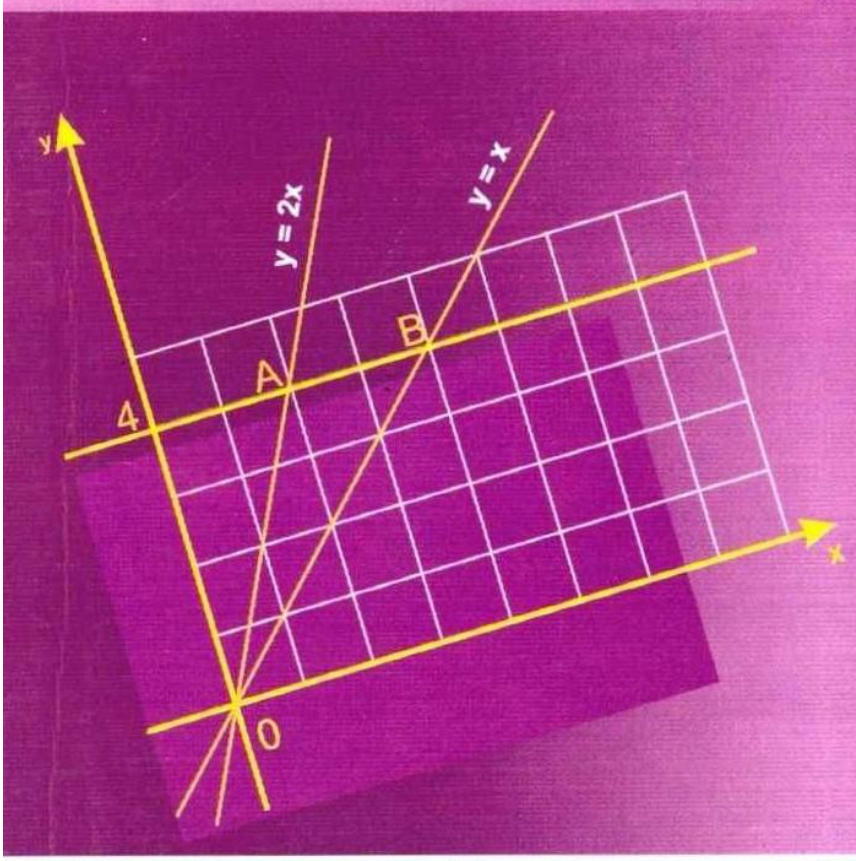
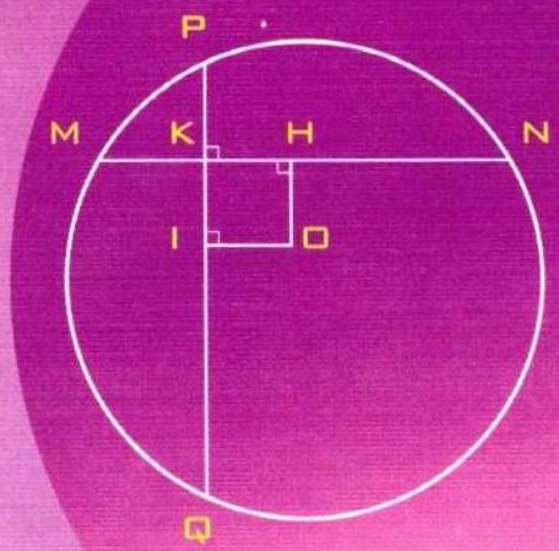
NGUYỄN ĐỨC TẤN - TẠ THẬP - NGUYỄN ĐỨC HÒA

GIẢI BÀI TẬP TOÁN

9

Tập 1





NHÀ XUẤT BẢN
ĐẠI HỌC QUỐC GIA HÀ NỘI

NGUYỄN ĐỨC TẤN - TẠ THẬP - NGUYỄN ĐỨC HÒA

Hướng dẫn

GIẢI BÀI TẬP TOÁN 9

Tập 1

NHÀ XUẤT BẢN ĐẠI HỌC QUỐC GIA HÀ NỘI

NHÀ XUẤT BẢN ĐẠI HỌC QUỐC GIA HÀ NỘI
16 Hàng Chuối – Hai Bà Trưng – Hà Nội
Điện thoại:(04) 39714896;(04) 39724770; Fax: (04) 39714899

Chịu trách nhiệm xuất bản:

Giám đốc : PHÙNG QUỐC BẢO

Tổng biên tập :PHẠM THỊ TRÂM

Biên tập : TRẦN ANH TUẤN

Sửa bài :NGUYỄN TRỌNG QUYỀN

Trình bày bìa : QUỐC VIỆT

Đối tác liên kết xuất bản:

CÔNG TY SÁCH VIỆT

SÁCH LIÊN KẾT

HƯỚNG DẪN GIẢI BÀI TẬP TOÁN 9 – TẬP 1

Mã số: 1L-464 ĐH2009
In 3.000 cuốn khổ 16 X 24cm. Tại Công ty TNHH In Hưng Phú.
Số xuất bản: 212-2009/CXB/06-35/ĐHQGHN,ngày 11/3/2009.
Quyết định xuất bản số: 464LK-TN/XB
In xong và nộp lưu chiểu Quý II/2009.

LỜI NÓI ĐẦU

Quyển sách "Hướng dẫn giải bài tập toán 9, tập một" được biên soạn nhằm trợ giúp quý phụ huynh học sinh hướng dẫn con em học tốt toán ở nhà, giúp các em học sinh tự rèn luyện, kiểm tra vốn kiến thức toán của bản thân.

Sách được viết bám sát với nội dung sách giáo khoa hiện hành. Trong mỗi mục tương ứng với các mục của sách giáo khoa đều có kiến thức cần nhớ, các bài tập toán nhằm giúp các em học sinh hệ thống kiến thức bài học, các bài tập toán được giải chính xác, ngắn gọn và dễ hiểu. Ngoài ra, còn có các bài toán làm thêm, bài toán nâng cao nhằm giúp các em tự rèn luyện toán.

Mặc dù chúng tôi đã hết sức cố gắng song chắc hẳn rằng cuốn sách vẫn còn những khiếm khuyết, chúng tôi rất mong nhận được sự góp ý của quý bạn đọc để quyển sách được hoàn hảo hơn. Xin chân thành cám ơn.

CÁC TÁC GIẢ

PHẦN ĐẠI SỐ

Chương I:

CĂN BẬC HAI - CĂN BẬC BA

§1. CĂN BẬC HAI

1. Căn bậc hai số học

Định nghĩa: Với số dương a, số $\sqrt{a}$ được gọi là căn bậc hai số học của a. Số 0 cũng được gọi là căn bậc hai số học của 0.

Chú ý: với $a \geq 0$, ta có: – Nếu $x = \sqrt{a}$ thì $x \geq 0$ và $x^2 = a$

– Nếu $x \geq 0$ và $x^2 = a$ thì $x = \sqrt{a}$

Do vậy $x = \sqrt{a} \Leftrightarrow \begin{cases} x \geq 0 \\ x^2 = a \end{cases}$

2. So sánh các căn bậc hai số học

Định lí: Với hai số a và b không âm, ta có: $a < b \Leftrightarrow \sqrt{a} < \sqrt{b}$

BÀI TẬP (Bài tập trang 6 - SGK)

1. Tìm căn bậc hai số học của mỗi số sau rồi suy ra căn bậc hai của chúng: 121; 144; 169; 225; 256; 324; 361; 400.

2. So sánh:

a. 2 và $\sqrt{3}$; **b.** 6 và $\sqrt{41}$; **c.** 7 và $\sqrt{47}$

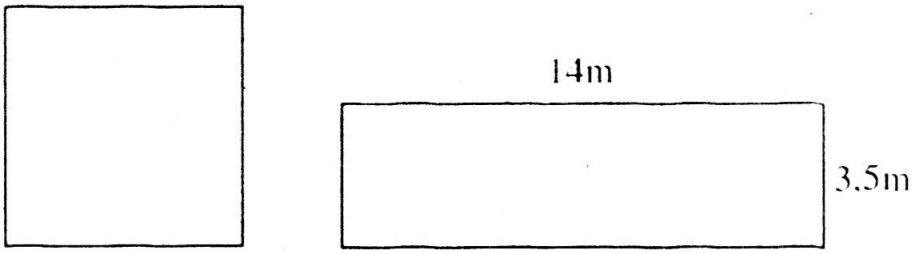
3. Dùng máy tính bỏ túi, tính giá trị gần đúng của nghiệm mỗi phương trình sau (làm tròn đến chữ số thập phân thứ ba):

a. $x^2 = 2$ **b.** $x^2 = 3$ **c.** $x^2 = 3,5$ **d.** $x^2 = 4,12$

4. Tìm số x không âm, biết:

a. $\sqrt{x} = 15$ **b.** $2\sqrt{x} = 14$ **c.** $\sqrt{x} < \sqrt{2}$ **d.** $\sqrt{2x} < 4$

5. **Đố.** Tính cạnh một hình vuông, biết diện tích của nó bằng diện tích của hình chữ nhật có chiều rộng 3,5m và chiều dài 14m.



GIẢI

1. Căn bậc hai số học của 121 là 11, căn bậc hai của 121 là 11 và -11

Căn bậc hai số học của 144 là 12, căn bậc hai của 144 là 12 và -12

Căn bậc hai số học của 169 là 13, căn bậc hai của 169 là 13 và -13

Căn bậc hai số học của 225 là 15, căn bậc hai của 225 là 15 và -15

Căn bậc hai số học của 256 là 16, căn bậc hai của 256 là 16 và -16

Căn bậc hai số học của 324 là 18, căn bậc hai của 324 là 18 và -18

Căn bậc hai số học của 361 là 19, căn bậc hai của 361 là 19 và -19

Căn bậc hai số học của 400 là 20, căn bậc hai của 400 là 20 và -20

2. a. $2 = \sqrt{4} > \sqrt{3}$ **b.** $6 = \sqrt{36} < \sqrt{41}$ **c.** $7 = \sqrt{49} > \sqrt{47}$

3. a. $x^2 = 2$

$\Leftrightarrow x = \pm\sqrt{2}$

Ta có $x \approx \pm 1,414$

b. $x^2 = 3$

$\Leftrightarrow x = \pm\sqrt{3}$

Ta có $x \approx \pm 1,732$

c. $x^2 = 3,5$

$\Leftrightarrow x = \pm\sqrt{3,5}$

Ta có $x \approx \pm 1,871$

d. $x^2 = 4,12$

$\Leftrightarrow x = \pm\sqrt{4,12}$

Ta có $x \approx \pm 2,030$

4. a. $\sqrt{x} = 15$

$\Leftrightarrow 15 \geqslant 0$ và $x = 15^2$

$\Leftrightarrow x = 225$

b. $2\sqrt{x} = 14$

$\Leftrightarrow \sqrt{x} = 7$

$\Leftrightarrow 7 \geqslant 0$ và $x = 7^2 \Leftrightarrow x = 49$

c. $\sqrt{x} < \sqrt{2}$

$\Leftrightarrow x < 2$

Vậy $0 \leqslant x < 2$

d. $\sqrt{2x} < 4$

$\Leftrightarrow \sqrt{2x} < \sqrt{16}$

$\Leftrightarrow 2x < 16 \Leftrightarrow x < 8$

Vậy $0 \leqslant x < 8$

5. Diện tích hình chữ nhật là: $3,5 \cdot 14 = 49\ (m^2)$

Cạnh của hình vuông là: $\sqrt{49} = 7\ (m)$

BÀI TẬP TỰ LUYỆN

Bài 1 Tìm căn bậc hai số học của các số sau: $\frac{4}{9}$; 0,25; 900.

