

Câu 1: Hàm số nào dưới đây có bảng biến thiên như hình vẽ

x	$-\infty$	2	$+\infty$
y'		$-$	$-$
y	1	$+\infty$	1

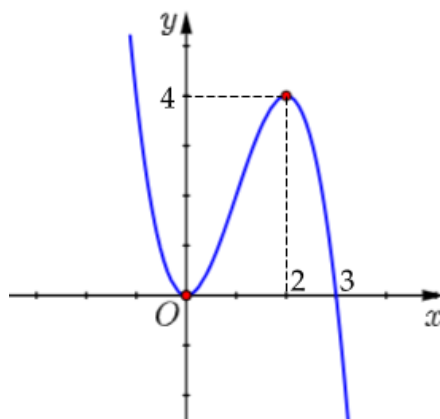
A. $y = \frac{x-1}{x-2}$.

B. $y = -x^4 + 2x^2 - 1$.

C. $y = x^3 - 3x^2 + 2$.

D. $y = \frac{x-3}{x-2}$.

Câu 2: Cho hàm số bậc ba $y = f(x)$ có đồ thị là đường cong như hình vẽ.



Hàm số đã cho nghịch biến trên khoảng nào dưới đây?

A. $(-1; 3)$.

B. $(2; +\infty)$.

C. $(0; +\infty)$.

D. $(-\infty; 1)$.

Câu 3: Tập nghiệm của bất phương trình $\ln x \leq 1$ là

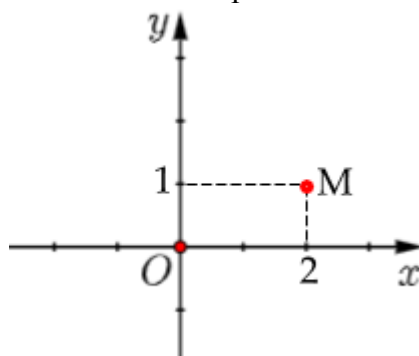
A. $(e; +\infty)$.

B. $(0; e)$.

C. $(0; e]$.

D. $(-\infty; e)$.

Câu 4: Điểm M trong hình vẽ là điểm biểu diễn của số phức z .



Mô đun của số phức z bằng

A. $\sqrt{5}$.

B. $\sqrt{3}$.

C. 5.

D. 3.

Câu 5: Cho a, b là các số thực dương thỏa mãn $\log_4 a - 5\log_4 b = 2$. Khẳng định nào dưới đây đúng?

- A. $a = 4b + 5$. B. $a = 16b^5$. C. $a = \frac{16}{b^5}$. D. $a = 4b - 5$.

Câu 6: Trong không gian $Oxyz$ cho mặt cầu $(S): x^2 + y^2 + z^2 - 10x + 4y - 6z + 22 = 0$. Bán kính của (S) bằng

- A. $2\sqrt{15}$. B. 4. C. 16. D. $\sqrt{130}$.

Câu 7: Tập xác định của hàm số $y = (x^2 - 7x + 12)^{-2024}$ là

- A. $\mathbb{R}$. B. $(3; 4)$. C. $\mathbb{R} \setminus \{3; 4\}$. D. $(-\infty; 3) \cup (4; +\infty)$.

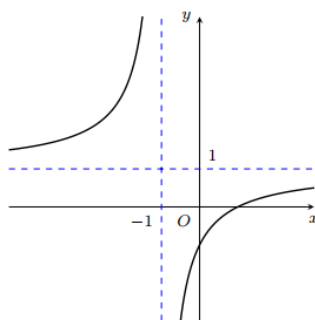
Câu 8: Hàm số $y = \log_5(5x + 1)$ có đạo hàm là

- A. $y' = \frac{1}{5x+1}$. B. $y' = \frac{5}{(5x+1)\ln 5}$. C. $y' = \frac{5}{5x+1}$. D. $y' = \frac{1}{(5x+1)\ln 5}$.

Câu 9: Cho hàm số $f(x) = \cos 3x$. Khẳng định nào dưới đây đúng?

- A. $\int f(x) dx = \sin 3x + C$. B. $\int f(x) dx = -\frac{\sin 3x}{3} + C$.
C. $\int f(x) dx = \frac{\sin 3x}{3} + C$. D. $\int f(x) dx = -3 \sin 3x + C$.

Câu 10: Cho hàm số $y = \frac{ax + b}{cx + d}$ ($a, b, c, d \in \mathbb{R}$) có đồ thị là đường cong trong hình vẽ.



Tiệm cận đứng của đồ thị hàm số đã cho có phương trình là

- A. $x = -1$. B. $y = 0$. C. $y = 1$. D. $x = 0$.

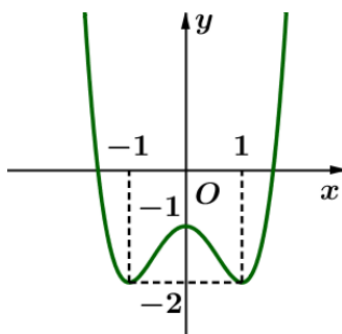
Câu 11: Cho khối chóp có diện tích đáy bằng $9a^2$ và chiều cao bằng $4a$. Thể tích của khối chóp đã cho bằng

- A. $9a^3$. B. $18a^3$. C. $36a^3$. D. $12a^3$.

Câu 12: Trong không gian $Oxyz$, cho mặt phẳng $(P): 3x - y + 8z - 10 = 0$. Vectơ nào dưới đây là một vectơ pháp tuyến của (P) ?

- A. $\vec{n}_1 = (-1; 8; 10)$. B. $\vec{n}_2 = (3; -1; 8)$. C. $\vec{n}_3 = (3; 1; 8)$. D. $\vec{n}_4 = (3; -1; 10)$.

Câu 13: Cho hàm số $y = f(x)$ có đồ thị như hình vẽ.



Giá trị cực đại của hàm số đã cho bằng

- A. -1. B. 1. C. -2. D. 0.

Câu 14: Trong không gian $Oxyz$, cho hai điểm $A(2; -3; 8)$ và $B(4; 1; 2)$. Tọa độ trung điểm của đoạn thẳng AB là

- A. $(-3; 1; -5)$. B. $(2; 4; -6)$. C. $(3; -1; 5)$. D. $(1; 2; -3)$.

Câu 15: Trong không gian $Oxyz$, cho đường thẳng $d: \begin{cases} x = 1 + 3t \\ y = -2 - t \\ z = 6 - 8t \end{cases}$. Vectơ nào dưới đây là một vectơ chỉ phương của d ?

- A. $\vec{u}_1 = (1; 2; 6)$. B. $\vec{u}_2 = (3; -1; -8)$. C. $\vec{u}_3 = (1; -2; 6)$. D. $\vec{u}_4 = (3; 1; 8)$.

Câu 16: Tập nghiệm của phương trình $4^{x^2-36} = 1$ là

- A. $\{-6\}$. B. $\{6\}$. C. $\{36\}$. D. $\{\pm 6\}$.

Câu 17: Biết hàm số $y = f(x)$ có một nguyên hàm là hàm số $F(x) = e^{2x} + 2024$. Khẳng định nào dưới đây đúng?

- A. $\int \frac{f(x)+1}{e^x} dx = \frac{1}{2}e^x - e^{-x} + C$. B. $\int \frac{f(x)+1}{e^x} dx = e^x + e^{-x} + C$.
C. $\int \frac{f(x)+1}{e^x} dx = 2e^x - e^{-x} + C$. D. $\int \frac{f(x)+1}{e^x} dx = e^x - e^{-x} + C$.

Câu 18: Cho hình nón có thiết diện qua trục là một tam giác vuông cân có cạnh huyền bằng $4a\sqrt{2}$. Thể tích của hình nón đã cho bằng

- A. $16\pi a^3 \sqrt{2}$. B. $\frac{16\pi a^3 \sqrt{2}}{3}$. C. $\frac{8\pi a^3 \sqrt{2}}{3}$. D. $8\pi a^3 \sqrt{2}$.

Câu 19: Cho hai số phức $z_1 = -2 + 5i$ và $z_2 = 3 + 4i$. Số phức $z_1 + z_2$ bằng

- A. $-1 - i$. B. $-1 - 9i$. C. $5 - 9i$. D. $1 + 9i$.

Câu 20: Cho hình trụ có bán kính đáy bằng $a\sqrt{3}$, diện tích xung quanh bằng $12\pi a^2$. Đường sinh của hình trụ đã cho bằng

- A. $4a\sqrt{3}$. B. $4a$. C. $2a\sqrt{3}$. D. $2a$.

Câu 21: Cho số phức $z = 4 + 3i$. Phần ảo của số phức $\bar{z}$ bằng

- A. 3. B. -3. C. -4. D. 4.

Câu 22: Cho cấp số nhân (u_n) với $u_3 = 7$ và $u_4 = 10$. Công bội của cấp số nhân đã cho bằng

A. $\frac{10}{7}$.

B. 3.

C. -3.

D. $\frac{7}{10}$.

Câu 23: Cho hàm số $f(x)$ liên tục trên đoạn $[0;1]$ và $\int_0^1 f(x) dx = 3$. Tích phân $\int_0^1 [2f(x) + 4x^3] dx$ bằng

A. 7.

B. 10.

C. 14.

D. 5.

Câu 24: Có bao nhiêu cách chọn 3 học sinh từ một nhóm gồm 15 học sinh?

A. 3^{15} .

B. A_{15}^3 .

C. 15^3 .

D. C_{15}^3 .

Câu 25: Cho hàm số $y = f(x)$ có đạo hàm $f'(x) = x(x-1)^2(x-5)^3$, với mọi $x \in \mathbb{R}$. Hàm số đã cho nghịch biến trên khoảng nào dưới đây?

A. $(-2;1)$.

B. $(5;+\infty)$.

C. $(-\infty;0)$.

D. $(2;4)$.

Câu 26: Cho hàm số $y = f(x)$ có bảng biến thiên như hình vẽ

x	$-\infty$	-1	0	1	$+\infty$			
y'		-	0	+	0	-	0	+
y	$+\infty$		0	5	0		0	$+\infty$

Số nghiệm thực của phương trình $2f(x) - 3 = 0$ là

A. 4.

B. 2.

C. 1.

D. 3.

Câu 27: Cho lăng trụ tứ giác đều $ABCD.A'B'C'D'$ có cạnh đáy bằng a và thể tích bằng $a^3\sqrt{3}$. Góc giữa $A'B$ và mặt phẳng $(ABCD)$ bằng

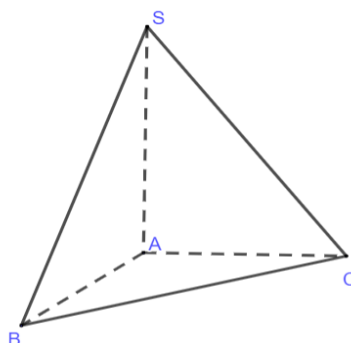
A. 30° .

B. 90° .

C. 60° .

D. 45° .

Câu 28: Cho hình chóp $S.ABC$ có đáy là tam giác vuông cân với $AB = AC = 2a$. Cạnh bên SA vuông góc với mặt đáy và $SA = a\sqrt{3}$ (tham khảo hình vẽ).



