

Chủ đề 1.2. CỰC TRỊ CỦA HÀM SỐ

A. KIẾN THỨC CƠ BẢN

- Định nghĩa:** Cho hàm số $y = f(x)$ xác định và liên tục trên khoảng $(a; b)$ (có thể a là $-\infty$; b là $+\infty$) và điểm $x_0 \in (a; b)$.
 - Nếu tồn tại số $h > 0$ sao cho $f(x) < f(x_0)$ với mọi $x \in (x_0 - h; x_0 + h)$ và $x \neq x_0$ thì ta nói hàm số $f(x)$ đạt **cực đại** tại x_0 .
 - Nếu tồn tại số $h > 0$ sao cho $f(x) > f(x_0)$ với mọi $x \in (x_0 - h; x_0 + h)$ và $x \neq x_0$ thì ta nói hàm số $f(x)$ đạt **cực tiểu** tại x_0 .
- Điều kiện đủ để hàm số có cực trị:** Giả sử hàm số $y = f(x)$ liên tục trên $K = (x_0 - h; x_0 + h)$ và có đạo hàm trên K hoặc trên $K \setminus \{x_0\}$, với $h > 0$.
 - Nếu $f'(x) > 0$ trên khoảng $(x_0 - h; x_0)$ và $f'(x) < 0$ trên $(x_0; x_0 + h)$ thì x_0 là một điểm cực đại của hàm số $f(x)$.
 - Nếu $f'(x) < 0$ trên khoảng $(x_0 - h; x_0)$ và $f'(x) > 0$ trên $(x_0; x_0 + h)$ thì x_0 là một điểm cực tiểu của hàm số $f(x)$.

Minh họa bằng bảng biến thiên

x	$x_0 - h$	x_0	$x_0 + h$
$f'(x)$	+		-
$f(x)$			

x	$x_0 - h$	x_0	$x_0 + h$
$f'(x)$	-		+
$f(x)$			

Chú ý.

- Nếu hàm số $y = f(x)$ đạt cực đại (cực tiểu) tại x_0 thì x_0 được gọi là **điểm cực đại (điểm cực tiểu)** của hàm số; $f(x_0)$ được gọi là **giá trị cực đại (giá trị cực tiểu)** của hàm số, kí hiệu là f_{CD} (f_{CT}), còn điểm $M(x_0; f(x_0))$ được gọi là **điểm cực đại (điểm cực tiểu)** của đồ thị hàm số.
- Các điểm cực đại và cực tiểu được gọi chung là **điểm cực trị**. Giá trị cực đại (giá trị cực tiểu) còn gọi là **cực đại (cực tiểu)** và được gọi chung là **cực trị** của hàm số.

B. KỸ NĂNG CƠ BẢN

1. Quy tắc tìm cực trị của hàm số

Quy tắc 1:

Bước 1. Tìm tập xác định của hàm số.

Bước 2. Tính $f'(x)$. Tìm các điểm tại đó $f'(x)$ bằng 0 hoặc $f'(x)$ không xác định.

Bước 3. Lập bảng biến thiên.

Bước 4. Từ bảng biến thiên suy ra các điểm cực trị.

Quy tắc 2:

Bước 1. Tìm tập xác định của hàm số.

Bước 2. Tính $f'(x)$. Giải phương trình $f'(x)$ và ký hiệu x_i ($i = 1, 2, 3, \dots$) là các nghiệm của nó.

Bước 3. Tính $f''(x)$ và $f''(x_i)$.

Bước 4. Dựa vào dấu của $f''(x_i)$ suy ra tính chất cực trị của điểm x_i .

2. Kỹ năng giải nhanh các bài toán cực trị hàm số bậc ba $y = ax^3 + bx^2 + cx + d$ ($a \neq 0$)

Ta có $y' = 3ax^2 + 2bx + c$

➤ Đồ thị hàm số có hai điểm cực trị khi phương trình $y' = 0$ có hai nghiệm phân biệt

$$\Leftrightarrow b^2 - 3ac > 0. \text{ Khi đó đường thẳng qua hai điểm cực trị đó là: } y = \left(\frac{2c}{3} - \frac{2b^2}{9a} \right)x + d - \frac{bc}{9a}.$$

➤ Bấm máy tính tìm ra đường thẳng đi qua hai điểm cực trị:

$$ax^3 + bx^2 + cx + d - (3ax^2 + 2bx + c) \left(\frac{x}{3} + \frac{b}{9a} \right) \xrightarrow{x=i} Ai + B \Rightarrow y = Ax + B$$

Hoặc sử dụng công thức $y - \frac{y' \cdot y''}{18a}$.

➤ Khoảng cách giữa hai điểm cực trị của đồ thị hàm số bậc ba là:

$$AB = \sqrt{\frac{4e + 16e^3}{a}} \text{ với } e = \frac{b^2 - 3ac}{9a}$$

3. Kỹ năng giải nhanh các bài toán cực trị hàm trùng phương.

Cho hàm số: $y = ax^4 + bx^2 + c$ ($a \neq 0$) có đồ thị là (C).

$$y' = 4ax^3 + 2bx; y' = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 0 \\ x^2 = -\frac{b}{2a} \end{cases}$$

(C) có ba điểm cực trị $y' = 0$ có 3 nghiệm phân biệt $\Leftrightarrow -\frac{b}{2a} > 0$.

Khi đó ba điểm cực trị là: $A(0; c)$, $B\left(-\sqrt{-\frac{b}{2a}}; -\frac{\Delta}{4a}\right)$, $C\left(\sqrt{-\frac{b}{2a}}; -\frac{\Delta}{4a}\right)$ với $\Delta = b^2 - 4ac$

Độ dài các đoạn thẳng: $AB = AC = \sqrt{\frac{b^4}{16a^2} - \frac{b}{2a}}$, $BC = 2\sqrt{-\frac{b}{2a}}$.

Các kết quả cần ghi nhớ:

➤ $\triangle ABC$ vuông cân $\Leftrightarrow BC^2 = AB^2 + AC^2$

$$\Leftrightarrow -\frac{2b}{a} = 2\left(\frac{b^4}{16a^2} - \frac{b}{2a}\right) \Leftrightarrow \frac{b^4}{16a^2} + \frac{b}{2a} = 0 \Leftrightarrow \frac{b}{2a}\left(\frac{b^3}{8a} + 1\right) = 0 \Leftrightarrow \frac{b^3}{8a} + 1 = 0$$

➤ $\triangle ABC$ đều $\Leftrightarrow BC^2 = AB^2$

$$\Leftrightarrow -\frac{2b}{a} = \frac{b^4}{16a^2} - \frac{b}{2a} \Leftrightarrow \frac{b^4}{16a^2} + \frac{3b}{2a} = 0 \Leftrightarrow \frac{b}{2a}\left(\frac{b^3}{8a} + 3\right) = 0 \Leftrightarrow \frac{b^3}{8a} + 3 = 0$$

➤ $\widehat{BAC} = \alpha$, ta có: $\cos \alpha = \frac{b^3 + 8a}{b^3 - 8a} \Leftrightarrow \tan \frac{\alpha}{2} = -\frac{8a}{b^3}$

$$\text{➤ } S_{\triangle ABC} = \frac{b^2}{4|a|} \sqrt{-\frac{b}{2a}}$$

➤ Bán kính đường tròn ngoại tiếp $\triangle ABC$ là $R = \frac{b^3 - 8a}{8|a|b}$

$$\text{➤ Bán kính đường tròn nội tiếp } \Delta ABC \text{ là } r = \frac{\frac{b^2}{4|a|}\sqrt{-\frac{b}{2a}}}{\sqrt{\frac{b^4}{16a^2} - \frac{b}{2a}} + \sqrt{-\frac{b}{2a}}} = \frac{b^2}{4|a| + \sqrt{16a^2 - 2ab^3}}$$

$$\text{➤ Phương trình đường tròn ngoại tiếp } \Delta ABC \text{ là: } x^2 + y^2 - \left(\frac{2}{b} - \frac{\Delta}{4a} + c\right)y + c\left(\frac{2}{b} - \frac{\Delta}{4a}\right) = 0$$

4. Kỹ năng giải nhanh các bài toán cực trị hàm phân thức.

Công thức tính nhanh đạo hàm

$$\text{➤ } \left(\frac{ax+b}{cx+d}\right)' = \frac{\begin{vmatrix} a & b \\ c & d \end{vmatrix}}{(cx+d)^2} = \frac{ad-bc}{(cx+d)^2}$$

$$\text{➤ } \left(\frac{ax^2+bx+c}{mx+n}\right)' = \frac{amx^2+2anx+bn-cm}{(mx+n)^2}$$

$$\text{➤ } \left(\frac{a_1x^2+b_1x+c_1}{a_2x^2+b_2x+c_2}\right)' = \frac{\begin{vmatrix} a_1 & b_1 \\ a_2 & b_2 \end{vmatrix}x^2 + 2\begin{vmatrix} a_1 & c_1 \\ a_2 & c_2 \end{vmatrix}x + \begin{vmatrix} b_1 & c_1 \\ b_2 & c_2 \end{vmatrix}}{(a_2x^2+b_2x+c_2)^2}$$

Phương trình đường thẳng qua 2 điểm cực trị của đồ thị hàm số $y = \frac{ax^2+bx+c}{mx+n}$ là $y = \frac{2ax+b}{m}$

C. KỸ NĂNG SỬ DỤNG MÁY TÍNH**Ví dụ 1:** Tìm đường thẳng đi qua hai điểm cực trị của đồ thị hàm số: $y = x^3 + 3x^2 - x + 2$

Bấm máy tính: MODE 2

$$x^3 + 3x^2 - x + 2 - (3x^2 + 6x - 1)\left(\frac{x}{3} + \frac{1}{3}\right) \xrightarrow{x=i} \frac{7}{3} - \frac{8}{3}i \Rightarrow y = -\frac{8}{3}x + \frac{7}{3}$$

Ví dụ 2: Tìm đường thẳng đi qua hai điểm cực trị (nếu có) của đồ thị hàm số:

$$y = x^3 - 3x^2 + m^2x + m$$

Bấm máy tính: MODE 2

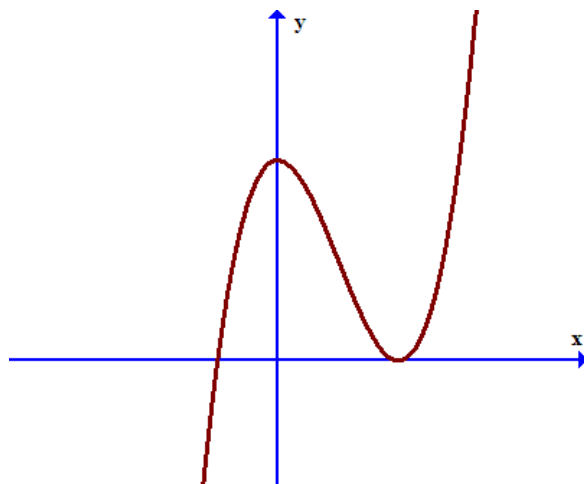
$$x^3 - 3x^2 + m^2x + m - (3x^2 - 6x + m^2)\left(\frac{x}{3} - \frac{1}{3}\right) \xrightarrow{x=i, m=A=1000} \frac{1003000}{3} + \frac{1999994}{3}i$$

$$\text{Ta có: } \frac{1003000}{3} + \frac{1999994}{3}i = \frac{1000000 + 3000}{3} + \frac{2000000 - 6}{3}i = \frac{m^2 + 3m}{3} + \frac{2m^2 - 6}{3}x$$

$$\text{Vậy đường thẳng cần tìm: } y = \frac{2m^2 - 6}{3}x + \frac{m^2 + 3m}{3}$$

D. BÀI TẬP TRẮC NGHIỆM

Câu 1. Cho hàm số $y = f(x)$ có đồ thị như hình vẽ:



Đồ thị hàm số $y = f(x)$ có mấy điểm cực trị?

- A. 2. B. 1. C. 0. D. 3.

Câu 2. Cho hàm số $y = f(x)$ có bảng biến thiên:

x	$-\infty$	2	4	$+\infty$			
y'		+	0	-	0	+	
y	$-\infty$		3		-2		$+\infty$

Khẳng định nào sau đây là đúng?

- A. Hàm số đạt cực đại tại $x = 2$. B. Hàm số đạt cực đại tại $x = 3$.
C. Hàm số đạt cực đại tại $x = 4$. D. Hàm số đạt cực đại tại $x = -2$.

Câu 3. Cho hàm số $y = x^3 - 3x^2 + 2$. Khẳng định nào sau đây là đúng?

- A. Hàm số đạt cực đại tại $x = 2$ và đạt cực tiểu tại $x = 0$.
B. Hàm số đạt cực tiểu tại $x = 2$ và đạt cực đại tại $x = 0$.
C. Hàm số đạt cực đại tại $x = -2$ và cực tiểu tại $x = 0$.
D. Hàm số đạt cực đại tại $x = 0$ và cực tiểu tại $x = -2$.

Câu 4. Cho hàm số $y = x^4 - 2x^2 + 3$. Khẳng định nào sau đây là đúng?

- A. Hàm số có ba điểm cực trị. B. Hàm số chỉ có đúng 2 điểm cực trị.
C. Hàm số không có cực trị. D. Hàm số chỉ có đúng một điểm cực trị.

Câu 5. Biết đồ thị hàm số $y = x^3 - 3x + 1$ có hai điểm cực trị A, B . Khi đó phương trình đường thẳng AB là:

- A. $y = x - 2$. B. $y = 2x - 1$.
C. $y = -2x + 1$. D. $y = -x + 2$.

Câu 6. Gọi M, n lần lượt là giá trị cực đại, giá trị cực tiểu của hàm số $y = \frac{x^2 + 3x + 3}{x + 2}$. Khi đó giá trị của biểu thức $M^2 - 2n$ bằng:

- A. 8. B. 7. C. 9. D. 6.

Câu 7. Cho hàm số $y = x^3 + 17x^2 - 24x + 8$. Kết luận nào sau đây là đúng?

- A. $x_{CD} = 1$. B. $x_{CD} = \frac{2}{3}$. C. $x_{CD} = -3$. D. $x_{CD} = -12$.

Câu 8. Cho hàm số $y = 3x^4 - 6x^2 + 1$. Kết luận nào sau đây là đúng?

- A. $y_{CD} = -2$. B. $y_{CD} = 1$. C. $y_{CD} = -1$. D. $y_{CD} = 2$.

Câu 9. Trong các hàm số sau, hàm số nào đạt cực đại tại $x = \frac{3}{2}$?

- A. $y = \frac{1}{2}x^4 - x^3 + x^2 - 3x$. B. $y = \sqrt{-x^2 + 3x - 2}$.
C. $y = \sqrt{4x^2 - 12x - 8}$. D. $y = \frac{x-1}{x+2}$.

Câu 10. Trong các hàm số sau, hàm số nào chỉ có cực đại mà không có cực tiểu?

- A. $y = -10x^4 - 5x^2 + 7$. B. $y = -17x^3 + 2x^2 + x + 5$.
C. $y = \frac{x-2}{x+1}$. D. $y = \frac{x^2 + x + 1}{x-1}$.

Câu 11. Cho hàm số $y = \frac{3x^2 + 13x + 19}{x+3}$. Đường thẳng đi qua hai điểm cực trị của đồ thị hàm số có phương trình là:

- A. $5x - 2y + 13 = 0$. B. $y = 3x + 13$.
C. $y = 6x + 13$. D. $2x + 4y - 1 = 0$.

Câu 12. Cho hàm số $y = \sqrt{x^2 - 2x}$. Khẳng định nào sau đây là đúng?

- A. Hàm số có hai điểm cực trị. B. Hàm số đạt cực tiểu tại $x = 1$.
C. Hàm số đạt cực đại $x = 1$. D. Hàm số không có cực trị.

Câu 13. Cho hàm số $y = x^7 - x^5$. Khẳng định nào sau đây là đúng?

- A. Hàm số có đúng 1 điểm cực trị. B. Hàm số có đúng 3 điểm cực trị.
C. Hàm số có đúng hai điểm cực trị. D. Hàm số có đúng 4 điểm cực trị.

Câu 14. Cho hàm số $y = f(x)$ có đạo hàm $f'(x) = (x+1)(x-2)^2(x-3)^3(x+5)^4$. Hỏi hàm số $y = f(x)$ có mấy điểm cực trị?

- A. 2. B. 3. C. 4. D. 5.

Câu 15. Cho hàm số $y = (x^2 - 2x)^{\frac{1}{3}}$. Khẳng định nào sau đây là đúng?

- A. Hàm số đạt cực tiểu tại $x = 1$. B. Hàm số đạt cực đại tại $x = 1$.
C. Hàm số không có điểm cực trị. D. Hàm số có đúng 2 điểm cực trị.

Câu 16. Cho hàm số $y = -x^3 + 3x^2 + 6x$. Hàm số đạt cực trị tại hai điểm x_1, x_2 . Khi đó giá trị của biểu thức $S = x_1^2 + x_2^2$ bằng:

- A. -10. B. -8. C. 10. D. 8.

Câu 17. Cho hàm số $y = f(x)$ có đạo hàm trên $\mathbb{R}$. Khẳng định nào sau đây là đúng?

