theo  $\overrightarrow{AB}$  và  $\overrightarrow{AC}$ .
- Gọi  $I$  thỏa  $\overrightarrow{BI} = \frac{6}{11}\overrightarrow{BC}$ . Chứng minh  $A, I, G$  thẳng hàng.
- Tìm tập hợp các điểm  $M$  sao cho:  $|\overrightarrow{MA} + \overrightarrow{MB} + \overrightarrow{MC} + \overrightarrow{MD}| = 4AB$ .

**Bài 86.** Cho  $\triangle ABC$ . Lấy  $P, Q, R$  thỏa:  $3\overrightarrow{PB} + 4\overrightarrow{PC} = \vec{0}$ ,  $3\overrightarrow{AQ} = 2\overrightarrow{QC}$ ,  $k\overrightarrow{RA} = \overrightarrow{RB}$  ( $k \neq 1$ ). Tìm  $k$  sao cho  $P, Q, R$  thẳng hàng.

**Bài 87.** Cho  $\triangle ABC$  cố định.

- Hãy xác định điểm  $I$  sao cho:  $\overrightarrow{IA} + 3\overrightarrow{IB} - 2\overrightarrow{IC} = \vec{0}$ .
- Gọi  $M$  là một điểm di động. Lấy  $N$  thỏa:  $\overrightarrow{MN} = \overrightarrow{MA} + 3\overrightarrow{MB} - 2\overrightarrow{MC}$ . Chứng minh  $MN$  luôn đi qua một điểm cố định.

**Bài 88.** Cho  $\triangle ABC$ . Gọi  $I, J$  là hai điểm thỏa:  $\overrightarrow{IA} = 2\overrightarrow{IB}$  và  $3\overrightarrow{JA} + 2\overrightarrow{JC} = \vec{0}$ . Chứng minh:  $IJ$  qua trọng tâm  $G$  của  $\triangle ABC$ .

**Bài 89.** Cho  $\triangle ABC$ . Gọi  $I$  là điểm định bởi:  $3\overrightarrow{IA} - \overrightarrow{IB} + 2\overrightarrow{IC} = \vec{0}$ . Xác định giao điểm của:

- $IA$  với  $BC$ .
- $IG$  với  $AB$ , với  $G$  là trọng tâm  $\triangle ABC$ .

**Bài 90.** Cho  $\triangle ABC$  và vectơ  $\vec{v} = 3\overrightarrow{MA} - 2\overrightarrow{MB} - \overrightarrow{MC}$ , với  $M$  là điểm bất kỳ.

- Chứng minh:  $\vec{v}$  là vectơ không đổi.
- Vẽ vectơ  $\overrightarrow{AD} = \vec{v}$ . Chứng minh đường thẳng  $AD$  luôn luôn đi qua một điểm cố định khi  $M$  thay đổi.
- Vẽ vectơ  $\overrightarrow{MN} = \vec{v}$ . Gọi  $P$  là trung điểm của  $CN$ . Chứng minh rằng  $MP$  đi qua một điểm cố định khi  $M$  thay đổi.

**Bài 91.** Cho ba lực  $\vec{F}_1 = \overrightarrow{MA}$ ,  $\vec{F}_2 = \overrightarrow{MB}$  và  $\vec{F}_3 = \overrightarrow{MC}$  cùng tác động vào một vật tại điểm  $M$  và vật đứng yên. Cho biết cường độ của  $\vec{F}_1$ ,  $\vec{F}_2$  đều là 100 N và  $\widehat{AMB} = 60^\circ$ . Tìm cường độ và hướng của lực  $\vec{F}_3$ .

**Bài 92.** Cho hai lực  $\vec{F}_1$  và  $\vec{F}_2$  cùng có điểm đặt tại  $O$ . Tìm cường độ lực tổng hợp của chúng trong các trường hợp sau:

- $\vec{F}_1$  và  $\vec{F}_2$  cùng có cường độ 100 N, góc hợp bởi  $\vec{F}_1$  và  $\vec{F}_2$  bằng  $120^\circ$ .
- $\vec{F}_1$  và  $\vec{F}_2$  cùng có cường độ 100 N, góc hợp bởi  $\vec{F}_1$  và  $\vec{F}_2$  bằng  $90^\circ$ .
- $\vec{F}_1$  và  $\vec{F}_2$  cùng có cường độ 100 N, góc hợp bởi  $\vec{F}_1$  và  $\vec{F}_2$  bằng  $60^\circ$ .
- Cường độ của  $\vec{F}_1$  là 40 N, của  $\vec{F}_2$  là 30 N và góc hợp bởi  $\vec{F}_1$  và  $\vec{F}_2$  bằng  $0^\circ$ .
- Cường độ của  $\vec{F}_1$  là 100 N, của  $\vec{F}_2$  là 50 N và góc hợp bởi  $\vec{F}_1$  và  $\vec{F}_2$  bằng  $180^\circ$ .

## D - CÂU HỎI TRẮC NGHIỆM

- Câu 1.** Trong các điều kiện sau, câu nào xác định được một vectơ duy nhất?  
**A.** Hai điểm phân biệt. **B.** Hướng của một vectơ.  
**C.** Độ dài một vectơ. **D.** Hướng và độ dài.
- Câu 2.** Mệnh đề nào sau đây là sai?  
**A.**  $\vec{a} \neq \vec{0} \Leftrightarrow |\vec{a}| \neq 0$   
**B.** Cho ba điểm  $A, B, C$  phân biệt thẳng hàng  $\overrightarrow{CA}, \overrightarrow{CB}$  cùng hướng khi và chỉ khi  $C$  nằm ngoài đoạn  $AB$ .  
**C.**  $\vec{a}, \vec{b}$  cùng phương với  $\vec{c}$  thì  $\vec{a}, \vec{b}$  cùng phương.  
**D.**  $|\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AC}| = |\overrightarrow{AC}|$ .
- Câu 3.** Cho ba điểm  $A, B, C$  phân biệt thẳng hàng. Câu nào sau đây đúng?  
**A.** Nếu  $B$  là trung điểm của  $AC$  thì  $\overrightarrow{AB} = \overrightarrow{CB}$   
**B.** Nếu điểm  $B$  nằm giữa  $A$  và  $C$  thì  $\overrightarrow{BC}, \overrightarrow{BA}$  ngược hướng.  
**C.** Nếu  $|\overrightarrow{AB}| > |\overrightarrow{AB}|$  thì  $B$  nằm trên đoạn  $AC$ .  
**D.**  $|\overrightarrow{CA} + \overrightarrow{AB}| = |\overrightarrow{CA}| + |\overrightarrow{AB}|$ .
- Câu 4.** Mệnh đề nào sau đây là sai?  
**A.**  $\overrightarrow{AB} = \overrightarrow{AC} \Rightarrow B \equiv C$ .  
**B.** Với mọi điểm  $A, B, C$  bất kì ta luôn có:  $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{BC} = \overrightarrow{AC}$ .  
**C.**  $\overrightarrow{BA} + \overrightarrow{BC} = \vec{0}$  khi và chỉ khi  $B$  là trung điểm  $AC$ .  
**D.** Tứ giác  $ABCD$  là hình bình hành khi và chỉ khi  $\overrightarrow{AB} = \overrightarrow{CD}$ .
- Câu 5.** Cho tam giác  $ABC$  có trực tâm  $H$  và nội tiếp trong đường tròn tâm  $O$ .  $B'$  là điểm đối xứng của  $B$  qua  $O$ . Mệnh đề nào sau đây là sai?  
**A.**  $\overrightarrow{AH}, \overrightarrow{B'C}$  cùng phương. **B.**  $\overrightarrow{CH}, \overrightarrow{B'A}$  cùng phương.  
**C.**  $AHCB'$  là hình bình hành. **D.**  $\overrightarrow{HB} = \overrightarrow{HA} + \overrightarrow{HC}$ .
- Câu 6.** Cho tam giác  $ABC$  có trọng tâm  $G, M$  là trung điểm của  $BC$  và  $O$  là điểm bất kì. Mệnh đề nào sau đây là sai?  
**A.**  $\overrightarrow{MB} + \overrightarrow{MC} = \vec{0}$ . **B.**  $\overrightarrow{OB} + \overrightarrow{OC} = 2\overrightarrow{OM}$ .  
**C.**  $\overrightarrow{OG} = \overrightarrow{OA} + \overrightarrow{OB} + \overrightarrow{OC}$ . **D.**  $\overrightarrow{GA} + \overrightarrow{GB} + \overrightarrow{GC} = \vec{0}$ .
- Câu 7.** Cho  $\Delta ABC$  có trọng tâm  $G$  và điểm  $M$  thỏa mãn  $2\overrightarrow{MA} + \overrightarrow{MB} + 3\overrightarrow{MC} = \vec{0}$  thì  $\overrightarrow{GM}$  bằng:  
**A.**  $\frac{1}{6}\overrightarrow{BC}$ . **B.**  $\frac{1}{6}\overrightarrow{CA}$ . **C.**  $\frac{1}{6}\overrightarrow{AB}$ . **D.**  $\frac{1}{3}\overrightarrow{BC}$ .
- Câu 8.** Cho tam giác  $ABC$  câu nào sau đây là đúng?  
**A.**  $\overrightarrow{AB} - \overrightarrow{AC} = \overrightarrow{BC}$ . **B.**  $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{CA} + \overrightarrow{BC} = \vec{0}$ .  
**C.**  $\overrightarrow{AC} + \overrightarrow{BA} = \overrightarrow{CB}$ . **D.**  $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AC} > \overrightarrow{BC}$ .
- Câu 9.** Cho tam giác  $ABC$  cân tại đỉnh  $A$ . Mệnh đề nào sau đây sai?  
**A.**  $\overrightarrow{AB} = \overrightarrow{AC}$ . **B.**  $|\overrightarrow{AB} - \overrightarrow{AC}| = |\overrightarrow{BC}|$ . **C.**  $|\overrightarrow{BC} + \overrightarrow{AB}| = |\overrightarrow{AB}|$ . **D.**  $|\overrightarrow{AB}| = |\overrightarrow{AC}|$ .
- Câu 10.** Cho tam giác  $ABC$  đều cạnh  $a$ . Khi đó  $|\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AC}|$  bằng:  
**A.**  $a\sqrt{3}$ . **B.**  $\frac{a\sqrt{3}}{2}$ . **C.**  $2a$ . **D.**  $2a\sqrt{3}$ .

**Câu 11.** Cho tam giác đều  $ABC$  cạnh  $a$ . Khi đó  $|\overrightarrow{AB} - \overrightarrow{AC}|$  bằng

- A. 0.                                      B.  $\frac{a}{2}$ .                                      C.  $a$ .                                      D.  $a\sqrt{3}$ .

**Câu 12.** Cho bốn vector  $\vec{a}, \vec{b}, \vec{c}, \vec{d}$  bất kì. Câu nào sau đây **sai** ?

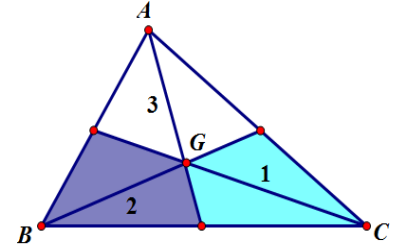
- A.  $(\vec{a} + \vec{b}) + (\vec{c} + \vec{d}) = (\vec{a} + \vec{d}) + (\vec{b} + \vec{c})$                                       B.  $|\vec{a}| = |\vec{b}| \Leftrightarrow \vec{a} = \pm \vec{b}$   
C.  $\vec{b} + \vec{c} = \vec{a} \Rightarrow \vec{b} = \vec{a} - \vec{c}$                                       D.  $\vec{a} + (-\vec{a}) = \vec{0}$

**Câu 13.** Cho tam giác  $ABC$  vuông cân tại  $A$  có  $AB = 6$ . Độ dài của vector  $\overrightarrow{BC} - \overrightarrow{BA}$  bằng:

- A.  $6\sqrt{2}$ .                                      B. 6.                                      C.  $3\sqrt{2}$ .                                      D. 3.

**Câu 14.** Gọi  $G$  là trọng tâm của tam giác  $ABC$ , nếu điểm  $M$  thỏa hệ thức  $\overrightarrow{MA} + \overrightarrow{MB} + 4\overrightarrow{MC} = \vec{0}$  thì vị trí của điểm  $M$  trong hình vẽ ?

- A. Miền 1.                                      B. Miền 2.  
C. Miền 3.                                      D. ở ngoài tam giác  $ABC$ .



**Câu 15.** Cho tam giác  $ABC$ . Trên cạnh  $BC$  lấy điểm  $D$  sao cho  $\overrightarrow{BD} = \frac{1}{3}\overrightarrow{BC}$ , vector  $\overrightarrow{AD}$  bằng:

- A.  $\frac{2}{3}\overrightarrow{AB} + \frac{1}{3}\overrightarrow{AC}$ .                                      B.  $\frac{1}{3}\overrightarrow{AB} + \frac{2}{3}\overrightarrow{AC}$ .                                      C.  $\overrightarrow{AB} + \frac{2}{3}\overrightarrow{AC}$ .                                      D.  $\frac{5}{3}\overrightarrow{AB} - \frac{1}{3}\overrightarrow{AC}$ .

**Câu 16.** Cho hình bình hành  $ABCD$ . Nếu  $\overrightarrow{AB} = -2\overrightarrow{CI}$  thì câu nào sau đây đúng?

- A.  $I \equiv D$ .                                      B.  $I$  và  $D$  đối xứng nhau qua  $C$ .  
C.  $I \equiv B$ .                                      D.  $I$  là trung điểm của  $CD$ .

**Câu 17.** Cho hình bình hành  $ABCD$ . Vector  $\overrightarrow{BC} - \overrightarrow{AB}$  bằng vector:

- A.  $\overrightarrow{AC}$ .                                      B.  $\overrightarrow{DB}$ .                                      C.  $\overrightarrow{BD}$ .                                      D.  $\overrightarrow{CA}$ .

**Câu 18.** Cho tứ giác lồi  $ABCD$ . Gọi  $M, N, I$  lần lượt là trung điểm của  $AB, CD, MN$ . Mệnh đề nào sau đây là **sai** ?

- A.  $\overrightarrow{IA} + \overrightarrow{IB} = 2\overrightarrow{IM}$ .                                      B.  $\overrightarrow{IC} + \overrightarrow{ID} = 2\overrightarrow{IN}$ .  
C.  $\overrightarrow{IA} + \overrightarrow{IB} + \overrightarrow{IC} + \overrightarrow{ID} = \vec{0}$ .                                      D.  $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AC} = \overrightarrow{AD}$ .

**Câu 19.** Cho tứ giác  $ABCD$  và điểm  $G$  thỏa mãn  $\overrightarrow{GA} + \overrightarrow{GB} + 2\overrightarrow{GC} + 2\overrightarrow{GD} = \vec{0}$ . Gọi  $I, J$  lần lượt là các trọng tâm của cả tam giác  $ACD, BCD$ . Tổng  $\overrightarrow{GI} + \overrightarrow{GJ}$  bằng:

- A.  $\overrightarrow{GA}$ .                                      B.  $3\overrightarrow{GB}$ .                                      C.  $2\overrightarrow{GC}$ .                                      D.  $\vec{0}$ .

**Câu 20.** Cho tứ giác  $ABCD$  và điểm  $G$  thỏa mãn  $\overrightarrow{GA} + \overrightarrow{GB} + 2\overrightarrow{GC} + 2\overrightarrow{GD} = \vec{0}$ . Gọi  $I, J$  lần lượt là các trọng tâm của cả tam giác  $ACD, BCD$ . Vector  $\overrightarrow{IJ}$  bằng:

- A.  $\frac{1}{3}\overrightarrow{AB}$ .                                      B.  $\frac{1}{3}\overrightarrow{BD}$ .                                      C.  $\frac{1}{2}\overrightarrow{CD}$ .                                      D.  $-\frac{1}{2}\overrightarrow{DB}$ .

**Câu 21.** Cho hình chữ nhật  $ABCD$ . Biểu thức  $\overrightarrow{DA} - \overrightarrow{DB} + \overrightarrow{DC}$  bằng:

- A.  $\overrightarrow{AB}$                                       B.  $\overrightarrow{AC}$                                       C.  $\overrightarrow{DB}$                                       D.  $\vec{0}$

**Câu 22.** Cho tam giác  $ABC$ . Gọi  $I, J, K$  là các điểm sao cho:  $\overrightarrow{CI} = 2\overrightarrow{CB}$ ,  $\overrightarrow{CJ} = \frac{3}{4}\overrightarrow{CA}$ ,  $\overrightarrow{AK} = -2\overrightarrow{AB}$ .

Ba đường thẳng  $AI, BJ, CK$ :

- A. song song với nhau.                                      B. Đồng quy.                                      C. Trùng nhau.                                      D. Đáp án khác.

- Câu 23.** Cho tam giác  $ABC$  có  $BC = a$ ,  $CA = b$ ,  $AB = c$ . Gọi  $G$ ,  $E$ ,  $F$  là các điểm sao cho  $b.\overrightarrow{GB} + c.\overrightarrow{GC} = \vec{0}$ ,  $\overrightarrow{AE} = \frac{b}{b+c}\overrightarrow{AB}$ ,  $\overrightarrow{AF} = \frac{c}{b+c}\overrightarrow{AC}$ . Tứ giác  $AEGF$  là hình gì?  
**A.** hình thang cân. **B.** Hình thang vuông. **C.** Hình bình hành. **D.** Hình thoi.
- Câu 24.** Cho tam giác  $ABC$  có  $BC = a$ ,  $CA = b$ ,  $AB = c$ . Gọi  $G$ ,  $E$ ,  $F$  là các điểm sao cho  $b.\overrightarrow{GB} + c.\overrightarrow{GC} = \vec{0}$ ,  $\overrightarrow{AE} = \frac{b}{b+c}\overrightarrow{AB}$ ,  $\overrightarrow{AF} = \frac{c}{b+c}\overrightarrow{AC}$ . Tam giác  $ABC$  có  $AG$  là  
**A.** Phân giác trong của  $\widehat{BAC}$ . **B.** Phân giác ngoài của  $\widehat{BAC}$ .  
**C.** Trung tuyến. **D.** Đường cao.
- Câu 25.** Cho tam giác  $ABC$  có trọng tâm  $G$ ,  $I$  là trung điểm của  $BC$ ,  $A'$  là điểm đối xứng của  $A$  qua  $B$ ,  $M$  là điểm tùy ý. Hỏi mệnh đề nào sau đây là đúng?  
 I.  $\overrightarrow{MA} + \overrightarrow{MB} + \overrightarrow{MC} = 3\overrightarrow{MG}$  **II.**  $\overrightarrow{MA} + \overrightarrow{MA'} + 2\overrightarrow{MC} = 2\overrightarrow{MB} + 2\overrightarrow{MC}$   
 III. Nếu  $\overrightarrow{MA} + \overrightarrow{MA'} + 2\overrightarrow{MC} = \overrightarrow{MA} + \overrightarrow{MB} + \overrightarrow{MC}$  thì  $M, I, G$  thẳng hàng.  
**A.** Chỉ I và II **B.** Chỉ I và III **C.** Chỉ II và III **D.** Cả I, II, III
- Câu 26.** Cho hình bình hành  $ABCD$  tâm  $O$  và điểm  $M$  thỏa mãn hệ thức  $\overrightarrow{MA} + \overrightarrow{MB} + \overrightarrow{MC} = k\overrightarrow{MD}$  (trong đó  $k$  là một số thực khác 3). Khi  $k$  thay đổi  $M$  luôn nằm trên một đường thẳng:  
**A.**  $DA$  **B.**  $DC$  **C.**  $BD$  **D.**  $AC$
- Câu 27.** Cho tứ giác  $ABCD$ . Gọi  $G$  là trọng tâm của tam giác  $ABC$  và  $O$  là trung điểm của  $BC$ . Vẽ  $OM = \frac{1}{2}\overrightarrow{DA}$ . Ba điểm nào sau đây thẳng hàng?  
**A.**  $M, G, D$  **B.**  $M, G, A$  **C.**  $M, G, B$  **D.**  $M, G, C$
- Câu 28.** Cho tam giác  $ABC$  có trung tuyến  $AD$ . Xét các điểm  $M$ ,  $N$ ,  $P$  cho bởi:  $\overrightarrow{AM} = \frac{1}{2}\overrightarrow{AB}$ ,  $\overrightarrow{AN} = \frac{1}{4}\overrightarrow{AC}$ ,  $\overrightarrow{AP} = t\overrightarrow{AD}$ . Tìm  $t$  để ba điểm  $M$ ,  $N$ ,  $P$  thẳng hàng:  
**A.**  $t = \frac{1}{6}$ . **B.**  $t = \frac{1}{3}$ . **C.**  $t = \frac{1}{4}$ . **D.**  $t = \frac{2}{3}$ .
- Câu 29.** Cho tam giác đều  $ABC$  cạnh  $a$ . Tập hợp các điểm  $M$  sao cho  $|\overrightarrow{MA} - \overrightarrow{MB}| = \overrightarrow{MC}$  là  
**A.** Một đường thẳng. **B.** Một đường tròn tâm  $B$ .  
**C.** Một đường tròn tâm  $C$ . **D.** Một đường tròn tâm  $A$ .
- Câu 30.** Cho hình bình hành  $ABCD$ , tâm  $O$  và  $I$  là trung điểm của  $CD$ . Tập hợp những điểm  $M$  mà  $\overrightarrow{MA} + \overrightarrow{MB} + \overrightarrow{MC} + \overrightarrow{MD} = 2\overrightarrow{MI}$  là  
**A.** Chỉ gồm một điểm trên cạnh  $CD$ . **B.** Chỉ gồm một điểm trên cạnh  $AB$ .  
**C.** Chỉ gồm điểm  $O$ . **D.** Là một đường thẳng đi qua hai điểm  $A$ ,  $B$ .
- Câu 31.** Cho hình chữ nhật  $ABCD$ , tâm  $O$  và  $I$  là trung điểm của  $BC$ . Tập hợp các điểm  $M$  sao cho  $|\overrightarrow{MA} + \overrightarrow{MC}| = 2|\overrightarrow{MB} + \overrightarrow{MC}|$  là  
**A.** đường tròn tâm  $O$ . **B.** Đường tròn tâm  $I$ .  
**C.** Đường tròn có tâm khác  $O$  và  $I$ . **D.** Đường thẳng vuông góc với  $OI$ .
- Câu 32.** Cho tam giác  $ABC$  cố định và  $k$  là một số thay đổi. Tập hợp những điểm  $M$  mà  $\overrightarrow{MA} + k\overrightarrow{MB} = k\overrightarrow{MC}$  là  
**A.**  $\{A\}$ . **B.**  $\{B\}$ .  
**C.**  $\{C\}$ . **D.** Đường thẳng  $d$  đi qua  $A$  và song song với  $BC$ .

- Câu 33.** Cho tam giác  $ABC$  cố định và  $k$  là một số thay đổi. Tập hợp những điểm  $M$  mà  $k\overrightarrow{MA} + k\overrightarrow{MB} = 2\overrightarrow{MC}$  ( $k \neq 1$ ) là
- A. Đường thẳng chứa trung tuyến vẽ từ  $C$ .      B. Đường thẳng chứa trung tuyến vẽ từ  $B$ .  
 C. Đường thẳng chứa trung tuyến vẽ từ  $A$ .      D. Một đường thẳng khác.
- Câu 34.** Cho tam giác  $ABC$  có trọng tâm  $G$ . Tập hợp những điểm  $M$  mà  $|\overrightarrow{MA} + \overrightarrow{MB} + \overrightarrow{MC}| = 3|\overrightarrow{MA}|$  là đường thẳng:
- A. Qua  $A$  và  $G$ .      B. Qua  $A$  và song song với  $BC$ .  
 C. Qua  $G$  và song song với  $BC$ .      D. Đường trung trực của  $AG$ .
- Câu 35.** Cho  $\Delta ABC$ . Tập hợp những điểm  $M$  thỏa mãn:  $|4\overrightarrow{MA} + \overrightarrow{MB} + \overrightarrow{MC}| = |2\overrightarrow{MA} - \overrightarrow{MB} - \overrightarrow{MC}|$  là
- A. Đường thẳng đi qua  $A$ .      B. Đường thẳng qua  $B$  và  $C$ .  
 C. Đường tròn.      D. Một điểm duy nhất.
- Câu 36.** Cho  $\Delta ABC$ . Tập hợp những điểm  $M$  mà  $|\overrightarrow{MA} + \overrightarrow{MB} - 2\overrightarrow{MC}| = |\overrightarrow{MB} + \overrightarrow{MC}|$  là đường tròn có:
- A. Tâm  $I$ , bán kính  $CJ$  ( $I$  là trung điểm của  $BC$ ).  
 B. Tâm  $J$ , bán kính  $BI$  ( $J$  là trung điểm của  $AB$ ).  
 C. Tâm  $B$ , bán kính  $\frac{AB}{2}$ .  
 D. Tâm  $C$ , bán kính  $\frac{AC}{2}$ .
- Câu 37.** Cho tam giác  $ABC$ , có bao nhiêu vector khác  $\vec{0}$  có 2 điểm mút là các đỉnh của tam giác?
- A. 3.      B. 4.      C. 5.      D. 6.
- Câu 38.** Vector  $\vec{a}$  được xác định khi biết:
- A. Độ dài.      B. Hướng.      C. Hướng và độ dài.      D. Phương và độ dài.
- Câu 39.** Cho tam giác đều  $ABC$  cạnh  $a$ . Mệnh đề nào sau đây đúng?
- A.  $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{BC} + \overrightarrow{CA} = \vec{0}$ .      B.  $|\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{BC}| = a$ .      C.  $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AC} = \vec{0}$ .      D.  $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{BC} = 2\overrightarrow{AB}$ .
- Câu 40.** Cho tam giác  $ABC$  có các trung tuyến  $AD, BE, CF$ . Mệnh đề nào sau đây sai?
- A.  $|\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{BC} + \overrightarrow{CA}| = \vec{0}$ .      B.  $\overrightarrow{AD} + \overrightarrow{BE} + \overrightarrow{CF} = \vec{0}$ .  
 C.  $|\overrightarrow{AB} - \overrightarrow{AC}| = |\overrightarrow{BC}|$ .      D.  $\overrightarrow{DB} + \overrightarrow{DC} = \vec{0}$ .
- Câu 41.** Cho tam giác  $ABC$ . Mệnh đề nào sau đây đúng?
- A.  $\overrightarrow{CA} - \overrightarrow{CB} = \overrightarrow{AB}$ .      B.  $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AC} = k\overrightarrow{BC}$ .      C.  $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{BC} = \overrightarrow{AC}$ .      D.  $\frac{|\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{BC} + \overrightarrow{CA}|}{|\overrightarrow{AB}| \cdot |\overrightarrow{BC}| \cdot |\overrightarrow{CA}|} \neq 0$ .
- Câu 42.** Hình chữ nhật  $ABCD$  nội tiếp trong đường tròn  $C(O; R)$  và  $M \in C(O; R)$ , vector  $\overrightarrow{MA} + \overrightarrow{MB} + \overrightarrow{MC} + \overrightarrow{MD}$  có độ dài:
- A.  $4R$ .      B.  $3R$ .      C.  $2R$ .      D.  $R$ .
- Câu 43.** Cho tam giác đều  $ABC$  cạnh  $a$  nội tiếp trong đường tròn  $(C)$  tâm  $O$ . Tập hợp những điểm  $M$  thỏa  $|\overrightarrow{MA} + \overrightarrow{MB} + \overrightarrow{MC}| = \frac{a\sqrt{3}}{2}$  là đường tròn tâm  $O$ , bán kính:
- A.  $R = \frac{a\sqrt{3}}{2}$ .      B.  $R = \frac{a\sqrt{3}}{6}$ .      C.  $R = \frac{a\sqrt{3}}{3}$ .      D.  $R = \frac{a\sqrt{3}}{4}$ .

**Câu 44.** Cho hình chữ nhật  $ABCD$ , tập hợp những điểm  $M$  nào thỏa các điều kiện sau đây là tập hợp  $\emptyset$ ?