Khoảng cách từ điểm A đến mặt phẳng (SBC) bằng

A. $\frac{2a\sqrt{66}}{11}$.

B. $\frac{a\sqrt{6}}{5}$.

C. $\frac{2a\sqrt{21}}{7}$.

D. $\frac{a\sqrt{30}}{5}$.

Câu 29: Cho khối lập phương có đường chéo bằng $6a$. Thể tích khối lập phương đã cho bằng

A. $24a^3$.

B. $8\sqrt{3}a^3$.

C. $24\sqrt{3}a^3$.

D. $8a^3$.

Câu 30: Cho hàm số $f(x)$ có đạo hàm $f'(x) = x(x-2)^2(4-x)^3$ với mọi $x \in \mathbb{R}$. Hàm số đã cho đạt cực tiểu tại điểm

- A. $x = 0$. B. $x = 4$. C. $x = 3$. D. $x = 2$.

Câu 31: Nếu $\int_1^3 f(x)dx = 5$ thì $\int_3^1 4f(x)dx$ bằng

- A. 20. B. $-\frac{5}{4}$. C. -20. D. $\frac{5}{4}$.

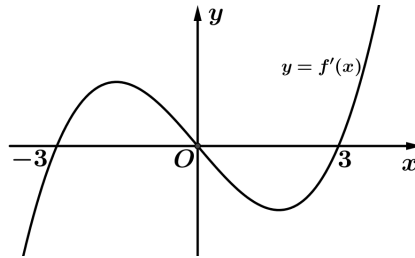
Câu 32: Cho số phức z có số phức liên hợp $\bar{z} = 1 + 5i$. Phần thực của số phức $(1 - 3i)z$ bằng

- A. 16. B. -8. C. -14. D. 2.

Câu 33: Trên đoạn $[2; 8]$, hàm số $y = x + \frac{9}{x}$ đạt giá trị nhỏ nhất tại điểm

- A. $x = 2$. B. $x = 6$. C. $x = 8$. D. $x = 3$.

Câu 34: Cho hàm số $y = f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$ và hàm số $f'(x)$ có đồ thị như hình vẽ.



Có bao nhiêu giá trị nguyên của tham số $m \in [-100; 100]$ để hàm số $g(x) = f(|x^2 - 4x + 3| + 3m) + 2024$ đồng biến trên khoảng $(3; +\infty)$.

- A. 97. B. 100. C. 101. D. 99.

Câu 35: Cho $\log_5 a = 4$ và $\log_3 b = \frac{1}{2}$. Giá trị của biểu thức $P = 4\log_5 [\log_5 (5a)] + \log_{\frac{1}{9}} b^2$ bằng

- A. $\frac{7}{2}$. B. $\frac{9}{2}$. C. $\frac{7}{4}$. D. $\frac{9}{4}$.

Câu 36: Có bao nhiêu số nguyên x thỏa mãn $\log_5 [3(x^2 - 9)] + \log_2 3 > \log_3 (x^2 - 9)$?

- A. 94. B. 96. C. 97. D. 95.

Câu 37: Cho hàm số $f(x) = \begin{cases} x^2 + 1 & \text{khi } x \geq 2 \\ 2x + 1 & \text{khi } x < 2 \end{cases}$. Tích phân $\int_0^{\frac{\pi}{2}} f(2\sin x + 1) \cos x dx$ bằng

- A. 12. B. $\frac{17}{3}$. C. 9. D. $\frac{34}{3}$.

Câu 38: Có hai dãy ghế đối diện nhau, mỗi dãy có bốn ghế. Xếp ngẫu nhiên 8 học sinh gồm 4 nam và 4 nữ vào hai dãy ghế đó sao cho mỗi ghế có đúng một học sinh ngồi. Xác suất để mỗi học sinh nam đều ngồi đối diện với một học sinh nữ bằng

- A. $\frac{7}{35}$. B. $\frac{1}{70}$. C. $\frac{27}{35}$. D. $\frac{8}{35}$.

Câu 39: Cho hai số phức z_1, z_2 thỏa mãn $|z_1| = 1, |z_2| = 2$ và A, B lần lượt là hai điểm biểu diễn của hai số phức z_1, iz_2 . Biết $\angle AOB = 60^\circ$. Giá trị của $|16z_1^2 + 9z_2^2|$ bằng

- A. $4\sqrt{133}$. B. $\sqrt{540}$. C. 76. D. $2\sqrt{714}$.

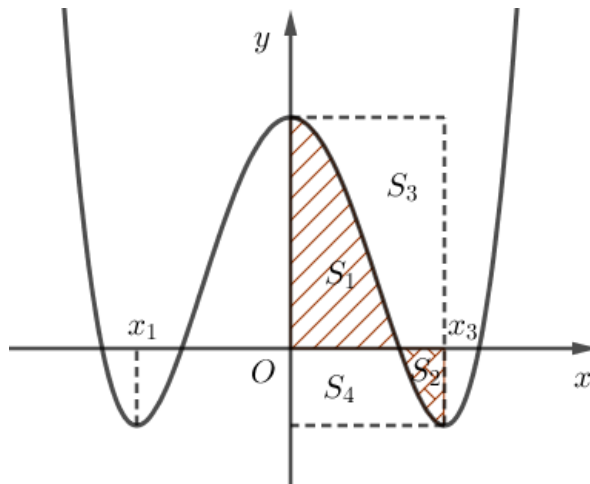
Câu 40: Cho cặp số trong không gian $Oxyz$, cho hai điểm $A(-2; 1; 0), B(4; -3; 6)$. Mặt cầu đường kính AB có phương trình là

- A. $(x-1)^2 + (y+1)^2 + (z-3)^2 = \sqrt{22}$. B. $(x-1)^2 + (y+1)^2 + (z-3)^2 = 22$.
C. $(x+1)^2 + (y-1)^2 + (z+3)^2 = \sqrt{22}$. D. $(x+1)^2 + (y-1)^2 + (z+3)^2 = 22$.

Câu 41: Trong không gian $Oxyz$, cho ba điểm $A(5; 1; 3), B(2; -3; 5), C(2; -1; 4)$ và mặt phẳng $(P): 2x - 3y + 5z + 1 = 0$. Đường thẳng đi qua trọng tâm của tam giác ABC và vuông góc với mặt phẳng (P) có phương trình là

- A. $\begin{cases} x = -4 + 2t \\ y = -4 - 3t \\ z = 2 + 5t \end{cases}$. B. $\begin{cases} x = 3 + 2t \\ y = -1 + 3t \\ z = 4 + 5t \end{cases}$. C. $\begin{cases} x = 3 + 2t \\ y = 1 - 3t \\ z = 4 + 5t \end{cases}$. D. $\begin{cases} x = 3 + 2t \\ y = -1 - 3t \\ z = 4 + 5t \end{cases}$.

Câu 42: Cho hàm số $f(x) = ax^4 + bx^2 + c$ có đồ thị như hình vẽ. Biết rằng $f(x)$ đạt cực trị tại các điểm $x_1; x_2; x_3$ thỏa mãn $x_3 = x_1 + 4$ và $f(x_1) + f(x_3) + \frac{2}{15}f(x_2) = 0$. Gọi S_1, S_2, S_3, S_4 là diện tích các hình phẳng trong hình vẽ bên. Tỉ số $\frac{S_1 + S_2}{S_3 + S_4}$ gần nhất với kết quả nào dưới đây?



- A. 0,70. B. 0,80. C. 0,93. D. 0,85.

Câu 43: Trong không gian $Oxyz$, cho mặt cầu $(S): (x+1)^2 + (y-9)^2 + z^2 = 18$ và hai điểm $A(8; 0; 0), B(4; 4; 0)$. Điểm $M(a; b; c)$ thuộc (S) sao cho $MA + 3MB$ đạt giá trị nhỏ nhất. Độ dài đoạn OM bằng

- A. $3\sqrt{5}$. B. $3\sqrt{10}$. C. $2\sqrt{5}$. D. $2\sqrt{10}$.

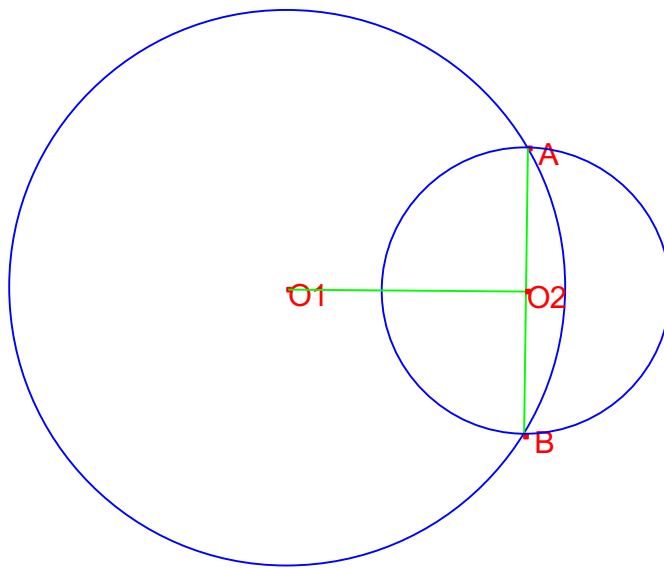
Câu 44: Trong không gian $Oxyz$, cho mặt cầu $(S): (x-1)^2 + (y-1)^2 + (z-1)^2 = 1$ và điểm $M(2; 2; 2)$, từ M kẻ các tiếp tuyến MA, MB, MC với mặt cầu (S) . Tâm của đường tròn ngoại tiếp tam giác ABC là điểm $I(a; b; c)$. Giá trị của $a + 2b + 3c$ bằng

- A. 8. B. 10. C. 6. D. 4.

Câu 45: Cho khối cầu tâm O bán kính R . Hai mặt phẳng $(P), (Q)$ song song với nhau và cùng cắt khối cầu đã cho theo hai hình tròn cùng bán kính. Xét hình nón có đỉnh là tâm của một trong hai hình tròn và có đáy là hình tròn còn lại. Biết khoảng cách giữa hai mặt phẳng $(P), (Q)$ bằng $\frac{2R\sqrt{5}}{5}$. Diện tích xung quanh của hình nón đó bằng

- A. $\frac{8\pi R^2\sqrt{2}}{5}$. B. $\frac{16\pi R^2\sqrt{2}}{15}$. C. $\frac{8\pi R^2\sqrt{2}}{15}$. D. $\frac{4\pi R^2\sqrt{2}}{5}$.

Câu 46: Cho hai đường tròn $(O_1; 13)$ và $(O_2; 5)$ cắt nhau tại hai điểm A, B sao cho AB là một đường kính của đường tròn (O_2) . Gọi H là hình phẳng giới hạn bởi hai đường tròn (ở ngoài đường tròn lớn, phần tô đậm như hình vẽ). Quay hình H quanh trục O_1O_2 ta được một khối tròn xoay. Thể tích của khối tròn xoay được tạo thành bằng



- A. $\frac{214\pi}{3}$. B. $\frac{238\pi}{3}$. C. $\frac{212\pi}{3}$. D. $\frac{283\pi}{3}$.