- A. Nếu đạo hàm đổi dấu khi x chạy qua x_0 thì hàm số đạt cực tiểu tại x_0 .
B. Nếu $f'(x_0) = 0$ thì hàm số đạt cực trị tại x_0 .
C. Nếu hàm số đạt cực trị tại x_0 thì đạo hàm đổi dấu khi x chạy qua x_0 .

D. Nếu $f'(x_0) = f''(x_0) = 0$ thì hàm số không đạt cực trị tại x_0 .

Câu 18. Cho hàm số $y = f(x)$ xác định trên $[a, b]$ và x_0 thuộc đoạn $[a, b]$. Khẳng định nào sau đây là khẳng định đúng?

A. Hàm số $y = f(x)$ đạt cực trị tại x_0 thì $f''(x_0) < 0$ hoặc $f''(x_0) > 0$.

B. Hàm số $y = f(x)$ đạt cực trị tại x_0 thì $f'(x_0) = 0$.

C. Hàm số $y = f(x)$ đạt cực trị tại x_0 thì nó không có đạo hàm tại x_0 .

D. Nếu hàm số đạt cực trị tại x_0 thì hàm số không có đạo hàm tại x_0 hoặc $f'(x_0) = 0$.

Câu 19. Cho hàm số $y = f(x)$. Khẳng định nào sau đây là đúng?

A. Nếu hàm số $y = f(x)$ có giá trị cực đại là M , giá trị cực tiểu là m thì $M > m$.

B. Nếu hàm số $y = f(x)$ không có cực trị thì phương trình $f'(x) = 0$ vô nghiệm.

C. Hàm số $y = f(x)$ có đúng hai điểm cực trị thì hàm số đó là hàm bậc ba.

D. Hàm số $y = ax^4 + bx^2 + c$ với $a \neq 0$ luôn có cực trị.

Câu 20. Hàm số bậc ba có thể có bao nhiêu điểm cực trị?

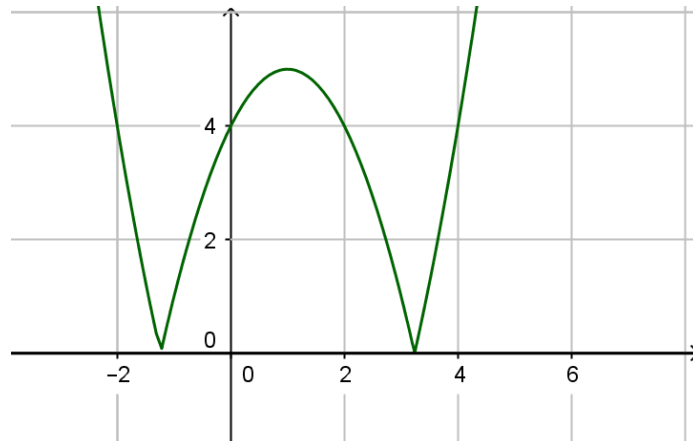
A. 0 hoặc 1 hoặc 2.

B. 1 hoặc 2.

C. 0 hoặc 2.

D. 0 hoặc 1.

Câu 21. Cho hàm số $y = f(x) = |x^2 - 2x - 4|$ có đồ thị như hình vẽ:



Hàm số $y = f(x)$ có mấy cực trị?

A. 4.

B. 1.

C. 3.

D. 2.

Câu 22. Cho hàm số $y = f(x)$. Hàm số $y = f'(x)$ có đồ thị như hình vẽ:

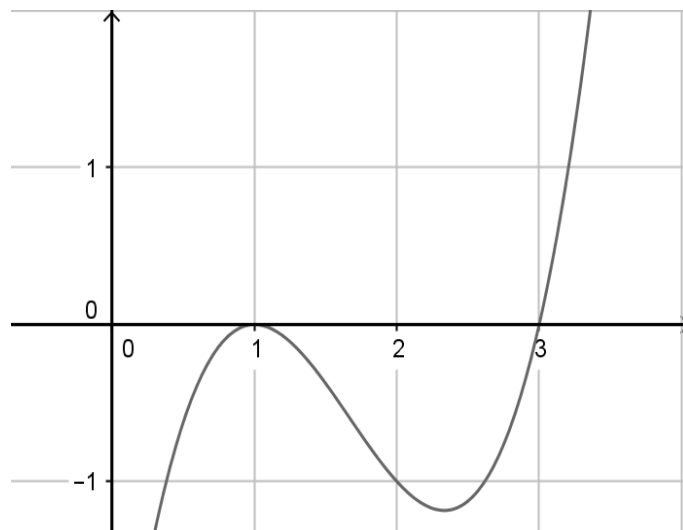


Khẳng định nào sau đây là khẳng định đúng?

A. Đồ thị hàm số $y = f(x)$ cắt trục hoành tại ba điểm phân biệt.

- B. Đồ thị hàm số $y = f(x)$ có hai điểm cực trị.
- C. Đồ thị hàm số $y = f(x)$ có ba điểm cực trị.
- D. Đồ thị hàm số $y = f(x)$ có một điểm có một điểm cực trị.

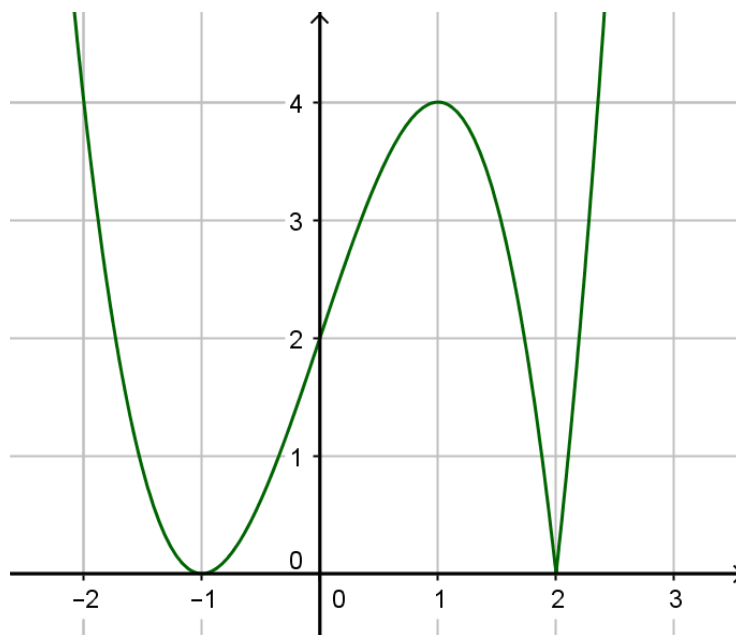
Câu 23. Cho hàm số $y = f(x)$. Hàm số $y = f'(x)$ có đồ thị như hình vẽ:



Khẳng định nào sau đây là khẳng định đúng?

- A. Hàm số $y = f(x)$ đạt cực đại tại $x = 1$.
- B. Đồ thị hàm số $y = f(x)$ có một điểm cực tiểu.
- C. Hàm số $y = f(x)$ đồng biến trên $(-\infty; 1)$.
- D. Đồ thị hàm số $y = f(x)$ có hai điểm cực trị.

Câu 24. Cho hàm số $y = |x^3 - 3x - 2|$ có đồ thị như hình vẽ:



Khẳng định nào sau đây là khẳng định đúng?

- A. Đồ thị hàm số $y = f(x)$ chỉ có điểm cực tiểu và không có điểm cực đại.
- B. Đồ thị hàm số $y = f(x)$ có một điểm cực tiểu và một điểm cực đại.
- C. Đồ thị hàm số $y = f(x)$ có bốn điểm cực trị.
- D. Đồ thị hàm số $y = f(x)$ có một điểm cực đại và hai điểm cực tiểu.

Câu 25. Hàm số nào sau đây có đúng hai điểm cực trị?

A. $y = x + \frac{1}{x+1}$.

B. $y = x^3 + 3x^2 + 7x - 2$.

C. $y = -x^4 - 2x^2 + 3$.

D. $y = x - \frac{2}{x+1}$.

Câu 26. Hàm số nào sau đây không có cực trị?

A. $y = 2x + \frac{2}{x+1}$. B. $y = x^3 + 3x^2$. C. $y = -x^4 + 2x^2 + 3$. D. $y = \frac{x+1}{x-2}$.

Câu 27. Trong các khẳng định sau đây, khẳng định nào là khẳng định sai?

A. Đồ thị hàm số $y = ax^3 + bx^2 + cx + d, (a \neq 0)$ luôn có cực trị.

B. Đồ thị hàm số $y = ax^4 + bx^2 + c, (a \neq 0)$ luôn có ít nhất một điểm cực trị.

C. Hàm số $y = \frac{ax+b}{cx+d}, (ad-bc \neq 0)$ luôn không có cực trị.

D. Đồ thị hàm số $y = ax^3 + bx^2 + cx + d, (a \neq 0)$ có nhiều nhất hai điểm cực trị.

Câu 28. Điểm cực tiểu của hàm số $y = -x^3 + 3x + 4$ là:

A. $x = -1$.

B. $x = 1$.

C. $x = -3$.

D. $x = 3$.

Câu 29. Hàm số nào sau đây đạt cực đại tại $x = 1$?

A. $y = x^5 - 5x^2 + 5x - 13$.

B. $y = x^4 - 4x + 3$.

C. $y = x + \frac{1}{x}$.

D. $y = 2\sqrt{x} - x$.

Câu 30. Hàm số nào sau đây có cực trị?

A. $y = x^3 + 1$.

B. $y = x^4 + 3x^2 + 2$.

C. $y = 3x + 4$.

D. $y = \frac{2x-1}{3x+2}$.

Câu 31. Đồ thị hàm số $y = x^4 - 3x^2 + 5$ có bao nhiêu điểm cực tiểu?

A. 1.

B. 0.

C. 2.

D. 3.

Câu 32. Tìm tất cả các giá trị của tham số m để hàm số $y = x^3 - mx^2 + (2m-3)x - 3$ đạt cực đại tại $x = 1$.

A. $m = 3$.

B. $m > 3$.

C. $m \leq 3$.

D. $m < 3$.

Câu 33. Đồ thị hàm số $y = \frac{x-1}{4x+7}$ có bao nhiêu điểm cực trị?

A. 3.

B. 1.

C. 2.

D. 0.

Câu 34. Đồ thị hàm số $y = x^3 - 2x^2 + x + 3$ có tọa độ điểm cực tiểu là:

A. $(3; 1)$.

B. $(-1; -1)$.

C. $\left(\frac{1}{3}; \frac{85}{27}\right)$.

D. $(1; 3)$.

Câu 35. Hàm số $y = x^4 + 2(m-2)x^2 + m^2 - 2m + 3$ có đúng 1 điểm cực trị thì giá trị của m là:

A. $m \geq 2$.

B. $m < 2$.

C. $m > 2$.

D. $m = 2$.

Câu 36. Cho hàm số $y = -\frac{1}{3}x^3 + 4x^2 - 5x - 17$. Gọi hoành độ 2 điểm cực trị của đồ thị hàm số là x_1, x_2 .

Khi đó, tích số x_1x_2 có giá trị là:

A. 5.

B. -5.

C. -4.

D. 4.

- Câu 37.** Cho hàm số $y = 3x^4 - 4x^3 + 2$. Khẳng định nào sau đây là đúng:
A. Hàm số không có cực trị.
B. Hàm số đạt cực tiểu tại $x = 1$.
C. Hàm số đạt cực đại tại $x = 1$.
D. Hàm số đạt cực tiểu tại $x = 0$.
- Câu 38.** Hàm số $y = a \sin 2x + b \cos 3x - 2x$ ($0 < x < 2\pi$) đạt cực trị tại $x = \frac{\pi}{2}; x = \pi$. Khi đó, giá trị của biểu thức $P = a + 3b - 3ab$ là:
A. 3. B. -1. C. 1. D. -3.
- Câu 39.** Hàm số $y = -4x^3 - 6x^2 - 3x + 2$ có mấy điểm cực trị?
C. 1. B. 2. C. 0. D. 3.
- Câu 40.** Hàm số $y = x^3 - 3x^2 + mx - 2$ đạt cực tiểu tại $x = 2$ khi?
A. $m > 0$. B. $m \neq 0$. C. $m = 0$. D. $m < 0$.
- Câu 41.** Đồ thị hàm số $y = x^3 - 6x^2 + 9x - 1$ có tọa độ điểm cực đại là:
A. (3;0). B. (1;3). C. (1;4). D. (3;1).
- Câu 42.** Cho hàm số $y = (m-1)x^3 - 3x^2 - (m+1)x + 3m^2 - m + 2$. Để hàm số có cực đại, cực tiểu thì:
A. $m = 1$. B. $m \neq 1$. C. $m > 1$. D. m tùy ý.
- Câu 43.** Khẳng định nào là đúng trong các khẳng định sau:
A. Hàm số $y = ax^4 + bx^2 + c$ có thể có 2 điểm cực trị.
B. Hàm số bậc 3 có thể có 3 cực trị.
C. Hàm số $y = ax^4 + bx^2 + c$ luôn có cực trị.
D. Hàm phân thức không thể có cực trị.
- Câu 44.** Giá trị cực tiểu của hàm số $y = x^4 - 2x^2 + 5$ là:
A. 5. B. 4. C. 0. D. 1.
- Câu 45.** Đồ thị hàm số $y = -3\sqrt[3]{x^2} + 2$ có bao nhiêu điểm cực đại?
A. 2. B. 0. C. 1. D. 3.
- Câu 46.** Cho hàm số $y = -3x^4 + 4x^2 - 2017$. Khẳng định nào sau đây là đúng?
A. Hàm số có 1 điểm cực đại và không có điểm cực tiểu.
B. Hàm số không có cực trị.
C. Hàm số có 1 điểm cực đại và 2 điểm cực tiểu.
D. Hàm số có 2 điểm cực đại và 1 điểm cực tiểu.
- Câu 47.** Hàm số nào sau đây không có cực trị?
A. $y = x^3 + 3x^2$. B. $y = x^3 - x$. C. $y = x^4 - 3x^2 + 2$. D. $y = x^3$.
- Câu 48.** Cho hàm số $y = x^3 - 6x^2 + 4x - 7$. Gọi hoành độ 2 điểm cực trị của đồ thị hàm số là x_1, x_2 . Khi đó, giá trị của tổng $x_1 + x_2$ là:
A. -6. B. -4. C. 6. D. 4.
- Câu 49.** Hiệu số giữa giá trị cực đại và giá trị cực tiểu của hàm số $y = x^3 - 3x^2 + 4$ là:
D. -4. B. -2. C. 2. A. 4.

- Câu 50.** Nếu đồ thị hàm số $y = ax^3 + bx^2 + cx + d$ có 2 điểm cực trị là gốc tọa độ và điểm $A(-1; -1)$ thì hàm số có phương trình là:
- A. $y = 2x^3 - 3x^2$. B. $y = -2x^3 - 3x^2$.
C. $y = x^3 + 3x^2 + 3x$. D. $y = x^3 - 3x - 1$.
- Câu 51.** Hàm số nào dưới đây có cực trị?
- A. $y = x^4 + 1$. B. $y = x^3 + x^2 + 2x - 1$.
C. $y = 2x - 1$. D. $y = \frac{x+1}{2x-1}$.
- Câu 52.** Điều kiện để hàm số $y = ax^4 + bx^2 + c$ ($a \neq 0$) có 3 điểm cực trị là:
- A. $ab < 0$. B. $ab > 0$. C. $b = 0$. D. $c = 0$.
- Câu 53.** Cho hàm số $y = \frac{1}{3}x^3 - 2mx^2 + (4m-1)x - 3$. Mệnh đề nào sau đây đúng?
- A. Hàm số có cực đại, cực tiểu khi $m < \frac{1}{2}$.
B. Với mọi m , hàm số luôn có cực trị.
C. Hàm số có cực đại, cực tiểu khi $m \neq \frac{1}{2}$.
D. Hàm số có cực đại, cực tiểu khi $m > 1$.
- Câu 54.** Hàm số $y = -x^4 + 4x^2 + 3$ có giá trị cực đại là:
- A. 2. B. 3. C. 0. D. 7.
- Câu 55.** Trong các hàm số dưới đây, hàm số nào có đúng 2 cực trị?
- A. $y = x^4 + 3x^2 + 2$. B. $y = x^3 - 5x^2 + 7$.
C. $y = \frac{2x^2 - 1}{3x}$. D. $y = 2017x^6 + 2016x^4$.
- Câu 56.** Điểm cực trị của đồ thị hàm số $y = \sqrt{1+4x-x^4}$ có tọa độ là:
- A. (1; 2). B. (0; 1). C. (2; 3). D. (3; 4).
- Câu 57.** Biết đồ thị hàm số $y = x^3 - 2x^2 + ax + b$ có điểm cực trị là $A(1; 3)$. Khi đó giá trị của $4a - b$ là:
- A. 1. B. 2. C. 3. D. 4.
- Câu 58.** Cho hàm số $y = x^3 - 3x^2 - 2$. Gọi a, b lần lượt là giá trị cực đại và giá trị cực tiểu của hàm số đó. Giá trị của $2a^2 + b$ là:
- A. -8. B. -2. C. 2. D. 4.
- Câu 59.** Cho hàm số $y = x^4 - 5x^2 + 3$ đạt cực trị tại x_1, x_2, x_3 . Khi đó, giá trị của tích $x_1 x_2 x_3$ là:
- A. 0. B. 5. C. 1. D. 3.
- Câu 60.** Hàm số $y = x^3 - 3x + 1$ đạt cực đại tại điểm:
- A. $x = 2$. B. $x = 1$. C. $x = 0$. D. $x = -1$.
- Câu 61.** Tìm giá trị cực đại y_{CD} của hàm số $y = -x^4 + 2x^2 - 5$
- A. -4. B. -5. C. -2. D. -6.