A.  $\overrightarrow{MA} + \overrightarrow{MC} = \overrightarrow{MB} - \overrightarrow{MD}$ .

B.  $|\overrightarrow{MA} + \overrightarrow{MC}| = |\overrightarrow{MB} - \overrightarrow{MD}|$ .

C.  $\overrightarrow{MA} + \overrightarrow{MB} = \overrightarrow{MC} + \overrightarrow{MD}$ .

D.  $\overrightarrow{MA} + \overrightarrow{MB} + \overrightarrow{MC} + \overrightarrow{MD} = \vec{0}$ .

**Câu 45.** Cho tam giác vuông  $ABC$  có hai cạnh góc vuông  $AB = 4$ ,  $AC = 6$ . Tính:  $|\overrightarrow{CB} + \overrightarrow{AB}|$ .

A. 10.

B. 8.

C. 12.

D.  $2\sqrt{13}$ .

**Câu 46.** Cho sáu điểm  $A, B, C, D, E, F$ . Đẳng thức nào dưới đây sai?

A.  $\overrightarrow{AB} = \overrightarrow{CB} - \overrightarrow{CA}$ .

B.  $\overrightarrow{CD} + \overrightarrow{EF} + \overrightarrow{DE} - \overrightarrow{CF} = \vec{0}$ .

C.  $\overrightarrow{AB} - \overrightarrow{AC} + \overrightarrow{DC} - \overrightarrow{DB} = \vec{0}$ .

D.  $\overrightarrow{AC} + \overrightarrow{BF} + \overrightarrow{CE} = \overrightarrow{AE} + \overrightarrow{BE} + \overrightarrow{CF}$ .

**Câu 47.** Cho tam giác  $ABC$  và  $M$  chia đoạn  $BC$  theo tỉ số  $-\frac{4}{3}$ . Đẳng thức nào sau đây đúng?

A.  $\overrightarrow{AM} = 3\overrightarrow{AB} + 4\overrightarrow{AC}$ .

B.  $\overrightarrow{AM} = 3\overrightarrow{AB} - 4\overrightarrow{AC}$ .

C.  $\overrightarrow{AM} = \frac{3}{7}\overrightarrow{AB} - \frac{4}{7}\overrightarrow{AC}$ .

D.  $\overrightarrow{AM} = \frac{3}{7}\overrightarrow{AB} + \frac{4}{7}\overrightarrow{AC}$ .

**Câu 48.** Cho tam giác  $ABC$  và  $M$  nằm trên đường thẳng  $BC$  thỏa:  $\overrightarrow{AM} = \frac{3}{5}\overrightarrow{AB} + \frac{2}{5}\overrightarrow{AC}$ . Điểm  $M$  chia đoạn  $BC$  theo tỉ số nào?

A.  $\frac{2}{3}$ .

B.  $-\frac{2}{3}$ .

C.  $\frac{3}{5}$ .

D.  $-\frac{2}{5}$ .

**Câu 49.** Cho tam giác  $ABC$  có trọng tâm  $G$ . Đặt  $\overrightarrow{CA} = \vec{a}$ ,  $\overrightarrow{CB} = \vec{b}$ . Tính  $\overrightarrow{GA}$  theo  $\vec{a}$  và  $\vec{b}$ .

A.  $\overrightarrow{GA} = \frac{2}{3}\vec{a} + \frac{1}{3}\vec{b}$ .

B.  $\overrightarrow{GA} = -\frac{2}{3}\vec{a} + \frac{1}{3}\vec{b}$ .

C.  $\overrightarrow{GA} = \frac{2}{3}\vec{a} - \frac{1}{3}\vec{b}$ .

D.  $\overrightarrow{GA} = \frac{1}{3}(\vec{a} + \vec{b})$ .

**Câu 50.** Cho hình bình hành  $ABCD$ . Tập hợp điểm  $M$  mà  $\overrightarrow{MA} + \overrightarrow{MB} = \overrightarrow{MD} - \overrightarrow{MC}$  là

A.  $\{A\}$ .

B.  $\{B\}$ .

C. Đường thẳng  $CD$ .

D. Đường tròn đường kính  $CD$ .

**Câu 51.** Tập hợp những điểm  $M$  mà  $|\overrightarrow{MA} + \overrightarrow{MB}| = |\overrightarrow{MC} - \overrightarrow{MD}|$  (với  $ABCD$  là hình bình hành cho trước) là

A.  $\{A\}$ .

B.  $\{B\}$ .

C. Đường thẳng  $D$ .

D. Đường tròn đường kính  $AB$ .

**Câu 52.** Cho hình vuông  $ABCD$  tâm  $A$ , cạnh  $a$ . Tập hợp những điểm  $M$  mà  $|\overrightarrow{MA} + \overrightarrow{MB} + \overrightarrow{MC} + \overrightarrow{MD}| = 2|\overrightarrow{AC} - \overrightarrow{AD}|$  là

A. Đường tròn ngoại tiếp hình vuông  $ABCD$ .

B. Đường tròn nội tiếp hình vuông  $ABCD$ .

C. Đường tròn  $CD$ .

D. Đường trung trực của  $AD$ .

**Câu 53.** Tứ giác  $ABCD$  thỏa điều kiện:  $\overrightarrow{DB} = m\overrightarrow{DC} + \overrightarrow{DA}$  ( $m > 0$ ) là

A. Hình thang.

B. Hình bình hành.

C. Hình chữ nhật.

D. Hình thoi.

**Câu 54.** Cho tam giác  $ABC$ . Hỏi mệnh đề nào sau đây đúng?

I.  $\overrightarrow{DA} - 2\overrightarrow{DB} + \overrightarrow{DC} = \vec{0} \Rightarrow D \in \emptyset$ .

II.  $2\overrightarrow{EA} + \overrightarrow{EB} + \overrightarrow{EC} = \vec{0} \Rightarrow E$  là trung điểm của trung tuyến  $AI$ .

III.  $-2\overrightarrow{FA} - \overrightarrow{FB} + \overrightarrow{FC} = \vec{0} \Rightarrow \overrightarrow{AF} = -\frac{1}{2}\overrightarrow{BC}$ .

A. Chỉ I.

B. Chỉ II.

C. Chỉ III.

D. Cả I, II, III.

- Câu 55.** Cho hình bình hành  $ABCD$ . Nếu viết được  $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AC} + \overrightarrow{AD} = k\overrightarrow{AC}$  thì  $k$  bằng:  
**A.** 4. **B.** 3. **C.** 2. **D.** 1.
- Câu 56.** Cho  $\vec{m}, \vec{n} \neq \vec{0}$ . Nếu  $|\vec{m} + \vec{n}| = |\vec{m} - \vec{n}|$  thì:  
**A.**  $\vec{m} \perp \vec{n}$ . **B.**  $\vec{m}, \vec{n}$  cùng hướng. **C.**  $\vec{m}, \vec{n}$  ngược hướng. **D.**  $\vec{m} + \vec{n} = \vec{0}$ .
- Câu 57.** Cho  $\vec{m}, \vec{n} \neq \vec{0}$ . Nếu  $|\vec{m} + \vec{n}| = |\vec{m}| + |\vec{n}|$  thì:  
**A.**  $\vec{m} \perp \vec{n}$ . **B.**  $\vec{m}, \vec{n}$  cùng hướng. **C.**  $\vec{m}, \vec{n}$  ngược hướng. **D.**  $\vec{m} = \vec{n}$ .
- Câu 58.** Cho  $\vec{a}, \vec{b}$  là hai vectơ bất kì;  $m, n$  là hai số thực bất kì. Câu nào sau đây **sai** ?  
**A.**  $m(\vec{a} + \vec{b}) = m\vec{a} + m\vec{b}$ . **B.**  $(m + n)\vec{a} = m\vec{a} + n\vec{a}$ .  
**C.**  $m\vec{a} = n\vec{a} \Rightarrow m = n$ . **D.**  $m\vec{a} = \vec{0} \Leftrightarrow \begin{cases} m = 0 \\ \vec{a} = \vec{0} \end{cases}$ .
- Câu 59.** Cho 4 điểm  $A, B, C, D$ . Gọi  $M, N$  lần lượt là trung điểm của  $AD$  và  $BC$ . Đẳng thức nào sau đây **sai** ?  
**A.**  $2\overrightarrow{MN} = \overrightarrow{AB} + \overrightarrow{DC}$ . **B.**  $2\overrightarrow{MN} = \overrightarrow{AD} + \overrightarrow{BC}$ .  
**C.**  $2\overrightarrow{MN} = \overrightarrow{AC} + \overrightarrow{DB}$ . **D.**  $2\overrightarrow{MN} + \overrightarrow{BA} + \overrightarrow{CD} = \vec{0}$ .
- Câu 60.** Cho tam giác  $ABC$  có trung tuyến  $AD$ , gọi  $M$  là trung điểm của  $AD$ ,  $BM$  cắt  $AC$  tại  $N$ . Hỏi điểm  $N$  chia đoạn  $MB$  theo tỉ số nào?  
**A.**  $\frac{1}{4}$ . **B.**  $\frac{1}{3}$ . **C.**  $\frac{1}{5}$ . **D.**  $\frac{2}{3}$ .

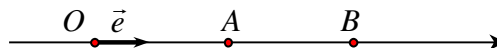
## Bài 2. TỌA ĐỘ

### A - TÓM TẮT LÝ THUYẾT

#### 1. Trục tọa độ

##### a) Định nghĩa:

- Trục tọa độ (còn gọi là trục) là một đường thẳng trên đó đã xác định một điểm  $O$  cố định và vectơ đơn vị  $\vec{e}$  (vectơ có độ dài bằng 1:  $|\vec{e}|=1$ ).
- Điểm  $O$  gọi là gốc tọa độ.
- Hướng của vectơ đơn vị là hướng của trục.
- Trục tọa độ như vậy kí hiệu là  $(O, \vec{e})$ .



##### b) Tọa độ của điểm trên trục:

Cho điểm tùy ý  $M$  nằm trên trục  $(O, \vec{e})$ . Khi đó, có duy nhất số  $k$  xác định để  $\overrightarrow{OM} = k\vec{e}$ . Số  $k$  được gọi là tọa độ của điểm  $M$  đối với trục  $(O, \vec{e})$ .

##### c) Độ dài đại số của vectơ trên trục:

Cho  $A$  và  $B$  là hai điểm nằm trên trục  $Ox$ . Khi đó, có duy nhất số  $t$  sao cho  $\overrightarrow{AB} = t\vec{e}$ . Ta gọi số  $t$  đó là độ dài đại số của vectơ đối với trục đã cho và kí hiệu là  $\overline{AB}$ .

Như vậy  $\overrightarrow{AB} = \overline{AB}\vec{e}$

##### ✎ Nhận xét:

- ✓ Nếu  $\overrightarrow{AB}$  cùng hướng với  $\vec{e}$  thì  $\overline{AB} = AB$ , nếu  $\overrightarrow{AB}$  ngược hướng với  $\vec{e}$  thì  $\overline{AB} = -AB$ .
- ✓ Nếu hai điểm  $A$  và  $B$  trên trục  $(O, \vec{e})$  có tọa độ lần lượt là  $a$  và  $b$  thì  $\overline{AB} = b - a$ .

##### d) Định lí:

- ✓ Với 3 điểm bất kì trên trục, ta có  $\overline{AB} + \overline{BC} = \overline{AC}$  (Hệ thức Charles)
- ✓ Hai vectơ  $\overrightarrow{AB}$  và  $\overrightarrow{CD}$  bằng nhau khi và chỉ khi  $\overline{AB} = \overline{CD}$ .

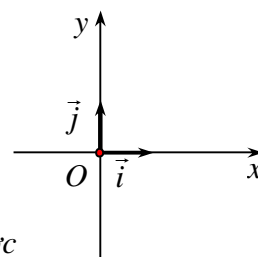
#### 2. Hệ trục tọa độ

##### a) Định nghĩa:

Hệ tọa độ  $(O, \vec{i}, \vec{j})$  gồm hai trục  $(O, \vec{i})$  và  $(O, \vec{j})$  vuông góc với nhau.

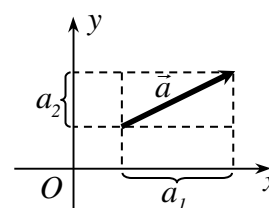
- Điểm  $O$  gọi là gốc tọa độ.
- Trục  $(O, \vec{i})$  gọi là trục hoành. Kí hiệu là  $Ox$ .
- Trục  $(O, \vec{j})$  gọi là trục tung. Kí hiệu là  $Oy$ .
- Các vectơ  $\vec{i}$  và  $\vec{j}$  là các vectơ đơn vị trên trục  $Ox$  và  $Oy$ .

✎ **Chú ý:** Mặt phẳng mà trên đó đã chọn một hệ trục tọa độ  $Oxy$  được gọi là mặt phẳng tọa độ  $Oxy$  hay gọi tắt là mặt phẳng  $Oxy$ .



##### b) Tọa độ của vectơ đối với hệ trục tọa độ:

- ✓ Đối với hệ tọa độ  $(O, \vec{i}, \vec{j})$ , nếu  $\vec{a} = a_1\vec{i} + a_2\vec{j}$  thì cặp số  $(a_1; a_2)$  được gọi là tọa độ của vectơ  $\vec{a}$ . Số  $a_1$  được gọi là tung độ, số  $a_2$  được gọi là hoành độ của vectơ  $\vec{a}$ .
- ✓ Kí hiệu:  $\vec{a} = (a_1; a_2)$  hay  $\vec{a}(a_1; a_2)$ .



✓ **Định lý:**

Cho hai vectơ  $\vec{a} = (a_1; a_2)$ ,  $\vec{b} = (b_1; b_2)$  và số thực  $k$ . Khi đó:

$$\textcircled{1} \quad \vec{a} = \vec{b} \Leftrightarrow \begin{cases} a_1 = b_1 \\ a_2 = b_2 \end{cases} \text{ (hoành bằng hoành, tung bằng tung).}$$

$$\textcircled{2} \quad \vec{a} + \vec{b} = (a_1 + b_1; a_2 + b_2) \text{ và } \vec{a} - \vec{b} = (a_1 - b_1; a_2 - b_2)$$

$$\textcircled{3} \quad k \cdot \vec{a} = (k \cdot a_1; k \cdot a_2)$$

$$\textcircled{4} \quad \vec{a} \text{ cùng phương } \vec{b} \ (\vec{b} \neq \vec{0}) \Leftrightarrow \exists k \in \mathbb{R} \begin{cases} a_1 = k \cdot b_1 \\ a_2 = k \cdot b_2 \end{cases} \Leftrightarrow \frac{a_1}{a_2} = \frac{b_1}{b_2}, \text{ với } b_1, b_2 \neq 0.$$

c) **Tọa độ của điểm đối với hệ trục tọa độ:**

✓ Trong mặt phẳng Oxy, tọa độ của vectơ  $\overrightarrow{OM}$

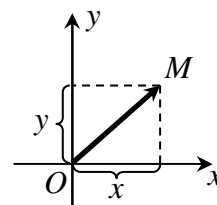
được gọi là tọa độ của điểm  $M$ .

Như vậy, theo định nghĩa, ta có:

Cặp số  $(x; y)$  là tọa độ của điểm  $M$  khi và chỉ khi  $\overrightarrow{OM} = (x; y)$ .

✓ Kí hiệu:  $M(x; y)$ . Số  $x$  được gọi là **tung độ**, số  $y$  được gọi là **tung độ** của  $M$ .

✓ **Định lý:** Với hai điểm  $A(x_A; y_A)$  và  $B(x_B; y_B)$  ta có  $\overrightarrow{AB} = (x_B - x_A; y_B - y_A)$ .

d) **Tọa độ trung điểm của đoạn thẳng:**

Cho hai điểm  $A(x_A; y_A)$  và  $B(x_B; y_B)$ .

Khi đó trung điểm  $I$  của đoạn  $AB$  có tọa độ là:

$$\begin{cases} x_I = \frac{x_A + x_B}{2} \\ y_I = \frac{y_A + y_B}{2} \end{cases}$$

e) **Tọa độ trọng tâm của tam giác:**

Cho tam giác  $ABC$ , biết  $A(x_A; y_A)$ ,  $B(x_B; y_B)$  và  $C(x_C; y_C)$ .

Khi đó trọng tâm  $G$  của tam giác  $ABC$ :

$$\begin{cases} x_G = \frac{x_A + x_B + x_C}{3} \\ y_G = \frac{y_A + y_B + y_C}{3} \end{cases}$$

## B - PHƯƠNG PHÁP GIẢI TOÁN

### Dạng 1. Trục tọa độ

#### I – PHƯƠNG PHÁP GIẢI TOÁN

- Trên trục  $(O, \vec{i})$  điểm  $M(x)$  khi  $\overrightarrow{OM} = x \cdot \vec{i}$
- Trên trục  $(O, \vec{i})$  vectơ  $\vec{u}(x)$  khi  $\vec{u} = x \cdot \vec{i}$
- Độ dài đại số của vectơ  $\overrightarrow{AB}$  trên trục là tọa độ của vectơ đó  $\overrightarrow{AB} = x_B - x_A$
- Hai điểm trên một trục trùng nhau khi chúng có cùng tọa độ
- Tọa độ trung điểm  $I$  của đoạn  $AB$ :  $x_I = \frac{x_A + x_B}{2}$
- Chú ý để tính gọn, ta có thể chọn gốc tọa độ mới cho bài toán

## II - BÀI TẬP MẪU

**Ví dụ 32.** Trên trục  $x'Ox$  cho hai điểm  $A, B$  có tọa độ lần lượt là  $a$  và  $b$ . Tìm tọa độ điểm  $I$  biết  $\overrightarrow{IB} = 2\overrightarrow{IA}$ .

.....

.....

.....

**Ví dụ 33.** Trên trục  $x'Ox$  cho hai điểm  $A, B$  có tọa độ lần lượt là  $a$  và  $b$ .

- Tìm tọa độ  $x$  của điểm  $M$  sao cho  $\overrightarrow{MA} = k\overrightarrow{MB}$ ,  $k \neq 1$ .
- Tìm tọa độ trung điểm  $I$  của đoạn  $AB$ .
- Tìm tọa độ  $x$  của điểm  $M$  sao cho  $2\overrightarrow{MA} = -5\overrightarrow{MB}$ .

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

**Ví dụ 34.** Cho các điểm  $A, B, C$  trên trục  $(O, \vec{i})$  có tọa độ lần lượt là  $5; -3; -4$ . Tính độ dài đại số của  $\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{BA}, \overrightarrow{AC}, \overrightarrow{BC}$ .

.....

.....

.....

**Ví dụ 35.** Trên trục  $x'Ox$  cho ba điểm  $A, B, C$  có tọa độ lần lượt là  $a, b, c$ . Tìm tọa độ điểm  $I$  sao cho  $\overrightarrow{IA} + \overrightarrow{IB} + \overrightarrow{IC} = \vec{0}$ .

.....

.....

.....

**Ví dụ 36.** Trên trục tọa độ  $x'Ox$  cho ba điểm  $A, B, C$  có tọa độ lần lượt là  $-5; 2; 4$ . Tìm tọa độ điểm  $M$  thỏa mãn một trong các điều kiện sau

- $\overrightarrow{MA} + \overrightarrow{MB} + \overrightarrow{MC} = \vec{0}$ .
- $2\overrightarrow{MA} + 4\overrightarrow{MB} + 3\overrightarrow{MC} = \vec{0}$ .

.....

.....

.....

.....

.....

## III - BÀI TẬP TỰ LUYỆN

- Bài 93.** Trên trục tọa độ  $x'Ox$  cho ba điểm  $A, B, C$  có tọa độ lần lượt là  $8, -2, 5$
- Tính tọa độ của điểm  $C$  đối xứng với điểm  $M$  qua điểm  $B$ .
  - Tính tỉ số  $\frac{|\overrightarrow{MA}|}{|\overrightarrow{MB}|}$ .
- Bài 94.** Trên trục tọa độ  $x'Ox$  cho bốn điểm  $A, B, C, D$  tùy ý.  
Chứng minh  $\overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{CD} + \overrightarrow{AC} \cdot \overrightarrow{DB} + \overrightarrow{AD} \cdot \overrightarrow{BC} = 0$ .
- Bài 95.** Trên trục tọa độ  $x'Ox$  cho bốn điểm  $A, B, C, D$ . Gọi  $I, J, K, L$  lần lượt là trung điểm của các đoạn thẳng  $AC, BD, AB, CD$ . Chứng minh rằng
- $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{CD} = \overrightarrow{AD} + \overrightarrow{CB} = 2\overrightarrow{IJ}$ .
  - $\overrightarrow{AC} + \overrightarrow{BD} = \overrightarrow{AD} + \overrightarrow{BC} = 2\overrightarrow{KL}$ .
  - Hai đoạn  $IJ$  và  $KL$  có chung trung điểm.
- Bài 96.** Bốn điểm phân biệt  $A, B, C, D$  trên trục  $x'Ox$  được gọi là một hàng điểm điều hòa khi:  
 $\frac{\overrightarrow{CA}}{\overrightarrow{CB}} = -\frac{\overrightarrow{DA}}{\overrightarrow{DB}}$ , kí hiệu  $(ABCD) = -1$ . Chứng minh  $(ABCD) = -1 \Leftrightarrow \frac{2}{AB} = \frac{1}{AC} + \frac{1}{AD}$ .
- Bài 97.** Cho  $a, b, c, d$  theo thứ tự là tọa độ của các điểm  $A, B, C, D$  trên trục  $Ox$ .
- Chứng minh rằng khi  $a+b \neq c+d$  thì luôn tìm được điểm  $M$  sao cho:  $\overrightarrow{MA} \cdot \overrightarrow{MB} = \overrightarrow{MC} \cdot \overrightarrow{MD}$ .
  - Khi  $AB$  và  $CD$  có cùng trung điểm thì điểm  $M$  ở câu a) có xác định không?
- Áp dụng:* Xác định tọa độ điểm  $M$  nếu biết:  $a = -2, b = 15, c = 3, d = -1$ .

## Dạng 2. Làm quen với hệ tọa độ

## I - TÓM TẮT LÝ THUYẾT

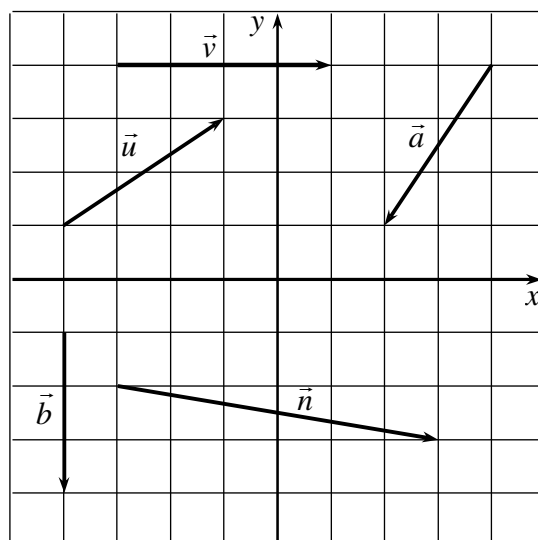
- Tọa độ vectơ  $\vec{a} = x.\vec{i} + y.\vec{j} \Leftrightarrow \vec{a} = (x; y)$ .
- Các giá trị dương hay âm của tọa độ điểm sẽ xác định vị trí điểm đó tổng các “góc phần tư” của mặt phẳng tọa độ. Các điểm có hoành độ là 0 sẽ nằm trên trục tung, các điểm có tung độ là 0 sẽ nằm trên trục hoành.
- Các giá trị dương hay âm của tọa độ vectơ chỉ xác định PHƯƠNG, HƯỚNG, ĐỘ DÀI của vectơ đó. Các vectơ có hoành độ bằng 0 sẽ cùng phương với trục tung, các điểm có tung độ là 0 sẽ cùng phương với trục hoành.
- Các vectơ bằng nhau có tọa độ bằng nhau đôi một và không phụ thuộc vào vị trí của chúng.

## II - BÀI TẬP MẪU

**Ví dụ 37.** Trong mặt phẳng tọa độ  $Oxy$ .

- Xác định (vẽ) các điểm sau:  $A(1;3), B(2;-4), C(-1;2), D(-2;-1), E(0;5)$  và  $F(-5;0)$
- Từ điểm  $M(+2;+2)$ , xác định (vẽ) các vectơ sau:  $\overrightarrow{MA} = (+1;+3)$ ,  $\overrightarrow{MB} = (+2;-4)$ ,  $\overrightarrow{MC} = (-1;+2)$ ,  $\overrightarrow{MD} = (-2;-1)$ ,  $\overrightarrow{ME} = (0;+5)$  và  $\overrightarrow{MF} = (-5;0)$ .
- Vẽ 2 vectơ bằng nhau (tùy ý). Xác định tọa độ của chúng. Nhận xét?

**Ví dụ 38.** Tìm tọa độ của các vectơ  $\vec{a}$ ,  $\vec{b}$ ,  $\vec{u}$ ,  $\vec{v}$ ,  $\vec{n}$  trong hình vẽ bên.



**Ví dụ 39.** Đối với hệ tọa độ  $(O; \vec{i}, \vec{j})$ , hãy chỉ ra tọa độ của các véctơ:

$$\vec{0}; \vec{i}; \vec{j}; \vec{i} + \vec{j}; \vec{j} - 2\vec{i}; \frac{1}{2}\vec{i} - 7\vec{j}; \sqrt{3}\vec{i} - 0,1\vec{j}; 2\vec{i}; -3\vec{j}; 3\vec{i} - 4\vec{j}; 0,2\vec{i} + \sqrt{5}\vec{j}$$

**Ví dụ 40.** Viết dưới dạng  $\vec{u} = x\vec{i} + y\vec{j}$  khi biết tọa độ vector  $\vec{u}$ :

- a)  $\vec{u} = (2; -3)$ .      b)  $\vec{u} = (-1; 4)$ .      c)  $\vec{u} = (2; 0)$       d)  $\vec{u} = (0; -1)$   
 e)  $\vec{u} = (5; 0)$ .      f)  $\vec{u} = (0; 11)$ .      g)  $\vec{u} = (0; 0)$       h)  $\vec{u} = (2; 2)$

### III - BÀI TẬP TỰ LUYỆN

**Bài 98.** Viết tọa độ các véctơ sau

- a)  $\vec{a} = 2\vec{i} - 3\vec{j}$ .      b)  $\vec{b} = \frac{1}{3}\vec{i} + 5\vec{j}$ .      c)  $\vec{c} = 3\vec{i}$       d)  $\vec{d} = -2\vec{j}$   
 e)  $\vec{n} = 2\vec{i} + 3\vec{j}$ .      f)  $\vec{f} = \frac{1}{3}\vec{i} - 5\vec{j}$ .      g)  $\vec{g} = 3\vec{i}$       h)  $\vec{h} = \vec{j} + \frac{1}{3}\vec{i}$

**Bài 99.** Viết véctơ  $\vec{u}$  dưới dạng  $\vec{u} = x\vec{i} + y\vec{j}$  khi biết tọa độ của  $\vec{u}$  là:

- a)  $(2; -3)$ .      b)  $(-1; 8)$ .      c)  $(2; 0)$       d)  $(0; -1)$       e)  $(0; 0)$       f)  $(\pi; -\sin 10^\circ)$

### Dạng 3. Các phép toán trên tọa độ véctơ

#### I - TÓM TẮT LÝ THUYẾT

- Sử dụng các công thức tọa độ của tổng, hiệu, tích vector với một số điều kiện cùng phương.
- Bài toán:** Hãy biểu diễn (phân tích) vector  $\vec{c} = (c_1; c_2)$  theo các vector  $\vec{a} = (a_1; a_2)$  và  $\vec{b} = (b_1; b_2)$ :

Bước 1: Giả sử  $\vec{c} = m\vec{a} + n\vec{b}$  (1)

Bước 2: Ta có:  $m\vec{a} + n\vec{b} = (ma_1 + nb_1; ma_2 + nb_2)$

$$\text{Do đó (1)} \Leftrightarrow \begin{cases} c_1 = ma_1 + nb_1 \\ c_2 = ma_2 + nb_2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m = \dots \\ n = \dots \end{cases}. \text{ Vậy } \vec{c} = m\vec{a} + n\vec{b}.$$

## II - BÀI TẬP MẪU

**Ví dụ 41.** Cho  $\vec{u} = (3; -2)$ ,  $\vec{v} = (7; 4)$ . Tính tọa độ của các vector  $\vec{u} + \vec{v}$ ,  $\vec{u} - \vec{v}$ ,  $8\vec{u}$ ,  $3\vec{u} - 4\vec{v}$ ,  $-(3\vec{u} - 4\vec{v})$ .