Câu 47: Cho hai số phức z và w thỏa mãn $(4+3i)|z| = \frac{z}{iw-1+5i} + 1-i$. Giá trị lớn nhất của $|w|$ bằng

- A. $5+\sqrt{26}$. B. $\frac{\sqrt{2}}{7}+\sqrt{26}$. C. $\frac{\sqrt{102}}{2}$. D. $\frac{2}{\sqrt{102}}+\sqrt{10}$

Câu 48: Cho hàm số $y=f(x)$ có đạo hàm $f'(x)=x^3+3x, \forall x \in \mathbb{R}$. Gọi S là tập hợp các giá trị nguyên của tham số m sao cho ứng với mỗi m , hàm số $g(x)=f(x^4+2x^3-mx^2)-2023m^2+2024m^3$ có đúng hai điểm cực trị thuộc khoảng $(-1;4)$. Tổng các phần tử của S bằng

- A. 670. B. 667. C. 713. D. 669

Câu 49: Xét các số thực không âm x, y thỏa mãn $x+y+x.5^{2x+y-1} \geq 1$. Khi biểu thức $P=x^2+5y^2+\frac{1}{2}x-\frac{9}{2}y+\frac{9}{8}$ đạt giá trị nhỏ nhất, giá trị của $x+2y$ bằng

- A. $-\frac{5}{4}$. B. $\frac{5}{4}$. C. $-\frac{3}{4}$. D. $\frac{3}{4}$.

Câu 50: Cho hình lăng trụ $ABC.A'B'C'$ có đáy là tam giác đều cạnh bằng $a\sqrt{2}$, hình chiếu của điểm A' lên mặt phẳng (ABC) trùng với trọng tâm G của tam giác ABC . Biết mặt phẳng $(A'BC)$ vuông góc với mặt phẳng $(AB'C')$. Thể tích của khối lăng trụ đã cho bằng

- A. $\frac{a^3\sqrt{10}}{8}$ B. $\frac{a^3\sqrt{10}}{4}$ C. $\frac{a^3\sqrt{10}}{24}$ D. $\frac{a^3\sqrt{10}}{12}$.

BẢNG ĐÁP ÁN

1	2	3	4	5	6	7	8	9	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	2	2	2	2	2	2
A	B	C	A	B	B	C	B	C	A	D	B	A	C	B	D	C	B	D	C	B	A	A	D	D
2	2	2	2	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	5
6	7	8	9	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	0
A	C	D	C	A	C	C	D	B	A	A	B	D	A	B	D	C	D	A	D	C	B	D	B	B

Câu 1: Hàm số nào dưới đây có bảng biến thiên như hình vẽ

x	$-\infty$		2		$+\infty$
y'		-		-	
y	1		$+\infty$		1

- A. $y = \frac{x-1}{x-2}$ B. $y = -x^4 + 2x^2 - 1$ C. $y = x^3 - 3x^2 + 2$ D. $y = \frac{x-3}{x-2}$.

Lời giải

Chọn A

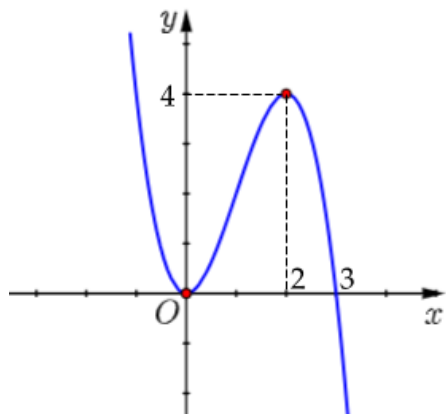
Dựa vào bảng biến thiên ta loại các đáp án B, C.

Xét A. $y' = \frac{-1}{(x-2)^2} < 0, \forall x \neq 2$.

Xét D. $y' = \frac{1}{(x-2)^2} > 0, \forall x \neq 2$.

Từ đó ta chọn A và loại D.

Câu 2: Cho hàm số bậc ba $y = f(x)$ có đồ thị là đường cong như hình vẽ.



Hàm số đã cho nghịch biến trên khoảng nào dưới đây?

A. $(-1; 3)$.

B. $(2; +\infty)$.

C. $(0; +\infty)$.

D. $(-\infty; 1)$.

Lời giải

Chọn B

Câu 3: Tập nghiệm của bất phương trình $\ln x \leq 1$ là

A. $(e; +\infty)$.

B. $(0; e)$.

C. $(0; e]$.

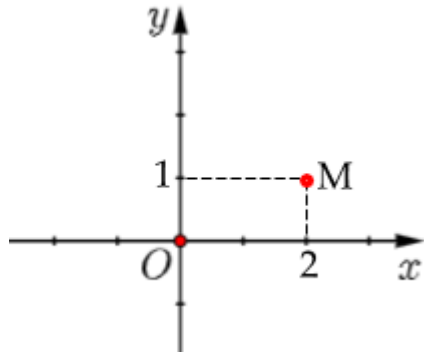
D. $(-\infty; e)$.

Lời giải

Chọn C

Ta có $\ln x \leq 1 \Leftrightarrow \ln x \leq \ln e \Leftrightarrow 0 < x \leq e$.

Câu 4: Điểm M trong hình vẽ là điểm biểu diễn của số phức z .



Mô đun của số phức z bằng

A. $\sqrt{5}$.

B. $\sqrt{3}$.

C. 5.

D. 3.

Lời giải

Chọn A

Ta có $\overrightarrow{OM} = (2; 1) \Rightarrow |z| = OM = \sqrt{2^2 + 1^2} = \sqrt{5}$.

Câu 5: Cho a, b là các số thực dương thỏa mãn $\log_4 a - 5 \log_4 b = 2$. Khẳng định nào dưới đây đúng?

A. $a = 4b + 5$.

B. $a = 16b^5$.

C. $a = \frac{16}{b^5}$.

D. $a = 4b - 5$.

Lời giải

Chọn B

Ta có $\log_4 a - 5 \log_4 b = 2 \Leftrightarrow \log_4 a - \log_4 b^5 = 2 \Leftrightarrow \log_4 \left(\frac{a}{b^5} \right) = 2 \Leftrightarrow \frac{a}{b^5} = 16 \Leftrightarrow a = 16b^5$.

Câu 6: Trong không gian $Oxyz$ cho mặt cầu $(S): x^2 + y^2 + z^2 - 10x + 4y - 6z + 22 = 0$. Bán kính của (S) bằng

A. $2\sqrt{15}$.

B. 4.

C. 16.

D. $\sqrt{130}$.

Lời giải

Chọn B

Ta có $(S): x^2 + y^2 + z^2 - 10x + 4y - 6z + 22 = 0 \Leftrightarrow (x-5)^2 + (y+2)^2 + (z-3)^2 = 16$.

Bán kính của (S) là $R = 4$.

Câu 7: Tập xác định của hàm số $y = (x^2 - 7x + 12)^{-2024}$ là

A. $\mathbb{R}$.

B. $(3; 4)$.

C. $\mathbb{R} \setminus \{3; 4\}$.

D. $(-\infty; 3) \cup (4; +\infty)$.

Lời giải

Chọn C

Điều kiện $x^2 - 7x + 12 \neq 0 \Leftrightarrow x \neq 3, 4$.

Vậy tập xác định của hàm số là $D = \mathbb{R} \setminus \{3; 4\}$.

Câu 8: Hàm số $y = \log_5(5x + 1)$ có đạo hàm là

A. $y' = \frac{1}{5x+1}$.

B. $y' = \frac{5}{(5x+1)\ln 5}$.

C. $y' = \frac{5}{5x+1}$.

D. $y' = \frac{1}{(5x+1)\ln 5}$.

Lời giải

Chọn B

Ta có $y' = \frac{5}{(5x+1)\ln 5}$.

Câu 9: Cho hàm số $f(x) = \cos 3x$. Khẳng định nào dưới đây đúng?

A. $\int f(x) dx = \sin 3x + C$.

B. $\int f(x) dx = -\frac{\sin 3x}{3} + C$.

C. $\int f(x) dx = \frac{\sin 3x}{3} + C$.

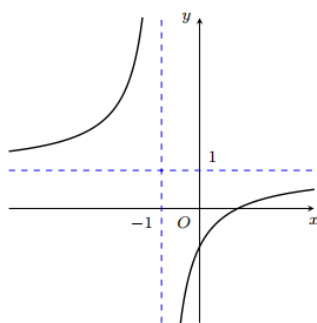
D. $\int f(x) dx = -3 \sin 3x + C$.

Lời giải

Chọn C

Ta có $\int \cos 3x dx = \frac{\sin 3x}{3} + C$.

Câu 10: Cho hàm số $y = \frac{ax + b}{cx + d}$ ($a, b, c, d \in \mathbb{R}$) có đồ thị là đường cong trong hình vẽ.



Tiệm cận đứng của đồ thị hàm số đã cho có phương trình là

A. $x = -1$.

B. $y = 0$.

C. $y = 1$.

D. $x = 0$.

Lời giải

Chọn A

Dựa vào đồ thị, ta có tiệm cận đứng của đồ thị hàm số đã cho có phương trình là $x = -1$.

Câu 11: Cho khối chóp có diện tích đáy bằng $9a^2$ và chiều cao bằng $4a$. Thể tích của khối chóp đã cho bằng

- A. $9a^3$. B. $18a^3$. C. $36a^3$. D. $12a^3$.

Lời giải

Chọn D

$$+) V = \frac{1}{3} Bh = \frac{1}{3} 9a^2 4a = 12a^3.$$

Câu 12: Trong không gian $Oxyz$, cho mặt phẳng $(P): 3x - y + 8z - 10 = 0$. Vectơ nào dưới đây là một vectơ pháp tuyến của (P) ?

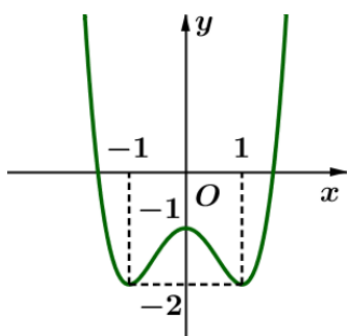
- A. $\vec{n}_1 = (-1; 8; 10)$. B. $\vec{n}_2 = (3; -1; 8)$. C. $\vec{n}_3 = (3; 1; 8)$. D. $\vec{n}_4 = (3; -1; 10)$.

Lời giải

Chọn B

$$(P): 3x - y + 8z - 10 = 0 \Rightarrow (P) \text{ có vectơ pháp tuyến là } \vec{n}_2 = (3; -1; 8).$$

Câu 13: Cho hàm số $y = f(x)$ có đồ thị như hình vẽ.



Giá trị cực đại của hàm số đã cho bằng

- A. -1 . B. 1 . C. -2 . D. 0 .

Lời giải

Chọn A

Ta có giá trị cực đại của hàm số đã cho bằng -1 .

Câu 14: Trong không gian $Oxyz$, cho hai điểm $A(2; -3; 8)$ và $B(4; 1; 2)$. Tọa độ trung điểm của đoạn thẳng AB là

- A. $(-3; 1; -5)$. B. $(2; 4; -6)$. C. $(3; -1; 5)$. D. $(1; 2; -3)$.

Lời giải

Chọn C

Tọa độ trung điểm của đoạn thẳng AB là $(3; -1; 5)$.

Câu 15: Trong không gian $Oxyz$, cho đường thẳng $d: \begin{cases} x = 1 + 3t \\ y = -2 - t \\ z = 6 - 8t \end{cases}$. Vectơ nào dưới đây là một vectơ chỉ phương của d ?

- A. $\vec{u}_1 = (1; 2; 6)$. B. $\vec{u}_2 = (3; -1; -8)$. C. $\vec{u}_4 = (1; -2; 6)$. D. $\vec{u}_3 = (3; 1; 8)$.

Lời giải

Chọn B

Ta có một vectơ chỉ phương của d là $\vec{u}_2 = (3; -1; -8)$.

