

ĐỀ PHÁT TRIỂN TỪ ĐỀ**MINH HỌA****ĐỀ THI THAM KHẢO****SỐ 22****KỶ THI TỐT NGHIỆP THPT NĂM 2024****Bài thi: TOÁN***Thời gian làm bài: 90 phút, không kể thời gian phát đề***Câu 1:** Cho hàm số $y = f(x)$ có bảng biến thiên như sau:

x	$-\infty$	-1	3	$+\infty$			
y'	+	0	-	0	+		
y	$-\infty$	$\nearrow$	4	$\searrow$	-2	$\nearrow$	$+\infty$

Giá trị cực đại của hàm số $y = f(x)$ bằng:

- A. -1 B. -2 C. 3 D. 4

Câu 2: Cho hàm số $f(x) = e^x + 2$. Khẳng định nào dưới đây là đúng?

- A. $\int f(x) dx = e^{x-2} + C$. B. $\int f(x) dx = e^x + 2x + C$.
 C. $\int f(x) dx = e^x + C$. D. $\int f(x) dx = e^x - 2x + C$.

Câu 3: Cho phương trình $\log_2^2 x - 7\log_2 2x + 9 = 0$ nếu đặt $t = \log_2 x$ thì phương trình đã cho trở thành

- A. $t^2 + 7t - 9 = 0$. B. $t^2 - 7t + 2 = 0$. C. $t^2 - 7t - 9 = 0$. D. $t^2 - 7t + 9 = 0$.

Câu 4: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho hai điểm $P(-2; 4; -12)$ và $F(-3; 2; -2)$. Tìm tọa độ vectơ $\overrightarrow{PF}$.

- A. $(-5; 6; -14)$. B. $(-1; -2; 10)$. C. $(1; 2; -10)$. D. $(6; 8; 24)$.

Câu 5: Đường tiệm cận ngang của đồ thị hàm số $y = \frac{2x - 2024}{x + 5}$ là :

- A. $y = -5$. B. $y = 2$. C. $y = 2024$. D. $y = \frac{2}{5}$.

Câu 6: Cho hàm số $y = f(x)$ có bảng xét dấu như sau:

x	$-\infty$	0	$+\infty$
y'	-	0	+
y	$+\infty$	↘ -3	↗ $+\infty$

Hàm số có bao nhiêu điểm cực trị?

- A. 0. B. 2. C. 1. D. 3.

Câu 7: Tập xác định của hàm số $y = (-x^2 + 3x + 4)^{-2024}$ là

- A. $\mathbb{R}$. B. $(-\infty; -1) \cup (4; +\infty)$. C. $(-1; 4)$. D. $\mathbb{R} \setminus \{-1; 4\}$.

Câu 8: Trong không gian $Oxyz$, cho đường thẳng $d: \begin{cases} x = 3 - 2t \\ y = 5 + t \\ z = -7 \end{cases} (t \in \mathbb{R})$. Vector nào dưới đây là một vector chỉ phương của đường thẳng d .

- A. $\vec{u}_1 = (3; 5; -7)$. B. $\vec{u}_2 = (-2; 1; -7)$. C. $\vec{u}_3 = (2; 1; 0)$. D. $\vec{u}_4 = (-2; 1; 0)$.

Câu 9: Số phức liên hợp của số phức $3 + 4i$ là

- A. $3 + 4i$. B. $3 - 4i$. C. $4 + 3i$. D. $4 - 3i$.

Câu 10: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho mặt phẳng $(P): 2x + 2y - z - 3 = 0$ và điểm $I(1; 2; -3)$. Mặt cầu (S) tâm I và tiếp xúc mặt phẳng (P) có phương trình là

- A. $(x+1)^2 + (y-2)^2 + (z-3)^2 = 4$. B. $(x-1)^2 + (y-2)^2 + (z+3)^2 = 16$.
C. $(x-1)^2 + (y-2)^2 + (z+3)^2 = 4$. D. $(x-1)^2 + (y-2)^2 + (z+3)^2 = 2$.

Câu 11: Với a, b là hai số dương tùy ý, $\log(ab^2)$ bằng

- A. $2(\log a + \log b)$. B. $\log a + \frac{1}{2}\log b$. C. $2\log a + \log b$. D. $\log a + 2\log b$.

Câu 12: Cho hàm số $y = f(x)$ có bảng biến thiên như sau:

x	$-\infty$	-2	-1	0	$+\infty$	
$f'(x)$	$+$	0	$-$	$-$	0	$+$
$f(x)$	$-\infty$	-3	$+\infty$	1	$+\infty$	

Hàm số nghịch biến trong khoảng nào sau đây?

- A. $(-\infty; -1)$. B. $(-1; 0)$. C. $(4; +\infty)$. D. $(-\infty; 0)$.

Câu 13: Cho khối lăng trụ có diện tích đáy bằng $4a^2$ và chiều cao bằng $5a$. Thể tích khối lăng trụ đã cho bằng

- A. $20a^3$. B. $9a^3$. C. $\frac{20}{3}a^3$. D. $3a^3$.

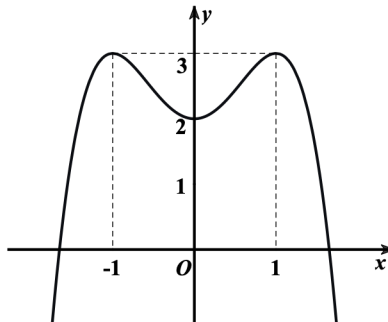
Câu 14: Tập nghiệm của bất phương trình $3^x < 7$ là

- A. $(-\infty; \log_3 7)$. B. $(\log_3 7; +\infty)$. C. $(-\infty; \log_3 7]$. D. $[\log_3 7; +\infty)$.

Câu 15: Đường tiệm cận ngang của đồ thị hàm số $y = \frac{2x - 2024}{x + 5}$ là :

- A. $y = -5$. B. $y = 2$. C. $y = 2024$. D. $y = \frac{2}{5}$.

Câu 16: Đồ thị hàm số nào dưới đây có dạng như đường cong trong hình vẽ?



- A. $y = x^4 - 2x^2 - 2$. B. $y = x^3 + 2x^2 + 2$. C. $y = -x^3 + 2x^2 + 2$. D. $y = -x^4 + 2x^2 + 2$

Câu 17: Cho hàm số $y = f(x)$ có đạo hàm $f'(x) = (x^2 - 9)(x - 4)$, $\forall x \in \mathbb{R}$. Số điểm cực đại của hàm số đã cho là

- A. 1. B. 0. C. 3. D. 3.

Câu 18: Nếu $\int_5^7 f(x) dx = -2$ và $\int_5^7 g(x) dx = 5$ thì $\int_5^7 [2f(x) + 3g(x)] dx$ bằng

- A. 3. B. 11. C. 4. D. -19.

Câu 19: Tích phân $I = \int_2^5 \frac{dx}{x}$ có giá trị bằng

- A. $3 \ln 3$. B. $\frac{1}{3} \ln 3$. C. $\ln \frac{5}{2}$. D. $\ln \frac{2}{5}$.

Câu 20: Một khối lăng trụ có thể tích bằng 18 và diện tích đáy bằng 9. Chiều cao của khối lăng trụ đó là

- A. $h = 2$. B. $h = 9$. C. $h = 6$. D. $h = 3$.

Câu 21: Cho hai số phức $z_1 = 4 + 3i$ và $z_2 = 1 - 2i$. Biết số phức $\overline{z_1} - 2\overline{z_2} = a + bi$, $a, b \in \mathbb{R}$, khi đó $a^2 + b^2$ là:

- A. 5. B. 26. C. 53. D. 37.

Câu 22: Cho hình trụ (T) có chiều cao h , độ dài đường sinh l , bán kính đáy r . Thể tích khối trụ (T) là

- A. $V = \frac{1}{3} \pi r^2 h$. B. $V = \pi r^2 h$. C. $V = \pi r l^2$. D. $V = 2\pi r^2 h$.

Câu 23: Có bao nhiêu cách chọn 4 học sinh từ 10 học sinh để làm trực nhật lớp?

- A. 360. B. 5040. C. 540. D. 210.

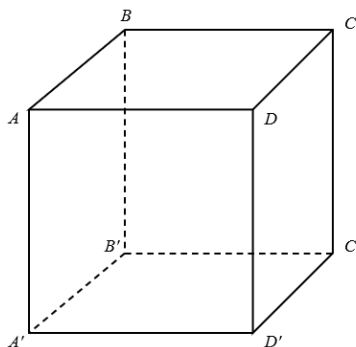
Câu 24: Hàm số $F(x) = \sin 3x$ là một nguyên hàm của hàm số nào dưới đây?

- A. $f_1(x) = \frac{1}{3} \cos 3x$. B. $f_2(x) = -\frac{1}{3} \cos 3x$. C. $f_3(x) = 3 \cos 3x$. D. $f_4(x) = \frac{1}{3} \sin 3x$.

Câu 25: Số giao điểm của đồ thị hàm số $y = x^2 - 3x - 1$ và đồ thị hàm số $y = x^3 - 1$ là

- A. 3. B. 0. C. 2. D. 1.

Câu 26: Cho hình hộp chữ nhật $ABCD.A'B'C'D'$ có diện tích các mặt $ABCD$, $BCC'B'$, $CDD'C'$ lần lượt là $2a^2$, $3a^2$, $6a^2$. Góc giữa đường thẳng BD' và mặt phẳng $(ABCD)$ bằng α . Khi đó $\tan \alpha$ bằng:



- A. $\tan \alpha = \frac{1}{\sqrt{3}}$. B. $\tan \alpha = \frac{3}{\sqrt{5}}$. C. $\tan \alpha = \frac{\sqrt{5}}{3}$. D. $\tan \alpha = \sqrt{3}$.

Câu 27: Cho cấp số cộng (u_n) với $u_1 = 1$ và $d = 2$. Số hạng thứ u_{2024} đã cho bằng

- A. 2024. B. 4047. C. 4048. D. 4049.