Câu 62. Hàm số $y = \frac{1}{3}x^3 - 2x^2 + 4x - 1$ có bao nhiêu điểm cực trị ?

- A. 1. B. 0. C. 2. D. 3.

Câu 63. Cho hàm số $y = x^3 - 3x^2 + 2$. Khẳng định nào sau đây đúng :

- A. Hàm số có cực đại, cực tiểu . B. Hàm số không có cực trị.
C. Hàm số có cực đại , không có cực tiểu. D. Hàm số có cực tiểu không có cực đại.

Câu 64. Cho hàm số $y = f(x)$ có bảng biến thiên như sau

x	$-\infty$	x_0	x_1	x_2	$+\infty$		
y'	-		+	0	-	+	
y							

Khi đó hàm số đã cho có :

- A. Một điểm cực đại, một điểm cực tiểu.
B. Một điểm cực đại , hai điểm cực tiểu.
C. 1 điểm cực đại, không có điểm cực tiểu.
D. 2 điểm cực đại , 1 điểm cực tiểu.

Câu 65. Tìm tất cả các giá trị thực của m để hàm số $y = mx^4 - (m+1)x^2 + 2m - 1$ có 3 điểm cực trị ?

- A. $\begin{cases} m < -1 \\ m > 0 \end{cases}$. B. $m < -1$. C. $-1 < m < 0$. D. $m > -1$.

Câu 66. Tìm tất cả các giá trị thực của m để hàm số $y = x^3 - 2x^2 + (m+3)x - 1$ không có cực trị?

- A. $m \geq -\frac{8}{3}$. B. $m > -\frac{5}{3}$. C. $m \geq -\frac{5}{3}$. D. $m \leq -\frac{8}{3}$.

Câu 67. Tìm tất cả các giá trị thực của tham số m để hàm số $y = \frac{1}{3}x^3 - mx^2 + (m+1)x - 1$ đạt cực đại tại $x = -2$?

- A. -1. B. Không tồn tại m . C. 2. D. 3.

Câu 68. Cho hàm số $y = f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$ có bảng biến thiên .

x	$-\infty$	1	3	$+\infty$		
y'		-	0	+	0	-
y	$+\infty$					

Trong các khẳng định sau, khẳng định nào là đúng?

- A. Hàm số nghịch biến trên khoảng $(1;3)$. B. Hàm số đạt cực tiểu tại $x = 3$.
C. Hàm số có giá trị cực tiểu là $-\frac{1}{3}$. D. Hàm số không có cực trị.

Câu 69. Tìm tất cả các giá trị thực của tham số m để hàm số $y = \frac{m}{3}x^3 + 2x^2 + mx + 1$ có 2 điểm cực trị thỏa mãn $x_{CD} < x_{CT}$.

- A. $m < 2$. B. $-2 < m < 0$. C. $-2 < m < 2$. D. $0 < m < 2$.

- Câu 70.** Tìm tất cả các giá trị thực của tham số m để hàm số: $y = \frac{1}{3}x^3 + mx^2 + (m+6)x + m$ có cực đại và cực tiểu.
- A. $-2 < m < 3$. B. $\begin{cases} m < -2 \\ m > 3 \end{cases}$. C. $\begin{cases} m \leq -2 \\ m \geq 3 \end{cases}$. D. $-2 \leq m \leq 3$.
- Câu 71.** Tìm tất cả các giá trị thực của tham số m để hàm số $y = (m+2)x^3 + 3x^2 + mx - 6$ có 2 cực trị?
- A. $m \in (-3; 1) \setminus \{-2\}$. B. $m \in (-3; 1)$.
C. $m \in (-\infty; -3) \cup (1; +\infty)$. D. $m \in [-3; 1]$.
- Câu 72.** Tìm tất cả các giá trị thực của tham số m để hàm số $y = \frac{1}{3}x^3 + (m+3)x^2 + 4(m+3)x + m^3 - m$ đạt cực trị tại x_1, x_2 thỏa mãn $-1 < x_1 < x_2$.
- A. $-\frac{7}{2} < m < -2$. B. $-3 < m < 1$. C. $\begin{cases} m < -3 \\ m > 1 \end{cases}$. D. $-\frac{7}{2} < m < -3$.
- Câu 73.** Tìm tất cả các giá trị thực của tham số m để hàm số $y = \frac{1}{3}x^3 + (m^2 - m + 2)x^2 + (3m^2 + 1)x$ đạt cực tiểu tại $x = -2$.
- A. $\begin{cases} m = 3 \\ m = 1 \end{cases}$. B. $m = 3$. C. $m = 1$. D. $\begin{cases} m = -3 \\ m = -1 \end{cases}$.
- Câu 74.** Tìm các giá trị của tham số m để hàm số: $y = \frac{1}{3}mx^3 - (m-1)x^2 + 3(m-2)x + \frac{1}{6}$ đạt cực trị tại x_1, x_2 thỏa mãn $x_1 + 2x_2 = 1$.
- A. $1 - \frac{\sqrt{6}}{2} < m < 1 + \frac{\sqrt{6}}{2}$. B. $\begin{cases} m = \frac{2}{3} \\ m = 2 \end{cases}$.
C. $m \in \left(1 - \frac{\sqrt{6}}{2}; 1 + \frac{\sqrt{6}}{2}\right) \setminus \{0\}$. D. $m = 2$.
- Câu 75.** Tìm các giá trị của tham số m để hàm số $y = mx^4 + (m-1)x^2 + m$ chỉ có đúng một cực trị.
- A. $0 < m \leq 1$. B. $\begin{cases} m < 0 \\ m \geq 1 \end{cases}$. C. $\begin{cases} m \leq 0 \\ m \geq 1 \end{cases}$. D. $0 \leq m \leq 1$.
- Câu 76.** Tìm các giá trị của tham số m để hàm số $y = mx^4 + (m^2 - 4m + 3)x^2 + 2m - 1$ có ba điểm cực trị.
- A. $m \in (-\infty; 0)$. B. $m \in (0; 1) \cup (3; +\infty)$.
C. $m \in (-\infty; 0) \cup (1; 3)$. D. $m \in (1; 3)$.
- Câu 77.** Tìm các giá trị của tham số m để đồ thị hàm số: $y = x^4 - 2m^2x^2 + 1$ có ba điểm cực trị là ba đỉnh của một tam giác vuông cân.
- A. $m = -1$. B. $m \neq 0$. C. $m = 1$. D. $m = \pm 1$.
- Câu 78.** Tìm các giá trị của tham số m để đồ thị hàm số: $y = x^4 - 2(m+1)x^2 + m^2$ có ba điểm cực trị là ba đỉnh của một tam giác vuông cân.

- A. Không tồn tại m . B. $m = 0$. C. $\begin{cases} m = 0 \\ m = -1 \end{cases}$. D. $m = -1$.

Câu 79. Tìm các giá trị của tham số m để đồ thị hàm số: $y = x^4 - 2mx^2 + 2m + m^4$ có ba điểm cực trị là ba đỉnh của một tam giác đều.

- A. Không tồn tại m . B. $\begin{cases} m = 0 \\ m = \sqrt[3]{3} \end{cases}$. C. $m = \sqrt[3]{3}$. D. $m = \pm\sqrt[3]{3}$.

Câu 80. Khoảng cách giữa 2 điểm cực trị của đồ thị hàm số $y = x^3 - 3x$ là:

- A. $4\sqrt{5}$. B. 2. C. $2\sqrt{5}$. D. 4.

Câu 81. Cho hàm số $y = \frac{1}{4}x^4 - 2x^2 + 3$ có đồ thị là (C) . Diện tích tam giác có các đỉnh là các điểm cực trị của đồ thị (C) là:

- A. $m = 8$. B. $m = 16$. C. $m = 32$. D. $m = 4$.

Câu 82. Tìm tất cả các giá trị của tham số m để hàm số $y = \frac{1}{3}x^3 - mx^2 + (2m-1)x - 3$ có cực trị.

- A. $m \neq 1$. B. $\forall m$. C. $m \leq 1$. D. $m \geq 1$.

Câu 83. Tìm tất cả các giá trị thực của tham số m để hàm số $y = mx^4 + (m^2 - 9)x^2 + 10$ có 3 điểm cực trị.

- A. $\begin{cases} 0 < m < 3 \\ m < -3 \end{cases}$. B. $m < -3$. C. $0 < m \leq 3$. D. $\begin{cases} 0 < m < 3 \\ m \leq -3 \end{cases}$.

Câu 84. Tìm tất cả các giá trị thực của tham số m để hàm số $y = (m+1)x^4 - mx^2 + \frac{3}{2}$ chỉ có cực tiểu mà không có cực đại.

- A. $m < -1$. B. $-1 \leq m \leq 0$. C. $m > 1$. D. $-1 \leq m < 0$.

Câu 85. Tìm tất cả các giá trị thực của tham số m để hàm số $y = x^3 - 3mx^2 + (m-1)x + 2$ có cực đại, cực tiểu và các điểm cực trị của đồ thị hàm số có hoành độ dương.

- A. $0 \leq m \leq 1$. B. $m \geq 1$. C. $m \geq 0$. D. $m > 1$.

Câu 86. Tìm tất cả các giá trị thực của tham số m để đồ thị của hàm số $y = -x^3 + 3mx + 1$ có 2 điểm cực trị A, B sao cho tam giác OAB vuông tại O (với O là gốc tọa độ).

- A. $m = \frac{3}{2}$. B. $m = -\frac{1}{2}$. C. $m = 1$. D. $m = \frac{1}{2}$.

Câu 87. Tìm tất cả các giá trị của tham số m để đồ thị hàm số $y = x^3 - 3(m+1)x^2 + 12mx - 3m + 4$ (C) có hai điểm cực trị là A và B sao cho hai điểm này cùng với điểm $C\left(-1; -\frac{9}{2}\right)$ lập thành tam giác nhận gốc tọa độ O làm trọng tâm.

- A. $m = \frac{1}{2}$. B. $m = -2$. C. $m = 2$. D. $m = -\frac{1}{2}$.

- Câu 88.** Tìm tất cả các giá trị thực của tham số m để đồ thị hàm số $y = \frac{2}{3}x^3 - mx^2 - 2(3m^2 - 1)x + \frac{2}{3}$ có hai điểm cực trị có hoành độ x_1, x_2 sao cho $x_1x_2 + 2(x_1 + x_2) = 1$.
- A. $m = 0$. B. $m = -\frac{2}{3}$. C. $m = \frac{2}{3}$. D. $m = -\frac{1}{2}$.
- Câu 89.** Gọi x_1, x_2 là hai điểm cực trị của hàm số $y = x^3 - 3mx^2 + 3(m^2 - 1)x - m^3 + m$. Tìm tất cả các giá trị của tham số thực m để: $x_1^2 + x_2^2 - x_1x_2 = 7$
- A. $m = \pm\sqrt{2}$. B. $m = \pm 2$. C. $m = 0$. D. $m = \pm 1$.
- Câu 90.** Cho hàm số $y = (m - 1)x^4 - 3mx^2 + 5$. Tìm tất cả các giá trị của tham số thực m để hàm số có cực đại mà không có cực tiểu
- A. $m \in (-\infty; 0] \cup [1; +\infty)$. B. $m \in [0; 1]$.
C. $m \in (0; 1)$. D. $m \in (-\infty; 0) \cup (1; +\infty)$.
- Câu 91.** Cho hàm số $y = x^4 - 2(1 - m^2)x^2 + m + 1$. Tìm tất cả các giá trị của tham số thực m để hàm số có cực đại, cực tiểu và các điểm cực trị của đồ thị hàm số lập thành tam giác có diện tích lớn nhất.
- A. $m = -\frac{1}{2}$. B. $m = \frac{1}{2}$. C. $m = 0$. D. $m = 1$.
- Câu 92.** Tìm các giá trị của tham số m để đồ thị hàm số $y = 2x^3 + 3(m - 3)x^2 + 11 - 3m$ có hai điểm cực trị. Đồng thời hai điểm cực trị đó và điểm $C(0; -1)$ thẳng hàng.
- A. $m = 4$. B. $m = 1$. C. $m = -3$. D. $m = 2$.
- Câu 93.** Tìm tất cả các giá trị của tham số thực m để đường thẳng qua 2 điểm cực trị của đồ thị hàm số: $y = x^3 - 3mx + 2$ cắt đường tròn tâm $I(1; 1)$ bán kính bằng 1 tại 2 điểm A, B mà diện tích tam giác IAB lớn nhất.
- A. $m = 1 \pm \frac{\sqrt{2}}{2}$. B. $m = 1 \pm \frac{\sqrt{3}}{2}$.
C. $m = 1 \pm \frac{\sqrt{5}}{2}$. D. $m = 1 \pm \frac{\sqrt{6}}{2}$.
- Câu 94.** Tìm tất cả các giá trị thực của tham số m để đồ thị hàm số $y = 2x^3 - 3(m + 1)x^2 + 6mx$ có hai điểm cực trị A, B sao cho đường thẳng AB vuông góc với đường thẳng: $y = x + 2$.
- A. $\begin{cases} m = -3 \\ m = 2 \end{cases}$. B. $\begin{cases} m = -2 \\ m = 3 \end{cases}$. C. $\begin{cases} m = 0 \\ m = 2 \end{cases}$. D. $\begin{cases} m = 0 \\ m = -3 \end{cases}$.
- Câu 95.** Cho hàm số $y = x^3 - 6x^2 + 3(m + 2)x - m - 6$. Tìm tất cả các giá trị thực của m để hàm số có điểm 2 cực trị và giá trị 2 cực trị cùng dấu.
- A. $\frac{-23}{4} < m < 2$. B. $\frac{-15}{4} < m < 2$. C. $\frac{-21}{4} < m < 2$. D. $\frac{-17}{4} < m < 2$.
- Câu 96.** Cho hàm số $y = 2x^3 - 9x^2 + 12x + m$. Giả sử đồ thị hàm số có hai điểm cực trị là A, B đồng thời A, B cùng với gốc tọa độ O không thẳng hàng. Khi đó chu vi ΔOAB nhỏ nhất bằng bao nhiêu?

A. $\sqrt{10}-\sqrt{2}$. B. $\sqrt{10}+\sqrt{2}$. C. $\sqrt{20}-\sqrt{10}$. D. $\sqrt{3}+\sqrt{2}$.

Câu 97. Cho hàm số $y = x^4 - 2mx^2 + m - 1$. Tìm tất cả các giá trị của tham số thực m để đồ thị hàm số có ba điểm cực trị tạo thành 1 tam giác nhận gốc tọa độ O làm trực tâm.

A. $m = 4$. B. $m = 2$. C. $m = 3$. D. $m = 1$.

Câu 98. Tính theo m khoảng cách giữa điểm cực đại và điểm cực tiểu (nếu có) của đồ thị hàm số: $y = \frac{1}{3}x^3 - mx^2 - x + m + 1$.

A. $\frac{2}{3}\sqrt{(m^2+1)(4m^4+5m^2+9)}$. B. $\frac{4}{9}\sqrt{(2m^2+1)(4m^4+8m^2+13)}$. C. $\frac{2}{3}\sqrt{(m^2+1)(4m^4+8m^2+13)}$. D. $\sqrt{(4m^2+4)(4m^4+8m^2+10)}$.

Câu 99. Tìm các giá trị của tham số m để đồ thị hàm số: $y = 2x^3 + 3(m-1)x^2 + 6m(1-2m)x$ có điểm cực đại và điểm cực tiểu nằm trên đường thẳng có phương trình: $y = -4x$ (d).

A. $m \in \{1\}$. B. $m \in \{0; 1\}$. C. $m \in \left\{0; \frac{1}{2}; 1\right\}$. D. $m \in \left\{\frac{1}{2}\right\}$.

Câu 100. Tìm các giá trị của tham số m để đồ thị hàm số: $y = x^3 + mx^2 + 7x + 3$ có đường thẳng đi qua điểm cực đại và điểm cực tiểu vuông góc với đường thẳng có phương trình: $y = 3x$ (d).

A. $m = \pm\sqrt{\frac{45}{2}}$. B. $\begin{cases} m = 0 \\ m = 1 \end{cases}$. C. $m = 2$. D. $m = \pm\sqrt{\frac{47}{2}}$.

Câu 101. Tìm các giá trị của tham số m để đồ thị hàm số: $y = -x^3 + 3x^2 + 3(m^2-1)x - 3m^2 - 1$ có điểm cực đại và điểm cực tiểu cùng với gốc tọa độ tạo thành tam giác vuông tại O .

A. $m = 1$. B. $\begin{cases} m = -1 \\ m = \frac{\sqrt{6}}{2} \end{cases}$. C. $\begin{cases} m = \pm\frac{\sqrt{6}}{2} \\ m = \pm 1 \end{cases}$. D. $m = \pm 1$.

Câu 102. Tìm các giá trị của tham số m để đồ thị hàm số: $y = x^3 - 3x^2 - mx + 2$ có điểm cực đại và điểm cực tiểu cách đều đường thẳng có phương trình: $y = x - 1$ (d).