Câu 16: Tập nghiệm của phương trình $4^{x^2-36} = 1$ là

A. $\{-6\}$.

B. $\{6\}$.

C. $\{36\}$.

D. $\{\pm 6\}$.

Lời giải

Chọn D

$$\text{Ta có: } 4^{x^2-36} = 1 \Leftrightarrow x^2 - 36 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 6 \\ x = -6 \end{cases}$$

Câu 17: Biết hàm số $y = f(x)$ có một nguyên hàm là hàm số $F(x) = e^{2x} + 2024$. Khẳng định nào dưới đây đúng?

A. $\int \frac{f(x)+1}{e^x} dx = \frac{1}{2}e^x - e^{-x} + C$.

B. $\int \frac{f(x)+1}{e^x} dx = e^x + e^{-x} + C$.

C. $\int \frac{f(x)+1}{e^x} dx = 2e^x - e^{-x} + C$.

D. $\int \frac{f(x)+1}{e^x} dx = e^x - e^{-x} + C$.

Lời giải

Chọn C

Ta có $F(x) = e^{2x} + 2024$ là một nguyên hàm của hàm số $y = f(x)$ nên $f(x) = 2e^{2x}$

$$\text{Do đó: } \frac{f(x)+1}{e^x} = \frac{2e^{2x}+1}{e^x} = 2e^x + e^{-x}$$

$$\int \frac{f(x)+1}{e^x} dx = \int (2e^x + e^{-x}) dx = 2e^x - e^{-x} + C$$

Câu 18: Cho hình nón có thiết diện qua trục là một tam giác vuông cân có cạnh huyền bằng $4a\sqrt{2}$. Thể tích của hình nón đã cho bằng

A. $16\pi a^3 \sqrt{2}$.

B. $\frac{16\pi a^3 \sqrt{2}}{3}$.

C. $\frac{8\pi a^3 \sqrt{2}}{3}$.

D. $8\pi a^3 \sqrt{2}$.

Lời giải

Chọn B

Do thiết diện qua trục là một tam giác vuông cân có cạnh huyền bằng $4a\sqrt{2}$ nên

$$R = h = 2a\sqrt{2}$$

$$V = \frac{1}{3}\pi R^2 h = \frac{1}{3}\pi (2a\sqrt{2})^3 = \frac{16\pi a^3 \sqrt{2}}{3}$$

Câu 19: Cho hai số phức $z_1 = -2 + 5i$ và $z_2 = 3 + 4i$. Số phức $z_1 + z_2$ bằng

A. $-1 - i$.

B. $-1 - 9i$.

C. $5 - 9i$.

D. $1 + 9i$.

Lời giải

Chọn D

$$z_1 + z_2 = 1 + 9i$$

Câu 20: Cho hình trụ có bán kính đáy bằng $a\sqrt{3}$, diện tích xung quanh bằng $12\pi a^2$. Đường sinh của hình trụ đã cho bằng

A. $4a\sqrt{3}$.

B. $4a$.

C. $2a\sqrt{3}$.

D. $2a$.

Lời giải

Chọn C

$$S_{xq} = 12\pi a^2 \Leftrightarrow l = \frac{12\pi a^2}{2\pi a\sqrt{3}} = 2a\sqrt{3}$$

Câu 21: Cho số phức $z = 4 + 3i$. Phần ảo của số phức $\bar{z}$ bằng

- A. 3. B. -3. C. -4. D. 4.

Lời giải

Chọn B

$$z = 4 + 3i \Rightarrow \bar{z} = 4 - 3i \Rightarrow \bar{z} \text{ có phần ảo bằng } -3.$$

Câu 22: Cho cấp số nhân (u_n) với $u_3 = 7$ và $u_4 = 10$. Công bội của cấp số nhân đã cho bằng

- A. $\frac{10}{7}$. B. 3. C. -3. D. $\frac{7}{10}$.

Lời giải

Chọn A

$$\text{Công bội của cấp số nhân đã cho bằng } \frac{u_4}{u_3} = \frac{10}{7}.$$

Câu 23: Cho hàm số $f(x)$ liên tục trên đoạn $[0;1]$ và $\int_0^1 f(x)dx = 3$. Tích phân $\int_0^1 [2f(x) + 4x^3]dx$ bằng

- A. 7. B. 10. C. 14. D. 5.

Lời giải

Chọn A

$$\int_0^1 [2f(x) + 4x^3]dx = \int_0^1 2f(x)dx + \int_0^1 4x^3dx = 2 \cdot \int_0^1 f(x)dx + x^4 \Big|_0^1 = 2 \cdot 3 + 1 = 7.$$

Câu 24: Có bao nhiêu cách chọn 3 học sinh từ một nhóm gồm 15 học sinh?

- A. 3^{15} . B. A_{15}^3 . C. 15^3 . D. C_{15}^3 .

Lời giải

Chọn D

Số cách chọn 3 học sinh từ một nhóm gồm 15 học sinh là số các tổ hợp chập 3 của 15 phần tử (học sinh). Vậy có C_{15}^3 cách.

Câu 25: Cho hàm số $y = f(x)$ có đạo hàm $f'(x) = x(x-1)^2(x-5)^3$, với mọi $x \in \mathbb{R}$. Hàm số đã cho nghịch biến trên khoảng nào dưới đây?

- A. $(-2;1)$. B. $(5;+\infty)$. C. $(-\infty;0)$. D. $(2;4)$.

Lời giải

Chọn D

$$f'(x) = x(x-1)^2(x-5)^3 \Rightarrow f'(x) = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 0 \\ x = 1 \\ x = 5 \end{cases}$$

Ta có bảng xét dấu của hàm số $y = f(x)$ như sau

x	$-\infty$	0	1	5	$+\infty$			
$f'(x)$		$+$	0	$-$	0	$-$	0	$+$

Vậy hàm số đã cho nghịch biến trên khoảng $(0;5)$ mà $(2;4) \subset (0;5)$ nên hàm số đã cho nghịch biến trên khoảng $(2;4)$.

Câu 26: Cho hàm số $y = f(x)$ có bảng biến thiên như hình vẽ

x	$-\infty$	-1	0	1	$+\infty$			
y'		$-$	0	$+$	0	$-$	0	$+$
y	$+\infty$		0	5	0		$+\infty$	

Số nghiệm thực của phương trình $2f(x) - 3 = 0$ là

A. 4.

B. 2.

C. 1.

D. 3.

Lời giải

Chọn A

Ta có $2f(x) - 3 = 0 \Leftrightarrow f(x) = \frac{3}{2}$.

Nên số nghiệm thực của phương trình đã cho bằng số giao điểm của đồ thị hàm số $y = f(x)$ và đường thẳng $y = \frac{3}{2}$. Vì $0 < \frac{3}{2} < 5$ nên từ bảng biến thiên của hàm số $y = f(x)$ ta suy ra số giao điểm của đồ thị hàm số $y = f(x)$ và đường thẳng $y = \frac{3}{2}$ là 4. Vậy phương trình đã cho có 4 nghiệm thực.

Câu 27: Cho lăng trụ tứ giác đều $ABCD.A'B'C'D'$ có cạnh đáy bằng a và thể tích bằng $a^3\sqrt{3}$. Góc giữa $A'B$ và mặt phẳng $(ABCD)$ bằng

A. 30° .

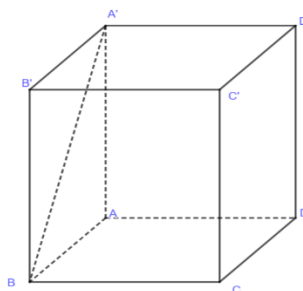
B. 90° .

C. 60° .

D. 45° .

Lời giải

Chọn C



Vì $ABCD.A'B'C'D'$ là lăng trụ tứ giác đều nên $ABCD$ là hình vuông và $AA' \perp (ABCD)$.

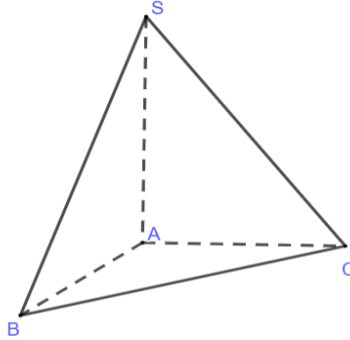
Do đó $S_{ABCD} = a^2$.

Ta có $V_{ABCD.A'B'C'D'} = AA' \cdot S_{ABCD} \Rightarrow AA' = \frac{V_{ABCD.A'B'C'D'}}{S_{ABCD}} = \frac{a^3\sqrt{3}}{a^2} = a\sqrt{3}$.

Ta có hình chiếu của $A'B$ trên mặt phẳng $(ABCD)$ là AB nên góc giữa $A'B$ và mặt phẳng $(ABCD)$ bằng góc giữa $A'B$ và AB . Suy ra góc giữa $A'B$ và mặt phẳng $(ABCD)$ bằng góc $A'BA$ (vì tam giác $A'BA$ vuông tại A nên $A'BA < 90^\circ$).

Xét tam giác $A'BA$ vuông tại A , ta có $\tan A'BA = \frac{AA'}{AB} = \frac{a\sqrt{3}}{a} = \sqrt{3} \Rightarrow A'BA = 60^\circ$.

Câu 28: Cho hình chóp $S.ABC$ có đáy là tam giác vuông cân với $AB = AC = 2a$. Cạnh bên SA vuông góc với mặt đáy và $SA = a\sqrt{3}$ (tham khảo hình vẽ).



Khoảng cách từ điểm A đến mặt phẳng (SBC) bằng

A. $\frac{2a\sqrt{66}}{11}$.

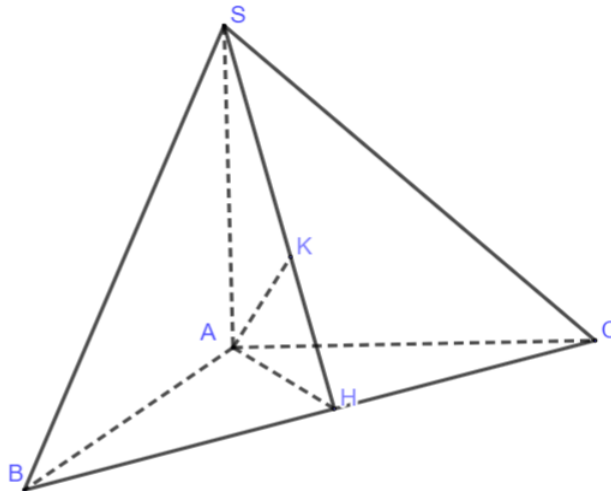
B. $\frac{a\sqrt{6}}{5}$.

C. $\frac{2a\sqrt{21}}{7}$.

D. $\frac{a\sqrt{30}}{5}$.

Lời giải

Chọn D



Gọi H là trung điểm của cạnh BC . Từ A kẻ AH vuông góc với SH tại K .

Do tam giác ABC cân tại A và H là trung điểm của cạnh BC nên $AH \perp BC$.

Ta có:
$$\left. \begin{array}{l} BC \perp AH \\ BC \perp SA \quad (SA \perp (ABC)) \end{array} \right\} \Rightarrow BC \perp (SAH) \Rightarrow BC \perp AK.$$

Khi đó:

$$\left. \begin{array}{l} AK \perp BC \\ AK \perp SH \\ BC \cap SH = H \end{array} \right\} \Rightarrow AK \perp (SBC) \Rightarrow d(A, (SBC)) = AK.$$

Xét tam giác ABC vuông cân tại A có $BC = \sqrt{AB^2 + AC^2} = \sqrt{(2a)^2 + (2a)^2} = 2a\sqrt{2}$.

Suy ra $AH = \frac{1}{2}BC = a\sqrt{2}$.