Câu 28: Cho số phức $z = 2023 - 2024i$. Điểm biểu diễn của số phức liên hợp của z là:

- A. $(2023; 2024)$. B. $(-2023; 2024)$. C. $(2023; -2024)$. D. $(-2023; -2024)$.

Câu 29: Cho số phức $z = 2 - i$, điểm biểu diễn cho số phức $-i\bar{z}$ là

- A. $(-1; 2)$. B. $(1; -2)$. C. $(-2; -1)$ D. $(-2; 1)$.

Câu 30: Cho hình lập phương $ABCD.A_1B_1C_1D_1$. Góc giữa AC và DA_1 bằng

- A. 30° . B. 45° . C. 90° . D. 60° .

Câu 31: Cho hình chóp $S.ABC$ có đáy ABC là tam giác đều cạnh a . Cạnh bên $SA = a\sqrt{3}$ và vuông góc với mặt đáy (ABC) . Tính khoảng cách d từ A đến mặt phẳng (SBC) .

- A. $\frac{a\sqrt{15}}{5}$. B. a . C. $\frac{a\sqrt{5}}{5}$. D. $\frac{a\sqrt{3}}{2}$.

Câu 32: Cho hàm số $y = f(x)$ có đạo hàm $f'(x) = (x+1)(x-4), \forall x \in \mathbb{R}$. Hàm số đã cho đồng biến trên khoảng nào dưới đây?

- A. $(-1; 4)$. B. $(4; +\infty)$. C. $(-\infty; 0)$. D. $(-1; +\infty)$.

Câu 33: Một kệ sách có 15 quyển sách (4 quyển sách Toán khác nhau, 5 quyển sách Lý khác nhau và 6 quyển sách Văn khác nhau). Người ta lấy ngẫu nhiên 4 quyển sách từ kệ. Xác suất để số sách lấy ra không đủ ba môn.

- A. $\frac{724}{1365}$. B. $\frac{361}{1365}$. C. $\frac{48}{91}$. D. $\frac{43}{91}$.

Câu 34: Giả sử $\int_0^9 f(x)dx = 37$ và $\int_9^0 g(x)dx = 16$. Khi đó, $I = \int_0^9 [2f(x) + 3g(x)]dx$ bằng:

- A. $I = 58$. B. $I = 143$. C. $I = 26$. D. $I = 122$.

Câu 35: Giá trị nhỏ nhất của hàm số $f(x) = x^4 - 4x^2 - 12$ bằng

- A. $-\sqrt{2}$. B. -12 . C. $\sqrt{2}$. D. -16 .

Câu 36: Cho a, b là các số nguyên dương, $\log_{a^2} \left(\frac{a^3}{b^2} \right)$ bằng

- A. $\frac{3}{2} + \log_a b$. B. $6 - 2\log_a b$. C. $6 + 2\log_a b$. D. $\frac{3}{2} - \log_a b$.

Câu 37: Trong không gian $Oxyz$, phương trình mặt cầu tâm $I(-2;3;1)$ và tiếp xúc với mặt phẳng $(P): 3x + 5y + 4z - 6 = 0$ là:

- A. $(x+2)^2 + (y-3)^2 + (z-1)^2 = \frac{49}{50}$. B. $(x+2)^2 + (y-3)^2 + (z-1)^2 = \frac{7\sqrt{2}}{10}$.
C. $(x-2)^2 + (y+3)^2 + (z+1)^2 = \frac{49}{50}$. D. $(x-2)^2 + (y+3)^2 + (z+1)^2 = \frac{7\sqrt{2}}{10}$.

Câu 38: Trong không gian $Oxyz$, cho 3 điểm $A(-1;3;4); B(-2;5;1); C(0;1;1)$. Phương trình đường thẳng d đi qua trọng tâm G của tam giác ABC và vuông góc với (ABC) là

- A. $\begin{cases} x = -1 + 2t \\ y = 3 + t \\ z = 2 \end{cases}$. B. $\begin{cases} x = -1 - 12t \\ y = 3 + 6t \\ z = 4 \end{cases}$. C. $\begin{cases} x = -1 - 12t \\ y = 3 + 6t \\ z = 2 \end{cases}$. D. $\begin{cases} x = -1 + 2t \\ y = 3 + t \\ z = 4 \end{cases}$.

Câu 39: Cho a là số thực dương và $a \neq 2; a \neq \frac{1}{4}$ thỏa $\log_{\frac{2}{a}}(4a^2) + \log_{2\sqrt{a}}\left(\frac{2}{a}\right) = 3$. Giá trị âm của $\log_a 2$ bằng

- A. -1 . B. -2 . C. $\frac{-5}{7}$. D. $\frac{-5}{2}$.

Câu 40: Có bao nhiêu giá trị nguyên của tham số m thuộc đoạn $[-15;15]$ sao cho ứng với mỗi m , hàm

số $y = \frac{x^2 + 2x - m + 1}{2x - m}$ nghịch biến trên khoảng $(-5; -2)$?

- A. 25. B. 26. C. 5. D. 6.

Câu 41: Cho hàm số $y = f(x) = x^3 + ax^2 + bx + c$ có đồ thị (C) đồng thời có 2 điểm cực trị là $-1; 1$. Biết parabol $(P): y = g(x) = mx^2 + nx + p$ đi qua hai điểm cực trị của (C) . Hỏi có bao nhiêu cặp số nguyên dương $(c; p)$ thỏa mãn $c + p \leq 10$ sao cho hình phẳng giới hạn bởi parabol $(P): y = g(x)$ và đồ thị (C) có diện tích bằng 8?

- A. 10. B. 3. C. 5. D. 6.

Câu 42: Cho hai số phức z và w thỏa mãn $z + 2w = 8 + 6i$ và $|z - w| = 4$. Khi đó điểm $M(|z|; |w|)$ luôn thuộc elip (E) có tỉ số của độ dài trục lớn và trục bé là

- A. $\frac{1}{2}$. B. $\frac{\sqrt{6}}{2}$. C. $\sqrt{2}$. D. $\frac{\sqrt{3}}{2}$.

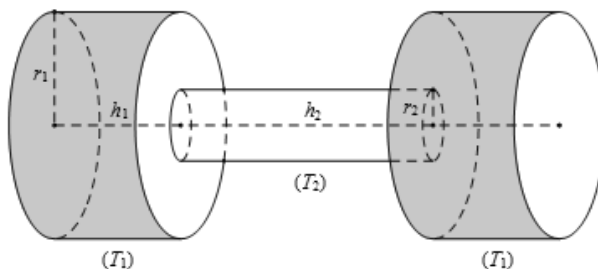
Câu 43: Cho hình lăng trụ đứng $ABC.A'B'C'$ có đáy là tam giác ABC vuông cân tại A , cạnh $BC = a\sqrt{6}$. Góc giữa mặt phẳng $(AB'C)$ và mặt phẳng $(BCC'B')$ bằng 60° . Tính thể tích V của khối đa diện $AB'CA'C'$.

- A. $a^3\sqrt{3}$. B. $\frac{3a^3\sqrt{3}}{2}$. C. $\frac{a^3\sqrt{3}}{2}$. D. $\frac{a^3\sqrt{3}}{3}$.

Câu 44: Trong không gian $Oxyz$, cho mặt cầu (S) có tâm $I(-1; 2; 1)$ và đi qua điểm $A(1; 0; -1)$. Xét các điểm B, C, D thuộc (S) sao cho AB, AC, AD đôi một vuông góc với nhau. Thể tích của khối tứ diện $ABCD$ lớn nhất bằng

- A. $\frac{64}{3}$. B. 32. C. 64. D. $\frac{32}{3}$.

Câu 45: Một chiếc tạ tay có hình dạng gồm ba khối hình trụ, trong đó hai khối trụ ở hai đầu bằng nhau và có một khối trụ làm tay cầm ở giữa (tham khảo hình vẽ bên dưới). Giả sử khối trụ làm đầu tạ là (T_1) có bán kính đáy và chiều cao lần lượt là r_1, h_1 ; khối trụ làm tay cầm là (T_2) có bán kính đáy và chiều cao lần lượt là r_2, h_2 , đồng thời thỏa mãn $r_1 = 4r_2, h_1 = \frac{1}{2}h_2$.



Biết rằng thể tích của khối trụ tay cầm (T_2) bằng $30 \text{ (cm}^3\text{)}$ và chiếc tạ làm bằng inox có khối lượng riêng là $D = 7,7 \text{ (g/cm}^3\text{)}$. Khối lượng của chiếc tạ tay bằng

- A. 3,927 (kg). B. 2,927 (kg). C. 3,279 (kg). D. 2,279 (kg).

Câu 46: Gọi S là tập hợp các số nguyên x thỏa mãn $4yx^6 + \log_2(yx^6) - 2\log_2 x + 1 \geq 2^{\log_2(2x)} + \log_2^2 x$. Có bao nhiêu giá trị nguyên của y để tập hợp S có nhiều nhất 32 phần tử?

- A. 16. B. 32. C. 19. D. 8.

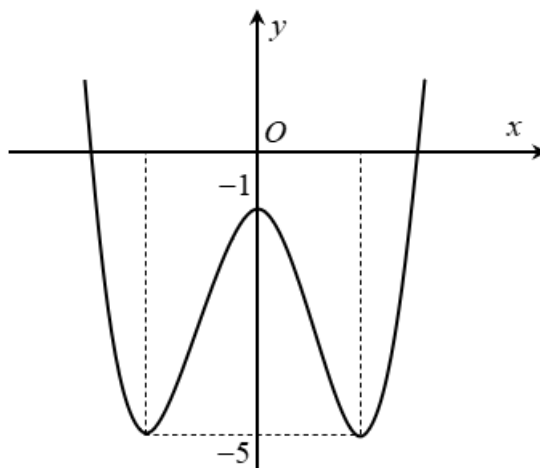
Câu 47: Cho hai số phức u, v thỏa mãn $|u + v + 3 - 2i| = |u - 2v - 6 - 2i| = 3$. Giá trị lớn nhất của biểu thức $T = 2|u - 2i| + 3|v + 3|$ tương ứng bằng

- A. $\frac{\sqrt{34}}{2}$. B. $\frac{3\sqrt{17}}{2}$. C. $\frac{3\sqrt{31}}{2}$. D. $\frac{3\sqrt{34}}{2}$.