**Ví dụ 42.** Cho  $\vec{a} = (2; 1)$ ,  $\vec{b} = (3; 4)$ ,  $\vec{c} = (7; 2)$

- Tìm tọa độ của vector  $\vec{u} = 2\vec{a} - 3\vec{b} + \vec{c}$ .
- Tìm tọa độ của vector  $\vec{v}$  sao cho  $\vec{v} + \vec{a} = \vec{b} - \vec{c}$ .
- Tìm các số  $k, m$  để  $\vec{c} = k\vec{a} + m\vec{b}$ .

**Ví dụ 43.** Cho ba vector  $\vec{a} = (3; -1)$ ,  $\vec{b} = (1; -2)$ ,  $\vec{c} = (-1; 7)$ . Hãy biểu diễn vector  $\vec{p} = \vec{a} + \vec{b} + \vec{c}$  qua các vector  $\vec{a}$  và  $\vec{b}$ .

**Ví dụ 44.** Xét xem các cặp vector sau có cùng phương hay không? Trong trường hợp cùng phương thì xét xem cùng hay ngược hướng?

- $\vec{a} = (2; 3)$ ,  $\vec{b} = (-10; -15)$ .
- $\vec{u} = (0; 5)$ ,  $\vec{v} = (0; 8)$ .
- $\vec{m} = (-2; 1)$ ,  $\vec{n} = (-6; 3)$ .
- $\vec{c} = (3; 4)$ ,  $\vec{d} = (6; 9)$ .

**Ví dụ 45.** Tìm tham số để các cặp vector cùng phương:

a)  $\vec{u} = \frac{1}{2}\vec{i} - 5\vec{j}$ ,  $\vec{v} = k\vec{i} - 4\vec{j}$ .

b)  $\vec{m} = (x; -3)$ ,  $\vec{n} = (-2; 2x)$ .

### III - BÀI TẬP TỰ LUYỆN

**Bài 100.** Các cặp vector sau đây có cùng phương hay không ?

a)  $\vec{a}(-3; 2)$ ,  $\vec{b}(6; -4)$ .

b)  $\vec{c}(-4; 8)$ ,  $\vec{d}(-0, 5; 1)$ .

c)  $\vec{u}(2006; 0)$ ,  $\vec{v}(-1; 0)$ .

d)  $\vec{m}(3; \sqrt{5})$ ,  $\vec{n}(\sqrt{5}; 3)$ .

**Bài 101.** Cho  $\vec{a} = (1; 2)$ ,  $\vec{b} = (-3; 1)$  và  $\vec{c} = (6; 5)$ . Tính  $m$  để vector  $m\vec{a} + \vec{b}$  cùng phương với  $\vec{c}$ .

**Bài 102.** Cho  $\vec{a} = (1; -2)$ ,  $\vec{b} = (3; 4)$ ,  $\vec{c} = (5; -1)$ . Tìm tọa độ vector  $\vec{u} = 2\vec{a} + \vec{b} - \vec{c}$

**Bài 103.** Bài 4 Cho  $\vec{a} = (2; 1)$ ,  $\vec{b} = (3; -4)$ ,  $\vec{c} = (-7; 2)$

a) Tìm tọa độ của vector  $\vec{u} = 3\vec{a} + 2\vec{b} - 4\vec{c}$

b) Tìm tọa độ của vector  $\vec{x}$  sao cho  $\vec{x} + \vec{a} = \vec{b} - \vec{c}$

c) Tìm các số  $k, l$  để  $\vec{c} = k\vec{a} + l\vec{b}$

**Bài 104.** Cho hai vector  $\vec{a} = (-3; 2)$ ,  $\vec{b} = (4; 5)$

a) Hãy biểu thị các vector  $\vec{a}$  và  $\vec{b}$  theo hai vector  $\vec{i}$  và  $\vec{j}$ ,

b) Tìm tọa độ của các vector  $\vec{c} = \vec{a} - \vec{b}$ ,  $\vec{d} = 2\vec{a} + \frac{1}{2}\vec{b}$ ,  $\vec{u} = \vec{a} + 4\vec{b}$ ,

**Bài 105.** Cho  $\vec{a} = (1; -2)$ ,  $\vec{b} = (0; 3)$ . Tìm tọa độ của các vector sau:

a)  $\vec{x} = \vec{a} + \vec{b}$ .

b)  $\vec{y} = \vec{a} - \vec{b}$ .

c)  $\vec{z} = 2\vec{a} - 3\vec{b}$

d)  $\vec{u} = 3\vec{a} - 2\vec{b}$

**Bài 106.** Cho  $\vec{a} = (2; 0)$ ,  $\vec{b} = \left(-1; \frac{1}{2}\right)$  và  $\vec{c} = (4; -6)$ .

a) Tìm tọa độ của vector  $\vec{d} = 2\vec{a} - 3\vec{b} + 5\vec{c}$ .

b) Tìm 2 số  $m, n$  sao cho:  $m\vec{a} + \vec{b} - n\vec{c} = \vec{0}$ .

**Bài 107.** Cho  $\vec{a} = (1; 2)$ ,  $\vec{b} = (-1; 4)$  và  $\vec{c} = (0; 4)$ . Tìm tọa độ và độ dài các vector  $\vec{u}$  và  $\vec{v}$ , biết:

a)  $\vec{u} = 2\vec{a} - 4\vec{b} + \vec{c} + 5\vec{j}$ .

b)  $\vec{v} = \vec{a} + \vec{b} - 3\vec{c} + 2\vec{j}$ .

**Bài 108.** Biểu diễn vector  $\vec{c}$  theo các vector  $\vec{a}$  và  $\vec{b}$ , biết:

a)  $\vec{a} = (2; -1)$ ,  $\vec{b} = (-3; 4)$ ,  $\vec{c} = (-4; 7)$ .

b)  $\vec{a} = (1; 1)$ ,  $\vec{b} = (2; -3)$ ,  $\vec{c} = (-1; 3)$ .

c)  $\vec{a} = (-4; 3)$ ,  $\vec{b} = (-2; -1)$ ,  $\vec{c} = (0; 5)$ .

d)  $\vec{a} = (4; 2)$ ,  $\vec{b} = (5; 3)$ ,  $\vec{c} = (2; 0)$ .

e)  $\vec{a} = (2; -2)$ ,  $\vec{b} = (1; 4)$ ,  $\vec{c} = (5; 0)$ .

f)  $\vec{a} = (1; -1)$ ,  $\vec{b} = (2; 1)$ ,  $\vec{c} = (4; -1)$ .

**Bài 109.** Cho  $\vec{u} = (2; -5)$ ,  $\vec{v} = (3; 4)$  và  $\vec{w} = (-5; 7)$ .

- Tìm tọa độ của vector  $\vec{a} = \vec{u} + 3\vec{v} - 5\vec{w}$
- Tìm tọa độ của vector  $\vec{x}$  sao cho  $\vec{u} + 2\vec{v} - 3\vec{w} + \vec{x} = \vec{0}$
- Phân tích vector  $\vec{b} = (7; 2)$  theo hai vector  $\vec{u}$  và  $\vec{v}$
- Tìm  $m$  biết rằng  $\vec{c} = (6; m)$  cùng phương với vector  $\vec{w}$ .

**Bài 110.** Cho  $\vec{a} = (2; 1)$ ,  $\vec{b} = (3; 4)$  và  $\vec{c} = (-7; 2)$ .

- Tìm tọa độ của vector  $\vec{u} = 3\vec{a} + 2\vec{b} - 4\vec{c}$ .
- Tìm tọa độ của vector  $\vec{x}$  sao cho  $\vec{x} + \vec{a} = \vec{b} - \vec{c}$ .
- Tìm các số  $k, m$  để  $\vec{c} = k\vec{a} + m\vec{b}$ .

## Dạng 4. Tọa độ điểm

### I - TÓM TẮT LÝ THUYẾT

- Tọa độ điểm  $M(x; y)$ :  $\vec{OM} = x\vec{i} + y\vec{j}$
- Tọa độ vector  $\vec{AB} = (x_B - x_A; y_B - y_A)$
- Sử dụng tọa độ hai vector bằng nhau, các phép tính tổng, hiệu, tích vector với một số, tọa độ trung điểm và trọng tâm tam giác.
- Phương pháp chung: ta thường tìm nhữn ghệ thức về véctơ liên hệ giữa  $M$  (hay véctơ  $\vec{a}$ ) với các điểm (hay véctơ) đã biết cho phép lập hệ phương trình ma fhai ẩn là tọa độ của  $M$  (hay véctơ  $\vec{a}$ ), từ đó tìm được tọa độ của  $M$  (hay véctơ  $\vec{a}$ ).

### II - BÀI TẬP MẪU

**Ví dụ 46.** Trong mp  $Oxy$ , cho 3 điểm  $A(2; 0)$ ,  $B(-2; 4)$ ,  $C(3; 2)$ .

- Chứng minh  $A, B, C$  là 3 đỉnh của 1 tam giác
- Toạ độ trọng tâm  $\Delta ABC$ ,

**Ví dụ 47.** Trong mp  $Oxy$ , cho hình bình hành  $ABCD$  có :  $A(-1; -2)$ ,  $B(3; 2)$  và  $C(4; -1)$ . Tìm tọa độ điểm  $D$

**Ví dụ 48.** Trong mp  $Oxy$ , cho 3 điểm  $A(-3;4)$ ,  $B(1;1)$  và  $C(9;-5)$

- Chứng minh 3 điểm  $A, B, C$  thẳng hàng
- Tìm tọa độ điểm  $D \in$  trục  $y'Oy$  để  $A, B$  và  $D$  thẳng hàng

**Ví dụ 49.** Trong mp  $Oxy$ , cho 3 điểm  $M(2;3)$ ,  $N(0;-4)$  và  $P(-1;6)$  lần lượt là trung điểm của các cạnh  $BC, CA, AB$  của  $\Delta ABC$ . Tìm tọa độ 3 đỉnh của tam giác này.

**Ví dụ 50.** Trong mp  $Oxy$ , cho tứ giác  $MNPQ$  có  $M(0;-4)$ ,  $N(6;-2)$ ,  $P(4;0)$  và  $Q(1;-1)$ . Chứng minh tứ giác này là 1 hình thang.

**Ví dụ 51.** Trong mp  $Oxy$ , cho các điểm  $A(1;-2)$ ,  $B(0;4)$  và  $C(3;2)$ . Tìm tọa độ điểm  $M$  thỏa hệ thức  $\overrightarrow{CM} = 2\overrightarrow{AB} - 4\overrightarrow{AC}$

**Ví dụ 52.** Cho ba điểm  $A(-1;1), B(1;3), C(-2;0)$

- Tìm tọa độ của  $\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{BC}$ . Chứng minh  $A, B, C$  thẳng hàng
- Chứng minh  $A, B, O$  không thẳng hàng. Tìm tọa độ trọng tâm  $G$  của tam giác  $ABO$
- Tìm tọa độ điểm  $D$  trên trục hoành để  $A, B, D$  thẳng hàng.

**Ví dụ 53.** Cho ba điểm  $A(1;4), B(-2;2), C(4;0)$

- Chứng minh  $A, B, C$  là ba đỉnh của tam giác
- Tính tọa độ của vector  $\overrightarrow{AM}$  với  $M$  là trung điểm của  $BC$
- Tính tọa độ trọng tâm  $G$  của tam giác  $ABC$

**Ví dụ 54.** Cho tam giác  $ABC$  với  $AB=5$  và  $AC=1$ . Tính tọa độ điểm  $D$  là của chân đường phân giác trong góc  $A$  theo tọa độ của  $B, C$

**Ví dụ 55.** Cho hai điểm phân biệt  $A(x_A; y_A)$  và  $B(x_B; y_B)$ . Ta nói điểm  $M$  chia đoạn thẳng  $AB$  theo tỉ

$$\text{số } k \text{ nếu } \overrightarrow{MA} = k \overrightarrow{MB} \ (k \neq 1). \text{ Chứng minh rằng } \begin{cases} x_M = \frac{x_A - kx_B}{1 - k} \\ y_M = \frac{y_A - ky_B}{1 - k} \end{cases}.$$

### III - BÀI TẬP TỰ LUYỆN

**Bài 111.** Trong mặt phẳng tọa độ  $Oxy$  cho điểm  $M(x; y)$

- Tìm tọa độ của điểm  $A$  đối xứng với  $M$  qua trục  $Ox$
- Tìm tọa độ của điểm  $B$  đối xứng với  $M$  qua trục  $Oy$
- Tìm tọa độ của điểm  $C$  đối xứng với  $M$  qua gốc  $O$

**Bài 112.** Trong mặt phẳng  $Oxy$ , cho 3 điểm  $A(-4;1), B(3;4)$  và  $C(4;-2)$

- Chứng minh  $A, B, C$  là 3 đỉnh 1 tam giác
- Tìm tọa độ trọng tâm  $\Delta ABC$
- Tìm tọa độ điểm  $D$  sao cho  $ABCD$  là hình bình hành

**Bài 113.** Trong mặt phẳng  $Oxy$ , cho hình bình hành  $ABCD$  có  $A(1;-3), B(-3;2)$  và  $D(4;-1)$ . Tìm tọa độ điểm  $C$ .

## C - BÀI TẬP TỔNG HỢP

- Bài 114.** Trong mp  $Oxy$ , cho 2 điểm  $A(-1;1), B(0;3)$ .
- Tìm tọa độ điểm  $I \in$  trục  $x$  để  $A, B, I$  thẳng hàng.
  - Tìm giá trị của  $m$  để điểm  $M(m+4; 2m+1)$  thẳng hàng với 2 điểm  $A, B$ .
- Bài 115.** Trong mặt phẳng  $Oxy$ , cho 3 điểm  $M(-4;1), N(2;4)$  và  $P(2;-2)$  lần lượt là trung điểm của các cạnh  $BC, CA, AB$  của  $\Delta ABC$ .
- Tìm tọa độ 3 đỉnh.
  - Chứng minh  $\Delta ABC$  và  $\Delta MNP$  có cùng trọng tâm.
- Bài 116.** Trong mặt phẳng  $Oxy$ , cho 4 điểm  $A(-2;6), B(4;-4), C(2;-2)$  và  $D(-1;-3)$ . Chứng minh  $ABCD$  là hình thang.
- Bài 117.** Trong mp  $Oxy$ , cho các điểm  $A(-1;2), B(0;4)$  và  $C(3;2)$ . Tìm tọa độ điểm  $N$  thỏa hệ thức  $\overrightarrow{AN} + 2\overrightarrow{BN} + 4\overrightarrow{CN} = \vec{0}$ .
- Bài 118.** Trong mặt phẳng  $Oxy$ , cho tam giác  $ABC$  có  $A(-1;2), B(3;4)$  và  $C(7;-1)$ . Gọi  $G$  là trọng tâm của tam giác và  $I$  là trung điểm  $AG$ . Gọi  $K$  là điểm trên cạnh  $AB$  sao cho  $\overrightarrow{AB} = 5\overrightarrow{AK}$ . Chứng minh 3 điểm  $C, I, K$  thẳng hàng.
- Bài 119.** Trong mặt phẳng  $Oxy$  cho tam giác  $ABC$  có trung điểm cạnh  $BC$  là  $M(-1;1)$ , trung điểm cạnh  $AC$  là  $N(1;9)$ , trung điểm cạnh  $AB$  là  $P(9;1)$ . Tìm tọa độ  $A, B, C$
- Bài 120.** Trong mặt phẳng  $Oxy$  cho  $\vec{a} = (x^2 + 1; 3x - 2), \vec{b} = (2; 1)$  và  $A(0; 1)$
- Tìm  $x$  để  $\vec{a}$  cùng phương với  $\vec{b}$
  - Tìm tọa độ của điểm  $M$  để  $\overrightarrow{AM}$  cùng phương với  $\vec{b}$  và có độ dài bằng  $\sqrt{5}$
- Bài 121.** Các điểm  $A'(-4;1), B'(2;4)$  và  $C'(2;-2)$  lần lượt là trung điểm các cạnh  $BC, CA$  và  $AB$  của tam giác  $ABC$ . Tính tọa độ các đỉnh của tam giác  $ABC$ . Chứng minh rằng trọng tâm của tam giác  $ABC$  và  $A'B'C'$  trùng nhau.
- Bài 122.** Trong mặt phẳng  $Oxy$  cho  $A(-4;1), B(2;4)$  và  $C(2;-2)$
- Chứng minh rằng 3 điểm  $A, B, C$  tạo thành tam giác
  - Tìm tọa độ trọng tâm  $G$  tam giác  $ABC$
  - Tìm tọa độ điểm  $D$  sao cho  $C$  là trọng tâm của tam giác  $ABD$ .
  - Tìm tọa độ điểm  $E$  trên trục  $Ox$  sao cho  $A, B, E$  thẳng hàng.
  - Tìm tọa độ điểm  $F$  sao cho  $ABCF$  là hình bình hành.
- Bài 123.** Trên mặt phẳng  $Oxy$  cho 2 điểm  $A(-2;-2)$  và  $B(5;-4)$
- Tìm tọa độ trọng tâm của tam giác  $OAB$ .
  - Tìm tọa độ điểm  $C$  sao cho tam giác  $ABC$  có trọng tâm là điểm  $G(2;0)$ .
- Bài 124.** Cho tam giác  $ABC$  với  $A = (2;3), B = (-1;4), C = (1;1)$ . Tìm các tọa độ của đỉnh  $D$  của hình bình hành
- $ABCD$ .
  - $ACBD$ .
- Bài 125.** Cho  $A(-4;1), B(2;4), C(2;-2)$ .
- Tìm điểm  $D$  sao cho  $C$  là trọng tâm tam giác  $ABD$ .
  - Tìm điểm  $E$  sao cho  $ABCE$  là hình bình hành.

**D - CÂU HỎI TRẮC NGHIỆM**

**Câu 61.** Cho ba điểm  $A, B, C$  trên trục  $x'Ox$  có vectơ đơn vị  $\vec{i}$ . Mệnh đề nào sau đây **sai** ?

- A.**  $x_A$  là tọa độ của  $A \Leftrightarrow \overrightarrow{OA} = x_A \cdot \vec{i}$ .  
**B.**  $x_B, x_C$  là tọa độ của  $B$  và  $C$  thì:  $\overrightarrow{BC} = x_B - x_C$ .  
**C.**  $\overrightarrow{AC} + \overrightarrow{CB} = \overrightarrow{AB}$ .  
**D.**  $M$  là trung điểm của  $AB \Leftrightarrow \overrightarrow{OM} = \frac{\overrightarrow{OA} + \overrightarrow{OB}}{2}$ .

**Câu 62.** Trên trục  $x'Ox$ , cho bốn điểm  $A, B, C, D$  có tọa độ lần lượt là 3, 5, -7, 9. Mệnh đề nào sau đây **sai** ?

- A.**  $\overrightarrow{AB} = 2$ .                      **B.**  $\overrightarrow{AC} = -10$ .                      **C.**  $\overrightarrow{CD} = -16$ .                      **D.**  $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AC} = -8$ .

**Câu 63.** Cho bốn điểm  $A, B, C, D$  trên trục  $(O; \vec{i})$ . Mệnh đề nào sau đây **sai** ?

- A.**  $\overrightarrow{AB} = \overrightarrow{AD} + \overrightarrow{DB}$ .                      **B.**  $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{CD} + \overrightarrow{BC} = \overrightarrow{AD}$ .  
**C.**  $\overrightarrow{CD} = \overrightarrow{BD} - \overrightarrow{BC}$ .                      **D.**  $\overrightarrow{AB} - \overrightarrow{BA} = 0$ .

**Câu 64.** Trên trục  $x'Ox$  cho hai điểm  $A, B$  có tọa độ lần lượt là 5 và 10. Điểm  $M$  nằm trên  $x'Ox$  thỏa  $5\overrightarrow{MA} = 3\overrightarrow{MB}$  có tọa độ là :

- A.**  $\frac{5}{2}$ .                      **B.**  $-\frac{5}{2}$ .                      **C.**  $\frac{3}{2}$ .                      **D.** -2.

**Câu 65.** Trên trục  $x'Ox$ , cho ba điểm  $A, B, C$ . Nếu biết  $\overrightarrow{AB} = 5, \overrightarrow{AC} = 7$  thì  $\overrightarrow{CB}$  bằng :

- A.** -2.                      **B.** 2.                      **C.** 4.                      **D.** 3.

**Câu 66.** Trên trục  $(O; \vec{i})$ , cho bốn điểm  $A, B, C, D$  có tọa độ lần lượt là  $a, b, c, d$  và điểm  $M$  có tọa độ  $x$ . Hỏi mệnh đề nào sau đây **sai** ?

- A.** Nếu  $\overrightarrow{MA} + \overrightarrow{MB} = \vec{0}$  thì  $x = \frac{a+b}{2}$ .  
**B.** Nếu  $\overrightarrow{MA} + \overrightarrow{MB} + \overrightarrow{MC} = \vec{0}$  thì  $x = \frac{a+b+c}{3}$ .  
**C.** Nếu  $\overrightarrow{MA} + \overrightarrow{MB} + \overrightarrow{MC} + \overrightarrow{MD} = \vec{0}$  thì  $x = \frac{a+b+c+d}{4}$ .  
**D.**  $\overrightarrow{MA} + \overrightarrow{AB} + \overrightarrow{BD} + \overrightarrow{MD} = 0$ .

**Câu 67.** Cho ba điểm  $A, B, C$  có tọa độ theo thứ tự là 2, 4, -5. Tìm tọa độ điểm  $M$  trên trục này sao cho  $3\overrightarrow{MA} + 4\overrightarrow{MB} + 2\overrightarrow{MC} = \vec{0}$ .

- A.**  $\frac{4}{3}$ .                      **B.**  $-\frac{2}{3}$ .                      **C.**  $\frac{7}{9}$ .                      **D.** Một số khác.

**Câu 68.** Trên trục  $x'Ox$  cho bốn điểm  $A, B, C, D$  tùy ý.

Để chứng minh  $\overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{CD} + \overrightarrow{AC} \cdot \overrightarrow{DB} + \overrightarrow{AD} \cdot \overrightarrow{BC} = 0$ , một học sinh giải như sau, hỏi sai từ bước nào ?

**A.** Gọi  $a, b, c, d$  lần lượt là tọa độ của  $A, B, C, D$  trên trục  $x'Ox$ . Ta có :  
 $\overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{CD} = (b-a)(d-c) = bd - ad - bc + ac$ . (1)

**B.** Tương tự :  $\overrightarrow{AC} \cdot \overrightarrow{DB} = cb - ab - cd + ad$ . (2)

**C.** Tương tự :  $\overrightarrow{AD} \cdot \overrightarrow{BC} = dc - ac - ba + ab$ . (3)

**D.** Cộng (1), (2), (3) theo từng vế và rút gọn ta suy ra:  $\overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{CD} + \overrightarrow{AC} \cdot \overrightarrow{DB} + \overrightarrow{AD} \cdot \overrightarrow{BC} = 0$ .

- Câu 69.** Cho bốn điểm  $A, B, C, D$  trên một trục  $(O; \vec{i})$ , có tọa độ lần lượt là  $a, b, c, d$ . Tìm hệ thức giữa  $a, b, c, d$  để  $\frac{\overline{CA}}{\overline{CB}} = -\frac{\overline{DA}}{\overline{DB}}$ .
- A.  $(a+b)(c+d) = ab+cd$ . B.  $(a+b)(c+d) = 2(ab+cd)$ .  
 C.  $(a+b)(c+d) = ab-cd$ . D.  $(a+b)(c+d) = 2(ab-cd)$ .
- Câu 70.** Cho hai điểm  $A, B$  trên trục  $x'Ox$  có tọa độ 2 và 5. Tìm điểm  $C$  đối xứng với  $B$  qua điểm  $A$ .
- A. -1. B. -2. C. 1. D. 2.
- Câu 71.** Cho ba điểm  $A(-2), B(3), C(6)$  trên trục  $x'Ox$ . Tìm tọa độ  $x$  của điểm  $D$  sao cho  $\frac{\overline{DA}}{\overline{DB}} = -\frac{\overline{CA}}{\overline{CB}}$ .
- A.  $x = \frac{15}{11}$ . B.  $x = \frac{18}{11}$ . C.  $x = \frac{20}{11}$ . D.  $x = 18$ .
- Câu 72.** Cho ba điểm  $A(2), B(5), C(8)$ . Tìm tọa độ  $x$  của điểm  $G$  thỏa:  $\frac{2}{AB} = \frac{1}{AC} + \frac{1}{AD}$ .
- A.  $x = 3$ . B.  $x = 4$ . C.  $x = 6$ . D.  $x = 5$ .
- Câu 73.** Trong hệ trục  $(O; \vec{i}, \vec{j})$  cho 2 vector  $\vec{a} = (3; 2), \vec{b} = -\vec{i} + 5\vec{j}$ . Mệnh đề nào sau đây sai?
- A.  $\vec{a} = 3\vec{i} + 2\vec{j}$ . B.  $\vec{b} = (-1; 5)$ .  
 C.  $\vec{a} + \vec{b} = (2; 7)$ . D.  $\vec{a} - \vec{b} = (2; -3)$ .
- Câu 74.** Cho  $\vec{a} = (-3; 4)$ . Mệnh đề nào sau đây sai?
- A.  $-\vec{a} = (3; -4)$ . B.  $|\vec{a}| = 5$ . C.  $0.\vec{a} = 0$ . D.  $2|\vec{a}| = 10$ .
- Câu 75.** Cho  $\vec{a} = 2\vec{i} - 3\vec{j}$  và  $\vec{b} = -\vec{i} + 2\vec{j}$ . Tìm tọa độ của  $\vec{c} = \vec{a} - \vec{b}$ .
- A.  $\vec{c} = (1; -1)$ . B.  $\vec{c} = (3; -5)$ . C.  $\vec{c} = (-3; 5)$ . D.  $\vec{c} = (2; 7)$ .
- Câu 76.** Cho  $\vec{u} = 2\vec{i} - 3\vec{j}, \vec{v} = -5\vec{i} - \vec{j}$ . Gọi  $(X; Y)$  là tọa độ của  $\vec{w} = 2\vec{u} - 3\vec{v}$  thì tích  $XY$  bằng:
- A. -57. B. 57. C. -63. D. Một đáp án khác.
- Câu 77.** Cho ba điểm  $A(1; -3), B(4; 5), C(2; -3)$ . Xét các mệnh đề sau:
- I.  $\overline{AB} = (3; 8)$ .  
 II.  $A'$  là trung điểm của  $BC$  thì  $A'(6; 2)$ .  
 III. Tam giác  $ABC$  có trọng tâm  $G\left(\frac{7}{3}; -\frac{1}{3}\right)$ .
- Hỏi mệnh đề nào đúng?
- A. Chỉ I và II. B. Chỉ II và III. C. Chỉ I và III. D. Cả I, II, III.
- Câu 78.** Trọng tâm  $G$  của tam giác  $ABC$  với  $A(-4; 7), B(2; 5), C(-1; -3)$  có tọa độ là:
- A.  $(-1; 4)$ . B.  $(2; 6)$ . C.  $(-1; 2)$ . D. Một đáp số khác.
- Câu 79.** Cho  $A(1; 5), B(-2; 4), G(3; 3)$ . Nếu  $G$  là trọng tâm tam giác  $ABC$  thì tọa độ của  $C$  là:
- A.  $(3; 1)$ . B.  $(5; 7)$ . C.  $(10; 0)$ . D.  $(-10; 0)$ .