Xét tam giác SAH vuông tại A có $AK = \frac{SA \cdot AH}{\sqrt{SA^2 + AH^2}} = \frac{a\sqrt{3} \cdot a\sqrt{2}}{\sqrt{(a\sqrt{3})^2 + (a\sqrt{2})^2}} = \frac{a\sqrt{30}}{5}$.

- Câu 29:** Cho khối lập phương có đường chéo bằng $6a$. Thể tích khối lập phương đã cho bằng
A. $24a^3$. **B.** $8\sqrt{3}a^3$. **C.** $24\sqrt{3}a^3$. **D.** $8a^3$.

Lời giải

Chọn C

Gọi cạnh khối lập phương là x .

Ta có $6a = x\sqrt{3} \Rightarrow x = \frac{6a}{\sqrt{3}} = 2\sqrt{3}a$.

Suy ra thể tích khối lập phương là $x^3 = (2\sqrt{3}a)^3 = 24\sqrt{3}a^3$.

- Câu 30:** Cho hàm số $f(x)$ có đạo hàm $f'(x) = x(x-2)^2(4-x)^3$ với mọi $x \in \mathbb{R}$. Hàm số đã cho đạt cực tiểu tại điểm
A. $x = 0$. **B.** $x = 4$. **C.** $x = 3$. **D.** $x = 2$.

Lời giải

Chọn A

Ta có $f'(x) = x(x-2)^2(4-x)^3 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 0 \\ x = 2 \text{ (boichan)} \\ x = 4 \end{cases}$

Lập bảng xét dấu ta được

x	$-\infty$	0	2	4	$+\infty$	
$f'(x)$		-	0	+	0	-

Hàm số đã cho đạt cực tiểu tại điểm $x = 0$

- Câu 31:** Nếu $\int_1^3 f(x)dx = 5$ thì $\int_3^1 4f(x)dx$ bằng
A. 20. **B.** $-\frac{5}{4}$. **C.** -20. **D.** $\frac{5}{4}$.

Lời giải

Chọn C

Ta có $\int_3^1 4f(x)dx = -4 \int_1^3 f(x)dx = -4 \cdot 5 = -20$.

- Câu 32:** Cho số phức z có số phức liên hợp $\bar{z} = 1 + 5i$. Phần thực của số phức $(1 - 3i)z$ bằng
A. 16. **B.** -8. **C.** -14. **D.** 2.

Lời giải

Chọn C

Ta có $z = 1 - 5i$. Khi đó $(1 - 3i)z = (1 - 3i)(1 - 5i) = -14 - 8i$.

Vậy phần thực của số phức $(1 - 3i)z$ là -14 .

Câu 33: Trên đoạn $[2; 8]$, hàm số $y = x + \frac{9}{x}$ đạt giá trị nhỏ nhất tại điểm

A. $x = 2$.

B. $x = 6$.

C. $x = 8$.

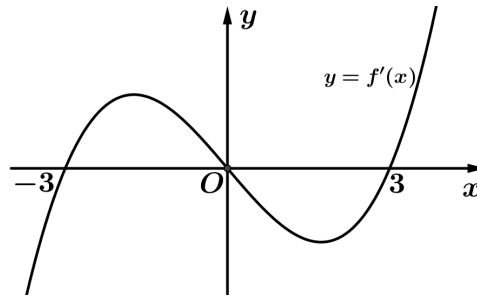
D. $x = 3$.

Lời giải**Chọn D**

Ta có $y' = 1 - \frac{9}{x^2}$; $y' = 0 \Leftrightarrow 1 - \frac{9}{x^2} = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 3 \\ x = -3 \end{cases} (L)$.

Mà $y(2) = \frac{13}{2}$; $y(3) = 6$; $y(8) = \frac{73}{8}$. Nên $\min_{x \in [2; 8]} y = 6$ khi $x = 3$.

Câu 34: Cho hàm số $y = f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$ và hàm số $f'(x)$ có đồ thị như hình vẽ.



Có bao nhiêu giá trị nguyên của tham số $m \in [-100; 100]$ để hàm số $g(x) = f(|x^2 - 4x + 3| + 3m) + 2024$ đồng biến trên khoảng $(3; +\infty)$.

A. 97.

B. 100.

C. 101.

D. 99.

Lời giải**Chọn B**

Ta có $g'(x) = f'(|x^2 - 4x + 3| + 3m) \cdot \frac{x^2 - 4x + 3}{|x^2 - 4x + 3|} \cdot (2x - 4)$.

Ta thấy với $x \in (3; +\infty) \Rightarrow (2x - 4) > 0$ và $x^2 - 4x + 3 > 0$.

Do đó hàm số đồng biến trên khoảng $(3; +\infty)$

$$\Leftrightarrow f'(|x^2 - 4x + 3| + 3m) \geq 0; \forall x \in (3; +\infty)$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} |x^2 - 4x + 3| + 3m \geq 0; \forall x \in (3; +\infty) & (1) \\ -3 \leq |x^2 - 4x + 3| + 3m \leq 0; \forall x \in (3; +\infty) & (2) \end{cases}$$

$$+ \text{ TH 1: } (1) \Leftrightarrow -3m + 3 \leq |x^2 - 4x + 3|, \forall x \in (3; +\infty).$$

$$\text{Xét hàm số } h(x) = |x^2 - 4x + 3| \Rightarrow h'(x) = \frac{x^2 - 4x + 3}{|x^2 - 4x + 3|} \cdot (2x - 4) > 0, \forall x \in (3; +\infty).$$

x	3	$+\infty$
$h'(x)$	+	
$h(x)$		

Suy ra $-3m + 3 \leq 0 \Leftrightarrow m \geq 1$.

$$+ \text{ TH 2: } \Leftrightarrow \begin{cases} -3m \geq |x^2 - 4x + 3|, \forall x \in (3; +\infty) \\ -3m - 3 \leq |x^2 - 4x + 3|, \forall x \in (3; +\infty) \end{cases} \text{ (vô nghiệm)}$$

Vậy $m \geq 1 \Rightarrow m \in \{1; 2; 3; \dots; 100\}$.

Câu 35: Cho $\log_5 a = 4$ và $\log_3 b = \frac{1}{2}$. Giá trị của biểu thức $P = 4\log_5 [\log_5 (5a)] + \log_{\frac{1}{9}} b^2$ bằng

A. $\frac{7}{2}$.

B. $\frac{9}{2}$.

C. $\frac{7}{4}$.

D. $\frac{9}{4}$.

Lời giải

Chọn A

Vì $\log_5 a = 4$ và $\log_3 b = \frac{1}{2} \Rightarrow a = 5^4; b = \sqrt{3}$.

$$\text{Khi đó } P = 4\log_5 [\log_5 (5a)] + \log_{\frac{1}{9}} b^2 = 4\log_5 [\log_5 (5 \cdot 5^4)] + \log_{\frac{1}{9}} (\sqrt{3})^2 = \frac{7}{2}.$$

Câu 36: Có bao nhiêu số nguyên x thỏa mãn $\log_5 [3(x^2 - 9)] + \log_2 3 > \log_3 (x^2 - 9)$?

A. 94.

B. 96.

C. 97.

D. 95.

Lời giải

Chọn A

$$\text{Điều kiện: } \begin{cases} x > 3 \\ x < -3 \end{cases}$$

$$\log_5 [3(x^2 - 9)] + \log_2 3 > \log_3 (x^2 - 9) \Leftrightarrow \log_5 3 + \log_5 (x^2 - 9) + \log_2 3 > \log_3 (x^2 - 9)$$

$$\Leftrightarrow \log_5 3 + \log_5 3 \cdot \log_3 (x^2 - 9) + \log_2 3 > \log_3 (x^2 - 9)$$

$$\Leftrightarrow \log_3 (x^2 - 9) \cdot [\log_5 3 - 1] > -\log_2 3 - \log_5 3$$

$$\Leftrightarrow \log_3 (x^2 - 9) < \frac{\log_2 3 + \log_5 3}{1 - \log_5 3}$$

$$\Leftrightarrow x^2 - 9 < 3^{\frac{\log_2 3 + \log_5 3}{1 - \log_5 3}}$$

$$\text{Mà } x \in \mathbb{Z}, x \in (-\infty; -3) \cup (3; +\infty)$$

$$\Rightarrow x \in \{-50; -49; -48; \dots; -4; 4; 5; 6; \dots; 50\}.$$

Vậy có 94 giá trị $x \in \mathbb{Z}$ thỏa mãn yêu cầu bài toán.

Câu 37: Cho hàm số $f(x) = \begin{cases} x^2 + 1 & \text{khi } x \geq 2 \\ 2x + 1 & \text{khi } x < 2 \end{cases}$. Tích phân $\int_0^{\frac{\pi}{2}} f(2\sin x + 1) \cos x dx$ bằng

A. 12.

B. $\frac{17}{3}$.

C. 9.

D. $\frac{34}{3}$.

Lời giải

Chọn B

$$I = \int_0^{\frac{\pi}{2}} f(2\sin x + 1) \cos x dx$$

$$\text{Đặt } t = 2\sin x + 1 \Rightarrow \cos x dx = \frac{1}{2} dt.$$

$$\text{Khi đó } I = \int_1^3 f(t) \cdot \frac{1}{2} dt = \frac{1}{2} \int_1^3 f(x) dx = \frac{1}{2} \left[\int_1^2 (2x+1) dx + \int_2^3 (x^2+1) dx \right] = \frac{1}{2} \cdot \left(4 + \frac{22}{3} \right) = \frac{17}{3}.$$

Câu 38: Có hai dãy ghế đối diện nhau, mỗi dãy có bốn ghế. Xếp ngẫu nhiên 8 học sinh gồm 4 nam và 4 nữ vào hai dãy ghế đó sao cho mỗi ghế có đúng một học sinh ngồi. Xác suất để mỗi học sinh nam đều ngồi đối diện với một học sinh nữ bằng

A. $\frac{7}{35}$.

B. $\frac{1}{70}$.

C. $\frac{27}{35}$.

D. $\frac{8}{35}$.

Lời giải

Chọn D

Không gian mẫu $n(\Omega) = 8!$.

Gọi A là biến cố xếp 8 học sinh sao cho mỗi học sinh nam đều ngồi đối diện với một học sinh nữ.

Ta đánh số các chỗ ngồi từ 1 đến 8 như sau:

Dãy 1:

1	2	3	4
---	---	---	---

Dãy 2:

8	7	6	5
---	---	---	---

Để sắp xếp các học sinh ngồi vào vị trí thỏa mãn yêu cầu bài toán ta sắp xếp như sau:

Vị trí số 1: 8 cách.

Vị trí số 8: 4 cách.

Vị trí số 2: 6 cách.

Vị trí số 7: 3 cách.

Vị trí số 3: 4 cách.

Vị trí số 6: 2 cách.

Vị trí số 4: 2 cách.

Vị trí số 5: 1 cách.