Câu 48: Một hình nón cụt (T) có bán kính hai đáy lần lượt là 3 và 1. Khoảng cách giữa hai đáy của hình nón cụt là 2. Hình nón cụt đang chứa một lượng nước, thả một quả cầu bằng sắt có bán kính là 0,5 vào bên trong hình nón cụt thì mặt nước lúc này trùng với đáy nhỏ của hình nón cụt. Tính độ cao h lúc đầu của mực nước.

- A. $h = 3 - \sqrt{\frac{3}{2}}$. B. $h = 4 - \sqrt[3]{12}$. C. $h = 4 - \sqrt{5}$. D. $h = 3 - \sqrt[3]{\frac{3}{2}}$.

Câu 49: Cho hàm số đa thức bậc ba $y = f(x)$ có hai điểm cực trị là $x = 0$ và $x = 3$. Hàm số $y = g(x)$ là hàm số bậc bốn có đồ thị là đường cong như hình vẽ



Có bao nhiêu giá trị nguyên dương của tham số m để hàm số $y = f(g(x) + m)$ có đúng 7 điểm cực trị?

- A. 4 B. 3 C. 5 D. 6

Câu 50: Trong không gian $Oxyz$, cho mặt cầu $(S): (x-1)^2 + (y+2)^2 + (z-3)^2 = 48$. Gọi (α) là mặt phẳng đi qua hai điểm $A(0;0;-4)$, $B(2;0;0)$ và cắt mặt cầu (S) theo giao tuyến là đường tròn (C) . Khối nón (N) có đỉnh là tâm của (S) , đường tròn đáy là (C) có thể tích lớn nhất bằng:

- A. $\frac{128\pi}{3}$. B. 39π . C. $\frac{88\pi}{3}$. D. $\frac{215\pi}{3}$.

-----HẾT-----

BẢNG ĐÁP ÁN

1.D	2.B	3.B	4.B	5.B	6.C	7.D	8.D	9.B	10.C
11.D	12.B	13.A	14.A	15.B	16.D	17.A	18.B	19.C	20.A
21.C	22.B	23.D	24.C	25.D	26.B	27.B	28.A	29.B	30.D
31.A	32.B	33.D	34.C	35.D	36.D	37.A	38.A	39.C	40.D
41.D	42.C	43.A	44.D	45.A	46.C	47.D	48.D	49.A	50.B

HƯỚNG DẪN GIẢI CHI TIẾT

Câu 1: Cho hàm số $y = f(x)$ có bảng biến thiên như sau:

x	$-\infty$	-1	3	$+\infty$			
y'	+	0	-	0	+		
y	$-\infty$	$\nearrow$	4	$\searrow$	-2	$\nearrow$	$+\infty$

Giá trị cực đại của hàm số $y = f(x)$ bằng:

A. -1

B. -2

C. 3

D. 4

Lời giải

Từ bảng biến thiên suy ra, hàm số đạt cực đại tại $x = -1$ và giá trị cực đại của hàm số là $y = 4$.

Câu 2: Cho hàm số $f(x) = e^x + 2$. Khẳng định nào dưới đây là đúng?

A. $\int f(x) dx = e^{x-2} + C$.B. $\int f(x) dx = e^x + 2x + C$.C. $\int f(x) dx = e^x + C$.D. $\int f(x) dx = e^x - 2x + C$.

Lời giải

Ta có: $\int f(x) dx = (e^x + 2) dx = e^x + 2x + C$.

Câu 3: Cho phương trình $\log_2^2 x - 7\log_2 2x + 9 = 0$ nếu đặt $t = \log_2 x$ thì phương trình đã cho trở thành

A. $t^2 + 7t - 9 = 0$.B. $t^2 - 7t + 2 = 0$.C. $t^2 - 7t - 9 = 0$.D. $t^2 - 7t + 9 = 0$.

Lời giải

Điều kiện: $x > 0$

Ta có: $\log_2^2 x - 7\log_2 2x + 9 = 0 \Leftrightarrow \log_2^2 x - 7(\log_2 2 + \log_2 x) + 9 = 0$

$\Leftrightarrow \log_2^2 x - 7(1 + \log_2 x) + 9 = 0 \Leftrightarrow \log_2^2 x - 7 - 7\log_2 x + 9 = 0 \Leftrightarrow \log_2^2 x - 7\log_2 x + 2 = 0$

Đặt $t = \log_2 x$ khi đó phương trình trở thành $t^2 - 7t + 2 = 0$.

Câu 4: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho hai điểm $P(-2; 4; -12)$ và $F(-3; 2; -2)$. Tìm tọa độ vectơ $\overrightarrow{PF}$.

A. $(-5; 6; -14)$.B. $(-1; -2; 10)$.C. $(1; 2; -10)$.D. $(6; 8; 24)$.

Lời giải

Ta có: $\overrightarrow{PF} = (-1; -2; 10)$.

Câu 5: Đường tiệm cận ngang của đồ thị hàm số $y = \frac{2x - 2024}{x + 5}$ là :

A. $y = -5$.

B. $y = 2$.

C. $y = 2024$.

D. $y = \frac{2}{5}$.

Lời giải

Vì $\lim_{x \rightarrow \pm\infty} y = \lim_{x \rightarrow \pm\infty} \frac{2x - 2024}{x + 5} = 2$

Suy ra, đường thẳng $y = 2$ là tiệm cận ngang của đồ thị hàm số $y = \frac{2x - 2024}{x + 5}$

Câu 6: Cho hàm số $y = f(x)$ có bảng xét dấu như sau:

x	$-\infty$	0	$+\infty$
y'	$-$	0	$+$
y	$+\infty$	-3	$+\infty$

Hàm số có bao nhiêu điểm cực trị?

A. 0.

B. 2.

C. 1.

D. 3.

Lời giải

Từ bảng biến thiên ta thấy hàm số đã cho có 1 điểm cực trị.

Câu 7: Tập xác định của hàm số $y = (-x^2 + 3x + 4)^{-2024}$ là

A. $\mathbb{R}$.

B. $(-\infty; -1) \cup (4; +\infty)$.

C. $(-1; 4)$.

D. $\mathbb{R} \setminus \{-1; 4\}$.

Lời giải

Hàm số xác định khi $-x^2 + 3x + 4 \neq 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x \neq -1 \\ x \neq 4 \end{cases}$

Vậy tập xác định của hàm số là $D = \mathbb{R} \setminus \{-1; 4\}$.

Câu 8: Trong không gian $Oxyz$, cho đường thẳng $d: \begin{cases} x = 3 - 2t \\ y = 5 + t \\ z = -7 \end{cases} (t \in \mathbb{R})$. Vector nào dưới đây là một

vector chỉ phương của đường thẳng d .

A. $\vec{u}_1 = (3; 5; -7)$.

B. $\vec{u}_2 = (-2; 1; -7)$.

C. $\vec{u}_3 = (2; 1; 0)$.

D. $\vec{u}_4 = (-2; 1; 0)$.

Lời giải

Đường thẳng $d: \begin{cases} x = 3 - 2t \\ y = 5 + t \\ z = -7 \end{cases} (t \in \mathbb{R})$ có một vector chỉ phương là $\vec{u} = (-2; 1; 0)$.

Câu 9: Số phức liên hợp của số phức $3 + 4i$ là

A. $3 + 4i$.

B. $3 - 4i$.

C. $4 + 3i$.

D. $4 - 3i$.

Lời giải

Theo định nghĩa ta có $\overline{3 + 4i} = 3 - 4i$.

Câu 10: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho mặt phẳng $(P): 2x + 2y - z - 3 = 0$ và điểm $I(1; 2; -3)$. Mặt cầu (S) tâm I và tiếp xúc mặt phẳng (P) có phương trình là

A. $(x+1)^2 + (y-2)^2 + (z-3)^2 = 4$.

B. $(x-1)^2 + (y-2)^2 + (z+3)^2 = 16$.

C. $(x-1)^2 + (y-2)^2 + (z+3)^2 = 4$.

D. $(x-1)^2 + (y-2)^2 + (z+3)^2 = 2$.

Lời giải

Ta có (S) là mặt cầu có tâm $I(1; 2; -3)$ và bán kính R .

Vì (S) tiếp xúc với mặt phẳng $(P): 2x + 2y - z - 3 = 0$ nên ta có

$$R = d(I, (P)) = \frac{|2 \cdot 1 + 2 \cdot 2 - (-3) - 3|}{\sqrt{4 + 4 + 1}} = 2.$$

Vậy phương trình mặt cầu cần tìm là $(x-1)^2 + (y-2)^2 + (z+3)^2 = 4$.

Câu 11: Với a, b là hai số dương tùy ý, $\log(ab^2)$ bằng

A. $2(\log a + \log b)$.

B. $\log a + \frac{1}{2} \log b$.

C. $2 \log a + \log b$.

D. $\log a + 2 \log b$.

Lời giải

Ta có $\log(ab^2) = \log a + \log b^2 = \log a + 2 \log b$.

Câu 12: Cho hàm số $y = f(x)$ có bảng biến thiên như sau:

x	$-\infty$	-2	-1	0	$+\infty$	
$f'(x)$	$+$	0	$-$	$-$	0	$+$
$f(x)$	$-\infty$	-3	$+\infty$	1	$+\infty$	

Hàm số nghịch biến trong khoảng nào sau đây?

A. $(-\infty; -1)$.

B. $(-1; 0)$.

C. $(4; +\infty)$.

D. $(-\infty; 0)$.

Lời giải

Từ bảng biến thiên ta thấy hàm số đã cho nghịch biến trên khoảng $(-1;0)$.