A. $m = 0$. B. $\begin{cases} m = 0 \\ m = -\frac{9}{2} \end{cases}$. C. $m = 2$. D. $m = -\frac{9}{2}$.

Câu 103. Tìm các giá trị của tham số m để đồ thị hàm số: $y = x^4 - 2mx^2 + m - 1$ có ba điểm cực trị. Đồng thời ba điểm cực trị đó là ba đỉnh của một tam giác có bán kính đường tròn ngoại tiếp bằng 1.

A. $\begin{cases} m = 1 \\ m = \pm\frac{-1+\sqrt{5}}{2} \end{cases}$. B. $\begin{cases} m = 1 \\ m = \frac{-1+\sqrt{5}}{2} \end{cases}$. C. $m = \pm\frac{-1+\sqrt{5}}{2}$. D. $m = 1$.

Câu 104. Tìm các giá trị của tham số m để đồ thị hàm số: $y = x^4 - 2m^2x^2 + m^4 + 1$ có ba điểm cực trị. Đồng thời ba điểm cực trị đó cùng với gốc O tạo thành 1 tứ giác nội tiếp.

A. $m = \pm 1$. B. $m = 1$. C. Không tồn tại m . D. $m = -1$.

- Câu 105.** Tìm các giá trị của tham số m để đồ thị hàm số: $y = x^4 - 8m^2x^2 + 1$ có ba điểm cực trị. Đồng thời ba điểm cực trị đó là ba đỉnh của một tam giác có diện tích bằng 64.
- A. Không tồn tại m . B. $m = \sqrt[5]{2}$. C. $m = -\sqrt[5]{2}$. D. $m = \pm\sqrt[5]{2}$.
- Câu 106.** Tìm các giá trị của tham số m để đồ thị hàm số: $y = x^4 - 2mx^2 + m$ có ba điểm cực trị. Đồng thời ba điểm cực trị đó là ba đỉnh của một tam giác có bán kính đường tròn nội tiếp lớn hơn 1.
- A. $m < -1$. B. $m > 2$.
C. $m \in (-\infty; -1) \cup (2; +\infty)$. D. Không tồn tại m .
- Câu 107.** Tìm các giá trị của tham số m để đồ thị hàm số: $y = x^4 - (3m-1)x^2 + 2m+1$ có ba điểm cực trị. Đồng thời ba điểm cực trị đó cùng với điểm $D(7;3)$ nội tiếp được một đường tròn.
- A. $m = 3$. B. $m = 1$.
C. $m = -1$. D. Không tồn tại m .
- Câu 108.** Tìm các giá trị của tham số m để đồ thị hàm số: $y = -x^4 + 2mx^2 - 4m + 1$ có ba điểm cực trị. Đồng thời ba điểm cực trị đó cùng với gốc tọa độ tạo thành 1 hình thoi.
- A. Không tồn tại m . B. $\begin{cases} m = \frac{1}{4} \\ m = \frac{2 \pm \sqrt{2}}{2} \end{cases}$. C. $m = -1$. D. $m = 1$.
- Câu 109.** Tìm tất cả các giá trị thực của tham số m để hàm số $y = -x^3 + 3x^2 + 3(m^2-1)x - 3m^2 - 1$ có cực đại, cực tiểu và các điểm cực trị của đồ thị hàm số cách đều gốc tọa độ O .
- A. $m = \pm \frac{1}{2}$. B. $m = \frac{1}{2}$. C. $m = -1$. D. $m = \pm 1$.
- Câu 110.** Tìm tất cả các giá trị thực của tham số m để đồ thị hàm số $y = x^3 - 3mx^2 + 3m^3$ có hai điểm cực trị A và B sao cho tam giác OAB có diện tích bằng 48.
- A. $m = 2$ hoặc $m = 0$. B. $m = 2$. C. $m = -2$. D. $m = \pm 2$.
- Câu 111.** Cho hàm số $y = x^4 - 2(m+1)x^2 + m$ (C). Tìm tất cả các giá trị thực của tham số m để đồ thị hàm số (C) có ba điểm cực trị A, B, C sao cho $OA = BC$; trong đó O là gốc tọa độ, A là điểm cực trị thuộc trục tung, B và C là hai điểm cực trị còn lại.
- A. $m = 2 \pm 2\sqrt{2}$. B. $m = 2 + 2\sqrt{2}$. C. $m = 2 - 2\sqrt{2}$. D. $m = \pm 1$.
- Câu 112.** Tìm tất cả các giá trị thực của tham số m để đồ thị hàm số $y = x^3 - 3mx^2 + 4m^3$ có các điểm cực đại và cực tiểu đối xứng nhau qua đường thẳng $(d): y = x$.
- A. $m = \frac{\sqrt{2}}{2}$. B. $m = -\frac{\sqrt{2}}{2}$.
C. $m = 0$ hoặc $m = \frac{\sqrt{2}}{2}$. D. $m = \pm \frac{\sqrt{2}}{2}$.
- Câu 113.** Tìm tất cả các giá trị thực của tham số m để hàm số $y = x^3 - 3mx^2 + 3(m^2-1)x - m^3 + m$ có cực trị đồng thời khoảng cách từ điểm cực đại của đồ thị hàm số đến gốc tọa độ O bằng $\sqrt{2}$ lần khoảng cách từ điểm cực tiểu của đồ thị hàm số đến gốc tọa độ O .
- A. $m = -3 - 2\sqrt{2}$ hoặc $m = -1$. B. $m = -3 + 2\sqrt{2}$ hoặc $m = -1$.

C. $m = -3 + 2\sqrt{2}$ hoặc $m = -3 - 2\sqrt{2}$. **D.** $m = -3 + 2\sqrt{2}$.

Câu 114. Tìm tất cả các giá trị thực của tham số m để đồ thị hàm số $y = x^4 - 2m^2x^2 + 1$ (C) có ba điểm cực trị là ba đỉnh của một tam giác vuông cân.

A. $m = \pm 1$.

B. $m = 1$ hoặc $m = 0$.

C. $m = -1$ hoặc $m = 0$.

D. $m = -1$.

Câu 115. Tìm tất cả các giá trị thực của tham số m để đồ thị hàm số $y = mx^3 - 3mx^2 + 3m - 3$ có hai điểm cực trị A, B sao cho $2AB^2 - (OA^2 + OB^2) = 20$ (Trong đó O là gốc tọa độ).

A. $m = -1$.

B. $m = 1$.

C. $m = -1$ hoặc $m = -\frac{17}{11}$.

D. $m = 1$ hoặc $m = -\frac{17}{11}$.

Câu 116. Cho hàm số $y = x^3 - 3x^2$ (C). Tìm tất cả các giá trị thực tham số m để đường thẳng đi qua 2 điểm cực trị của đồ thị (C) tạo với đường thẳng $\Delta: x + my + 3 = 0$ một góc α biết $\cos \alpha = \frac{4}{5}$.

A. $m = 2$ hoặc $m = -\frac{2}{11}$.

B. $m = -2$ hoặc $m = -\frac{2}{11}$.

C. $m = 2$ hoặc $m = \frac{2}{11}$.

D. $m = 2$.

Câu 117. Tìm tất cả các giá trị thực của tham số m để đồ thị hàm số $y = x^4 - 4(m-1)x^2 + 2m - 1$ có 3 điểm cực trị tạo thành 3 đỉnh của một tam giác đều.

A. $m = 0$.

B. $m = 1$.

C. $m = 1 + \frac{\sqrt[3]{3}}{2}$.

D. $m = 1 - \frac{\sqrt[3]{3}}{2}$.

Câu 118. Tìm tất cả các giá trị thực của tham số m để điểm $M(2m^3; m)$ tạo với hai điểm cực đại, cực tiểu của đồ thị hàm số $y = 2x^3 - 3(2m+1)x^2 + 6m(m+1)x + 1$ (C) một tam giác có diện tích nhỏ nhất.

A. $m = 2$.

B. $m = 0$.

C. $m = 1$.

D. $m = -1$.

E. ĐÁP ÁN VÀ HƯỚNG DẪN GIẢI BÀI TẬP TRẮC NGHIỆM

I – ĐÁP ÁN 1.2

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20
A	A	B	A	C	B	D	B	B	A	C	D	C	A	C	D	C	D	D	C
21	22	23	24	25	26	27	28	29	30	31	32	33	34	35	36	37	38	39	40
C	C	B	D	A	D	A	A	D	B	C	B	D	B	A	A	B	C	C	C
41	42	43	44	45	46	47	48	49	50	51	52	53	54	55	56	57	58	59	60
B	B	C	B	C	D	D	D	D	B	A	A	C	D	B	A	A	C	A	D
61	62	63	64	65	66	67	68	69	70	71	72	73	74	75	76	77	78	79	80
A	B	A	A	A	C	A	C	D	B	A	D	B	B	C	C	D	B	C	C
81	82	83	84	85	86	87	88	89	90	91	92	93	94	95	96	97	98	99	100
A	A	A	B	D	D	D	C	B	B	C	A	B	C	D	B	D	C	A	A
101	102	103	104	105	106	107	108	109	110	111	112	113	114	115	116	117	118		
D	A	B	A	D	B	A	B	A	D	C	D	C	A	D	A	C	B		

II –HƯỚNG DẪN GIẢI

Câu 1. Chọn A.

Câu 2. Chọn A.

Câu 3. Chọn B.

$$y' = 3x^2 - 6x = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 0 \\ x = 2 \end{cases}$$

Lập bảng biến thiên ta được hàm số đạt cực đại tại $x = 2$ và đạt cực tiểu tại $x = 0$

Câu 4. Chọn A.

$$y' = 4x^3 - 4x = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 0 \\ x = 1 \\ x = -1 \end{cases}$$

$y(0) = 3$; $y(1) = y(-1) = 2$ nên hàm số có hai cực trị.

Câu 5. Chọn C.

$$y' = 3x^2 - 3 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 1 \\ x = -1 \end{cases}$$

$\Rightarrow A(1; -1), B(-1; 3) \Rightarrow$ Phương trình $AB: y = -2x + 1$

Phương pháp trắc nghiệm:

Bấm máy tính:

Bước 1 : Bấm Mode 2 (CMPLX)

Bước 2 : $x^3 - 3x + 1 - (3x^2 - 3)\left(\frac{x}{3}\right)$

Bước 3 : CALC $x = i$

Kết quả : $1 - 2i \Rightarrow$ phương trình $AB: y = 1 - 2x$

Câu 6. Chọn B.

$$y' = \frac{x^2 + 4x + 3}{(x + 2)^2}$$

$$y' = 0 \Leftrightarrow \frac{x^2 + 4x + 3}{(x + 2)^2} = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = -3 \\ x = -1 \end{cases}$$

Hàm số đạt cực đại tại $x = -3$ và $y_{CD} = -3$

Hàm số đạt cực tiểu tại $x = -1$ và $y_{CT} = 1$

$$\Rightarrow M^2 - 2n = 7$$

Phương pháp trắc nghiệm:

Bấm máy tính:

Bước 1: $\left. \frac{d\left(\frac{x^2+3x+3}{x+2}\right)}{dx} \right|_{x=1000} \cdot (100+2)^2 \rightarrow 1004003 = 1000^2 + 4000 + 3 = x^2 + 4x + 3$

$$y' = \frac{x^2 + 4x + 3}{(x+2)^2}$$

Bước 2: Giải phương trình bậc hai: $x^2 + 4x + 3 \Leftrightarrow \begin{cases} x = -1 \rightarrow A \\ x = -3 \rightarrow B \end{cases}$

Bước 3: Nhập vào máy tính $\frac{x^2+3x+3}{x+2}$

Cacl $x = A \rightarrow C$

Cacl $x = B \rightarrow D$

Bước 4: Tính $C^2 - 2D = 7$

Câu 7. Chọn D.

$$y' = 3x^2 + 34x - 24 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = -12 \\ x = \frac{2}{3} \end{cases}$$

Lập bảng biến thiên ta thấy hàm số đạt cực đại tại $x = -12$.

Câu 8. Chọn B.

$$y' = 12x^3 - 12x = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 0 \\ x = -1 \\ x = 1 \end{cases}$$

Hàm số đạt cực đại tại $x = 0$ và $y_{CD} = 1$.

Câu 9. Chọn B.

Hàm số $y = \sqrt{-x^2 + 3x - 2}$ có $y' = \frac{-2x+3}{2\sqrt{-x^2+3x-2}}$ và y' đổi dấu từ "+" sang "-" khi x chạy

qua $\frac{3}{2}$ nên hàm số đạt cực đại tại $x = \frac{3}{2}$.

Dùng casio kiểm tra: $\begin{cases} y'\left(\frac{3}{2}\right) = 0 \\ y''\left(\frac{3}{2}\right) < 0 \end{cases}$ thì hàm số đạt cực đại tại $\frac{3}{2}$.

Câu 10. Chọn A.

Hàm số $y = -10x^4 - 5x^2 + 7$ có $y' = -40x^3 - 10x = 0 \Leftrightarrow x = 0$ và $y''(0) = -10 < 0$ nên hàm số đạt cực đại tại $x = 0$.

Câu 11. Chọn C.

$$y' = \frac{3x^2 + 18x + 20}{(x+3)^2} = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = \frac{-9 + \sqrt{21}}{3} \\ x = \frac{-9 - \sqrt{21}}{3} \end{cases} \Rightarrow \text{Phương trình đường thẳng đi qua hai điểm cực trị}$$

của đồ thị hàm số là $y = 6x + 13$.

Phương pháp trắc nghiệm:

Tại điểm cực trị của đồ thị hàm số phân thức, ta có: $\frac{f(x)}{g(x)} = \frac{f'(x)}{g'(x)}$

Vậy phương trình đường thẳng đi qua hai điểm cực trị của đồ thị hàm số là

$$y = \frac{(3x^2 + 13x + 19)'}{(x+3)'} \Leftrightarrow y = 6x + 13$$

Câu 12. Chọn D.

TXĐ: $D = (-\infty; 0] \cup [2; +\infty)$.

$$y' = \frac{x-1}{\sqrt{x^2-2x}} = 0 \Leftrightarrow x = 1(l)$$

y' không đổi dấu trên các khoảng xác định nên hàm số không có cực trị.

Câu 13. Chọn C.

$$y' = 7x^6 - 5x^4 = x^4(7x^2 - 5) = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 0 \\ x = \pm\sqrt{\frac{5}{7}} \end{cases}$$

y' chỉ đổi dấu khi x chạy qua $\pm\sqrt{\frac{5}{7}}$ nên hàm số có hai điểm cực trị.

Câu 14. Chọn A.

$f'(x)$ đổi dấu khi x chạy qua -1 và 3 nên hàm số có 2 điểm cực trị.

Câu 15. Chọn C.

TXĐ $D = (-\infty; 0) \cup (2; +\infty)$

$$y' = \frac{1}{3}(x^2 - 2x)^{-\frac{2}{3}}(2x - 2)$$

y' không đổi dấu trên các khoảng xác định nên hàm số không có cực trị.

Câu 16. Chọn D.

$D = \mathbb{R}$

$$y' = -3x^2 + 6x + 6$$

Phương trình $y' = 0$ luôn có hai nghiệm phân biệt x_1, x_2 và y' đổi dấu khi x chạy qua x_1, x_2 nên hàm số đạt cực trị tại x_1, x_2 .

$$S = x_1^2 + x_2^2 = (x_1 + x_2)^2 - 2x_1x_2 = 8$$

Phương pháp trắc nghiệm:

$$\text{Bước 1: Giải phương trình bậc hai : } -3x^2 + 6x + 6 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 1 + \sqrt{3} \rightarrow A \\ x = 1 - \sqrt{3} \rightarrow B \end{cases}$$

Bước 2: Tính $A^2 + B^2 = 8$

Câu 17. Chọn C.

Câu 18. Chọn D.

Câu 19. Chọn D.

Câu 20. Chọn C.

Hàm số bậc ba: $y = ax^3 + bx^2 + cx + d, (a \neq 0)$ có TXĐ: $D = \mathbb{R}$

$$y' = 3ax^2 + 2bx + c$$

$$\Delta' = b^2 - 3ac$$

Nếu $\Delta' \leq 0$ thì y' không đổi dấu trên $\mathbb{R}$ nên hàm số không có cực trị.

Nếu $\Delta' > 0$ thì phương trình $y' = 0$ luôn có hai nghiệm phân biệt x_1, x_2 và y' đổi dấu khi x chạy qua x_1, x_2 nên hàm số đạt cực trị tại x_1, x_2 .

Câu 21. Chọn C.

Câu 22. Chọn C.

Câu 23. Chọn B.

Câu 24. Chọn D.

Câu 25. Chọn A.

Hàm số $y = x + \frac{1}{x+1}$ có TXĐ: $D = \mathbb{R} \setminus \{-1\}$

$$y' = 1 - \frac{1}{(x+1)^2} = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 0 \\ x = -2 \end{cases}$$

y' đổi dấu khi x chạy qua -2 và 0 nên hàm số đã cho có hai điểm cực trị.

Câu 26. Chọn D.

Hàm số $y = \frac{x+1}{x-2}$ có TXĐ: $D = \mathbb{R} \setminus \{2\}$

$$y' = -\frac{3}{(x-2)^2} < 0, \forall x \in D \text{ nên hàm số không có cực trị}$$

Câu 27. Chọn A.