Bài 2 So sánh:

a. 13 và $\sqrt{171}$ b. 24 và $\sqrt{400}+4$ c. -30 và $-\sqrt{899}$

Bài 3 Tìm x không âm biết:

a. $\sqrt{x-2}=4$ b. $\sqrt{x-2}<4$ c. $\sqrt{x-2}>4$

§2. CĂN THỨC BẬC HAI VÀ HẰNG ĐẲNG THỨC $\sqrt{A^2}=|A|$

1. Căn thức bậc hai

Với A là một biểu thức đại số, $\sqrt{A}$ là căn thức bậc hai của A, A được gọi là biểu thức lấy căn bậc hai biểu thức dưới dấu căn.

$\sqrt{A}$ xác định (hay có nghĩa) $\Leftrightarrow A \geq 0$

2. Hằng đẳng thức $\sqrt{A^2}=|A|$

Định lí: Với mọi số a, ta có $\sqrt{a^2}=|a|$

Tổng quát: Với A là một biểu thức, ta có: $\sqrt{A^2}=|A|=\begin{cases} A \text{ (nếu } A \geq 0) \\ -A \text{ (nếu } A < 0) \end{cases}$

BÀI TẬP (Bài tập trang 10 - SGK)

6. Với giá trị nào của a thì mỗi căn thức sau có nghĩa:

a. $\sqrt{\frac{a}{3}}$ b. $\sqrt{-5a}$ c. $\sqrt{4-a}$ d. $\sqrt{3a+7}$

7. Tính:

a. $\sqrt{(0,1)^2}$ b. $\sqrt{(-0,3)^2}$ c. $-\sqrt{(-1,3)^2}$ d. $-0,4\sqrt{(-0,4)^2}$

8. Rút gọn các biểu thức sau:

a. $\sqrt{(2-\sqrt{3})^2}$ b. $\sqrt{(3-\sqrt{11})^2}$

c. $2\sqrt{a^2}$ với $a \geq 0$ d. $3\sqrt{(a-2)^2}$ với $a < 2$

9. Tìm x, biết:

a. $\sqrt{x^2}=7$ b. $\sqrt{x^2}=|-8|$ c. $\sqrt{4x^2}=6$ d. $\sqrt{9x^2}=|-12|$

10. Chứng minh:

a. $(\sqrt{3}-1)^2 = 4-2\sqrt{3}$ **b.** $\sqrt{4-2\sqrt{3}}-\sqrt{3} = -1$

GIẢI

6. a. $\sqrt{\frac{a}{3}}$ có nghĩa $\Leftrightarrow \frac{a}{3} \geq 0 \Leftrightarrow a \geq 0$

b. $\sqrt{-5a}$ có nghĩa $\Leftrightarrow -5a \geq 0 \Leftrightarrow a \leq 0$

c. $\sqrt{4-a}$ có nghĩa $\Leftrightarrow 4-a \geq 0 \Leftrightarrow -a \geq -4 \Leftrightarrow a \leq 4$

d. $\sqrt{3a+7}$ có nghĩa $\Leftrightarrow 3a+7 \geq 0 \Leftrightarrow 3a \geq -7 \Leftrightarrow a \geq \frac{-7}{3}$

7. a. $\sqrt{(0,1)^2} = |0,1| = 0,1$ **b.** $\sqrt{(-0,3)^2} = |-0,3| = 0,3$

c. $-\sqrt{(-1,3)^2} = -|-1,3| = -1,3$ **d.** $-0,4\sqrt{(-0,4)^2} = -0,4 \,.\, |-0,4|$

$= -0,4 \,.\, 0,4 = -0,16$

8. a. $\sqrt{(2-\sqrt{3})^2} = |2-\sqrt{3}| = 2-\sqrt{3}$ (vì $2 = \sqrt{4} > \sqrt{3}$ nên $2-\sqrt{3} > 0$)

b. $\sqrt{(3-\sqrt{11})^2} = |3-\sqrt{11}| = \sqrt{11}-3$ (vì $3 = \sqrt{9} < \sqrt{11}$ nên $3-\sqrt{11} < 0$)

c. $2\sqrt{a^2} = 2|a| = 2a$ (vì $a \geq 0$)

d. $3\sqrt{(a-2)^2} = 3|a-2| = 3(2-a)$ (vì $a < 2$ nên $a-2 < 0$)

9. a. $\sqrt{x^2} = 7$

$\Leftrightarrow |x| = 7$

$\Leftrightarrow x = \pm 7$

b. $\sqrt{x^2} = |-8|$

$\Leftrightarrow |x| = 8$

$\Leftrightarrow x = \pm 8$

c. $\sqrt{4x^2} = 6$

$\Leftrightarrow \sqrt{(2x)^2} = 6$

$\Leftrightarrow |2x| = 6$

$\Leftrightarrow 2x = \pm 6$

$\Leftrightarrow x = \pm 3$

d. $\sqrt{9x^2} = |-12|$

$\Leftrightarrow \sqrt{(3x)^2} = 12$

$\Leftrightarrow |3x| = 12$

$\Leftrightarrow 3x = \pm 12$

$\Leftrightarrow x = \pm 4$

10. a. $(\sqrt{3}-1)^2 = (\sqrt{3})^2 - 2\sqrt{3} \,.\, 1 + 1^2$

$= 3 - 2\sqrt{3} + 1 = 4 - 2\sqrt{3}$

b. Từ câu a có $4-2\sqrt{3} = (\sqrt{3}-1)^2$.

Do đó:

$\sqrt{4-2\sqrt{3}} - \sqrt{3} = \sqrt{(\sqrt{3}-1)^2} - \sqrt{3}$

$= |\sqrt{3}-1| - \sqrt{3} = \sqrt{3}-1-\sqrt{3} = -1$

(vì $\sqrt{3} > \sqrt{1} = 1$ nên $\sqrt{3}-1 > 0$)

BÀI TẬP TỰ LUYỆN

Bài 1 Với giá trị nào của x thì mỗi biểu thức sau có nghĩa:

a. $\sqrt{\dfrac{a-4}{2005}}$ b. $\sqrt{-7a+21}$ c. $\sqrt{x^2-9}$ d. $\sqrt{3-x^2}$

Bài 2 Tính (rút gọn)

a. $\sqrt{(\sqrt{3}-1)^2}+\sqrt{(\sqrt{3}-3)^2}$ b. $\sqrt{6+2\sqrt{5}}-\sqrt{6-2\sqrt{5}}$

c. $\dfrac{\sqrt{(3x-5)^2}}{3x-5}$ d. $\dfrac{1-2x}{\sqrt{1-4x+4x^2}}$

LUYỆN TẬP (Bài tập trang 11 - SGK)

11. Tính: a. $\sqrt{16}\,.\,\sqrt{25}+\sqrt{196}:\sqrt{49}$ b. $36:\sqrt{2\,.\,3^2\,.\,18}-\sqrt{169}$

c. $\sqrt{\sqrt{81}}$ d. $\sqrt{3^2+4^2}$

12. Tìm x để mỗi căn thức sau có nghĩa:

a. $\sqrt{2x+7}$ b. $\sqrt{3x+4}$ c. $\sqrt{\dfrac{1}{-1+x}}$ d. $\sqrt{1+x^2}$

13. Rút gọn biểu thức sau:

a. $2\sqrt{a^2}-5a$ với $a<0$ b. $\sqrt{25a^2}+3a$ với $a\geqslant 0$

c. $\sqrt{9a^4}+3a^2$ d. $5\sqrt{4a^6}-3a^3$ với $a<0$

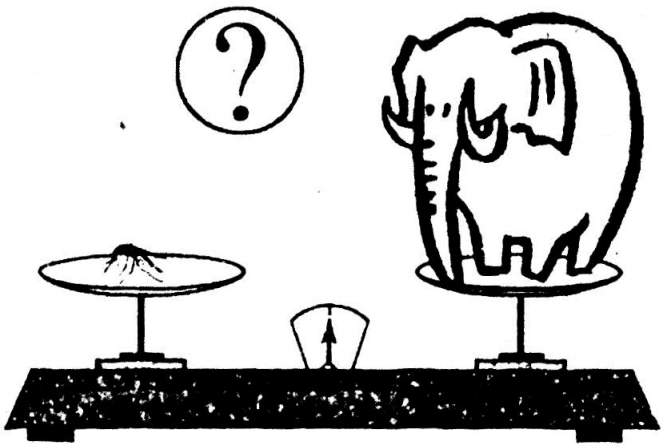
14. Phân tích thành nhân tử:

a. x^2-3 b. x^2-6 c. $x^2+2\sqrt{3}\,x+3$ d. $x^2-2\sqrt{5}\,x+5$

15. Giải các phương trình sau:

a. $x^2-5=0$ b. $x^2-2\sqrt{11}\,x+11=0$

16. *Đố.* Hãy tìm chỗ sai trong phép chứng minh "Con muỗi nặng bằng con voi" dưới đây.



Giả sử con muỗi nặng m (gam), còn con voi nặng V (gam). Ta có:

$$m^2 + V^2 = V^2 + m^2$$

Cộng cả hai vế với -2mV, ta có:

$$m^2 - 2mV + V^2 = V^2 - 2mV + m^2,$$

hay $(m - V)^2 = (V - m)^2$

Lấy căn bậc hai mỗi vế của đẳng thức trên, ta được

$$\sqrt{(m - V)^2} = \sqrt{(V - m)^2}$$

Do đó: $m - V = V - m$

Từ đó ta có $2m = 2V$, suy ra $m = V$.

Vậy con muỗi nặng bằng con voi (!).