- Câu 80.** Cho  $\Delta ABC$  có  $A(0;-2)$ ,  $B(4;0)$ ,  $C(1;1)$  và  $G$  là trọng tâm. Nếu  $M$  là điểm trên đường thẳng  $d$  có phương trình  $y = 2$  sao cho  $|\overrightarrow{MA} + \overrightarrow{MB} + \overrightarrow{MC}|$  bé nhất thì tọa độ của vectơ  $\overrightarrow{MG}$  là:
- A.  $\left(\frac{5}{3}; \frac{7}{3}\right)$ .      B.  $\left(\frac{5}{3}; -\frac{7}{3}\right)$ .      C.  $\left(0; \frac{7}{3}\right)$ .      D.  $\left(0; -\frac{7}{3}\right)$ .
- Câu 81.** Bộ ba điểm nào sau đây là ba điểm thẳng hàng?
- A.  $A(1;1), B\left(0\frac{2}{3}\right), C(-4;-1)$ .      B.  $I(-3;-1), J(1;0), K\left(4;\frac{3}{4}\right)$ .  
C.  $D(-2;3), E(2;2), F(6;0)$ .      D.  $M(1;4), N(-1;1), P(-3;-3)$ .
- Câu 82.** Cho hình bình hành  $ABCD$  có tâm  $I(3;4)$  trung điểm của các cạnh  $AB$ ,  $AD$  theo thứ tự là  $M(1;1)$ ,  $N(-2;3)$ . Tọa độ của vectơ  $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AC} + \overrightarrow{AD}$  là
- A.  $(28;16)$ .      B.  $(14;8)$ .      C.  $(7;4)$ .      D.  $(28;20)$ .
- Câu 83.** Tìm tọa độ trung điểm  $M$  của đoạn nối hai điểm  $A(3;7)$  và  $B(-6;1)$ .
- A.  $\left(\frac{9}{2}; 3\right)$ .      B.  $\left(-\frac{3}{2}; 4\right)$ .      C.  $(-3; 6)$ .      D.  $\left(\frac{3}{2}; 4\right)$ .
- Câu 84.** Trong mặt phẳng  $Oxy$  cho  $\vec{a} = 3\vec{i} + 2\vec{j}$ ,  $\vec{b} = 5\vec{j} - 4\vec{i}$  và  $\vec{c} = (7;4)$ . Mệnh đề nào dưới đây là đúng?
- A.  $\vec{c} = \frac{20}{13}\vec{a} - \frac{3}{13}\vec{b}$ .      B.  $\vec{c} = \frac{25}{13}\vec{a} + \frac{2}{13}\vec{b}$ .      C.  $\vec{c} = \frac{51}{23}\vec{a} - \frac{2}{13}\vec{b}$ .      D.  $\vec{c} = \frac{47}{23}\vec{a} - \frac{3}{23}\vec{b}$ .
- Câu 85.** Cho tam giác  $ABC$  có  $A(1;3)$ ,  $B(4;-1)$ , trọng tâm  $G(-2;-3)$ . Tọa độ điểm  $C$  là
- A.  $C(7;-11)$ .      B.  $C(-7;-11)$ .      C.  $C(7;11)$ .      D.  $C(-7;11)$ .
- Câu 86.** Cho  $A(0;-2)$ ,  $B(-3;1)$ . Tìm tọa độ giao điểm  $M$  của  $AB$  với trục  $x'Ox$ .
- A.  $M(-2;0)$ .      B.  $M(2;0)$ .      C.  $M\left(-\frac{1}{2};0\right)$ .      D.  $M\left(\frac{1}{2};0\right)$ .
- Câu 87.** Cho  $\vec{a} = 2\vec{i} - 3\vec{j}$ ,  $\vec{b} = m\vec{j} + \vec{i}$ . Nếu  $\vec{a}, \vec{b}$  cùng phương thì:
- A.  $m = -6$ .      B.  $m = 6$ .      C.  $m = -\frac{2}{3}$ .      D.  $m = -\frac{3}{2}$ .
- Câu 88.** Cho  $\vec{u} = (2x-1; 3)$ ,  $\vec{v} = (1; x+2)$ . Có hai giá trị  $x_1, x_2$  của  $x$  để  $\vec{u}$  cùng phương với  $\vec{v}$ . Tính  $x_1 \cdot x_2$ .
- A.  $\frac{5}{3}$ .      B.  $-\frac{5}{3}$ .      C.  $-\frac{5}{2}$ .      D.  $\frac{5}{2}$ .
- Câu 89.** Cho ba điểm  $A(0;1)$ ,  $B(0;-2)$ ,  $C(3;0)$ . Vẽ hình bình hành  $ABDC$ . Tìm tọa độ điểm  $D$ .
- A.  $D(-3;3)$ .      B.  $D(3;-3)$ .      C.  $D(3;3)$ .      D.  $D(-3;-3)$ .
- Câu 90.** Hai vectơ nào sau đây không cùng phương:
- A.  $\vec{a} = (3;5)$  và  $\vec{b} = \left(-\frac{6}{7}; -\frac{10}{7}\right)$ .      B.  $\vec{c}$  và  $-4\vec{c}$ .  
C.  $\vec{i} = (1;0)$  và  $\vec{m} = \left(-\frac{5}{2}; 0\right)$ .      D.  $\vec{m} = (-\sqrt{3}; 0)$  và  $\vec{n} = (0; -\sqrt{3})$ .

- Câu 91.** Các điểm và các vectơ sau đây cho trong hệ trục  $(O; \vec{i}, \vec{j})$  (giả thiết  $m, n, p, q$  là những số thực khác 0). Mệnh đề nào sau đây **sai** ?
- A.  $\vec{a} = (m; 0) \Leftrightarrow \vec{a} \parallel \vec{i}$ . B.  $\vec{b} = (0; n) \Leftrightarrow \vec{b} \parallel \vec{j}$ .  
 C. Điểm  $A(n; p) \in x'Ox \Leftrightarrow n = 0$ . D.  $A(0; p), B(q; p)$  thì  $AB \parallel x'Ox$ .
- Câu 92.** Cho ba điểm  $A(2; -4), B(6; 0), C(m; 4)$ . Định  $m$  để  $A, B, C$  thẳng hàng ?
- A.  $m = 10$ . B.  $m = -6$ . C.  $m = 2$ . D. Một số khác.
- Câu 93.** Cho hai điểm  $A(x_A; y_A), B(x_B; y_B)$ . Tọa độ của điểm  $M$  mà  $\overrightarrow{MA} = k\overrightarrow{MB}$  ( $k \neq 1$ ) là :
- A.  $\begin{cases} x_M = \frac{x_A + k.x_B}{1+k} \\ y_M = \frac{y_A + k.y_B}{1+k} \end{cases}$ . B.  $\begin{cases} x_M = \frac{x_A - x_B}{1-k} \\ y_M = \frac{y_A - y_B}{1-k} \end{cases}$ . C.  $\begin{cases} x_M = \frac{x_A - k.x_B}{1-k} \\ y_M = \frac{y_A - k.y_B}{1-k} \end{cases}$ . D.  $\begin{cases} x_M = \frac{x_A + k.x_B}{1-k} \\ y_M = \frac{y_A + k.y_B}{1-k} \end{cases}$ .
- Câu 94.** Cho hai điểm  $M(1; 6)$  và  $N(6; 3)$ . Tìm điểm  $P$  mà  $\overrightarrow{PM} = 2\overrightarrow{PN}$ .
- A.  $P(11; 0)$ . B.  $P(6; 5)$ . C.  $P(2; 4)$ . D.  $P(0; 11)$ .
- Câu 95.** Cho tam giác  $ABC$  với  $B(3; 2), C(0; -4), AB = 4\sqrt{5}, AC = 5\sqrt{5}$ . Chân đường phân giác trong góc  $A$  có tọa độ :
- A.  $(5; -2)$ . B.  $\left(\frac{5}{2}; -\frac{2}{3}\right)$ . C.  $\left(\frac{5}{3}; -\frac{2}{3}\right)$ . D.  $\left(-\frac{5}{3}; \frac{2}{3}\right)$ .
- Câu 96.** Cho tam giác  $ABC$  với  $B(2; -3), C(3; 0), AB = \sqrt{2}, AC = 2\sqrt{2}$ . Tìm giao điểm của đường phân giác ngoài của góc  $A$  và đường thẳng  $BC$  :
- A.  $(-1; 6)$ . B.  $(1; 6)$ . C.  $(-1; -6)$ . D.  $(1; -6)$ .
- Câu 97.** Cho hai điểm  $A(-3; 1)$  và  $B(-5; 5)$ . Tìm điểm  $M$  trên trục  $y'Oy$  sao cho  $MB - MA$  lớn nhất.
- A.  $M(0; -5)$ . B.  $M(0; 5)$ . C.  $M(0; 3)$ . D.  $M(0; -6)$ .
- Câu 98.** Trong mặt phẳng  $(Oxy)$  cho  $A(1; 3), B(4; 9)$ . Tìm điểm  $C$  đối xứng của  $m$  qua  $B$ .
- A.  $C(7; 15)$ . B.  $C(6; 14)$ . C.  $C(5; 12)$ . D.  $C(15; 7)$ .
- Câu 99.** Cho các vectơ  $\vec{a} = (1; 2m^2), \vec{b} = (m; m^2 + m)$  ( $m$  là tham số). Điều kiện cần và đủ của  $m$  để  $\vec{a}$  cùng phương với  $\vec{b}$  là:
- A.  $m = 0$ . B.  $m = 1$ . C.  $m \in \left\{0; 1; -\frac{1}{2}\right\}$ . D.  $m = 1$  hay  $m = \frac{1}{2}$ .
- Câu 100.** Ba điểm nào sau đây không thẳng hàng ?
- A.  $M(-2; 4), N(-2; 7), P(-2; 2)$ . B.  $M(-2; 4), N(5; 4), P(7; 4)$ .  
 C.  $M(3; 5), N(-2; 5), P(-2; 7)$ . D.  $M(5; -5), N(7; -7), P(-2; 2)$ .
- Câu 101.** Cho hai điểm  $A(-2; -3), B(4; 7)$ . Tìm điểm  $M \in y'Oy$  thẳng hàng với  $A$  và  $B$ .
- A.  $M\left(0; \frac{4}{3}\right)$ . B.  $M\left(0; \frac{1}{3}\right)$ .  
 C.  $M(0; 1)$ . D.  $M(0; 3)$ .

**Câu 102.** Trong mặt phẳng  $Oxy$  cho  $A(4;2)$ ,  $B(1;-5)$ . Tìm trọng tâm  $G$  của tam giác  $OAB$ .

- A.  $G\left(\frac{5}{3}; -1\right)$ .      B.  $G\left(\frac{5}{3}; 2\right)$ .      C.  $G(1;3)$ .      D.  $G\left(\frac{5}{2}; -\frac{3}{2}\right)$ .

**Câu 103.** Trong mặt phẳng  $Oxy$  cho  $A(4;2)$ ,  $B(1;-5)$ . Tìm điểm  $C$  để  $OABC$  là hình bình hành.

- A.  $I(-5;3)$ .      B.  $C(5;-3)$ .      C.  $C(3;7)$ .      D.  $C(-3;-7)$ .

**Câu 104.** Trong mặt phẳng  $Oxy$  cho hai điểm  $A(-2m;-m)$ ,  $B(2m;m)$ . Với giá trị nào của  $m$  thì đường thẳng  $AB$  đi qua  $O$ ?

- A.  $m = 3$ .      B.  $m = 5$ .      C.  $\forall m \in \mathbb{R}$ .      D. Không tồn tại  $m$ .

**Câu 105.** Trong mặt phẳng  $Oxy$  cho hai điểm  $A(3;1)$ ,  $B(-1;5)$ . Tìm tọa độ giao điểm của đường thẳng  $AB$  với trục hoành.

- A.  $M(0;-2)$ .      B.  $M(-2;0)$ .      C.  $M(4;0)$ .      D.  $M(0;4)$ .

**Câu 106.** Trong hệ tọa độ  $Oxy$ , cho 4 điểm  $A(3;0)$ ,  $B(4;-3)$ ,  $C(8;-1)$ ,  $D(-2;1)$ . Ba điểm nào trong bốn điểm đã cho thẳng hàng?

- A.  $B, C, D$ .      B.  $A, B, C$ .      C.  $A, B, D$ .      D.  $A, C, D$ .

**Câu 107.** Hai vector nào có tọa độ sau đây là cùng phương?

- A.  $(1; 0)$  và  $(0; 1)$ .      B.  $(2; 1)$  và  $(2; -1)$ .  
C.  $(-1; 0)$  và  $(1; 0)$ .      D.  $(3; -2)$  và  $(6; 4)$ .

**Câu 108.** Tìm tọa độ vector  $\vec{u}$  biết  $\vec{u} + \vec{b} = \vec{0}$ ,  $\vec{b} = (2; -3)$

- A.  $(2; -3)$ .      B.  $(-2; -3)$ .      C.  $(-2; 3)$ .      D.  $(2; 3)$ .

**Câu 109.** Cho hai vector  $\vec{a} = (1; -4)$ ;  $\vec{b} = (-6; 15)$ . Tìm tọa độ vector  $\vec{u}$  biết  $\vec{u} + \vec{a} = \vec{b}$

- A.  $(7; 19)$ .      B.  $(-7; 19)$ .      C.  $(7; -19)$ .      D.  $(-7; -19)$ .

**Câu 110.** Cho 3 điểm  $A(-4;0)$ ,  $B(-5;0)$ ,  $C(3;0)$ . Tìm điểm  $M$  trên trục  $Ox$  sao cho  $\vec{MA} + \vec{MB} + \vec{MC} = \vec{0}$ .

- A.  $(-2;0)$ .      B.  $(2;0)$ .      C.  $(-4;0)$ .      D.  $(-5;0)$ .

**Câu 111.** Cho 3 vector  $\vec{a} = (5;3)$ ;  $\vec{b} = (4;2)$ ;  $\vec{c} = (2;0)$ . Hãy phân tích vector  $\vec{c}$  theo 2 vector  $\vec{a}$  và  $\vec{b}$ .

- A.  $\vec{c} = 2\vec{a} - 3\vec{b}$ .      B.  $\vec{c} = -2\vec{a} + 3\vec{b}$ .      C.  $\vec{c} = \vec{a} - \vec{b}$ .      D.  $\vec{c} = \vec{a} - 2\vec{b}$ .

**Câu 112.** Cho 2 điểm  $M(-2;2)$ ,  $N(1;1)$ . Tìm tọa độ điểm  $P$  trên  $Ox$  sao cho 3 điểm  $M, N, P$  thẳng hàng.

- A.  $P(0;4)$ .      B.  $P(0;-4)$ .      C.  $P(-4;0)$ .      D.  $P(4;0)$ .

**Câu 113.** Trong mặt phẳng  $Oxy$ , cho ba vector  $\vec{a} = (1;2)$ ,  $\vec{b} = (-3;1)$ ,  $\vec{c} = (-4;2)$ . Biết  $\vec{u} = 3\vec{a} + 2\vec{b} + 4\vec{c}$ . Chọn khẳng định đúng.

- A.  $\vec{u}$  cùng phương với  $\vec{i}$ .      B.  $\vec{u}$  không cùng phương với  $\vec{i}$ .  
C.  $\vec{u}$  cùng phương với  $\vec{j}$ .      D.  $\vec{u}$  vuông góc với  $\vec{i}$ .

**Câu 114.** Cho hình bình hành  $ABCD$  biết  $A(-2;0)$ ,  $B(2;5)$ ,  $C(6;2)$ . Tọa độ điểm  $D$  là

- A.  $D(2;-3)$ .      B.  $D(2;3)$ .      C.  $D(-2;-3)$ .      D.  $D(-2;3)$ .

**Câu 115.** Cho  $\Delta ABC$  với  $A(2;2)$ ,  $B(3;3)$ ,  $C(4;1)$ . Tìm tọa độ đỉnh  $D$  sao cho  $ABCD$  là hình bình hành.

- A.**  $D(-5;2)$ .      **B.**  $D(5;2)$ .      **C.**  $D(5;-2)$ .      **D.**  $D(3;0)$ .

**Câu 116.** Cho bốn điểm  $A(1;-1)$ ,  $B(2;4)$ ,  $C(-2;-7)$ ,  $D(3;3)$ . Ba điểm nào trong bốn điểm đã cho thẳng hàng?

- A.**  $A, B, C$ .      **B.**  $A, B, D$ .      **C.**  $B, C, D$ .      **D.**  $A, C, D$ .

**Câu 117.** Trong mặt phẳng  $Oxy$ , cho  $A(1;3)$ ,  $B(-2;4)$ ,  $C(5;3)$ . Trọng tâm của  $\Delta ABC$  có tọa độ là:

- A.**  $\left(2; \frac{10}{3}\right)$ .      **B.**  $\left(\frac{8}{3}; -\frac{10}{3}\right)$ .      **C.**  $(2;5)$ .      **D.**  $\left(\frac{4}{3}; \frac{10}{3}\right)$ .

**Câu 118.** Trong mặt phẳng  $Oxy$ , cho  $\Delta ABC$  với  $A(2;2)$ ,  $B(3;3)$ ,  $C(4;1)$ . Tìm tọa độ đỉnh  $D$  sao cho  $ABCD$  là hình bình hành.

- A.**  $D(-5;2)$ .      **B.**  $D(5;2)$ .      **C.**  $D(5;-2)$ .      **D.**  $D(3;0)$ .

**Câu 119.** Trong mặt phẳng tọa độ  $Oxy$  cho  $\Delta ABC$  có  $A(5;1)$ ,  $B(2;-2)$ ,  $C(-1;2)$ . Điểm  $D$  thuộc trục  $Oy$  sao cho  $ABCD$  là hình thang mà  $AB \parallel CD$ . Tung độ của điểm  $D$  là:

- A.**  $y_D = \frac{5}{2}$ .      **B.**  $y_D = \frac{9}{2}$ .      **C.**  $y_D = 4$ .      **D.**  $y_D = 3$ .

**Câu 120.** Trong mặt phẳng tọa độ  $Oxy$  cho  $\Delta ABC$  có  $A(5;1)$ ,  $B(2;-2)$ ,  $C(-1;2)$ .  $M$  là điểm trên trục  $Ox$  sao cho  $\overrightarrow{MA} + \overrightarrow{MB}$  cùng phương với  $\overrightarrow{MC}$ .  $M$  có hoành độ là:

- A.**  $x_M = \frac{14}{5}$ .      **B.**  $x_M = \frac{9}{5}$ .      **C.**  $x_M = \frac{13}{5}$ .      **D.**  $x_M = \frac{12}{5}$ .

# BÀI TẬP TỔNG HỢP CHƯƠNG 1

## A – TỰ LUẬN

**Bài 126.** Cho lục giác  $ABCDEF$ . Gọi  $M, N, P, Q, R, S$  lần lượt là trung điểm của các cạnh  $AB, BC, CD, DE, EF$ . Chứng minh rằng tam giác  $MPR$  và  $NQS$  có cùng trọng tâm.

**Bài 127.** Cho tam giác  $ABC$ . Gọi  $D$  là điểm định bởi  $\overrightarrow{AD} = \frac{3}{4}\overrightarrow{AC}$ .  $I$  là trung điểm của  $BD$ ,  $M$  là điểm thoả  $\overrightarrow{BM} = x\overrightarrow{BC}$  ( $x \in \mathbb{R}$ ).

- Tính  $\overrightarrow{AI}$  theo  $\overrightarrow{AB}$  và  $\overrightarrow{AC}$ .
- Tính  $\overrightarrow{AM}$  theo  $x$ ,  $\overrightarrow{AB}$  và  $\overrightarrow{AC}$ .
- Tìm  $x$  sao cho  $A, I, M$  thẳng hàng.

**Bài 128.** Cho tam giác  $ABC$  cố định

- Xác định điểm  $I$  sao cho  $\overrightarrow{IA} + 3\overrightarrow{IB} - 2\overrightarrow{IC} = \vec{0}$
- Lấy điểm  $M$  di động. Ta dựng  $N$  sao cho  $\overrightarrow{MN} = \overrightarrow{MA} + 3\overrightarrow{MB} - 2\overrightarrow{MC}$ . Chứng minh rằng  $MN$  luôn đi qua 1 điểm cố định.

**Bài 129.** Trong mặt phẳng  $(P)$  cho tam giác  $ABC$ ,  $M$  là một điểm bất kì thuộc mặt phẳng  $(P)$

- Chứng minh rằng biểu thức  $\vec{u} = 3\overrightarrow{MA} - 5\overrightarrow{MB} + 2\overrightarrow{MC}$  không phụ thuộc vào vị trí điểm  $M$
- Tìm quỹ tích điểm  $M$  trong mặt phẳng  $(P)$  sao cho  $|3\overrightarrow{MA} + 2\overrightarrow{MB} - 2\overrightarrow{MC}| = |\overrightarrow{MB} - \overrightarrow{MC}|$

**Bài 130.** Cho tam giác  $ABC$

- Xác định điểm  $I$  và  $K$  thoả
  - $2\overrightarrow{IA} + \overrightarrow{IB} + \overrightarrow{IC} = \vec{0}$  (1)
  - $\overrightarrow{KA} - \overrightarrow{KB} + \overrightarrow{KC} = \vec{0}$  (2)
- Tìm tập hợp những điểm  $M$ , biết rằng vector  $2\overrightarrow{MA} + \overrightarrow{MB} + \overrightarrow{MC}$  luôn cùng phương với  $\overrightarrow{BC}$
- Cho điểm  $M$  bất kì trong mặt phẳng  $MN$  luôn đi qua một điểm cố định

**Bài 131.** Cho tam giác  $ABC$ . Lấy các điểm  $M, N, P$  sao cho  $\overrightarrow{MB} - 2\overrightarrow{MC} = \overrightarrow{NA} + 2\overrightarrow{NC} = \overrightarrow{PA} + \overrightarrow{PB} = \vec{0}$

- Tính  $\overrightarrow{PM}, \overrightarrow{PN}$  theo  $\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{AC}$
- Chứng minh rằng  $M, N, P$  thẳng hàng

**Bài 132.** Cho tam giác  $ABC$ , gọi  $I, J$  là 2 điểm định bởi  $\overrightarrow{IA} = 2\overrightarrow{IB}, 3\overrightarrow{JA} + 2\overrightarrow{JC} = \vec{0}$

- Tính  $\overrightarrow{IJ}$  theo  $\overrightarrow{AB}$  và  $\overrightarrow{AC}$
- Chứng minh  $IJ$  đi qua trọng tâm  $G$  của tam giác  $ABC$

**Bài 133.** Cho hình bình hành  $ABCD$  tâm  $O$ . Trên cạnh  $AB$  lấy  $M$  sao cho  $3AM = AB$ , trên cạnh  $CD$  lấy  $N$  sao cho  $2CN = CD$

- Tính  $\overrightarrow{AN}$  sao cho  $\overrightarrow{AB}$  và  $\overrightarrow{AC}$
- Gọi  $G$  là trọng tâm tam giác  $BMN$ . Tính  $\overrightarrow{AG}$  theo  $\overrightarrow{AB}$  và  $\overrightarrow{AC}$
- Lấy điểm  $I$  thoả  $11\overrightarrow{BI} = 6\overrightarrow{BC}$ . Chứng minh rằng  $A, I, G$  thẳng hàng.
- Tìm tập hợp các điểm  $M$  thoả  $|\overrightarrow{MA} + \overrightarrow{MB} + \overrightarrow{MC} + \overrightarrow{MD}| = 4\overrightarrow{AB}$

**Bài 134.** Cho tam giác  $ABC$

- Tìm quỹ tích các điểm  $M$  sao cho  $|\overrightarrow{MA} - \overrightarrow{MB}| = |\overrightarrow{MA} + \overrightarrow{MB} + \overrightarrow{MC}|$
- Tìm quỹ tích các điểm  $M$  sao cho  $2|\overrightarrow{MA} + \overrightarrow{MB} + \overrightarrow{MC}| = 3|\overrightarrow{MB} + \overrightarrow{MC}|$
- Tìm quỹ tích các điểm  $M$  sao cho  $|\overrightarrow{3MA} - 2\overrightarrow{MB} + \overrightarrow{MC}| = |\overrightarrow{MB} - \overrightarrow{MC}|$

**Bài 135.** Trong mặt phẳng tọa độ  $Oxy$ , cho ba điểm  $A(-3;4); B(1;1); C(9;-5)$

- Chứng minh ba điểm  $A, B, C$  thẳng hàng
- Tìm tọa độ điểm  $D$  sao cho  $A$  là trung điểm  $BD$
- Tìm tọa độ điểm  $E$  trên trục  $Ox$  sao cho  $A, B, E$  thẳng hàng
- Tìm tọa độ điểm  $F$  trên trục  $Oy$  sao cho  $AOBF$  là hình thang đáy là  $OA$

**Bài 136.** Cho ba điểm  $A(2;5), B(1;2)$  và  $C(4;-7)$

- Chứng minh  $A, B, C$  là 3 đỉnh của một tam giác
- Tìm tọa độ điểm  $M$  sao cho  $\overrightarrow{AM} = 2\overrightarrow{AB} - 3\overrightarrow{BC} + 5\vec{i}$
- Tìm điểm  $N$  trên trục  $Ox$  sao cho  $A, B, N$  thẳng hàng

**Bài 137.** Cho ba điểm  $A(-2;1), B(3;-2)$  và  $C(0;-3)$

- Tìm tọa độ của  $\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{BC}, \overrightarrow{CA}$ . Chứng minh  $A, B, C$  là 3 đỉnh của một tam giác
- Tìm tọa độ trọng tâm  $G$  của tam giác  $ABC$
- Tìm tọa độ điểm  $D$  sao cho  $\overrightarrow{CD} = 2\overrightarrow{AB} + 3\overrightarrow{BC}$
- Tìm tọa độ điểm  $E$  sao cho  $ABCE$  là hình bình hành. Tìm tâm hình bình hành đó.

**Bài 138.** Cho tam giác  $ABC$ . Các điểm  $M(1;1), N(2;3), P(0;-4)$  lần lượt là trung điểm các cạnh  $BC, CA, AB$ . Tính tọa độ các đỉnh của tam giác.

**Bài 139.** Cho ba điểm  $A(1;0), B(0;3), C(-3;-5)$ . Tìm điểm  $M$  thuộc trục  $Ox$  mà  $T = |2\overrightarrow{MA} - 3\overrightarrow{MB} + 2\overrightarrow{MC}|$  bé nhất.

**Bài 140.** Cho ba điểm  $A(2;5), B(1;1), C(3;3)$ .

- Tìm tọa độ điểm  $D$  sao cho  $\overrightarrow{AD} = 3\overrightarrow{AB} - 2\overrightarrow{AC}$ .
- Tìm tọa độ điểm  $E$  sao cho  $ABCE$  là hình bình hành. Tìm tọa độ tam hình bình hành ấy.

**Bài 141.** Cho ba điểm  $A(-1;1), B(1;3), C(-2;0)$

- Chứng minh rằng ba điểm  $A, B, C$  thẳng hàng
- Tìm các tỉ số mà điểm  $A$  chia đoạn  $BC$ , điểm  $B$  chia đoạn  $AC$ , và điểm  $C$  chia đoạn  $AB$

**Bài 142.** Trên mặt phẳng  $Oxy$ , cho tam giác  $ABC$  biết  $A(0;2), B(1;1)$  và  $C(-1;-2)$ . Các điểm  $C', A', B'$  lần lượt chia các đoạn thẳng  $AB, BC, CA$  theo các tỉ số  $-1, \frac{1}{2}, -2$

- Tìm tọa độ của  $A', B', C'$ .
- Chứng minh  $A', B', C'$  thẳng hàng.

**Bài 143.** a) Cho  $A(1;1), B(3;2)$  và  $C(m+4;2m+1)$ . Tìm  $m$  để ba điểm  $A, B, C$  thẳng hàng.

b) Cho  $A(3;4), B(2;5)$ . Tìm  $x$  để điểm  $C(-7;x)$  thuộc đường thẳng  $AB$ .

**Bài 144.** Cho  $A(-3;4), B(1;1), C(5;5)$

- Chứng minh ba điểm  $A, B, C$  không thẳng hàng.
- Tìm điểm  $D$  sao cho  $A$  là trung điểm  $BD$ .
- Tìm điểm  $E$  trên trục  $Ox$  sao cho  $A, B, E$  thẳng hàng.

**Bài 145.** Cho  $A(-1;3), B(4;2), C(3;5)$

- Chứng minh ba điểm  $A, B, C$  không thẳng hàng.
- Tìm điểm  $D$  sao cho  $\overrightarrow{AD} = -3\overrightarrow{BC}$ .
- Tìm điểm  $E$  sao cho  $O$  là trọng tâm tam giác  $ABE$ .