Câu 28. Chọn A.

TXĐ $D = \mathbb{R}$

$$y' = -3x^2 + 3 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 1 \\ x = -1 \end{cases}$$

y' đổi dấu từ "-" sang "+" khi x chạy qua -1 nên hàm số đạt cực tiểu tại $x = -1$.

Câu 29. Chọn D.

Hàm số $y = 2\sqrt{x} - x$ có TXĐ $D = [0; +\infty)$

$$\begin{cases} y'(1) = 0 \\ y''(1) = -\frac{1}{2} < 0 \end{cases} \text{ nên hàm số đạt cực đại tại } x = 1.$$

Câu 30. Chọn B.

+ A. Hàm số trùng phương luôn luôn có cực trị.

+ B. $y = x^3 + 1$

Ta có: $y' = 3x^2 \Rightarrow y' \geq 0 \forall x \in \mathbb{R}$.

Do đó, hàm số luôn đồng biến trên $\mathbb{R}$. Hàm số này không có cực trị.

+ Đối với phương án C và D, đây là hàm số bậc nhất và phân thức hữu tỉ bậc nhất/bậc nhất. Đây là 2 hàm số luôn đơn điệu trên từng khoảng xác định của chúng, do đó 2 hàm số này không có cực trị.

Câu 31. Chọn C.

+ Đây là hàm số trùng phương có $ab = -3 < 0$ nên hàm số này có 3 điểm cực trị. Mặt khác, có $a = 1 > 0$ nên hàm số có 2 điểm cực tiểu và 1 điểm cực đại.

Câu 32. Chọn B.

+ Để hàm số đạt cực đại $x = 1$ thì
$$\begin{cases} y'(1) = 3.1^2 - 2m.1 + 2m - 3 = 0 \\ y''(1) = 6.1 - 2m < 0 \end{cases} \Leftrightarrow m > 3$$

Câu 33. Chọn D.

+ Hàm phân thức hữu tỉ bậc nhất/ bậc nhất luôn đơn điệu trên các khoảng xác định của chúng, do đó hàm này không có cực trị.

Câu 34. Chọn D.

+ Ta có: $y' = 3x^2 - 4x + 1$.

$$y' = 0 \Leftrightarrow 3x^2 - 4x + 1 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 1 \\ x = \frac{1}{3} \end{cases}$$

Hàm số đạt cực tiểu tại $x = 1 \Rightarrow y_{CT} = 3$

Câu 35. Chọn A.

+ Hàm trùng phương có 1 điểm cực trị khi $ab \geq 0 \Leftrightarrow m - 2 \geq 0 \Leftrightarrow m \geq 2$.

Câu 36. Chọn A.

+ Ta có: $y' = -x^2 + 8x - 5$.

x_1, x_2 là hai nghiệm của phương trình: $y' = 0 \Leftrightarrow -x^2 + 8x - 5 = 0$.

Khi đó, theo định lý Viet, ta có: $x_1 x_2 = 5$

Câu 37. Chọn B.

+ Ta có: $y' = 12x^3 - 12x^2 = 12x^2(x - 1)$.

$$\text{Xét } y' = 0 \Leftrightarrow 12x^2(x - 1) = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 0 \\ x = 1 \end{cases}$$

Lập bảng biến thiên, ta thấy hàm số đạt cực tiểu tại $x = 1$.

Câu 38. Chọn C.

TXĐ: $D = \mathbb{R}$

+ Ta có: $y' = 2a \cos 2x - 3b \sin 3x - 2$.

Hàm số đạt cực trị tại $x = \frac{\pi}{2}; x = \pi$ nên ta có hệ phương trình:

$$\begin{cases} y'(\frac{\pi}{2}) = -2a + 3b - 2 = 0 \\ y'(\pi) = 2a - 2 = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a = 1 \\ b = \frac{4}{3} \end{cases}$$

Do đó, giá trị của biểu thức $P = a + 3b - 3ab = 1$.

Câu 39. Chọn C.

+ Đây là hàm số bậc 3 có $b^2 - 3ac = 6^2 - 3.3.4 = 0$. Do đó, hàm số luôn đơn điệu trên $\mathbb{R}$.

Hàm số này không có cực trị.

Câu 40. Chọn C.

$$y' = 3x^2 - 6x + m$$

$$y'' = 6x - 6$$

Hàm số đạt cực tiểu tại $x = 2$ khi:

$$\begin{cases} y'(2) = 3 \cdot 2^2 - 6 \cdot 2 + m = 0 \\ y''(2) = 6 \cdot 2 - 6 > 0 \end{cases} \Leftrightarrow m = 0$$

Câu 41. Chọn B.

$$y' = 3x^2 - 12x + 9.$$

$$y' = 0 \Leftrightarrow 3x^2 - 12x + 9 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 1 \\ x = 3 \end{cases}$$

Hàm số đạt cực đại tại $x = 1 \Rightarrow y_{CD} = 3$.

Câu 42. Chọn B.

$$+ \text{Hàm số có cực đại, cực tiểu khi } \begin{cases} b^2 - 3ac > 0 \\ a \neq 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 9 + 3(m-1)(m+1) > 0 \\ m-1 \neq 0 \end{cases} \Leftrightarrow m \neq 1$$

Câu 43. Chọn C.

+ A. Hàm số trùng phương luôn có cực trị do đạo hàm của nó là một đa thức bậc 3 luôn có nghiệm thực. Nên đáp án này đúng.

+ B. Hàm số bậc 3 có tối đa 2 cực trị. Nên đáp án này sai.

+ C. Hàm số trùng phương chỉ có thể có 1 hoặc 3 điểm cực trị. Nên đáp án này sai.

+ D. Đáp án này sai.

Câu 44. Chọn B.

$$y' = 4x^3 - 4x = 4x(x^2 - 1)$$

$$y' = 0 \Leftrightarrow 4x(x^2 - 1) = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 0 \\ x = \pm 1 \end{cases}$$

Hàm số đạt cực tiểu tại $x = \pm 1$ và $y_{CT} = 4$.

Câu 45. Chọn C.

+ Ta có: $y' = -\frac{2}{\sqrt[3]{x}}$. Dễ dàng nhận thấy $x = 0$ là điểm tới hạn của hàm số, và y' đổi dấu khi đi qua $x = 0$. Nên $x = 0$ là cực trị của hàm số. Hơn nữa, ta có hàm số đồng biến trên $(-\infty; 0)$ và nghịch biến trên $(0; +\infty)$. Do đó, $x = 0$ là cực đại của hàm số.

Câu 46. Chọn D.

+ Đây là hàm số trùng phương có $ab = -3.4 < 0$ nên hàm số này có 3 điểm cực trị. Hơn nữa, hàm số có $a = -3 < 0$ nên hàm số có 2 điểm cực đại và 1 điểm cực tiểu.

Câu 47. Chọn D.

+ A. Có $y' = 3x^2 \geq 0 \forall x \in \mathbb{R}$. Do đó, hàm số này luôn đồng biến trên $\mathbb{R}$. Hay nói cách khác, hàm số này không có cực trị.

+ B. Đây là hàm số bậc 3 có $b^2 - 3ac = 3 > 0$. Do đó, hàm số này có 2 cực trị.

+ C. Hàm số trùng phương luôn có cực trị.

+ D. Đây là hàm số bậc 3 có $b^2 - 3ac = 9 > 0$. Do đó, hàm số này có 2 cực trị.

Câu 48. Chọn D.

$$y' = 3x^2 - 12x + 4.$$

$$y' = 0 \Leftrightarrow 3x^2 - 12x + 4 = 0.$$

x_1, x_2 là hai nghiệm của phương trình $y' = 0$.

Khi đó, theo định lý Viet, ta có: $x_1 + x_2 = 4$.

Câu 49. Chọn A.

$$y' = 3x^2 - 6x = 3x(x - 2)$$

$$y' = 0 \Leftrightarrow 3x(x - 2) = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 0 \\ x = 2 \end{cases}$$

$$y_{CD} - y_{CT} = y(0) - y(2) = 4.$$

Câu 50. Chọn B.

$$y' = 3ax^2 + 2bx + c$$

+ Đồ thị hàm số có điểm cực trị là gốc tọa độ, ta có:

$$\begin{cases} y'(0) = 0 \\ y(0) = 0 \end{cases} \Leftrightarrow c = d = 0$$

+ Đồ thị hàm số có điểm cực trị là $A(-1; -1)$, ta có:

$$\begin{cases} y'(-1) = 0 \\ y(-1) = -1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 3a - 2b = 0 \\ b - a = -1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a = -2 \\ b = -3 \end{cases}$$

Vậy hàm số là: $y = -2x^3 - 3x^2$.

Câu 51. Chọn A.

+ A. Hàm số trùng phương luôn có cực trị.

+ B. Đây là hàm số bậc 3 có $b^2 - 3ac = -5 < 0$. Do đó, hàm số này không có cực trị.

+ C. Hàm số bậc nhất đơn điệu trên R . Do đó, hàm số này cũng không có cực trị.

+ D. Hàm số phân thức hữu tỷ bậc nhất/bậc nhất luôn đơn điệu trên các khoảng xác định của nó.

Do đó, hàm số này không có cực trị.

Câu 52. Chọn A.

+ Như ta đã biết, điều kiện để hàm số trùng phương có 3 điểm cực trị là $-\frac{b}{2a} > 0$. Ở đây lại có,

$a \neq 0$ nên điều kiện trở thành $ab < 0$.

Câu 53. Chọn C.

Hàm số bậc 3 có cực đại, cực tiểu thì $b^2 - 3ac > 0 \Leftrightarrow 4m^2 - (4m - 1) > 0$

$$\Leftrightarrow (2m - 1)^2 > 0 \Leftrightarrow m \neq \frac{1}{2}.$$

Câu 54. Chọn D.

$$y' = -4x^3 + 8x = -4x(x^2 - 2)$$

$$y' = 0 \Leftrightarrow -4x(x^2 - 2) = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 0 \\ x = \pm\sqrt{2} \end{cases}$$

Hàm số đạt cực đại tại $x = \pm\sqrt{2} \Rightarrow y_{CD} = 7$.

Câu 55. Chọn B.

+ A. Đây là hàm số bậc 3 có $b^2 - 3ac = 25 > 0$. Do đó, hàm số có 2 cực trị.

+ B. Hàm số $y = x^4 + 3x^2 + 2$ có 1 cực trị.

+ C. Có $y' = \frac{2x^2 + 1}{3x^2} > 0 \forall x \in R \setminus \{0\}$. Do đó, hàm số này đồng biến trên từng khoảng xác định của nó. Hàm số này không có cực trị.

+ D. Có $y' = 2017.6x^5 + 2016.4x^3$. Xét $y' = 0 \Leftrightarrow x = 0$. Do đó hàm số này có đúng 1 cực trị.

Câu 56. Chọn A.

$$\text{Ta có } y' = \frac{2-2x^3}{\sqrt{1+4x-x^4}} \cdot y' = 0 \Leftrightarrow x=1 \Rightarrow y(1)=2$$

Câu 57. Chọn A.

$$\text{Ta có } y' = 3x^2 - 4x + a$$

Đồ thị hàm số có điểm cực trị là $A(1;3)$, ta có:

$$\begin{cases} y'(1) = -1 + a = 0 \\ y(1) = -1 + a + b = 3 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a = 1 \\ b = 3 \end{cases}$$

Khi đó ta có, $4a - b = 1$.

Câu 58. Chọn C.

$$y' = 3x^2 - 6x$$

$$y' = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 0 \\ x = 2 \end{cases}$$

$$\text{Ta có: } a = y(0) = -2; b = y(2) = -6 \Rightarrow 2a^2 + b = 2.$$

Câu 59. Chọn A.

+ Hàm số trùng phương luôn đạt cực trị tại $x = 0$. Do đó: $x_1 x_2 x_3 = 0$.

Câu 60. Chọn D.

[Phương pháp tự luận]

$$y' = 3x^2 - 3 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 1 \\ x = -1 \end{cases}$$

Lập bảng biến thiên $\Rightarrow$ Hàm số đạt cực đại tại $x = -1$

Câu 61. Chọn A.

[Phương pháp tự luận]

$$y' = -4x^3 + 4x = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 0 \\ x = \pm 1 \end{cases}$$

Lập bảng biến thiên. Suy ra: $y_{CD} = -4$

Câu 62. Chọn B.

[Phương pháp tự luận]

$$y' = x^2 - 4x + 4 = (x-2)^2 \geq 0, \forall x \in \mathbb{R}$$

Hàm số không có cực trị

Câu 63. Chọn A.

[Phương pháp tự luận]

$$y' = 3x^2 - 6x = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 0 \\ x = 2 \end{cases}. \text{ Vậy hàm số có 2 cực trị.}$$

Câu 64. Chọn A.

Câu 65. Chọn A.

$$\text{[Phương pháp tự luận]: } y' = 4mx^3 - 2(m+1)x = 0$$

$$\Leftrightarrow 2x(2mx^2 - m - 1) = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 0 \\ 2mx^2 = m + 1 \end{cases}$$

$$\text{Hàm số có 3 điểm cực trị} \Leftrightarrow m(m+1) > 0 \Leftrightarrow \begin{cases} m < -1 \\ m > 0 \end{cases}$$

[Phương pháp trắc nghiệm] : Đồ thị hàm số $y = ax^4 + bx^2 + c$ có 3 cực trị khi và chỉ khi a và b trái dấu, tức là : $ab < 0$

$$\text{Suy ra : } m(m+1) > 0 \Leftrightarrow \begin{cases} m < -1 \\ m > 0 \end{cases}$$

Câu 66. Chọn C.

[Phương pháp tự luận]

$$y' = 3x^2 - 4x + m + 3$$

$$\text{Hàm số không có cực trị} \Leftrightarrow \Delta'_{y'} \leq 0 \Leftrightarrow 4 - 3(m+3) \leq 0 \Leftrightarrow m \geq -\frac{5}{3}$$

Câu 67. Chọn A.

[Phương pháp tự luận]

$$y' = x^2 - 2mx + m + 1$$

$$y'' = 2x - 2m$$

Hàm số đạt cực đại tại $x = -2$ khi :

$$\begin{cases} y'(-2) = 0 \\ y''(-2) < 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 4 + 4m + m + 1 = 0 \\ -4 - 2m < 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m = -1 \\ m > -2 \end{cases} \Leftrightarrow m = -1.$$

Câu 68. Chọn C.

Câu 69. Chọn D.

[Phương pháp tự luận]

$$y' = mx^2 + 4x + m$$

$$\text{ycbt} \Leftrightarrow \begin{cases} \Delta'_{y'} > 0 \\ m > 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 4 - m^2 > 0 \\ m > 0 \end{cases} \Leftrightarrow 0 < m < 2$$

Câu 70. Chọn B.

$$y' = x^2 + 2mx + m + 6$$

Hàm số có cực đại và cực tiểu $\Leftrightarrow y' = 0$ có hai nghiệm phân biệt.

$$\Leftrightarrow m^2 - m - 6 > 0 \Leftrightarrow \begin{cases} m < -2 \\ m > 3 \end{cases}$$

Câu 71. Chọn A.

$$y' = 3(m+2)x^2 + 6x + m$$

Hàm số có 2 cực trị $\Leftrightarrow y' = 0$ có hai nghiệm phân biệt.

$$\Leftrightarrow \begin{cases} m \neq -2 \\ m^2 + 2m - 3 < 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m \neq -2 \\ -3 < m < 1 \end{cases} \Leftrightarrow m \in (-3; 1) \setminus \{-2\}$$

Câu 72. Chọn D.

$$y' = x^2 + 2(m+3)x + 4(m+3)$$

Yêu cầu của bài toán $\Leftrightarrow y' = 0$ có hai nghiệm phân biệt x_1, x_2 thỏa mãn: $-1 < x_1 < x_2$.

$$\Leftrightarrow \begin{cases} (m+3)^2 - 4(m+3) > 0 \\ (x_1+1)(x_2+1) > 0 \\ x_1+x_2 > -2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} (m+3)(m-1) > 0 \\ x_1x_2 + (x_1+x_2) + 1 > 0 \\ x_1+x_2 > -2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m < -3 \\ m > 1 \\ m > -\frac{7}{2} \\ m < -2 \end{cases} \Leftrightarrow -\frac{7}{2} < m < -3$$

Câu 73. Chọn B.

$$y' = x^2 + 2(m^2 - m + 2)x + 3m^2 + 1$$

$$y'' = 2x + 2(m^2 - m + 2)$$

Hàm số đạt cực tiểu tại $x = -2$ khi:

$$\begin{cases} y'(-2) = 0 \\ y''(-2) > 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} -m^2 + 4m - 3 = 0 \\ m^2 - m > 0 \end{cases} \Leftrightarrow m = 3$$

Câu 74. Chọn B.

$$y' = mx^2 - 2(m-1)x + 3(m-2)$$

Yêu cầu của bài toán $\Leftrightarrow y' = 0$ có hai nghiệm phân biệt $x_1; x_2$ thỏa mãn: $x_1 + 2x_2 = 1$.

$$\Leftrightarrow \begin{cases} m \neq 0 \\ (m-1)^2 - 3m(m-2) > 0 \\ x_1x_2 = \frac{3(m-2)}{m} \\ x_1+x_2 = \frac{2(m-1)}{m} \\ x_1+2x_2 = 1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m \neq 0 \\ 1 - \frac{\sqrt{6}}{2} < m < 1 + \frac{\sqrt{6}}{2} \\ x_1 = \frac{3m-4}{m} \\ x_2 = \frac{2-m}{m} \\ x_1x_2 = \frac{3(m-2)}{m} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m \neq 0 \\ 1 - \frac{\sqrt{6}}{2} < m < 1 + \frac{\sqrt{6}}{2} \\ x_1 = \frac{3m-4}{m} \\ x_2 = \frac{2-m}{m} \\ \left(\frac{3m-4}{m}\right)\left(\frac{2-m}{m}\right) = \frac{3(m-2)}{m} \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} m = 2 \\ m = \frac{2}{3} \end{cases}$$

Câu 75. Chọn C.