GIẢI

11. a. $\sqrt{16} . \sqrt{25} + \sqrt{196} : \sqrt{49} = 4 . 5 + 14 : 7 = 20 + 2 = 22$

b. $36 : \sqrt{2 . 3^2 . 18} - \sqrt{169} = 36 : \sqrt{18^2} - 13 = 36 : 18 - 13 = 2 - 13 = -11$

c. $\sqrt{\sqrt{81}} = \sqrt{9} = \sqrt{3}$

d. $\sqrt{3^2 + 4^2} = \sqrt{9 + 16} = \sqrt{25} = 5$

12. a. $\sqrt{2x + 7}$ có nghĩa $\Leftrightarrow 2x + 7 \geq 0 \Leftrightarrow 2x \geq -7 \Leftrightarrow x \geq \frac{-7}{2}$

b. $\sqrt{3x + 4}$ có nghĩa $\Leftrightarrow 3x + 4 \geq 0 \Leftrightarrow 3x \geq -4 \Leftrightarrow x \geq \frac{-4}{3}$

c. $\sqrt{\frac{1}{-1 + x}}$ có nghĩa $\Leftrightarrow -1 + x > 0 \Leftrightarrow x > 1$

d. $\sqrt{1+x^2}$ có nghĩa $\Leftrightarrow 1 + x^2 \geq 0 \Leftrightarrow x \in R$

13. a. $2\sqrt{a^2} - 5a = 2|a| - 5a = -2a - 5a = -7a$ (vì $a < 0$)

b. $\sqrt{25a^2} + 3a = \sqrt{(5a)^2} + 3a = |5a| + 3a = 5a + 3a = 8a$ (vì $a \geq 0$)

c. $\sqrt{9a^4} + 3a^2 = \sqrt{(3a^2)^2} + 3a^2 = |3a^2| + 3a^2 = 3a^2 + 3a^2 = 6a^2$ (vì $a^2 \geq 0$)

d. $5\sqrt{4a^6} - 3a^3 = 5\sqrt{(2a^3)^2} - 3a^3 = 5 . |2a^3| - 3a^3 = 5 . (-2a^3) - 3a^3$

$= -10a^3 - 3a^3 = -13a^3$ (vì $a < 0$ nên $a^3 < 0$)

14. a. $x^2 - 3 = x^2 - (\sqrt{3})^2 = (x + \sqrt{3})(x - \sqrt{3})$

b. $x^2 - 6 = x^2 - (\sqrt{6})^2 = (x + \sqrt{6})(x - \sqrt{6})$

c. $x^2 + 2\sqrt{3}x + 3 = x^2 + 2 . x . \sqrt{3} + (\sqrt{3})^2 = (x + \sqrt{3})^2$

d. $x^2 - 2\sqrt{5}x + 5 = x^2 - 2 . x . \sqrt{5} + (\sqrt{5})^2 = (x - \sqrt{5})^2$

15. a. $x^2 - 5 = 0$

$\Leftrightarrow x^2 - (\sqrt{5})^2 = 0$

$\Leftrightarrow (x + \sqrt{5})(x - \sqrt{5}) = 0$

$\Leftrightarrow x + \sqrt{5} = 0$ hoặc $x - \sqrt{5} = 0$

$\Leftrightarrow x = -\sqrt{5}$ hoặc $x = \sqrt{5}$

$S = \{-\sqrt{5}; \sqrt{5}\}$

b. $x^2 - 2\sqrt{11}\,x + 11 = 0$

$\Leftrightarrow x^2 - 2 . x . \sqrt{11} + (\sqrt{11})^2 = 0$

$\Leftrightarrow (x - \sqrt{11})^2 = 0$

$\Leftrightarrow x - \sqrt{11} = 0$

$\Leftrightarrow x = \sqrt{11}$

$S = \{\sqrt{11}\}$

16. Sai lầm ở chỗ: Sau khi lấy căn bậc hai mỗi vế của đẳng thức phải là:

$|m - V| = |V - m|$ chứ không thể là $m - V = V - m$ vì rằng $\sqrt{A^2} = |A|$

§3. LIÊN HỆ GIỮA PHÉP NHÂN VỚI PHÉP KHAI PHƯƠNG

1. Định lí:

Định lí: Với hai số a và b không âm, ta có $\sqrt{a . b} = \sqrt{a} . \sqrt{b}$

2. Áp dụng:

a. Quy tắc khai phương một tích: Muốn khai phương một tích của các số không âm, ta có thể khai phương từng thừa số rồi nhân các kết quả với nhau.

b. Quy tắc nhân các căn bậc hai: Muốn nhân các căn bậc hai của các số không âm, ta có thể nhân các số dưới dấu căn với nhau rồi khai phương kết quả đó.

Tổng quát:

- Với hai biểu thức A, B không âm ta có $\sqrt{A . B} = \sqrt{A} . \sqrt{B}$
- Đặc biệt, với biểu thức không âm A ta có $(\sqrt{A})^2 = \sqrt{A^2} = A$

BÀI TẬP (Bài tập trang 14 - SGK)

17. Áp dụng quy tắc khai phương một tích, hãy tính:

a. $\sqrt{0,09 . 64}$ **b.** $\sqrt{2^4 . (-7)^2}$ **c.** $\sqrt{12,1 . 360}$ **d.** $\sqrt{2^2 . 3^4}$

18. Áp dụng quy tắc nhân các căn bậc hai, hãy tính:

a. $\sqrt{7} . \sqrt{63}$ **b.** $\sqrt{2,5} . \sqrt{30} . \sqrt{48}$

c. $\sqrt{0,4} . \sqrt{6,4}$ **d.** $\sqrt{2,7} . \sqrt{5} . \sqrt{1,5}$

19. Rút gọn các biểu thức sau:

a. $\sqrt{0,36a^2}$ với $a < 0$

b. $\sqrt{a^4(3-a)^2}$ với $a \geq 3$

c. $\sqrt{27 . 48(1-a)^2}$ với $a > 1$

d. $\frac{1}{a-b} . \sqrt{a^4(a-b)^2}$ với $a > b$

20. Rút gọn các biểu thức sau:

a. $\sqrt{\frac{2a}{3}} . \sqrt{\frac{3a}{8}}$ với $a \geq 0$

b. $\sqrt{13a} . \sqrt{\frac{52}{a}}$ với $a > 0$

c. $\sqrt{5a} . \sqrt{45a} - 3a$ với $a \geq 0$

d. $(3-a)^2 - \sqrt{0,2} . \sqrt{180a^2}$

21. Khai phương tích 12 . 30 . 40 được:

(A) 1200 **(B)** 120 **(C)** 12 **(D)** 240

Hãy chọn kết quả đúng

GIẢI

17. a. $\sqrt{0,09 . 64} = \sqrt{0,09} . \sqrt{64} = 0,3 . 8 = 2,4$

b. $\sqrt{2^4 . (-7)^2} = \sqrt{2^4} . \sqrt{(-7)^2} = |2^2| . |-7| = 4 . 7 = 28$

c. $\sqrt{12,1 . 360} = \sqrt{121 . 36} = \sqrt{121} . \sqrt{36} = 11 . 6 = 66$

d. $\sqrt{2^2 . 3^4} = \sqrt{2^2 . (3^2)^2} = \sqrt{2^2} . \sqrt{9^2} = 2 . 9 = 18$

18. a. $\sqrt{7} . \sqrt{63} = \sqrt{7 . 63} = \sqrt{7^2 . 3^2} = \sqrt{7^2} . \sqrt{3^2} = 7 . 3 = 21$

b. $\sqrt{2,5} . \sqrt{30} . \sqrt{48} = \sqrt{2,5 . 30 . 48} = \sqrt{60^2} = 60$

c. $\sqrt{0,4} . \sqrt{6,4} = \sqrt{0,4 . 6,4} = \sqrt{0,04} . \sqrt{64} = 0,2 . 8 = 1,6$

d. $\sqrt{2,7} . \sqrt{5} . \sqrt{1,5} = \sqrt{2,7 . 5 . 1,5} = \sqrt{3^2 . 1,5^2} = 3 . 1,5 = 4,5$

19. a. $\sqrt{0,36a^2} = \sqrt{0,36} . \sqrt{a^2} = 0,6 . |a| = -0,6a$ (vì $a < 0$)

b. $\sqrt{a^4(3-a)^2} = \sqrt{a^4}\sqrt{(3-a)^2} = |a^2| . |3-a| = a^2(a-3)$ (vì $a \geq 3$ nên $3 - a \leq 0$)

c. $\sqrt{27 . 48(1-a)^2} = \sqrt{9^2 . 4^2(1-a)^2} = \sqrt{9^2} . \sqrt{4^2} . \sqrt{(1-a)^2}$

$= 9 . 4 . |1-a| = 36(a-1)$ (vì $a > 1 \Leftrightarrow 1 - a < 0$)

d. $\frac{1}{a-b}\sqrt{a^4(a-b)^2} = \frac{1}{a-b}\sqrt{a^4}\sqrt{(a-b)^2} = \frac{1}{a-b} . |a^2| . |a-b|$

$= \frac{1}{a-b} . a^2 . (a-b) = a^2$ (vì $a^2 \geq 0 \Rightarrow a > b \Leftrightarrow a - b > 0$)

20. a. $\sqrt{\frac{2a}{3}}\sqrt{\frac{3a}{8}} = \sqrt{\frac{2a}{3} . \frac{3a}{8}} = \sqrt{\frac{a^2}{4}} = \sqrt{\left(\frac{a}{2}\right)^2} = \left|\frac{a}{2}\right| = \frac{a}{2}$ (vì $a \geq 0$)

b. $\sqrt{13a} . \sqrt{\frac{52}{a}} = \sqrt{13a . \frac{52}{a}} = \sqrt{13 . 13 . 4} = \sqrt{26^2} = 26$

c. $\sqrt{5a}\,.\,\sqrt{45a} - 3a = \sqrt{5a\,.\,45a} - 3a = \sqrt{(15a)^2} - 3a = |15a| - 3a$

$= 15a - 3a = 12a$ (vì $a \geq 0 \Leftrightarrow 15a \geq 0$)

d. $(3 - a)^2 - \sqrt{0,2}\,\sqrt{180a^2} = (3 - a)^2 - \sqrt{0,2\,.\,180a^2} = (3 - a)^2 - \sqrt{(6a)^2}$

$= 9 - 6a + a^2 - |6a| = \begin{cases} 9 - 6a + a^2 - 6a \text{ (nếu } a \geq 0) \\ 9 - 6a + a^2 + 6a \text{ (nếu } a < 0) \end{cases} = \begin{cases} 9 - 12a + a^2 \text{ (nếu } a \geq 0) \\ 9 + a^2 \text{ (nếu } a < 0) \end{cases}$

21. $\sqrt{12\,.\,30\,.\,40} = \sqrt{12\,.\,10\,.\,3\,.\,40} = \sqrt{120\,.\,120} = 120$

Vì vậy chọn B

BÀI TẬP TỰ LUYỆN

Bài 1 Tính:

a. $\sqrt{0,8}\,.\,\sqrt{20}$ b. $\sqrt{-18}\,.\,\sqrt{-2}$

Bài 2 Cho a, b $\geq$ 0. Chứng minh rằng $\dfrac{a+b}{2} \geq \sqrt{ab}$

LUYỆN TẬP (Bài tập trang 15 - SGK)

22. Biến đổi các biểu thức dưới dấu căn thành dạng tích rồi tính:

a. $\sqrt{13^2 - 12^2}$ b. $\sqrt{17^2 - 8^2}$ c. $\sqrt{117^2 - 108^2}$ d. $\sqrt{313^2 - 312^2}$

23. Chứng minh:

a. $(2 - \sqrt{3})(2 + \sqrt{3}) = 1$

b. $(\sqrt{2006} - \sqrt{2005})$ và $(\sqrt{2006} + \sqrt{2005})$ là hai số nghịch đảo của nhau.

24. Rút gọn và tìm giá trị (làm tròn đến chữ số thập phân thứ ba) của các căn thức sau:

a. $\sqrt{4(1 + 6x + 9x^2)^2}$ tại $x = -\sqrt{2}$

b. $\sqrt{9a^2(b^2 + 4 - 4b)}$ tại $a = -2$, $b = -\sqrt{3}$

25. Tìm x, biết:

a. $\sqrt{16x} = 8$ b. $\sqrt{4x} = \sqrt{5}$

c. $\sqrt{9(x - 1)} = 21$ d. $\sqrt{4(1 - x)^2} - 6 = 0$

26. a. So sánh $\sqrt{25 + 9}$ và $\sqrt{25} + \sqrt{9}$

b. Với a > 0 và b > 0, chứng minh $\sqrt{a + b} < \sqrt{a} + \sqrt{b}$

27. So sánh:

a. 4 và $2\sqrt{3}$ b. $-\sqrt{5}$ và -2

GIẢI

22. a. $\sqrt{13^2 - 12^2} = \sqrt{(13+12)(13-12)} = \sqrt{25 . 1} = 5$

b. $\sqrt{17^2 - 8^2} = \sqrt{(17+8)(17-8)} = \sqrt{25 . 9} = \sqrt{25} . \sqrt{9} = 5 . 3 = 15$

c. $\sqrt{117^2 - 108^2} = \sqrt{(117+108)(117-108)} = \sqrt{225 . 9} = \sqrt{225} . \sqrt{9} = 15 . 3 = 45$

d. $\sqrt{313^2 - 312^2} = \sqrt{(313+312)(313-312)} = \sqrt{625 . 1} = \sqrt{625} = 25$

23. a. $(2-\sqrt{3})(2+\sqrt{3}) = 2^2 - (\sqrt{3})^2 = 4 - 3 = 1$

b. $(\sqrt{2006} - \sqrt{2005})(\sqrt{2006} + \sqrt{2005}) = (\sqrt{2006})^2 - (\sqrt{2005})^2 = 2006 - 2005 = 1$

Vậy $\sqrt{2006} - \sqrt{2005}$ và $\sqrt{2006} + \sqrt{2005}$ là hai số nghịch đảo của nhau.