- Bài 146.** Cho tam giác  $ABC$  có  $A(-1;-1), B(5;-3)$ , đỉnh  $C$  nằm trên trục  $Oy$  và trọng tâm  $G$  nằm trên trục  $Ox$ . Tìm tọa độ đỉnh  $C$ .
- Bài 147.** Cho bốn điểm  $A(-2;-3), B(3;7), C(0;3), D(-4;-5)$ . Chứng minh rằng hai đường thẳng  $AB$  và  $CD$  song song với nhau.
- Bài 148.** Cho hình thoi  $ABCD$  tâm  $O$  có  $AC=8, BD=6$ . Chọn hệ tọa độ  $(O; \vec{i}; \vec{j})$  sao cho  $\vec{i}$  và  $\vec{j}$  cùng hướng với  $\vec{OB}$  và  $\vec{OC}$
- Tính tọa độ các đỉnh của hình thoi.
  - Tìm tọa độ trung điểm  $I$  của  $BC$  và trọng tâm  $G$  của tam giác  $ABC$ .
  - Tìm tọa độ điểm đối xứng  $I'$  của  $I$  qua tâm  $O$ . Chứng minh  $A, I', D$  thẳng hàng.
  - Tìm tọa độ của vectơ  $\vec{AC}, \vec{BD}, \vec{BC}$ .
- Bài 149.** Cho lục giác đều  $ABCDEF$ . Chọn hệ tọa độ  $(O; \vec{i}; \vec{j})$  trong đó  $O$  là tâm của lục giác đều, hai vectơ  $\vec{i}$  và  $\vec{j}$  cùng hướng  $\vec{OD}$  và  $\vec{EC}$ . Tính tọa độ các đỉnh của lục giác biết độ dài cạnh lục giác bằng 6.
- Bài 150.** Cho bốn điểm  $A, B, C, D$ . Gọi  $I$  và  $J$  lần lượt là trung điểm của  $AB$  và  $CD$
- Chứng minh rằng  $\vec{AC} + \vec{BD} = \vec{AD} + \vec{BC} = 2\vec{IJ}$
  - Gọi  $G$  là trung điểm của  $IJ$ . Chứng minh rằng  $\vec{GA} + \vec{GB} + \vec{GC} + \vec{GD} = \vec{0}$ .
  - Gọi  $P, Q$  là trung điểm các đoạn thẳng  $AC$  và  $BD$ ,  $M$  và  $N$  là trung điểm các đoạn thẳng  $AD$  và  $BC$ . Chứng minh rằng ba đoạn thẳng  $IJ, PQ$  và  $MN$  có chung trung điểm.
- Bài 151.** Trong mặt phẳng tọa độ  $Oxy$ , cho ba điểm  $A(6;3), C(1;-2), B(-3;6)$ .
- Chứng minh  $A, B, C$  là ba đỉnh một tam giác;
  - Xác định điểm  $D$  trên trục hoành sao cho ba điểm  $A, B, D$  thẳng hàng;
  - Xác định điểm  $E$  trên cạnh  $BC$  sao cho  $BE = 2EC$ ;
  - Xác định giao điểm hai đường thẳng  $DE$  và  $AC$
- Bài 152.** Cho tam giác  $ABC$  có  $A(3;4), B(2;1), C(-1;-2)$ . Tìm điểm  $M$  trên đường thẳng  $BC$  sao cho  $S_{ABC} = 3S_{ABM}$ .
- Bài 153.** Trong mặt phẳng tọa độ  $Oxy$  cho  $A(3;-1), B(-1;2)$  và  $I(1;-1)$ . Xác định tọa độ các điểm  $C, D$  sao cho tứ giác  $ABCD$  là hình bình hành biết  $I$  là trọng tâm tam giác  $ABC$ . Tìm tọa độ tâm  $O$  của hình bình hành  $ABCD$ .

## B – TRẮC NGHIỆM

- Câu 121.** Cho tam giác  $ABC$ . Có thể xác định được bao nhiêu vectơ (khác vectơ không) có điểm đầu và điểm cuối là đỉnh  $A, B, C$ ?
- A. 2.                      B. 3.                      C. 4.                      D. 6.
- Câu 122.** Cho 3 điểm phân biệt  $A, B, C$ . Khi đó khẳng định nào sau đây đúng nhất?
- $A, B, C$  thẳng hàng khi và chỉ khi  $\vec{AB}$  và  $\vec{AC}$  cùng phương.
  - $A, B, C$  thẳng hàng khi và chỉ khi  $\vec{AB}$  và  $\vec{BC}$  cùng phương.
  - $A, B, C$  thẳng hàng khi và chỉ khi  $\vec{AC}$  và  $\vec{BC}$  cùng phương.
  - Cả A, B, C đều đúng.
- Câu 123.** Mệnh đề nào sau đây đúng?
- Có duy nhất một vectơ cùng phương với mọi vectơ.
  - Có ít nhất hai vectơ cùng phương với mọi vectơ.
  - Có vô số vectơ cùng phương với mọi vectơ.
  - Không có vectơ nào cùng phương với mọi vectơ.

**Câu 124.** Cho hình bình hành  $ABCD$ . Trong các khẳng định sau hãy tìm khẳng định **sai**?

- A.  $\overrightarrow{AD} = \overrightarrow{CB}$ .      B.  $|\overrightarrow{AD}| = |\overrightarrow{CB}|$ .      C.  $\overrightarrow{AB} = \overrightarrow{DC}$ .      D.  $|\overrightarrow{AB}| = |\overrightarrow{CD}|$ .

**Câu 125.** Cho lục giác  $ABCDEF$ , tâm  $O$ . Khẳng định nào sau đây đúng nhất?

- A.  $\overrightarrow{AB} = \overrightarrow{ED}$ .      B.  $\overrightarrow{AB} = \overrightarrow{OC}$ .  
C.  $\overrightarrow{AB} = \overrightarrow{FO}$ .      D. Cả A, B, C đều đúng.

**Câu 126.** Trong các khẳng định sau, khẳng định nào đúng. Cho hình vuông  $ABCD$ . Khi đó:

- A.  $\overrightarrow{AB} = \overrightarrow{BD}$ .      B.  $\overrightarrow{AB} = \overrightarrow{CD}$ .  
C.  $|\overrightarrow{AB}| = |\overrightarrow{BC}|$ .      D.  $\overrightarrow{AB}$  và  $\overrightarrow{AC}$  cùng hướng.

**Câu 127.** Khẳng định nào sau đây đúng?

- A. Hai vectơ  $\vec{a}$  và  $\vec{b}$  được gọi là bằng nhau, kí hiệu  $\vec{a} = \vec{b}$ , nếu chúng cùng hướng và cùng độ dài.  
B. Hai vectơ  $\vec{a}$  và  $\vec{b}$  được gọi là bằng nhau, kí hiệu  $\vec{a} = \vec{b}$ , nếu chúng cùng phương và cùng độ dài.  
C. Hai vectơ  $\overrightarrow{AB}$  và  $\overrightarrow{CD}$  được gọi là bằng nhau khi và chỉ khi tứ giác  $ABCD$  là hình bình hành.  
D. Hai vectơ  $\vec{a}$  và  $\vec{b}$  được gọi là bằng nhau khi và chỉ khi chúng cùng độ dài.

**Câu 128.** Cho ba điểm  $A, B, C$  không thẳng hàng,  $M$  là điểm bất kì. Mệnh đề nào sau đây đúng?

- A.  $\forall M, \overrightarrow{MA} = \overrightarrow{MB}$ .      B.  $\exists M, \overrightarrow{MA} = \overrightarrow{MB} = \overrightarrow{MC}$ .  
C.  $\forall M, \overrightarrow{MA} \neq \overrightarrow{MB} \neq \overrightarrow{MC}$ .      D.  $\exists M, \overrightarrow{MA} = \overrightarrow{MB}$ .

**Câu 129.** Cho vectơ  $\vec{a}$ . Mệnh đề nào sau đây đúng?

- A. Có vô số vectơ  $\vec{u}$  mà  $\vec{a} = \vec{u}$ .      B. Có duy nhất một  $\vec{u}$  mà  $\vec{u} = \vec{a}$ .  
C. Có duy nhất một  $\vec{u}$  mà  $\vec{u} = -\vec{a}$ .      D. Không có vectơ  $\vec{u}$  nào mà  $\vec{u} = \vec{a}$ .

**Câu 130.** Cho tam giác  $ABC$  với trực tâm  $H$ ,  $D$  là điểm đối xứng với  $B$  qua tâm  $O$  của đường tròn ngoại tiếp tam giác  $ABC$ . Khẳng định nào sau đây là đúng?

- A.  $\overrightarrow{HA} = \overrightarrow{CD}$  và  $\overrightarrow{AD} = \overrightarrow{CH}$ .      B.  $\overrightarrow{AH} = \overrightarrow{CD}$  và  $\overrightarrow{AD} = \overrightarrow{HC}$ .  
C.  $\overrightarrow{HA} = \overrightarrow{CD}$  và  $\overrightarrow{AD} = \overrightarrow{HC}$ .      D.  $\overrightarrow{HA} = \overrightarrow{CD}$ ,  $\overrightarrow{AD} = \overrightarrow{HC}$  và  $\overrightarrow{OB} = \overrightarrow{OD}$ .

**Câu 131.** Cho tứ giác  $ABCD$ . Gọi  $M, N, P, Q$  lần lượt là trung điểm của  $AB, BC$  và  $DA$ . Trong các khẳng định sau, hãy tìm khẳng định **sai**

- A.  $\overrightarrow{MN} = \overrightarrow{QP}$ .      B.  $\overrightarrow{MQ} = \overrightarrow{NP}$ .      C.  $|\overrightarrow{PQ}| = |\overrightarrow{MN}|$ .      D.  $|\overrightarrow{MN}| = |\overrightarrow{AC}|$ .

**Câu 132.** Cho tam giác đều  $ABC$ . Mệnh đề nào sau đây **sai**?

- A.  $\overrightarrow{AB} = \overrightarrow{BC}$ .      B.  $\overrightarrow{AC} \neq \overrightarrow{BC}$ .      C.  $|\overrightarrow{AB}| = |\overrightarrow{BC}|$ .      D.  $\overrightarrow{AC}$  không cùng phương  $\overrightarrow{BC}$ .

**Câu 133.** Cho tam giác  $ABC$  đều cạnh  $a$ . Mệnh đề nào sau đây đúng?

- A.  $\overrightarrow{AC} = a$ .      B.  $\overrightarrow{AC} = \overrightarrow{BC}$ .  
C.  $|\overrightarrow{AB}| = a$ .      D.  $\overrightarrow{AB}$  cùng hướng với  $\overrightarrow{BC}$ .

**Câu 134.** Cho hai vectơ không cùng phương  $\vec{a}$  và  $\vec{b}$ . Khẳng định nào sau đây đúng?

- A. Không có vectơ nào cùng phương với cả hai vectơ  $\vec{a}$  và  $\vec{b}$ .  
B. Có vô số vectơ cùng phương với cả hai vectơ  $\vec{a}$  và  $\vec{b}$ .  
C. Có một vectơ cùng phương với cả hai vectơ  $\vec{a}$  và  $\vec{b}$ , đó là vectơ  $\vec{0}$ .  
D. Cả A, B, C đều sai.

**Câu 135.** Chọn câu sai

- A. Mỗi véctơ đều có một độ dài, đó là khoảng cách giữa điểm đầu và điểm cuối của véctơ đó.
- B. Độ dài của véctơ  $\vec{a}$  được kí hiệu là  $|\vec{a}|$ .
- C.  $|\vec{0}| = 0$ ,  $|\overrightarrow{PQ}| = \overrightarrow{PQ}$ .
- D.  $|\overrightarrow{AB}| = AB = BA$ .

**Câu 136.** Gọi  $C$  là trung điểm của đoạn thẳng  $AB$ . Hãy chọn khẳng định đúng trong các khẳng định sau:

- A.  $\overrightarrow{CA} = \overrightarrow{CB}$ .
- B.  $\overrightarrow{AB}$  và  $\overrightarrow{AC}$  cùng hướng.
- C.  $\overrightarrow{AB}$  và  $\overrightarrow{CB}$  ngược hướng.
- D.  $|\overrightarrow{AB}| = |\overrightarrow{CB}|$ .

**Câu 137.** Véctơ có điểm đầu và điểm cuối trùng nhau:

- A. được gọi là véctơ suy biến.
- B. được gọi là véctơ có phương tùy ý.
- C. được gọi là véctơ không, kí hiệu là  $\vec{0}$ .
- D. là véctơ có độ dài không xác định.

**Câu 138.** Câu nào sai trong các câu sau đây?

- A. Véctơ đối của  $\vec{a} \neq \vec{0}$  là véctơ ngược hướng với véctơ  $\vec{a}$  và có cùng độ dài với véctơ  $\vec{a}$ .
- B. Véctơ đối của véctơ  $\vec{0}$  là véctơ  $\vec{0}$ .
- C. Nếu  $\overrightarrow{MN}$  là một véctơ đã cho, thì với điểm  $O$  bất kì ta luôn có thể viết:  $\overrightarrow{MN} = \overrightarrow{OM} - \overrightarrow{ON}$ .
- D. Hiệu của hai véctơ là tổng của véctơ thứ nhất với véctơ đối của véctơ thứ hai.

**Câu 139.** Chọn khẳng định đúng nhất trong các khẳng định sau:

- A. Véctơ là một đoạn thẳng có định hướng.
- B. Véctơ không là véctơ có điểm đầu và điểm cuối trùng nhau.
- C. Hai véctơ gọi là bằng nhau nếu chúng cùng hướng và cùng độ dài.
- D. Cả A, B, C đều đúng.

**Câu 140.** Cho ba điểm  $A, B, C$  phân biệt. Khi đó:

- A. Điều kiện cần và đủ để  $A, B, C$  thẳng hàng là  $\overrightarrow{AB}$  cùng phương với  $\overrightarrow{AB}$ .
- B. Điều kiện đủ để  $A, B, C$  thẳng hàng là với mọi  $M$ ,  $\overrightarrow{MA}$  cùng phương với  $\overrightarrow{AB}$ .
- C. Điều kiện đủ để  $A, B, C$  thẳng hàng là với mọi  $M$ ,  $\overrightarrow{MA}$  cùng phương với  $\overrightarrow{AB}$ .
- D. Điều kiện cần và đủ để  $A, B, C$  thẳng hàng là  $\overrightarrow{AB} = \overrightarrow{AC}$ .

**Câu 141.** Cho tam giác  $ABC$ ,  $D, E, F$  là trung điểm của các cạnh  $BC, CA, AB$ . Hệ thức nào đúng?

- A.  $\overrightarrow{AD} + \overrightarrow{BE} + \overrightarrow{CE} = \overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AC} + \overrightarrow{BC}$ .
- B.  $\overrightarrow{AD} + \overrightarrow{BE} + \overrightarrow{CE} = \overrightarrow{AF} + \overrightarrow{CE} + \overrightarrow{BD}$ .
- C.  $\overrightarrow{AD} + \overrightarrow{BE} + \overrightarrow{CE} = \overrightarrow{AE} + \overrightarrow{BF} + \overrightarrow{CD}$ .
- D.  $\overrightarrow{AD} + \overrightarrow{BE} + \overrightarrow{CE} = \overrightarrow{BA} + \overrightarrow{BC} + \overrightarrow{AC}$ .

**Câu 142.** Cho hình bình hành  $ABCD$ . Câu nào sau đây sai?

- A.  $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AD} = \overrightarrow{AC}$ .
- B.  $\overrightarrow{BA} + \overrightarrow{BD} = \overrightarrow{BC}$ .
- C.  $\overrightarrow{DA} = \overrightarrow{CB}$ .
- D.  $\overrightarrow{OA} + \overrightarrow{OB} + \overrightarrow{OC} + \overrightarrow{OD} = \vec{0}$ .

**Câu 143.** Câu nào sau đây sai?

- A. Với ba điểm bất kì  $I, J, K$  ta có:  $\overrightarrow{IJ} + \overrightarrow{KJ} = \overrightarrow{IK}$ .
- B. Nếu  $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AC} = \overrightarrow{AD}$  thì  $ABCD$  là hình bình hành.
- C. Nếu  $\overrightarrow{OA} = \overrightarrow{OB}$  thì  $O$  là trung điểm của  $AB$ .
- D. Nếu  $G$  là trọng tâm tam giác  $ABC$  thì  $\overrightarrow{GA} + \overrightarrow{GB} + \overrightarrow{GC} = \vec{0}$ .

**Câu 144.** Cho tam giác  $ABC$ .  $M, N, P$  lần lượt là trung điểm của các cạnh  $BC$ ,  $CA$  và  $AB$ .

(I)  $\overrightarrow{AM} + \overrightarrow{BN} + \overrightarrow{CP} = \vec{0}$  (1).

(II)  $\overrightarrow{GA} + \overrightarrow{GB} + \overrightarrow{GC} = \vec{0}$  (2).

Câu nào sau đây đúng?

A. Từ (1)  $\Rightarrow$  (2).

B. Từ (2)  $\Rightarrow$  (1).

C. Từ (1)  $\Leftrightarrow$  (2).

D. Cả ba Câu trên đều đúng.

**Câu 145.** Cho tam giác  $ABC$ .  $M, N, P$  lần lượt là trung điểm của các cạnh  $BC$ ,  $CA$  và  $AB$ . Xét các mệnh đề:

(I)  $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{BC} + \overrightarrow{AC} = \vec{0}$ . (II)  $\overrightarrow{KB} + \overrightarrow{JC} = \overrightarrow{AI}$  (III)  $\overrightarrow{AK} + \overrightarrow{BI} + \overrightarrow{CJ} = \vec{0}$ .

Mệnh đề sai là:

A. Chỉ (I).

B. (II) và (III).

C. Chỉ (II).

D. (I) và (III).

**Câu 146.** Cho hình bình hành  $ABCD$ . Gọi  $G$  là trọng tâm tam giác  $ABC$ . Mệnh đề nào sau đây đúng?

A.  $\overrightarrow{GA} + \overrightarrow{GC} + \overrightarrow{GD} = \overrightarrow{BD}$ .

B.  $\overrightarrow{GA} + \overrightarrow{GC} + \overrightarrow{GD} = \overrightarrow{BD}$ .

C.  $\overrightarrow{GA} + \overrightarrow{GC} + \overrightarrow{GD} = \vec{0}$ .

D.  $\overrightarrow{GA} + \overrightarrow{GC} + \overrightarrow{GD} = \overrightarrow{CD}$ .

**Câu 147.** Cho hình bình hành  $ABCD$ ,  $M$  là điểm tùy ý. Tìm khẳng định đúng cho các khẳng định sau:

A.  $\overrightarrow{MA} + \overrightarrow{MB} = \overrightarrow{MC} + \overrightarrow{MD}$ .

B.  $\overrightarrow{MB} + \overrightarrow{MC} = \overrightarrow{MD} + \overrightarrow{MA}$ .

C.  $\overrightarrow{MC} + \overrightarrow{CB} = \overrightarrow{MD} + \overrightarrow{DA}$ .

D.  $\overrightarrow{MA} + \overrightarrow{MC} = \overrightarrow{MB} + \overrightarrow{MD}$ .

**Câu 148.** Cho hai lực  $F_1 = F_2 = 100N$  có điểm đặt tại  $O$  và tạo với nhau góc  $60^\circ$ . Cường độ lực tổng hợp của hai lực ấy bằng bao nhiêu?

A.  $100\sqrt{3}N$ .

B.  $50\sqrt{3}N$ .

C.  $100N$ .

D.  $200N$ .

**Câu 149.** Cho 6 điểm  $A, B, C, D, E, F$ . Để chứng minh:  $\overrightarrow{AD} + \overrightarrow{BE} + \overrightarrow{CF} = \overrightarrow{AE} + \overrightarrow{BF} + \overrightarrow{CD}$ . Một học sinh tiến hành như sau:

(I) Ta có:  $\overrightarrow{AD} + \overrightarrow{BE} + \overrightarrow{CF} = \overrightarrow{AE} + \overrightarrow{ED} + \overrightarrow{BF} + \overrightarrow{FE} + \overrightarrow{CD} + \overrightarrow{DE}$ .

(II) Ta lại có:  $\overrightarrow{DF} + \overrightarrow{FE} + \overrightarrow{ED} = \overrightarrow{DD} = \vec{0}$ .

(III) Suy ra:  $\overrightarrow{AD} + \overrightarrow{BE} + \overrightarrow{CF} = \overrightarrow{AE} + \overrightarrow{BF} + \overrightarrow{CD}$

A. Lập luận trên sai từ giai đoạn (I).

B. Lập luận trên sai từ giai đoạn (II).

C. Lập luận trên sai từ giai đoạn (III).

D. Lập luận trên đúng hoàn toàn.

**Câu 150.** Cho tam giác  $ABC$ ,  $I$  là trung điểm  $BC$ . Xét các mệnh đề:

(I)  $\overrightarrow{AB} = \overrightarrow{AI} + \overrightarrow{IB}$ . (II)  $\overrightarrow{AI} = \overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AC}$ . (III)  $\overrightarrow{AC} = \overrightarrow{BI} + \overrightarrow{AI}$ .

Mệnh đề đúng là:

A. Chỉ (I).

B. (I) và (III).

C. Chỉ (III).

D. (II) và (III).

**Câu 151.** Chỉ ra vectơ tổng  $\overrightarrow{MN} + \overrightarrow{PQ} + \overrightarrow{RN} + \overrightarrow{NP} + \overrightarrow{QR}$  trong các vectơ sau:

A.  $\overrightarrow{MR}$ .

B.  $\overrightarrow{MP}$ .

C.  $\overrightarrow{MQ}$ .

D.  $\overrightarrow{MN}$ .

**Câu 152.** Với bốn điểm  $A, B, C, D$  trong đó không có 3 điểm thẳng hàng:

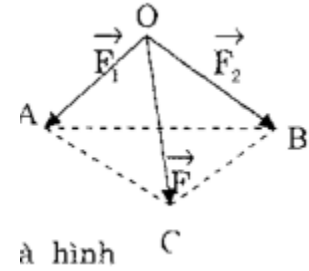
A.  $ABCD$  là hình bình hành khi  $\overrightarrow{AB} = \overrightarrow{DC}$ .

B.  $ABCD$  là hình bình hành khi  $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AD} = \overrightarrow{AC}$ .

C.  $ABCD$  là hình bình hành khi  $\overrightarrow{AD} = \overrightarrow{BC}$ .

D. Cả ba Câu trên đều đúng.

**Câu 153.** Hai lực  $\vec{F}_1$  và  $\vec{F}_2$  có điểm đặt là  $O$ , có cường độ bằng nhau và bằng  $100N$ . Góc hợp bởi  $\vec{F}_1$  và  $\vec{F}_2$  là  $120^\circ$ . Tính cường độ lực tổng hợp  $\vec{F} = \vec{F}_1 + \vec{F}_2$ .



Bước 1:  $+/ \overrightarrow{OA} = \vec{F}_1, \quad \overrightarrow{OB} = \vec{F}_2$ .

$+/ OA = F_1 = F_2 = OB = 100N$ .

Bước 2: Vẽ  $\overrightarrow{OC} = \overrightarrow{OA} + \overrightarrow{OB}$ .

\* Ta có  $OACB$  là hình thoi vì  $OACB$  là hình bình hành và có  $OA = OB \Rightarrow \widehat{AOC} = \widehat{BOC} = 60^\circ$  (vì  $\widehat{AOB} = 120^\circ$ ).

\* Tam giác  $OAC$  có  $OA = AC$  (vì  $OACB$  là hình thoi) và  $\widehat{AOC} = 60^\circ$  nên  $OAC$  là tam giác đều  $\Rightarrow OC = OA = F_1 = 100N$ .

Bước 3:  $\overrightarrow{OC} = \overrightarrow{OA} + \overrightarrow{OB} = \vec{F}_1 + \vec{F}_2$  nên  $\overrightarrow{OC} = \vec{F} \Rightarrow F = OC = 100N$ .

Vậy cường độ tổng hợp  $\vec{F} = \vec{F}_1 + \vec{F}_2$  là  $F = 100N$ .

Bài giải trên đúng hay sai? Nếu sai thì sai ở đâu?

**A.** Đúng. **B.** Sai từ bước 1. **C.** Sai từ bước 2. **D.** Sai từ bước 3.

**Câu 154.** Cho hình vuông  $ABCD$  có cạnh bằng  $a$ . Độ dài  $|\overrightarrow{AD} + \overrightarrow{AB}|$  bằng:

**A.**  $2a$ . **B.**  $a\sqrt{2}$ . **C.**  $\frac{a\sqrt{3}}{2}$ . **D.**  $\frac{a\sqrt{2}}{2}$ .

**Câu 155.** Cho tam giác vuông cân  $ABC$  đỉnh  $C$ ,  $AB = \sqrt{2}$ . Tính độ dài của  $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AC}$

**A.**  $\sqrt{5}$ . **B.**  $2\sqrt{5}$ . **C.**  $\sqrt{3}$ . **D.**  $2\sqrt{3}$ .

**Câu 156.** Cho hình thang  $ABCD$  có  $AB$  song song với  $CD$ . Cho  $AB = 2a$ ,  $CD = a$ ,  $O$  là trung điểm của  $AD$ . Khi đó:

**A.**  $|\overrightarrow{OB} + \overrightarrow{OC}| = \frac{3a}{2}$ . **B.**  $|\overrightarrow{OB} + \overrightarrow{OC}| = a$ . **C.**  $|\overrightarrow{OB} + \overrightarrow{OC}| = 2a$ . **D.**  $|\overrightarrow{OB} + \overrightarrow{OC}| = 3a$ .

**Câu 157.** Cho hai vectơ  $\vec{a}$  và  $\vec{b}$  ( $\vec{a} \neq \vec{0}, \vec{b} \neq \vec{0}$ ). Tìm khẳng định đúng trong các khẳng định sau:

**A.**  $|\vec{a} + \vec{b}| = |\vec{a}| + |\vec{b}|$ . **B.**  $|\vec{a} + \vec{b}| = |\vec{a}| + |\vec{b}| \Leftrightarrow \vec{a}$  và  $\vec{b}$  cùng phương.  
**C.**  $|\vec{a} + \vec{b}| = |\vec{a}| + |\vec{b}| \Leftrightarrow \vec{a}$  và  $\vec{b}$  cùng hướng. **D.**  $|\vec{a} + \vec{b}| = |\vec{a}| + |\vec{b}| \Leftrightarrow \vec{a}$  và  $\vec{b}$  ngược hướng.

**Câu 158.** Cho tam giác  $ABC$ . Tìm khẳng định đúng:

**A.**  $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{BC} = \overrightarrow{AC}$ . **B.**  $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{BC} + \overrightarrow{CA} = \vec{0}$ .  
**C.**  $\overrightarrow{AB} = \overrightarrow{BC} \Leftrightarrow |\overrightarrow{AB}| = |\overrightarrow{BC}|$ . **D.**  $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AC} = \overrightarrow{BC}$ .

**Câu 159.** Cho tam giác đều  $ABC$  cạnh  $a$ . Khi đó:

**A.**  $|\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AC}| = a$ . **B.**  $|\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AC}| = a\sqrt{3}$ . **C.**  $|\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AC}| = \frac{a\sqrt{3}}{2}$ . **D.**  $|\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AC}| = 2a$ .

**Câu 160.** Cho hình bình hành  $ABCD$ ,  $O$  là giao điểm hai đường chéo. Khi đó tổng:  $\overrightarrow{OA} + \overrightarrow{OB} + \overrightarrow{OC} + \overrightarrow{OD}$  bằng:

**A.**  $\vec{0}$ . **B.**  $\overrightarrow{AC} + \overrightarrow{BD}$ . **C.**  $\overrightarrow{CA} + \overrightarrow{BD}$ . **D.**  $\overrightarrow{CA} + \overrightarrow{DB}$ .

**Câu 161.** Cho ba điểm bất kì  $A, B, C$ . Đẳng thức nào dưới đây đúng?

- A.  $\overrightarrow{AB} = \overrightarrow{CB} - \overrightarrow{CA}$ . B.  $\overrightarrow{BC} = \overrightarrow{AB} - \overrightarrow{AC}$ . C.  $\overrightarrow{AC} = \overrightarrow{CB} - \overrightarrow{BA}$ . D.  $\overrightarrow{CA} = \overrightarrow{CB} - \overrightarrow{AB}$ .

**Câu 162.** Ba điểm  $A, B, C$  bất kì. Câu nào sau đây **sai**?

- A.  $\overrightarrow{CA} = \overrightarrow{BA} - \overrightarrow{BC}$ . B.  $AB = CB - CA$ . C.  $\overrightarrow{BC} = \overrightarrow{AC} + \overrightarrow{BA}$ . D.  $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{BC} = -\overrightarrow{CA}$ .

**Câu 163.**  $I, J, K$  là ba điểm bất kì. Phát biểu nào sau đây **sai**?

- A.  $IJ + JK = IK$ .  
 B. Nếu  $I$  là trung điểm của  $JK$  thì  $\overrightarrow{IJ}$  là véctơ đối của  $\overrightarrow{IK}$ .  
 C.  $|\overrightarrow{KJ}| - |\overrightarrow{KI}| = |\overrightarrow{IJ}|$  khi  $K$  ở trên tia đối của  $IJ$ .  
 D.  $\overrightarrow{JK} = \overrightarrow{IK} = \overrightarrow{IJ}$ .