Trường hợp 1: $m = 0$

Ta có hàm số: $y = -x^2$, hàm số này có 1 cực trị. Vậy $m = 0$ thỏa mãn.

Trường hợp 2: $m \neq 0$

$$y' = 4mx^3 + 2(m-1)x$$

$$\text{Hàm số có đúng 1 cực trị} \Leftrightarrow \frac{m-1}{m} \geq 0 \Leftrightarrow \begin{cases} m \geq 1 \\ m < 0 \end{cases}$$

$$\text{Kết hợp TH1 và TH2, ta có: } \begin{cases} m \leq 0 \\ m \geq 1 \end{cases} \text{ thỏa mãn.}$$

Câu 76. Chọn C.

$$y' = 4mx^3 + 2(m^2 - 4m + 3)x$$

$$\text{Hàm số có 3 cực trị} \Leftrightarrow \begin{cases} m \neq 0 \\ \frac{m^2 - 4m + 3}{m} < 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m \neq 0 \\ m \in (-\infty; 0) \cup (1; 3) \end{cases} \Leftrightarrow m \in (-\infty; 0) \cup (1; 3)$$

Câu 77. Chọn D.

$$y' = 4x^3 - 4m^2x$$

$$y' = 0 \Leftrightarrow 4x(x^2 - m^2) = 0$$

Hàm số có 3 điểm cực trị $\Leftrightarrow m \neq 0$

Khi đó 3 điểm cực trị của đồ thị hàm số là : $A(0;1), B(m;1-m^4), C(-m;1-m^4)$

Do tính chất đối xứng, ta có ΔABC cân tại đỉnh A .

$$\text{Vậy } \Delta ABC \text{ chỉ có thể vuông cân tại đỉnh } A \Leftrightarrow \overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{AC} = 0 \Leftrightarrow -m^2 + m^8 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} m = 0 \\ m = \pm 1 \end{cases}$$

Kết hợp điều kiện ta có: $m = \pm 1$ (thỏa mãn).

Lưu ý: có thể sử dụng công thức $\frac{b^3}{8a} + 1 = 0$.

Câu 78. Chọn B.

$$y' = 4x^3 - 4(m+1)x$$

$$y' = 0 \Leftrightarrow 4x(x^2 - m - 1) = 0$$

Hàm số có điểm 3 cực trị $\Leftrightarrow m > -1$

Khi đó 3 điểm cực trị của đồ thị hàm số là :

$$A(0;m^2), B(-\sqrt{m+1};-2m-1), C(\sqrt{m+1};-2m-1)$$

Do tính chất đối xứng, ta có ΔABC cân tại đỉnh A .

Vậy ΔABC chỉ có thể vuông cân tại đỉnh $A \Leftrightarrow \overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{AC} = 0$

$$\Leftrightarrow -(m+1) + (-m^2 - 2m - 1)^2 = 0 \Leftrightarrow m^4 + 4m^3 + 6m^2 + 3m = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} m = 0 \\ m = -1 \end{cases}$$

Kết hợp điều kiện ta có: $m = 0$ (thỏa mãn).

Lưu ý: Có thể làm theo cách khác:

+) **Cách 1:** Gọi M là trung điểm của BC , tìm tọa độ điểm M , ΔABC vuông tại đỉnh A thì $2AM = BC$.

+) **Cách 2:** Sử dụng định lý Pitago $BC^2 = AB^2 + AC^2$

+) **Cách 3:** $\cos(\overrightarrow{BA}, \overrightarrow{BC}) = \cos 45^\circ$

+) Hoặc sử dụng công thức $\frac{b^3}{8a} + 1 = 0$

Câu 79. Chọn C.

$$y' = 4x^3 - 4mx$$

$$y' = 0 \Leftrightarrow 4x(x^2 - m) = 0$$

Hàm số có 3 cực trị $\Leftrightarrow m > 0$

Khi đó 3 điểm cực trị của đồ thị hàm số là :

$$A(0;m^4 + 2m), B(-\sqrt{m};m^4 - m^2 + 2m), C(\sqrt{m};m^4 - m^2 + 2m)$$

Do tính chất đối xứng, ta có ΔABC cân tại đỉnh A .

Vậy ΔABC đều chỉ cần $AB = BC \Leftrightarrow m + m^4 = 4m \Leftrightarrow \begin{cases} m = 0 \\ m = \sqrt[3]{3} \end{cases}$

Kết hợp điều kiện ta có: $m = \sqrt[3]{3}$ (thỏa mãn).

Lưu ý: có thể sử dụng công thức $\frac{b^3}{8a} + 3 = 0 \Leftrightarrow \frac{(-2m)^3}{8} + 3 = 0 \Leftrightarrow m^3 = 3 \Leftrightarrow m = \sqrt[3]{3}$

Câu 80. Chọn C.

Ta có: $y = x^3 - 3x$

Các điểm cực trị: $A(1; -2); B(-1; 2)$. Nên ta có $AB = 2\sqrt{5}$.

Câu 81. Chọn A.

Ta có: $y = \frac{1}{4}x^4 - 2x^2 + 3$

Các điểm cực trị: $A(-2; -1); B(0; 3); C(2; -1)$.

Các điểm cực trị tạo thành tam giác cân tại B . $H(0; -1)$ là trung điểm của AC .

Nên $S_{\Delta ABC} = \frac{1}{2}BH.AC = \frac{1}{2}.4.4 = 8$.

Câu 82. Chọn A.

Ta có: $y' = x^2 - 2mx + 2m - 1$

Hàm số có cực trị $\Leftrightarrow y' = 0$ có 2 nghiệm phân biệt $\Leftrightarrow \Delta' = m^2 - 2m + 1 > 0 \Leftrightarrow m \neq 1$.

Câu 83. Chọn A.

Để hàm số có ba cực trị thì trước hết hàm số phải là hàm số trùng phương tức $m \neq 0$.

Ta có: $y' = 4mx^3 + 2(m^2 - 9)x = 4mx(x^2 + \frac{m^2 - 9}{2m})$.

Hàm số có 3 cực trị khi và chỉ khi: y' có 3 nghiệm phân biệt $\Leftrightarrow \frac{m^2 - 9}{2m} < 0$

$\Leftrightarrow m(m^2 - 9) < 0 \Leftrightarrow \begin{cases} 0 < m < 3 \\ m < -3 \end{cases}$.

Vậy các giá trị cần tìm của m là: $\begin{cases} 0 < m < 3 \\ m < -3 \end{cases}$.

Câu 84. Chọn B.

Ta xét hai trường hợp sau đây:

TH1: $m + 1 = 0 \Leftrightarrow m = -1$. Khi đó $y = x^2 + \frac{3}{2} \Rightarrow$ hàm số chỉ có cực tiểu ($x = 0$) mà không có cực đại $\Rightarrow m = -1$ thỏa mãn yêu cầu bài toán.

TH2: $m + 1 \neq 0 \Leftrightarrow m \neq -1$. Khi đó hàm số đã cho là hàm số trùng phương ta có:

$y' = 4(m + 1)x^3 - 2mx = 4(m + 1)x \left[x^2 - \frac{m}{2(m + 1)} \right]$.

Hàm số chỉ có cực tiểu mà không có cực đại $\Leftrightarrow y'$ có đúng một nghiệm và đổi dấu từ âm sang

dương khi x đi qua nghiệm này $\Leftrightarrow \begin{cases} 4(m + 1) > 0 \\ \frac{m}{2(m + 1)} \leq 0 \end{cases} \Leftrightarrow -1 < m \leq 0$.

Kết hợp những giá trị m tìm được, ta có $-1 \leq m \leq 0$.

Câu 85. Chọn D.

Ta có $y' = 3x^2 - 6mx + m - 1$.

Hàm số có cực đại, cực tiểu khi và chỉ khi PT $y' = 0$ có hai nghiệm phân biệt

Điều này tương đương $\Delta' = 9m^2 - 3(m-1) > 0 \Leftrightarrow 3m^2 - m + 1 > 0$ (đúng với mọi m).

Hai điểm cực trị có hoành độ dương $\Leftrightarrow \begin{cases} S > 0 \\ P > 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 2m > 0 \\ \frac{m-1}{3} > 0 \end{cases} \Leftrightarrow m > 1$

Vậy các giá trị cần tìm của m là $m > 1$.

Câu 86. Chọn D.

Ta có $y' = -3x^2 + 3m$

$y' = 0 \Leftrightarrow x^2 - m = 0 (*)$

Đồ thị hàm số (1) có 2 điểm cực trị $\Leftrightarrow$ PT $(*)$ có 2 nghiệm phân biệt $\Leftrightarrow m > 0 (**)$

Khi đó 2 điểm cực trị $A(-\sqrt{m}; 1 - 2m\sqrt{m})$, $B(\sqrt{m}; 1 + 2m\sqrt{m})$

Tam giác OAB vuông tại $O \Leftrightarrow \overrightarrow{OA} \cdot \overrightarrow{OB} = 0 \Leftrightarrow 4m^3 + m - 1 = 0 \Leftrightarrow m = \frac{1}{2}$ (thỏa mãn).

Vậy $m = \frac{1}{2}$.

Câu 87. Chọn D.

Ta có $y' = 3x^2 - 6(m+1)x + 12m$. Hàm số có hai cực trị $\Leftrightarrow y' = 0$ có hai nghiệm phân biệt

$\Leftrightarrow (m-1)^2 > 0 \Leftrightarrow m \neq 1 (*)$. Khi đó hai điểm cực trị là $A(2; 9m)$, $B(2m; -4m^3 + 12m^2 - 3m + 4)$.

ΔABC nhận O làm trọng tâm $\Leftrightarrow \begin{cases} 2 + 2m - 1 = 0 \\ -4m^3 + 12m^2 + 6m + 4 - \frac{9}{2} = 0 \end{cases} \Leftrightarrow m = -\frac{1}{2}$ (thỏa $(*)$).

Câu 88. Chọn C.

Ta có : $y' = 2x^2 - 2mx - 2(3m^2 - 1) = 2(x^2 - mx - 3m^2 + 1)$,

$g(x) = x^2 - mx - 3m^2 + 1$ là tam thức bậc hai có $\Delta = 13m^2 - 4$. Do đó hàm số có hai điểm cực trị khi và chỉ khi y' có hai nghiệm phân biệt $\Leftrightarrow g(x)$ có hai nghiệm phân biệt

$\Leftrightarrow \Delta > 0 \Leftrightarrow \begin{cases} m > \frac{2\sqrt{13}}{13} \\ m < -\frac{2\sqrt{13}}{13} \end{cases} \cdot (1)$

x_1, x_2 là các nghiệm của $g(x)$ nên theo định lý Vi-ét, ta có $\begin{cases} x_1 + x_2 = m \\ x_1 x_2 = -3m^2 + 1 \end{cases}$.

Do đó $x_1 x_2 + 2(x_1 + x_2) = 1 \Leftrightarrow -3m^2 + 2m + 1 = 1 \Leftrightarrow -3m^2 + 2m = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} m = 0 \\ m = \frac{2}{3} \end{cases}$.

Đối chiếu với điều kiện (1), ta thấy chỉ $m = \frac{2}{3}$ thỏa mãn yêu cầu bài toán.

Câu 89. Chọn B.

[Phương pháp tự luận]

$$y' = 3x^2 - 6mx + 3(m^2 - 1)$$

Hàm số luôn luôn có cực trị với mọi m

Theo định lí Viet :
$$\begin{cases} x_1 + x_2 = 2m \\ x_1 \cdot x_2 = m^2 - 1 \end{cases}$$

$$x_1^2 + x_2^2 - x_1 x_2 = 7 \Leftrightarrow (2m)^2 - 3(m^2 - 1) = 7 \Leftrightarrow m = \pm 2$$

Cách 2 : $y' = 0 \Leftrightarrow x^2 - 2mx + (m^2 - 1) = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = m + 1 \\ x = m - 1 \end{cases}$

$$x_1^2 + x_2^2 - x_1 x_2 = 7 \Leftrightarrow (m + 1)^2 + (m - 1)^2 - (m - 1)(m + 1) = 7$$

$$\Leftrightarrow m = \pm 2.$$

Câu 90. Chọn B.

[Phương pháp tự luận]

$$y' = 4(m - 1)x^3 - 6mx = 0 \quad (*)$$

TH1 : Nếu $m = 1$, $(*)$ trở thành : $y' = -6x = 0$ hay $x = 0$, $y'' = -6 < 0$

Vậy $m = 1$ hàm số đạt cực đại tại $x = 0$

TH2 : Nếu $m \neq 1$

$$(*) \Leftrightarrow \begin{cases} x = 0 \\ x^2 = \frac{3m}{2(m - 1)} \end{cases}$$

Hàm số có cực đại mà không có cực tiểu $\Leftrightarrow \begin{cases} m - 1 < 0 \\ \frac{3m}{2(m - 1)} \leq 0 \end{cases} \Leftrightarrow 0 \leq m < 1$

Kết hợp 2 trường hợp : $m \in [0; 1]$

Câu 91. Chọn C.

[Phương pháp tự luận]

$$y' = 4x^3 - 4(1 - m^2)x$$

$$y' = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 0 \\ x^2 = 1 - m^2 \end{cases}$$

Hàm số có cực đại, cực tiểu khi và chỉ khi : $|m| < 1$

Tọa độ điểm cực trị $A(0; m + 1)$

$$B(\sqrt{1 - m^2}; -m^4 + 2m^2 + m)$$

$$C(-\sqrt{1 - m^2}; -m^4 + 2m^2 + m)$$

$$\overrightarrow{BC} = (-2\sqrt{1 - m^2}; 0)$$

Phương trình đường thẳng BC : $y + m^4 - 2m^2 - m = 0$

$$d(A, BC) = m^4 - 2m^2 + 1, \quad BC = 2\sqrt{1 - m^2}$$

$$\Rightarrow S_{\triangle ABC} = \frac{1}{2} BC \cdot d[A, BC] = \sqrt{1 - m^2} (m^4 - 2m^2 + 1) = \sqrt{(1 - m^2)^5} \leq 1$$

Vậy S đạt giá trị lớn nhất $\Leftrightarrow m = 0$.

[Phương pháp trắc nghiệm]

$$\overrightarrow{AB} = (\sqrt{1-m^2}; -m^4 + 2m^2 - 1)$$

$$\overrightarrow{AC} = (-\sqrt{1-m^2}; -m^4 + 2m^2 - 1)$$

$$\text{Khi đó } S = \frac{1}{2} |\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{AC}| = \sqrt{1-m^2} (m^4 - 2m^2 + 1) = \sqrt{(1-m^2)^5} \leq 1$$

Vậy S đạt giá trị lớn nhất $\Leftrightarrow m = 0$.

Câu 92. Chọn A.

[Phương pháp tự luận]

$$y' = 6x^2 + 6(m-3)x$$

$$y' = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 0 \\ x = 3 - m \end{cases}$$

Hàm số có 2 cực trị $\Leftrightarrow m \neq 3$

Khi đó đồ thị hàm số đã cho có 2 điểm cực trị $A(0; 11-3m)$

$$B(3-m; m^3 - 9m^2 + 24m - 16)$$

$$\overrightarrow{AB} = (3-m, (3-m)^3)$$

$$\text{Phương trình đt } AB : (3-m)^2 x + y - 11 + 3m = 0$$

A, B, C thẳng hàng $\Leftrightarrow C \in AB$

$$\text{Hay : } -1 - 11 + 3m = 0 \Leftrightarrow m = 4.$$

[Phương pháp trắc nghiệm]

Bước 1 : Bấm Mode 2 (CMPLX)

$$\text{Bước 2 : } y - \frac{y' \cdot y''}{18a} = 2x^3 + 3(y-3)x^2 + 11 - 3y - \frac{(6x^2 + 6(y-3)x)(12x + 6(y-3))}{36}$$

Bước 3 : Cacl $x = i$, $y = 1000$

$$\text{Kết quả : } -2989 - 994009i. \text{ Hay : } y = -2989 - 994009x$$

$$\text{Từ đó : } -2989 = -3m + 11, -994009 = -(m-3)^2$$

$$\text{Vậy phương trình đt qua 2 điểm cực trị AB là : } (3-m)^2 x + y - 11 + 3m = 0$$

A, B, C thẳng hàng $\Leftrightarrow C \in AB$

$$\text{Hay : } -1 - 11 + 3m = 0 \Leftrightarrow m = 4.$$

Câu 93. Chọn B.