24. a. $\sqrt{4(1+6x+9x^2)^2} = \sqrt{4[(1+3x)^2]^2} = \sqrt{4}\sqrt{[(1+3x)^2]^2}$

$= 2|(1+3x)^2| = 2(1+3x)^2$ (vì $(1+3x)^2 \geq 0$)

Giá trị của biểu thức tại $x = -\sqrt{2}$ là $2[1+3.(-\sqrt{2})]^2 = 2(1-3\sqrt{2})^2 \approx 21{,}029$

b. $\sqrt{9a^2(b^2+4-4b)} = \sqrt{(3a)^2(b-2)^2} = \sqrt{(3a)^2}\sqrt{(b-2)^2} = |3a| . |b-2|$

Giá trị của biểu thức tại $a = -2$; $b = -\sqrt{3}$ là:

$|3 . (-2)| . |-\sqrt{3} - 2| = 6(\sqrt{3}+2) = 6\sqrt{3} + 12 \approx 22{,}392$

25. a. $\sqrt{16x} = 8$

$\Leftrightarrow$ $8 \geq 0$ và $16x = 8^2$

$\Leftrightarrow$ $x = 64 : 16 \Leftrightarrow x = 4$

b. $\sqrt{4x} = \sqrt{5}$

$\Leftrightarrow$ $4x = 5$ và $5 \geq 0$

$\Leftrightarrow$ $x = \dfrac{5}{4}$

c. $\sqrt{9(x-1)} = 21$

$\Leftrightarrow$ $21 \geq 0$ và $9(x-1) = 21^2$

$\Leftrightarrow$ $x - 1 = 21^2 : 9$

$\Leftrightarrow$ $x - 1 = 49$

$\Leftrightarrow$ $x = 49 + 1 \Leftrightarrow x = 50$

d. $\sqrt{4(1-x)^2} - 6 = 0$

$\Leftrightarrow$ $\sqrt{4(1-x)^2} = 6$

$\Leftrightarrow$ $2|1-x| = 6$

$\Leftrightarrow$ $|1-x| = 3$

$\Leftrightarrow$ $\left[\begin{array}{l} 1-x=3 \\ 1-x=-3 \end{array}\right. \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x=-2 \\ x=4 \end{array}\right.$

26. a. $\sqrt{25} + \sqrt{9} = 5 + 3 = 8 = \sqrt{64} > \sqrt{34} = \sqrt{25+9}$

b. $\sqrt{a+b} < \sqrt{a} + \sqrt{b} \Leftrightarrow (\sqrt{a+b})^2 < (\sqrt{a}+\sqrt{b})^2$

$\Leftrightarrow a + b < a + 2\sqrt{ab} + b$

$\Leftrightarrow 0 < 2\sqrt{ab}$ (BĐT đúng).

Vậy $\sqrt{a+b} < \sqrt{a} + \sqrt{b}$

27. a. $2\sqrt{3} = \sqrt{4}\sqrt{3} = \sqrt{12} < \sqrt{16} = 4$

b. $\sqrt{5} > \sqrt{4} = 2 \Rightarrow -\sqrt{5} < -2$

§4. LIÊN HỆ GIỮA PHÉP CHIA VÀ PHÉP KHAI PHƯƠNG

1. **Định lí:**

Định lí: Với số a không âm và số b dương, ta có $\sqrt{\frac{a}{b}} = \frac{\sqrt{a}}{\sqrt{b}}$

2. **Áp dụng:**

a. **Quy tắc khai phương một thương:** Muốn khai phương một thương $\frac{a}{b}$, trong đó số a không âm và số b dương, ta có thể lần lượt khai phương số a và số b, rồi lấy kết quả thứ nhất chia cho kết quả thứ hai.

b. **Quy tắc chia hai căn thức bậc hai:** Muốn chia căn bậc hai của số a không âm cho căn bậc hai của số b dương, ta có thể chia số a cho số b rồi khai phương kết quả đó.

Chú ý: Tổng quát: Với biểu thức A không âm và biểu thức B dương, ta có:

$$\sqrt{\frac{A}{B}} = \frac{\sqrt{A}}{\sqrt{B}}$$

BÀI TẬP (Bài tập trang 18 - SGK)

28. Tính: **a.** $\sqrt{\frac{289}{225}}$ **b.** $\sqrt{2\frac{14}{25}}$ **c.** $\sqrt{\frac{0,25}{9}}$ **d.** $\sqrt{\frac{8,1}{1,6}}$

29. Tính: **a.** $\frac{\sqrt{2}}{\sqrt{18}}$ **b.** $\frac{\sqrt{15}}{\sqrt{735}}$ **c.** $\frac{\sqrt{12500}}{\sqrt{500}}$ **d.** $\frac{\sqrt{65}}{\sqrt{2^3 . 3^5}}$

30. Rút gọn các biểu thức sau:

a. $\frac{y}{x} . \sqrt{\frac{x^2}{y^4}}$ với $x > 0; y \neq 0$ **b.** $2y^2 . \sqrt{\frac{x^4}{4y^2}}$ với $y < 0$

c. $5xy . \sqrt{\frac{25x^2}{y^6}}$ với $x < 0; y > 0$ **d.** $0,2x^3y^3 . \sqrt{\frac{16}{x^4y^8}}$ với $x \neq 0, y \neq 0$

31. **a.** So sánh $\sqrt{25 - 16}$ và $\sqrt{25} - \sqrt{16}$

b. Chứng minh rằng: với $a > b > 0$ thì $\sqrt{a} - \sqrt{b} < \sqrt{a - b}$

GIẢI

28. a. $\sqrt{\frac{289}{225}} = \frac{\sqrt{289}}{\sqrt{225}} = \frac{17}{15}$ **b.** $\sqrt{2\frac{14}{25}} = \sqrt{\frac{64}{25}} = \frac{\sqrt{64}}{\sqrt{25}} = \frac{8}{5}$

c. $\sqrt{\frac{0,25}{9}} = \frac{\sqrt{0,25}}{\sqrt{9}} = \frac{0,5}{3} = \frac{1}{6}$ **d.** $\sqrt{\frac{8,1}{1,6}} = \sqrt{\frac{81}{16}} = \frac{\sqrt{81}}{\sqrt{16}} = \frac{9}{4}$

29. a. $\frac{\sqrt{2}}{\sqrt{18}} = \sqrt{\frac{2}{18}} = \sqrt{\frac{1}{9}} = \frac{\sqrt{1}}{\sqrt{9}} = \frac{1}{3}$ **b.** $\frac{\sqrt{15}}{\sqrt{735}} = \sqrt{\frac{15}{735}} = \sqrt{\frac{1}{49}} = \frac{\sqrt{1}}{\sqrt{49}} = \frac{1}{7}$

c. $\frac{\sqrt{12500}}{\sqrt{500}} = \sqrt{\frac{12500}{500}} = \sqrt{25} = 5$ **d.** $\frac{\sqrt{6^5}}{\sqrt{2^3 . 3^5}} = \sqrt{\frac{6^5}{2^3 . 3^5}} = \sqrt{\frac{2^5 . 3^5}{2^3 . 3^5}}$

$= \sqrt{2^2} = 2$

30. a. $\frac{y}{x}\sqrt{\frac{x^2}{y^4}} = \frac{y}{x} . \frac{\sqrt{x^2}}{\sqrt{y^4}} = \frac{y}{x} . \frac{|x|}{|y^2|} = \frac{y}{x} . \frac{x}{y^2} = \frac{1}{y}$ (vì $x > 0$; $y^2 > 0$)

b. $2y^2 . \sqrt{\frac{x^4}{4y^2}} = 2y^2 . \frac{\sqrt{(x^2)^2}}{\sqrt{(2y)^2}} = 2y^2 . \frac{|x^2|}{|2y|} = 2y^2 . \frac{x^2}{-2y} = -x^2y$ (vì $x^2 \geq 0$; $y < 0$)

c. $5xy . \sqrt{\frac{25x^2}{y^6}} = 5xy . \frac{\sqrt{(5x)^2}}{\sqrt{(y^3)^2}} = 5xy . \frac{|5x|}{|y^3|} = 5xy . \frac{-5x}{y^3} = \frac{-25x^2}{y^2}$ (với $x < 0$; $y > 0$)

d. $0,2x^3y^3 . \sqrt{\frac{16}{x^4y^8}} = 0,2x^3y^3 . \frac{\sqrt{16}}{\sqrt{(x^2y^4)^2}} = 0,2x^3y^3 . \frac{4}{|x^2y^4|}$

$= 0,2x^3y^3 . \frac{4}{x^2y^4} = \frac{0,8x}{y}$ (vì $x^2y^4 > 0$)

31. a. $\sqrt{25-16} = \sqrt{9} = 3$, $\sqrt{25} - \sqrt{16} = 5 - 4 = 1$.

