

Chương 4

SỐ PHỨC VÀ CÁC DẠNG TOÁN

I. TÓM TẮT LÝ THUYẾT

1. Số phức và các khái niệm liên quan

1. Cho số phức $z = a + bi$ ($a, b \in \mathbb{R}$). Khi đó:

☐ a là phần thực, b là phần ảo.

☐ Nếu $a = 0$ thì z là số thuần ảo.

☐ i là đơn vị ảo, $i^2 = -1$.

☐ Nếu $b = 0$ thì z là một số thực.

2. Quan hệ giữa các tập hợp số:

☐ Tập số phức kí hiệu là $\mathbb{C}$.

☐ Quan hệ các tập hợp số: $\mathbb{N} \subset \mathbb{Z} \subset \mathbb{Q} \subset \mathbb{R} \subset \mathbb{C}$.

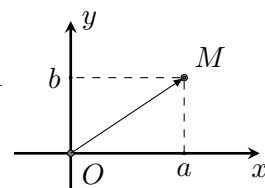
3. Hai số phức bằng nhau: Cho $z_1 = a + bi$ và $z_2 = c + di$ ($a, b, c, d \in \mathbb{R}$). Khi đó:

☐ $z_1 = z_2 \Leftrightarrow \begin{cases} a = c \\ b = d \end{cases}$.

☐ $z_1 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} a = 0 \\ b = 0 \end{cases}$.

4. Biểu diễn hình học của số phức

Mỗi số phức $z = a + bi$ được biểu diễn bởi duy nhất một điểm $M(a, b)$ trên mặt phẳng tọa độ.



5. Mô-đun số phức:

☐ Độ dài của véc-tơ $\overrightarrow{OM}$ được gọi là mô-đun của số phức z và kí hiệu là $|z|$.

☐ Từ định nghĩa, suy ra $|z| = \sqrt{a^2 + b^2}$ hay $|a + bi| = \sqrt{a^2 + b^2}$.

Tính chất:

☐ $|z| \geq 0, \forall z \in \mathbb{C}; |z| = 0 \Leftrightarrow z = 0$.

☐ $\left| \frac{z}{z'} \right| = \frac{|z|}{|z'|}$.

☐ $|z \cdot z'| = |z| \cdot |z'|$.

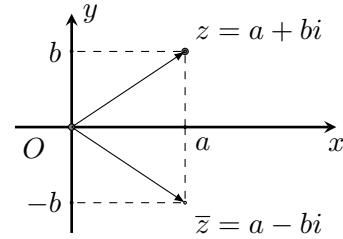
☐ $||z| - |z'||| \leq |z \pm z'| \leq |z| + |z'|$.

6. Số phức liên hợp: Cho số phức $z = a + bi$ ($a, b \in \mathbb{R}$).

○ Ta gọi $a - bi$ là số phức liên hợp của z và kí hiệu là $\bar{z}$.

○ Vậy, $\boxed{\bar{z} = a - bi}$ hay $\boxed{\overline{a + bi} = a - bi}$

○ Chú ý: $\boxed{z \cdot \bar{z} = |z|^2 = a^2 + b^2}$



2. Phép toán trên số phức

1. Cộng, trừ hai số phức: Ta cộng (trừ) phần thực theo phần thực, phần ảo theo phần ảo.

○ $(a + bi) + (c + di) = (a + c) + (b + d)i$. ○ $(a + bi) - (c + di) = (a - c) + (b - d)i$.

2. Phép nhân hai số phức: Ta nhân phân phối, tương tự nhân hai đa thức. Lưu ý: $i^2 = -1$.

$$(a + bi)(c + di) = (ac - bd) + (ad + bc)i$$

3. Phép chia hai số phức:

Cho hai số phức $z_1 = a + bi$ và $z_2 = c + di$. Thực hiện phép chia $\frac{z_1}{z_2}$, ta nhân thêm $\bar{z}_2$ ở tử và mẫu.

$$\frac{z_1}{z_2} = \frac{z_1 \cdot \bar{z}_2}{z_2 \cdot \bar{z}_2} = \frac{(a + bi)(c - di)}{c^2 + d^2} = \frac{(ac + bd) - (ad - bc)i}{c^2 + d^2} = m + ni.$$

4. Số phức nghịch đảo của z là $\frac{1}{z}$.

5. Lũy thừa của đơn vị ảo:

○ $i^2 = -1$.

○ $i^n = i$ nếu n chia 4 dư 1.

○ $i^3 = -i$.

○ $i^n = -1$ nếu n chia 4 dư 2.

○ $i^n = 1$ nếu n chia hết cho 4.

○ $i^n = -i$ nếu n chia 4 dư 3.

3. Phương trình bậc hai với hệ số thực

Xét phương trình $ax^2 + bx + c = 0$, với $a, b, c \in \mathbb{R}$ và $a \neq 0$. Đặt $\Delta = b^2 - 4ac$, khi đó:

1. Nếu $\Delta \geq 0$ thì phương trình có nghiệm $x_{1,2} = \frac{-b \pm \sqrt{\Delta}}{2a}$.

2. Nếu $\Delta < 0$ thì phương trình có nghiệm $x_{1,2} = \frac{-b \pm i\sqrt{|\Delta|}}{2a}$.

3. Định lý Viet: $x_1 + x_2 = -\frac{b}{a}$ và $x_1 \cdot x_2 = \frac{c}{a}$

II. CÁC DẠNG TOÁN THƯỜNG GẶP

Dạng 1. Xác định các đại lượng liên quan đến số phức

1. Biến đổi số phức z về dạng $A + Bi$

2. Khi đó:

○ Phần thực là A ;

○ Số phức liên hợp là $\overline{A + Bi} = A - Bi$;

○ Phần ảo là B ;

○ Mô - đun bằng $\sqrt{A^2 + B^2}$

 **Ví dụ 1.** Xác định phần thực và phần ảo của số phức z , biết:

a) $z = (2 + 3i) + (5 - 3i)$

b) $z = (3 + 2i)^2$

c) $z = (2 + i)(1 - 2i) + \frac{2i}{1 + i}$

 **Lời giải:**

a) $z = (2 + 3i) + (5 - 3i) = (2 + 5) + (3 - 3)i = 7$. Phần thực là 7, phần ảo là 0.

b) $z = (3 + 2i)^2 = 9 + 12i + 4i^2 = 9 + 12i - 4 = 5 + 12i$. Phần thực là 5, phần ảo là 12.

c) $z = (2 - 4i + i - 2i^2) + \frac{2i(1 - i)}{(1 + i)(1 - i)} = (4 - 3i) + \left(\frac{2i + 2}{2}\right) = 5 - 2i$. Phần thực là 5; phần ảo là -2 .

 **Ví dụ 2.** Tìm nghịch đảo của số phức $z = 2 - 3i$.

 **Lời giải:**

○ Nghịch đảo của z là $\frac{1}{z}$. Ta có: $\frac{1}{z} = \frac{1}{2 - 3i} = \frac{2 + 3i}{2^2 + (-3)^2} = \frac{2}{13} + \frac{3}{13}i$

 **Ví dụ 3.** Tìm phần thực và phần ảo của số phức $z = \left(\frac{1 + i\sqrt{3}}{1 + i}\right)^3$.

 **Lời giải:**

$$\begin{aligned} \text{○ Ta có } z &= \left(\frac{1 + i\sqrt{3}}{1 + i}\right)^3 = \frac{1 + 3\sqrt{3}i + 3(\sqrt{3}i)^2 + (\sqrt{3}i)^3}{2i(1 + i)} \\ &= \frac{1 + 3\sqrt{3}i - 9 - 3\sqrt{3}i}{-2 + 2i} = \frac{-8}{-2 + 2i} = \frac{-8(-2 - 2i)}{8} = 2 + 2i. \end{aligned}$$

○ Vậy số phức z có phần thực bằng 2 và phần ảo bằng 2.

 **Ví dụ 4.** Cho $z_1 = 3 + i$ và $z_2 = 2 - 3i$. Tính:

a) $|z_1|$;

b) $|z_2|$;

c) $|z_1 + z_1 z_2|$.

 **Lời giải:**

a) $|z_1| = \sqrt{3^2 + 1^2} = \sqrt{10}.$

b) $|z_2| = \sqrt{2^2 + (-3)^2} = \sqrt{13}.$

c) $z_1 + z_1 z_2 = 3 + i + (3 + i)(2 - 3i) = 10 = 12 - 6i.$ Suy ra: $|z_1 + z_1 z_2| = \sqrt{12^2 + (-6)^2} = 6\sqrt{5}.$

 **Ví dụ 5.** Tính mô-đun của số phức sau:

a) $z = (2 + i)(\sqrt{6} - 3i)$

b) $z = \frac{3 + i}{2 - i}$

c) $z = \frac{(1 - i)^{10}}{i}$

 **Lời giải:**

a) Áp dụng tính chất mô-đun của một tích, ta được: $|z| = |2 + i| \cdot |\sqrt{6} - 3i| = \sqrt{5} \cdot \sqrt{15} = 5\sqrt{3}.$

b) Áp dụng tính chất mô-đun của một thương, ta được: $|z| = \frac{|3 + i|}{|2 - i|} = \frac{\sqrt{10}}{\sqrt{5}} = \sqrt{2}.$

c) Áp dụng tính chất mô-đun của một thương, ta được: $|z| = \frac{|(1 - i)^{10}|}{|i|} = \frac{|(-2i)^5|}{|i|} = |(-2)^5| = 32.$

 **Ví dụ 6.** Cho số phức z thỏa $|z| = \sqrt{5}$. Tính mô-đun của số phức $w = (3 + i)z$.

 **Lời giải:**

○ $w = (3 + i)z \Rightarrow |w| = |(3 + i)z| = |3 + i| \cdot |z| = \sqrt{10} \cdot \sqrt{5} = 2\sqrt{5}.$

○ Vậy, $|w| = 2\sqrt{5}.$

 **Ví dụ 7.** Cho số phức $z = m + (3m + 2)i$, m là số thực âm, thỏa mãn $|z| = 2$. Tìm phần ảo của z .

 **Lời giải:**

○ Ta có $|z| = 2 \Leftrightarrow \sqrt{m^2 + (3m + 2)^2} = 2 \Leftrightarrow m^2 + (3m + 2)^2 = 4 \Leftrightarrow 10m^2 + 12m = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} m = 0 \\ m = -\frac{6}{5} \end{cases}$

○ Vì m là số thực âm nên chọn $m = -\frac{6}{5}$, suy ra $z = -\frac{6}{5} - \frac{8}{5}i.$

Dạng 2. Số phức bằng nhau

○ $a + bi = c + di \Leftrightarrow \begin{cases} a = c \\ b = d \end{cases}.$

○ $a + bi = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} a = 0 \\ b = 0 \end{cases}.$

 **Ví dụ 8.** Tìm các số thực x, y thỏa mãn $3x + 2yi = 3y + 2 + (1 - x)i$. Tìm x, y .

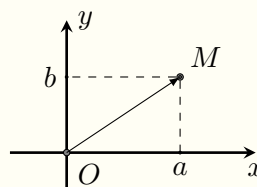
 **Lời giải:** Điều kiện đã cho tương đương với $\begin{cases} 3x = 3y + 2 \\ 2y = 1 - x \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 3 - 3y = 2 \\ x + 2y = 1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = \frac{7}{9} \\ y = \frac{1}{9} \end{cases}$

Ví dụ 9. Cho số phức $z = m^2 - 4 + (m - 2)i$. Tìm tất cả các giá trị thực của tham số m để $z = 0$.

Lời giải: Điều kiện đã cho tương đương với: $\begin{cases} m^2 - 4 = 0 \\ m - 2 = 0 \end{cases} \Leftrightarrow m = 2$.

Dạng 3. Điểm biểu diễn số phức

Mỗi số phức $z = a + bi$ được biểu diễn bởi duy nhất một điểm $M(a, b)$ trên mặt phẳng tọa độ.



Ví dụ 10. Gọi M là điểm biểu diễn số phức $z = i(1 + 2i)^2$. Tìm tọa độ của điểm M .

Lời giải:

○ Ta có $z = i(1 + 2i)^2 = i(1 + 4i + 4i^2) = i(-3 + 4i) = -4 - 3i \Rightarrow M(-4; -3)$.

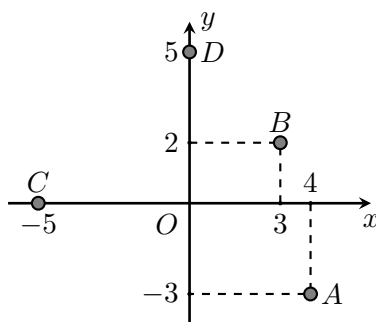
Ví dụ 11. (THPT Quốc Gia 2017) Cho số phức $z = 1 - 2i$. Tìm tọa độ điểm biểu diễn của số phức $w = iz$.

Lời giải:

○ $w = iz = i(1 - 2i) = 2 + i$. Suy ra, điểm biểu diễn có tọa độ là $(2; 1)$

Ví dụ 12. Biểu diễn trên mặt phẳng tọa độ các số phức sau: $4 - 3i$, $3 + 2i$, -5 , $5i$.

Lời giải:



○ Điểm $A(4; -3)$ biểu diễn số phức $4 - 3i$.

○ Điểm $C(-5; 0)$ biểu diễn số phức -5

○ Điểm $B(3; 2)$ biểu diễn số phức $3 + 2i$.

○ Điểm $D(0; 5)$ biểu diễn số phức $5i$

Ví dụ 13. Trong mặt phẳng tọa độ Oxy , gọi M là điểm biểu diễn số phức $z = 3 - 4i$, N là điểm biểu diễn cho số phức $z' = \frac{1+i}{2}z$. Tính diện tích của tam giác OMN .

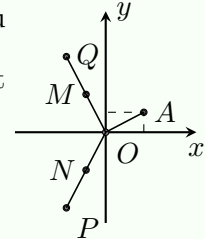
Lời giải:

○ Ta có $M(3; -4)$ và $z' = \frac{1+i}{2}z = \frac{7}{2} - \frac{1}{2}i \Rightarrow N\left(\frac{7}{2}; -\frac{1}{2}\right)$;

○ Dễ thấy tam giác OMN vuông tại N nên $S = \frac{1}{2}ON \cdot NM = \frac{25}{4}$.

✎ Ví dụ 14.

Cho số phức z thỏa mãn $|z| = \frac{\sqrt{2}}{2}$ và điểm A trong hình vẽ bên là điểm biểu diễn của z . Tìm điểm biểu diễn số phức $w = \frac{1}{iz}$ trong hình vẽ bên, biết đó là một trong bốn điểm M, N, P, Q .



📖 Lời giải:

○ Do điểm A là điểm biểu diễn của z nằm trong góc phần tư thứ nhất của mặt phẳng Oxy nên gọi $z = a + bi$, với $a, b > 0$.

○ Ta có: $w = \frac{1}{iz} = \frac{1}{i(a+bi)} = \frac{-b}{a^2+b^2} - \frac{a}{a^2+b^2}i$. Do w có phần thực và ảo đều âm nên điểm biểu diễn w chỉ có thể là điểm P hoặc N .

○ Mặt khác: $|w| = \left|\frac{1}{iz}\right| = \frac{1}{|i| \cdot |z|} = \sqrt{2} = 2|z| = 2OA$, nên điểm biểu diễn của số phức w là điểm P

📁 Dạng 4. Lũy thừa với đơn vị ảo

1. Các công thức biến đổi:

○ $i^2 = -1$.

○ $i^n = i$ nếu n chia 4 dư 1.

○ $i^3 = -i$.

○ $i^n = -1$ nếu n chia 4 dư 2.

○ $i^n = 1$ nếu n chia hết cho 4.

○ $i^n = -i$ nếu n chia 4 dư 3.

2. Tổng n số hạng đầu của một cấp số cộng:

○ $S_n = \frac{n}{2}(u_1 + u_n)$ hoặc $S_n = \frac{n}{2}[2u_1 + (n-1)d]$, với u_1 là số hạng đầu, d là công sai.

3. Tổng n số hạng đầu của một cấp số nhân:

○ $S_n = u_1 \cdot \frac{1-q^n}{1-q}$, với u_1 là số hạng đầu, q là công bội ($q \neq 1$).