**Câu 164.** Cho hình bình hành  $ABCD$  có  $DA = 2cm, AB = 4cm$  và đường chéo  $BD = 5cm$ . Tính  $|\overrightarrow{BA} - \overrightarrow{DA}|$ ?

- A.  $3cm$ . B.  $4cm$ . C.  $5cm$ . D.  $6cm$ .

**Câu 165.** Cho hình chữ nhật  $ABCD$  tâm  $O$ . Trong các mệnh đề sau đây, mệnh đề nào đúng?

- A.  $\overrightarrow{AB} - \overrightarrow{BC} - \overrightarrow{BD} = \vec{0}$ . B.  $\overrightarrow{AC} - \overrightarrow{BD} + \overrightarrow{CB} - \overrightarrow{DA} = \vec{0}$ .  
 C.  $\overrightarrow{AD} - \overrightarrow{DA} = \vec{0}$ . D.  $\overrightarrow{OA} + \overrightarrow{BC} + \overrightarrow{DO} = \vec{0}$ .

**Câu 166.** Cho hai tam giác  $ABC$ , vẽ bên ngoài tam giác các hình bình hành  $ABEF, ACPQ, BCMN$ . Xét các mệnh đề:

- (I)  $\overrightarrow{NE} + \overrightarrow{FQ} = \overrightarrow{MP}$ ; (II)  $\overrightarrow{EF} + \overrightarrow{QP} = -\overrightarrow{MN}$ ; (III)  $\overrightarrow{AP} + \overrightarrow{BF} + \overrightarrow{CN} = \overrightarrow{AQ} + \overrightarrow{EB} + \overrightarrow{MC}$ ;

Mệnh đề đúng là:

- A. Chỉ (I). B. Chỉ (III). C. Chỉ (II). D. (I) và (II).

**Câu 167.** Cho hình bình hành  $ABCD$ . Khi đó:

- A.  $\overrightarrow{DA} - \overrightarrow{DB} + \overrightarrow{DC} = \vec{0}$ . B.  $\overrightarrow{DA} - \overrightarrow{DB} + \overrightarrow{CD} = \vec{0}$ . C.  $\overrightarrow{DA} + \overrightarrow{DB} + \overrightarrow{BA} = \vec{0}$ . D.  $\overrightarrow{DA} - \overrightarrow{DB} + \overrightarrow{AD} = \vec{0}$ .

**Câu 168.** Cho tứ giác  $ABC$ . Tìm điểm  $M$  sao cho  $\overrightarrow{MA} - \overrightarrow{MB} + \overrightarrow{MO} = \vec{0}$ ,  $M$  là:

- A. Đỉnh thứ tư của hình bình hành  $ACMB$ . B. Đỉnh thứ tư của hình bình hành  $ABMC$ .  
 C. Đỉnh thứ tư của hình bình hành  $CAMB$ . D. Đỉnh thứ tư của hình bình hành  $ABCM$ .

**Câu 169.** Cho tam giác  $ABC$  và điểm  $M$  thỏa điều kiện:  $\overrightarrow{MA} - \overrightarrow{MB} - \overrightarrow{MC} = \vec{0}$ . Khi đó:

- A.  $M$  là trung điểm của  $BC$ . B.  $M$  là trung điểm của  $AB$ .  
 C.  $M$  là trung điểm của  $AC$ . D.  $ABMC$  là hình bình hành.

**Câu 170.** Cho véctơ  $\overrightarrow{AB}$  và một điểm  $C$ . Có bao nhiêu điểm  $D$  thỏa mãn  $\overrightarrow{AB} - \overrightarrow{CD} = \vec{0}$

- A. 1. B. 2. C. 0. D. Vô số.

**Câu 171.** Cho tam giác  $ABC$  và điểm  $M$  thỏa mãn điều kiện  $\overrightarrow{MA} - \overrightarrow{MB} + \overrightarrow{MC} = \vec{0}$ . Khi đó:

- A.  $M$  là trọng tâm tam giác  $ABC$ . B.  $M$  là trung điểm của  $AB$ .  
 C.  $ABMC$  là hình bình hành. D.  $ABCM$  là hình bình hành.

**Câu 172.** Trong các khẳng định sau, khẳng định nào **sai**?

- A.  $\vec{a}$  là véctơ đối của  $\vec{b}$  thì  $\vec{a} = \vec{b}$ .  
 B.  $\vec{a}$  và  $\vec{b}$  ngược hướng là điều kiện cần để  $\vec{b}$  là véctơ đối  $\vec{a}$ .  
 C.  $\vec{b}$  là véctơ đối của  $\vec{a} \Leftrightarrow -\vec{b} = \vec{a}$ .  
 D.  $\vec{a}$  và  $\vec{b}$  là hai véctơ đối  $\Leftrightarrow \vec{a} + \vec{b} = \vec{0}$ .

**Câu 173.** Cho sáu điểm  $ABCDEF$  phân biệt. Trong các mệnh đề sau đây mệnh đề nào sai?

- A.  $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{DF} + \overrightarrow{BD} + \overrightarrow{FA} = \vec{0}$ . B.  $\overrightarrow{BE} - \overrightarrow{CE} + \overrightarrow{CF} - \overrightarrow{BF} = \vec{0}$ .  
C.  $\overrightarrow{AD} + \overrightarrow{BE} + \overrightarrow{CF} = \overrightarrow{AE} + \overrightarrow{BF} + \overrightarrow{CD}$ . D.  $\overrightarrow{FD} + \overrightarrow{BE} + \overrightarrow{AC} = \overrightarrow{BD} + \overrightarrow{AE} + \overrightarrow{CF}$ .

**Câu 174.** Tìm khẳng định đúng nhất trong các khẳng định sau:

- A. Vectơ đối của vectơ  $\vec{a}$  là vectơ ngược hướng với vectơ  $\vec{a}$  và có cùng độ dài với vectơ  $\vec{a}$ .  
B. Vectơ đối của vectơ  $\vec{0}$  là vectơ  $\vec{0}$ .  
C.  $\vec{a} - \vec{b} = \vec{a} + (-\vec{b})$ .  
D. Cả A, B, C đều đúng.

**Câu 175.** Cho tam giác  $ABC$ ,  $I$ ,  $J$ ,  $K$  lần lượt là trung điểm của  $AB, BC, CA$ . Tìm Câu sai?

- A.  $\overrightarrow{JK}, \overrightarrow{BI}, \overrightarrow{IA}$  là ba vectơ bằng nhau.  
B. Vectơ đối của  $\overrightarrow{IK}$  là  $\overrightarrow{CJ}$  và  $\overrightarrow{JB}$ .  
C. Trong ba vectơ  $\overrightarrow{IJ}, \overrightarrow{AK}, \overrightarrow{KC}$  có ít nhất hai vectơ đối nhau.  
D.  $\overrightarrow{IA} + \overrightarrow{KJ} = \vec{0}$ .

**Câu 176.** Nếu  $\overrightarrow{MN}$  là một vectơ đã cho thì với điểm  $O$  bất kì ta luôn có:

- A.  $\overrightarrow{MN} = \overrightarrow{OM} - \overrightarrow{ON}$ . B.  $\overrightarrow{MN} = \overrightarrow{ON} - \overrightarrow{OM}$ . C.  $\overrightarrow{MN} = \overrightarrow{OM} + \overrightarrow{ON}$ . D.  $\overrightarrow{MN} = \overrightarrow{ON} - \overrightarrow{MO}$ .

**Câu 177.** Cho hình vuông  $ABCD$  cạnh  $a$ . Khi đó  $|\overrightarrow{AB} - \overrightarrow{DA}|$  bằng:

- A. 0. B.  $a$ . C.  $a\sqrt{2}$ . D.  $2a$ .

**Câu 178.** Cho hình thang  $ABCD$  có hai đáy  $AB = a$ ,  $CD = 2a$ . Gọi  $M, N$  lần lượt là trung điểm của  $AD$  và  $BC$ . Khi đó  $|\overrightarrow{MA} + \overrightarrow{MC} - \overrightarrow{MN}|$  bằng:

- A.  $\frac{3a}{2}$ . B.  $3a$ . C.  $a$ . D.  $2a$ .

**Câu 179.** Cho hai vectơ khác không  $\vec{a}$  và  $\vec{b}$  và các mệnh đề:

- (I) Nếu  $\vec{a}$  ngược hướng với  $\vec{b}$  thì  $|\vec{a} - \vec{b}| = |\vec{a}| + |\vec{b}|$ ;  
(II) Nếu  $\vec{a}$  ngược hướng với  $\vec{b}$  thì  $|\vec{a} - \vec{b}| = |\vec{a}| - |\vec{b}|$ ;  
(III) Nếu  $\vec{a}$  cùng hướng với  $\vec{b}$  thì  $|\vec{a} - \vec{b}| = |\vec{a}| + |\vec{b}|$ .

Mệnh đề đúng là:

- A. (I) và (III). B. Chỉ (I). C. (I), (II), (III). D. Chỉ (III).

**Câu 180.** Cho tam giác đều  $ABC$  cạnh  $a$ . Khi đó:

- A.  $|\overrightarrow{AB} - \overrightarrow{CA}| = a\sqrt{3}$ . B.  $|\overrightarrow{AB} - \overrightarrow{CA}| = \frac{a\sqrt{3}}{2}$ . C.  $|\overrightarrow{AB} - \overrightarrow{CA}| = a$ . D.  $|\overrightarrow{AB} - \overrightarrow{CA}| = 0$ .

**Câu 181.** Cho tam giác  $ABC$ . Gọi  $M$  là trung điểm của  $AB$  và  $N$  là một điểm trên cạnh  $AC$  sao cho:  $NC = 2NA$ . Gọi  $K$  là trung điểm của  $MN$ . Khi đó, khẳng định nào trong các khẳng định sau đây là đúng?

- A.  $\overrightarrow{AK} = \frac{1}{6}\overrightarrow{AB} + \frac{1}{4}\overrightarrow{AC}$ . B.  $\overrightarrow{AK} = \frac{1}{4}\overrightarrow{AB} - \frac{1}{6}\overrightarrow{AC}$ .  
C.  $\overrightarrow{AK} = \frac{1}{4}\overrightarrow{AB} + \frac{1}{6}\overrightarrow{AC}$ . D.  $\overrightarrow{AK} = \frac{1}{6}\overrightarrow{AB} - \frac{1}{4}\overrightarrow{AC}$ .

**Câu 182.** Cho tam giác  $ABC$ ,  $N$  là điểm định bởi  $\overrightarrow{CN} = \frac{1}{2}\overrightarrow{BC}$ ,  $G$  là trọng tâm của tam giác  $ABC$ . Hệ

thức tính  $\overrightarrow{AC}$  theo  $\overrightarrow{AG}$  và  $\overrightarrow{AN}$  là:

A.  $\overrightarrow{AC} = \frac{2}{3}\overrightarrow{AG} + \frac{1}{2}\overrightarrow{AN}$ .

B.  $\overrightarrow{AC} = \frac{4}{3}\overrightarrow{AG} - \frac{1}{2}\overrightarrow{AN}$ .

C.  $\overrightarrow{AC} = \frac{3}{4}\overrightarrow{AG} + \frac{1}{2}\overrightarrow{AN}$ .

D.  $\overrightarrow{AC} = \frac{3}{4}\overrightarrow{AG} - \frac{1}{2}\overrightarrow{AN}$ .

**Câu 183.** Cho tam giác  $ABC$  và một điểm  $M$  tùy ý. Hãy chọn hệ thức đúng:

A.  $2\overrightarrow{MA} + \overrightarrow{MB} - 3\overrightarrow{MC} = \overrightarrow{AC} + 2\overrightarrow{BC}$ .

B.  $2\overrightarrow{MA} + \overrightarrow{MB} - 3\overrightarrow{MC} = 2\overrightarrow{AC} + \overrightarrow{BC}$ .

C.  $2\overrightarrow{MA} + \overrightarrow{MB} - 3\overrightarrow{MC} = 2\overrightarrow{CA} + \overrightarrow{CB}$ .

D.  $2\overrightarrow{MA} + \overrightarrow{MB} - 3\overrightarrow{MC} = 2\overrightarrow{CB} - \overrightarrow{CA}$ .

**Câu 184.** Cho tam giác  $ABC$  có trung tuyến  $AM$ . Hãy phân tích  $\overrightarrow{AM}$  theo hai vectơ  $\overrightarrow{AB}$  và  $\overrightarrow{AC}$

A.  $\overrightarrow{AM} = \frac{\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AC}}{2}$ .

B.  $\overrightarrow{MA} = \frac{\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AC}}{2}$ .

C.  $\overrightarrow{AM} = \frac{\overrightarrow{AB} - \overrightarrow{AC}}{2}$ .

D. Tất cả các Câu trên đều sai.

**Câu 185.** Cho tam giác  $ABC$ ,  $E$  là điểm trên  $BC$  sao cho  $\overrightarrow{BE} = \frac{1}{3}\overrightarrow{BC}$ . Hãy biểu diễn  $\overrightarrow{AE}$  qua  $\overrightarrow{AB}$  và  $\overrightarrow{AC}$ . Một học sinh giải như sau:

I. Gọi  $D$  là trung điểm  $EC$  thì  $BE = ED = DC$ ; II. Ta có:  $\overrightarrow{AD} = \frac{1}{2}(\overrightarrow{AE} + \overrightarrow{AC})$ ;

III.  $\overrightarrow{AE} = \frac{1}{2}\overrightarrow{AB} + \frac{1}{4}(\overrightarrow{AE} + \overrightarrow{AC})$ ;

IV.  $\Leftrightarrow \overrightarrow{AE} = \frac{1}{3}\overrightarrow{AB} + \frac{1}{3}\overrightarrow{AC}$ .

Cách giải trên sai ở bước nào?

A. I.

B. II.

C. III.

D. IV.

**Câu 186.** Gọi  $G$  là trọng tâm tam giác  $ABC$ . Đặt  $\overrightarrow{GA} = \vec{a}$ ,  $\overrightarrow{GB} = \vec{b}$ . Hãy tìm các số  $m, n$  thích hợp để có đẳng thức:  $\overrightarrow{BC} = m\vec{a} + n\vec{b}$ . Đáp số là:

A.  $m = 1, n = 2$ .

B.  $m = -1, n = -2$ .

C.  $m = 2, n = 1$ .

D.  $m = -2, n = -1$ .

**Câu 187.** Cho tứ giác  $ABCD$ ,  $I, J$  lần lượt là trung điểm của  $AB$  và  $DC$ ,  $C$  là trung điểm của  $IJ$ . Xét các mệnh đề sau:

(I)  $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AC} + \overrightarrow{AD} = 4\overrightarrow{AG}$ .

(II)  $\overrightarrow{IA} + \overrightarrow{IC} = 2\overrightarrow{IG}$ .

(III)  $\overrightarrow{JB} + \overrightarrow{ID} = \overrightarrow{JI}$ .

Mệnh đề sai là:

A. (I) và (II).

B. (II) và (III).

C. Chỉ (I).

D. Tất cả sai.

**Câu 188.** Cho tứ giác  $ABCD$ . Gọi  $M, N$  lần lượt là trung điểm của  $AD$  và  $BC$ . Hãy tìm các số  $m, n$  thích hợp để có đẳng thức:  $\overrightarrow{MN} = m\overrightarrow{AB} + n\overrightarrow{DC}$ . Đáp số là:

A.  $m = \frac{1}{2}; n = \frac{1}{2}$ .

B.  $m = -\frac{1}{2}; n = \frac{1}{2}$ .

C.  $m = \frac{1}{2}; n = -\frac{1}{2}$ .

D.  $m = -\frac{1}{2}; n = -\frac{1}{2}$ .

**Câu 189.** Cho tứ giác  $ABCD$ . Gọi  $M$  và  $N$  lần lượt là trung điểm của  $AB$  và  $CD$ . Lấy các điểm  $P, Q$  lần lượt thuộc các đường thẳng  $AD$  và  $BC$  sao cho  $\overrightarrow{PA} = -2\overrightarrow{PD}$ ,  $\overrightarrow{QP} = -2\overrightarrow{QC}$ . Khi đó:

A.  $\overrightarrow{MN} = \frac{1}{2}(\overrightarrow{AD} - \overrightarrow{BC})$ .

B.  $\overrightarrow{MN} = \overrightarrow{MP} + \overrightarrow{MQ}$ .

C.  $\overrightarrow{MN} = \frac{3}{4}(\overrightarrow{MP} + \overrightarrow{MQ})$ .

D. Cả ba kết luận trên đều sai.

**Câu 190.** Cho hình bình hành  $ABCD$ , điểm  $M$  thoả  $4\overrightarrow{AM} = \overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AC} + \overrightarrow{AD}$ . Khi đó điểm  $M$  là:

- A. Trung điểm của  $AC$ . B. Trùng với điểm  $C$ .  
C. Trung điểm của  $AB$ . D. Trung điểm của  $AD$ .

**Câu 191.** Cho hình bình hành  $ABCD$ . Gọi  $I$  là điểm định bởi  $\overrightarrow{BI} = k.\overrightarrow{BC}$  ( $k \neq 0$ ). Hệ thức giữa  $\overrightarrow{AI}$ ,  $\overrightarrow{AB}$ ,  $\overrightarrow{AC}$  và  $k$  là:

- A.  $\overrightarrow{AI} = (k-1)\overrightarrow{AB} - k.\overrightarrow{AC}$ . B.  $\overrightarrow{AI} = (1-k)\overrightarrow{AB} + k.\overrightarrow{AC}$ .  
C.  $\overrightarrow{AI} = (1+k)\overrightarrow{AB} - k.\overrightarrow{AC}$ . D.  $\overrightarrow{AI} = (k+1)\overrightarrow{AB} + k.\overrightarrow{AC}$ .

**Câu 192.** Cho hình thang  $ABCD$ ,  $M$  là trung điểm  $AB$ ,  $DM$  cắt  $AC$  tại  $I$ . \*.\*.~ nào sau đây đúng?

- A.  $\overrightarrow{AI} = \frac{2}{3}\overrightarrow{AC}$ . B.  $\overrightarrow{AI} = \frac{1}{3}\overrightarrow{AC}$ . C.  $\overrightarrow{AI} = \frac{1}{4}\overrightarrow{AC}$ . D.  $\overrightarrow{AI} = \frac{3}{4}\overrightarrow{AC}$ .

**Câu 193.** Cho hình chữ nhật  $ABCD$ ,  $I$  và  $K$  lần lượt là trung điểm của  $BC$ ,  $CD$ . Hệ thức nào đúng?

- A.  $\overrightarrow{AI} + \overrightarrow{AK} = 2\overrightarrow{AC}$ . B.  $\overrightarrow{AI} + \overrightarrow{AK} = \overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AD}$ .  
C.  $\overrightarrow{AI} + \overrightarrow{AK} = \overrightarrow{IK}$ . D.  $\overrightarrow{AI} + \overrightarrow{AK} = \frac{3}{2}\overrightarrow{AC}$ .

**Câu 194.** Cho hình vuông  $ABCD$ , tâm  $O$ . Trong các khẳng định sau, khẳng định nào sai?

- A.  $\overrightarrow{AC} + \overrightarrow{BD} = 2\overrightarrow{BC}$ . B.  $\overrightarrow{OA} + \overrightarrow{OB} = \frac{1}{2}\overrightarrow{CB}$ . C.  $\overrightarrow{AD} + \overrightarrow{DO} = -\frac{1}{2}\overrightarrow{CA}$ . D.  $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AD} = 2\overrightarrow{AO}$ .

**Câu 195.** Cho tam giác vuông cân  $OAB$  với  $OA = OB = a$ . Độ dài của:  $\vec{u} = \frac{21}{4}\overrightarrow{OA} + \frac{5}{2}\overrightarrow{OB}$  là:

- A.  $\frac{\sqrt{321}}{4}a$ . B.  $\frac{\sqrt{520}}{4}a$ . C.  $\frac{\sqrt{140}}{4}a$ . D. Một kết quả khác.

**Câu 196.** Cho tam giác vuông cân  $OAB$  với  $OA = OB = a$ . Độ dài của  $\vec{v} = \frac{11}{4}\overrightarrow{OA} - \frac{3}{7}\overrightarrow{OB}$  là:

- A.  $2a$ . B.  $\frac{\sqrt{6073}}{28}a$ . C.  $\frac{\sqrt{3}}{2}a$ . D. Một kết quả khác.

**Câu 197.** Cho  $\triangle ABC$  đều cạnh  $a$ . Gọi  $G$  là trọng tâm tam giác  $ABC$ . Đẳng thức nào sau đây sai?

- A.  $|\overrightarrow{AB} - \overrightarrow{AC}| = a$ . B.  $|\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AC}| = a\sqrt{3}$ .  
C.  $|\overrightarrow{GA} + \overrightarrow{GB} + \overrightarrow{GC}| = 0$ . D.  $|\overrightarrow{GB} + \overrightarrow{GC}| = \frac{a\sqrt{3}}{2}$ .

**Câu 198.** Cho tam giác  $ABC$ . Có bao nhiêu điểm  $M$  thoả mãn:  $|\overrightarrow{MA} + \overrightarrow{MB} + \overrightarrow{MC}| = 3$

- A. 1. B. 2. C. 3. D. Vô số.

**Câu 199.** Cho tam giác  $ABC$  và điểm  $M$  thoả mãn đẳng thức:  $|\overrightarrow{3MA} - 2\overrightarrow{MB} + \overrightarrow{MC}| = |\overrightarrow{MB} - \overrightarrow{MA}|$ . Tập hợp  $M$  là:

- A. Một đoạn thẳng. B. Một đường tròn. C. Nửa đường tròn. D. Một đường thẳng.

**Câu 200.** Cho tam giác  $ABC$ , biết  $AB = 8$ ,  $AC = 9$ ,  $BC = 11$ .  $M$  là trung điểm của  $BC$ ,  $N$  là điểm nằm trên đoạn  $AC$  sao cho  $AN = x$  ( $0 < x < 9$ ). Tìm hệ thức đúng trong các hệ thức sau:

- A.  $\overrightarrow{MN} = \left(\frac{1}{2} - \frac{x}{9}\right)\overrightarrow{AC} + \frac{1}{2}\overrightarrow{AB}$ . B.  $\overrightarrow{MN} = \left(\frac{x}{9} - \frac{1}{2}\right)\overrightarrow{CA} + \frac{1}{2}\overrightarrow{BA}$ .  
C.  $\overrightarrow{MN} = \left(\frac{x}{9} + \frac{1}{2}\right)\overrightarrow{AC} - \frac{1}{2}\overrightarrow{AB}$ . D.  $\overrightarrow{MN} = \left(\frac{x}{9} - \frac{1}{2}\right)\overrightarrow{AC} - \frac{1}{2}\overrightarrow{AB}$ .

**Câu 201.** Cho hai vectơ  $\vec{a} = (2; -4)$ ,  $\vec{b} = (-5; 3)$ . Tìm tọa độ của vectơ  $\vec{u} = 2\vec{a} - \vec{b}$  là:

- A.  $\vec{u} = (7; -7)$ .      B.  $\vec{u} = (9; -11)$ .      C.  $\vec{u} = (9; 5)$ .      D.  $\vec{u} = (-1; 5)$ .

**Câu 202.** Cho  $\vec{u} = (3; -2)$  và hai điểm  $A(0; -3)$ ,  $B(1; 5)$ . Biết  $2\vec{x} + 2\vec{u} - \overrightarrow{AB} = \vec{0}$ , vectơ  $\vec{x}$  là:

- A.  $\vec{x} = \left(-\frac{5}{2}; 6\right)$ .      B.  $\vec{x} = \left(\frac{5}{2}; -6\right)$ .      C.  $\vec{x} = (-5; 12)$ .      D.  $\vec{x} = (5; -12)$ .

**Câu 203.** Cho  $A(2; 5)$ ,  $B(1; 1)$ ,  $C(3; 3)$ , một điểm  $E$  trong mặt phẳng tọa độ thỏa  $\overrightarrow{AE} = 3\overrightarrow{AB} - 2\overrightarrow{AC}$ .

Tọa độ của  $E$  là:

- A.  $E(3; -3)$ .      B.  $E(-3; 3)$ .      C.  $E(-3; -3)$ .      D.  $E(-2; -3)$ .

**Câu 204.** Cho  $A(2; -1)$ ,  $B(0; 3)$ ,  $C(4; 2)$ . Một điểm  $D$  có tọa độ thỏa mãn  $2\overrightarrow{AD} - 3\overrightarrow{BD} - 4\overrightarrow{CD} = \vec{0}$ . Tọa độ của  $D$  là:

- A.  $D(1; 12)$ .      B.  $D(12; 1)$ .      C.  $D(12; -1)$ .      D.  $D(-12; -1)$ .

**Câu 205.** Cho ba vectơ  $\vec{a} = (2; 1)$ ,  $\vec{b} = (3; 4)$ ,  $\vec{c} = (7; 2)$ . Giá trị của các số  $k$ ,  $h$  để  $\vec{c} = k\vec{a} + h\vec{b}$  là:

- A.  $k = 2, 5; h = -1, 3$ .      B.  $k = 4, 6; h = -5, 1$ .      C.  $k = 4, 4; h = -0, 6$ .      D.  $k = 3, 4; h = -0, 2$ .

**Câu 206.** Cho tam giác  $ABC$  có ba trung điểm cạnh  $BC$  là  $M(1; 1)$  và trọng tâm tam giác là  $G(2; 3)$ .

Tọa độ đỉnh  $A$  của tam giác là:

- A.  $(3; 5)$ .      B.  $(4; 5)$ .      C.  $(4; 7)$ .      D.  $(2; 4)$ .

**Câu 207.** Cho tam giác  $ABC$  với  $A(4; 0)$ ,  $B(2; -3)$ ,  $C(9; 6)$ . Tìm tọa độ trọng tâm  $G$  của tam giác  $ABC$  là:

- A.  $(3; 5)$ .      B.  $(5; 3)$ .      C.  $(15; 9)$ .      D.  $(9; 15)$ .

**Câu 208.** Cho tam giác  $ABC$  có  $A(6; 1)$ ,  $B(-3; 5)$ . Trọng tâm  $G$  của tam giác có tọa độ  $G(-1; 1)$ . Tọa độ đỉnh  $C$  là:

- A.  $C(6; -3)$ .      B.  $C(-6; 3)$ .      C.  $C(-6; -3)$ .      D.  $C(-3; 6)$ .

**Câu 209.** Cho  $A(-1; -\sqrt{2})$ ,  $B(3; 0)$ ,  $C\left(5 - \sqrt{3}; 1 - \frac{\sqrt{2}}{2}\right)$ . Kết luận nào trong các Câu sau đây đúng?

- A.  $A, B, C$  thẳng hàng.      B.  $A, B, C$  không thẳng hàng.  
C.  $\overrightarrow{AB} = k\overrightarrow{AC}$ .      D. Tất cả các Câu trên đều sai.

**Câu 210.** Cho  $A(2; -3)$ ,  $B(3; 4)$ . Tọa độ của điểm  $M$  trên trục hoành để  $A, B, M$  thẳng hàng là:

- A.  $M(1; 0)$ .      B.  $M(4; 0)$ .      C.  $M\left(-\frac{5}{3}; -\frac{1}{3}\right)$ .      D.  $M\left(\frac{17}{7}; 0\right)$ .

**Câu 211.** Xác định  $x$  sao cho  $\vec{u}$  và  $\vec{v}$  cùng phương  $\vec{u} = 2\vec{i} - \vec{j}$  và  $\vec{v} = \vec{i} + x\vec{j}$

- A.  $x = -1$ .      B.  $x = -\frac{1}{2}$ .      C.  $x = \frac{1}{4}$ .      D.  $x = 2$ .

**Câu 212.** Cho bốn điểm  $A(-3; -2)$ ,  $B(3; 1)$ ,  $C(-3; 1)$  và  $D(-1; 2)$ . Kết luận nào đúng?

- A.  $\overrightarrow{AB}$  cùng phương với  $\overrightarrow{CD}$ .      B.  $\overrightarrow{AC}$  cùng phương với  $\overrightarrow{BC}$ .  
C.  $\overrightarrow{AD}$  cùng phương với  $\overrightarrow{BC}$ .      D. Tất cả ba Câu trên đều sai.