Câu 13: Cho khối lăng trụ có diện tích đáy bằng $4a^2$ và chiều cao bằng $5a$. Thể tích khối lăng trụ đã cho bằng

A. $20a^3$.

B. $9a^3$.

C. $\frac{20}{3}a^3$.

D. $3a^3$.

Lời giải

Khối lăng trụ có diện tích đáy B và chiều cao h có thể tích là: $V = B.h$.

Do đó, thể tích khối lăng trụ có diện tích đáy bằng $4a^2$ và chiều cao bằng $5a$ là:
 $V = 4a^2.5a = 20a^3$.

Câu 14: Tập nghiệm của bất phương trình $3^x < 7$ là

A. $(-\infty; \log_3 7)$.

B. $(\log_3 7; +\infty)$.

C. $(-\infty; \log_3 7]$.

D. $[\log_3 7; +\infty)$.

Lời giải

Ta có: $3^x < 7 \Leftrightarrow x < \log_3 7$.

Vậy, tập nghiệm của bất phương trình $3^x < 7$ là: $(-\infty; \log_3 7)$.

Câu 15: Đường tiệm cận ngang của đồ thị hàm số $y = \frac{2x - 2024}{x + 5}$ là :

A. $y = -5$.

B. $y = 2$.

C. $y = 2024$.

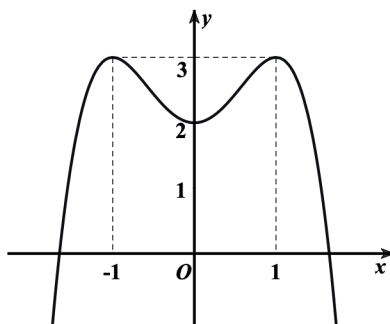
D. $y = \frac{2}{5}$.

Lời giải

Vì $\lim_{x \rightarrow \pm\infty} y = \lim_{x \rightarrow \pm\infty} \frac{2x - 2024}{x + 5} = 2$

Suy ra, đường thẳng $y = 2$ là tiệm cận ngang của đồ thị hàm số $y = \frac{2x - 2024}{x + 5}$

Câu 16: Đồ thị hàm số nào dưới đây có dạng như đường cong trong hình vẽ?



A. $y = x^4 - 2x^2 - 2$.

B. $y = x^3 + 2x^2 + 2$.

C. $y = -x^3 + 2x^2 + 2$.

D. $y = -x^4 + 2x^2 + 2$

Lời giải

Dựa vào hình dạng của đồ thị hàm số kết luận đây không phải là đồ thị hàm số bậc 3 nên loại B và C và $\lim_{x \rightarrow \pm\infty} y = -\infty \Rightarrow$ hệ số $a < 0$.

Câu 17: Cho hàm số $y = f(x)$ có đạo hàm $f'(x) = (x^2 - 9)(x - 4), \forall x \in \mathbb{R}$. Số điểm cực đại của hàm số đã cho là

A. 1.

B. 0.

C. 3.

D. 3.

Lời giải

$$\text{Cho } f'(x) = 0 \Rightarrow (x^2 - 9)(x - 4) = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 3 \\ x = -3 \\ x = 4 \end{cases}$$

Bảng biến thiên

x	$-\infty$	-3	3	4	$+\infty$
$f'(x)$	$-$	0	$+$	0	$+$
$f(x)$	$+\infty$	$f(-3)$	$f(3)$	$f(4)$	$+\infty$

Từ bảng biến thiên ta thấy hàm số đã cho có một điểm cực đại.

Câu 18: Nếu $\int_5^7 f(x) dx = -2$ và $\int_5^7 g(x) dx = 5$ thì $\int_5^7 [2f(x) + 3g(x)] dx$ bằng

A. 3.

B. 11.

C. 4.

D. -19.

Lời giải

$$\text{Ta có } \int_5^7 [2f(x) + 3g(x)] dx = 2 \int_5^7 f(x) dx + 3 \int_5^7 g(x) dx = 2 \cdot (-2) + 3 \cdot 5 = 11.$$

Câu 19: Tích phân $I = \int_2^5 \frac{dx}{x}$ có giá trị bằng

A. $3 \ln 3$.B. $\frac{1}{3} \ln 3$.C. $\ln \frac{5}{2}$.D. $\ln \frac{2}{5}$.

Lời giải

$$\text{Ta có : } I = \int_2^5 \frac{dx}{x} = \ln|x| \Big|_2^5 = \ln 5 - \ln 2 = \ln \frac{5}{2}$$

Câu 20: Một khối lăng trụ có thể tích bằng 18 và diện tích đáy bằng 9. Chiều cao của khối lăng trụ đó là

A. $h = 2$.B. $h = 9$.C. $h = 6$.D. $h = 3$.

Lời giải

$$\text{Ta có: Khối lăng trụ có công thức thể tích } V = Bh \Rightarrow h = \frac{V}{B} = \frac{18}{9} = 2.$$

Câu 21: Cho hai số phức $z_1 = 4 + 3i$ và $z_2 = 1 - 2i$. Biết số phức $\overline{z_1} - 2\overline{z_2} = a + bi$, $a, b \in \mathbb{R}$, khi đó $a^2 + b^2$ là:

- A. 5. B. 26. **C. 53.** D. 37.

Lời giải

Ta có $\overline{z_1} - 2\overline{z_2} = 4 - 3i - 2(1 + 2i) = 2 - 7i \Rightarrow a = 2; b = -7 \Rightarrow a^2 + b^2 = 53$.

Câu 22: Cho hình trụ (T) có chiều cao h , độ dài đường sinh l , bán kính đáy r . Thể tích khối trụ (T) là

- A. $V = \frac{1}{3}\pi r^2 h$. **B. $V = \pi r^2 h$.** C. $V = \pi r l^2$. D. $V = 2\pi r^2 h$.

Lời giải

Thể tích khối trụ (T) là $V = \pi r^2 h$.

Câu 23: Có bao nhiêu cách chọn 4 học sinh từ 10 học sinh để làm trực nhật lớp?

- A. 360. B. 5040. C. 540. **D. 210.**

Lời giải

Chọn 4 học sinh từ 10 học sinh là một tổ hợp chập 4 của 10. Số cách chọn học sinh làm trực nhật là: $C_{10}^4 = 210$ (cách chọn).

Câu 24: Hàm số $F(x) = \sin 3x$ là một nguyên hàm của hàm số nào dưới đây?

- A. $f_1(x) = \frac{1}{3}\cos 3x$. B. $f_2(x) = -\frac{1}{3}\cos 3x$. **C. $f_3(x) = 3\cos 3x$.** D. $f_4(x) = \frac{1}{3}\sin 3x$.

Lời giải

Ta có: $\int f_1(x) dx = \int \frac{1}{3}\cos 3x dx = \frac{1}{3} \int \frac{1}{3}\cos 3x d(3x) = \frac{1}{9} \cdot 3 \cdot \sin 3x = \frac{1}{3}\sin 3x + C$.

$\int f_2(x) dx = \int -\frac{1}{3}\cos 3x dx = -\frac{1}{3} \int \frac{1}{3}\cos 3x d(3x) = -\frac{1}{9} \cdot 3 \cdot \sin 3x = -\frac{1}{3}\sin 3x + C$.

$\int f_3(x) dx = \int 3\cos 3x dx = 3 \int \frac{1}{3}\cos 3x d(3x) = \sin 3x + C$.

$\int f_4(x) dx = \int \frac{1}{3}\sin 3x dx = \frac{1}{3} \int \frac{1}{3}\sin 3x d(3x) = -\frac{1}{9} \cdot 3 \cdot \cos 3x = -\frac{1}{3}\cos 3x + C$.

Câu 25: Số giao điểm của đồ thị hàm số $y = x^2 - 3x - 1$ và đồ thị hàm số $y = x^3 - 1$ là

- A. 3. B. 0. C. 2. **D. 1.**

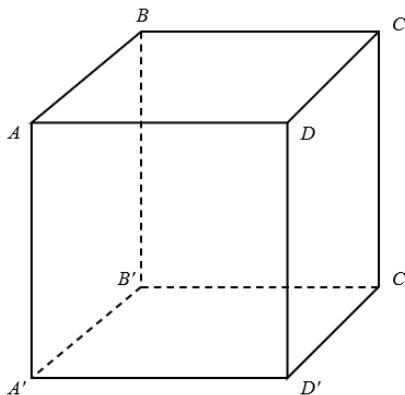
Lời giải

Số giao điểm của 2 đồ thị là số nghiệm của phương trình hoành độ giao điểm.

$x^2 - 3x - 1 = x^3 - 1 \Leftrightarrow x^3 - x^2 + 3x = 0 \Leftrightarrow x^3 - x^2 + 3x = 0 \Leftrightarrow x^3 - x^2 + 3x = 0 \Leftrightarrow x = 0$.

Vậy số giao điểm của hai đồ thị hàm số bằng 1.

Câu 26: Cho hình hộp chữ nhật $ABCD.A'B'C'D'$ có diện tích các mặt $ABCD$, $BCC'B'$, $CDD'C'$ lần lượt là $2a^2$, $3a^2$, $6a^2$. Góc giữa đường thẳng BD' và mặt phẳng $(ABCD)$ bằng α . Khi đó $\tan \alpha$ bằng:



A. $\tan \alpha = \frac{1}{\sqrt{3}}$.

B. $\tan \alpha = \frac{3}{\sqrt{5}}$.

C. $\tan \alpha = \frac{\sqrt{5}}{3}$.

D. $\tan \alpha = \sqrt{3}$.

Lời giải

Đặt $AB = x$; $AD = y$; $CC' = z$. Ta có:
$$\begin{cases} xy = 2a^2 \\ yz = 3a^2 \\ xz = 6a^2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 2a \\ y = a \\ z = 3a \end{cases}$$

Góc giữa đường thẳng BD' và mặt phẳng $(ABCD)$ bằng góc $BD'B' = \alpha$

$$\tan \alpha = \frac{BB'}{B'D'} = \frac{z}{\sqrt{x^2 + y^2}} = \frac{3a}{a\sqrt{5}} = \frac{3}{\sqrt{5}}.$$

Câu 27: Cho cấp số cộng (u_n) với $u_1 = 1$ và $d = 2$. Số hạng thứ u_{2024} đã cho bằng

A. 2024.

B. 4047.

C. 4048.

D. 4049.

Lời giải

Công thức số hạng tổng quát $u_n = u_1 + (n-1)d$.