✎ Ví dụ 15. Xác định số phức z , biết:

a) $z = i^{2017} + i^{2018} + i^{2019}$

b) $z = (1+i)^{15}$

📖 Lời giải:

a) $z = i^{2016} \cdot i + i^{2016} \cdot i^2 + i^{2016} \cdot i^3 = i + i^2 + i^3 = -1$

b) $z = [(1+i)^2]^7 \cdot (1+i) = (2i)^7 (1+i) = 2^7 \cdot i^7 (1+i) = 2^7 \cdot (-i)(1+i) = 2^7 - 2^7 \cdot i$

 **Ví dụ 16.** Tìm phần thực và phần ảo của số phức

$$z = \frac{i^{2009} + i^{2010} + i^{2011} + i^{2012} + i^{2013}}{i^{2014} + i^{2015} + i^{2016} + i^{2017} + i^{2018}}$$

 **Lời giải:**

$$\bigcirc z = \frac{i^{2009}(1 + i + i^2 + i^3 + i^4)}{i^{2014}(1 + i + i^2 + i^3 + i^4)} = \frac{i^{2009}}{i^{2014}} = \frac{1}{i^5} = \frac{1}{i^4 \cdot i} = \frac{1}{i} = -i.$$

$\bigcirc$ Vậy số phức z có phần thực bằng 0 và phần ảo bằng -1

 **Ví dụ 17.** Tìm mô-đun của số phức $z = 1 + i + i^2 + i^3 + \dots + i^{100}$

 **Lời giải:**

$\bigcirc z$ được biểu diễn qua tổng của một cấp số nhân gồm 101 số hạng với $u_1 = 1$ và $q = i$.

$$\bigcirc z = u_1 \frac{1 - q^{101}}{1 - q} = \frac{1 - i^{101}}{1 - i} = \frac{(1 - i^{101})(1 + i)}{2} = \frac{(1 - i^{100} \cdot i)(1 + i)}{2} = \frac{(1 - i)(1 + i)}{2} = 1.$$

BÀI TẬP TRẮC NGHIỆM 1

Câu 1. Số phức nào dưới đây là số thuần ảo?

- A. $z = -2 + 3i$. B. $z = -2$. C. $z = \sqrt{3} + i$. D. $z = 3i$.

Câu 2. Kí hiệu a, b là phần thực và phần ảo của số phức $3 - 2\sqrt{2}i$. Tính $P = ab$.

- A. $P = 6\sqrt{2}i$. B. $P = -6\sqrt{2}$. C. $P = 6\sqrt{2}$. D. $P = -6\sqrt{2}i$.

Câu 3. Tìm số phức liên hợp của $z = (1 + 2i)(2 - i)^2$.

- A. $\bar{z} = 11 + 2i$. B. $\bar{z} = 11 - 2i$. C. $\bar{z} = 2 - 11i$. D. $\bar{z} = -5 - 10i$.

Câu 4. Tìm số phức nghịch đảo của số phức $z = 1 + 3i$.

- A. $\frac{1}{10} - 3i$. B. $1 + \frac{1}{3}i$. C. $\frac{1}{10} - \frac{3}{10}i$. D. $-\frac{1}{8} + \frac{3}{8}i$.

Câu 5. Tìm nghịch đảo của số phức $z = (-1 + 4i)^2$.

- A. $\frac{1}{z} = -\frac{15}{289} + \frac{8i}{289}$. B. $\frac{1}{z} = \frac{15}{289} - \frac{8i}{289}$. C. $\frac{1}{z} = \frac{15}{289} + \frac{8i}{289}$. D. $\frac{1}{z} = -\frac{15}{289} - \frac{8i}{289}$.

Câu 6. Kết quả của phép tính $\frac{(2 - i)^2 (2i)^4}{1 - i}$ là

- A. $7 - i$. B. $56 - i$. C. $7 + i$. D. $56 + 8i$.

Câu 7. Tìm số phức liên hợp của số phức $z = i(3i + 1)$.

- A. $\bar{z} = 3 - i$. B. $\bar{z} = -3 + i$. C. $\bar{z} = 3 + i$. D. $\bar{z} = -3 - i$.

Câu 8. Cho số phức $z = 2 + 5i$. Tìm số phức $w = iz + \bar{z}$.

- A. $w = 7 - 3i$. B. $w = -3 - 3i$. C. $w = 3 + 7i$. D. $w = -7 - 7i$.

Câu 9. Tìm các giá trị của tham số thực m để số phức $z = (m^2 - 1) + (m + 1)i$ là số thuần ảo.

- A. $m = \pm 1$. B. $m = 1$. C. $m = -1$. D. $m = 0$.

Câu 10. Tìm các giá trị của tham số thực x, y để số phức $z = (x + iy)^2 - 2(x + iy) + 5$ là số thực.

- A. $x = 1$ và $y = 0$. B. $x = -1$. C. $x = 1$ hoặc $y = 0$. D. $x = 1$.

Câu 11. Số phức $z_1 = m^2 + 2i$ bằng số phức $z_2 = 1 + 2i$ khi và chỉ khi

- A. $m = 1$. B. $m = \pm\sqrt{2}$. C. $m = \pm 1$. D. $m = -1$.

Câu 12. Cho số phức $z = i(2 - 3i)$ có phần thực là a và phần ảo là b . Tìm a và b .

- A. $a = 3, b = -2$. B. $a = 2, b = -3$. C. $a = 3, b = 2$. D. $a = -3, b = 2$.

Câu 13. Cho số phức $z = a + bi$ ($a, b \in \mathbb{R}, i^2 = -1$). Số phức z^2 có phần ảo là

- A. $a^2 + b^2$. B. $a^2 - b^2$. C. $-2ab$. D. $2ab$.

Câu 14. Tìm số phức $w = z_1 - 2z_2$, biết rằng $z_1 = 1 + 2i$ và $z_2 = 2 - 3i$.

- A. $w = -3 - 4i$. B. $w = -3 + 8i$. C. $w = 3 - i$. D. $w = 5 + 8i$.

Câu 15. Cho hai số phức $z_1 = 1 - 2i, z_2 = 3 + 2i$. Phần thực và phần ảo của số phức $z = z_1 \cdot z_2$ lần lượt là

- A. 7 và -4 . B. 4 và $-4i$. C. 7 và $-4i$. D. 4 và -4 .

Câu 16. Cho hai số phức $z_1 = 1 - 2i, z_2 = 3 + i$. Phần thực và phần ảo của số phức $z = z_1 z_2$ lần lượt là

- A. 3 và -5 . B. 5 và -5 . C. 3 và $-5i$. D. 5 và $-5i$.

Câu 17. Tìm phần ảo của số phức $z = \frac{1 - 2i}{2 - i}$.

- A. $-\frac{3}{5}$. B. $\frac{4}{5}$. C. 1. D. $\frac{1}{2}$.

Câu 18. Cho $z = \frac{1 - 5i}{1 + i} + (2 - i)^2$. Mô-đun của z bằng

- A. 1. B. $\sqrt{5}$. C. 2. D. $5\sqrt{2}$.

Câu 19. Cho số phức $z = 2 - 3i$. Tính mô-đun của số phức $\omega = \bar{z} + z^2$.

- A. $|\omega| = \sqrt{134}$. B. $|\omega| = \sqrt{206}$. C. $|\omega| = 3\sqrt{10}$. D. $|\omega| = 3\sqrt{2}$.

Câu 20. Cho số phức z có mô-đun bằng 2. Tính mô-đun của số phức $z' = (3 - 4i)z$.

- A. $|z'| = 10$. B. $|z'| = 7$. C. $|z'| = \frac{5}{2}$. D. $|z'| = 3$.

Câu 21. Cho số phức $z = 1 + 5i$. Tìm số phức $\omega = iz + \bar{z}$.

- A. $\omega = -4 + 6i$. B. $\omega = 4 - 4i$. C. $\omega = -4 - 4i$. D. $\omega = 6 - 4i$.

Câu 22. Cho số phức $z = \frac{1 - i}{1 + i}$. Tìm số phức $w = z^{2017}$.

- A. $w = 1$. B. $w = -1$. C. $w = -i$. D. $w = i$.

Câu 23. Tìm các số thực x, y biết $(-x + 2y)i + (2x + 3y + 1) = (3x - 2y + 2) + (4x - y - 3)i$.

- A. $x = -3, y = -\frac{5}{2}$. B. $x = \frac{9}{11}, y = \frac{4}{11}$.
C. $x = -\frac{9}{11}, y = -\frac{4}{11}$. D. $x = 3, y = \frac{5}{2}$.

Câu 24. Bộ số thực $(x; y)$ thỏa mãn đẳng thức $(3 + x) + (1 + y)i = 1 + 3i$ là

- A. $(2; -2)$. B. $(-2; -2)$. C. $(2; 2)$. D. $(-2; 2)$.

Câu 25. Cho hai số phức $z_1 = 1 - 2i$ và $z_2 = x - 4 + yi$, với $x, y \in \mathbb{R}$. Tìm cặp số thực $(x; y)$ để $z_2 = 2\bar{z}_1$.

- A. $(x; y) = (6; -4)$. B. $(x; y) = (6; 4)$. C. $(x; y) = (2; 4)$. D. $(x; y) = (2; -4)$.

Câu 26. Cho số phức $z = 2 + 5i$. Điểm nào sau đây biểu diễn số phức $\bar{z}$?

- A. $M(2; 5)$. B. $N(2; -5)$. C. $P(-2; 5)$. D. $Q(5; -2)$.

Câu 27. Cho số phức $z = 2 - 3i$. Tọa độ điểm biểu diễn số phức liên hợp của z là

- A. $(2; 3)$. B. $(-2; -3)$. C. $(2; -3)$. D. $(-2; 3)$.

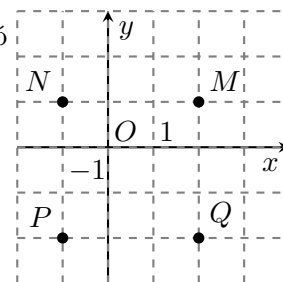
Câu 28. Trong mặt phẳng tọa độ, tìm điểm M biểu diễn số phức $z = 2 + 7i + \frac{(4-i)(2-3i)}{3+2i}$.

A. $M(7; -2)$. B. $M(2; 7)$. C. $M(1; 3)$. D. $M(7; 2)$.

Câu 29.

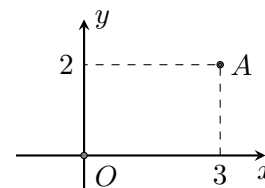
Trong hình bên, điểm nào trong các điểm M, N, P, Q biểu diễn cho số phức có môđun bằng $2\sqrt{2}$?

- A. Điểm N .
B. Điểm M .
C. Điểm P .
D. Điểm Q .



Câu 30. Điểm A trong hình bên biểu diễn số phức z . Tìm phần thực và phần ảo của z .

- A. Phần thực là -3 và phần ảo là 2 . B. Phần thực là -3 và phần ảo là $2i$.
C. Phần thực là 3 và phần ảo là $-2i$. D. Phần thực là 3 và phần ảo là 2 .



Câu 31. Trong mặt phẳng phức cho hai điểm A, B lần lượt biểu diễn hai số phức $2 + 5i, -3i$. Tìm số phức có điểm biểu diễn là trung điểm của đoạn AB .

- A. $1 + 3i$. B. $1 + i$. C. $3 + 3i$. D. $\frac{1}{3} + i$.

Câu 32. A, B, C là các điểm trong mặt phẳng theo thứ tự biểu diễn số phức $2 + 3i, 3 + i, 1 + 2i$. Trọng tâm G của tam giác ABC biểu diễn số phức z . Tìm z .

- A. $z = 1 + i$. B. $z = 2 - 2i$. C. $z = 1 - i$. D. $z = 2 + 2i$.

Câu 33. Giả sử A, B theo thứ tự là điểm biểu diễn của các số phức z_1, z_2 . Tính độ dài của vectơ $\overrightarrow{AB}$.

- A. $|z_1| - |z_2|$. B. $|z_1| + |z_2|$. C. $|z_1 - z_2|$. D. $|z_1 + z_2|$.

Câu 34. Trong mặt phẳng Oxy gọi A, B lần lượt là điểm biểu diễn của số phức $z_1 = 1 - i$ và $z_2 = 4 + 3i$. Tính diện tích S của tam giác OAB .

- A. $S = \frac{5\sqrt{2}}{2}$. B. $S = 5\sqrt{2}$. C. $S = \frac{7}{2}$. D. $S = 7$.

Câu 35. Cho ba số phức $z_1 = 2 - 3i, z_2 = 4i, z_3 = 2 + i$. Gọi A, B, C lần lượt là các điểm biểu diễn các số phức z_1, z_2, z_3 trong mặt phẳng phức. Tìm số phức z_4 được biểu diễn bởi điểm D sao cho tứ giác $ABCD$ là hình bình hành.

- A. $z_4 = 4 - 6i$. B. $z_4 = -4 - 6i$. C. $z_4 = -4 + 6i$. D. $z_4 = 4 + 6i$.

Câu 36. Tìm phần ảo của số phức $z = m + (3m + 2)i$, (m là tham số thực âm), biết rằng $|z| = 2$.

- A. 0 . B. $-\frac{6}{5}$. C. $-\frac{8}{5}$. D. 2 .

Câu 37. Có bao nhiêu số thực a để số phức $z = a + 2i$ có môđun bằng 2 ?

- A. 0 . B. 1 . C. 2 . D. vô số.

Câu 38. Tìm số thực m để $|z| < 3$, với $z = 2 + mi$.

- A. $-\sqrt{5} < m < \sqrt{5}$. B. $-\sqrt{3} < m < \sqrt{3}$. C. $-\sqrt{2} < m < \sqrt{2}$. D. $-3 < m < 3$.

Câu 39. Cho hai số phức $z_1 = 2 + 2i$ và $z_2 = a + (a^2 - 6)i, a \in \mathbb{R}$. Tìm tất cả các giá trị của a để $z_1 + z_2$ là một số thực.

- A. $a = 2$. B. $a = -2$. C. $a = \pm 2$. D. $a = \pm 2\sqrt{2}$.

Câu 40. Cho số phức $z = m^3 - 3m + 2 + (m + 2)i$. Tìm tất cả các giá trị m để số phức z là số thuần ảo.

A. $m = 1; m = -2$.

B. $m = 1$.

C. $m = -2$.

D. $m = 0; m = 1; m = 2$.

Câu 41. Cho số phức $z = m(1+i)^{10} - 3 - 64i$ với m là số thực. Khi z là các số thực thì giá trị của $m^2 - 5$ bằng

A. -1 .

B. 1 .

C. 4 .

D. 0 .

Câu 42. Cho số phức $z = \frac{1-i}{1+i}$. Tìm phần thực và phần ảo của số phức z^{2017} .

A. Phần thực bằng 1 và phần ảo bằng 0.

B. Phần thực bằng 0 và phần ảo bằng -1 .

C. Phần thực bằng 0 và phần ảo bằng $-i$.

D. Phần thực bằng 1 và phần ảo bằng -1 .

Câu 43. Tính giá trị của $i + i^2 + i^3 + \dots + i^{99} + i^{100}$.

A. 1 .

B. i .

C. -1 .

D. 0 .

Câu 44. Cho i là đơn vị ảo. Tính giá trị của biểu thức $z = (i^5 + i^4 + i^3 + i^2 + i + 1)^{20}$.

A. $-1024i$.

B. -1024 .

C. 1024 .

D. $1024i$.

Câu 45. Cho số phức $z = (1+i)^n$, biết $n \in \mathbb{N}$ và thỏa mãn $\log_4(n-3) + \log_4(n+9) = 3$. Tìm phần thực của số phức z .

A. 7 .

B. 0 .

C. 8 .

D. -8 .

Câu 46. Cho số phức $z = \frac{(1+i)^{100}}{(1+i)^{96} - i(1+i)^{98}}$. Mệnh đề nào dưới đây đúng?

A. $|z| = \frac{4}{3}$.

B. $|z| = \frac{1}{2}$.

C. $|z| = \frac{3}{4}$.

D. $|z| = 1$.

Câu 47. Cho số phức $z = \left(\frac{4+6i}{-1+5i} \right)^n$. Tìm giá trị nguyên nhỏ nhất lớn hơn 2017 để z là số thực.

A. 2018 .

B. 2019 .

C. 2020 .

D. 2021 .

Câu 48. Cho các số phức z_1, z_2 thỏa mãn các điều kiện $|z_1| = |z_2| = |z_1 - z_2| = 3$. Mô-đun của số phức $z_1 + z_2$ bằng

A. 3 .

B. $3\sqrt{3}$.

C. $\frac{3\sqrt{3}}{2}$.

D. 6 .

Câu 49. Cho các số phức z_1, z_2 thỏa mãn các điều kiện $|z_1| = |z_2| = |z_1 - z_2| = \sqrt{3}$. Mô-đun của số phức $z_1 + z_2$ bằng

A. 3 .

B. $3\sqrt{3}$.

C. $\frac{3\sqrt{3}}{2}$.

D. 6 .

Câu 50. Xét $f(z) = -z^3 - 1$ với $z \in \mathbb{C}$. Tính $S = f(z_0) + f(\overline{z_0})$, trong đó $z_0 = 1 + i$.

A. $S = 2$.

B. $S = 4$.

C. $S = 1$.

D. $S = 3$.

ĐÁP ÁN TRẮC NGHIỆM 1

1. D	2. B	3. B	4. C	5. A	6. B	7. D	8. B	9. A	10. C
11. C	12. C	13. D	14. B	15. A	16. B	17. A	18. D	19. C	20. A
21. C	22. C	23. B	24. D	25. B	26. B	27. A	28. C	29. D	30. D
31. B	32. D	33. C	34. C	35. A	36. C	37. B	38. A	39. C	40. B
41. A	42. B	43. D	44. B	45. C	46. A	47. C	48. B	49. A	50. A

Dạng 5. Phương trình với hệ số phức

Trong chương trình, ta chỉ xét phương trình dạng này với ẩn z bậc nhất.