**Câu 213.** Điền vào toạ độ  $D$  biết rằng  $D$  thuộc đường thẳng  $AB$  với  $A(-1;2)$  và  $B(2;-3)$  và  $D(...;0)$  hoành độ  $D$  là:

- A.  $-1$ .                      B.  $5$ .                      C.  $\frac{1}{5}$ .                      D.  $0$ .

**Câu 214.** Cho  $A(2;1)$ ,  $B(1;-3)$ . Toạ độ giao điểm  $I$  của hai đường chéo hình bình hành  $OABC$  là:

- A.  $I\left(-\frac{1}{3}; \frac{2}{3}\right)$ .                      B.  $I\left(\frac{5}{2}; \frac{1}{2}\right)$ .                      C.  $I(2;6)$ .                      D.  $I\left(\frac{1}{2}; -\frac{3}{2}\right)$ .

**Câu 215.** Cho  $A(1;2)$ ,  $B\left(3; \frac{1}{3}\right)$  và  $C\left(6; \frac{23}{6}\right)$ . Tìm Câu đúng trong các Câu sau?

- A.  $A, B, C$  thẳng hàng.                      B.  $A, B, C$  không thẳng hàng.  
C.  $\overrightarrow{AB} = k \cdot \overrightarrow{AC}$ .                      D. Hai Câu B và C đều đúng.

**Câu 216.** Trong hệ trục toạ độ  $Oxy$  cho  $A(1;2)$ ,  $B(0;4)$ ,  $C(3;2)$ . Tìm toạ độ điểm  $D$  sao cho  $ABCD$  là hình bình hành và toạ độ tâm  $I$  của hình bình hành

- A.  $D(2;0), I(4;-4)$ .                      B.  $D(4;-4), I(2;0)$ .  
C.  $D(4;-4), I(0;2)$ .                      D.  $D(-4;4), I(2;0)$ .

**Câu 217.** Cho  $M(-3;1)$ ,  $N(1;4)$ ,  $P(5;3)$ . Tìm toạ độ điểm  $Q$  sao cho  $MNPQ$  là hình bình hành là:

- A.  $Q(-1;0)$ .                      B.  $Q(1;0)$ .                      C.  $Q(0;-1)$ .                      D.  $Q(0;1)$ .

**Câu 218.** Cho ba điểm  $A(2;1)$ ,  $B(2;-1)$ ,  $C(-2;-3)$ . Toạ độ điểm  $D$  để  $ABCD$  là hình bình hành là:

- A.  $(-2;-1)$ .                      B.  $(2;1)$ .                      C.  $(2;-1)$ .                      D.  $(-1;2)$ .

**Câu 219.** Cho  $A(1;2)$ ,  $B(-1;-1)$  và  $C(4;-3)$ . Toạ độ điểm  $D$  sao cho  $ABCD$  là hình bình hành là:

- A.  $(0;0)$ .                      B.  $(6;6)$ .                      C.  $(0;6)$ .                      D.  $(6;0)$ .

**Câu 220.** Trong hệ trục toạ độ  $Oxy$  cho bốn điểm  $A(2;1)$ ,  $B(2;-1)$ ,  $C(-2;-3)$ ,  $D(-2;-1)$ . Xét ba mệnh đề sau:

- (I)  $ABCD$  là hình thoi.                      (II)  $ABCD$  là hình bình hành.                      (III)  $AC$  cắt  $BD$  tại  $I(0;-1)$ .

Tìm khẳng định đúng trong các khẳng định sau:

- A. Chỉ (I) đúng.                      B. Chỉ (II) đúng.  
C. Chỉ (II) và (III) đúng.                      D. Cả (I), (II), (III) đều đúng.

**Câu 221.** Cho  $\triangle ABC$  có trực tâm  $H$ , nội tiếp đường tròn tâm  $(O)$ ,  $M$  là trung điểm  $BC$ ;  $A', B'$  lần lượt là điểm đối xứng của  $A, B$  qua  $O$ . Xét các mệnh đề:

- (I)  $\overrightarrow{AB'} = \overrightarrow{BA'}$ .                      (II)  $\overrightarrow{HA} = \overrightarrow{CB'}$ .                      (III)  $\overrightarrow{MH} = -\overrightarrow{MA'}$ .

Mệnh đề đúng là:

- A. Chỉ (I).                      B. (I) và (III).                      C. (II) và (III).                      D. Tất cả đều đúng.

**Câu 222.** Khẳng định nào sau đây sai?

- A. Hai véctơ cùng phương với một véctơ thứ ba khác véctơ  $\vec{0}$  thì cùng phương với nhau.  
B. Hai véctơ cùng hướng với một véctơ thứ ba khác véctơ  $\vec{0}$  thì cùng hướng.  
C. Ba véctơ  $\vec{a}, \vec{b}, \vec{c}$  đều khác  $\vec{0}$  và đôi một cùng phương thì có ít nhất hai véctơ cùng hướng.  
D. Điều kiện cần và đủ để  $\vec{a} = \vec{b}$  và  $|\vec{a}| = |\vec{b}|$ .

**Câu 223.** Cho hình bình hành  $ABCD$  tâm  $O$ . Gọi  $P, Q, R$  lần lượt là trung điểm của các cạnh  $AB, BC, AD$ . Lấy 8 điểm trên làm gốc hoặc ngọn của các vectơ. Tìm mệnh đề sai:

- A. Có 2 vectơ bằng  $\overrightarrow{PQ}$ . B. Có 4 vectơ bằng  $\overrightarrow{AR}$ .  
C. Có 3 vectơ bằng  $\overrightarrow{BO}$ . D. Có 5 vectơ bằng  $\overrightarrow{OP}$ .

**Câu 224.** (I): vectơ  $\vec{0}$  là vectơ có độ dài bằng 0.

(II): vectơ  $\vec{0}$  là vectơ có nhiều phương.

- A. Chỉ có (I) đúng. B. Chỉ có (II) đúng.  
C. (I) và (II) đều đúng. D. (I) và (II) đều sai.

**Câu 225.** Cho bốn điểm  $A, B, C, D$  phân biệt. Hỏi có bao nhiêu vectơ tạo bởi hai trong bốn điểm nói trên.

- A. 4. B. 8. C. 12. D. 16.

**Câu 226.** Cho đường tròn tâm  $O$ . Từ điểm  $A$  nằm ngoài  $(O)$  kẻ hai tiếp tuyến  $AB, AC$  tới  $O$ . Xét mệnh đề:

- (I)  $\overrightarrow{AB} = \overrightarrow{AC}$ . (II)  $\overrightarrow{OB} = -\overrightarrow{OC}$ . (III)  $|\overrightarrow{BO}| = |\overrightarrow{CO}|$ .

Mệnh đề đúng là:

- A. Chỉ (I). B. (I) và (II). C. (I), (II), (III). D. Chỉ (III).

**Câu 227.** Để chứng minh  $ABCD$  là hình bình hành ta cần chứng minh:

- A.  $\overrightarrow{AB} = \overrightarrow{DC}$ . B.  $\overrightarrow{AB} = \overrightarrow{CD}$ .  
C.  $|\overrightarrow{AB}| = |\overrightarrow{CD}|$ . D. Tất cả các câu trên đều sai.

**Câu 228.** Tứ giác  $ABCD$  là hình gì nếu  $\overrightarrow{AB} = \overrightarrow{DC}$

- A. Hình thang. B. Hình thang cân. C. Hình bình hành. D. Hình chữ nhật.

**Câu 229.** Cho hình thang  $ABCD$  có cạnh đáy  $AB = 2a, CD = a$ . Trong các khẳng định sau, khẳng định nào đúng?

- A.  $\overrightarrow{AC} = \overrightarrow{BD}$ . B.  $|\overrightarrow{AC}| = |\overrightarrow{BD}|$ . C.  $\overrightarrow{AD} = \overrightarrow{BC}$ . D.  $\overrightarrow{AB} = \overrightarrow{DC}$ .

**Câu 230.** Một vật nặng (Đ) được kéo bởi hai lực  $\vec{F}_1$  và  $\vec{F}_2$  như hình vẽ. Xác định hướng di chuyển của (Đ) và tính độ dài lực tổng hợp của  $\vec{F}_1$  và  $\vec{F}_2$  biết  $F_1 = F_2 = 50N$  và góc giữa  $\vec{F}_1$  và  $\vec{F}_2$  bằng  $60^\circ$ .

Bước 1: \* Đặt  $\overrightarrow{OA} = \vec{F}_1$  và  $\overrightarrow{OB} = \vec{F}_2$ .

\* Vẽ hình bình hành  $OACB$ .

- Ta có  $\overrightarrow{OC} = \overrightarrow{OA} + \overrightarrow{OB} = \vec{F}_1 + \vec{F}_2$ .

- Vậy vật nặng (Đ) di chuyển từ  $O$  đến  $C$ .

Bước 2: Vì  $OACB$  là hình bình hành có  $OA = OB$ .

$\Rightarrow OACB$  là hình thoi  $\Rightarrow \widehat{AOC} = \widehat{BOC} = 30^\circ$ .

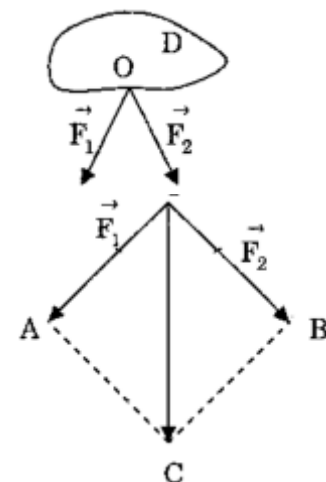
$\Rightarrow OAC$  là nửa tam giác đều cạnh  $OA = 50(N)$

$\Rightarrow OC = \frac{50\sqrt{3}}{2} = 25\sqrt{3}(N)$ .

Bước 3: Cường độ lực tổng hợp của  $\vec{F}_1$  và  $\vec{F}_2$  là  $OC = 25\sqrt{3}(N)$ . Bài giải trên đúng hay sai?

Nếu sai thì sai ở đâu?

- A. Đúng. B. Sai từ bước 1. C. Sai từ bước 2. D. Sai ở bước 3.



**Câu 231.** Cho hình bình hành  $ABCD$ . Khi đó tổng  $\overrightarrow{CB} + \overrightarrow{CD}$  bằng:

- A.  $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AD}$ .      C.  $\overrightarrow{AC}$ .      B.  $\overrightarrow{CA}$ .      D.  $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{BC}$ .

**Câu 232.** Trong các khẳng định sau. Tìm khẳng định sai

- A.  $\vec{a} + \vec{b} = \vec{b} + \vec{a}$ .      B.  $(\vec{a} + \vec{b}) + \vec{c} = \vec{a} + (\vec{b} + \vec{c})$ .  
C.  $\vec{a} + \vec{0} = \vec{0} + \vec{a} = \vec{a}$ .      D.  $\vec{a} + \vec{b} = |\vec{a}| + |\vec{b}|$ .

**Câu 233.** Cho tam giác đều  $ABC$  cạnh  $a$ . Khi đó  $|\overrightarrow{AB} - \overrightarrow{AC}|$  bằng:

- A. 0.      B.  $a$ .      C.  $\frac{a\sqrt{3}}{2}$ .      D.  $a\sqrt{3}$ .

**Câu 234.** Cho tam giác đều  $ABC$  cạnh bằng  $3cm$ .  $H$  là trung điểm của  $BC$ . Tìm mệnh đề sai:

- A.  $|\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AC}| = 3\sqrt{3}$ .      B.  $|\overrightarrow{BA} + \overrightarrow{BH}| = \frac{\sqrt{63}}{2}$ .      C.  $|\overrightarrow{HA} + \overrightarrow{HB}| = 3$ .      D.  $|\overrightarrow{HA} - \overrightarrow{HB}| = \sqrt{3}$ .

**Câu 235.** Cho hai véctơ  $\vec{a}$  và  $\vec{b}$  tạo với nhau một góc  $60^\circ$ . Biết  $|\vec{a}| = 6$ ;  $|\vec{b}| = 3$ . Tính  $|\vec{a} + \vec{b}| = |\vec{a} - \vec{b}|$ ?

- A.  $3(\sqrt{7} + \sqrt{5})$ .      B.  $3(\sqrt{7} + \sqrt{3})$ .      C.  $6(\sqrt{5} + 3)$ .      D.  $\frac{1}{2}(2\sqrt{3} + \sqrt{51})$ .

**Câu 236.** Cho hai véctơ khác  $\vec{0}$ ,  $\vec{a}$  và  $\vec{b}$  tạo với nhau một góc  $\alpha$ . Xét các mệnh đề:

(I) Nếu  $\alpha = 90^\circ$  thì  $|\vec{a} + \vec{b}| = |\vec{a} - \vec{b}|$ .

(II) Nếu  $\alpha < 90^\circ$  thì  $|\vec{a} + \vec{b}| > |\vec{a} - \vec{b}|$ .

(III) Nếu  $\alpha > 90^\circ$  thì  $|\vec{a} + \vec{b}| < |\vec{a} - \vec{b}|$ .

Mệnh đề đúng là:

- A. (II) và (III).      B. (I), (II) và (III).      C. Chỉ (I).      D. Chỉ (II).

**Câu 237.** Cho tam giác vuông  $ABC$  ( $\hat{A} = 90^\circ$ ) biết  $AB = 12cm$ ,  $AC = 5cm$ . Câu nào sau đây sai?

A.  $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AC} = \overrightarrow{AD}$ ,  $D$  là đỉnh của hình chữ nhật  $ABCD$ .

B.  $|\overrightarrow{AB}|^2 + |\overrightarrow{AC}|^2 = 13cm$ .

C.  $|\overrightarrow{AB} - \overrightarrow{AC}| = |\overrightarrow{AB}| - |\overrightarrow{AC}|$ .

D.  $|\overrightarrow{BC} - \overrightarrow{BA}| = 7cm$ .

**Câu 238.** Cho tam giác  $ABC$  có trọng tâm  $G$ . Gọi  $I$  là điểm đối xứng của  $B$  qua  $G$ . Các số  $m$ ,  $n$  thích hợp để có đẳng thức:  $\overrightarrow{AI} = m\overrightarrow{AC} + n\overrightarrow{AB}$  là:

- A.  $m = \frac{2}{3}; n = \frac{1}{3}$ .      B.  $m = -\frac{2}{3}; n = \frac{1}{3}$ .      C.  $m = \frac{2}{3}; n = -\frac{1}{3}$ .      D.  $m = -\frac{2}{3}; n = -\frac{1}{3}$ .

**Câu 239.** Cho tam giác  $ABC$ . Gọi  $H$  là điểm đối xứng của trọng tâm  $G$  qua  $B$ . Số  $m$  thỏa mãn đẳng thức:  $\overrightarrow{HA} + \overrightarrow{HC} = m\overrightarrow{HB}$ . Đáp số là:

- A.  $m = \frac{1}{2}$ .      B.  $m = 2$ .      C.  $m = 4$ .      D.  $m = 5$ .

**Câu 240.** Cho tam giác  $ABC$  với  $H$ ,  $O$ ,  $G$  lần lượt là trực tâm, tâm đường tròn ngoại tiếp, trọng tâm của tam giác. Hệ thức đúng trong các hệ thức sau là:

- A.  $\overrightarrow{OH} = \frac{3}{2}\overrightarrow{OG}$ .      B.  $\overrightarrow{OH} = 3\overrightarrow{OG}$ .      C.  $\overrightarrow{OG} = \frac{1}{2}\overrightarrow{GH}$ .      D.  $2\overrightarrow{OG} = -\overrightarrow{OH}$ .

**Câu 241.** Cho tam giác  $ABC$ ,  $D$  là trung điểm cạnh  $AC$ . Gọi  $I$  là điểm thoả mãn điều kiện:

$$\overrightarrow{IA} + 2\overrightarrow{IB} + 3\overrightarrow{IC} = \vec{0}.$$

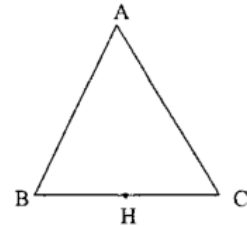
- A.  $I$  là trực tâm tam giác  $BCD$ .  
 B.  $I$  là trọng tâm tam giác  $ABC$ .  
 C.  $I$  là trọng tâm tam giác  $CDB$ .  
 D. Cả ba kết luận trên đều sai.

**Câu 242.** Cho tam giác đều  $ABC$ , tâm  $O$ .  $M$  là một điểm bất kì trong tam giác. Hình chiếu của  $M$  xuống ba cạnh của tam giác là  $D, E, F$ . Hệ thức giữa các vectơ  $\overrightarrow{MD}, \overrightarrow{ME}, \overrightarrow{MF}, \overrightarrow{MO}$  là:

- A.  $\overrightarrow{MD} + \overrightarrow{ME} + \overrightarrow{MF} = \frac{1}{2}\overrightarrow{MO}$ .  
 B.  $\overrightarrow{MD} + \overrightarrow{ME} + \overrightarrow{MF} = \frac{2}{3}\overrightarrow{MO}$ .  
 C.  $\overrightarrow{MD} + \overrightarrow{ME} + \overrightarrow{MF} = \frac{3}{4}\overrightarrow{MO}$ .  
 D.  $\overrightarrow{MD} + \overrightarrow{ME} + \overrightarrow{MF} = \frac{3}{2}\overrightarrow{MO}$ .

**Câu 243.** Cho tam giác đều  $ABC$ , có cạnh bằng  $a$ ,  $H$  là trung điểm  $BC$ . Chỉ ra câu sai:

- A.  $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AC} = 2\overrightarrow{AH}$ .  
 B.  $|\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AC}| = 2\overrightarrow{AH}$ .  
 C.  $|\overrightarrow{AB} - \overrightarrow{AC}| = \overrightarrow{CB}$ .  
 D.  $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{BC} + \overrightarrow{CA} = \vec{0}$ .



**Câu 244.** Cho tam giác  $OAB$ . Gọi  $M, N$  lần lượt là trung điểm hai cạnh  $OA$  và  $OB$ . Các số  $m$  và  $n$  thích hợp để có đẳng thức:  $\overrightarrow{MN} + m\overrightarrow{OA} + n\overrightarrow{OB}$  là:

- A.  $m = \frac{1}{2}; n = 0$ .  
 B.  $m = 0; n = \frac{1}{2}$ .  
 C.  $m = \frac{1}{2}; n = -\frac{1}{2}$ .  
 D.  $m = -\frac{1}{2}; n = \frac{1}{2}$ .

**Câu 245.** Cho tam giác  $ABC$  và điểm  $M$  thoả mãn đẳng thức:  $2|\overrightarrow{MA} + \overrightarrow{MB} + \overrightarrow{MC}| = 3|\overrightarrow{MB} + \overrightarrow{MC}|$ . Tập hợp  $M$  là:

- A. Một đường tròn.  
 B. Một đường thẳng.  
 C. Một đoạn thẳng.  
 D. Nửa đường thẳng.

**Câu 246.** Cho  $A(1;1), B(1;2)$ . Toạ độ điểm  $C$  để  $OABC$  là hình bình hành là:

- A.  $(1;1)$ .  
 B.  $(-1;-1)$ .  
 C.  $(-1;1)$ .  
 D.  $(-1; \frac{1}{2})$ .

**Câu 247.** Cho  $A(4;3), B(-1;7), C(2;-5)$ . Trọng tâm  $G$  của tam giác  $ABC$  có toạ độ là:

- A.  $(-3;3)$ .  
 B.  $(-4;-1)$ .  
 C.  $(\frac{2}{3}; \frac{4}{3})$ .  
 D.  $(\frac{5}{3}; \frac{5}{3})$ .

**Câu 248.** Trong hệ toạ độ  $Oxy$  cho  $A(1;-2), B(0;4), C(3;2)$ . Toạ độ của điểm  $M$  thoả:  $\overrightarrow{CM} = 2\overrightarrow{AB} - 3\overrightarrow{AC}$  là:

- A.  $M(2;11)$ .  
 B.  $M(-5;2)$ .  
 C.  $M(2;-5)$ .  
 D.  $M(11;-5)$ .

**Câu 249.** Cho  $\vec{u} = (3;-2), \vec{v} = (4;0), \vec{w} = (3;2) \sim . * . \sim$  nào sau đây đúng?

- A.  $2\vec{u} - 3\vec{v} = -2\vec{w}$ .  
 B.  $2\vec{u} - 3\vec{v} = 2\vec{w}$ .  
 C.  $2\vec{u} - 3\vec{v} = -3\vec{w}$ .  
 D.  $2\vec{u} - 3\vec{v} = 3\vec{w}$ .

**Câu 250.** Toạ độ của vectơ  $\vec{u}$ , biết  $2\vec{u} - 3\vec{a} = \vec{b} + \vec{u}$  với  $\vec{a} = (5;6), \vec{b} = (-3;-1)$  là:

- A.  $\vec{u} = (-15;18)$ .  
 B.  $\vec{u} = (6;5)$ .  
 C.  $\vec{u} = (12;17)$ .  
 D.  $\vec{u} = (-8;-7)$ .

**Câu 251.** Cho tam giác  $ABC$ . Số các vectơ khác  $\vec{0}$  có điểm cuối là đỉnh của tam giác bằng:

- A. 4.  
 B. 5.  
 C. 6.  
 D. 7.

- Câu 252.** Cho hình bình hành  $ABCD$  tâm  $O$ . Số các vectơ khác  $\vec{0}$  cùng phương với  $\overrightarrow{OD}$  có điểm đầu và điểm cuối là các đỉnh và tâm của hình bình hành là:  
**A.** 3. **B.** 4. **C.** 5. **D.** 6.
- Câu 253.** Cho hình bình hành  $ABCD$  tâm  $O$ . Số các vectơ bằng vectơ  $\overrightarrow{OC}$  có điểm đầu và điểm cuối là đỉnh và tâm của hình bình hành là:  
**A.** 1. **B.** 2. **C.** 3. **D.** 4.
- Câu 254.** Cho hình vuông  $ABCD$  cạnh  $a$ . Độ dài vectơ  $\overrightarrow{BD}$  là:  
**A.**  $2a$ . **B.**  $a^2$ . **C.**  $2a^2$ . **D.**  $a\sqrt{2}$ .
- Câu 255.** Cho ba điểm phân biệt  $A, B, C$ . Đẳng thức nào sau đây là sai?  
**A.**  $\overrightarrow{AB} - \overrightarrow{AC} = \overrightarrow{CB}$ . **B.**  $\overrightarrow{BC} - \overrightarrow{AB} = \overrightarrow{CB} + \overrightarrow{BA}$ .  
**C.**  $\overrightarrow{CB} - \overrightarrow{CA} = \overrightarrow{CB} + \overrightarrow{AC}$ . **D.**  $\overrightarrow{CB} - \overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AC} = \vec{0}$ .
- Câu 256.** Cho hai điểm  $M, N$  điểm  $P$  được gọi là đối xứng với điểm  $M$  qua điểm  $N$  khi:  
**A.**  $PN = NM$ . **B.**  $\overrightarrow{PN} = \overrightarrow{NM}$ . **C.**  $\overrightarrow{NP} = -\overrightarrow{NM}$ . **D.**  $\overrightarrow{NP} = \overrightarrow{NM}$ .
- Câu 257.** Cho tam giác có  $G$  là trọng tâm,  $M$  là trung điểm của  $AC$ . Đẳng thức nào sau đây là sai?  
**A.**  $\overrightarrow{GA} + \overrightarrow{GC} = -\overrightarrow{GB}$ . **B.**  $\overrightarrow{GB} = 2\overrightarrow{MG}$ . **C.**  $\overrightarrow{GA} - \overrightarrow{GB} + \overrightarrow{AB} = \vec{0}$ . **D.**  $\overrightarrow{GM} = \frac{1}{3}\overrightarrow{MB}$ .
- Câu 258.** Cho hình thoi  $ABCD$  có tâm  $O$ . Đẳng thức nào sau đây là đúng?  
**A.**  $\overrightarrow{OA} + \overrightarrow{OB} = \overrightarrow{OD} - \overrightarrow{OA}$ . **B.**  $\overrightarrow{AB} - \overrightarrow{AC} = \overrightarrow{OD} + \overrightarrow{OC}$ .  
**C.**  $|\overrightarrow{CA} + \overrightarrow{AD}| = |\overrightarrow{OB} - \overrightarrow{OC}|$ . **D.**  $|\overrightarrow{BD}| = |\overrightarrow{CB} + \overrightarrow{BA}|$ .
- Câu 259.** Trong mặt phẳng tọa độ  $Oxy$  cho hình bình hành  $OMNP$ , điểm  $M$  nằm trên  $Oy$ . Khẳng định nào sau đây là đúng?  
**A.**  $\overrightarrow{NP}$  có hoành độ khác 0. **B.**  $N$  và  $P$  có hoành độ khác nhau.  
**C.**  $M$  có tung độ bằng 0. **D.**  $y_P + y_M - y_N = 0$ .
- Câu 260.** Trong các khẳng định sau khẳng định nào đúng?  
**A.**  $\vec{u} = (2; -1)$  và  $\vec{v} = (-1; 2)$  ngược hướng.  
**B.**  $\vec{u} = (1; -2)$  và  $\vec{v} = (-1; 2)$  không cùng phương.  
**C.**  $\vec{u} = (3; -6)$  và  $\vec{v} = (-1; 2)$  ngược hướng.  
**D.**  $\vec{u} = 3\vec{i} - 2\vec{j}$  và  $\vec{v} = 2\vec{j} - 3\vec{i}$  cùng phương.
- Câu 261.** Cho tam giác  $ABC$  có  $A(-1; 3)$ ,  $B(2; 0)$ ,  $C(4; 6)$ . Trọng tâm của tam giác  $ABC$  có tọa độ là:  
**A.**  $\left(\frac{5}{3}; 3\right)$ . **B.**  $\left(\frac{7}{3}; 3\right)$ . **C.**  $(5; 9)$ . **D.**  $\left(\frac{7}{3}; 9\right)$ .
- Câu 262.** Cho bốn điểm  $M(-1; -2)$ ,  $N(3; 2)$ ,  $P(4; -1)$ ,  $Q(0; -5)$ . Chọn mệnh đề sai?  
**A.** Tứ giác  $MNPQ$  là hình bình hành.  
**B.** Điểm  $G\left(\frac{7}{3}; -\frac{4}{3}\right)$  là trọng tâm của tam giác  $NPQ$ .  
**C.**  $\overrightarrow{QM} = \overrightarrow{PN}$ .  
**D.**  $\overrightarrow{MP}$  và  $\overrightarrow{QN}$  cùng phương.