[Phương pháp tự luận]

$$y' = 3x^2 - 3m$$

$$y' = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = \sqrt{m} \\ x = -\sqrt{m} \end{cases}. \text{ Hàm số có 2 cực trị khi và chỉ khi : } m > 0$$

Khi đó tọa độ 2 điểm cực trị của đồ thị hàm số là: $M(\sqrt{m}; -2m\sqrt{m} + 2)$

$$N(-\sqrt{m}; 2m\sqrt{m} + 2) \Rightarrow \overrightarrow{MN} = (-2\sqrt{m}; 4m\sqrt{m})$$

$$\text{Phương trình đt } MN : 2mx + y - 2 = 0$$

(Học sinh có thể dùng cách lấy y chia cho y')

Ta có : $S_{\Delta AB} = \frac{1}{2} IA \cdot IB \cdot \sin \widehat{AIB} = \frac{1}{2} \sin \widehat{AIB} \leq \frac{1}{2}$

Dấu bằng xảy ra khi $\widehat{AIB} = 90^\circ \Rightarrow d[I, MN] = \frac{\sqrt{2}}{2} \Leftrightarrow \frac{|2m-1|}{\sqrt{4m^2+1}} = \frac{1}{\sqrt{2}} \Leftrightarrow m = 1 \pm \frac{\sqrt{3}}{2}$

[Phương pháp trắc nghiệm]

Bước 1 : Bấm Mode 2 (CMPLX)

Bước 2 : $y - \frac{y' \cdot y''}{18a} = 2x^3 - 3yx + 2 - \frac{(6x^2 - 3y)(12x)}{18}$

Bước 3 : Cacl $x = i$, $y = 1000$

Kết quả : $2 - 2000i$. Hay : $y = 2 - 2000x$

Từ đó : $-2000 = -2m$,

Vậy phương trình đi qua 2 điểm cực trị A, B là : $y = 2 - 2mx$ hay $2mx + y - 2 = 0$

Giải như tự luận ra kết quả .

Câu 94. Chọn C.

[Phương pháp tự luận]

Ta có : $y = 6x^2 - 6(m+1)x + 6m$

$$y' = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 1 \\ x = m \end{cases}$$

Điều kiện để hàm số có 2 điểm cực trị là : $m \neq 1$

Ta có : $A(1; 3m-1)$ $B(m; -m^3 + 3m^2)$

Hệ số góc đi AB là : $k = -(m-1)^2$

Đt AB vuông góc với đường thẳng $y = x + 2$ khi và chỉ khi $k = -1 \Leftrightarrow \begin{cases} m = 0 \\ m = 2 \end{cases}$

[Phương pháp trắc nghiệm]

Bước 1 : Bấm Mode 2 (CMPLX)

Bước 2 : $y - \frac{y' \cdot y''}{18a} = 2x^3 - 3(y+1)x^2 + 6yx - \frac{(6x^2 - 6(y+1)x + 6y)(12x - 6(y+1))}{36}$

Bước 3 : Cacl $x = i$, $y = 1000$

Kết quả : $1001000 - 9980001.i$. Hay : $y = 1001000 - 9980001.x$

Vậy phương trình đi qua 2 điểm cực trị AB là : $y = m^2 - m - (m-1)^2 x$

Có đt AB vuông góc với đường thẳng $y = x + 2$ khi và chỉ khi $\Leftrightarrow (m-1)^2 = 1 \Leftrightarrow \begin{cases} m = 0 \\ m = 2 \end{cases}$.

Câu 95. Chọn D.

[Phương pháp tự luận]

$$y' = 3x^2 - 12x + 3(m+2)$$

$$y' = 0 \Leftrightarrow y' = x^2 - 4x + (m+2) = 0$$

Hàm số có 2 điểm cực trị $x_1, x_2 \Leftrightarrow \Delta' > 0 \Leftrightarrow m < 2$

Chia y cho y' ta được : $y = \frac{1}{3} y'(x-2) + (m-2)(2x+1)$

Điểm cực trị tương ứng : $A(x_1; (m-2)(2x_1+1))$ và $B(x_2; (m-2)(2x_2+1))$

Có : $y_1 \cdot y_2 = (m-2)^2 (4x_1x_2 + 2(x_1 + x_2) + 1)$

Với : $\begin{cases} x_1 + x_2 = 4 \\ x_1x_2 = m+2 \end{cases}$ nên : $y_1 \cdot y_2 = (m-2)^2 (4m+17)$

Hai cực trị cùng dấu $\Leftrightarrow y_1 \cdot y_2 > 0 \Leftrightarrow (m-2)^2 (4m+17) > 0 \Leftrightarrow \begin{cases} m > -\frac{17}{4} \\ m \neq 2 \end{cases}$

Kết hợp đk : $-\frac{17}{4} < m < 2$.

Câu 96. Chọn B.

[Phương pháp tự luận]

Ta có : $y' = 6x^2 - 18x + 12$

$y' = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 1 \Rightarrow y(1) = 5 + m \\ x = 2 \Rightarrow y(2) = 4 + m \end{cases}$

$A(1; 5+m)$ và $B(2; 4+m)$ là hai điểm cực trị của đồ thị hàm số.

$\overrightarrow{OA} = (1; 5+m)$, $\overrightarrow{OB} = (2; 4+m)$, $\overrightarrow{AB} = (1; -1)$

OAB là 1 tam giác $\Leftrightarrow -4 - m \neq 2 \Leftrightarrow m \neq -6$

Chu vi của ΔOAB là : $2p = \sqrt{1+(m+5)^2} + \sqrt{4+(m+4)^2} + \sqrt{2}$

Sử dụng tính chất $|\vec{u}| + |\vec{v}| \geq |\vec{u} + \vec{v}|$ với $\vec{u} = (1; -5-m)$ và $\vec{v} = (2; 4+m)$

Từ đó ta có : $\sqrt{1+(m+5)^2} + \sqrt{4+(m+4)^2} + \sqrt{2} \geq \sqrt{3^2 + (-1)^2} + \sqrt{2} = \sqrt{10} + \sqrt{2}$

Dấu bằng xảy ra khi và chỉ khi $\vec{u}, \vec{v}$ cùng hướng $\Leftrightarrow \frac{-5-m}{4+m} = \frac{1}{2} \Leftrightarrow m = -\frac{14}{3}$.

Vậy chu vi ΔOAB nhỏ nhất bằng $(\sqrt{10} + \sqrt{2})$ khi $m = -\frac{14}{3}$.

Câu 97. Chọn D.

[Phương pháp tự luận]

$y' = 4x^3 - 4mx$

$y' = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 0 \\ x^2 = m \end{cases}$. Hàm số có 3 điểm cực trị $\Leftrightarrow m > 0$

Khi đó đồ thị hàm số có 3 điểm cực trị là:

$A(0; m-1)$

$B(\sqrt{m}; m^2 + m - 1)$

$C(-\sqrt{m}; m^2 + m - 1)$

Vì B, C đối xứng nhau qua trục tung nên $BC \perp OA$

Do đó O là trực tâm tam giác $ABC \Leftrightarrow OB \perp AC$ hay $\overrightarrow{OB} \cdot \overrightarrow{AC} = 0$

Với $\overrightarrow{OB} = (\sqrt{m}, m^2 + m - 1), \overrightarrow{AC} = (-\sqrt{m}, m^2)$

Từ đó : $-m + m^2(m^2 + m - 1) = 0$

$\Leftrightarrow \begin{cases} m = 0 \\ m = 1 \end{cases}$

Vậy $m=1$ là gtct.

Câu 98. Chọn C.

[Phương pháp trắc nghiệm]

Cách 1:

$$y' = x^2 - 2mx - 1$$

$\Delta' = m^2 + 1 > 0 \forall m$, suy ra hàm số có 2 cực trị $\forall m$. Gọi x_1, x_2 là hai nghiệm của pt $y' = 0$

Bấm máy tính:

$$\begin{aligned} & \frac{1}{3}x^3 - mx^2 - x + m + 1 - (x^2 - 2mx - 1)\left(\frac{x}{3} - \frac{m}{3}\right) \xrightarrow{x=i, m=A=1000} \frac{2003}{3} - \frac{2000002}{3}i \\ &= \frac{2m+3}{3} - \frac{2m^2+2}{3}x \end{aligned}$$

Hai điểm cực trị của đồ thị hàm số là: $A\left(x_1; \frac{2m+3}{3} - \frac{2m^2+2}{3}x_1\right); B\left(x_2; \frac{2m+3}{3} - \frac{2m^2+2}{3}x_2\right)$

$$\begin{aligned} AB^2 &= (x_2 - x_1)^2 + \frac{4}{9}(m^2 + 1)^2 (x_2 - x_1)^2 = (x_2 - x_1)^2 \left(1 + \frac{4}{9}(m^2 + 1)^2\right) \\ &= (4m^2 + 4) \left(1 + \frac{4}{9}(m^2 + 1)^2\right) = \frac{(4m^2 + 4)(4m^4 + 8m^2 + 13)}{9} \Rightarrow AB = \frac{2}{3} \sqrt{(m^2 + 1)(4m^4 + 8m^2 + 13)} \end{aligned}$$

Cách 2: Sử dụng công thức $AB = \sqrt{\frac{4e+16e^3}{a}}$ với $e = \frac{b^2 - 3ac}{9a}$

$$e = \frac{m^2 + 1}{3} \Rightarrow AB = \sqrt{\frac{4e+16e^3}{a}} = \frac{2}{3} \sqrt{(m^2 + 1)(4m^4 + 8m^2 + 13)}.$$

Câu 99. Chọn A.

[Phương pháp trắc nghiệm]

$$y' = 6x^2 + 6(m-1)x + 6m(1-2m)$$

Hàm số có 2 cực trị $m \neq \frac{1}{3}$

Bấm máy tính:

$$2x^3 + 3(m-1)x^2 + 6m(1-2m)x - (6x^2 + 6(m-1)x + 6m(1-2m))\left(\frac{x}{3} + \frac{m-1}{6}\right) \xrightarrow{x=i, m=A=1000}$$

$$1997001000 - 8994001i = (2 \cdot 10^9 - 3 \cdot 10^6 + 10^3) - (9 \cdot 10^6 - 6 \cdot 10^3 + 1)i =$$

$$= -(9m^2 - 6m + 1)x + 2m^3 - 3m^2 + m$$

Đường thẳng đi qua 2 điểm cực trị là: $y = -(9m^2 - 6m + 1)x + 2m^3 - 3m^2 + m$ (Δ)

$$\Delta \equiv d \Leftrightarrow \begin{cases} -(9m^2 - 6m + 1) = -4 \\ 2m^3 - 3m^2 + m = 0 \end{cases} \Leftrightarrow m = 1.$$

Câu 100. Chọn A.

[Phương pháp trắc nghiệm]

$$y' = 3x^2 + 2mx + 7$$

Hàm số có 2 cực trị $|m| > \sqrt{21}$

Bấm máy tính:

$$x^3 + mx^2 + 7x + 3 - (3x^2 + 2mx + 7) \left(\frac{x}{3} + \frac{m}{9} \right) \xrightarrow{x=i, m=A=1000} -\frac{6973}{9} - \frac{1999958}{9}i =$$

$$= -\frac{7000-27}{9} - \left(\frac{2 \cdot 10^6 - 42}{9} \right) i = -\left(\frac{2m^2 - 42}{9} \right) x + \frac{7m - 27}{9}$$

Đường thẳng đi qua 2 điểm cực trị là: $y = -\left(\frac{2m^2 - 42}{9} \right) x + \frac{7m - 27}{9} \quad (\Delta)$

$$\Delta \perp d \Leftrightarrow -\left(\frac{2m^2 - 42}{9} \right) 3 = -1 \Leftrightarrow m^2 = \frac{45}{2} \Leftrightarrow m = \pm \sqrt{\frac{45}{2}} \quad (\text{thỏa mãn}).$$

Câu 101. Chọn D.

[Phương pháp trắc nghiệm]

$$y' = -3x^2 + 6x + 3(m^2 - 1)$$

Hàm số có 2 cực trị $m \neq 0$, gọi x_1, x_2 là hai nghiệm của phương trình $y' = 0$

Bấm máy tính:

$$-x^3 + 3x^2 + 3(m^2 - 1)x - 3m^2 - 1 - (-3x^2 + 6x + 3(m^2 - 1)) \left(\frac{x}{3} - \frac{1}{3} \right) \xrightarrow{x=i, m=A=1000}$$

$$-2000002 + 2000000i = -(2 \cdot 10^6 + 2) + 2 \cdot 10^6 i = 2m^2 x - 2m^2 - 2$$

Hai điểm cực trị của đồ thị hàm số là: $A(x_1; 2m^2 x_1 - 2m^2 - 2); B(x_2; 2m^2 x_2 - 2m^2 - 2)$

$$\Delta OAB \text{ vuông tại } O \Leftrightarrow \overrightarrow{OA} \cdot \overrightarrow{OB} = 0$$

$$\Leftrightarrow x_1 x_2 + (2m^2 x_1 - 2m^2 - 2)(2m^2 x_2 - 2m^2 - 2) = 0$$

$$\Leftrightarrow x_1 x_2 + 4m^4 x_1 x_2 - 4m^2(m^2 + 1)(x_1 + x_2) + 4(m^2 + 1)^2 = 0$$

$$\Leftrightarrow (1 - m^2)(1 + 4m^4) + 4(m^2 + 1)(1 + m^2 - 2m^2) = 0$$

$$\Leftrightarrow (1 - m^2)(4m^4 + 4m^2 + 5) = 0 \Leftrightarrow m = \pm 1.$$

Câu 102. Chọn A.

[Phương pháp trắc nghiệm]

$$y' = 3x^2 - 6x - m$$

Hàm số có 2 cực trị $m > -3$, gọi x_1, x_2 là hai nghiệm của phương trình $y' = 0$, ta có:

$$x_1 + x_2 = 2$$

Bấm máy tính:

$$x^3 - 3x^2 - mx + 2 - (3x^2 - 6x - m) \left(\frac{x}{3} - \frac{1}{3} \right) \xrightarrow{x=i, m=A=1000}$$

$$-\frac{994}{3} - \frac{2006}{3}i = -\frac{1000-6}{3} - \frac{2000+6}{3}i = -\frac{2m+6}{3}x - \frac{m-6}{3}$$

Hai điểm cực trị của đồ thị hàm số là: $A\left(x_1; -\frac{2m+6}{3}x_1 - \frac{m-6}{3}\right); B\left(x_2; -\frac{2m+6}{3}x_2 - \frac{m-6}{3}\right)$

Gọi I là trung điểm của $AB \Rightarrow I(1; -m)$

Đường thẳng đi qua hai điểm cực trị là: $y = -\frac{2m+6}{3}x - \frac{m-6}{3} \quad (\Delta)$

$$\text{Yêu cầu bài toán} \Leftrightarrow \begin{cases} \Delta // d \text{ or } \Delta \equiv d \\ I \in d \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} -\frac{2m+6}{3} = 1 \\ -m = 1-1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m = -\frac{9}{2} \\ m = 0 \end{cases}$$

Kết hợp với điều kiện thì $m = 0$.

Câu 103. Chọn B.

$$\text{Ta có: } y' = 4x^3 - 4mx = 4x(x^2 - m) = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 0 \\ x^2 = m \end{cases}$$

Hàm số đã cho có ba điểm cực trị khi $m > 0$ (*)

Khi đó ba điểm cực trị của đồ thị hàm số là:

$$A(0; m-1), B(-\sqrt{m}; -m^2 + m - 1), C(\sqrt{m}; -m^2 + m - 1)$$

$$S_{\Delta ABC} = \frac{1}{2} |y_B - y_A| \cdot |x_C - x_B| = m^2 \sqrt{m}; AB = AC = \sqrt{m^4 + m}, BC = 2\sqrt{m}$$

$$R = \frac{AB \cdot AC \cdot BC}{4S_{\Delta ABC}} = 1 \Leftrightarrow \frac{(m^4 + m) 2\sqrt{m}}{4m^2 \sqrt{m}} = 1 \Leftrightarrow m^3 - 2m + 1 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} m = 1 \\ m = \pm \frac{\sqrt{5} - 1}{2} \end{cases}$$

$$\text{Kết hợp điều kiện (*) ta có } \begin{cases} m = 1 \\ m = \frac{\sqrt{5} - 1}{2} \end{cases}$$

[Phương pháp trắc nghiệm]

$$\text{Áp dụng công thức: } R = \frac{b^3 - 8a}{8|a|b} \Leftrightarrow 1 = \frac{(-2m)^3 - 8}{8(-2m)} \Leftrightarrow m^3 + 1 = 2m \Leftrightarrow \begin{cases} m = 1 \\ m = \frac{-1 \pm \sqrt{5}}{2} \end{cases}$$

$$\text{Kết hợp điều kiện (*) ta có } \begin{cases} m = 1 \\ m = \frac{\sqrt{5} - 1}{2} \end{cases}$$

Câu 104. Chọn A.

$$y' = y = 4x^3 - 4m^2x$$

Hàm số có 3 điểm cực trị khi $m \neq 0$

$$\text{Khi đó 3 điểm cực trị là: } A(0; m^4 + 1), B(-m; 1), C(m; 1)$$

Gọi I là tâm đường tròn ngoại tiếp (nếu có) của tứ giác $ABOC$. Do tính chất đối xứng, ta có: A, O, I thẳng hàng $\Rightarrow AO$ là đường kính của đường tròn ngoại tiếp (nếu có) của tứ giác $ABOC$.

$$\text{Vậy } AB \perp OB \Leftrightarrow \overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{OB} = 0 \Leftrightarrow m^2 - m^4 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} m = 0 \\ m = \pm 1 \end{cases}$$

Kết hợp điều kiện $m = \pm 1$ (thỏa mãn).