- Ta giải tương tự như giải phương trình bậc nhất trên tập số thực;
- Thực hiện các biến đổi đưa về dạng $z = A + Bi$

Ví dụ 18. Tìm số phức z thỏa mãn:

- a) $iz = 1 + i$. b) $(2 - i)z = -2 - i$. c) $(\sqrt{2} + \sqrt{2}i)z = 1 - i$.

Lời giải:

- a) $iz = 1 + i \Leftrightarrow z = \frac{1+i}{i} = \dots\dots\dots = 1 - i$.
- b) $(2 - i)z = -2 - i \Leftrightarrow z = \frac{-2-i}{2-i} = \dots\dots\dots = -\frac{3}{5} - \frac{4}{5}i$.
- c) $(\sqrt{2} + \sqrt{2}i)z = 1 - i \Leftrightarrow z = \frac{1-i}{\sqrt{2} + \sqrt{2}i} = \dots\dots\dots = -\frac{\sqrt{2}}{2}i$.

Ví dụ 19. Cho số phức z thỏa mãn $(2+i)z + \frac{2(1+2i)}{1+i} = 7+8i$ (1). Tìm môđun của số phức $\omega = z + 1 + i$

Lời giải:

- (1) $\Leftrightarrow (2+i)z + (3+i) = 7+8i \Leftrightarrow (2+i)z = (7+8i) - (3+i) = 4+7i \Leftrightarrow z = \frac{4+7i}{2+i} = 3+2i$;
- Do đó: $\omega = (3+2i) + 1 + i = 4+3i$. Suy ra: $|\omega| = \sqrt{4^2 + 3^2} = 5$.

Ví dụ 20. Tìm phần thực và phần ảo của số phức z thỏa $(1+i)^2(2-i)z = 8+i + (1+2i)z$.

Lời giải:

- $(1+i)^2(2-i)z = 8+i + (1+2i)z \Leftrightarrow 2i(2-i)z = 8+i + (1+2i)z$
 $\Leftrightarrow [2i(2-i) - (1+2i)]z = 8+i \Leftrightarrow (1+2i)z = 8+i \Leftrightarrow z = \frac{8+i}{1+2i} = 2-3i$.
- Vậy số phức z có phần thực bằng 2 và phần ảo bằng -3 .

Ví dụ 21. Xác định số phức z thỏa $\frac{2+3i}{z} + (1+2i) = 4+5i$.

Lời giải:

- $\frac{2+3i}{z} + (1+2i) = 4+5i \Leftrightarrow \frac{2+3i}{z} = (4+5i) - (1+2i) = 3+3i \Leftrightarrow z = \frac{2+3i}{3+3i} = \frac{5}{6} + \frac{1}{6}i$.

Dạng 6. Phương trình bậc hai với hệ số thực và một số phương trình quy về bậc hai

Xét phương trình $ax^2 + bx + c = 0$, với $a, b, c \in \mathbb{R}$ và $a \neq 0$. Đặt $\Delta = b^2 - 4ac$, khi đó:

1. Nếu $\Delta \geq 0$ thì phương trình có nghiệm $x_{1,2} = \frac{-b \pm \sqrt{\Delta}}{2a}$.
2. Nếu $\Delta < 0$ thì phương trình có nghiệm $x_{1,2} = \frac{-b \pm i\sqrt{|\Delta|}}{2a}$.
3. Định lý Viet: $x_1 + x_2 = -\frac{b}{a}$ và $x_1 \cdot x_2 = \frac{c}{a}$

Ví dụ 22. Giải phương trình $z^2 - 3z + 10 = 0$ trên tập số phức.

Lời giải:

- $\Delta = (-3)^2 - 4 \times 1 \times 10 = -31 = 31i^2$;
- Phương trình đã cho có hai nghiệm phức $z_1 = \frac{3 - i\sqrt{31}}{2}$ và $z_2 = \frac{3 + i\sqrt{31}}{2}$

Ví dụ 23. Giải phương trình $x^2 + 4x + 5 = 0$ trên tập số phức.

Lời giải:

- $\Delta' = 2^2 - 1 \times 5 = -1 = i^2$;
- Phương trình đã cho có hai nghiệm phức: $x_1 = -2 - i$ và $x_2 = -2 + i$

Ví dụ 24. Gọi z_1 và z_2 lần lượt là hai nghiệm của phương trình $z^2 - 2z + 5 = 0$. Tính $F = |z_1| + |z_2|$.

Lời giải:

- Giải phương trình $z^2 - 2z + 5 = 0$ ta được hai nghiệm là $z_1 = 1 + 2i$ và $z_2 = 1 - 2i$;
- Khi đó $F = |z_1| + |z_2| = |1 + 2i| + |1 - 2i| = 2\sqrt{5}$

Ví dụ 25. Giải phương trình $z^4 + 5z^2 + 4 = 0$ trên tập số phức.

Lời giải:

- Đặt $t = z^2$ thì phương trình thành $t^2 + 5t + 4 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} t = -1 \\ t = -4 \end{cases}$;
- Với $t = -1$ thì $z^2 = -1 \Leftrightarrow z = \pm i$;
- Với $t = -4$ thì $z^2 = -4 \Leftrightarrow z = \pm 2i$;
- Vậy phương trình có bốn nghiệm là $z = \pm i$ và $z = \pm 2i$.

BÀI TẬP TRẮC NGHIỆM 2

Câu 1. Cho số phức z thỏa mãn $(2 - i)z = 5i + 15$. Tìm phần ảo số phức liên hợp của z .

- A. -5 . B. 5 . C. $-5i$. D. $5i$.

Câu 2. Cho số phức z thỏa mãn $(1 + i)z = 14 - 2i$. Tính tổng phần thực và phần ảo của $\bar{z}$.

- A. -2 . B. 14 . C. 2 . D. -14 .

Câu 3. Tính mô-đun của số phức z thỏa mãn $z(2 - i) + 13i = 1$.

- A. $|z| = \sqrt{34}$. B. $|z| = 34$. C. $|z| = \frac{5\sqrt{34}}{3}$. D. $|z| = \frac{\sqrt{34}}{3}$.

Câu 4. Tìm modun của số phức z thỏa $(-1 + 3i).z = 7 + 5i$.

- A. $|z| = \frac{185}{25}$. B. $|z| = \frac{\sqrt{290}}{5}$. C. $|z| = \frac{\sqrt{185}}{4}$. D. $|z| = \frac{\sqrt{185}}{5}$.

Câu 5. Cho số phức z thỏa mãn $z(3 + 2i) + 14i = 5$. Tìm mô-đun của số phức z .

- A. $|z| = \sqrt{17}$. B. $|z| = \sqrt{5}$. C. $|z| = \sqrt{15}$. D. $|z| = \sqrt{7}$.

Câu 6. Cho số phức z thỏa mãn điều kiện $(3 + i)\bar{z} = 15 - 5i$. Khi đó phần thực và phần ảo của số phức lần lượt là

- A. 4 và 3 . B. 4 và $3i$. C. 4 và $-3i$. D. 4 và -3 .

Câu 7. Tìm mô-đun của số phức z biết $\bar{z}(1 + 3i) + 5i = 3$

- A. $|z| = \frac{\sqrt{85}}{5}$. B. $|z| = \frac{13}{5}$. C. $|z| = \frac{\sqrt{97}}{5}$. D. $|z| = \frac{7}{5}$.

Câu 8. Cho số phức z thỏa mãn điều kiện $z + (i - 2)z = 2 + 3i$. Gọi M là điểm biểu diễn số phức z trên mặt phẳng tọa độ Oxy . Tìm tọa độ điểm M .

- A. $M\left(\frac{1}{2}; \frac{5}{2}\right)$. B. $M\left(-\frac{1}{2}; -\frac{5}{2}\right)$. C. $M\left(-\frac{1}{2}; \frac{5}{2}\right)$. D. $M\left(\frac{1}{2}; -\frac{5}{2}\right)$.

Câu 9. Cho số phức z thỏa mãn $iz + 2 - i = 0$. Tính khoảng cách từ điểm biểu diễn của z trên mặt phẳng tọa độ Oxy đến điểm $M(3, -4)$.

- A. $2\sqrt{10}$. B. $2\sqrt{5}$. C. $\sqrt{13}$. D. $2\sqrt{2}$.

Câu 10. Phần ảo của số phức z thỏa mãn $(3 + 2iz)(1 + i) = -7 + 5i$ là

- A. 3 . B. 1 . C. 2 . D. 4 .

Câu 11. Phần thực của số phức z thỏa mãn $(1 + i)^2(2 - i)z = 8 + i + (1 + 2i)z$ là

- A. 2 . B. -3 . C. -6 . D. -1 .

Câu 12. Tính mô-đun của số phức z thỏa mãn $\frac{(1 + 2i)z}{3 - i} = \frac{1}{2}(1 + i)^2$.

- A. $|z| = \sqrt{2}$. B. $|z| = \sqrt{3}$. C. $|z| = 2$. D. $|z| = \sqrt{5}$.

Câu 13. Cho số phức z thỏa mãn $1 + iz = \frac{z}{1 - i}$. Tính mô-đun của z .

- A. $\sqrt{5}$. B. $\sqrt{2}$. C. 1 . D. $\sqrt{10}$.

Câu 14. Phần thực của số phức z thỏa $(1 + i)^2(2 - i)z = 8 + i + (1 + 2i)z$ là

- A. -3 . B. -1 . C. -6 . D. 2 .

Câu 15. Cho số phức z thỏa mãn $(2 + i)z + \frac{2(1 + 2i)}{1 + i} = 7 + 8i$. Tính mô-đun của số phức $\omega = z + 1 + i$.

- A. 3 . B. 5 . C. 4 . D. 8 .

Câu 16. Cho số phức z thỏa mãn điều kiện $(3 + 2i)z + (2 - i)^2 = 4 + i$. Tìm phần ảo của số phức $\omega = (1 + z)\bar{z}$.

- A. -2 . B. 0 . C. -1 . D. $-i$.

Câu 17. Gọi z_1, z_2 là hai nghiệm của phương trình $z^2 - 3z + 5 = 0$. Tính $z_1^2 + z_2^2$.

- A. 1. B. -19. C. -1. D. 19.

Câu 18. Gọi z_1, z_2 là hai nghiệm phức của phương trình $4z^2 - 8z + 5 = 0$. Tính giá trị của biểu thức $|z_1|^2 + |z_2|^2$.

- A. $\frac{5}{2}$. B. $\frac{3}{2}$. C. 2. D. $\sqrt{5}$.

Câu 19. Gọi z_1 và z_2 lần lượt là hai nghiệm của phương trình $z^2 - 2z + 5 = 0$. Tính $F = |z_1| + |z_2|$.

- A. 10. B. $2\sqrt{5}$. C. 3. D. 6.

Câu 20. Phương trình $z^2 - 3z + 2m = 0$ không có nghiệm thực khi và chỉ khi

- A. $m > \frac{9}{8}$. B. $m < \frac{9}{8}$. C. $m \geq \frac{9}{8}$. D. $m \leq \frac{9}{8}$.

Câu 21. Phương trình $z^2 + az + b = 0$ ($a, b \in \mathbb{R}$) có một nghiệm phức là $z = 1 + 2i$. Khi đó $a + b$ bằng

- A. -3. B. 3. C. -4. D. 0.

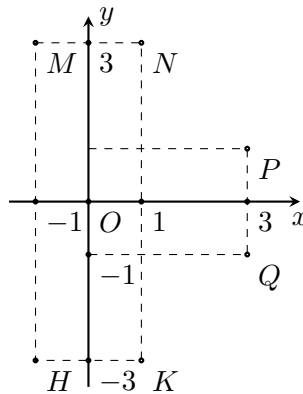
Câu 22. Biết phương trình $z^2 + az + b = 0$ nhận số phức $z = 1 + i$ làm nghiệm. Tính tổng $S = 2a^2 + 3b^2$.

- A. 10. B. 20. C. 40. D. 12.

Câu 23. Trên mặt phẳng phức, gọi M, N lần lượt là các điểm biểu diễn z_1, z_2 , trong đó z_1, z_2 là hai nghiệm của phương trình $z^2 + 4z + 13 = 0$. Tính độ dài đoạn thẳng MN .

- A. 12. B. 4. C. 6. D. 8.

Câu 24. Trong hình vẽ bên, những điểm nào biểu diễn các nghiệm của phương trình $z^2 - 2z + 10 = 0$?



- A. P, Q . B. M, H . C. N, P . D. N, K .

Câu 25. Gọi z_1, z_2 là các nghiệm phức của phương trình $z^2 + 4z + 5 = 0$. Đặt $w = (1 + z_1)^{100} + (1 + z_2)^{100}$. Khi đó

- A. $w = -2^{51}i$. B. $w = -2^{51}$. C. $w = 2^{51}$. D. $w = -2^{50}i$.

Câu 26. Gọi z_1, z_2, z_3, z_4 là bốn nghiệm phức của phương trình $2z^4 - 3z^2 - 2 = 0$. Tính giá trị của biểu thức $T = |z_1| + |z_2| + |z_3| + |z_4|$.

- A. $T = 5$. B. $T = 5\sqrt{2}$. C. $T = 3\sqrt{2}$. D. $T = \sqrt{2}$.

Câu 27. Gọi z_1, z_2, z_3, z_4 là bốn nghiệm phức của phương trình $2z^4 - 3z^2 - 2 = 0$. Tổng $T = |z_1|^2 + |z_2|^2 + |z_3|^2 + |z_4|^2$ bằng

- A. $T = 5$. B. $T = 3\sqrt{2}$. C. $T = \sqrt{2}$. D. $T = 5\sqrt{2}$.

Câu 28. Cho phương trình $z^3 + 8 = 0$ có ba nghiệm z_1, z_2, z_3 . Tính tổng $M = |z_1| + |z_2| + |z_3|$.

- A. $M = 6$. B. $M = 2 + 2\sqrt{3}$. C. $M = 2 + 2\sqrt{10}$. D. $M = 2 + 2\sqrt{2}$.

Câu 29. Gọi A, B, C theo thứ tự là điểm biểu diễn các số phức z_1, z_2, z_3 là nghiệm của phương trình $z^3 - 6z^2 + 12z - 7 = 0$. Tính diện tích S của tam giác ABC .

- A. $S = \frac{3\sqrt{3}}{2}$. B. $S = 1$. C. $S = 3\sqrt{3}$. D. $S = \frac{3\sqrt{3}}{4}$.

Câu 30. Kí hiệu z_0 là nghiệm phức có phần ảo âm của phương trình $4z^2 - 24z + 37 = 0$. Trên mặt phẳng tọa độ, điểm nào dưới đây là điểm biểu diễn của số phức $w = iz_0 + 1$?

- A. $M\left(\frac{3}{2}; 3\right)$. B. $M\left(\frac{1}{2}; 3\right)$. C. $M\left(-\frac{3}{2}; 3\right)$. D. $M\left(-\frac{1}{2}; 3\right)$.

ĐÁP ÁN TRẮC NGHIỆM 2

1. B	2. B	3. A	4. D	5. A	6. A	7. A	8. D	9. A	10. C
11. A	12. A	13. B	14. D	15. B	16. C	17. C	18. A	19. B	20. B
21. B	22. B	23. C	24. D	25. B	26. C	27. A	28. A	29. D	30. A

Dạng 7. Xác định số phức bằng cách giải hệ phương trình

Gọi $z = a + bi$, với $a, b \in \mathbb{R}$

1. Nếu đề bài cho dạng hai số phức bằng nhau, ta áp dụng một trong hai công thức sau:

$$\bigcirc a + bi = c + di \Leftrightarrow \begin{cases} a = c \\ b = d \end{cases} \quad \bigcirc a + bi = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} a = 0 \\ b = 0 \end{cases}$$

2. Nếu đề bài cho phương trình ẩn z và kèm theo một trong các ẩn $\bar{z}, |z|, \dots$. Ta thay $z = a + bi$ vào điều kiện đề cho, đưa về "hai số phức bằng nhau". Chú ý:

$$\bigcirc \bar{z} = a - bi \quad \bigcirc |z| = \sqrt{a^2 + b^2} \quad \bigcirc z \cdot \bar{z} = a^2 + b^2 \quad \bigcirc z^2 = a^2 - b^2 + 2abi$$

3. Nếu đề cho z thỏa hai điều kiện riêng biệt thì từ 2 điều kiện đó, ta tìm được hệ phương trình liên quan đến a, b . Giải tìm a, b .