- Câu 263.** Trong mặt phẳng toạ độ  $Oxy$  cho bốn điểm  $A(2;-5)$ ,  $B(-1;4)$ ,  $C(3;-2)$ ,  $D(-1;-3)$ . Khẳng định nào sau đây là đúng?
- A. Tứ giác  $ABCD$  là hình chữ nhật.      B. Điểm  $M(1;-8)$  là trung điểm của  $AD$ .
- C.  $\overrightarrow{OC} + \overrightarrow{OD} = \overrightarrow{OA}$ .      D.  $\overrightarrow{AD}$  và  $\overrightarrow{BC}$  cùng hướng.
- Câu 264.** Cho tam giác  $ABC$ . Đặt  $\vec{x} = \overrightarrow{AB}$ ,  $\vec{y} = \overrightarrow{AC}$ . Các cặp vectơ nào sau đây cùng phương?
- A.  $\vec{x} - \vec{y}$  và  $2\vec{x}$ .      B.  $\vec{x} - \vec{y}$  và  $\vec{x} + 2\vec{y}$ .
- C.  $3\vec{x} - \vec{y}$  và  $\vec{x} - 3\vec{y}$ .      D.  $\frac{1}{2}\vec{x} + \frac{1}{2}\vec{y}$  và  $2\vec{x} + 2\vec{y}$ .
- Câu 265.** Trong mặt phẳng toạ độ  $Oxy$  cho hình chữ nhật  $ABCD$  có gốc  $O$  là tâm của hình chữ nhật và các cạnh của nó song song với các trục toạ độ. Khẳng định nào sau đây là đúng?
- A.  $\overrightarrow{OC} - \overrightarrow{OD}$  cùng hướng với  $\overrightarrow{BA}$ .      B.  $x_D = -x_C$  và  $y_D = -y_C$ .
- C.  $x_A = -x_B$  và  $y_A = -y_B$ .      D.  $|\overrightarrow{OA} + \overrightarrow{OD}| = DC$ .
- Câu 266.** Cho điểm  $N(2;1)$ . Kẻ  $NN_1$  vuông góc với  $Ox$ ,  $NN_2$  vuông góc với  $Oy$ . Khẳng định nào sau đây là đúng?
- A.  $\overrightarrow{ON_1} + \overrightarrow{ON_2}$  có toạ độ  $(2;-1)$ .      B.  $\overrightarrow{ON_1} - \overrightarrow{ON_2}$  có toạ độ  $(-2;-1)$ .
- C.  $\overrightarrow{ON_1} = 2$ .      D.  $\overrightarrow{ON_2} = -1$ .
- Câu 267.** Trong mặt phẳng toạ độ  $Oxy$  cho  $A(0;-5)$ ,  $B(4;-1)$ . Toạ độ trung điểm  $M$  của đoạn thẳng  $AB$  là:
- A.  $(2;-3)$ .      B.  $(4;-6)$ .      C.  $(2;3)$ .      D.  $(4;-3)$ .
- Câu 268.** Trong mặt phẳng toạ độ  $Oxy$  cho  $M(2;-3)$ ,  $N(1;-2)$ . Toạ độ của vectơ  $\overrightarrow{MN}$  là:
- A.  $(-1;1)$ .      B.  $(3;-5)$ .      C.  $(-1;-5)$ .      D.  $\left(\frac{3}{2}\right)$ .
- Câu 269.** Cho tam giác  $MNP$  có  $N(2;-1)$ ,  $P(0;3)$ ,  $A$  và  $B$  là trung điểm của  $MN$  và  $MP$ . Toạ độ của vectơ  $\overrightarrow{AB}$  là:
- A.  $(-2;4)$ .      B.  $(-1;2)$ .      C.  $(2;2)$ .      D.  $(1;1)$ .
- Câu 270.** Trong mặt phẳng toạ độ  $Oxy$  cho bốn điểm  $A(1;2)$ ,  $B(-2;2)$ ,  $C(3;-3)$ ,  $D(-1;-3)$ . Khẳng định nào sau đây là đúng?
- A.  $\overrightarrow{AB} = \overrightarrow{CD}$ .      B. Ba điểm  $A, B, C$  thẳng hàng.
- C.  $\overrightarrow{BD}$  và  $\overrightarrow{AC}$  cùng phương.      D.  $\overrightarrow{BA}$  và  $\overrightarrow{CD}$  ngược hướng.
- Câu 271.** Cho ba điểm  $M(1;2)$ ,  $N(-4;6)$ ,  $P(11;-6)$ . Khẳng định nào sau đây là không đúng?
- A. Hai vectơ  $\overrightarrow{MN}$  và  $\overrightarrow{MP}$  cùng phương.      B. Ba điểm  $M, N, P$  thẳng hàng.
- C. Hai vectơ  $\overrightarrow{NP}$  và  $\overrightarrow{MP}$  cùng phương.      D. Hai vectơ  $\overrightarrow{MN}$  và  $\overrightarrow{MP}$  đối nhau.
- Câu 272.** Cho  $\vec{u} = (-2;1)$ ,  $\vec{v} = (7;-3)$ . Toạ độ của vectơ  $\vec{u} + \vec{v}$  là:
- A.  $(5;-2)$ .      B.  $(9;4)$ .      C.  $(5;4)$ .      D.  $(9;-2)$ .
- Câu 273.** Cho  $\vec{u} = (-2;3)$ ,  $\vec{v} = (0;-4)$ . Toạ độ của vectơ  $\vec{u} - \vec{v}$  là:
- A.  $(-2;-1)$ .      B.  $(-2;7)$ .      C.  $(2;-1)$ .      D.  $(2;1)$ .

**Câu 274.** Cho  $\vec{u} = (m; -2)$ ,  $\vec{v} = (1; 3)$ . Hai véctơ  $\vec{u}$  và  $\vec{v}$  cùng phương nếu số  $m$  là:

- A.  $\frac{3}{2}$ .                      B.  $-\frac{1}{2}$ .                      C.  $-\frac{2}{3}$ .                      D.  $\frac{2}{3}$ .

**Câu 275.** Cho  $\vec{a} = (-1; 0)$ ,  $\vec{b} = (3m; 2)$ ,  $\vec{c} = (4; m)$ . Véctơ  $\vec{b} = 2\vec{a} - \vec{c}$  nếu số  $m$  là:

- A.  $-2$ .                      B.  $2$ .                      C.  $3$ .                      D.  $4$ .

**Câu 276.** Cho ba điểm  $M(-2; 1)$ ,  $N(4; 3)$ ,  $P(0; -5)$

- A. Điểm  $P$  nằm giữa hai điểm  $M$  và  $N$ .  
 B. Hai véctơ  $\overrightarrow{MN}$  và  $\overrightarrow{MP}$  cùng hướng.  
 C. Điểm  $G\left(\frac{2}{3}; -\frac{1}{3}\right)$  là trọng tâm của tam giác  $MNP$ .  
 D. Hai véctơ  $\overrightarrow{MN}$  và  $\overrightarrow{NP}$  ngược hướng.

**Câu 277.** Cho ba điểm  $M(4; 4)$ ,  $N(6; 4)$ ,  $P(4; 2)$  lần lượt là trung điểm các cạnh  $AB$ ,  $BC$  và  $AC$  của tam giác  $ABC$ . Tọa độ đỉnh  $B$  của tam giác là:

- A.  $(2; 2)$ .                      B.  $(6; 6)$ .                      C.  $(6; 2)$ .                      D.  $(3; 3)$ .

**Câu 278.** Cho  $\Delta ABC$  có  $B(-5; 6)$ ,  $C(3; 2)$ , trọng tâm  $G\left(-\frac{2}{3}; \frac{4}{3}\right)$ . Tọa độ đỉnh  $A$  của tam giác là:

- A.  $(0; -4)$ .                      B.  $(1; -3)$ .                      C.  $(2; 5)$ .                      D.  $(1; 3)$ .

**Câu 279.** Khẳng định nào trong các khẳng định sau là đúng?

- A. Véctơ  $\vec{u} = (2; -3)$  là véctơ đối của véctơ  $\vec{v} = (-3; 2)$ .  
 B. Hai véctơ  $\vec{u} = (1; -3)$  và  $\vec{v} = 2\vec{j} - 6\vec{i}$  cùng hướng.  
 C. Hai véctơ  $\vec{u} = (1; 3)$  và  $\vec{v} = (4; 6)$  cùng phương.  
 D. Hai véctơ  $\vec{u} = (-6; 2)$  và  $\vec{v} = (3; -1)$  ngược hướng.

**Câu 280.** Trong hệ tọa độ  $(O; \vec{i}; \vec{j})$ , tọa độ của véctơ  $2\vec{j} - \frac{3}{4}\vec{i}$  là:

- A.  $\left(2; \frac{3}{4}\right)$ .                      B.  $\left(-\frac{3}{4}; 2\right)$ .                      C.  $\left(2; -\frac{3}{4}\right)$ .                      D.  $(8; -3)$ .

**Câu 281.** Cho tứ giác  $ABCD$ . Số các véctơ khác  $\vec{0}$  có điểm đầu và điểm cuối là đỉnh của tứ giác bằng:

- A. 4.                      B. 6.                      C. 8.                      D. 12.

**Câu 282.** Cho lục giác đều  $ABCDEF$  có tâm  $O$ . Số các véctơ khác  $\vec{0}$  cùng phương với  $\overrightarrow{OC}$  có điểm đầu và điểm cuối là đỉnh của lục giác bằng:

- A. 4.                      B. 6.                      C. 7.                      D. 8.

**Câu 283.** Cho lục giác đều  $ABCDEF$  có tâm  $O$ . Số các véctơ bằng véctơ  $\overrightarrow{OC}$  có điểm đầu và điểm cuối là đỉnh của lục giác bằng:

- A. 2.                      B. 3.                      C. 4.                      D. 6.

**Câu 284.** Cho hình chữ nhật  $ABCD$  có  $AB = 3$ ,  $BC = 4$ . Độ dài của véctơ  $\overrightarrow{AC}$  là:

- A. 5.                      B. 6.                      C. 7.                      D. 9.

**Câu 285.** Cho ba điểm phân biệt  $A$ ,  $B$ ,  $C$ . Đẳng thức nào sau đây là đúng?

- A.  $\overrightarrow{CA} - \overrightarrow{BA} = \overrightarrow{BC}$ .                      B.  $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AC} = \overrightarrow{BC}$ .                      C.  $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{CA} = \overrightarrow{CB}$ .                      D.  $\overrightarrow{AB} - \overrightarrow{BC} = \overrightarrow{CA}$ .

**Câu 286.** Cho hai điểm phân biệt  $A$  và  $B$ . Điều kiện để điểm  $I$  là trung điểm của đoạn thẳng  $AB$  là:

- A.  $IA = IB$ . B.  $\overrightarrow{IA} = \overrightarrow{IB}$ . C.  $\overrightarrow{IA} = -\overrightarrow{IB}$ . D.  $\overrightarrow{AI} = \overrightarrow{BI}$ .

**Câu 287.** Cho tam giác  $ABC$  có  $G$  là trọng tâm,  $I$  là trung điểm của đoạn thẳng  $BC$ . Đẳng thức nào sau đây đúng?

- A.  $\overrightarrow{GA} = 2\overrightarrow{GI}$ . B.  $\overrightarrow{IG} = -\frac{1}{3}\overrightarrow{IA}$ . C.  $\overrightarrow{GB} + \overrightarrow{GC} = 2\overrightarrow{GI}$ . D.  $\overrightarrow{GB} + \overrightarrow{GC} = \overrightarrow{GA}$ .

**Câu 288.** Cho hình bình hành  $ABCD$ . Đẳng thức nào sau đây là đúng?

- A.  $\overrightarrow{AC} + \overrightarrow{BD} = 2\overrightarrow{BC}$ . B.  $\overrightarrow{AC} + \overrightarrow{BC} = \overrightarrow{AB}$ . C.  $\overrightarrow{AC} - \overrightarrow{BD} = 2\overrightarrow{CD}$ . D.  $\overrightarrow{AC} - \overrightarrow{AD} = \overrightarrow{CD}$ .

**Câu 289.** Trong mặt phẳng tọa độ  $Oxy$  cho hình bình hành  $OABC$ ,  $C$  nằm trên  $Ox$ . Khẳng định nào sau đây là đúng?

- A.  $\overrightarrow{AB}$  có tung độ khác 0. B.  $A$  và  $B$  có tung độ khác nhau.  
C.  $C$  có hoành độ bằng 0. D.  $x_A + x_C - x_B = 0$ .

**Câu 290.** Cho  $\vec{u} = (3; -2)$ ,  $\vec{v} = (1; 6)$ . Khẳng định nào sau đây là đúng?

- A.  $\vec{u} + \vec{v}$  và  $\vec{a} = (-4; 4)$  ngược hướng. B.  $\vec{u}$  và  $\vec{v}$  cùng phương.  
C.  $\vec{u} - \vec{v}$  và  $\vec{b} = (6; -24)$  cùng hướng. D.  $2\vec{u} + \vec{v}$  và  $\vec{v}$  cùng phương.

**Câu 291.** Cho tam giác có  $A(3; 5)$ ,  $B(1; 2)$ ,  $C(5; 2)$ . Trọng tâm của tam giác  $ABC$  là:

- A.  $G_1(-3; 4)$ . B.  $G_2(4; 0)$ . C.  $G_3(\sqrt{2}; 3)$ . D.  $G_4(3; 3)$ .

**Câu 292.** Cho bốn điểm  $A(1; 1)$ ,  $B(2; -1)$ ,  $C(4; 3)$ ,  $D(3; 5)$ . Chọn mệnh đề đúng

- A. Tứ giác  $ABCD$  là hình bình hành.  
B. Điểm  $G\left(2; \frac{5}{3}\right)$  là trọng tâm của tam giác  $BCD$ .  
C.  $\overrightarrow{AB} = \overrightarrow{CD}$ . D.  $\overrightarrow{AC}$ ,  $\overrightarrow{AD}$  cùng phương.

**Câu 293.** Trong mặt phẳng  $Oxy$  cho bốn điểm  $A(-5; -2)$ ,  $B(-5; 3)$ ,  $C(3; 3)$ ,  $D(3; -2)$ . Khẳng định nào sau đây là đúng?

- A.  $\overrightarrow{AB}$  và  $\overrightarrow{CD}$  cùng hướng. B. Tứ giác  $ABCD$  là hình chữ nhật.  
C. Điểm  $I(-1; 1)$  là trung điểm  $AC$ . D.  $\overrightarrow{OA} + \overrightarrow{OB} = \overrightarrow{OC}$ .

**Câu 294.** Cho tam giác  $ABC$ . Đặt  $\vec{a} = \overrightarrow{BC}$ ,  $\vec{b} = \overrightarrow{AC}$ . Các cặp vectơ nào sau đây cùng phương?

- A.  $2\vec{a} + \vec{b}$  và  $\vec{a} + 2\vec{b}$ . B.  $\vec{a} - 2\vec{b}$  và  $2\vec{a} - \vec{b}$ .  
C.  $5\vec{a} + \vec{b}$  và  $-10\vec{a} - 2\vec{b}$ . D.  $\vec{a} + \vec{b}$  và  $\vec{a} - \vec{b}$ .

**Câu 295.** Trong mặt phẳng tọa độ  $Oxy$  cho hình vuông  $ABCD$  có gốc  $O$  là tâm của hình vuông và các cạnh của nó song song với các trục tọa độ. Khẳng định nào sau đây là đúng?

- A.  $|\overrightarrow{OA} + \overrightarrow{OB}| = AB$ . B.  $\overrightarrow{OA} - \overrightarrow{OB}$  và  $\overrightarrow{DC}$  cùng hướng.  
C.  $x_A = -x_C$  và  $y_A = y_C$ . D.  $x_B = -x_C$  và  $y_C = -y_B$ .

**Câu 296.** Cho  $M(3; -4)$ . Kẻ  $MM_1$  vuông góc với  $Ox$ ,  $MM_2$  vuông góc với  $Oy$ . Khẳng định nào sau đây là đúng?

- A.  $\overrightarrow{OM_1} = -3$ . B.  $\overrightarrow{OM_2} = 4$ .  
C.  $\overrightarrow{OM_1} - \overrightarrow{OM_2}$  có tọa độ  $(-3; -4)$ . D.  $\overrightarrow{OM_1} + \overrightarrow{OM_2}$  có tọa độ là  $(3; -4)$ .

**Câu 297.** Trong mặt phẳng tọa độ  $Oxy$  cho  $A(2; -3)$ ,  $B(4; 7)$ . Tọa độ trung điểm  $I$  của đoạn thẳng  $AB$  là:

- A.  $(6; 4)$ . B.  $(2; 10)$ . C.  $(3; 2)$ . D.  $(8; -21)$ .

- Câu 298.** Trong mặt phẳng toạ độ  $Oxy$  cho  $A(5;2)$ ,  $B(10;8)$ . Toạ độ của vectơ  $\overrightarrow{AB}$  là:  
**A.**  $(15;10)$ . **B.**  $(2;4)$ . **C.**  $(5;6)$ . **D.**  $(50;16)$ .
- Câu 299.** Cho tam giác  $ABC$  có  $B(9;7)$ ,  $C(11;-1)$ ,  $M$  và  $N$  lần lượt là trung điểm của  $AB$  và  $AC$ .  
 Toạ độ của vectơ  $\overrightarrow{MN}$  là:  
**A.**  $(2;-8)$ . **B.**  $(1;-4)$ . **C.**  $(10;6)$ . **D.**  $(5;3)$ .
- Câu 300.** Trong mặt phẳng toạ độ  $Oxy$  cho bốn điểm  $A(3;-2)$ ,  $B(7;1)$ ,  $C(0;1)$ ,  $D(-8;-5)$ . Khẳng định nào sau đây là đúng?  
**A.**  $\overrightarrow{AB}$  và  $\overrightarrow{CD}$  đối nhau.  
**B.**  $\overrightarrow{AB}$  và  $\overrightarrow{CD}$  cùng phương nhưng ngược hướng.  
**C.**  $\overrightarrow{AB}$  và  $\overrightarrow{CD}$  cùng phương và ngược hướng.  
**D.**  $A, B, C, D$  thẳng hàng.
- Câu 301.** Cho ba điểm  $A(-1;5)$ ,  $B(5;5)$ ,  $C(-1;11)$ . Khẳng định nào sau đây là đúng?  
**A.**  $A, B, C$  thẳng hàng. **B.**  $\overrightarrow{AB}$  và  $\overrightarrow{AC}$  cùng phương.  
**C.**  $\overrightarrow{AB}$  và  $\overrightarrow{AC}$  không cùng phương. **D.**  $\overrightarrow{AC}$  và  $\overrightarrow{BC}$  cùng phương.
- Câu 302.** Cho  $\vec{a} = (3;-4)$ ,  $\vec{b} = (-1;2)$ . Toạ độ của vectơ  $\vec{a} + \vec{b}$  là:  
**A.**  $(-4;6)$ . **B.**  $(2;-2)$ . **C.**  $(4;6)$ . **D.**  $(-3;-8)$ .
- Câu 303.** Cho  $\vec{a} = (-1;2)$ ,  $\vec{b} = (5;-7)$ . Toạ độ của vectơ  $\vec{a} - \vec{b}$  là:  
**A.**  $(6;-9)$ . **B.**  $(4;-5)$ . **C.**  $(-6;9)$ . **D.**  $(-5;-14)$ .
- Câu 304.** Cho  $\vec{a} = (-5;0)$ ,  $\vec{b} = (4;x)$ . Toạ độ của vectơ  $\vec{a}$  và  $\vec{b}$  cùng phương nếu số  $x$  là:  
**A.**  $-5$ . **B.**  $4$ . **C.**  $0$ . **D.**  $-1$ .
- Câu 305.** Cho  $\vec{a} = (x;2)$ ,  $\vec{b} = (-5;1)$ ,  $\vec{c} = (x;7)$ . Toạ độ của vectơ  $\vec{c} = 2\vec{a} + 3\vec{b}$  nếu:  
**A.**  $x = -15$ . **B.**  $x = 3$ . **C.**  $x = 15$ . **D.**  $x = 5$ .
- Câu 306.** Cho  $A(1;1)$ ,  $B(-2;-2)$ ,  $C(7;7)$ . Khẳng định nào đúng?  
**A.**  $G(2;2)$  là trọng tâm của tam giác  $ABC$ . **B.** Điểm  $B$  ở giữa hai điểm  $A$  và  $C$ .  
**C.** Điểm  $A$  ở giữa hai điểm  $B$  và  $C$ . **D.** Hai vectơ  $\overrightarrow{AB}$  và  $\overrightarrow{AC}$  cùng hướng.
- Câu 307.** Các điểm  $M(2;3)$ ,  $N(0;-4)$ ,  $P(-1;6)$  lần lượt là trung điểm các cạnh  $BC$ ,  $CA$ ,  $AB$  của tam giác  $ABC$ . Toạ độ đỉnh  $A$  của tam giác là:  
**A.**  $(1;5)$ . **B.**  $(-3;-1)$ . **C.**  $(-2;-7)$ . **D.**  $(1;-10)$ .
- Câu 308.** Cho tam giác  $ABC$  có trọng tâm là gốc toạ độ, hai đỉnh  $A$  và  $B$  có toạ độ là  $A(-2;2)$ ,  $B(3;5)$ . Toạ độ của đỉnh  $C$  là:  
**A.**  $(-1;-7)$ . **B.**  $(2;-2)$ . **C.**  $(-3;-5)$ . **D.**  $(1;7)$ .
- Câu 309.** Khẳng định nào trong các khẳng định sau là đúng?  
**A.** Hai vectơ  $\vec{a} = (-5;0)$  và  $\vec{b} = (-4;0)$  cùng hướng.  
**B.** Vectơ  $\vec{c} = (7;3)$  là vectơ đối của  $\vec{d} = (-7;3)$ .  
**C.** Hai vectơ  $\vec{u} = (4;2)$  và  $\vec{v} = (8;3)$  cùng phương.  
**D.** Hai vectơ  $\vec{a} = (6;3)$  và  $\vec{b} = (2;1)$  ngược hướng.
- Câu 310.** Trong hệ thức  $(O; \vec{i}; \vec{j})$ , toạ độ của vectơ  $\vec{i} + \vec{j}$  là:  
**A.**  $(0;1)$ . **B.**  $(-1;1)$ . **C.**  $(1;0)$ . **D.**  $(1;1)$ .

## ĐÁP ÁN CÂU HỎI TRẮC NGHIỆM

|     |     |     |     |     |     |     |     |     |     |     |     |     |     |     |     |     |     |     |     |
|-----|-----|-----|-----|-----|-----|-----|-----|-----|-----|-----|-----|-----|-----|-----|-----|-----|-----|-----|-----|
| 1   | 2   | 3   | 4   | 5   | 6   | 7   | 8   | 9   | 10  | 11  | 12  | 13  | 14  | 15  | 16  | 17  | 18  | 19  | 20  |
| D   | C   | B   | D   | D   | C   | A   | B   | A   | A   | C   | B   | B   | A   | A   | D   | C   | D   | D   | A   |
| 21  | 22  | 23  | 24  | 25  | 26  | 27  | 28  | 29  | 30  | 31  | 32  | 33  | 34  | 35  | 36  | 37  | 38  | 39  | 40  |
| D   | B   | D   | A   | D   | C   | A   | B   | C   | B   | C   | D   | A   | D   | C   | A   | D   | C   | A   | A   |
| 41  | 42  | 43  | 44  | 45  | 46  | 47  | 48  | 49  | 50  | 51  | 52  | 53  | 54  | 55  | 56  | 57  | 58  | 59  | 60  |
| C   | A   | B   | C   | A   | D   | D   | B   | C   | B   | D   | B   | A   | D   | C   | A   | B   | C   | B   | A   |
| 61  | 62  | 63  | 64  | 65  | 66  | 67  | 68  | 69  | 70  | 71  | 72  | 73  | 74  | 75  | 76  | 77  | 78  | 79  | 80  |
| B   | C   | D   | B   | A   | D   | A   | C   | B   | A   | B   | B   | D   | C   | B   | A   | C   | D   | C   | D   |
| 81  | 82  | 83  | 84  | 85  | 86  | 87  | 88  | 89  | 90  | 91  | 92  | 93  | 94  | 95  | 96  | 97  | 98  | 99  | 100 |
| B   | A   | B   | C   | B   | A   | D   | C   | B   | D   | C   | A   | C   | A   | C   | D   | A   | A   | C   | C   |
| 101 | 102 | 103 | 104 | 105 | 106 | 107 | 108 | 109 | 110 | 111 | 112 | 113 | 114 | 115 | 116 | 117 | 118 | 119 | 120 |
| B   | A   | D   | C   | C   | D   | C   | C   | B   | A   | B   | D   | B   | A   | D   | D   | D   | D   | D   | C   |
| 121 | 122 | 123 | 124 | 125 | 126 | 127 | 128 | 129 | 130 | 131 | 132 | 133 | 134 | 135 | 136 | 137 | 138 | 139 | 140 |
| D   | D   | A   | A   | D   | C   | A   | C   | A   | C   | C   | B   | C   | D   | A   | A   | D   | A   | D   | B   |
| 141 | 142 | 143 | 144 | 145 | 146 | 147 | 148 | 149 | 150 | 151 | 152 | 153 | 154 | 155 | 156 | 157 | 158 | 159 | 160 |
| C   | B   | C   | D   | A   | A   | D   | A   | D   | B   | D   | D   | A   | B   | A   | D   | C   | B   | B   | A   |
| 161 | 162 | 163 | 164 | 165 | 166 | 167 | 168 | 169 | 170 | 171 | 172 | 173 | 174 | 175 | 176 | 177 | 178 | 179 | 180 |
| A   | B   | A   | C   | D   | D   | A   | D   | D   | A   | D   | D   | D   | D   | C   | B   | C   | A   | A   | A   |
| 181 | 182 | 183 | 184 | 185 | 186 | 187 | 188 | 189 | 190 | 191 | 192 | 193 | 194 | 195 | 196 | 197 | 198 | 199 | 200 |
| C   | C   | C   | A   | D   | B   | B   | A   | C   | A   | B   | B   | D   | B   | D   | B   | D   | D   | B   | D   |
| 201 | 202 | 203 | 204 | 205 | 206 | 207 | 208 | 209 | 210 | 211 | 212 | 213 | 214 | 215 | 216 | 217 | 218 | 219 | 220 |
| B   | A   | C   | D   | C   | C   | B   | C   | A   | D   | B   | A   | D   | D   | B   | B   | ?   | A   | D   | C   |
| 221 | 222 | 223 | 224 | 225 | 226 | 227 | 228 | 229 | 230 | 231 | 232 | 233 | 234 | 235 | 236 | 237 | 238 | 239 | 240 |
| D   | D   | D   | C   | C   | D   | A   | C   | B   | C   | C   | D   | B   | D   | B   | B   | C   | C   | D   | C   |
| 241 | 242 | 243 | 244 | 245 | 246 | 247 | 248 | 249 | 250 | 251 | 252 | 253 | 254 | 255 | 256 | 257 | 258 | 259 | 260 |
| C   | D   | B   | D   | B   | B   | C   | C   | D   | C   | C   | D   | C   | D   | B   | C   | D   | B   | A   | C   |
| 261 | 262 | 263 | 264 | 265 | 266 | 267 | 268 | 269 | 270 | 271 | 272 | 273 | 274 | 275 | 276 | 277 | 278 | 279 | 280 |
| A   | D   | C   | D   | D   | B   | A   | A   | B   | D   | A   | A   | B   | C   | A   | C   | B   | A   | D   | B   |
| 281 | 282 | 283 | 284 | 285 | 286 | 287 | 288 | 289 | 290 | 291 | 292 | 293 | 294 | 295 | 296 | 297 | 298 | 299 | 300 |
| D   | B   | A   | A   | C   | C   | C   | A   | D   | C   | D   | A   | B   | C   | A   | D   | C   | C   | B   | B   |
| 301 | 302 | 303 | 304 | 305 | 306 | 307 | 308 | 309 | 310 |     |     |     |     |     |     |     |     |     |     |
| C   | B   | C   | C   | C   | C   | B   | A   | A   | D   |     |     |     |     |     |     |     |     |     |     |

### Tài liệu tham khảo:

- [1] Trần Văn Hạo – *Hình học 10 CB*- Nhà xuất bản Giáo Dục Việt Nam
- [2] Trần Văn Hạo – *Bài tập Hình học 10 CB*- Nhà xuất bản Giáo Dục Việt Nam
- [3] Trần Văn Hạo - *Hình học 10 NC*- Nhà xuất bản Giáo Dục Việt Nam
- [4] Trần Văn Hạo - *Bài tập Hình học 10 NC*- Nhà xuất bản Giáo Dục Việt Nam
- [5] Nguyễn Phú Khánh - *Phân dạng và phương pháp giải các chuyên đề Hình học 10*.
- [6] Lê Mậu Dũng - *Rèn luyện kỹ năng trắc nghiệm Hình học 10*.
- [7] Nguyễn Hữu Ngọc – *Các dạng toán và PP giải Hình học 10*.
- [8] Tài liệu học tập Toán 10 – THPT chuyên Lê Hồng Phong TPHCM
- [9] Tài liệu học tập Toán 10 – THPT Marie Curie TPHCM
- [10] Một số tài liệu trên internet.

# MỤC LỤC

## VÉCTƠ – TỌA ĐỘ

|                                  |    |
|----------------------------------|----|
| Bài 1. VÉCTƠ .....               | 1  |
| A - TÓM TẮT LÝ THUYẾT.....       | 1  |
| B - PHƯƠNG PHÁP GIẢI TOÁN .....  | 4  |
| C - BÀI TẬP TỔNG HỢP .....       | 20 |
| D - CÂU HỎI TRẮC NGHIỆM.....     | 25 |
| Bài 2. TỌA ĐỘ .....              | 31 |
| A - TÓM TẮT LÝ THUYẾT.....       | 31 |
| B - PHƯƠNG PHÁP GIẢI TOÁN .....  | 32 |
| C - BÀI TẬP TỔNG HỢP .....       | 43 |
| D - CÂU HỎI TRẮC NGHIỆM.....     | 44 |
| BÀI TẬP TỔNG HỢP CHƯƠNG 1.....   | 50 |
| A – TỰ LUẬN .....                | 50 |
| B – TRẮC NGHIỆM.....             | 52 |
| ĐÁP ÁN CÂU HỎI TRẮC NGHIỆM ..... | 71 |