Ta có $u_{2024} = u_1 + 2023d = 1 + 2023 \cdot 2 = 1 + 4046 = 4047$.

Câu 28: Cho số phức $z = 2023 - 2024i$. Điểm biểu diễn của số phức liên hợp của z là:

A. $(2023; 2024)$.

B. $(-2023; 2024)$.

C. $(2023; -2024)$.

D. $(-2023; -2024)$.

Lời giải

Số phức liên hợp của $z = 2023 - 2024i$ là $\bar{z} = 2023 + 2024i$.

Vậy điểm biểu diễn của số phức liên hợp của z là $(2023; 2024)$.

Câu 29: Cho số phức $z = 2 - i$, điểm biểu diễn cho số phức $-i\bar{z}$ là

A. $(-1; 2)$.B. $(1; -2)$.C. $(-2; -1)$ D. $(-2; 1)$.

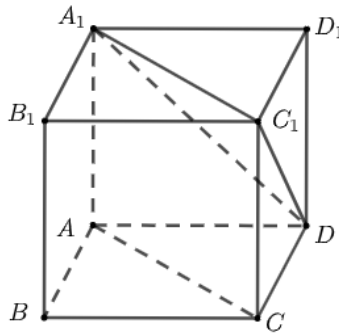
Lời giải

Vì $-i\bar{z} = 1 - 2i$ do đó điểm biểu diễn cho số phức là $(1; -2)$.

Câu 30: Cho hình lập phương $ABCD.A_1B_1C_1D_1$. Góc giữa AC và DA_1 bằng

A. 30° .B. 45° .C. 90° .D. 60° .

Lời giải

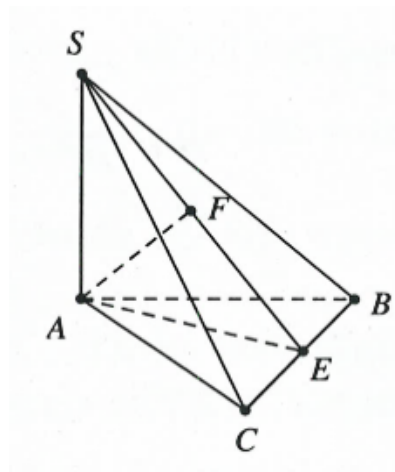


Vì $AC \parallel A_1C_1$ do đó góc (AC, DA_1) bằng $(A_1C_1, DA_1) = \angle DA_1C_1 = 60^\circ$ (vì tam giác A_1DC_1 đều).

Câu 31: Cho hình chóp S.ABC có đáy ABC là tam giác đều cạnh a . Cạnh bên $SA = a\sqrt{3}$ và vuông góc với mặt đáy (ABC) . Tính khoảng cách d từ A đến mặt phẳng (SBC) .

A. $\frac{a\sqrt{15}}{5}$.B. a .C. $\frac{a\sqrt{5}}{5}$.D. $\frac{a\sqrt{3}}{2}$.

Lời giải



$$\text{Dựng } \begin{cases} AE \perp BC \\ AF \perp SE \end{cases} \Rightarrow d(A; (SBC)) = AF$$

$$\text{Lại có } AE = \frac{a\sqrt{3}}{2}, SA = a\sqrt{3} \Rightarrow AF = \frac{SA \cdot AE}{\sqrt{SA^2 + AE^2}} = \frac{a\sqrt{15}}{5}$$

Câu 32: Cho hàm số $y = f(x)$ có đạo hàm $f'(x) = (x+1)(x-4), \forall x \in \mathbb{R}$. Hàm số đã cho đồng biến trên khoảng nào dưới đây?

A. $(-1; 4)$.

B. $(4; +\infty)$.

C. $(-\infty; 0)$.

D. $(-1; +\infty)$.

Lời giải

$$\text{Ta có } f'(x) = (x+1)(x-4) = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = -1 \\ x = 4 \end{cases}$$

Bảng xét dấu

x	$-\infty$		-1		4		$+\infty$
y'		$+$	0	$-$	0	$+$	

Vậy hàm số đồng biến trên $(4; +\infty)$.

Câu 33: Một kệ sách có 15 quyển sách (4 quyển sách Toán khác nhau, 5 quyển sách Lý khác nhau và 6 quyển sách Văn khác nhau). Người ta lấy ngẫu nhiên 4 quyển sách từ kệ. Xác suất để số sách lấy ra không đủ ba môn.

A. $\frac{724}{1365}$.

B. $\frac{361}{1365}$.

C. $\frac{48}{91}$.

D. $\frac{43}{91}$.

Lời giải

Số phần tử của không gian mẫu là $|\Omega| = C_{15}^4 = 1365$.Gọi A là biến cố “Lấy ra 4 quyển sách có đủ 3 môn”.Trường hợp 1: 2 sách Toán, 1 sách Lý, 1 sách Văn: có $C_4^2 C_5^1 C_6^1$ cách lấy.Trường hợp 2: 1 sách Toán, 2 sách Lý, 1 sách Văn: có $C_4^1 C_5^2 C_6^1$ cách lấy.Trường hợp 3: 1 sách Toán, 1 sách Lý, 2 sách Văn: có $C_4^1 C_5^1 C_6^2$ cách lấy.Vậy kết quả thuận lợi cho biến cố A là $|\Omega_A| = C_4^2 C_5^1 C_6^1 + C_4^1 C_5^2 C_6^1 + C_4^1 C_5^1 C_6^2 = 720$.

$$\text{Xác suất của biến cố } A \text{ là } P(A) = \frac{|\Omega_A|}{|\Omega|} = \frac{720}{1365}.$$

$$\text{Xác suất cần tính là: } 1 - P(A) = 1 - \frac{720}{1365} = \frac{43}{91}.$$

Câu 34: Giả sử $\int_0^9 f(x)dx = 37$ và $\int_9^0 g(x)dx = 16$. Khi đó, $I = \int_0^9 [2f(x) + 3g(x)]dx$ bằng:

A. $I = 58$.

B. $I = 143$.

C. $I = 26$.

D. $I = 122$.

Lời giải

$$\text{Ta có: } I = \int_0^9 [2f(x) + 3g(x)]dx = \int_0^9 2f(x)dx + \int_0^9 3g(x)dx = 2\int_0^9 f(x)dx - 3\int_9^0 g(x)dx = 26.$$

Câu 35: Giá trị nhỏ nhất của hàm số $f(x) = x^4 - 4x^2 - 12$ bằng

A. $-\sqrt{2}$.

B. -12 .

C. $\sqrt{2}$.

D. -16 .

Lời giải

$$\text{Xét } f'(x) = 4x^3 - 8x = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 0 \\ x = -\sqrt{2} \\ x = \sqrt{2} \end{cases} \Rightarrow f(0) = -12; f(-\sqrt{2}) = f(\sqrt{2}) = -16$$

Lập bảng biến thiên của hàm số như sau:

x	$-\infty$	$-\sqrt{2}$	0	$\sqrt{2}$	$+\infty$			
y'		$+$	0	$-$	0	$+$	0	$-$
y	$+\infty$			-12			-16	$+\infty$

Suy ra giá trị nhỏ nhất của hàm số là -16

Câu 36: Cho a, b là các số nguyên dương, $\log_{a^2} \left(\frac{a^3}{b^2} \right)$ bằng

A. $\frac{3}{2} + \log_a b$.

B. $6 - 2\log_a b$.

C. $6 + 2\log_a b$.

D. $\frac{3}{2} - \log_a b$.

Lời giải

$$\text{Ta có: } \log_{a^2} \left(\frac{a^3}{b^2} \right) = \log_{a^2} a^3 - \log_{a^2} b^2 = \frac{3}{2} - \log_a b.$$

Câu 37: Trong không gian $Oxyz$, phương trình mặt cầu tâm $I(-2; 3; 1)$ và tiếp xúc với mặt phẳng $(P): 3x + 5y + 4z - 6 = 0$ là:

A. $(x+2)^2 + (y-3)^2 + (z-1)^2 = \frac{49}{50}$.

B. $(x+2)^2 + (y-3)^2 + (z-1)^2 = \frac{7\sqrt{2}}{10}$.

C. $(x-2)^2 + (y+3)^2 + (z+1)^2 = \frac{49}{50}$.

D. $(x-2)^2 + (y+3)^2 + (z+1)^2 = \frac{7\sqrt{2}}{10}$.

Lời giải

$$\text{Bán kính mặt cầu là: } R = d(I, (P)) = \frac{|3 \cdot (-2) + 5 \cdot 3 + 4 \cdot 1 - 6|}{\sqrt{3^2 + 5^2 + 4^2}} = \frac{7\sqrt{2}}{10}.$$

$$\text{Phương trình đường tròn: } (x+2)^2 + (y-3)^2 + (z-1)^2 = \frac{49}{50}.$$

Câu 38: Trong không gian $Oxyz$, cho 3 điểm $A(-1; 3; 4); B(-2; 5; 1); C(0; 1; 1)$. Phương trình đường thẳng d đi qua trọng tâm G của tam giác ABC và vuông góc với (ABC) là

A. $\begin{cases} x = -1 + 2t \\ y = 3 + t \\ z = 2 \end{cases}$

B. $\begin{cases} x = -1 - 12t \\ y = 3 + 6t \\ z = 4 \end{cases}$

C. $\begin{cases} x = -1 - 12t \\ y = 3 + 6t \\ z = 2 \end{cases}$

D. $\begin{cases} x = -1 + 2t \\ y = 3 + t \\ z = 4 \end{cases}$

Lời giải

Tọa độ trọng tâm $G = (-1; 3; 2)$. Ta có $\overrightarrow{AB}(-1; 2; -3); \overrightarrow{AC}(1; -2; -3)$