Do đó: $n(A) = 9216$.

$$\text{Vậy } P(A) = \frac{n(A)}{n(\Omega)} = \frac{8}{35}.$$

Câu 39: Cho hai số phức z_1, z_2 thỏa mãn $|z_1| = 1, |z_2| = 2$ và A, B lần lượt là hai điểm biểu diễn của hai số phức z_1, iz_2 . Biết $\angle AOB = 60^\circ$. Giá trị của $|16z_1^2 + 9z_2^2|$ bằng

A. $4\sqrt{133}$.

B. $\sqrt{540}$.

C. 76.

D. $2\sqrt{714}$.

Lời giải

Chọn A

$$\text{Ta có } |16z_1^2 + 9z_2^2| = |(4z_1)^2 - (3iz_2)^2| = |4z_1 - 3iz_2| \cdot |4z_1 + 3iz_2|.$$

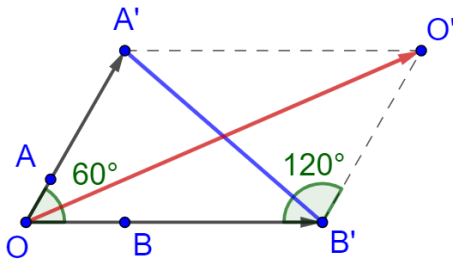
Khi đó $A(x_1; y_1)$ biểu diễn cho số phức z_1 có $|z_1| = 1$.

$\Rightarrow$ Gọi $A'(4x_1; 4y_1)$ biểu diễn cho số phức $4z_1$ có $|4z_1| = 4$.

Và $B(x_2; y_2)$ biểu diễn cho số phức iz_2 có $|iz_2| = |z_2| = 2$.

$\Rightarrow$ Gọi $B'(3x_2; 3y_2)$ biểu diễn cho số phức $3iz_2$ có $|3iz_2| = 6$.

Ta biểu diễn các điểm như sau:



Khi đó:

$$|4z_1 - 3iz_2| = |\vec{OA'} - \vec{OB'}| = |\vec{B'A'}| = B'A' = \sqrt{4^2 + 6^2 - 2 \cdot 4 \cdot 6 \cdot \cos 60^\circ} = \sqrt{28}.$$

$$|4z_1 + 3iz_2| = |\vec{OA'} + \vec{OB'}| = |\vec{OO'}| = OO' = \sqrt{4^2 + 6^2 - 2 \cdot 4 \cdot 6 \cdot \cos 120^\circ} = \sqrt{76}.$$

$$\text{Vậy } |16z_1^2 + 9z_2^2| = |4z_1 - 3iz_2| \cdot |4z_1 + 3iz_2| = \sqrt{28} \cdot \sqrt{76} = 4\sqrt{133}.$$

Câu 40: Cho cặp số trong không gian $Oxyz$, cho hai điểm $A(-2; 1; 0), B(4; -3; 6)$. Mặt cầu đường kính AB có phương trình là

A. $(x-1)^2 + (y+1)^2 + (z-3)^2 = \sqrt{22}$.

B. $(x-1)^2 + (y+1)^2 + (z-3)^2 = 22$.

C. $(x+1)^2 + (y-1)^2 + (z+3)^2 = \sqrt{22}$.

D. $(x+1)^2 + (y-1)^2 + (z+3)^2 = 22$.

Lời giải

Chọn B

$$\text{Tọa độ trung điểm } I \text{ của } AB \text{ là: } \begin{cases} x_I = \frac{-2+4}{2} = 1 \\ y_I = \frac{1-3}{2} = -1 \\ z_I = \frac{0+6}{2} = 3 \end{cases} \Rightarrow I(1; -1; 3).$$

$$\text{Bán kính mặt cầu là: } R = \frac{AB}{2} = \frac{\sqrt{(4+2)^2 + (-3-1)^2 + (6-0)^2}}{2} = \sqrt{22}.$$

Phương trình mặt cầu tâm $I(1; -1; 3)$ bán kính $R = \sqrt{22}$ là:

$$(x-1)^2 + (y+1)^2 + (z-3)^2 = 22.$$

Câu 41: Trong không gian $Oxyz$, cho ba điểm $A(5;1;3), B(2;-3;5), C(2;-1;4)$ và mặt phẳng $(P): 2x-3y+5z+1=0$. Đường thẳng đi qua trọng tâm của tam giác ABC và vuông góc với mặt phẳng (P) có phương trình là

A. $\begin{cases} x = -4 + 2t \\ y = -4 - 3t \\ z = 2 + 5t \end{cases}$ B. $\begin{cases} x = 3 + 2t \\ y = -1 + 3t \\ z = 4 + 5t \end{cases}$ C. $\begin{cases} x = 3 + 2t \\ y = 1 - 3t \\ z = 4 + 5t \end{cases}$ **D. $\begin{cases} x = 3 + 2t \\ y = -1 - 3t \\ z = 4 + 5t \end{cases}$**

Lời giải

Chọn D

Tọa độ trọng tâm G của tam giác ABC là:

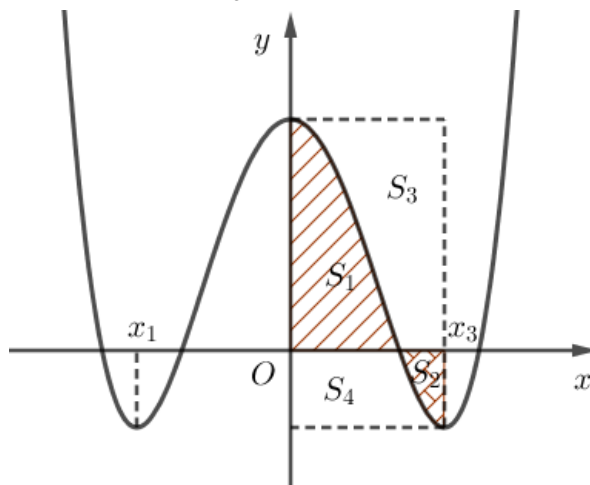
$$\begin{cases} x_G = \frac{5+2+2}{3} = 3 \\ y_G = \frac{1-3-1}{3} = -1 \\ z_G = \frac{3+5+4}{3} = 4 \end{cases} \Rightarrow G(3; -1; 4).$$

Đường thẳng Δ vuông góc với mặt phẳng (P) nên có vectơ chỉ phương là:

$$\vec{u}_{\Delta} = \vec{n}_{(P)} = (2; -3; 5).$$

Phương trình đường thẳng Δ là: $\begin{cases} x = 3 + 2t \\ y = -1 - 3t \\ z = 4 + 5t \end{cases}$

Câu 42: Cho hàm số $f(x) = ax^4 + bx^2 + c$ có đồ thị như hình vẽ. Biết rằng $f(x)$ đạt cực trị tại các điểm $x_1; x_2; x_3$ thỏa mãn $x_3 = x_1 + 4$ và $f(x_1) + f(x_3) + \frac{2}{15}f(x_2) = 0$. Gọi S_1, S_2, S_3, S_4 là diện tích các hình phẳng trong hình vẽ bên. Tỉ số $\frac{S_1 + S_2}{S_3 + S_4}$ gần nhất với kết quả nào dưới đây?



A. 0,70.

B. 0,80.

C. 0,93.

D. 0,85.

Lời giải

Chọn C

Do $f(x) = ax^4 + bx^2 + c$ là hàm bậc bốn trùng phương nên $x_2 = 0$; $x_1 = -x_3$. Mà $x_3 = x_1 + 4$ nên $x_1 = -2$; $x_3 = 2$.

Ta có: $f'(x) = 4ax^3 + 2bx = 4ax(x+2)(x-2) = 4ax^3 - 16ax \Rightarrow b = -8a$

Suy ra $f(x) = ax^4 - 8ax^2 + c$

Mà

$$f(x_1) + f(x_3) + \frac{2}{15}f(x_2) = 0 \Leftrightarrow f(-2) + f(2) + \frac{2}{15}f(0) = 0$$

$$\Leftrightarrow 16a - 32a + c + 16a - 32a + c + \frac{2}{15}c = 0 \Leftrightarrow c = 15a$$

Suy ra $f(x) = ax^4 - 8ax^2 + 15a = a(x^4 - 8x^2 + 15)$.

$$\text{Xét } f(x) = 0 \Leftrightarrow a(x^4 - 8x^2 + 15) = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = \pm\sqrt{3} \\ x = \pm\sqrt{5} \end{cases}$$

$$\text{Vậy } S_1 + S_2 = a \int_0^{\sqrt{3}} (x^4 - 8x^2 + 15) dx - a \int_{\sqrt{3}}^2 (x^4 - 8x^2 + 15) dx \approx 15,417a.$$

Ta có: $f(0) = 15a$; $f(2) = -a$ nên ta có:

$$S_3 + S_4 = S_{\text{hcn}} - (S_1 + S_2) = 2.16a - 15,417a = 16,583a$$

$$\text{Suy ra: } \frac{S_1 + S_2}{S_3 + S_4} = \frac{15,417a}{16,583a} \approx 0,93.$$

Câu 43: Trong không gian $Oxyz$, cho mặt cầu $(S): (x+1)^2 + (y-9)^2 + z^2 = 18$ và hai điểm $A(8;0;0), B(4;4;0)$. Điểm $M(a;b;c)$ thuộc (S) sao cho $MA + 3MB$ đạt giá trị nhỏ nhất. Độ dài đoạn OM bằng

A. $3\sqrt{5}$.

B. $3\sqrt{10}$.

C. $2\sqrt{5}$.

D. $2\sqrt{10}$.

Lời giải

Chọn D

Ta có mặt cầu (S) có tâm là $I(-1;9;0)$ và bán kính $R = 3\sqrt{2}$. Nhận thấy $IA = \sqrt{9^2 + 9^2} = 9\sqrt{2} \Rightarrow IA = 3R = 3IM$.

$$\text{Ta có: } MA = |\overrightarrow{MI} + \overrightarrow{IA}| = \left| \frac{IA}{MI} \overrightarrow{MI} + \frac{MI}{IA} \overrightarrow{IA} \right| = \left| 3\overrightarrow{MI} + \frac{\overrightarrow{IA}}{3} \right| = 3 \left| \overrightarrow{MI} + \frac{\overrightarrow{IA}}{9} \right| = 3|\overrightarrow{MI} + \overrightarrow{IC}| = 3MC \text{ với } C$$

là điểm thỏa mãn $\overrightarrow{IC} = \frac{\overrightarrow{IA}}{9}$. Ta có $C = (0;8;0)$ và nằm trong mặt cầu.

Khi đó

$$MA + 3MB = 3MC + 3MB = 3(MC + MB) \geq 3BC = 3\sqrt{(0-4)^2 + (8-4)^2 + (0-0)^2} = 12\sqrt{2}.$$

Dấu bằng xảy ra khi M, B, C thẳng hàng, hay M là giao điểm của đường thẳng BC với mặt cầu (S) và M nằm giữa B, C .

Đường thẳng BC đi qua điểm $C = (0;8;0)$ và nhận $\overrightarrow{BC} = (-4;4;0) = 4(-1;1;0)$ làm vectơ chỉ

$$\text{phương nên có phương trình tham số là: } \begin{cases} x = -t \\ y = 8 + t \\ z = 0 \end{cases} ; (t \in \mathbb{R}).$$

Do $M \in BC \Rightarrow M(-t; 8+t; 0)$, mà $M \in (S)$ nên ta có:

$$(-t+1)^2 + (t-1)^2 + 0^2 = 18 \Leftrightarrow 2(t-1)^2 = 18 \Leftrightarrow (t-1)^2 = 9 \Leftrightarrow \begin{cases} t=4 \\ t=-2 \end{cases}$$

+ Với $t=4 \Rightarrow M(-4; 12; 0)$ nên $BM = 8\sqrt{2}$.

+ Với $t=-2 \Rightarrow M(2; 6; 0)$ nên $BM = 2\sqrt{2}$.

Điểm M thỏa mãn sẽ là điểm nằm gần điểm B hơn nên $M(2; 6; 0)$. Vậy $OM = 2\sqrt{10}$.