$1 < 3$ nên $\sqrt{25} - \sqrt{16} < \sqrt{25-16}$

b. $\sqrt{a} - \sqrt{b} < \sqrt{a-b} \Leftrightarrow \sqrt{a} < \sqrt{a-b} + \sqrt{b} \Leftrightarrow (\sqrt{a})^2 < (\sqrt{a-b} + \sqrt{b})^2$

$\Leftrightarrow a < a - b + 2\sqrt{a-b}\sqrt{b} + b$

$\Leftrightarrow 0 < 2\sqrt{a-b}\sqrt{b}$ (BĐT đúng)

Vậy $\sqrt{a} - \sqrt{b} < \sqrt{a-b}$

BÀI TẬP TỰ LUYỆN

Bài 1 Rút gọn các biểu thức sau:

a. $\frac{x-2}{y^3}\sqrt{\frac{y^8}{x^2-4x+4}}$ với $x > 2$; $y \neq 0$

b. $\frac{x+1}{y^2-9} . \sqrt{\frac{y^2+6y+9}{x^2+1+2x}}$ với $x < -1$; $y \neq \pm 3$

Bài 2 Cho $a > 0$, $b > 0$. Chứng minh rằng: $\frac{a}{\sqrt{b}} + \frac{b}{\sqrt{a}} \geq \sqrt{a} + \sqrt{b}$

LUYỆN TẬP (Bài tập trang 19 - SGK)

32. Tính:

a. $\sqrt{1\frac{9}{16}.5\frac{4}{9}.0,01}$

b. $\sqrt{1,44.1,21-1,44.0,4}$

c. $\sqrt{\frac{165^2-124^2}{164}}$

d. $\sqrt{\frac{149^2-76^2}{457^2-384^2}}$

33. Giải phương trình:

a. $\sqrt{2}.x-\sqrt{50}=0$

b. $\sqrt{3}.x+\sqrt{3}=\sqrt{12}+\sqrt{27}$

c. $\sqrt{3}.x^2-\sqrt{12}=0$

d. $\frac{x^2}{\sqrt{5}}-\sqrt{20}=0$

34. Rút gọn các biểu thức sau:

a. $ab^2.\sqrt{\frac{3}{a^2b^4}}$ với $a<0$, $b\neq 0$

b. $\sqrt{\frac{27(a-3)^2}{48}}$ với $a>3$

c. $\sqrt{\frac{9+12a+4a^2}{b^2}}$ với $a\geq -1,5$ và $b<0$

d. $(a-b).\sqrt{\frac{ab}{(a-b)^2}}$ với $a<b<0$

35. Tìm x, biết: a. $\sqrt{(x-3)^2}=9$ b. $\sqrt{4x^2+4x+1}=6$

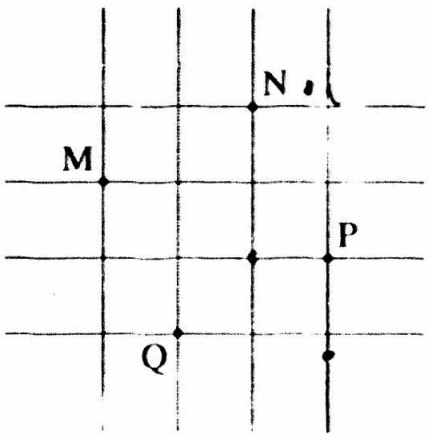
36. Mỗi khẳng định sau đúng hay sai? Vì sao?

a. $0,01=\sqrt{0,0001}$ b. $-0,5=\sqrt{-0,25}$ c. $\sqrt{39}<7$ và $\sqrt{39}>6$

d. $(4-\sqrt{13}).2x<\sqrt{3}(4-\sqrt{13}) \Leftrightarrow 2x<\sqrt{3}$

37. *Đố.* Trên lưới ô vuông, mỗi ô vuông cạnh 1cm, cho bốn điểm M, N, P, Q.

Hãy xác định số đo cạnh, đường chéo và diện tích của tứ giác MNPQ.



GIẢI

32. a. $\sqrt{1\frac{9}{16}.5\frac{4}{9}.0,01}=\sqrt{\frac{25}{16}.\frac{49}{9}.0,01}=\sqrt{\frac{25}{16}}.\sqrt{\frac{49}{9}}.\sqrt{0,01}$

$=\frac{5}{4}.\frac{7}{3}.0.1=\frac{3,5}{12}=\frac{7}{24}$

b. $\sqrt{1,44 . 1,21 - 1,44 . 0,4} = \sqrt{1,44 . (1,21 - 0,4)} = \sqrt{1,44} . \sqrt{0,81} = 1,2.0,9 = 1,08$

c. $\sqrt{\dfrac{165^2 - 124^2}{164}} = \sqrt{\dfrac{(165 + 124)(165 - 124)}{164}} = \sqrt{\dfrac{289 . 41}{164}} = \sqrt{\dfrac{289}{4}} = \dfrac{17}{2}$

d. $\sqrt{\dfrac{149^2 - 76^2}{457^2 - 384^2}} = \sqrt{\dfrac{(149 + 76)(149 - 76)}{(457 + 384)(457 - 384)}} = \sqrt{\dfrac{225 . 73}{841 . 73}} = \dfrac{\sqrt{225}}{\sqrt{841}} = \dfrac{15}{29}$

33. a.

$\sqrt{2} . x - \sqrt{50} = 0$

$\Leftrightarrow \sqrt{2}\, x - \sqrt{25} . \sqrt{2} = 0$

$\Leftrightarrow \sqrt{2}\, x - 5\sqrt{2} = 0$

$\Leftrightarrow \sqrt{2}\, x = 5\sqrt{2} \Leftrightarrow x = 5$

b.

$\sqrt{3}\, x + \sqrt{3} = \sqrt{12} + \sqrt{27}$

$\Leftrightarrow \sqrt{3}\, x + \sqrt{3} = \sqrt{4} . \sqrt{3} + \sqrt{9} . \sqrt{3}$

$\Leftrightarrow \sqrt{3}\, x = 2\sqrt{3} + 3\sqrt{3} - \sqrt{3}$

$\Leftrightarrow \sqrt{3}\, x = 4\sqrt{3} \Leftrightarrow x = 4$

c.

$\sqrt{3}\, x^2 - \sqrt{12} = 0$

$\Leftrightarrow \sqrt{3}\, x^2 = \sqrt{4} . \sqrt{3}$

$\Leftrightarrow \sqrt{3}\, x^2 = 2\sqrt{3}$

$\Leftrightarrow x^2 = 2 \Leftrightarrow x = \pm\sqrt{2}$

d.

$\dfrac{x^2}{\sqrt{5}} - \sqrt{20} = 0$

$\Leftrightarrow \dfrac{x^2}{\sqrt{5}} = \sqrt{20}$

$\Leftrightarrow x^2 = \sqrt{20} . \sqrt{5}$

$\Leftrightarrow x^2 = 10 \Leftrightarrow x = \pm\sqrt{10}$

34. a. $ab^2\sqrt{\dfrac{3}{a^2b^4}} = ab^2 . \dfrac{\sqrt{3}}{\sqrt{(ab^2)^2}} = ab^2 . \dfrac{\sqrt{3}}{|ab^2|} = ab^2 . \dfrac{\sqrt{3}}{-ab^2} = -\sqrt{3}$

(vì $a < 0$, $b \neq 0$)

b. $\sqrt{\dfrac{27(a-3)^2}{48}} = \sqrt{\dfrac{9(a-3)^2}{16}} = \dfrac{\sqrt{9(a-3)^2}}{\sqrt{16}} = \dfrac{3|a-3|}{4} = \dfrac{3(a-3)}{4}$ (vì $a > 3$)

c. $\sqrt{\dfrac{9 + 12a + 4a^2}{b^2}} = \sqrt{\dfrac{(3+2a)^2}{b^2}} = \dfrac{\sqrt{(3+2a)^2}}{\sqrt{b^2}} = \dfrac{|3+2a|}{|b|} = \dfrac{3+2a}{-b}$

(với $a \geq -1,5$, $b < 0$)

d. $(a-b)\sqrt{\dfrac{ab}{(a-b)^2}} = (a-b)\dfrac{\sqrt{ab}}{\sqrt{(a-b)^2}} = (a-b)\dfrac{\sqrt{ab}}{|a-b|} = -\sqrt{ab}$ (với $a < b$)

35. a.

$\sqrt{(x-3)^2} = 9$

$\Leftrightarrow |x - 3| = 9$

$\Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x - 3 = 9 \\ x - 3 = -9 \end{array}\right.$

$\Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x = 12 \\ x = -6 \end{array}\right.$

b.

$\sqrt{4x^2 + 4x + 1} = 6$

$\Leftrightarrow \sqrt{(2x+1)^2} = 6$

$\Leftrightarrow |2x + 1| = 6$

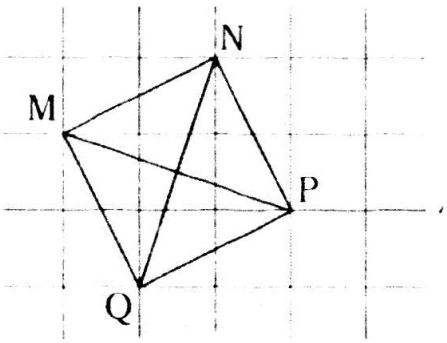
$\Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} 2x + 1 = 6 \\ 2x + 1 = -6 \end{array}\right. \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} 2x = 5 \\ 2x = -7 \end{array}\right. \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x = \dfrac{5}{2} \\ x = \dfrac{-7}{2} \end{array}\right.$

36. a. Đúng b. Sai, vì vế phải không có nghĩa

c. Đúng vì $\sqrt{39} < \sqrt{49} = 7$ và $\sqrt{39} > \sqrt{36} = 6$

d. Đúng vì nhân hai vế của bất phương trình với cùng số dương $\frac{1}{4-\sqrt{13}}$

(vì $4 = \sqrt{16} > \sqrt{13}$ nên $4 - \sqrt{13} > 0$) thì không đổi chiều bất phương trình đó.



37. $MN = NP = PQ = QM = \sqrt{2^2 + 1} = \sqrt{5}$ (cm)

$MP = NQ = \sqrt{3^2 + 1^2} = \sqrt{10}$ (cm)

Tứ giác MNPQ là hình vuông nên $S_{MNPQ} = (\sqrt{5})^2 = 5$ (cm^2)

§5. BẢNG CĂN BẬC HAI

BÀI TẬP (Bài tập trang 23 - SGK)

Dùng bảng số để tìm căn bậc hai số học của mỗi số sau đây rồi dùng máy tính bỏ túi kiểm tra và so sánh kết quả (từ bài 38 đến bài 40).

38. 5,4; 7,2; 9,5; 31; 68.

39. 115; 232; 571; 9691.

40. 0,71; 0,03; 0,216; 0,811; 0,0012; 0,000315.

41. Biết $\sqrt{9,119} \approx 3,019$. Hãy tính:

$\sqrt{911,9}$; $\sqrt{91190}$; $\sqrt{0,09119}$; $\sqrt{0,0009119}$

42. Dùng bảng căn bậc hai để tìm giá trị gần đúng của nghiệm mỗi phương trình sau:

a. $x^2 = 3,5$ b. $x^2 = 132$

GIẢI

38. $\sqrt{5,4} \approx 2,324$; $\sqrt{7,2} \approx 2,683$; $\sqrt{9,5} \approx 3,082$;
$\sqrt{31} \approx 5,568$; $\sqrt{68} \approx 8,246$

39. $\sqrt{115} \approx 10,72$; $\sqrt{232} \approx 15,23$; $\sqrt{571} \approx 23,896$ $\sqrt{9691} \approx 98,44$

40. $\sqrt{0,71} \approx 0,8426$; $\sqrt{0,03} \approx 0,1732$; $\sqrt{0,216} \approx 0,4648$
$\sqrt{0,811} \approx 0,9006$; $\sqrt{0,0012} \approx 0,0346$; $\sqrt{0,000315} \approx 0,0177$

41. • $\sqrt{911,9} = \sqrt{9,119} . \sqrt{100} \approx 3,019 . 10 \approx 30,19$

• $\sqrt{91190} = \sqrt{9,119} . \sqrt{10000} \approx 3,019 . 100 \approx 301,9$

• $\sqrt{0,09119} = \sqrt{9,119} . \sqrt{0,01} \approx 3,019 . 0,1 \approx 0,3019$

• $\sqrt{0,0009119} = \sqrt{9,119} . \sqrt{0,0001} \approx 3,019 . 0,01 \approx 0,03019$

42. a. $x^2 = 3,5$

$\Leftrightarrow x = \pm\sqrt{3,5}$

$\Leftrightarrow x \approx \pm 1,871$

b. $x^2 = 132$

$\Leftrightarrow x = \pm\sqrt{132}$

$\Leftrightarrow x \approx \pm 11,489$

§6. BIẾN ĐỔI ĐƠN GIẢN BIỂU THỨC CHỨA CĂN THỨC BẬC HAI

1. Đưa thừa số ra ngoài dấu căn:

Với hai biểu thức A, B mà $B \geq 0$, ta có $\sqrt{A^2B} = |A|\sqrt{B}$ tức là:

- Nếu $A \geq 0$ và $B \geq 0$ thì $\sqrt{A^2 . B} = A\sqrt{B}$
- Nếu $A < 0$ và $B \geq 0$ thì $\sqrt{A^2 . B} = -A\sqrt{B}$

2. Đưa thừa số vào trong dấu căn:

- Với $A \geq 0$ và $B \geq 0$ ta có $A\sqrt{B} = \sqrt{A^2 . B}$
- Với $A < 0$ và $B \geq 0$ ta có $A\sqrt{B} = -\sqrt{A^2 . B}$

BÀI TẬP (Bài tập trang 27 - SGK)

43. Viết các số hoặc biểu thức dưới dấu căn thành dạng tích rồi đưa thừa số ra ngoài dấu căn:

a. $\sqrt{54}$ **b.** $\sqrt{108}$ **c.** $0,1\sqrt{20000}$

d. $-0,05\sqrt{28800}$ **e.** $\sqrt{7 . 63 . a^2}$

44. Đưa thừa số vào trong dấu căn:

$3\sqrt{5}$; $-5\sqrt{2}$; $-\frac{2}{3}\sqrt{xy}$; $x\sqrt{\frac{2}{x}}$ với $x > 0$ và $y \geq 0$

45. So sánh:

a. $3\sqrt{3}$ và $\sqrt{12}$ **b.** 7 và $3\sqrt{5}$

c. $\frac{1}{3}\sqrt{51}$ và $\frac{1}{5}\sqrt{150}$ **d.** $\frac{1}{2}\sqrt{6}$ và $6\sqrt{\frac{1}{2}}$

46. Rút gọn các biểu thức sau với $x \geq 0$:

a. $2\sqrt{3x} - 4\sqrt{3x} + 27 - 3\sqrt{3x}$ b. $3\sqrt{2x} - 5\sqrt{8x} + 7\sqrt{18x} + 28$

47. Rút gọn:

a. $\dfrac{2}{x^2 - y^2}\sqrt{\dfrac{3(x+y)^2}{2}}$ với $x \geq 0$, $y \geq 0$ và $x \neq y$

b. $\dfrac{2}{2a-1}\sqrt{5a^2(1 - 4a + 4a^2)}$ với $a > 0,5$

GIẢI

43. a. $\sqrt{54} = \sqrt{3^2 . 6} = 3\sqrt{6}$

b. $\sqrt{108} = \sqrt{6^2 . 3} = 6\sqrt{3}$

c. $0,1\sqrt{20000} = 0,1\sqrt{100^2 . 2} = 10\sqrt{2}$

d. $-0,05\sqrt{28800} = -0,05\sqrt{120^2 . 2} = -6\sqrt{2}$

e. $\sqrt{7 . 63 . a^2} = \sqrt{7^2 . 3^2 . a^2} = 7 . 3 . |a| = 21\,|a| = \begin{cases} 21a \text{ (nếu } a \geq 0) \\ -21a \text{ (nếu } a < 0) \end{cases}$

44. • $3\sqrt{5} = \sqrt{3^2 . 5} = \sqrt{45}$ • $-5\sqrt{2} = -\sqrt{5^2 . 2} = -\sqrt{50}$

• $-\dfrac{2}{3}\sqrt{xy} = -\sqrt{\left(\dfrac{2}{3}\right)^2 xy} = -\sqrt{\dfrac{4}{9}xy}$ • $x\sqrt{\dfrac{2}{x}} = \sqrt{x^2 . \dfrac{2}{x}} = \sqrt{2x}$

45. a. $\sqrt{12} = \sqrt{2^2 . 3} = 2\sqrt{3} < 3\sqrt{3}$

b. $7 = \sqrt{49}$; $3\sqrt{5} = \sqrt{3^2 . 5} = \sqrt{45}$; $\sqrt{49} > \sqrt{45}$ nên $7 > 3\sqrt{5}$

c. $\dfrac{1}{3}\sqrt{51} = \sqrt{\left(\dfrac{1}{3}\right)^2 . 51} = \sqrt{\dfrac{17}{3}}$; $\dfrac{1}{5}\sqrt{150} = \sqrt{\left(\dfrac{1}{5}\right)^2 . 150} = \sqrt{6}$

Vì $\sqrt{\dfrac{17}{3}} < \sqrt{6}$ nên $\dfrac{1}{3}\sqrt{51} < \dfrac{1}{5}\sqrt{150}$

d. $\dfrac{1}{2}\sqrt{6} = \sqrt{\left(\dfrac{1}{2}\right)^2 . 6} = \sqrt{\dfrac{3}{2}}$; $6\sqrt{\dfrac{1}{2}} = \sqrt{6^2 . \dfrac{1}{2}} = \sqrt{18}$

Vì $\sqrt{\dfrac{3}{2}} < \sqrt{18}$ nên $\dfrac{1}{2}\sqrt{6} < 6\sqrt{\dfrac{1}{2}}$

46. a. $2\sqrt{3x} - 4\sqrt{3x} + 27 - 3\sqrt{3x} = 27 - 5\sqrt{3x}$

b. $3\sqrt{2x} - 5\sqrt{8x} + 7\sqrt{18x} + 28 = 3\sqrt{2x} - 5\sqrt{2^2 . 2x} + 7\sqrt{3^2 . 2x} + 28$

$= 3\sqrt{2x} - 10\sqrt{2x} + 21\sqrt{2x} + 28 = 14\sqrt{2x} + 28$

47. a. $\frac{2}{x^2 - y^2} \cdot \sqrt{\frac{3(x+y)^2}{2}} = \frac{2}{x^2 - y^2} |x + y| \sqrt{\frac{3}{2}}$

$= \frac{x+y}{x^2 - y^2} \sqrt{2^2 \cdot \frac{3}{2}} = \frac{\sqrt{6}}{x - y}$ (vì $x \geq 0$, $y \geq 0$, $x \neq y$ nên $x + y > 0$)

b. $\frac{2}{2a - 1} \sqrt{5a^2 (1 - 4a + 4a^2)} = \frac{2}{2a - 1} \sqrt{5a^2 (1 - 2a)^2}$

$= \frac{2|a| \cdot |1 - 2a| \sqrt{5}}{2a - 1} = \frac{2 \cdot a(2a - 1)\sqrt{5}}{2a - 1} = 2\sqrt{5}\, a$

(vì $a > 0{,}5$ nên $a > 0$; $1 - 2a < 0$)

BÀI TẬP TỰ LUYỆN

Bài 1 So sánh: **a.** $-5\sqrt{3}$ và $-3\sqrt{5}$ **b.** $2\sqrt{\sqrt{3}}$ và $\sqrt{3\sqrt{5}}$

Bài 2 Rút gọn: $\frac{1}{2 - 5a} \sqrt{4a^4 (25a^2 - 20a + 4)}$

Bài 3 Tìm x biết: $\sqrt{9x - 9} + \sqrt{4x - 4} - \sqrt{36x - 36} = -12$

§7. BIẾN ĐỔI ĐƠN GIẢN BIỂU THỨC CHỨA CĂN THỨC BẬC HAI (tiếp theo)

1. Khử mẫu của biểu thức lấy căn:

Với các biểu thức A, B mà $A, B \geq 0$ và $B \neq 0$, ta có: $\sqrt{\frac{A}{B}} = \frac{\sqrt{AB}}{|B|}$

2. Trục căn thức ở mẫu:

a. Với các biểu thức A, B mà $B > 0$, ta có: $\frac{A}{\sqrt{B}} = \frac{A\sqrt{B}}{B}$

b. Với các biểu thức A, B, C mà $A \geq 0$ và $A \neq B^2$, ta có: $\frac{C}{\sqrt{A} \pm B} = \frac{C(\sqrt{A} \mp B)}{A - B^2}$

c. Với các biểu thức A, B, C mà $A \geq 0$, $B \geq 0$ và $A \neq B$, ta có:

$\frac{C}{\sqrt{A} \pm \sqrt{B}} = \frac{C(\sqrt{A} \mp \sqrt{B})}{A - B}$

BÀI TẬP (Bài tập trang 29 - SGK)

Khử mẫu của biểu thức lấy căn (các bài 48 và 49)

48. $\sqrt{\frac{1}{600}}$; $\sqrt{\frac{11}{540}}$; $\sqrt{\frac{3}{50}}$; $\sqrt{\frac{5}{98}}$; $\sqrt{\frac{(1 - \sqrt{3})^2}{27}}$

49. $ab\sqrt{\frac{a}{b}}$; $\frac{a}{b}\sqrt{\frac{b}{a}}$; $\sqrt{\frac{1}{b}+\frac{1}{b^2}}$; $\sqrt{\frac{9a^3}{36b}}$; $3xy\sqrt{\frac{2}{xy}}$

(Giả thiết các biểu thức có nghĩa)

Trục căn thức ở mẫu với giả thiết các biểu thức chữ đều có nghĩa (từ bài 50 đến bài 52)

50. $\frac{5}{\sqrt{10}}$; $\frac{5}{2\sqrt{5}}$; $\frac{1}{3\sqrt{20}}$; $\frac{2\sqrt{2}+2}{5\sqrt{2}}$; $\frac{y+b.\sqrt{y}}{b.\sqrt{y}}$

51. $\frac{3}{\sqrt{3}+1}$; $\frac{2}{\sqrt{3}-1}$; $\frac{b}{3+\sqrt{b}}$; $\frac{p}{2\sqrt{p}-1}$ $\frac{2+\sqrt{3}}{2-\sqrt{3}}$;

52. $\frac{2}{\sqrt{6}-\sqrt{5}}$; $\frac{3}{\sqrt{10}+\sqrt{7}}$; $\frac{1}{\sqrt{x}-\sqrt{y}}$; $\frac{2ab}{\sqrt{a}-\sqrt{b}}$

GIẢI

48. • $\sqrt{\frac{1}{600}} = \sqrt{\frac{6}{600.6}} = \sqrt{\frac{6}{60^2}} = \frac{\sqrt{6}}{60}$

• $\sqrt{\frac{11}{540}} = \sqrt{\frac{11.15}{540.15}} = \sqrt{\frac{165}{90^2}} = \frac{\sqrt{165}}{90}$

• $\sqrt{\frac{3}{50}} = \sqrt{\frac{3.2}{50.2}} = \sqrt{\frac{6}{10^2}} = \frac{\sqrt{6}}{10}$; • $\sqrt{\frac{5}{98}} = \sqrt{\frac{5.2}{98.2}} = \sqrt{\frac{10}{14^2}} = \frac{\sqrt{10}}{14}$

• $\sqrt{\frac{(1-\sqrt{3})^2}{27}} = \sqrt{\frac{3(1-\sqrt{3})^2}{27.3}} = \sqrt{\frac{3(1-\sqrt{3})^2}{9^2}} = \frac{|1-\sqrt{3}|\sqrt{3}}{9} = \frac{(\sqrt{3}-1)\sqrt{3}}{9}$

49. • $ab\sqrt{\frac{a}{b}} = ab\sqrt{\frac{ab}{b^2}} = \frac{ab\sqrt{ab}}{|b|} = \begin{cases} a\sqrt{ab} \text{ (nếu } a \geq 0, b > 0) \\ -a\sqrt{ab} \text{ (nếu } a \leq 0, b < 0) \end{cases}$