Vectơ pháp tuyến của mp (ABC) là: $\vec{n}_{(ABC)} = [\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{AC}] = (-12; -6; 0)$

Vì $d \perp (ABC) \Rightarrow \vec{u}_d = (2; 1; 0)$

Phương trình đường thẳng d là: $\begin{cases} x = -1 + 2t \\ y = 3 + t \\ z = 2 \end{cases}$

Câu 39: Cho a là số thực dương và $a \neq 2; a \neq \frac{1}{4}$ thỏa $\log_{\frac{2}{a}}(4a^2) + \log_{2\sqrt{a}}\left(\frac{2}{a}\right) = 3$. Giá trị âm của $\log_a 2$ bằng

A. -1.

B. -2.

C. $-\frac{5}{7}$.

D. $-\frac{5}{2}$.

Lời giải

$$\text{Ta có } \log_{\frac{2}{a}}(4a^2) + \log_{2\sqrt{a}}\left(\frac{2}{a}\right) = 3 \Leftrightarrow \frac{\log_2(4a^2)}{\log_2\left(\frac{2}{a}\right)} + \frac{\log_2\left(\frac{2}{a}\right)}{\log_2(2\sqrt{a})} = 3$$

$$\Leftrightarrow \frac{2 + 2\log_2 a}{1 - \log_2 a} + \frac{1 - \log_2 a}{1 + \frac{1}{2}\log_2 a} = 3$$

$$\text{Đặt } t = \log_2 a \text{ ta được phương trình } \frac{2 + 2t}{1 - t} + \frac{1 - t}{1 + \frac{1}{2}t} = 3 \Leftrightarrow 7t^2 + 5t = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} t = 0 \\ t = -\frac{5}{7} \end{cases}$$

Theo yêu cầu đề bài ta có $\log_2 a = -\frac{5}{7}$

Câu 40: Có bao nhiêu giá trị nguyên của tham số m thuộc đoạn $[-15; 15]$ sao cho ứng với mỗi m , hàm số $y = \frac{x^2 + 2x - m + 1}{2x - m}$ nghịch biến trên khoảng $(-5; -2)$?

A. 25.

B. 26.

C. 5.

D. 6.

Lời giải

$$\text{Ta có } y' = \frac{2x^2 - 2mx - 2}{(2x - m)^2}.$$

Hàm số $y = \frac{x^2 + 2x - m + 1}{2x - m}$ nghịch biến trên khoảng $(-5; -2)$ khi và chỉ khi

$$y' = \frac{2x^2 - 2mx - 2}{(2x - m)^2} \leq 0, \forall x \in (-5; -2) \text{ và } 2x - m \neq 0, \forall x \in (-5; -2).$$

Hay $x^2 - mx - 1 \leq 0, \forall x \in (-5; -2)$ và $\frac{m}{2} \notin (-5; -2)$.

Suy ra $m \leq \frac{x^2 - 1}{x}, \forall x \in (-5; -2)$ và $\frac{m}{2} \leq -5$ hoặc $\frac{m}{2} \geq -2$.

Tức là $m \leq \min_{[-5; -2]} \frac{x^2 - 1}{x} = -\frac{24}{5}$ và $m \leq -10$ hoặc $m \geq -4$.

Suy ra $m \leq -10$. Mà $m \in [-15; 15]$ và $m \in \mathbb{Z}$ nên $m \in \{-15; -14; -13; -12; -11; -10\}$.

Vậy có tất cả 6 giá trị nguyên của m thỏa mãn yêu cầu đầu bài.

Câu 41: Cho hàm số $y = f(x) = x^3 + ax^2 + bx + c$ có đồ thị (C) đồng thời có 2 điểm cực trị là $-1; 1$. Biết parabol $(P): y = g(x) = mx^2 + nx + p$ đi qua hai điểm cực trị của (C) . Hỏi có bao nhiêu cặp số nguyên dương $(c; p)$ thỏa mãn $c + p \leq 10$ sao cho hình phẳng giới hạn bởi parabol $(P): y = g(x)$ và đồ thị (C) có diện tích bằng 8?

A. 10.

B. 3.

C. 5.

D. 6.

Lời giải

Do hai đồ thị đều đi qua các điểm cực trị của (C) nên phương trình hoành độ giao điểm chắc chắn đã có các nghiệm $x = \pm 1$.

Do vậy ta có $f(x) - g(x) = (x^2 - 1)(x - k) = x^3 - kx^2 - x + k$

Trường hợp 1: Nếu $k \geq 1$

$$\begin{aligned} S &= \int_{-1}^k |x^3 - kx^2 - x + k| dx = \int_{-1}^1 (x^3 - kx^2 - x + k) dx - \int_{-1}^k (x^3 - kx^2 - x + k) dx \\ \Rightarrow S &= \left(\frac{x^4}{4} - \frac{kx^3}{3} - \frac{x^2}{2} + kx \right) \Big|_{-1}^1 - \left(\frac{x^4}{4} - \frac{kx^3}{3} - \frac{x^2}{2} + kx \right) \Big|_{-1}^k \\ \Rightarrow S &= \frac{k^4 - 6k^2 + 24k - 3}{12} = 8 \Rightarrow k = 3 \end{aligned}$$

Khi đó: $f(x) - g(x) = x^3 + (a - m)x^2 + (b - n)x + c - p = x^3 - 3x^2 - x + 3 \Rightarrow c - p = 3$

Kết hợp $c + p \leq 10$ ta được $(c; p) = (4; 1) = (5; 2) = (6; 3)$.

Trường hợp 2: Nếu $k \leq -1$

$$\begin{aligned}
 S &= \int_k^1 |x^3 - kx^2 - x + k| dx = \int_k^{-1} (x^3 - kx^2 - x + k) dx - \int_{-1}^1 (x^3 - kx^2 - x + k) dx \\
 \Rightarrow S &= \left(\frac{x^4}{4} - \frac{kx^3}{3} - \frac{x^2}{2} + kx \right) \Big|_k^{-1} - \left(\frac{x^4}{4} - \frac{kx^3}{3} - \frac{x^2}{2} + kx \right) \Big|_{-1}^1 \\
 \Rightarrow S &= \frac{k^4 - 6k^2 - 24k - 3}{12} = 8 \Rightarrow k = -3
 \end{aligned}$$

Khi đó: $f(x) - g(x) = x^3 + (a-m)x^2 + (b-n)x + c - p = x^3 + 3x^2 - x - 3 \Rightarrow c - p = -3$

Kết hợp $c + p \leq 10$ ta được $(p; c) = (4; 1) = (5; 2) = (6; 3)$

Trường hợp 3: Nếu $-1 < k < 1$

$$\begin{aligned}
 S &= \int_{-1}^1 |x^3 - kx^2 - x + k| dx = \int_{-1}^k (x^3 - kx^2 - x + k) dx - \int_k^1 (x^3 - kx^2 - x + k) dx \\
 \Rightarrow S &= \left(\frac{x^4}{4} - \frac{kx^3}{3} - \frac{x^2}{2} + kx \right) \Big|_{-1}^k - \left(\frac{x^4}{4} - \frac{kx^3}{3} - \frac{x^2}{2} + kx \right) \Big|_k^1 \\
 \Rightarrow S &= \frac{-k^4}{12} + k^2 + \frac{1}{2} = 8 \text{ (vô nghiệm)}
 \end{aligned}$$

Vậy có 6 cặp số nguyên dương $(c; p)$ thỏa mãn.

Câu 42: Cho hai số phức z và w thỏa mãn $z + 2w = 8 + 6i$ và $|z - w| = 4$. Khi đó điểm $M(|z|; |w|)$ luôn thuộc elip (E) có tỉ số của độ dài trục lớn và trục bé là

A. $\frac{1}{2}$.

B. $\frac{\sqrt{6}}{2}$.

C. $\sqrt{2}$.

D. $\frac{\sqrt{3}}{2}$.

Lời giải

Ta có: $|z + 2w|^2 = (z + 2w)(\bar{z} + 2\bar{w}) = |z|^2 + 4|w|^2 + 2z\bar{w} + 2w\bar{z}$.

$2|z - w|^2 = 2(z - w)(\bar{z} - \bar{w}) = 2(|z|^2 + |w|^2) - 2z\bar{w} - 2w\bar{z}$.

Suy ra $|z + 2w|^2 + 2|z - w|^2 = 3|z|^2 + 6|w|^2$.

Mặt khác $|z + 2w|^2 + 2|z - w|^2 = |8 + 6i|^2 + 2|z - w|^2 = 8^2 + 6^2 + 2 \cdot 4^2 = 132$.

Do đó ta có $3|z|^2 + 6|w|^2 = 132 \Leftrightarrow \frac{|z|^2}{44} + \frac{|w|^2}{22} = 1$.

Suy ra $M(|z|; |w|)$ luôn thuộc elip (E) có phương trình $\frac{x^2}{44} + \frac{y^2}{22} = 1$.

Vậy $a^2 = 44; b^2 = 22 \Rightarrow a = \sqrt{44}; b = \sqrt{22} \Rightarrow \frac{2a}{2b} = \sqrt{2}$

Câu 43: Cho hình lăng trụ đứng $ABC.A'B'C'$ có đáy là tam giác ABC vuông cân tại A , cạnh $BC = a\sqrt{6}$. Góc giữa mặt phẳng $(AB'C)$ và mặt phẳng $(BCC'B')$ bằng 60° . Tính thể tích V của khối đa diện $AB'CA'C'$.

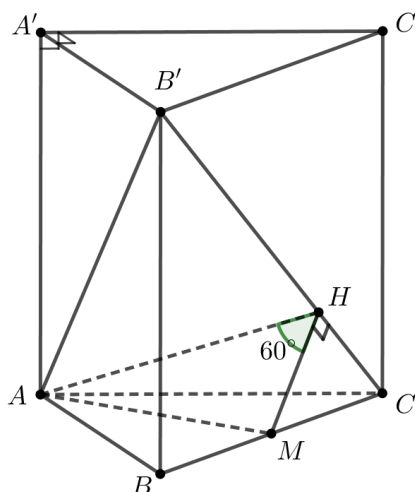
A. $a^3\sqrt{3}$.