 **Ví dụ 26.** Tìm các số thực x, y biết $(2x + 3y + 1) + (-x + 2y)i = (3x - 2y + 2) + (4x - y - 3)i$.

Lời giải:

$$\begin{aligned} \bigcirc (2x + 3y + 1) + (-x + 2y)i &= (3x - 2y + 2) + (4x - y - 3)i \\ \Leftrightarrow \begin{cases} 2x + 3y + 1 = 3x - 2y + 2 \\ -x + 2y = 4x - y - 3 \end{cases} &\Leftrightarrow \begin{cases} -x + 5y = 1 \\ -5x + 3y = -3 \end{cases} \Leftrightarrow x = \frac{9}{11} \text{ và } y = \frac{4}{11}. \end{aligned}$$

 **Ví dụ 27.** Giải phương trình sau: $z + 2\bar{z} = 2 - 4i$ (*)

Lời giải:

Giả sử $z = a + bi$ với $a, b \in \mathbb{R}$. Khi đó:

$$\bigcirc (*) \Leftrightarrow a + bi + 2(a - bi) = 2 - 4i \Leftrightarrow 3a - bi = 2 - 4i \Leftrightarrow \begin{cases} 3a = 2 \\ -b = -4 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a = \frac{2}{3} \\ b = 4 \end{cases}$$

○ Vậy $z = \frac{2}{3} + 4i$.

Ví dụ 28. (THPT Quốc Gia 2017) Cho số phức $z = a + bi$, ($a, b \in \mathbb{R}$) thỏa mãn $z + 1 + 3i - |z|i = 0$. Tính $S = a + 3b$.

Lời giải: Giả sử $z = a + bi$ ($a, b \in \mathbb{R}$). Thay vào $z + 1 + 3i - |z|i = 0$ ta được

○ $a + bi + 1 + 3i - \sqrt{a^2 + b^2} \cdot i = 0 \Leftrightarrow (a + 1) + (b + 3 - \sqrt{a^2 + b^2})i = 0$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} a + 1 = 0 \\ b + 3 - \sqrt{a^2 + b^2} = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a = -1 \\ b + 3 = \sqrt{b^2 + 1} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a = -1 \\ b \geq -3 \\ b = \frac{-4}{3} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a = -1 \\ b = \frac{-4}{3} \end{cases};$$

○ Suy ra: $S = a + 3b = -5$.

Ví dụ 29. Tìm số phức z thỏa mãn: $|z| = \sqrt{2}$ và z^2 là số thuần ảo.

Lời giải: Giả sử $z = a + bi$ ($a, b \in \mathbb{R}$), ta có:

○ $|z| = \sqrt{a^2 + b^2}$ và $z^2 = a^2 - b^2 + 2abi$;

○ Yêu cầu bài toán thỏa mãn khi và chỉ khi: $\begin{cases} a^2 + b^2 = 2 \\ a^2 - b^2 = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a^2 = 1 \\ b^2 = 1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a = \pm 1 \\ b = \pm 1 \end{cases}$.

○ Vậy các số phức cần tìm là: $1 + i$; $1 - i$; $-1 + i$; $-1 - i$.

Ví dụ 30. Xét số phức z thỏa mãn $\begin{cases} |z - i| = |z - 1| \\ |z - 2i| = |z| \end{cases}$. Tính $|z|$.

Lời giải: Giả sử $z = x + yi$, với $x, y \in \mathbb{R}$. Ta có:

○ $\begin{cases} |z - i| = |z - 1| \\ |z - 2i| = |z| \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x^2 + (y - 1)^2 = (x - 1)^2 + y^2 \\ x^2 + (y - 2)^2 = x^2 + y^2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 2x - 2y = 0 \\ 4y = 4 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 1 \\ y = 1 \end{cases};$

○ Suy ra $z = 1 + i$. Do đó $|z| = \sqrt{2}$.

BÀI TẬP TRẮC NGHIỆM 3

Câu 1. Tìm các số thực x và y thỏa mãn điều kiện $(2x + 1) + (3y - 2)i = (x + 2) + (y + 4)i$.

A. $\begin{cases} x = 1 \\ y = -3 \end{cases}$.

B. $\begin{cases} x = -1 \\ y = 3 \end{cases}$.

C. $\begin{cases} x = -1 \\ y = -3 \end{cases}$.

D. $\begin{cases} x = 1 \\ y = 3 \end{cases}$.

Câu 2. Cho x, y là hai số thực thỏa mãn $(2x + y) + (x - 3y + 1)i = -3 - 4i$. Khi đó giá trị của $4x - 5y$ là

A. -13.

B. -8.

C. 3.

D. -5.

Câu 3. Cho hai số thực x, y thỏa mãn $x + y - 7 = (3x - 4y - 7)i$. Tính giá trị của biểu thức $S = x + 2y$.

A. $S = 1$.

B. $S = 12$.

C. $S = -9$.

D. $S = 9$.

Câu 4. Tìm các số thực x, y biết $i(1 + xi + y + 2i) = 0$.

- A. $x = 2, y = 1$. B. $x = -2, y = -1$. C. $x = 0, y = 0$. D. $x = -1, y = -2$.

Câu 5. Tìm tất cả các số thực x, y sao cho $x^2 - 1 + yi = -1 + 2i$.

- A. $x = -\sqrt{2}, y = 2$. B. $x = 0, y = 2$. C. $x = \sqrt{2}, y = -2$. D. $x = \sqrt{2}, y = 2$.

Câu 6. Gọi x, y là hai số thực thỏa mãn $\frac{x + yi}{1 - i} = 3 + 2i$ (với i là đơn vị ảo). Tính $P = x.y$.

- A. $P = 5$. B. $P = -5$. C. $P = 1$. D. $P = -1$.

Câu 7. Tìm số phức z thỏa mãn $\bar{z} + \frac{2i}{z} = 2$.

- A. $z = 2i$. B. $z = i$. C. $z = 1 + i$. D. $z = 1 - i$.

Câu 8. Cho số phức z thỏa mãn $5\bar{z} + 3 - i = (-2 + 5i)z$. Tính $P = |3i(z - 1)^2|$

- A. 144. B. $3\sqrt{2}$. C. 12. D. 0.

Câu 9. Cho số phức $z = a + bi$ ($a, b \in \mathbb{R}$) thỏa mãn $z + 2\bar{z} = 6 + i$. Giá trị của biểu thức $a + 2b$ là

- A. 1. B. 0. C. -1. D. 3.

Câu 10. Cho số phức z thỏa mãn $(1 - i)z + 2i\bar{z} = 5 + 3i$. Tính tổng phần thực và phần ảo của số phức $w = z + 2\bar{z}$.

- A. 3. B. 4. C. 6. D. 5.

Câu 11. Tìm mô-đun của số phức z thỏa điều kiện $(1 + 2i).z - 3\bar{z} = -14 + 22i$.

- A. $|z| = 7$. B. $|z| = 25$. C. $|z| = 5$. D. $|z| = 49$.

Câu 12. Cho số phức z thỏa mãn điều kiện $2z + \bar{z} = 3 + i$. Tính mô-đun số phức $\omega = |iz + 2i + 1|$.

- A. 3. B. 1. C. $\sqrt{2}$. D. $\sqrt{5}$.

Câu 13. Tính mô-đun của số phức z thỏa mãn $3z.\bar{z} + 2017(z - \bar{z}) = 12 - 2018i$.

- A. $|z| = 2$. B. $|z| = \sqrt{2017}$. C. $|z| = 4$. D. $|z| = \sqrt{2018}$.

Câu 14. Số phức z thỏa mãn $z - (2 + 3i)\bar{z} = 1 - 9i$ là

- A. $z = -2 + i$. B. $z = -2 - i$. C. $z = 2 - i$. D. $z = 2 + i$.

Câu 15. Cho số phức $z = a + bi$, ($a, b \in \mathbb{R}$) thỏa mãn $(2 + 3i)z - 2 = \bar{z} - 5i$. Tính giá trị của biểu thức $P = 2a + 6b$.

- A. $P = -5$. B. $P = -7$. C. $P = 7$. D. $P = 5$.

Câu 16. Có bao nhiêu số phức z thỏa mãn điều kiện $|z + 1| = |z - 1| = \sqrt{5}$?

- A. 3. B. 2. C. 4. D. 1.

Câu 17. Cho z là số phức có phần thực là số nguyên và $|z| - 2\bar{z} = -7 + 3i + z$. Tính mô-đun của số phức $w = 1 - z + z^2$.

- A. $|w| = \sqrt{37}$. B. $|w| = \sqrt{457}$. C. $|w| = \sqrt{425}$. D. $|w| = \sqrt{445}$.

Câu 18. Xét số phức z thỏa mãn $2iz = (i - 1)|z| - (1 + i)$. Mệnh đề nào dưới đây đúng?

- A. $|z| = \sqrt{2}$. B. $|z| = 2$. C. $|z| = 2\sqrt{2}$. D. $|z| = 1$.

Câu 19. Tìm số phức z thỏa mãn $|z| = |z + 1|$ và $|z| = |z + i|$.

- A. $z = -\frac{1}{2} - \frac{1}{2}i$. B. $z = \frac{1}{2} - \frac{1}{2}i$. C. $z = \frac{1}{2} + \frac{1}{2}i$. D. $z = -\frac{1}{2} + \frac{1}{2}i$.

Câu 20. Hỏi có bao nhiêu số phức z thỏa mãn $|z| = 2\sqrt{2}$ và z^2 là số thuần ảo?

- A. 4. B. 1. C. 3. D. 2.

Câu 21. Có bao nhiêu số phức z thỏa mãn $|z + 2 - i| = 2\sqrt{2}$ và $(z - 1)^2$ là số thuần ảo.

- A. 0. B. 2. C. 4. D. 3.

Câu 22. Có bao nhiêu số phức z thỏa mãn $|z + 3i| = \sqrt{13}$ và $\frac{z}{z+2}$ là số thuần ảo?

- A. Vô số. B. 2. C. 0. D. 1.

Câu 23. Cho số phức z thỏa mãn $|z| = 5$ và $|z + 3| = |z + 3 - 10i|$. Tìm số phức $w = z - 4 + 3i$.

- A. $w = -3 + 8i$. B. $w = 1 + 3i$. C. $w = -1 + 7i$. D. $w = -4 + 8i$.

Câu 24. Có bao nhiêu số phức $z = x + yi$ thỏa mãn hai điều kiện $|z + 1 - i| + 10 = |z|$ và $\frac{x}{y} = -\frac{1}{2}$.

- A. 1. B. 3. C. 2. D. 0.

Câu 25. Có bao nhiêu số phức z thỏa mãn đồng thời các điều kiện $|z - 2| = 2$ và $(2 + i)(\bar{z} - 2)$ có phần ảo bằng -2 ?

- A. 3. B. 2. C. 1. D. 4.

Câu 26. Có bao nhiêu số phức z thỏa mãn đồng thời điều kiện $|z \cdot \bar{z} + 5z| = 6$, $|z| = 3$?

- A. 3. B. 1. C. 4. D. 2.

Câu 27. Tìm tất cả các số phức z thỏa mãn $|z - (2 + i)| = \sqrt{10}$ và $z \cdot \bar{z} = 25$.

- A. $z = 4i$ và $z = 5$. B. $z = 3 + 4i$ và $z = 5$. C. $z = 2 + 4i$ và $z = 4$. D. $z = 3 - 4i$.

Câu 28. Có bao nhiêu số phức z thỏa mãn đồng thời $|z|^2 + 2z\bar{z} + |\bar{z}|^2 = 8$ và $z + \bar{z} = 2$?

- A. 2. B. 1. C. 3. D. 4.

Câu 29. Cho các số phức z_1, z_2 khác 0 và thỏa mãn $|z_1 - z_2| = 2|z_1| = |z_2|$. Phần thực của số phức $w = \frac{z_1}{z_2}$ là

- A. $\frac{1}{4}$. B. $-\frac{1}{4}$. C. $\frac{1}{8}$. D. $-\frac{1}{8}$.

Câu 30. Cho hai số phức z_1, z_2 thỏa điều kiện $|z - 2i| = \sqrt{2}|iz + 1|$ và $|z_1 - z_2| = \sqrt{3}$. Giá trị của $P = |z_1 + z_2|$ là

- A. $P = 2$. B. $P = 1$. C. $P = \sqrt{5}$. D. $P = \sqrt{3}$.

—HẾT—

ĐÁP ÁN TRẮC NGHIỆM 3

1. D	2. A	3. D	4. B	5. B	6. B	7. C	8. C	9. B	10. D
11. C	12. A	13. A	14. C	15. B	16. B	17. B	18. D	19. A	20. A
21. D	22. D	23. D	24. C	25. B	26. B	27. B	28. A	29. C	30. C

Dạng 8. Biểu diễn hình học của số phức

Trong mặt phẳng tọa độ Oxy , giả sử:

- $M(x; y)$ là điểm biểu diễn của $z = x + yi$ ($x, y \in \mathbb{R}$).
- $N(x'; y')$ là điểm biểu diễn của $z' = x' + y'i$ ($x', y' \in \mathbb{R}$)
- $I(a; b)$ là điểm biểu diễn của $z_0 = a + bi$ cho trước ($a, b \in \mathbb{R}$)

Khi đó, ta có các kết quả sau:

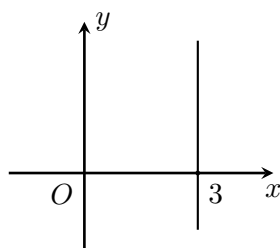
1. $|z| = \sqrt{x^2 + y^2} = \left| \overrightarrow{OM} \right| = OM$ (khoảng cách từ điểm M đến gốc tọa độ O).
2. $|z - z'| = \sqrt{(x' - x)^2 + (y' - y)^2} = \left| \overrightarrow{MN} \right| = MN$ (khoảng cách giữa M và N).
3. $|z - z_0| \leq R \Leftrightarrow (x - a)^2 + (y - b)^2 \leq R^2$: hình tròn tâm $I(a; b)$, bán kính R .
4. $|z - z_0| = R \Leftrightarrow (x - a)^2 + (y - b)^2 = R^2$: đường tròn tâm $I(a; b)$, bán kính R .

 **Ví dụ 31.** Trên mặt phẳng tọa độ, tìm tập hợp điểm biểu diễn các số phức thỏa mãn điều kiện:

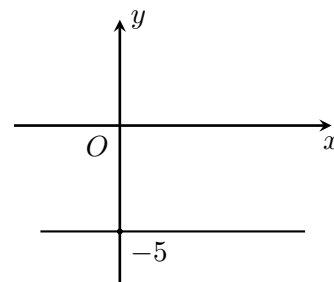
- a) phần thực của z bằng 3; b) phần ảo của z bằng -5 .

 Lời giải:

- a) Số phức z có phần thực bằng 3 được biểu diễn bởi điểm $M(3; b)$. b) Số phức z có phần ảo bằng -5 được biểu diễn bởi điểm $M(a; -5)$.



Vậy tập hợp các điểm biểu diễn số phức z là đường thẳng $x = 3$



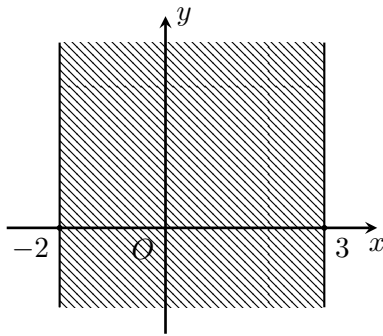
Vậy tập hợp các điểm biểu diễn số phức z là đường thẳng $y = -5$

 **Ví dụ 32.** Trên mặt phẳng tọa độ, tìm tập hợp điểm biểu diễn các số phức thỏa mãn:

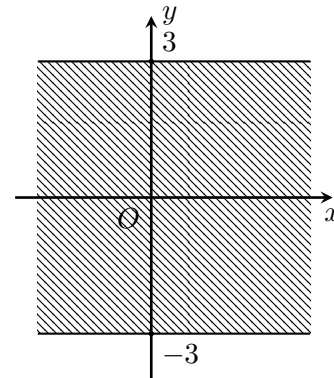
- a) phần thực thuộc khoảng $(-2; 3)$; b) phần ảo thuộc đoạn $[-3; 3]$.

 Lời giải:

- a) Số phức z có phần thực thuộc khoảng $(-2; 3)$ được biểu diễn bởi điểm $M(a; b)$ với $a \in (-2; 3)$.
 b) Số phức z có phần ảo thuộc khoảng $[-3; 3]$ được biểu diễn bởi điểm $M(a; b)$ với $b \in [-3; 3]$.



Vậy tập hợp các điểm biểu diễn số phức z là phần mặt phẳng giới hạn bởi hai đường thẳng $x = -2$ và $x = 3$



Vậy tập hợp các điểm biểu diễn số phức z là phần mặt phẳng giới hạn bởi hai đường thẳng $y = -3$ và $y = 3$, kể cả các điểm nằm trên hai đường thẳng này

Ví dụ 33. Tìm tập hợp điểm M thỏa: $|z + \bar{z} + 3| = 4$.