Câu 44: Trong không gian $Oxyz$, cho mặt cầu $(S): (x-1)^2 + (y-1)^2 + (z-1)^2 = 1$ và điểm $M(2; 2; 2)$, từ M kẻ các tiếp tuyến MA, MB, MC với mặt cầu (S) . Tâm của đường tròn ngoại tiếp tam giác ABC là điểm $I(a; b; c)$. Giá trị của $a + 2b + 3c$ bằng

A. 8.

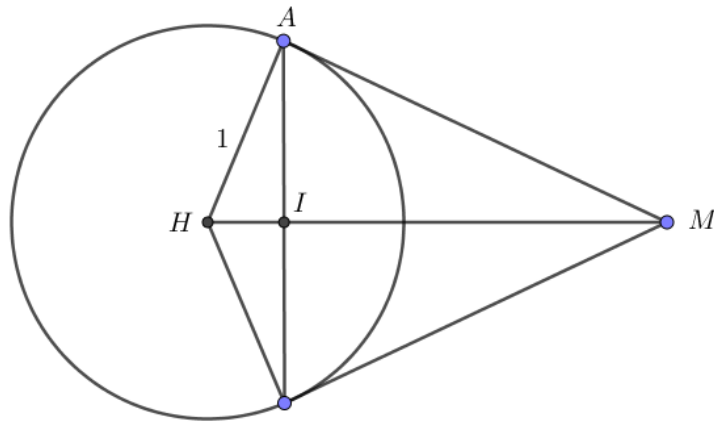
B. 10.

C. 6.

D. 4.

Lời giải

Chọn A



Mặt cầu (S) có tâm $H(1; 1; 1)$ bán kính $R=1$.

Ta có $MH = \sqrt{3}$.

Tam giác MAH vuông tại A nên ta có: $HA^2 = HI \cdot HM \Leftrightarrow 1 = HI \cdot \sqrt{3} \Leftrightarrow HI = \frac{1}{\sqrt{3}}$

$$\text{Suy ra } \overrightarrow{HI} = \frac{HI}{HM} \cdot \overrightarrow{HM} = \frac{1}{3} \overrightarrow{HM} = \left(\frac{1}{3}; \frac{1}{3}; \frac{1}{3} \right) \Rightarrow I \left(\frac{4}{3}; \frac{4}{3}; \frac{4}{3} \right)$$

$$\text{Vậy } a = b = c = \frac{4}{3} \Rightarrow a + 2b + 3c = \frac{4}{3} + \frac{8}{3} + \frac{12}{3} = 8$$

Câu 45: Cho khối cầu tâm O bán kính R . Hai mặt phẳng $(P), (Q)$ song song với nhau và cùng cắt khối cầu đã cho theo hai hình tròn cùng bán kính. Xét hình nón có đỉnh là tâm của một trong hai hình tròn và có đáy là hình tròn còn lại. Biết khoảng cách giữa hai mặt phẳng $(P), (Q)$ bằng

$$\frac{2R\sqrt{5}}{5}. \text{ Diện tích xung quanh của hình nón đó bằng}$$

A. $\frac{8\pi R^2 \sqrt{2}}{5}$.

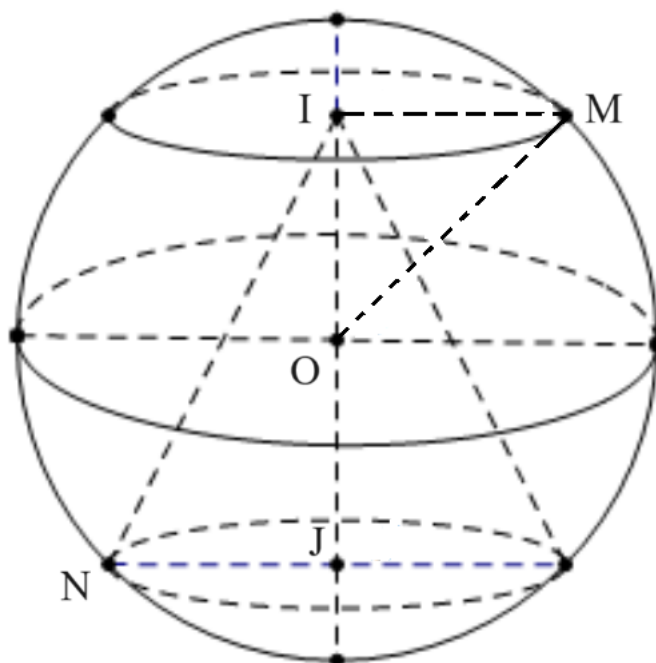
B. $\frac{16\pi R^2 \sqrt{2}}{15}$.

C. $\frac{8\pi R^2 \sqrt{2}}{15}$.

D. $\frac{4\pi R^2 \sqrt{2}}{5}$.

Lời giải

Chọn D



Gọi I, J lần lượt là 2 tâm của 2 đường tròn giao của mặt cầu và 2 mặt phẳng $(P), (Q)$.

Để thấy IJ nhận O làm trung điểm, vậy $OI = \frac{1}{2}IJ = \frac{1}{2}d((P), (Q)) = \frac{R\sqrt{5}}{5}$.

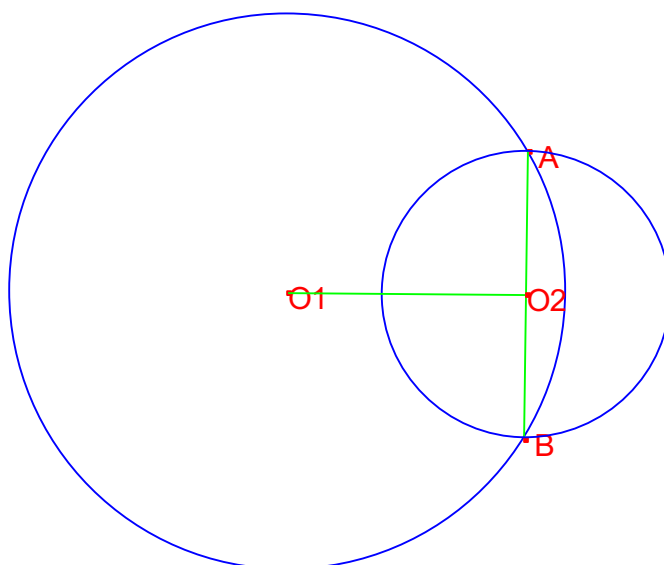
Hình nón cần tìm diện tích xung quanh có:

$$r = IM = \sqrt{OM^2 - OI^2} = \sqrt{R^2 - \left(\frac{R\sqrt{5}}{5}\right)^2} = \frac{2R\sqrt{5}}{5}$$

$$l = IN = \sqrt{IJ^2 + r^2} = \sqrt{\left(\frac{2R\sqrt{5}}{5}\right)^2 + \left(\frac{2R\sqrt{5}}{5}\right)^2} = \frac{2R\sqrt{10}}{5}$$

$$S_{xq} = \pi r l = \pi \cdot \frac{2R\sqrt{5}}{5} \cdot \frac{2R\sqrt{10}}{5} = \frac{4\pi R^2 \sqrt{2}}{5}$$

Câu 46: Cho hai đường tròn $(O_1; 13)$ và $(O_2; 5)$ cắt nhau tại hai điểm A, B sao cho AB là một đường kính của đường tròn (O_2) . Gọi H là hình phẳng giới hạn bởi hai đường tròn (ở ngoài đường tròn lớn, phần tô đậm như hình vẽ). Quay hình H quanh trục O_1O_2 ta được một khối tròn xoay. Thể tích của khối tròn xoay được tạo thành bằng



A. $\frac{214\pi}{3}$.

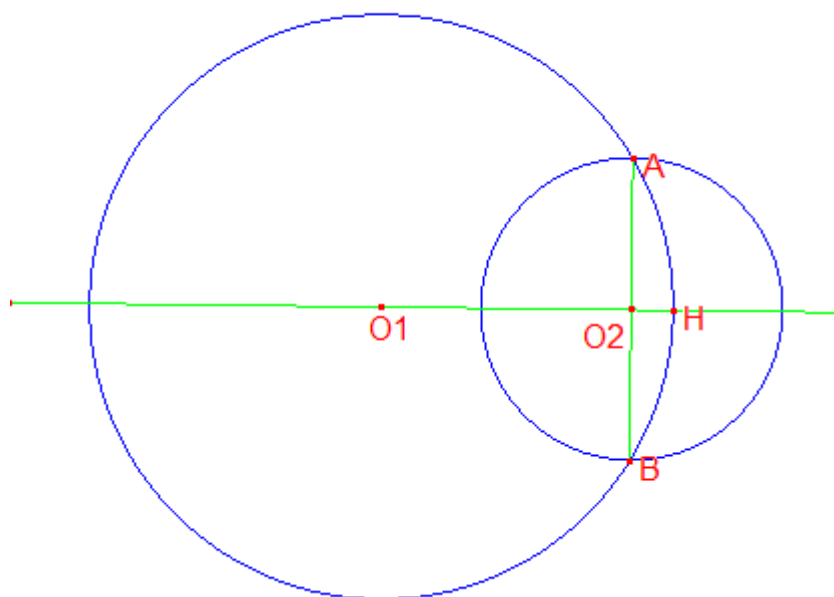
B. $\frac{238\pi}{3}$.

C. $\frac{212\pi}{3}$.

D. $\frac{283\pi}{3}$.

Lời giải

Chọn C



Gọi H là điểm giao điểm của O_1O_2 với đường tròn (O_1) .

Ta có $O_1O_2 = \sqrt{O_1A^2 - AO_2^2} = 12$, suy ra $O_2H = 1$.

Thể tích khối tròn xoay tạo ra khi cho hình phẳng giới hạn bởi dây cung AB , cung AB của đường tròn (O_1) quay quanh trục O_1O_2 (chính là khối chỏm cầu bán kính bằng 13, chiều cao

bằng 1) là $V = \pi h^2 \left(R_1 - \frac{h}{3} \right) = \pi \cdot 1^2 \left(13 - \frac{1}{3} \right) = \frac{38\pi}{3}$.

Thể tích nửa khối cầu tâm O_2 bán kính bằng 5 là $\frac{1}{2} \cdot \frac{4}{3} \cdot \pi \cdot 5^3 = \frac{250\pi}{3}$.

Thể tích cần tính là $\frac{250\pi}{3} - \frac{38\pi}{3} = \frac{212\pi}{3}$.

Câu 47: Cho hai số phức z và w thỏa mãn $(4+3i)|z| = \frac{z}{iw-1+5i} + 1-i$. Giá trị lớn nhất của $|w|$ bằng

A. $5 + \sqrt{26}$.

B. $\frac{\sqrt{2}}{7} + \sqrt{26}$.

C. $\frac{\sqrt{102}}{2}$.

D. $\frac{2}{\sqrt{102}} + \sqrt{10}$

Lời giải:

Chọn B

Ta có $(4+3i)|z| = \frac{z}{iw-1+5i} + 1-i \Leftrightarrow (4|z|-1) + i(3|z|+1) = \frac{z}{iw-1+5i}$

Lấy môđun hai vế ta có

$$(4|z|-1)^2 + (3|z|+1)^2 = \frac{|z|^2}{|iw-1+5i|^2} \Leftrightarrow |w+5+i|^2 = \frac{|z|^2}{25|z|^2 - 2|z| + 2}$$

Theo bất đẳng thức Cauchy ta có $\frac{1}{2}|z|^2 + 2 \geq 2|z|$, do đó

$$|w+5+i|^2 = \frac{|z|^2}{\frac{49}{2}|z|^2 + \frac{1}{2}|z|^2 + 2 - 2|z|} \leq \frac{2}{49} \Rightarrow |w+5+i| \leq \frac{\sqrt{2}}{7}$$

Ta cũng có $|w| - |5+i| \leq \frac{\sqrt{2}}{7} \Leftrightarrow |w| \leq \sqrt{26} + \frac{\sqrt{2}}{7}$.