B. $\frac{3a^3\sqrt{3}}{2}$.

C. $\frac{a^3\sqrt{3}}{2}$.

D. $\frac{a^3\sqrt{3}}{3}$.

Lời giải



Khối đa diện $AB'CA'C'$ là hình chóp $B'.ACC'A'$ có $A'B' \perp (ACC'A')$.

Từ giả thiết tam giác ABC vuông cân tại A , cạnh $BC = a\sqrt{6}$ ta suy ra $AB = AC = a\sqrt{3}$.

Gọi M là trung điểm của BC , suy ra $AM \perp BC$ và $AM = \frac{a\sqrt{6}}{2}$.

Ta có $\begin{cases} AM \perp BC \\ AM \perp BB' \end{cases} \Rightarrow AM \perp (BCC'B') \Rightarrow AM \perp B'C$ (1).

Gọi H là hình chiếu vuông góc của M lên $B'C$, suy ra $MH \perp B'C$ (2).

Từ (1) và (2) ta suy ra $B'C \perp (AMH)$.

Từ đó suy ra góc giữa mặt phẳng $(AB'C)$ và mặt phẳng $(BCC'B')$ là góc giữa AH và MH .

Mà tam giác AMH vuông tại M nên $\Rightarrow \angle AHM = 60^\circ$.

$$\Rightarrow MH = AM \cdot \cot 60^\circ = \frac{a\sqrt{6}}{2} \cdot \frac{1}{\sqrt{3}} = \frac{a\sqrt{2}}{2} \text{ mà } \sin \angle HCM = \frac{MH}{MC} = \frac{\frac{a\sqrt{2}}{2}}{\frac{a\sqrt{6}}{2}} = \frac{1}{\sqrt{3}}$$

$$\Rightarrow 1 + \tan^2 \angle MCH = \frac{1}{1 - \sin^2 \angle MCH} = \frac{1}{1 - \frac{1}{3}} = \frac{3}{2} \Rightarrow \tan \angle MCH = \frac{\sqrt{2}}{2}$$

$$\Rightarrow BB' = BC \cdot \tan \angle MCH = a\sqrt{6} \cdot \frac{\sqrt{2}}{2} = a\sqrt{3}$$

Thể tích khối chóp cần tính là: $V_{AB'CA'C'} = V_{B'.ACC'A'} = \frac{1}{3} B'A' \cdot AC \cdot BB' = \frac{1}{3} \cdot a\sqrt{3} \cdot a\sqrt{3} \cdot a\sqrt{3} = a^3\sqrt{3}$.

Câu 44: Trong không gian $Oxyz$, cho mặt cầu (S) có tâm $I(-1;2;1)$ và đi qua điểm $A(1;0;-1)$. Xét các điểm B, C, D thuộc (S) sao cho AB, AC, AD đôi một vuông góc với nhau. Thể tích của khối tứ diện $ABCD$ lớn nhất bằng

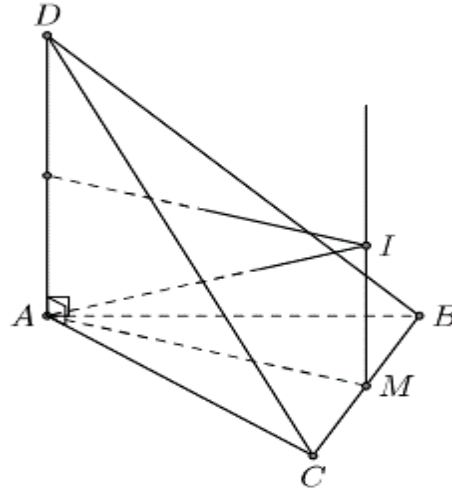
A. $\frac{64}{3}$.

B. 32.

C. 64.

D. $\frac{32}{3}$.

Lời giải



Đặt $AD = a, AB = b, AC = c$.

$$\text{Khi đó, } V_{ABCD} = \frac{1}{6} AB \cdot AC \cdot AD = \frac{1}{6} abc.$$

Ta có bán kính mặt cầu (S) là $R = IA = 2\sqrt{3}$.

$$\text{Gọi } M \text{ là trung điểm của } BC. \text{ Khi đó, } AM = \frac{b^2 + c^2}{2}.$$

Vì tứ diện $ABCD$ nội tiếp trong mặt cầu (S) nên ta có $IM \parallel AD$ và $IM = \frac{1}{2} AD = \frac{1}{2} a$.

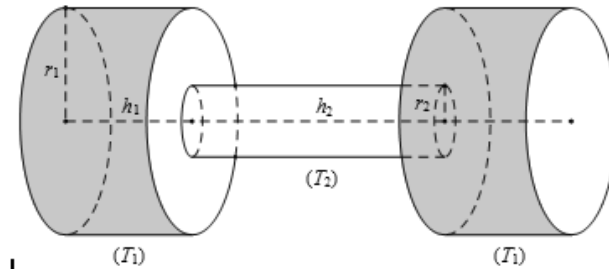
Xét tam giác AIM vuông tại M , ta có

$$AI^2 = AM^2 + IM^2 \Leftrightarrow a^2 + b^2 + c^2 = 48$$

$$\text{Suy ra } V_{ABCD}^2 = \frac{1}{36} a^2 b^2 c^2 \leq \frac{1}{36} \frac{(a^2 + b^2 + c^2)^3}{27} = \frac{1024}{9} \text{ hay } V_{ABCD} \leq \frac{32}{3}.$$

Câu 45: Một chiếc tạ tay có hình dạng gồm ba khối hình trụ, trong đó hai khối trụ ở hai đầu bằng nhau và có một khối trụ làm tay cầm ở giữa (tham khảo hình vẽ bên dưới). Giả sử khối trụ làm đầu tạ là (T_1) có bán kính đáy và chiều cao lần lượt là r_1, h_1 ; khối trụ làm tay cầm là (T_2) có bán

kính đáy và chiều cao lần lượt là r_2, h_2 , đồng thời thỏa mãn $r_1 = 4r_2, h_1 = \frac{1}{2}h_2$.



Biết rằng thể tích của khối trụ tay cầm (T_2) bằng $30 \text{ (cm}^3\text{)}$ và chiếc tạ làm bằng inox có khối lượng riêng là $D = 7,7 \text{ (g / cm}^3\text{)}$. Khối lượng của chiếc tạ tay bằng

A. 3,927 (kg).

B. 2,927 (kg).

C. 3,279 (kg).

D. 2,279 (kg).

Lời giải

Thể tích của hai khối trụ làm đầu tạ (T_1) là:

$$V_1 = 2\pi r_1^2 h_1 = 2\pi (4r_2)^2 \frac{1}{2} h_2 = 16\pi r_2^2 h_2 = 16 \cdot 30 = 480 \text{ (cm}^3\text{)}.$$

Thể tích của khối trụ làm tay cầm (T_2) là $V_2 = 30 \text{ (cm}^3\text{)}$.

Tổng thể tích của chiếc tạ tay là: $V = V_1 + V_2 = 480 + 30 = 510 \text{ (cm}^3\text{)}$.

Khối lượng của chiếc tạ: $m = D \cdot V = 7,7 \cdot 510 = 3927 \text{ (g)} = 3,927 \text{ (kg)}$.

Câu 46: Gọi S là tập hợp các số nguyên x thỏa mãn $4yx^6 + \log_2(yx^6) - 2\log_2 x + 1 \geq 2^{\log_2^2(2x)} + \log_2^2 x$. Có bao nhiêu giá trị nguyên của y để tập hợp S có nhiều nhất 32 phần tử?

A. 16.

B. 32.

C. 19.

D. 8.

Lời giải

Điều kiện: $x > 0$ và $y > 0$.

Bất phương trình tương đương với: $4yx^6 + \log_2(yx^6) + 1 \geq 2^{\log_2^2(2x)} + \log_2^2 x + 2\log_2 x$

$$\Leftrightarrow 4yx^6 + \log_2(yx^6) + 2 \geq 2^{\log_2^2(2x)} + (\log_2^2 x + 2\log_2 x + 1)$$

$$\Leftrightarrow 4yx^6 + \log_2(4yx^6) \geq 2^{\log_2^2(2x)} + (\log_2 x + 1)^2$$

$$\Leftrightarrow 4yx^6 + \log_2(4yx^6) \geq 2^{\log_2^2(2x)} + \log_2^2(2x) \Leftrightarrow f(4yx^6) \geq f(2^{\log_2^2 2x})(1).$$

Xét hàm đặc trưng $f(t) = t + \log_2 t$, $t > 0$.

Ta có $f'(t) = 1 + \frac{1}{t \ln 2} > 0$ với $t > 0$ nên hàm số $f(t)$ đồng biến trên $(0; +\infty)$.

Khi đó ta được:

$$(1) \Leftrightarrow 4yx^6 \geq 2^{\log_2^2 2x} \Leftrightarrow 2 + \log_2 y + 6\log_2 x \geq \log_2^2 2x \Leftrightarrow \log_2 y \geq \log_2^2 x - 4\log_2 x - 1 = g(x).$$

Ta có $g'(x) = \frac{2}{x \ln 2} \log_2 x - \frac{4}{x \ln 2} = \frac{2}{x \ln 2} (\log_2 x - 2)$

Giải phương trình $g'(x) = 0 \Leftrightarrow \log_2 x = 2 \Leftrightarrow x = 4$.

x	0	1	4	33
$g'(x)$	-	0	-	0
$g(x)$				

Để tập S có nhiều nhất 32 phần tử thì $\log_2 y < g(33) \Leftrightarrow 0 < y < 2^{g(33)} \Rightarrow 0 < y \leq 19$.

Vậy có 19 giá trị nguyên của y thỏa mãn yêu cầu bài toán.