Lời giải: Gọi $M(x, y)$ là điểm biểu diễn số phức $z = x + yi$, với $x, y \in \mathbb{R}$.

$$\bigcirc |z + \bar{z} + 3| = 4 \Leftrightarrow |x + yi + x - yi + 3| = 4 \Leftrightarrow |2x + 3| = 4$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} 2x + 3 = 4 \\ 2x + 3 = -4 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = \frac{1}{2} \\ x = -\frac{7}{2} \end{cases}$$

$$\bigcirc \text{Vậy tập hợp điểm } M \text{ là đường thẳng } x = \frac{1}{2} \text{ hoặc đường thẳng } x = -\frac{7}{2}$$

Ví dụ 34. Tìm tập hợp điểm biểu diễn số phức z thỏa mãn $|z - 1 + i| = 1$.

Lời giải: Gọi $M(x, y)$ là điểm biểu diễn số phức $z = x + yi$, với $x, y \in \mathbb{R}$. Từ giả thiết ta có:

$$\bigcirc |z - 1 + i| = 1 \Leftrightarrow |(x - 1) + (y + 1)i| = 1 \Leftrightarrow (x - 1)^2 + (y + 1)^2 = 1;$$

$$\bigcirc \text{Vậy, tập hợp điểm } M \text{ thuộc đường tròn tâm } I(1; -1), \text{ bán kính bằng } R = 1.$$

Ví dụ 35. Cho các số phức z thỏa mãn $|zi - (2 + i)| = 2$. Biết rằng tập hợp các điểm biểu diễn các số phức z là một đường tròn. Tính bán kính r của đường tròn đó.

Lời giải: Gọi $M(x, y)$ là điểm biểu diễn số phức $z = x + yi$, với $x, y \in \mathbb{R}$. Từ giả thiết ta có:

$$\bigcirc |zi - (2 + i)| = 2 \Leftrightarrow |-y - 2 + (x - 1)i| = 2 \Leftrightarrow (x - 1)^2 + (y + 2)^2 = 4;$$

$$\bigcirc \text{Vậy, tập hợp điểm } M \text{ thuộc đường tròn tâm } I(1; -2), \text{ bán kính bằng } R = 2.$$

Ví dụ 36. Cho các số phức z thỏa mãn $|\bar{z} - 1| + |z - 1| = 2$. Biết rằng tập hợp các điểm biểu diễn các số phức z là một đường tròn. Xác định tâm của đường tròn đó.

Lời giải: Gọi $M(x, y)$ là điểm biểu diễn số phức $z = x + yi$, với $x, y \in \mathbb{R}$. Từ giả thiết ta có:

$$\bigcirc |x + yi - 1| + |x - yi - 1| = 2 \Leftrightarrow \sqrt{(x-1)^2 + y^2} + \sqrt{(x-1)^2 + y^2} = 2 \Leftrightarrow (x-1)^2 + y^2 = 1;$$

$\bigcirc$ Vậy, tập hợp điểm M thuộc đường tròn tâm $I(1; 0)$, bán kính bằng $R = 1$.

BÀI TẬP TRẮC NGHIỆM 4

Câu 1. Trong mặt phẳng tọa độ, điểm biểu diễn của các số phức $z = 5 - bi$, với $b \in \mathbb{R}$ luôn nằm trên đường có phương trình nào trong các phương trình sau đây?

- A. $x = 5$. B. $y = 3$. C. $y = x$. D. $y = x + 3$.

Câu 2. Trong mặt phẳng tọa độ, cho số phức $z = \frac{a}{2} + a^2i$, với $a \in \mathbb{R}$. Khi đó điểm biểu diễn số phức z nằm trên đường có phương trình nào trong các phương trình sau đây?

- A. Parabol $x = \frac{y^2}{2}$. B. Parabol $y = \frac{x^2}{2}$.
C. Đường thẳng $y = \frac{x}{2}$. D. Parabol $y = 4x^2$.

Câu 3. Tìm tập hợp các điểm biểu diễn số phức z trên mặt phẳng tọa độ biết $|z + 2i| = 5$.

- A. Đường tròn $x^2 + (y - 2)^2 = 25$. B. Đường tròn $x^2 + (y + 2)^2 = 25$.
C. Đường tròn $x^2 + (y + 2)^2 = 5$. D. Đường tròn $(x + 2)^2 + y^2 = 25$.

Câu 4. Tìm tập hợp điểm biểu diễn số phức z thỏa mãn $|z + 2 - i| = 3$.

- A. Đường tròn tâm $I(2; -1)$, bán kính $R = 1$. B. Đường tròn tâm $I(-2; 1)$, bán kính $R = \sqrt{3}$.
C. Đường tròn tâm $I(1; -2)$, bán kính $R = 3$. D. Đường tròn tâm $I(-2; 1)$, bán kính $R = 3$.

Câu 5. Trên mặt phẳng tọa độ, tìm tập hợp điểm biểu diễn số phức z thỏa mãn $|z - i| \leq 1$.

- A. Hình tròn tâm $I(0; 1)$, bán kính $R = 2$. B. Hình tròn tâm $I(0; 1)$, bán kính $R = 1$.
C. Hình tròn tâm $I(0; -1)$, bán kính $R = 1$. D. Hình tròn tâm $I(1; 0)$, bán kính $R = 1$.

Câu 6. Trong mặt phẳng tọa độ Oxy , tập hợp các điểm biểu diễn các số phức thỏa mãn điều kiện $|z + 1 - 2i| \leq 2$ là hình tròn có diện tích S bằng

- A. $S = 4\pi$. B. $S = 4\pi^2$. C. $S = 2\pi$. D. $S = 2\sqrt{2}\pi$.

Câu 7. Trong mặt phẳng với hệ tọa độ Oxy , tập hợp điểm biểu diễn của số phức z thỏa mãn $|2 - 3i^{2017} + z| = 4$ là

- A. đường tròn tâm $I(2; -3)$, bán kính $R = 4$. B. đường tròn tâm $I(-2; 3)$, bán kính $R = 4$.
C. đường tròn tâm $I(2; -3)$, bán kính $R = 16$. D. đường tròn tâm $I(-2; 3)$, bán kính $R = 16$.

Câu 8. Trong mặt phẳng tọa độ Oxy , tìm tập hợp điểm biểu diễn các số phức z thỏa mãn điều kiện $|zi - (2 + i)| = 2$.

- A. Đường thẳng $x + 2y - 1 = 0$. B. Đường thẳng $3x + 4y - 2 = 0$.
C. Đường tròn $(x - 1)^2 + (y + 2)^2 = 4$. D. Đường tròn $(x + 1)^2 + (y - 2)^2 = 9$.

Câu 9. Cho các số phức z thỏa mãn $|(1 + i\sqrt{3})z + 3 - i\sqrt{3}| = 1$. Biết tập hợp điểm biểu diễn số phức z là một đường tròn. Tìm tọa độ tâm I của đường tròn đó.

- A. $I(0; \sqrt{3})$. B. $I(0; -\sqrt{3})$. C. $I(\sqrt{3}; 0)$. D. $I(-\sqrt{3}; 0)$.

Câu 10. Gọi (H) là hình gồm các điểm M là biểu diễn hình học của số phức z thỏa mãn $|z+3|^2 + |z-3|^2 = 50$. Tính diện tích S của hình (H) .

- A. $S = 16\pi$. B. $S = 15\pi$. C. $S = 20\pi$. D. $S = 8\pi$.

Câu 11. Cho số phức z có $|z| = 5$. Biết rằng tập hợp các điểm biểu diễn số phức $w = (2+3i)z - 5$ trong mặt phẳng tọa độ là một đường tròn. Xác định tọa độ tâm của đường tròn đó.

- A. $I(5; 0)$. B. $I(3; 1)$. C. $I(0; 0)$. D. $I(-5; 0)$.

Câu 12. Cho số phức z thay đổi thỏa mãn $|z| = 2$ và $\omega = (1-2i)\bar{z} + 3i$. Tập hợp biểu diễn số phức ω là

- A. đường tròn $x^2 + (y+3)^2 = 20$. B. đường tròn $x^2 + (y-3)^2 = 20$.
C. đường tròn $(x-30)^2 + y^2 = 2\sqrt{5}$. D. đường tròn $x^2 + (y-3)^2 = 2\sqrt{5}$.

Câu 13. Cho số phức z thỏa mãn $|z| = 1$. Biết tập hợp các điểm biểu diễn số phức $w = (3-4i)z - 1 + 2i$ là đường tròn tâm I , bán kính R . Tìm tọa độ tâm I và bán kính R của đường tròn đó.

- A. $I(-1; 5)$, $R = \sqrt{5}$. B. $I(1; -2)$, $R = 5$. C. $I(1; 2)$, $R = 5$. D. $I(-1; 2)$, $R = 5$.

Câu 14. Cho số phức z thỏa mãn $|z-1| = 2$ và $w = (1+\sqrt{3}i)z + 2$. Tập hợp các điểm biểu diễn số phức w là đường tròn, tìm bán kính đường tròn đó.

- A. $R = 3$. B. $R = 2$. C. $R = 4$. D. $R = 5$.

Câu 15. Trong mặt phẳng tọa độ Oxy , cho số phức z thỏa mãn $|z-i| = 2$. Biết tập các điểm biểu diễn số phức $w = (1+i\sqrt{3})z + 2$ là đường tròn. Tính bán kính R của đường tròn đó.

- A. $R = 2$. B. $R = 6$. C. $R = 5$. D. $R = 4$.

Câu 16. Cho số phức z và w thỏa mãn $|z| = 3$, $i\bar{w} = (3+4i)z - 2i$. Biết rằng tập hợp các điểm biểu diễn các số phức w là một đường tròn. Tính bán kính r của đường tròn đó.

- A. $r = 15$. B. $r = 2$. C. $r = 10$. D. $r = 5$.

Câu 17. Cho số phức z thỏa mãn $\left| \frac{(2-i)z - 3i - 1}{z-i} \right| = 4$. Biết tập hợp điểm biểu diễn số phức $w = \frac{1}{iz+1}$ trên mặt phẳng tọa độ là một đường tròn. Tìm bán kính R của đường tròn đó.

- A. $R = 4$. B. $R = 4\sqrt{5}$. C. $R = 8$. D. $R = 2\sqrt{2}$.

Câu 18. Cho số phức z thỏa mãn $|z+2| + |z-2| = 8$. Trong mặt phẳng phức tập hợp những điểm biểu diễn cho số phức z là

- A. $(E) : \frac{x^2}{16} + \frac{y^2}{12} = 1$. B. $(E) : \frac{x^2}{12} + \frac{y^2}{16} = 1$.
C. $(C) : (x+2)^2 + (y-2)^2 = 64$. D. $(C) : (x+2)^2 + (y-2)^2 = 8$.

Câu 19. Trên mặt phẳng tọa độ Oxy , tìm tập hợp các điểm biểu diễn của số phức z thỏa mãn điều kiện $|z-2| + |z+2| = 10$.

- A. Đường tròn $(x-2)^2 + (y+2)^2 = 100$. B. Elip $\frac{x^2}{25} + \frac{y^2}{4} = 1$.
C. Đường tròn $(x-2)^2 + (y+2)^2 = 10$. D. Elip $\frac{x^2}{25} + \frac{y^2}{21} = 1$.

Câu 20. Trên mặt phẳng tọa độ, tìm tập hợp các điểm M biểu diễn số phức z thỏa mãn điều kiện $|z+3| = |2i-z|$.

- A. Đường thẳng $y = \frac{3}{2}x - \frac{5}{4}$. B. Đường thẳng $y = -\frac{3}{2}x - \frac{5}{4}$.
C. Đường thẳng $y = -\frac{3}{2}x + \frac{5}{4}$. D. Đường thẳng $y = \frac{3}{2}x + \frac{5}{4}$.

Câu 21. Trên mặt phẳng tọa độ, tìm tập hợp các điểm M biểu diễn số phức z thỏa mãn $|z| = |\bar{z} - 3 + 4i|$

A. Đường thẳng $2x - 3 = 0$.B. Đường thẳng $y - 2 = 0$.C. Đường thẳng $6x - 8y - 25 = 0$.D. Đường thẳng $6x + 8y - 25 = 0$.

Câu 22. Biết rằng trong mặt phẳng tọa độ, tập hợp điểm biểu diễn các số phức z thỏa mãn điều kiện $|z - 3 + i| = |\bar{z} + 1 - 2i|$ là một đường thẳng. Hãy xác định phương trình của đường thẳng đó.

A. $8x + 6y + 5 = 0$.B. $8x - 2y - 5 = 0$.C. $8x + 2y - 5 = 0$.D. $8x - 6y - 5 = 0$.

Câu 23. Hãy xác định tập hợp các điểm biểu diễn số phức z trên mặt phẳng phức sao cho $\frac{1}{z-i}$ là số thuần ảo.

A. Trục tung, bỏ điểm $(0; 1)$.B. Trục hoành, bỏ điểm $(-1; 0)$.C. Đường thẳng $y = 1$, bỏ điểm $(0; 1)$.D. Đường thẳng $x = -1$, bỏ điểm $(-1; 0)$.

Câu 24. Tìm tập hợp các điểm biểu diễn số phức z thỏa $|z - i| = |2 - 3i - z|$.

A. Đường tròn có phương trình $x^2 + y^2 = 4$.B. Đường thẳng có phương trình $x - 2y - 3 = 0$.C. Đường thẳng có phương trình $x + 2y + 1 = 0$.D. Elip có phương trình $x^2 + 4y^2 = 4$.

Câu 25. Gọi $M(x; y)$ là điểm biểu diễn số phức z trên mặt phẳng phức. Tìm tập hợp các điểm trên mặt phẳng tọa độ biểu diễn các số phức z thỏa mãn điều kiện $(z - 2)(2 + 3i)$ là một số thuần ảo.

A. Đường thẳng $2x - 3y - 4 = 0$.B. Đường tròn $(x + 1)^2 + y^2 = 1$.C. Đường tròn đơn vị $x^2 + y^2 = 1$.D. Đường thẳng $x = 2$.

Câu 26. Trong mặt phẳng hệ trục tọa độ Oxy tập T các điểm biểu diễn các số phức z thỏa $|z| = 10$ và phần ảo của z bằng 6.

A. T là đường tròn tâm O bán kính $R = 10$.B. $T = \{(8; 6), (-8; 6)\}$.C. T là đường tròn tâm O bán kính $R = 6$.D. $T = \{(6; 8), (6; -8)\}$.

Câu 27. Gọi (H) là tập hợp các điểm trên mặt phẳng tọa độ Oxy biểu diễn các số phức z thỏa mãn điều kiện: $|\bar{z} - 2z| = 6$. Hình (H) có diện tích là

A. 24π .B. 8π .C. 12π .D. 10π .

Câu 28. Tìm tất cả các số phức z thỏa mãn $|z + 2i| = \sqrt{5}$ và điểm biểu diễn của z trong mặt phẳng tọa độ thuộc đường thẳng $d: 2x + y - 3 = 0$.

A. $z = -2 + i$.B. $z = 2 + i$.C. $z = -2 - i$.D. $z = 2 - i$.

Câu 29. Trong mặt phẳng tọa độ Oxy , cho số phức z thỏa mãn $|z - i| = |z + 3i|$. Tìm tập hợp các điểm biểu diễn của số phức z .

A. Một đường thẳng.

B. Một đường tròn.

C. Một hyperbol.

D. Một elip.

Câu 30. Trong mặt phẳng phức, tập hợp các điểm biểu diễn của số phức z thỏa mãn điều kiện $|z + 2| = |i - z|$ là đường thẳng Δ có phương trình

A. $2x + 4y + 13 = 0$.B. $4x + 2y + 3 = 0$.C. $-2x + 4y - 13 = 0$.D. $4x - 2y + 3 = 0$.

ĐÁP ÁN TRẮC NGHIỆM 4

1. A	2. D	3. B	4. D	5. B	6. A	7. B	8. C	9. A	10. A
11. D	12. B	13. D	14. C	15. D	16. A	17. A	18. A	19. D	20. B
21. D	22. C	23. A	24. B	25. A	26. B	27. C	28. D	29. A	30. B

Dạng 9. Max- min của mô-đun số phức

Các phương pháp thường dùng:

1. Tính toán mô-đun theo một ẩn, sau đó dùng khảo sát hàm số.
2. Dùng bất đẳng thức:

○ Cauchy: Với $a_1, a_2, \dots, a_n$ là các số thực không âm, ta luôn có:

$$\frac{a_1 + a_2 + \dots + a_n}{n} \geq \sqrt[n]{a_1 a_2 \dots a_n}$$

Dấu "=" xảy ra khi $a_1 = a_2 = \dots = a_n$.

○ Bunhiacopxki: $(a_1 b_1 + a_2 b_2)^2 \leq (a_1^2 + a_2^2)(b_1^2 + b_2^2)$. Dấu "=" xảy ra khi $\frac{a_1}{b_1} = \frac{a_2}{b_2}$.

○ $||z_1| - |z_2|| \leq |z_1 + z_2| \leq |z_1| + |z_2|$.

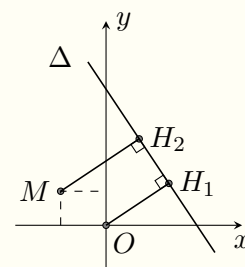
3. Dùng hình học

○ Cho $\Delta: ax + by + c = 0$ và điểm $M(x_0; y_0)$. Điểm $H \in \Delta$ sao cho MH nhỏ nhất thì H là hình chiếu vuông góc của M trên Δ .