• $\frac{a}{b}\sqrt{\frac{b}{a}} = \frac{a}{b}\sqrt{\frac{ab}{a^2}} = \frac{a\sqrt{ab}}{b|a|} = \begin{cases} \frac{\sqrt{ab}}{b} \text{ (nếu } a > 0, b > 0) \\ \frac{-\sqrt{ab}}{b} \text{ (nếu } a < 0, b < 0) \end{cases}$

• $\sqrt{\frac{1}{b}+\frac{1}{b^2}} = \sqrt{\frac{b+1}{b^2}} = \frac{\sqrt{b+1}}{|b|} = \begin{cases} \frac{\sqrt{b+1}}{b} \text{ (nếu } b > 0) \\ \frac{-\sqrt{b+1}}{b} \text{ (nếu } -1 \leq b < 0) \end{cases}$

- $\sqrt{\dfrac{9a^3}{36b}} = \sqrt{\dfrac{9a^3b}{36b^2}} = \dfrac{3|a|\sqrt{ab}}{6|b|} = \dfrac{a\sqrt{ab}}{2b}$

- $3xy\sqrt{\dfrac{2}{xy}} = 3xy\sqrt{\dfrac{2xy}{(xy)^2}} = \dfrac{3xy\sqrt{2xy}}{|xy|} = 3\sqrt{2xy}$

50. • $\dfrac{5}{\sqrt{10}} = \dfrac{5\sqrt{10}}{10} = \dfrac{\sqrt{10}}{2}$ • $\dfrac{5}{2\sqrt{5}} = \dfrac{5\sqrt{5}}{2.5} = \dfrac{\sqrt{5}}{2}$

• $\dfrac{1}{3\sqrt{20}} = \dfrac{\sqrt{5}}{3\sqrt{20}\sqrt{5}} = \dfrac{\sqrt{5}}{3.10} = \dfrac{\sqrt{5}}{30}$ • $\dfrac{2\sqrt{2}+2}{5\sqrt{2}} = \dfrac{\sqrt{2}(2+\sqrt{2})}{5\sqrt{2}} = \dfrac{2+\sqrt{2}}{5}$

• $\dfrac{y+b\sqrt{y}}{b\sqrt{y}} = \dfrac{\sqrt{y}(\sqrt{y}+b)}{b\sqrt{y}} = \dfrac{\sqrt{y}+b}{b}$

51. • $\dfrac{3}{\sqrt{3}+1} = \dfrac{3(\sqrt{3}-1)}{3-1} = \dfrac{3(\sqrt{3}-1)}{2}$ • $\dfrac{2}{\sqrt{3}-1} = \dfrac{2(\sqrt{3}+1)}{3-1} = \sqrt{3}+1$

• $\dfrac{b}{3+\sqrt{b}} = \dfrac{b(3-\sqrt{b})}{9-b}$ • $\dfrac{p}{2\sqrt{p}-1} = \dfrac{p(2\sqrt{p}+1)}{(2\sqrt{p})^2-1^2} = \dfrac{2p\sqrt{p}+p}{4p-1}$

• $\dfrac{2+\sqrt{3}}{2-\sqrt{3}} = \dfrac{(2+\sqrt{3})^2}{2^2-3} = (2+\sqrt{3})^2 = 4+4\sqrt{3}+3 = 7+4\sqrt{3}$

52. • $\dfrac{2}{\sqrt{6}-\sqrt{5}} = \dfrac{2(\sqrt{6}+\sqrt{5})}{6-5} = 2(\sqrt{6}+\sqrt{5})$ • $\dfrac{3}{\sqrt{10}+\sqrt{7}} = \dfrac{3(\sqrt{10}-\sqrt{7}}{10-7)} = \sqrt{10}-\sqrt{7}$

• $\dfrac{1}{\sqrt{x}-\sqrt{y}} = \dfrac{\sqrt{x}+\sqrt{y}}{x-y}$ • $\dfrac{2ab}{\sqrt{a}-\sqrt{b}} = \dfrac{2ab(\sqrt{a}+\sqrt{b})}{a-b}$

BÀI TẬP TỰ LUYỆN

Bài 1 Tính (Rút gọn):

a. $\dfrac{1}{\sqrt{1}+\sqrt{2}} + \dfrac{1}{\sqrt{2}+\sqrt{3}} + \dfrac{1}{\sqrt{3}+\sqrt{4}} + \ldots + \dfrac{1}{\sqrt{99}+\sqrt{100}}$

b. $\dfrac{1}{\sqrt{1}-\sqrt{2}} + \dfrac{1}{\sqrt{2}-\sqrt{3}} + \ldots + \dfrac{1}{\sqrt{63}-\sqrt{64}}$

Bài 2 Cho $A = \dfrac{1}{x^2-\sqrt{x}} : \dfrac{\sqrt{x}+1}{x\sqrt{x}+x+\sqrt{x}}$

a. Tìm điều kiện của x để A có nghĩa.

b. Rút gọn A.

LUYỆN TẬP (Bài tập trang 30 - SGK)

53. Rút gọn các biểu thức sau (giả thiết các biểu thức chữ đều có nghĩa):

a. $\sqrt{18(\sqrt{2}-\sqrt{3})^2}$ b. $ab\sqrt{1+\dfrac{1}{a^2b^2}}$

c. $\sqrt{\dfrac{a}{b^3}+\dfrac{a}{b^4}}$ d. $\dfrac{a+\sqrt{ab}}{\sqrt{a}+\sqrt{b}}$

54. Rút gọn các biểu thức sau (giả thiết các biểu thức chữ đều có nghĩa):

$\dfrac{2+\sqrt{2}}{1+\sqrt{2}}$; $\dfrac{\sqrt{15}-\sqrt{5}}{1-\sqrt{3}}$; $\dfrac{2\sqrt{3}-\sqrt{6}}{\sqrt{8}-2}$; $\dfrac{a-\sqrt{a}}{1-\sqrt{a}}$; $\dfrac{p-2\sqrt{p}}{\sqrt{p}-2}$

55. Phân tích thành nhân tử (với a, b, x, y là các số không âm)

a. $ab+b\sqrt{a}+\sqrt{a}+1$

b. $\sqrt{x^3}-\sqrt{y^3}+\sqrt{x^2y}-\sqrt{xy^2}$

56. Sắp xếp theo thứ tự tăng dần

a. $3\sqrt{5}, 2\sqrt{6}, \sqrt{29}, 4\sqrt{2}$ b. $6\sqrt{2}, \sqrt{38}, 3\sqrt{7}, 2\sqrt{14}$

57. $\sqrt{25x}-\sqrt{16x}=9$ khi x bằng

(A) 1 ; **(B)** 3 ; **(C)** 9 ; **(D)** 81

Hãy chọn câu trả lời đúng.

GIẢI

53. a. $\sqrt{18(\sqrt{2}-\sqrt{3})^2}=\sqrt{3^2.2.(\sqrt{2}-\sqrt{3})^2}=3|\sqrt{2}-\sqrt{3}|\sqrt{2}=3(\sqrt{3}-\sqrt{2})\sqrt{2}$

$=3\sqrt{6}-6$ (vì $\sqrt{3}>\sqrt{2} \Leftrightarrow \sqrt{3}-\sqrt{2}>0$)

b. $ab\sqrt{1+\dfrac{1}{a^2b^2}}=ab\sqrt{\dfrac{a^2b^2+1}{a^2b^2}}=\dfrac{ab\sqrt{a^2b^2+1}}{|ab|}=\begin{cases}\sqrt{a^2b^2+1} & (\text{với } ab>0)\\ -\sqrt{a^2b^2+1} & (\text{với } ab<0)\end{cases}$

c. $\sqrt{\dfrac{a}{b^3}+\dfrac{a}{b^4}}=\sqrt{\dfrac{ab+a}{b^4}}=\dfrac{\sqrt{ab+a}}{|b^2|}=\dfrac{\sqrt{ab+a}}{b^2}$

d. $\dfrac{a+\sqrt{ab}}{\sqrt{a}+\sqrt{b}}=\dfrac{\sqrt{a}(\sqrt{a}+\sqrt{b})}{\sqrt{a}+\sqrt{b}}=\sqrt{a}$

54. • $\dfrac{2+\sqrt{2}}{1+\sqrt{2}}=\dfrac{\sqrt{2}(\sqrt{2}+1)}{1+\sqrt{2}}=\sqrt{2}$

• $\dfrac{\sqrt{15}-\sqrt{5}}{1-\sqrt{3}}=\dfrac{\sqrt{5}(\sqrt{3}-1)}{1-\sqrt{3}}=-\sqrt{5}$

• $\dfrac{2\sqrt{3}-\sqrt{6}}{\sqrt{8}-2}=\dfrac{\sqrt{2}\sqrt{2}\sqrt{3}-\sqrt{6}}{\sqrt{4.2}-2}=\dfrac{\sqrt{6}(\sqrt{2}-1)}{2(\sqrt{2}-1)}=\dfrac{\sqrt{6}}{2}$

- $\dfrac{a-\sqrt{a}}{1-\sqrt{a}} = \dfrac{\sqrt{a}\,(\sqrt{a}-1)}{1-\sqrt{a}} = -\sqrt{a}$
- $\dfrac{p-2\sqrt{p}}{\sqrt{p}-2} = \dfrac{\sqrt{p}\,(\sqrt{p}-2)}{\sqrt{p}-2} = \sqrt{p}$

55. **a.** $ab + b\sqrt{a} + \sqrt{a} + 1 = b\sqrt{a}\,(\sqrt{a}+1) + (\sqrt{a}+1) = (\sqrt{a}+1)(b\sqrt{a}+1)$

b. $\sqrt{x^3} - \sqrt{y^3} + \sqrt{x^2y} - \sqrt{xy^2} = (\sqrt{x^3} + \sqrt{x^2y}) - (\sqrt{y^3} + \sqrt{xy^2})$

$= \sqrt{x^2}(\sqrt{x}+\sqrt{y}) - \sqrt{y^2}(\sqrt{y}+\sqrt{x}) = (\sqrt{x}+\sqrt{y})(\sqrt{x^2}-\sqrt{y^2}) = (\sqrt{x}+\sqrt{y})(x-y)$

56. **a.** $3\sqrt{5} = \sqrt{3^2.5} = \sqrt{45}$; $2\sqrt{6} = \sqrt{2^2.6} = \sqrt{24}$; $4\sqrt{2} = \sqrt{4^2.2} = \sqrt{32}$

Ta có $\sqrt{24} < \sqrt{29} < \sqrt{32} < \sqrt{45}$. Do đó $2\sqrt{6} < \sqrt{29} < 4\sqrt{2} < 3\sqrt{5}$

b. $6\sqrt{2} = \sqrt{6^2.2} = \sqrt{72}$; $3\sqrt{7} = \sqrt{3^2.7} = \sqrt{63}$; $2\sqrt{14} = \sqrt{2^2.14} = \sqrt{56}$

Ta có $\sqrt{38} < \sqrt{56} < \sqrt{63} < \sqrt{72}$. Do đó $\sqrt{38} < 2\sqrt{14} < 3\sqrt{7} < 6\sqrt{2}$

57. Chọn D

§8. RÚT GỌN BIỂU THỨC CHỨA CĂN THỨC BẬC HAI

BÀI TẬP (Bài tập trang 32 - SGK)

58. Rút gọn các biểu thức sau:

a. $5\sqrt{\dfrac{1}{5}} + \dfrac{1}{2}\sqrt{20} + 5$

b. $\sqrt{\dfrac{1}{2}} + \sqrt{4,5} + \sqrt{12,5}$

c. $\sqrt{20} - \sqrt{45} + 3\sqrt{18} + \sqrt{72}$

d. $0,1 . \sqrt{200} + 2 . \sqrt{0,08} - 0,4 . \sqrt{50}$

59. Rút gọn các biểu thức sau (với $a > 0$, $b > 0$):

a. $5\sqrt{a} - 4b\sqrt{25a^3} + 5a\sqrt{16ab^2} - 2\sqrt{9a}$

b. $5a\sqrt{64ab^3} - \sqrt{3} . \sqrt{12a^3b^3} + 2ab\sqrt{9ab} - 5b\sqrt{81a^3b}$

60. Cho biểu thức $B = \sqrt{16x+16} - \sqrt{9x+9} + \sqrt{4x+4} + \sqrt{x+1}$ với $x \geq -1$.

a. Rút gọn biểu thức B;

b. Tìm x sao cho B có giá trị là 16.