Câu 47: Cho hai số phức u, v thỏa mãn $|u + v + 3 - 2i| = |u - 2v - 6 - 2i| = 3$. Giá trị lớn nhất của biểu thức $T = 2|u - 2i| + 3|v + 3|$ tương ứng bằng

A. $\frac{\sqrt{34}}{2}$.

B. $\frac{3\sqrt{17}}{2}$.

C. $\frac{3\sqrt{31}}{2}$.

D. $\frac{3\sqrt{34}}{2}$.

Lời giải

Đặt $z_1 = u - 2i; z_2 = v + 3$.

Suy ra: $|u + v + 3 - 2i| = |u - 2v - 6 - 2i| = 3 = |z_1 + z_2| = |z_1 - 2z_2|$

Biểu thức $T = 2|u - 2i| + 3|v + 3| = 2|z_1| + 3|z_2|$

Ta có: $|z_1 + z_2|^2 = |z_1|^2 + |z_2|^2 + (\overline{z_1}z_2 + z_1\overline{z_2}) = 9 \Leftrightarrow |z_1 - 2z_2|^2 = |z_1|^2 + 4|z_2|^2 - 2(\overline{z_1}z_2 + z_1\overline{z_2}) = 9$

$\Rightarrow 2|z_1 + z_2|^2 + |z_1 - 2z_2|^2 = 3|z_1|^2 + 6|z_2|^2 = 2 \cdot 3^2 + 3^2 \Leftrightarrow |z_1|^2 + 2|z_2|^2 = 9$

Áp dụng bất đẳng thức Bunhia ta có

$T = \left(2|z_1| + \frac{3}{\sqrt{2}} \cdot \sqrt{2}|z_2| \right) \leq \sqrt{\left(2^2 + \frac{9}{2} \right) (|z_1|^2 + 2|z_2|^2)} = \frac{3\sqrt{34}}{2}$.

Câu 48: Một hình nón cụt (T) có bán kính hai đáy lần lượt là 3 và 1. Khoảng cách giữa hai đáy của hình nón cụt là 2. Hình nón cụt đang chứa một lượng nước, thả một quả cầu bằng sắt có bán kính là 0,5 vào bên trong hình nón cụt thì mặt nước lúc này trùng với đáy nhỏ của hình nón cụt. Tính độ cao h lúc đầu của mực nước.

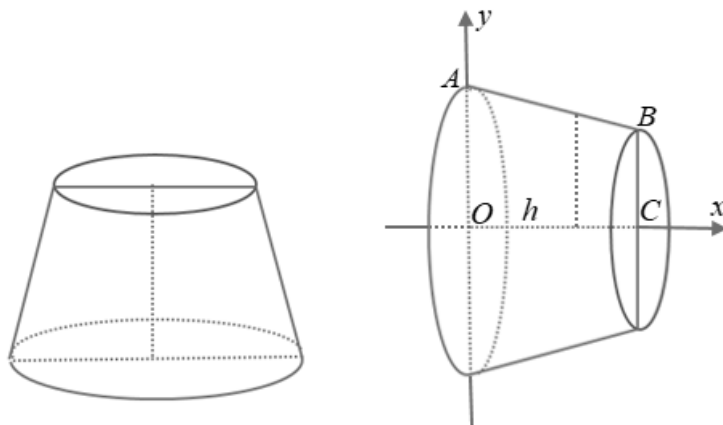
A. $h = 3 - \sqrt{\frac{3}{2}}$.

B. $h = 4 - \sqrt[3]{12}$.

C. $h = 4 - \sqrt{5}$.

D. $h = 3 - \sqrt[3]{\frac{3}{2}}$.

Lời giải



Chọn hệ tọa độ như hình vẽ. Khi đó $A(0;3), B(2;1)$ suy ra $AB: y = -x + 3$.

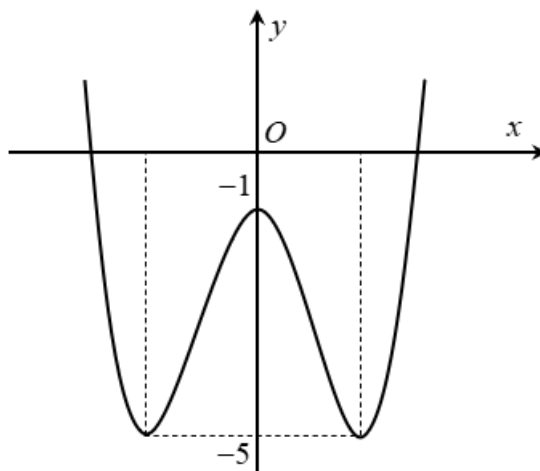
Thể tích khối cầu là $V_{(C)} = \frac{4}{3}\pi(0,5)^3 = \frac{\pi}{6}$.

Gọi h là độ cao mực nước với điều kiện $0 < h < 2$.

Khi đó: $V_{(C)} = \pi \int_h^2 (-x+3)^2 dx = \pi \int_h^2 (x-3)^2 dx = \frac{\pi}{3}(x-3)^3 \Big|_h^2 = -\frac{\pi}{3} - \frac{\pi(h-3)^3}{3}$.

Từ đó ta có: $-\frac{\pi}{3} - \frac{\pi(h-3)^3}{3} = \frac{\pi}{6} \Leftrightarrow h = 3 - \sqrt[3]{\frac{3}{2}}$ (thỏa mãn điều kiện).

Câu 49: Cho hàm số đa thức bậc ba $y = f(x)$ có hai điểm cực trị là $x = 0$ và $x = 3$. Hàm số $y = g(x)$ là hàm số bậc bốn có đồ thị là đường cong như hình vẽ



Có bao nhiêu giá trị nguyên dương của tham số m để hàm số $y = f(g(x) + m)$ có đúng 7 điểm cực trị?

A. 4

B. 3

C. 5

D. 6

Lời giải

Hàm số $y = f(x)$ có hai điểm cực trị là $x = 0$ và $x = 3$ và $f'(x)$ đổi dấu khi đi qua hai điểm

$$\text{này} \Rightarrow \begin{cases} f'(0) = 0 \\ f'(3) = 0 \end{cases}.$$

Xét hàm số $y = f(g(x) + m)$ có đạo hàm $y' = g'(x) \cdot f'(g(x) + m)$.

$$\text{Giải phương trình } y' = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} g'(x) = 0 \\ f'(g(x) + m) = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = x_1 \\ x = 0 \\ x = x_2 \\ g(x) + m = 0 \\ g(x) + m = 3 \end{cases} \quad (1) \text{ với } x_1; 0; x_2 \text{ là các điểm}$$

cực trị của hàm số $y = g(x)$.

Để hàm số $y = f(g(x) + m)$ có đúng 7 điểm cực trị thì phương trình (*) phải có đúng 7 nghiệm phân biệt.

Để phương trình (1) có đúng 7 nghiệm phân biệt thì $\begin{cases} g(x) + m = 0 \\ g(x) + m = 3 \end{cases} \quad (2)$ có đúng 4 nghiệm

phân biệt và 4 nghiệm này phải khác $x_1; 0; x_2$. Từ (2) $\Leftrightarrow \begin{cases} g(x) = -m \\ g(x) = -m + 3 \end{cases}$.

$$\text{Dựa vào đồ thị, yêu cầu bài toán} \Leftrightarrow \begin{cases} -m \geq -1 \\ -5 < -m + 3 < -1 \\ -m \leq -5 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m \leq 1 \\ 4 < m < 8 \\ m \geq 5 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m \leq 1 \\ 5 \leq m < 8 \end{cases}$$

Vậy có 4 giá trị nguyên dương m thỏa mãn yêu cầu bài toán.

Câu 50: Trong không gian $Oxyz$, cho mặt cầu $(S): (x-1)^2 + (y+2)^2 + (z-3)^2 = 48$. Gọi (α) là mặt phẳng đi qua hai điểm $A(0;0;-4)$, $B(2;0;0)$ và cắt mặt cầu (S) theo giao tuyến là đường tròn (C) . Khối nón (N) có đỉnh là tâm của (S) , đường tròn đáy là (C) có thể tích lớn nhất bằng:

A. $\frac{128\pi}{3}$.

B. 39π .

C. $\frac{88\pi}{3}$.

D. $\frac{215\pi}{3}$.

Lời giải

Ta có tâm mặt cầu (S) là $I(1;-2;3)$ và bán kính $R = 4\sqrt{3}$

Gọi H là hình chiếu vuông góc của tâm cầu I lên mặt phẳng (α)

Vậy chiều cao của khối nón (N) là $h = d_{(I,(\alpha))} = IH \leq IK$, trong đó K là hình chiếu vuông góc của I lên AB .

Gọi (Q) là mặt phẳng đi qua I và vuông góc với AB , nên ta có $(Q): x + 2z - 7 = 0$

$$\text{Phương trình } AB: \begin{cases} x = t \\ y = 0 \\ z = -4 + 2t \end{cases}$$

Vậy tọa độ K là nghiệm của hệ
$$\begin{cases} x + 2z - 7 = 0 \\ x = t \\ y = 0 \\ z = -4 + 2t \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} t = 3 \\ x = 3 \\ y = 0 \\ z = 2 \end{cases}$$

$$\Rightarrow K(3; 0; 2) \Rightarrow IK = \sqrt{(3-1)^2 + (0+2)^2 + (2-3)^2} = 3 \Rightarrow h \in [0; 3]$$

Bán kính đáy của khối nón (N) $r = \sqrt{R^2 - h^2} = \sqrt{48 - h^2}$

Vậy thể tích của khối nón (N) $V = \frac{1}{3} \pi r^2 \cdot h = \frac{1}{3} \pi (48 - h^2) \cdot h = 16\pi h - \frac{1}{3} \pi h^3, h \in [0; 3]$

Ta có $V' = 16\pi - \pi h^2; V' = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} h = 4 \notin [0; 3] \\ h = -4 \notin [0; 3] \end{cases}$

Khi $h = 0 \Rightarrow V = 0$; Khi $h = 3 \Rightarrow V = 39\pi$

Vậy $V_{\max} = 39\pi$.

-----HẾT-----