• $|z|_{\min} = OH_1 = d(O, \Delta) = \frac{|c|}{\sqrt{a^2 + b^2}}$

• $|z - (x_0 + y_0 i)|_{\min} = MH_2 = d(M, \Delta) = \frac{|ax_0 + by_0 + c|}{\sqrt{a^2 + b^2}}$

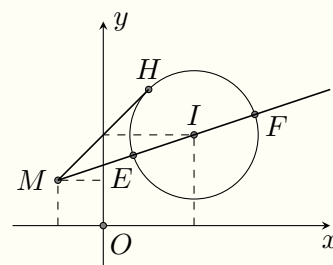
• Tọa độ $H_1 = \Delta \cap OH_1$; $H_2 = \Delta \cap MH_2$



○ Cho (C) có tâm $I(a; b)$, bán kính R và điểm $M(x_0; y_0)$. Xét điểm $H \in (C)$. Khi đó:

• $MH_{\min}$ khi H trùng E . Suy ra: $ME = |IM - R|$;

• $MH_{\max}$ khi H trùng F . Suy ra $MF = |IM + R|$.



 **Ví dụ 37.** Trong tất cả các số z có dạng $z = (a - 3) + (2 - a)i$ với a là số thực, hãy tìm số phức z có mô-đun nhỏ nhất?

 **Lời giải:**

○ $|z| = \sqrt{(a - 3)^2 + (2 - a)^2} = \sqrt{2a^2 - 10a + 13} = \sqrt{2\left(a - \frac{5}{2}\right)^2 + \frac{1}{2}} \geq \frac{1}{\sqrt{2}}$.

○ Dấu "=" xảy ra khi $a = \frac{5}{2}$. Vậy, $z = -\frac{1}{2} - \frac{1}{2}i$.

 **Ví dụ 38.** Xét tất cả các số phức z thỏa mãn $|z + 2 - 2i| = |z - 4i|$. Tìm mô-đun nhỏ nhất của số phức $w = iz + 1$.

 **Lời giải:** Xét các số phức $z = x + yi$, với $x, y \in \mathbb{R}$ có điểm biểu diễn là $M(x, y)$. Khi đó:

$$\bigcirc |z + 2 - 2i| = |z - 4i| = |x + 2 + (y - 2)i| = |x + (y - 4)i| \Leftrightarrow x + y = 2 \Leftrightarrow y = 2 - x;$$

$$\bigcirc \omega = iz + 1 = 1 - y + xi \Rightarrow |\omega| = \sqrt{x^2 + (y - 1)^2} = \sqrt{x^2 + (x - 1)^2} = \sqrt{2\left(x - \frac{1}{2}\right)^2 + \frac{1}{2}} \geq \sqrt{\frac{1}{2}}$$

$$\bigcirc \min |\omega| = \frac{\sqrt{2}}{2}. \text{ Dấu bằng xảy ra khi } x = \frac{1}{2}, y = \frac{3}{2}$$

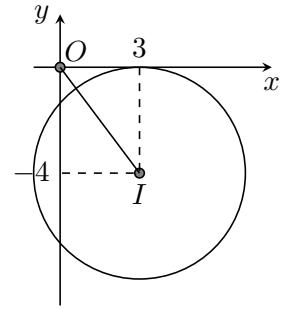
❏ Ví dụ 39. Cho số phức z thỏa mãn $|z - 3 + 4i| = 4$. Tìm giá trị lớn nhất và nhỏ nhất của $|z|$.

📖 Lời giải:

$\bigcirc$ Ta có $|z - 3 + 4i| = 4$ nên tập hợp điểm M biểu diễn z thuộc đường tròn tâm $I(3; -4)$, bán kính $R = 4$.

$\bigcirc$ Ta có: $|z| = OM$. Bài toán trở thành "Tìm điểm $M \in (C)$ sao cho $OM_{\min}$ ".

$$\bigcirc \text{ Tính } IO = \sqrt{3^2 + 4^2} = 5. \text{ Vậy } \begin{cases} \min |z| = OI - R = 1 \\ \max |z| = OI + R = 5 + 4 = 9 \end{cases}$$



❏ Ví dụ 40. Trong các số phức z thỏa mãn điều kiện $|z - 2 + 3i| = \frac{3}{2}$, tìm số phức có mô-đun nhỏ nhất.

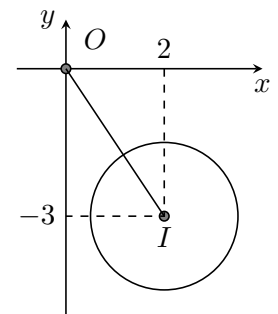
📖 Lời giải: Xét các số phức $z = x + yi$, với $x, y \in \mathbb{R}$ có điểm biểu diễn là $M(x, y)$.

$\bigcirc$ Từ điều kiện $|z - 2 + 3i| = \frac{3}{2}$, suy ra M thuộc đường tròn (C) có tâm $I(2; -3)$, bán kính $R = \frac{3}{2}$.

$\bigcirc$ Ta có: $|z| = OM$. Bài toán trở thành "Tìm điểm $M \in (C)$ sao cho $OM_{\min}$ ".

$$\bigcirc \text{ Phương trình } OI : \frac{x - x_O}{x_I - x_O} = \frac{y - y_O}{y_I - y_O} \Rightarrow OI : 3x + 2y = 0$$

$$\bigcirc M = OI \cap (C), \text{ với } x_M < 2. \text{ Suy ra, tọa độ } M \left(\frac{26 - 3\sqrt{13}}{13}; -\frac{78 - 9\sqrt{13}}{26} \right).$$



❏ Ví dụ 41. Với hai số phức z_1, z_2 thỏa mãn $z_1 + z_2 = 8 + 6i$ và $|z_1 - z_2| = 2$, tìm giá trị lớn nhất K của biểu thức $P = |z_1| + |z_2|$.

📖 Lời giải: Xét hình bình hành $OACB$ như hình vẽ, điểm A, B lần lượt biểu diễn cho số phức z_1, z_2 . Khi đó:

$$\bigcirc OA = |z_1|, OB = |z_2|, OC = |z_1 + z_2|, AB = |z_1 - z_2|;$$

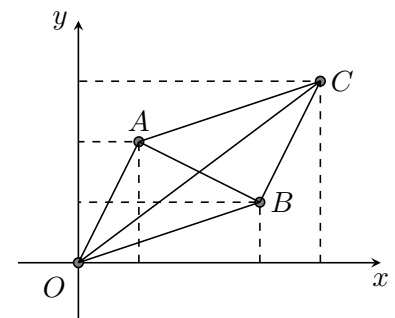
$\bigcirc$ Ta luôn có:

$$\bullet |z_1 + z_2|^2 + |z_1 - z_2|^2 = 2(|z_1|^2 + |z_2|^2)$$

$$\bullet |z_1| + |z_2| \leq \sqrt{2(|z_1|^2 + |z_2|^2)}$$

$$\bigcirc \text{ Từ giả thiết: } |z_1 - z_2| = 2, |z_1 + z_2| = 10. \text{ Suy ra: } |z_1|^2 + |z_2|^2 = 52.$$

$$\text{Từ đó, ta có: } |z_1| + |z_2| \leq \sqrt{2(|z_1|^2 + |z_2|^2)} = 2\sqrt{26}$$



Dấu bằng xảy ra khi $z_1 = \frac{23}{5} + \frac{11}{5}i, z_2 = \frac{17}{5} + \frac{19}{5}i$ hoặc $z_2 = \frac{23}{5} + \frac{11}{5}i, z_1 = \frac{17}{5} + \frac{19}{5}i$. Vậy $P = 2\sqrt{26}$.

Ví dụ 42. Xét các số phức z thỏa mãn $|z - 1 - i| + |z - 7 - 4i| = 3\sqrt{5}$. Gọi a, b lần lượt là giá trị lớn nhất và nhỏ nhất của $|z - 5 + 2i|$. Tính $a + b$.

Lời giải:

Trong mặt phẳng tọa độ, xét các điểm $A(1; 1), B(7; 4)$ và $I(5; -2)$. Gọi $M(x; y)$, với $x, y \in \mathbb{R}$ là điểm biểu diễn số phức $z = x + yi$. Khi đó:

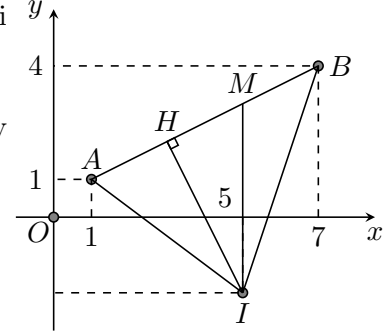
○ $|z - 1 - i| + |z - 7 - 4i| = 3\sqrt{5} \Leftrightarrow MA + MB = 3\sqrt{5} = AB$. Suy ra, tập hợp điểm M biểu diễn số phức z thuộc đoạn AB .

○ Theo hình vẽ: $|z - 5 + 2i| = IM$.

• $|z - 5 + 2i|_{\min} = IH = d(I, AB) = 2\sqrt{5} \Rightarrow b = 2\sqrt{5}$

• $|z - 5 + 2i|_{\max} = IB = 2\sqrt{10} \Rightarrow a = 2\sqrt{10}$

○ Vậy $a + b = 2(\sqrt{5} + \sqrt{10})$



BÀI TẬP TRẮC NGHIỆM 5

Câu 1. Trong tất cả các số phức có dạng $z = m - 2 + mi$ ($m \in \mathbb{R}$), hãy tìm phần thực của số phức z có mô-đun nhỏ nhất.

A. 1.

B. 2.

C. -1.

D. 0.

Câu 2. Trong các số phức z thỏa mãn $|2z + \bar{z}| = |z - i|$, tìm số phức có phần thực không âm sao cho $|z^{-1}|$ đạt giá trị lớn nhất.

A. $z = \frac{\sqrt{6}}{4} + \frac{i}{2}$.

B. $z = \frac{i}{2}$.

C. $z = \frac{\sqrt{3}}{4} + \frac{i}{8}$.

D. $z = \frac{\sqrt{6}}{8} + \frac{i}{8}$.

Câu 3. Trong các số phức z thỏa mãn điều kiện $(z - 1)(\bar{z} + 2i)$ là số thực. Hãy tìm số phức z có mô-đun nhỏ nhất.

A. $z = \frac{2}{5} + \frac{4}{5}i$.

B. $z = \frac{2}{5} - \frac{4}{5}i$.

C. $z = -\frac{2}{5} + \frac{4}{5}i$.

D. $z = \frac{4}{5} + \frac{2}{5}i$.

Câu 4. Cho số phức z thỏa mãn $|z - 1 - 2i| = |z - 2 + i|$. Đặt $w = z + 2 - 3i$. Tìm giá trị nhỏ nhất của $|w|$.

A. $\frac{11}{10}$.

B. $\sqrt{10}$.

C. $\frac{121}{10}$.

D. $\frac{11}{\sqrt{10}}$.

Câu 5. Cho số phức z thỏa mãn $\left|z + \frac{4i}{z}\right| = 2$. Gọi M và m lần lượt là giá trị lớn nhất và nhỏ nhất của $|z|$. Tính $M + m$.

A. 2.

B. $2\sqrt{5}$.

C. $\sqrt{13}$.

D. $\sqrt{5}$.

Câu 6. Cho số phức $z = a + bi$ với $|z| = 5$ và $b > 0$ sao cho $|(1 + 2i)z^3 - z^5|$ là lớn nhất. Đặt $z^4 = c + di$, tính tổng $c + d$.

A. 100.

B. 85.

C. 125.

D. 52.

Câu 7. Cho hai số phức z_1, z_2 thỏa mãn $|z_1 - z_2| = 1$ và $|z_1 + z_2| = 3$. Tính giá trị lớn nhất của biểu thức $T = |z_1| + |z_2|$.

A. $T = 8$.

B. $T = 10$.

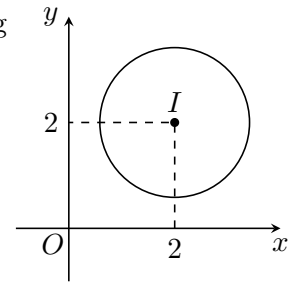
C. $T = 4$.

D. $T = \sqrt{10}$.

Câu 8.

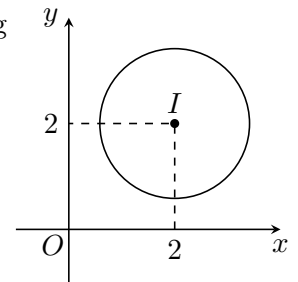
Biết tập hợp điểm biểu diễn số phức z thuộc đường tròn tâm I và bán kính bằng 2 như hình bên. Tìm số phức z có mô-đun nhỏ nhất.

- A. 1. B. $\sqrt{2}$.
C. 2. D. $\sqrt{3}$.

**Câu 9.**

Biết tập hợp điểm biểu diễn số phức z thuộc đường tròn tâm I và bán kính bằng 2 như hình bên. Tìm số phức z có mô-đun lớn nhất.

- A. $3\sqrt{2}$. B. $2\sqrt{2}$.
C. 2. D. $2\sqrt{3}$.



Câu 10. Cho số phức z thay đổi thỏa mãn điều kiện $|z - 2 - 3i| = 3$. Gọi m, M lần lượt là giá trị nhỏ nhất và giá trị lớn nhất của biểu thức $|z + 3 + 2i|$. Tính $S = M^2 + m^2$.

- A. $S = 36$. B. $S = 18$. C. $S = 5$. D. $S = 118$.

Câu 11. Cho số phức z thỏa mãn điều kiện $|z - 1 + 2i| = \sqrt{5}$. Tìm mô-đun lớn nhất của số phức $w = z + 1 + i$.

- A. $2\sqrt{5}$. B. $2\sqrt{15}$. C. $2\sqrt{3}$. D. $2\sqrt{6}$.

Câu 12. Cho số phức z thỏa mãn điều kiện $\left| \frac{-2 - 3i}{3 - 2i}z + 1 \right| = 1$. Tìm giá trị lớn nhất của $|z|$.

- A. $\sqrt{2}$. B. 2. C. 1. D. 3.

Câu 13. Cho hai số phức z và w , biết chúng thỏa mãn đồng thời hai điều kiện $\left| \frac{(1+i)z}{1-i} + 2 \right| = 1$ và $w = iz$. Tìm giá trị lớn nhất của $M = |z - w|$.

- A. $M = 3\sqrt{3}$. B. $M = 3$. C. $M = 3\sqrt{2}$. D. $M = 2\sqrt{3}$.

Câu 14. Cho số phức z thỏa mãn $|z - 1 - 2i| = 4$. Gọi M, m lần lượt là giá trị lớn nhất, giá trị nhỏ nhất của $|z + 2 + i|$. Tính $S = M^2 + m^2$.

- A. 34. B. 82. C. 68. D. 36.

Câu 15. Cho số phức z thỏa mãn $|z - 2| + |z + 2| = 6$. Đặt $m = \min |z|$ và $M = \max |z|$. Tính giá trị biểu thức $T = M^2 + 3m^2$.

- A. $T = 17$. B. $T = 32$. C. $T = 21$. D. $T = 24$.

Câu 16. Cho các số phức z thỏa mãn $|z + 4| + |z - 4| = 10$. Gọi M, m theo thứ tự là mô-đun lớn nhất và nhỏ nhất của số phức z . Khi đó $M + m$ bằng

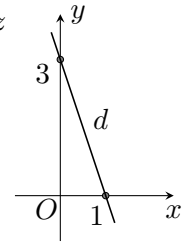
- A. 8. B. 14. C. 12. D. 10.

Câu 17. Trong các số phức z thỏa mãn $|z + 3i| + |z - 3i| = 10$, gọi z_1, z_2 lần lượt là các số phức có mô-đun lớn nhất và nhỏ nhất. Gọi $M(a; b)$ là trung điểm của đoạn thẳng nối hai điểm biểu diễn của z_1, z_2 . Tính tổng $T = |a| + |b|$.

- A. $T = \frac{7}{2}$. B. $T = \frac{9}{2}$. C. $T = 5$. D. $T = 4$.

Câu 18.

Biết tập hợp điểm biểu diễn số phức z thuộc đường thẳng như hình bên. Tìm số phức z có mô-đun nhỏ nhất.



- A. 1.
C. 2.

- B. $\sqrt{2}$.
D. $\sqrt{3}$.

Câu 19. Cho số phức z có điểm biểu diễn nằm trên đường thẳng $3x - 4y - 3 = 0$. Giá trị $|z|$ nhỏ nhất bằng bao nhiêu?

A. $\frac{1}{5}$.

B. $\frac{3}{5}$.

C. $\frac{4}{5}$.

D. $\frac{2}{5}$.

Câu 20. Xét các số phức z thỏa mãn $|z - 2 - 4i| = |z - 2i|$. Tìm giá trị nhỏ nhất của $|z|$.