Vậy $\max |w| = \sqrt{26} + \frac{\sqrt{2}}{7}$ đạt được khi $\begin{cases} (4|z|-1) + i(3|z|+1) = \frac{z}{iw-1+5i} \\ |z| = 2 \\ w = -k(5+i); k > 0 \end{cases}$.

Câu 48: Cho hàm số $y = f(x)$ có đạo hàm $f'(x) = x^3 + 3x$, $\forall x \in \mathbb{R}$. Gọi S là tập hợp các giá trị nguyên của tham số m sao cho ứng với mỗi m , hàm số $g(x) = f(x^4 + 2x^3 - mx^2) - 2023m^2 + 2024m^3$ có đúng hai điểm cực trị thuộc khoảng $(-1; 4)$.

Tổng các phần tử của S bằng

A. 670.

B. 667.

C. 713.

D. 669

Lời giải

Chọn D

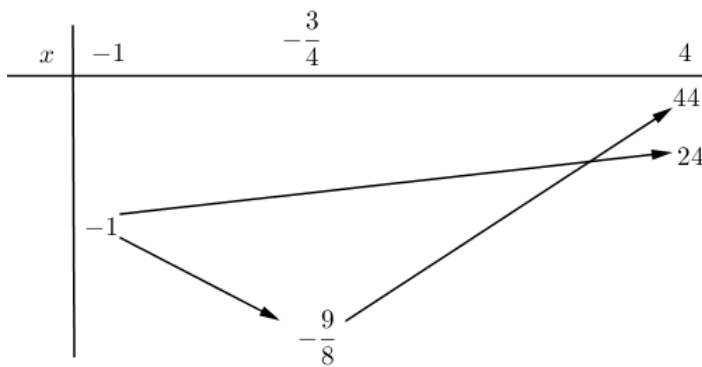
Ta có $g'(x) = (4x^3 + 6x^2 - 2mx)f'(x^4 + 2x^3 - mx^2)$

$$g'(x) = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} 2x^3 + 3x^2 - mx = 0 \\ x^4 + 2x^3 - mx^2 = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 0 \\ 2x^2 + 3x - m = 0 \text{ (ở đây } x = 0 \text{ là nghiệm bội 3)} \\ x^2 + 2x - m = 0 \end{cases}$$

$$\text{Khi } m = 0 \text{ thì } g'(x) = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 0 \\ x = -\frac{3}{2} \text{ (ở đây } x = 0 \text{ là nghiệm bội 5)} \\ x = -2 \end{cases}$$

điểm cực trị trong khoảng $(-1; 4)$; trường hợp này loại.

Khi $m \neq 0$ thì để hàm số đã cho có 2 điểm cực trị thuộc khoảng $(-1; 4)$ thì hệ $\begin{cases} 2x^2 + 3x = m \\ x^2 + 2x = m \end{cases}$ có 1 nghiệm đơn trong khoảng $(-1; 4)$.



Dựa vào bảng biến thiên ở bên ta có yêu cầu bài toán tương đương $\begin{cases} m = -1 \\ 24 \leq m < 44 \end{cases}$

Vậy các giá trị nguyên của tham số m thỏa mãn là $S = \{-1; 24; 25; 26; \dots; 43\}$ nên tổng các giá trị m thỏa là 669.

Câu 49: Xét các số thực không âm x, y thỏa mãn $x + y + x \cdot 5^{2x+y-1} \geq 1$. Khi biểu thức

$P = x^2 + 5y^2 + \frac{1}{2}x - \frac{9}{2}y + \frac{9}{8}$ đạt giá trị nhỏ nhất, giá trị của $x + 2y$ bằng

A. $-\frac{5}{4}$.

B. $\frac{5}{4}$.

C. $-\frac{3}{4}$.

D. $\frac{3}{4}$.

Lời giải

Chọn B

$$x + y + x \cdot 5^{2x+y-1} \geq 1 \Leftrightarrow x + y - 1 + x \cdot 5^{x+y-1} \cdot 5^x \geq 0 \Leftrightarrow (x + y - 1)5^{1-x-y} + x \cdot 5^x \geq 0 \Leftrightarrow x \cdot 5^x \geq (1 - x - y)5^{1-x-y}.$$

TH1: Với $1 - x - y \leq 0 \Leftrightarrow x + y \geq 1 \Rightarrow$ (1) đúng với mọi giá trị $x + y \geq 1$.

$$\text{Khi đó } P = x^2 + 5y^2 + \frac{1}{2}x - \frac{9}{2}y + \frac{9}{8} \geq 5y^2 - 5y + \frac{13}{8} = 5\left(y - \frac{1}{2}\right)^2 + \frac{3}{8} \geq \frac{3}{8}, (1).$$

TH2: Với $1 - x - y > 0 \Leftrightarrow x + y < 1$. Đặt $f(t) = t \cdot 5^t (t > 0) \Rightarrow f'(t) = 5^t + t \cdot 5^t \cdot \ln 5 > 0, \forall t > 0$.

$$\text{Ta có } \begin{cases} f'(t) > 0, \forall t > 0 \\ f(x) \geq f(1 - x - y) \end{cases} \Rightarrow x \geq 1 - x - y \Leftrightarrow 2x \geq 1 - y.$$

$$P = x^2 + 5y^2 + \frac{1}{2}x - \frac{9}{2}y + \frac{9}{8} \Leftrightarrow 4P = 4x^2 + 20y + 2x - 9y + \frac{9}{2} \geq (1-y)^2 + 20y + 1 - y + \frac{9}{2}$$

$$\Rightarrow 4P \geq 21y^2 - 21y + \frac{13}{2} \Leftrightarrow 4P \geq 21\left(y - \frac{1}{2}\right)^2 + \frac{5}{4} \geq \frac{5}{4} \Rightarrow P \geq \frac{5}{16}, (2).$$

Từ (1) và (2) ta được: $\text{Min } P = \frac{5}{16}$ Dấu "=" xảy ra $\Leftrightarrow \begin{cases} x = \frac{1}{4} \\ y = \frac{1}{2} \end{cases} \Rightarrow x + 2y = \frac{1}{4} + 1 = \frac{5}{4}.$

Câu 50: Cho hình lăng trụ $ABC.A'B'C'$ có đáy là tam giác đều cạnh bằng $a\sqrt{2}$, hình chiếu của điểm A' lên mặt phẳng (ABC) trùng với trọng tâm G của tam giác ABC . Biết mặt phẳng $(A'BC)$ vuông góc với mặt phẳng $(AB'C')$. Thể tích của khối lăng trụ đã cho bằng

A. $\frac{a^3\sqrt{10}}{8}$

B. $\frac{a^3\sqrt{10}}{4}$

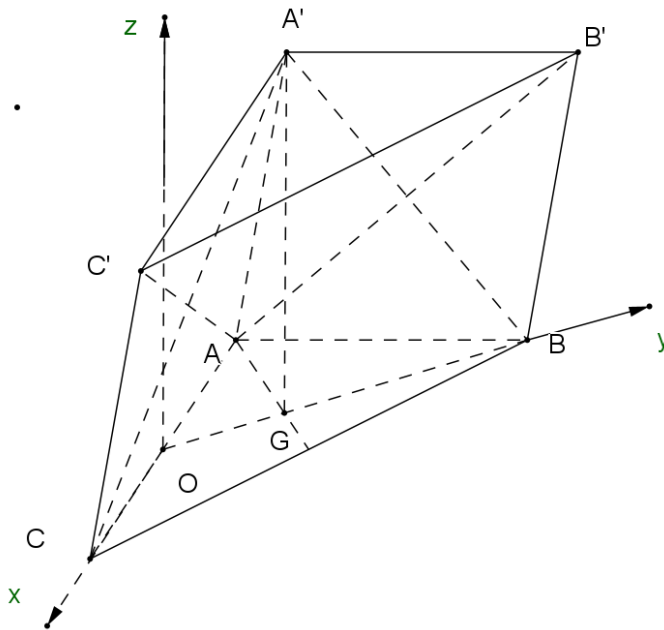
C. $\frac{a^3\sqrt{10}}{24}$

D. $\frac{a^3\sqrt{10}}{12}$

Lời giải

Chọn B

Chọn hệ trục tọa độ $Oxyz$ như hình vẽ. Đặt $A'G = h (h > 0)$.



$$O(0;0;0), A\left(-\frac{\sqrt{2}}{2}a; 0; 0\right), B\left(0; \frac{a\sqrt{6}}{2}; 0\right), C\left(\frac{\sqrt{2}}{2}a; 0; 0\right), G\left(0; \frac{a\sqrt{6}}{6}; 0\right), A'\left(0; \frac{a\sqrt{6}}{6}; h\right)$$

$$C'\left(a\sqrt{2}; \frac{a\sqrt{6}}{6}; h\right), B'\left(\frac{a\sqrt{2}}{2}; \frac{2a\sqrt{6}}{3}; h\right).$$

$$\overrightarrow{A'B} = \left(0; \frac{a\sqrt{6}}{3}; -h\right), \overrightarrow{A'C} = \left(\frac{\sqrt{2}}{2}a; -\frac{a\sqrt{6}}{6}; -h\right) \Rightarrow [\overrightarrow{A'B}, \overrightarrow{A'C}] = \left(\frac{-ah\sqrt{6}}{2}; -\frac{ah\sqrt{2}}{2}; -\frac{a^2\sqrt{3}}{3}\right)$$

$$\Rightarrow \vec{n}_1 = \left(\frac{h\sqrt{6}}{2}; \frac{h\sqrt{2}}{2}; \frac{a\sqrt{3}}{3} \right).$$

$$\vec{AB'} = \left(a\sqrt{2}; \frac{2a\sqrt{6}}{3}; h \right), \vec{AC'} = \left(\frac{3\sqrt{2}}{2}a; \frac{a\sqrt{6}}{6}; h \right) \Rightarrow [\vec{AB'}, \vec{AC'}] = \left(\frac{ah\sqrt{6}}{2}; \frac{ah\sqrt{2}}{2}; \frac{-5a^2\sqrt{3}}{3} \right)$$

$$\Rightarrow \vec{n}_2 = \left(\frac{h\sqrt{6}}{2}; \frac{h\sqrt{2}}{2}; \frac{-5a\sqrt{3}}{3} \right).$$

$$(A'BC) \perp (AB'C') \Rightarrow \vec{n}_1 \cdot \vec{n}_2 = 0 \Leftrightarrow \frac{3h^2}{2} + \frac{h^2}{2} - \frac{5a^2}{3} = 0 \Rightarrow 2h^2 = \frac{5a^2}{3} \Rightarrow h = \frac{a\sqrt{30}}{6}.$$

Thể tích của khối lăng trụ bằng $V = S_{\Delta ABC} \cdot h = \frac{(a\sqrt{2})^2 \sqrt{3}}{4} \cdot \frac{a\sqrt{30}}{6} = \frac{a^3 \sqrt{10}}{4}.$