Câu 105. Chọn D.

[Phương pháp trắc nghiệm]

Hàm số có 3 điểm cực trị khi $m \neq 0$

Áp dụng công thức $S_{\Delta ABC} = \frac{b^2}{4|a|} \sqrt{-\frac{b}{2a}}$, ta có:

$$S_{\Delta ABC} = \frac{b^2}{4|a|} \sqrt{-\frac{b}{2a}} \Rightarrow 64 = \frac{64m^4}{4} \sqrt{\frac{8m^2}{2}} \Leftrightarrow m = \pm\sqrt[3]{2} \text{ (thỏa mãn)}.$$

Câu 106. Chọn B.

[Phương pháp tự luận]

Hàm số có 3 điểm cực trị khi $m > 0$

Ba điểm cực trị là $A(0; m), B(-\sqrt{m}; m - m^2), C(\sqrt{m}; m - m^2)$

Gọi I là trung điểm của $BC \Rightarrow I(0; m - m^2)$

$$S_{\Delta ABC} = \frac{1}{2} AI \cdot BC = m^2 \sqrt{m}$$

Chu vi của ΔABC là: $2p = AB + BC + AC = 2(\sqrt{m + m^4} + \sqrt{m})$

Bán kính đường tròn nội tiếp ΔABC là: $r = \frac{S_{\Delta ABC}}{p} = \frac{m^2 \sqrt{m}}{\sqrt{m + m^4} + \sqrt{m}}$

Theo bài ra: $r > 1 \Leftrightarrow \frac{m^2 \sqrt{m}}{\sqrt{m + m^4} + \sqrt{m}} > 1 \Leftrightarrow \frac{m^2 \sqrt{m} (\sqrt{m + m^4} - \sqrt{m})}{m^4} > 1 \text{ (vì } m > 0 \text{)}$

$$\Leftrightarrow \sqrt{m} (\sqrt{m + m^4} - \sqrt{m}) > m^2 \Leftrightarrow \sqrt{m^2 + m^5} > m^2 + m \Leftrightarrow m^2 - m - 2 > 0 \Leftrightarrow \begin{cases} m < -1 \\ m > 2 \end{cases}$$

So sánh điều kiện suy ra $m > 2$ thỏa mãn.

[Phương pháp trắc nghiệm]

Sử dụng công thức $r = \frac{b^2}{4|a| + \sqrt{16a^2 - 2ab^3}} \Rightarrow r = \frac{4m^2}{4 + \sqrt{16 + 16m^3}} = \frac{m^2}{1 + \sqrt{1 + m^3}}$

Theo bài ra: $r > 1 \Leftrightarrow \frac{m^2}{1 + \sqrt{1 + m^3}} > 1 \Leftrightarrow \frac{m^2 (\sqrt{1 + m^3} - 1)}{m^3} > 1 \Leftrightarrow \sqrt{1 + m^3} - 1 > m$

$$\sqrt{1 + m^3} > m + 1 \Leftrightarrow \sqrt{1 + m^3} > m + 1 \Leftrightarrow m^2 - m - 2 > 0 \Leftrightarrow \begin{cases} m < -1 \\ m > 2 \end{cases}$$

So sánh điều kiện suy ra $m > 2$ thỏa mãn.

Câu 107. Chọn A.

[Phương pháp trắc nghiệm]

Hàm số có 3 điểm cực trị khi $m > \frac{1}{3}$

Áp dụng công thức:

Phương trình đường tròn ngoại tiếp ΔABC là: $x^2 + y^2 - \left(\frac{2}{b} - \frac{\Delta}{4a} + c\right)y + c\left(\frac{2}{b} - \frac{\Delta}{4a}\right) = 0$

Thay vào ta có phương trình:

$$x^2 + y^2 - \left(\frac{-27m^3 + 75m^2 - m - 15}{4(3m - 1)}\right)y + \frac{-54m^4 + 75m^3 + 41 - 27m - 11}{4(3m - 1)} = 0 \text{ (T)}$$

$$D(7; 3) \in (T) \Rightarrow 27m^4 - 78m^3 + 92m^2 - 336m + 99 = 0$$

Sử dụng chức năng SOLVE, tìm ra nghiệm duy nhất thỏa mãn là $m = 3$.

Câu 108. Chọn B.

[Phương pháp tự luận]

Hàm số có 3 điểm cực trị khi $m > 0$

Ba điểm cực trị là: $A(0; 1-4m)$, $B(-\sqrt{m}; m^2-4m+1)$, $C(\sqrt{m}; m^2-4m+1)$

Tứ giác $OBAC$ đã có $OB = OC$, $AB = AC$. Vậy tứ giác $OBAC$ là hình thoi chỉ cần thêm điều kiện

$$\begin{aligned} OB = AC &\Leftrightarrow m + (m^2 - 4m + 1)^2 = m + m^4 \Leftrightarrow (m^2 - 4m + 1)^2 - m^4 = 0 \\ &\Leftrightarrow (m^2 - 4m + 1 - m^2)(m^2 - 4m + 1 + m^2) = 0 \Leftrightarrow (1 - 4m)(2m^2 - 4m + 1) \\ &\Leftrightarrow \begin{cases} m = \frac{1}{4} \\ m = \frac{2 \pm \sqrt{2}}{2} \end{cases} \text{ (thỏa mãn).} \end{aligned}$$

Câu 109. Chọn A.

Ta có: $y' = -3x^2 + 6x + 3(m^2 - 1) = -3(x^2 - 2x - m^2 + 1)$.

$g(x) = x^2 - 2x - m^2 + 1$ là tam thức bậc hai có $\Delta' = m^2$. Do đó: y có cực đại cực tiểu $\Leftrightarrow y'$ có hai nghiệm phân biệt $\Leftrightarrow g(x)$ có hai nghiệm phân biệt $\Leftrightarrow \Delta' > 0 \Leftrightarrow m \neq 0$.

(1)

Khi đó y' có các nghiệm là: $1 \pm m \Rightarrow$ tọa độ các điểm cực trị của đồ thị hàm số là $A(1-m; -2-2m^3)$ và $B(1+m; -2+2m^3)$.

Ta có: $\overrightarrow{OA}(1-m; -2-2m^3) \Rightarrow OA^2 = (1-m)^2 + 4(1+m^3)^2$.

$$\overrightarrow{OB}(1+m; -2+2m^3) \Rightarrow OB^2 = (1+m)^2 + 4(1-m^3)^2.$$

A và B cách đều gốc tọa độ khi và chỉ khi:

$$\begin{aligned} OA = OB &\Leftrightarrow OA^2 = OB^2 \Leftrightarrow (1-m)^2 + 4(1+m^3)^2 = (1+m)^2 + 4(1-m^3)^2 \\ &\Leftrightarrow -4m + 16m^3 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} m = 0 \\ m = \pm \frac{1}{2} \end{cases}. \end{aligned}$$

Đối chiếu với điều kiện (1), ta thấy chỉ $m = \pm \frac{1}{2}$ thỏa mãn yêu cầu bài toán.

Câu 110. Chọn D.

$$y' = 3x^2 - 6mx = 3x(x - 2m)$$

$$y' = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 0 \\ x = 2m \end{cases}.$$

Đồ thị hàm số có hai điểm cực trị khi và chỉ khi: $2m \neq 0 \Leftrightarrow m \neq 0$. (1)

Khi đó, các điểm cực trị của đồ thị hàm số là $A(0; 3m^3)$, $B(2m; -m^3)$.

$$\text{Ta có: } \overrightarrow{OA}(0; 3m^3) \Rightarrow OA = 3|m^3|. \quad (2)$$

$$\text{Ta thấy } A \in Oy \Rightarrow OA \equiv Oy \Rightarrow d(B, OA) = d(B, Oy) = 2|m|. \quad (3)$$

$$\text{Từ (2) và (3) suy ra } S_{\Delta OAB} = \frac{1}{2} \cdot OA \cdot d(B, OA) = 3m^4.$$

Do đó: $S_{\Delta OAB} = 48 \Leftrightarrow 3m^4 = 48 \Leftrightarrow m = \pm 2$ (thỏa mãn (1)).

Câu 111. Chọn A.

Ta có: $y' = 4x^3 - 4(m+1)x = 4x[x^2 - (m+1)]$.

Hàm số có 3 điểm cực trị khi và chỉ khi:

y' có 3 nghiệm phân biệt $\Leftrightarrow m+1 > 0 \Leftrightarrow m > -1$. (*)

Khi đó, ta có: $y' = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 0 \\ x = -\sqrt{m+1} \\ x = \sqrt{m+1} \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} A(0; m) \\ B(-\sqrt{m+1}; -m^2 - m - 1) \\ C(\sqrt{m+1}; -m^2 - m - 1) \end{cases}$

(vai trò của B, C trong bài toán là như nhau) nên ta giả sử:

$B(\sqrt{m+1}; -m^2 - m - 1), C(-\sqrt{m+1}; -m^2 - m - 1)$.

Ta có: $\overrightarrow{OA}(0; m) \Rightarrow OA = |m|; \overrightarrow{BC}(2\sqrt{m+1}; 0) \Rightarrow BC = 2\sqrt{m+1}$.

Do đó $OA = BC \Leftrightarrow |m| = 2\sqrt{m+1} \Leftrightarrow m^2 - 4m - 4 = 0 \quad (\Delta' = 8) \Leftrightarrow m = 2 \pm 2\sqrt{2}$ (thỏa mãn (*)).

Vậy $m = 2 \pm 2\sqrt{2}$.

Câu 112. Chọn D.

$y' = 3x^2 - 6mx$

$y' = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 0 \\ x = 2m \end{cases}$ Để hàm số có cực đại và cực tiểu thì $m \neq 0$.

Giả sử hàm số có hai điểm cực trị là: $A(0; 4m^3); B(2m; 0) \Rightarrow \overrightarrow{AB} = (2m; -4m^3)$

Trung điểm của đoạn AB là $I(m; 2m^3)$.

Điều kiện để AB đối xứng nhau qua đường thẳng $y = x$ là AB vuông góc với đường thẳng

$(d): y = x$ và $I \in (d) \Leftrightarrow \begin{cases} 2m - 4m^3 = 0 \\ 2m^3 = m \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m = 0 \\ m = \pm \frac{\sqrt{2}}{2} \end{cases}$

Kết hợp với điều kiện ta có: $m = \pm \frac{\sqrt{2}}{2}$.

Câu 113. Chọn C.

Ta có $y' = 3x^2 - 6mx + 3(m^2 - 1)$

Hàm số (1) có cực trị thì PT $y' = 0$ có 2 nghiệm phân biệt

$\Leftrightarrow x^2 - 2mx + m^2 - 1 = 0$ có 2 nghiệm phân biệt $\Leftrightarrow \Delta = 1 > 0, \forall m$

Khi đó, điểm cực đại $A(m-1; 2-2m)$ và điểm cực tiểu $B(m+1; -2-2m)$

Ta có $OA = \sqrt{2}OB \Leftrightarrow m^2 + 6m + 1 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} m = -3 + 2\sqrt{2} \\ m = -3 - 2\sqrt{2} \end{cases}$.

Câu 114. Chọn A.

Ta có: $y' = 4x^3 - 4m^2x = 4x(x^2 - m^2) = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 0 \\ x^2 = m^2 \end{cases}$

Hàm số (C) có ba điểm cực trị $\Leftrightarrow m \neq 0$ (*). Với điều kiện (*) gọi ba điểm cực trị là:

$A(0;1); B(-m;1-m^4); C(m;1-m^4)$. Do đó nếu ba điểm cực trị tạo thành một tam giác vuông cân, thì sẽ vuông cân tại đỉnh A.

Do tính chất của hàm số trùng phương, tam giác ABC đã là tam giác cân rồi, cho nên để thỏa mãn điều kiện tam giác là vuông, thì AB vuông góc với AC.

$$\Leftrightarrow \overrightarrow{AB} = (-m; -m^4); \overrightarrow{AC} = (m; -m^4); \overrightarrow{BC} = (2m; 0).$$

$$\text{Tam giác } ABC \text{ vuông khi: } BC^2 = AB^2 + AC^2 \Leftrightarrow 4m^2 = m^2 + m^8 + (m^2 + m^8)$$

$$\Leftrightarrow 2m^2(m^4 - 1) = 0; \Rightarrow m^4 = 1 \Leftrightarrow m = \pm 1$$

Vậy với $m = \pm 1$ thì thỏa mãn yêu cầu bài toán.

[Phương pháp trắc nghiệm]

$$\text{Yêu cầu bài toán } \Leftrightarrow \frac{b^3}{8a} + 1 = 0 \Leftrightarrow -m^6 + 1 = 0 \Leftrightarrow m = \pm 1$$

Câu 115. Chọn D.

$$\text{Ta có: } y' = m(3x^2 - 6x)$$

$$\text{Với mọi } m \neq 0, \text{ ta có } y' = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 0 \Rightarrow y = 3m - 3 \\ x = 2 \Rightarrow y = -m - 3 \end{cases}. \text{ Vậy hàm số luôn có hai điểm cực trị.}$$

$$\text{Giả sử } A(0; 3m - 3); B(2; -m - 3).$$

$$\text{Ta có: } 2AB^2 - (OA^2 + OB^2) = 20 \Leftrightarrow 11m^2 + 6m - 17 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} m = 1 \\ m = -\frac{17}{11} \end{cases} \text{ (thỏa mãn)}$$

$$\text{Vậy giá trị } m \text{ cần tìm là: } \begin{cases} m = 1 \\ m = -\frac{17}{11} \end{cases}.$$

Câu 116. Chọn A.

$$\text{Đường thẳng đi qua ĐCĐ, ĐCT là } \Delta_1: 2x + y = 0 \text{ có VTPT } \vec{n}_1(2; 1)$$

$$\text{Đường thẳng đã cho } \Delta: x + my + 3 = 0 \text{ có VTPT } \vec{n}_2(1; m)$$

$$\text{Yêu cầu bài toán } \Leftrightarrow \cos(\Delta, \Delta_1) = |\cos(\vec{n}_1, \vec{n}_2)| = \frac{|m + 2|}{\sqrt{5} \cdot \sqrt{m^2 + 1}} = \frac{4}{5}$$

$$\Leftrightarrow 25(m^2 + 4m + 4) = 5 \cdot 16 \cdot (m^2 + 1) \Leftrightarrow 11m^2 - 20m - 4 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} m = 2 \\ m = -\frac{2}{11} \end{cases}$$

Câu 117. Chọn C.

$$\text{Ta có } y' = 4x^3 - 8(m-1)x = 4x(x^2 - 2(m-1)).$$

$$y' = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 0 \\ x^2 = 2(m-1) \end{cases} \text{ nên hàm số có 3 điểm cực trị khi } m > 1.$$

Với đk $m > 1$ đồ thị hàm số có 3 điểm cực trị là:

$$A(0; 2m-1), B(\sqrt{2(m-1)}; -4m^2 + 10m - 5), B(-\sqrt{2(m-1)}; -4m^2 + 10m - 5).$$

Ta có: $AB^2 = AC^2 = 2(m-1) + 16(m-1)^4$

$$BC^2 = 8(m-1)$$

Để 3 điểm cực trị của đồ thị hàm số tạo thành tam giác đều thì:

$$AB = AC = BC \Leftrightarrow AB^2 = AC^2 = BC^2 \Leftrightarrow 2(m-1) + 16(m-1)^4 = 8(m-1)$$

$$\Leftrightarrow 8(m-1)^4 - 3(m-1) = 0 \Leftrightarrow (m-1)[8(m-1)^3 - 3] = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} m = 1 \\ m = 1 + \frac{\sqrt[3]{3}}{2} \end{cases}$$

So sánh với điều kiện ta có: $m = 1 + \frac{\sqrt[3]{3}}{2}$ thỏa mãn.

[Phương pháp trắc nghiệm]

$$\text{Yêu cầu bài toán} \Leftrightarrow \frac{b^3}{8a} + 3 = 0 \Leftrightarrow -8(m-1)^3 + 3 = 0 \Leftrightarrow m = 1 + \frac{\sqrt[3]{3}}{2}$$

Câu 118. Chọn B.

Ta có: $y' = 6x^2 - 6(2m+1)x + 6m(m+1)$

$$y' = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = m \\ x = m+1 \end{cases} \Rightarrow \forall m \in \mathbb{R}, \text{ hàm số luôn có CĐ, CT}$$

Tọa độ các điểm CĐ, CT của đồ thị là $A(m; 2m^3 + 3m^2 + 1), B(m+1; 2m^3 + 3m^2)$

Suy ra $AB = \sqrt{2}$ và phương trình đường thẳng $AB: x + y - 2m^3 - 3m^2 - m - 1 = 0$.

Do đó, tam giác MAB có diện tích nhỏ nhất khi và chỉ khi khoảng cách từ M tới AB nhỏ nhất.

$$\text{Ta có: } d(M, AB) = \frac{3m^2 + 1}{\sqrt{2}} \Rightarrow d(M, AB) \geq \frac{1}{\sqrt{2}} \Rightarrow \min d(M, AB) = \frac{1}{\sqrt{2}} \text{ đạt được khi } m = 0.$$