A. 4.

B. $2\sqrt{2}$.

C. 10.

D. 8.

Câu 21. Trên mặt phẳng tọa độ Oxy , cho đường thẳng d có phương trình $x - y + 10 = 0$ và hai điểm A, B lần lượt là các điểm biểu diễn số phức $z_A = 1 + 3i, z_B = -4 + 2i$. Tìm số phức z sao cho điểm biểu diễn M của nó thuộc đường thẳng d và $MA + MB$ bé nhất.

A. $z = 9 - i$.

B. $z = -5 + 5i$.

C. $z = -9 + i$.

D. $z = -11 - i$.

Câu 22. Xét số phức z thỏa mãn $|z + 2 - i| + |z - 4 - 7i| = 6\sqrt{2}$. Gọi m, M lần lượt là giá trị nhỏ nhất và giá trị lớn nhất của $|z - 1 + i|$. Tính $P = m + M$.

A. $P = \sqrt{13} + \sqrt{73}$.

B. $P = \frac{5\sqrt{2} + 2\sqrt{73}}{2}$.

C. $P = 5\sqrt{2} + 2\sqrt{73}$.

D. $P = \frac{5\sqrt{2} + \sqrt{73}}{2}$.

Câu 23. Cho số phức z thay đổi, thỏa mãn điều kiện $|z + 3 - 4i| \leq |3 - 4i|$. Gọi m, M lần lượt là giá trị nhỏ nhất và giá trị lớn nhất của biểu thức $F = |z + 1 - 2i|^2 - |\bar{z} - 2 + i|^2$. Hãy tính $P = 2M + m$.

A. $P = -78 + 10\sqrt{10}$.

B. $P = -52$.

C. $P = -78 - 10\sqrt{10}$.

D. $P = 78 + 10\sqrt{10}$.

Câu 24. Cho số phức z thỏa mãn $|z - 3| = 2|z|$ và giá trị lớn nhất của $|z - 1 + 2i|$ bằng $a + b\sqrt{2}$ với a, b là các số hữu tỷ. Tính $a + b$.

A. 4.

B. $4\sqrt{2}$.

C. 3.

D. $\frac{4}{3}$.

Câu 25. Cho số phức z thỏa mãn $|z| \leq 1$. Đặt $A = \frac{2z - i}{2 + iz}$. Mệnh đề nào dưới đây đúng?

A. $|A| < 1$.

B. $|A| \leq 1$.

C. $|A| \geq 1$.

D. $|A| > 1$.

Câu 26. Cho số phức z thỏa mãn $z \cdot \bar{z} = 1$. Tìm giá trị nhỏ nhất của biểu thức $P = |z^3 + 3z + \bar{z}| - |z + \bar{z}|$.

A. $\frac{15}{4}$.

B. $\frac{3}{4}$.

C. $\frac{13}{4}$.

D. 3.

Câu 27. Cho số phức z thỏa mãn $\left|iz + \frac{2}{1-i}\right| + \left|iz - \frac{2}{1-i}\right| = 4$. Gọi M và n lần lượt là giá trị lớn nhất và giá trị nhỏ nhất của $|z|$. Tính $M.n$.

A. $M.n = 2$.

B. $M.n = 1$.

C. $M.n = 2\sqrt{2}$.

D. $M.n = 2\sqrt{3}$.

Câu 28. Cho hai số phức z_1 và z_2 thỏa mãn $\begin{cases} |z_1 + 3 - 4i| = 1, \\ |z_2 + 6 - i| = 2 \end{cases}$. Tính tổng giá trị lớn nhất và giá trị nhỏ nhất của biểu thức $|z_1 - z_2|$.

A. 18.

B. $6\sqrt{2}$.

C. 6.

D. $3\sqrt{2}$.

Câu 29. Cho z_1, z_2 là hai nghiệm của phương trình $|6 - 3i + iz| = |2z - 6 - 9i|$ thỏa mãn $|z_1 - z_2| = \frac{8}{5}$. Giá trị lớn nhất của $|z_1 + z_2|$ bằng

A. $\frac{31}{5}$.

B. $\frac{56}{5}$.

C. $4\sqrt{2}$.

D. 5.

Câu 30. Xét các số phức $z = a + bi$ ($a, b \in \mathbb{R}$) thỏa mãn $|z - 4 - 3i| = \sqrt{5}$. Tính $P = a + b$ khi $|z + 1 - 3i| + |z - 1 + i|$ đạt giá trị lớn nhất.

A. $P = 10$.

B. $P = 4$.

C. $P = 6$.

D. $P = 8$.

ĐÁP ÁN TRẮC NGHIỆM 5

1. C	2. D	3. D	4. D	5. B	6. C	7. D	8. B	9. A	10. D
11. A	12. B	13. C	14. C	15. D	16. A	17. B	18. B	19. B	20. B
21. B	22. B	23. A	24. A	25. B	26. B	27. C	28. B	29. B	30. A

ĐỀ ÔN TẬP SỐ 01

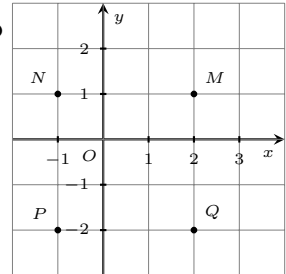
Câu 1. Cho số phức $z = 5 - 3i$. Tìm phần thực và phần ảo của số phức $\bar{z}$.

- A. Phần thực là -3 , phần ảo là 5 .
 B. Phần thực là 5 , phần ảo là -3 .
 C. Phần thực là 5 , phần ảo là 3 .
 D. Phần thực là 5 , phần ảo là $3i$.

Câu 2.

Trong hình bên, điểm nào trong các điểm M, N, P, Q biểu diễn cho số phức có môđun bằng $2\sqrt{2}$?

- A. Điểm N .
 B. Điểm M .
 C. Điểm P .
 D. Điểm Q .



Câu 3. Số phức liên hợp của số phức $z = 3 + 2i$ là

- A. $\bar{z} = 3 - 2i$.
 B. $\bar{z} = 2 + 3i$.
 C. $\bar{z} = 2 - 3i$.
 D. $\bar{z} = -2 + 3i$.

Câu 4. Số nào trong các số sau là số thực?

- A. $(1 + i\sqrt{3})^2$.
 B. $\frac{\sqrt{2} + i}{\sqrt{2} - i}$.
 C. $2 + i\sqrt{5} + \frac{9}{2 + i\sqrt{5}}$.
 D. $(\sqrt{3} + 2i) - (\sqrt{3} - 2i)$.

Câu 5. Trong mặt phẳng phức, gọi A, B, C lần lượt là các điểm biểu diễn các số phức $z_1 = -1 + 3i$, $z_2 = 1 + 5i$, $z_3 = 3 + i$. Tìm số phức có điểm biểu diễn là trọng tâm của tam giác ABC .

- A. $1 + 3i$.
 B. $3 + 9i$.
 C. $-1 + 3i$.
 D. $1 - 3i$.

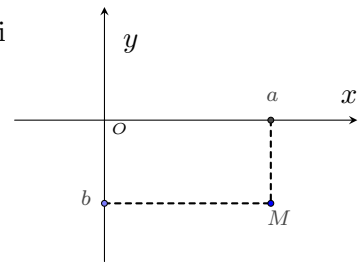
Câu 6. Cho i là đơn vị ảo, n là số nguyên dương. Mệnh đề nào dưới đây đúng?

- A. $i^n + i^{n+1} = 0$.
 B. $i^n + i^{n+2} = 0$.
 C. $i^n - i^{n+2} = 0$.
 D. $i^n - i^{n+1} = 0$.

Câu 7.

Trong mặt phẳng phức, số phức $z = a + bi$ ($a, b \in \mathbb{R}$) được biểu diễn bởi điểm M như hình vẽ bên. Khẳng định nào sau đây đúng?

- A. z có phần thực là số âm và phần ảo là số âm.
 B. z có phần thực là số dương và phần ảo là số dương.
 C. z có phần thực là số dương và phần ảo là số âm.
 D. z có phần thực là số âm và phần ảo là số dương.



Câu 8. Trong mặt phẳng phức, gọi A, B, C lần lượt là các điểm biểu diễn của các số phức $z_1 = -1 + 3i$, $z_2 = -3 - 2i$, $z_3 = 4 + i$. Tam giác ABC có đặc điểm nào sau đây?

- A. Tam giác ABC là tam giác cân (không vuông, không đều).
 B. Tam giác ABC là tam giác đều.
 C. Tam giác ABC là tam giác vuông cân.
 D. Tam giác ABC là tam giác vuông (không cân).

Câu 9. Tìm số phức liên hợp của $z = (1 + 2i)(2 - i)^2$.

- A. $\bar{z} = 11 + 2i$.
 B. $\bar{z} = 11 - 2i$.
 C. $\bar{z} = 2 - 11i$.
 D. $\bar{z} = -5 - 10i$.

Câu 10. Kết quả của phép tính $\frac{(2 - i)^2 (2i)^4}{1 - i}$ là

- A. $7 - i$.
 B. $56 - 8i$.
 C. $7 + i$.
 D. $56 - i$.

Câu 11. Tìm phần thực a và phần ảo b của số phức $z = 4 - 3i + \frac{5 + 4i}{3 + 6i}$.

- A. $a = \frac{73}{15}, b = \frac{17}{5}$. B. $a = \frac{73}{15}, b = -\frac{17}{5}$. C. $a = -\frac{17}{5}, b = \frac{73}{15}$. D. $a = \frac{73}{15}, b = -\frac{17}{5}i$.

Câu 12. Tìm số thực x, y thỏa mãn $(x + y) + (2x - y)i = 3 - 6i$.

- A. $x = -1; y = 4$. B. $y = -1; x = 4$. C. $x = 1; y = -4$. D. $x = -1; y = -4$.

Câu 13. Số phức z thỏa mãn $z\bar{z} + 3(z - \bar{z}) = 13 + 18i$ là

- A. $3 \pm 2i$. B. $\pm 2 - 3i$. C. $2 \pm 3i$. D. $\pm 2 + 3i$.

Câu 14. Cho số phức $z = a + bi$, ($a, b \in \mathbb{R}$) thỏa mãn $(1 + i)(2z - 1) + (\bar{z} + 1)(1 - i) = 2 - 2i$. Tính $P = a + b$.

- A. $P = 0$. B. $P = 1$. C. $P = -1$. D. $P = -\frac{1}{3}$.

Câu 15. Tìm số phức z thỏa mãn $|z| = |z + 1|$ và $|z| = |z + i|$.

- A. $z = -\frac{1}{2} - \frac{1}{2}i$. B. $z = \frac{1}{2} - \frac{1}{2}i$. C. $z = \frac{1}{2} + \frac{1}{2}i$. D. $z = -\frac{1}{2} + \frac{1}{2}i$.

Câu 16. Có bao nhiêu số phức z thỏa mãn $|z + 2 - i| = 2\sqrt{2}$ và $(z - 1)^2$ thuần ảo?

- A. 1. B. 2. C. 3. D. 4.

Câu 17. Gọi z_1 và z_2 là hai nghiệm phức của phương trình $z^2 - 2z + 10 = 0$. Giá trị biểu thức $A = |z_1| + |z_2|$ là

- A. 10. B. $\sqrt{10}$. C. 20. D. $2\sqrt{10}$.

Câu 18. Cho phương trình $z^3 + 8 = 0$ có ba nghiệm z_1, z_2, z_3 trên tập số phức. Tính tổng $M = |z_1| + |z_2| + |z_3|$.

- A. $M = 6$. B. $M = 2 + 2\sqrt{5}$. C. $M = 2 + \sqrt{10}$. D. $M = 2 + 2\sqrt{2}$.

Câu 19. Giả sử z_1 và z_2 là các nghiệm của phương trình $z^2 + 4z + 13 = 0$. Giá trị biểu thức $A = |z_1|^2 + |z_2|^2$ là

- A. 26. B. 20. C. 18. D. 22.

Câu 20. Trong mặt phẳng tọa độ Oxy , tập hợp điểm biểu diễn các số phức z thỏa mãn $|z - (8 - 9i)| = 3$ là đường tròn có tọa độ tâm I và bán kính R lần lượt là

- A. $I(8; -9), R = 3$. B. $I(8; 9), R = 3$. C. $I(-8; 9), R = 3$. D. $I(-8; -9), R = 3$.

Câu 21. Trong mặt phẳng Oxy , tập hợp các điểm biểu diễn số phức z thỏa mãn $|z - 2| \leq 3$ là

- A. một hình vuông. B. một hình tròn. C. một hình elip. D. một đường tròn.

Câu 22. Xét các số phức z thỏa $|z - 1 + 2i| = 3$. Mô-đun lớn nhất của số phức z là

- A. $\sqrt{14 + 6\sqrt{5}}$. B. $\frac{\sqrt{15(14 - 6\sqrt{5})}}{5}$. C. $\sqrt{14 - 6\sqrt{5}}$. D. $\frac{\sqrt{15(14 + 6\sqrt{5})}}{5}$.

Câu 23. Với các số phức z thỏa mãn $|z - 3 - 4i| = 1$. Tìm giá trị lớn nhất của $|z|$.

- A. $\max |z| = 7$. B. $\max |z| = 6$. C. $\max |z| = 5$. D. $\max |z| = 4$.

Câu 24. Trong tập hợp số phức $\mathbb{C}$, tìm số phức z có mô-đun nhỏ nhất biết $|z - 2 - 4i| = |z - 2i|$.

- A. $z = 2 - 2i$. B. $z = 1 + i$. C. $z = 2 + 2i$. D. $z = 1 - i$.

Câu 25. Gọi S là tập hợp tất cả giá trị thực của tham số m để tồn tại duy nhất số phức z thỏa mãn $z\bar{z} = 1$ và $|z - \sqrt{3} + i| = m$. Tìm số phần tử của S .

- A. 1. B. 3. C. 2. D. 0.

Bài tập tự luyện

Câu 26. Cho số phức $z = a + bi$ với $a, b \in \mathbb{R}$ thỏa mãn $(1 + 2i)z - 4i = 7$. Khi đó $a - b$ là

- A. -1. B. 1. C. 3. D. 5.

Câu 27. Tìm mô-đun của số phức z biết $\bar{z}(1 + 3i) + 5i = 3$

- A. $|z| = \frac{\sqrt{85}}{5}$. B. $|z| = \frac{13}{5}$. C. $|z| = \frac{\sqrt{97}}{5}$. D. $|z| = \frac{7}{5}$.

Câu 28. Trong mặt phẳng tọa độ Oxy , gọi M là điểm biểu diễn số phức $z = 3 - 4i$, N là điểm biểu diễn cho số phức $z' = \frac{1+i}{2}z$. Tính diện tích của tam giác OMN .

- A. $S = \frac{25}{4}$. B. $S = \frac{25}{2}$. C. $S = \frac{15}{4}$. D. $S = \frac{15}{2}$.

Câu 29. Trong mặt phẳng phức, gọi A, B, C lần lượt là ba điểm biểu diễn của các số phức $z_1 = -3 + 4i$, $z_2 = 5 - 2i$, $z_3 = 1 + 3i$. Tìm số phức biểu diễn bởi điểm D , biết rằng $ABCD$ là hình bình hành.

- A. $-7 - i$. B. $1 - 9i$. C. $1 + 9i$. D. $-7 + 9i$.

Câu 30. Cho số phức $z = a + bi$ ($a, b \in \mathbb{R}$) thỏa mãn $z + 2\bar{z} = 6 + i$. Giá trị của biểu thức $a + 2b$ là

- A. 1. B. 0. C. -1. D. 3.

Câu 31. Cho số phức z thỏa mãn điều kiện $(3 + i)\bar{z} = 15 - 5i$. Khi đó phần thực và phần ảo của số phức lần lượt là

- A. 4 và 3. B. 4 và $3i$. C. 4 và $-3i$. D. 4 và -3.

Câu 32. Cho số phức z thỏa mãn $|z - 1 + 2i| = 4$. Tập hợp các điểm biểu diễn của z là

- A. một đường tròn. B. một đường thẳng. C. một hình tròn. D. một đoạn thẳng.

Câu 33. Tập hợp các điểm biểu diễn số phức z thỏa mãn điều kiện $|z - 3 + 4i| = |\bar{z} - i|$ là một đường thẳng có phương trình

- A. $x + 2y - 3 = 0$. B. $x - y - 4 = 0$. C. $3x - y - 4 = 0$. D. $2x + 3y - 2 = 0$.

Câu 34. Tìm tập hợp các điểm biểu diễn số phức z thỏa $|z - i| = |2 - 3i - z|$.

- A. Đường tròn có phương trình $x^2 + y^2 = 4$.
B. Đường thẳng có phương trình $x - 2y - 3 = 0$.
C. Đường thẳng có phương trình $x + 2y + 1 = 0$.
D. Elip có phương trình $x^2 + 4y^2 = 4$.

Câu 35. Trong mặt phẳng tọa độ Oxy , tìm tập hợp điểm biểu diễn các số phức z thỏa mãn điều kiện $|zi - (2 + i)| = 2$.

- A. Đường thẳng $x + 2y - 1 = 0$. B. Đường thẳng $3x + 4y - 2 = 0$.
C. Đường tròn $(x - 1)^2 + (y + 2)^2 = 4$. D. Đường tròn $(x + 1)^2 + (y - 2)^2 = 9$.

Câu 36. Cho số phức z thỏa mãn điều kiện $2z + \bar{z} = 3 + i$. Tính mô-đun số phức $\omega = |iz + 2i + 1|$.

- A. 3. B. 1. C. $\sqrt{2}$. D. $\sqrt{5}$.

Câu 37. Xét các số phức z thỏa mãn $|z - 1| = 2$ và $w = (1 + \sqrt{3}i)z + 2$. Tập hợp các điểm biểu diễn số phức w là đường tròn, tìm bán kính đường tròn đó.

- A. $R = 3$. B. $R = 2$. C. $R = 4$. D. $R = 5$.

Câu 38. Gọi z là số phức có mô-đun nhỏ nhất thỏa mãn $|z + 1 - 4i| = |\bar{z} + 5 - 2i|$. Tính tổng phần thực và phần ảo của số phức z đó.

- A. $\frac{15}{13}$. B. $\frac{3}{13}$. C. $-\frac{15}{13}$. D. $-\frac{3}{13}$.

Câu 39. Xét các số phức z thỏa mãn điều kiện $|z - 1 - 2i| = 4$. Gọi M, n lần lượt là giá trị lớn nhất và giá trị nhỏ nhất của $|z + 2 + i|$. Tính giá trị biểu thức $T = M^2 + n^2$.

- A. $T = 50$. B. $T = 64$. C. $T = 68$. D. $T = 16$.

Câu 40. Xét các số phức z thỏa mãn điều kiện $|z + 2 - i| + |z - 4 - 7i| = 6\sqrt{2}$. Gọi M, n lần lượt là giá trị lớn nhất và giá trị nhỏ nhất của $|z - 1 + i|$. Tính giá trị biểu thức $T = M + n$.

A. $T = \frac{5\sqrt{2} + \sqrt{73}}{2}$. **B.** $T = \sqrt{13} + \sqrt{73}$. **C.** $T = \frac{5\sqrt{2} + 2\sqrt{73}}{2}$. **D.** $T = 5\sqrt{2} + 2\sqrt{73}$.

—HẾT—

ĐÁP ÁN ĐỀ ÔN TẬP SỐ 01

1. C	2. D	3. A	4. C	5. A	6. B	7. C	8. C	9. B	10. B
11. B	12. A	13. D	14. A	15. A	16. C	17. D	18. A	19. A	20. A
21. B	22. A	23. B	24. C	25. C	26. D	27. A	28. A	29. D	30. B
31. A	32. A	33. B	34. B	35. C	36. A	37. C	38. C	39. C	40. C

ĐỀ ÔN TẬP SỐ 02

Câu 1. Gọi z_1, z_2 là hai nghiệm của phương trình $z^2 - 3z + 5 = 0$. Tính $z_1^2 + z_2^2$.

- A. 1. B. -19. C. -1. D. 19.

Câu 2. Tìm tập nghiệm S của phương trình $z^4 + 4 = 0$.

- A. $S = \{1 - i; -1 + i\}$. B. $S = \{1 + i; -1 - i\}$.
C. $S = \{-\sqrt{2}i; \sqrt{2}i\}$. D. $S = \{1 - i; -1 + i; 1 + i; -1 - i\}$.

Câu 3. Giả sử phương trình $z^4 + 5z^2 + 4 = 0$ có 4 nghiệm z_1, z_2, z_3, z_4 . Tính giá trị của biểu thức $A = |z_1| + |z_2| + |z_3| + |z_4|$.

- A. $A = 6$. B. $A = 5$. C. $A = 4$. D. $A = 0$.

Câu 4. Trên tập số phức, cho phương trình $az^3 + az^2 + bz - 5 = 0$. Biết $z_1 = -1 + 2i$ là một nghiệm của phương trình, tìm các nghiệm còn lại.

- A. $z_2 = -1$ và $z_3 = -1 - 2i$. B. $z_2 = 2$ và $z_3 = -1 - 2i$.
C. $z_2 = 1$ và $z_3 = -1 - 2i$. D. $z_2 = 2$ và $z_3 = 1 + 2i$.

Câu 5. Tìm số phức nghịch đảo của số phức $3 + 4i$.

- A. $\frac{3}{25} + \frac{4}{25}i$. B. $\frac{3}{5} + \frac{4}{5}i$. C. $\frac{3}{5} - \frac{4}{5}i$. D. $\frac{3}{25} - \frac{4}{25}i$.

Câu 6. Tổng phần thực và phần ảo của số phức $z = (1 + 2i)(3 - i)$ là

- A. 6. B. 10. C. 5. D. 0.

Câu 7. Cho số phức $z = 1 - \sqrt{2}i$. Tìm số phức liên hợp của số phức $\omega = \frac{1}{\bar{z}}$.

- A. $\bar{\omega} = \frac{1}{3} + \frac{\sqrt{2}}{3}i$. B. $\bar{\omega} = \frac{1}{3} - \frac{\sqrt{2}}{3}i$. C. $\bar{\omega} = -\sqrt{2}$. D. $\bar{\omega} = 1 + \frac{\sqrt{2}}{3}i$.

Câu 8. Cho số phức z thỏa mãn $\bar{z}(1 + 2i) = 7 + 4i$. Tính $|2z + 1|$.

- A. $\sqrt{65}$. B. $\sqrt{61}$. C. 8. D. 5.

Câu 9. Tìm mô đun số phức z thỏa mãn $(1 - 2i)z + (1 - i)^3 = 1 + 4i$.

- A. $|z| = \frac{\sqrt{65}}{5}$. B. $|z| = \sqrt{\frac{37}{5}}$. C. $|z| = 3$. D. $|z| = \frac{\sqrt{1}}{3}$.

Câu 10. Tìm phần ảo của số phức $z = \left(\frac{1+i}{1-i}\right)^{2017}$.

- A. 1. B. -1. C. i . D. $-i$.

Câu 11. Điểm biểu diễn số phức $z = \frac{(1 - 2i)(3 - i)^2}{1 - i}$ có tọa độ là

- A. (9; -13). B. (3; 13). C. (13; 9). D. (13; -9).

Câu 12. Trong mặt phẳng tọa độ Oxy , gọi M là điểm biểu diễn số phức $z = 3 - 4i$, N là điểm biểu diễn cho số phức $z' = \frac{1+i}{2}z$. Tính diện tích của tam giác OMN .

- A. $S = \frac{25}{4}$. B. $S = \frac{25}{2}$. C. $S = \frac{15}{4}$. D. $S = \frac{15}{2}$.

Câu 13. Trong mặt phẳng phức cho tam giác ABC vuông tại C . Biết rằng A, B lần lượt là điểm biểu diễn các số phức $z_1 = -2 - 4i, z_2 = 2 - 2i$. Khi đó điểm C biểu diễn số phức

- A. $2 - 4i$. B. $-2 + 2i$. C. $2 + 2i$. D. $2 - 3i$.

Câu 14. Cho số phức z thỏa mãn $z - (1 - 9i) = (2 + 3i)\bar{z}$. Tìm phần thực của số phức z .

- A. 2. B. 1. C. -1. D. -2.

Câu 15. Cho số phức $z = a + bi$, ($a, b \in \mathbb{R}$). Số phức z^{-1} có phần ảo là

- A. $a + b$. B. $a - b$. C. $\frac{a}{a^2 + b^2}$. D. $\frac{-b}{a^2 + b^2}$.

Câu 16. Cho số phức z thỏa mãn $z - (2 + 3i)\bar{z} = 1 - 9i$. Tính tích phần thực và phần ảo của số phức z .

- A. -1 . B. 2 . C. -2 . D. 1 .

Câu 17. Gọi m là giá trị thực dương để số phức $(m + i)^2$ có phần thực bằng 3. Khẳng định nào sau đây là đúng?

- A. $m < 1$. B. $m > 5$. C. $m > 2$. D. $m < 3$.

Câu 18. Cho số phức z thỏa mãn $(2 - z)(i + \bar{z})$ là số thuần ảo. Biết tập hợp các điểm biểu diễn z là một đường tròn. Tìm phương trình đường tròn đó.

- A. $(x - 1)^2 + \left(y - \frac{1}{2}\right)^2 = \frac{5}{4}$. B. $(x + 1)^2 + \left(y + \frac{1}{2}\right)^2 = \frac{5}{4}$.
C. $(x + 1)^2 + (y - 1)^2 = 4$. D. $(x - 1)^2 + (y + 1)^2 = 4$.

Câu 19. Tìm tập hợp các điểm M biểu diễn số phức z thỏa mãn $|z - 2i| = |\bar{z} + 2|$.

- A. Đường tròn tâm $I(2; -2)$, bán kính 4. B. Đường thẳng có phương trình $x + y = 0$.
C. Đường thẳng có phương trình $x - y = 0$. D. Đường thẳng có phương trình $x + y - 4 = 0$.

Câu 20. Có bao nhiêu số phức z thỏa mãn điều kiện $\begin{cases} |iz - i + 1| = 2 \\ |z - 1| = |z + 2i| \end{cases}$?

- A. Có một số. B. Có hai số.
C. Có vô số số. D. Không có số phức nào thỏa mãn điều kiện.

Câu 21. Tìm tập hợp T gồm tất cả các số phức z thỏa mãn đồng thời hai điều kiện $|z| = \sqrt{2}$ và z^2 là số thuần ảo.

- A. $T = \{-1 - i; 1 - i; -1 + i; 1 + i\}$. B. $T = \{1 - i; 1 + i\}$.
C. $T = \{-1 + i\}$. D. $T = \{-1 - i\}$.

Câu 22. Cho số phức z thỏa mãn $|z - 1| = |z - i|$. Tìm mô-đun nhỏ nhất của số phức $w = 2z + 2 - i$.

- A. $3\sqrt{2}$. B. $\frac{3}{2\sqrt{2}}$. C. $\frac{3\sqrt{2}}{2}$. D. $\frac{3}{2}$.

Câu 23. Cho số phức z thay đổi thỏa mãn điều kiện $|z - 2 - 3i| = 3$. Gọi m, M lần lượt là giá trị nhỏ nhất và giá trị lớn nhất của biểu thức $|z + 3 + 2i|$. Tính $S = M^2 + m^2$.

- A. $S = 36$. B. $S = 18$. C. $S = 5$. D. $S = 118$.

Câu 24. Cho số phức z thay đổi, thỏa mãn điều kiện $|z + 3 - 4i| \leq |3 - 4i|$. Gọi m, M lần lượt là giá trị nhỏ nhất và giá trị lớn nhất của biểu thức $F = |z + 1 - 2i|^2 - |\bar{z} - 2 + i|^2$. Hãy tính $P = 2M + m$.

- A. $P = -78 + 10\sqrt{10}$. B. $P = -52$. C. $P = -78 - 10\sqrt{10}$. D. $P = 78 + 10\sqrt{10}$.

Câu 25. Số phức z thỏa mãn $|z^2 + 4| = 2|z|$. Ký hiệu $M = \max|z|$, $m = \min|z|$. Tìm mô-đun của số phức $w = M + mi$.

- A. $|w| = 2\sqrt{3}$. B. $|w| = \sqrt{3}$. C. $|w| = 2\sqrt{5}$. D. $|w| = \sqrt{5}$.

BÀI TẬP TƯƠNG TỰ

Câu 26. Gọi z_1, z_2 là hai nghiệm phức của phương trình $z^2 - 2z + 17 = 0$. M, N lần lượt là điểm biểu diễn z_1, z_2 . Độ dài đoạn MN bằng

- A. 4. B. $\sqrt{2}$. C. 8. D. 2.

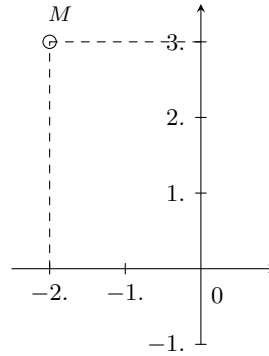
Câu 27. Cho z_1 là nghiệm phức có phần ảo âm của phương trình $z^2 - 8z + 20 = 0$, gọi M_1 là điểm biểu diễn số phức z_1 trên mặt phẳng tọa độ. Tìm M_1 .

- A. $M_1(-4; -2)$. B. $M_1(8; -4)$. C. $M_1(-8; -4)$. D. $M_1(4; -2)$.

Câu 28. Gọi z_1 và z_2 là hai nghiệm phức của phương trình $z^2 + 2z + 10 = 0$. Tính giá trị của biểu thức $A = |z_1|^2 + |z_2|^2$.

- A. $4\sqrt{10}$. B. $2\sqrt{10}$. C. $3\sqrt{10}$. D. $\sqrt{10}$.

Câu 29. Điểm M trong hình vẽ bên là điểm biểu diễn của số phức z trong mặt phẳng phức Oxy . Tìm phần thực và phần ảo của số phức z .



- A. Phần thực là -2 và phần ảo là $3i$.
 B. Phần thực là 3 và phần ảo là $-2i$.
 C. Phần thực là -2 và phần ảo là 3 .
 D. Phần thực là 3 và phần ảo là -2 .

Câu 30. Cho số phức $z = 2 - i$. Trên mặt phẳng tọa độ Oxy , tìm điểm biểu diễn của số phức $w = iz$.

- A. $(-1; 2)$. B. $(2; -1)$. C. $(2; 1)$. D. $(1; 2)$.

Câu 31. Gọi A, B là hai điểm biểu diễn nghiệm số phức của phương trình $z^2 + 2z + 10 = 0$. Tính độ dài đoạn thẳng AB .

- A. 6. B. 2. C. 12. D. 4.

Câu 32. Gọi z_1, z_2 là hai nghiệm phức của phương trình $z^2 - z + 1 = 0$. Tính giá trị của biểu thức $P = |z_1| + |z_2|$.

- A. $P = 1$. B. $P = 4$. C. $P = 2$. D. $P = 3$.

Câu 33. Cho các số thực a, b và số phức w , biết $w - 2$ và $3i + 2w$ là các nghiệm của phương trình $z^2 + az + b = 0$. Khi đó, mô-đun của w bằng

- A. $\sqrt{3}$. B. $\sqrt{5}$. C. 5. D. 3.

Câu 34. Số phức z thỏa mãn $z + 2\bar{z} = 6 - 3i$ có phần ảo bằng

- A. -3 . B. 3. C. $3i$. D. $2i$.

Câu 35. Số phức liên hợp của số phức $z = (1 + i)^{15}$ là

- A. $\bar{z} = 128 + 128i$. B. $\bar{z} = 128 - 128i$. C. $\bar{z} = -1$. D. $\bar{z} = -128 - 128i$.

Câu 36. Cho số phức z thỏa mãn $z = 1 + i$ và $z^2 + bz + c = 0$, trong đó b, c là hai số thực. Tìm giá trị của b và c .

- A. $b = c = 0$. B. $b = 2, c = -2$. C. $b = 2, c = 2$. D. $b = -2, c = 2$.

Câu 37. Cho số phức z có $|z| = 5$. Biết rằng tập hợp các điểm biểu diễn số phức $w = (2 + 3i)z - 5$ trong mặt phẳng tọa độ là một đường tròn. Xác định tọa độ tâm của đường tròn đó.

- A. $I(5; 0)$. B. $I(3; 1)$. C. $I(0; 0)$. D. $I(-5; 0)$.

Câu 38. Cho số phức z thỏa mãn $(2 - z)(i + \bar{z})$ là số thuần ảo. Biết tập hợp các điểm biểu diễn z là một đường tròn. Tìm phương trình đường tròn đó.

- A. $(x - 1)^2 + \left(y - \frac{1}{2}\right)^2 = \frac{5}{4}$. B. $(x + 1)^2 + \left(y + \frac{1}{2}\right)^2 = \frac{5}{4}$.
 C. $(x + 1)^2 + (y - 1)^2 = 4$. D. $(x - 1)^2 + (y + 1)^2 = 4$.

Câu 39. Xác định số phức z thỏa mãn $|z - 2 - 2i| = \sqrt{2}$ mà $|z|$ đạt giá trị lớn nhất.

- A. $z = 1 + i$. B. $z = 3 + i$. C. $z = 3 + 3i$. D. $z = 1 + 3i$.

Câu 40. Cho số phức z thỏa mãn $|z - 1 - 2i| = 1$. Tìm giá trị nhỏ nhất của $|z|$.

A. $\sqrt{2}$.

B. 1.

C. 2.

D. $\sqrt{5} - 1$.

—HẾT—

BẢNG ĐÁP ÁN ĐỀ ÔN TẬP SỐ 02

1. C	2. D	3. A	4. C	5. D	6. B	7. A	8. A	9. C	10. A
11. A	12. A	13. A	14. A	15. D	16. C	17. D	18. A	19. B	20. D
21. A	22. C	23. D	24. A	25. A	26. C	27. D	28. B	29. C	30. D
31. A	32. C	33. B	34. B	35. A	36. D	37. D	38. A	39. C	40. D