61. Chứng minh các đẳng thức sau:

a. $\dfrac{3}{2}\sqrt{6} + 2\sqrt{\dfrac{2}{3}} - 4\sqrt{\dfrac{3}{2}} = \dfrac{\sqrt{6}}{6}$

b. $\left(x\sqrt{\dfrac{6}{x}} + \sqrt{\dfrac{2x}{3}} + \sqrt{6x}\right) : \sqrt{6x} = 2\dfrac{1}{3}$ với $x > 0$

GIẢI

58. a. $5\sqrt{\frac{1}{5}} + \frac{1}{2}\sqrt{20} + \sqrt{5} = 5\sqrt{\frac{5}{5^2}} + \frac{1}{2}\sqrt{2^2.5} + \sqrt{5} = \sqrt{5} + \sqrt{5} + \sqrt{5} = 3\sqrt{5}$

b. $\sqrt{\frac{1}{2}} + \sqrt{4,5} + \sqrt{12,5} = \sqrt{\frac{1}{2}} + \sqrt{\frac{9}{2}} + \sqrt{\frac{25}{2}} = \sqrt{\frac{1}{2}} + 3\sqrt{\frac{1}{2}} + 5\sqrt{\frac{1}{2}} = 9\sqrt{\frac{1}{2}}$

c. $\sqrt{20} - \sqrt{45} + 3\sqrt{18} + \sqrt{72} = \sqrt{2^2.5} - \sqrt{3^2.5} + 3\sqrt{3^2.2} + \sqrt{6^2.2}$

$= 2\sqrt{5} - 3\sqrt{5} + 9\sqrt{2} + 6\sqrt{2} = -\sqrt{5} + 15\sqrt{2}$

d. $0,1.\sqrt{200} + 2.\sqrt{0,08} + 0,4.\sqrt{50} = 0,1\sqrt{10^2.2} + 2\sqrt{0,2^2.2} + 0,4\sqrt{5^2.2}$

$= \sqrt{2} + 0,4\sqrt{2} + 2\sqrt{2} = 3,4\sqrt{2}$

59. a. $5\sqrt{a} - 4b\sqrt{25a^3} + 5a\sqrt{16ab^2} - 2\sqrt{9a}$

$= 5\sqrt{a} - 4b\sqrt{5^2a^2a} + 5a\sqrt{4^2b^2a} - 2\sqrt{3^2a} = 5\sqrt{a} - 20ab\sqrt{a} + 20ab\sqrt{a} - 6\sqrt{a} = -\sqrt{a}$

b. $5a\sqrt{64ab^3} - \sqrt{3}.\sqrt{12a^3b^3} + 2ab\sqrt{9ab} - 5b\sqrt{81a^3b}$

$= 5a\sqrt{8^2b^2ab} - \sqrt{3}\sqrt{2^2a^2b^23ab} + 2ab\sqrt{3^2ab} - 5b\sqrt{9^2a^2ab}$

$= 40ab\sqrt{ab} - 6ab\sqrt{ab} + 6ab\sqrt{ab} - 45ab\sqrt{ab} = -5ab\sqrt{ab}$

60. a. $B = \sqrt{16(x+1)} - \sqrt{9(x+1)} + \sqrt{4(x+1)} + \sqrt{x+1}$

$= 4\sqrt{x+1} - 3\sqrt{x+1} + 2\sqrt{x+1} + \sqrt{x+1} = 4\sqrt{x+1}$

b. $B = 16 \Leftrightarrow 4\sqrt{x+1} = 16 \Leftrightarrow \sqrt{x+1} = 4 \Leftrightarrow \begin{cases} 4 \geq 0 \\ x+1 = 4^2 \end{cases} \Leftrightarrow x = 15$

61. a. $\frac{3}{2}\sqrt{6} + 2\sqrt{\frac{2}{3}} - 4\sqrt{\frac{3}{2}} = \frac{3}{2}\sqrt{6} + 2\sqrt{\frac{6}{3^2}} - 4\sqrt{\frac{6}{2^2}} = \frac{3\sqrt{6}}{2} + \frac{2\sqrt{6}}{3} - \frac{4\sqrt{6}}{2} = \frac{\sqrt{6}}{6}$

b. $\left(x\sqrt{\frac{6}{x}} + \sqrt{\frac{2x}{3}} + \sqrt{6x}\right) : \sqrt{6x} = \left(x\sqrt{\frac{6x}{x^2}} + \sqrt{\frac{6x}{3^2}} + \sqrt{6x}\right) : \sqrt{6x}$

$= \left(\sqrt{6x} + \frac{\sqrt{6x}}{3} + \sqrt{6x}\right) : \sqrt{6x} = \left(2\frac{1}{3}\sqrt{6x}\right) : \sqrt{6x} = 2\frac{1}{3}$

BÀI TẬP TỰ LUYỆN

Bài 1 Rút gọn: $\left(\frac{1 - a\sqrt{a}}{1 - \sqrt{a}} + \sqrt{a}\right) : \left(\frac{1 - a}{1 - \sqrt{a}}\right)^2$

Bài 2 a. Chứng minh rằng $x > 1$ ta có $\frac{x}{\sqrt{x-1}} \geq 2$

b. Cho $a > 1$, $b > 1$. Chứng minh rằng: $\frac{a^2}{b-1} + \frac{b^2}{a-1} \geq 8$

LUYỆN TẬP (Bài tập trang 33 - SGK)

Rút gọn các biểu thức sau (các bài 62 và 63):

62.

a. $\frac{1}{2}\sqrt{48} - 2\sqrt{75} - \frac{\sqrt{33}}{\sqrt{11}} + 5\sqrt{1\frac{1}{3}}$

b. $\sqrt{150} + \sqrt{1,6}\,.\,\sqrt{60} + 4,5\,.\,\sqrt{2\frac{2}{3}} - \sqrt{6}$

c. $(\sqrt{28} - 2\sqrt{3} + \sqrt{7})\sqrt{7} + \sqrt{84}$

d. $(\sqrt{6} + \sqrt{5})^2 - \sqrt{120}$

63.

a. $\sqrt{\frac{a}{b}} + \sqrt{ab} + \frac{a}{b}\sqrt{\frac{b}{a}}$ với $a > 0$ và $b > 0$

b. $\sqrt{\frac{m}{1 - 2x + x^2}}\,.\,\sqrt{\frac{4m - 8mx + 4mx^2}{81}}$ với $m > 0$ và $x \neq 1$

64. Chứng minh các đẳng thức sau:

a. $\left(\frac{1 - a\sqrt{a}}{1 - \sqrt{a}} + \sqrt{a}\right)\left(\frac{1 - \sqrt{a}}{1 - a}\right)^2 = 1$ với $a \geqslant 0$ và $a \neq 1$

b. $\frac{a + b}{b^2}\sqrt{\frac{a^2b^4}{a^2 + 2ab + b^2}} = |a|$ với $a + b > 0$ và $b \neq 0$

65. Rút gọn rồi so sánh giá trị của M với 1, biết:

$$M = \left(\frac{1}{a - \sqrt{a}} + \frac{1}{\sqrt{a} - 1}\right) : \frac{\sqrt{a} + 1}{a - 2\sqrt{a} + 1} \text{ với } a > 0;\ a \neq 1$$

66. Giá trị của biểu thức $\frac{1}{2 + \sqrt{3}} + \frac{1}{2 - \sqrt{3}}$ bằng:

(A) $\frac{1}{2}$; **(B)** 1 ; **(C)** -4 ; **(D)** 4

Hãy chọn câu trả lời đúng.

GIẢI

62. a. $\frac{1}{2}\sqrt{48} - 2\sqrt{75} - \frac{\sqrt{33}}{\sqrt{11}} + 5\sqrt{1\frac{1}{3}} = \frac{1}{2}\sqrt{4^2.3} - 2\sqrt{5^2.3} - \sqrt{\frac{33}{11}} + 5\sqrt{\frac{4.3}{3^2}}$

$= 2\sqrt{3} - 10\sqrt{3} - \sqrt{3} + \frac{10\sqrt{3}}{3} = \frac{-17\sqrt{3}}{3}$

b. $\sqrt{150} + \sqrt{1,6}\,.\,\sqrt{60} + 4,5\,.\,\sqrt{2\frac{2}{3}} - \sqrt{6} = \sqrt{5^2.6} + \sqrt{4^2.6} + 4,5\sqrt{\frac{8.3}{3^2}} - \sqrt{6}$

$= 5\sqrt{6} + 4\sqrt{6} + 3\sqrt{6} - \sqrt{6} = 11\sqrt{6}$

c. $(\sqrt{28} - 2\sqrt{3} + \sqrt{7})\sqrt{7} + \sqrt{84} = (\sqrt{2^2.7} - 2\sqrt{3} + \sqrt{7})\sqrt{7} + \sqrt{2^2.21}$

$= (2\sqrt{7} - 2\sqrt{3} + \sqrt{7})\sqrt{7} + 2\sqrt{21} = 14 - 2\sqrt{21} + 7 + 2\sqrt{21} = 21$

d. $(\sqrt{6} + \sqrt{5})^2 - \sqrt{120} = 6 + 2\sqrt{30} + 5 - \sqrt{2^2.30} = 11 + 2\sqrt{30} - 2\sqrt{30} = 11$

63. a. $\sqrt{\frac{a}{b}} + \sqrt{ab} + \frac{a}{b}\sqrt{\frac{b}{a}} = \sqrt{\frac{ab}{b^2}} + \sqrt{ab} + \frac{a}{b}\sqrt{\frac{ab}{a^2}}$

$= \frac{\sqrt{ab}}{b} + \sqrt{ab} + \frac{\sqrt{ab}}{b} = \frac{(b+2)\sqrt{ab}}{b}$

b. $\sqrt{\frac{m}{1-2x+x^2}} \cdot \sqrt{\frac{4m-8mx+4mx^2}{81}} = \sqrt{\frac{m}{(1-x)^2}} \cdot \sqrt{\frac{4m(1-2x+x^2)}{81}}$

$= \sqrt{\frac{m}{(1-x)^2}} \sqrt{\frac{4m(1-x)^2}{81}} = \sqrt{\frac{4m^2}{81}} = \frac{\sqrt{4m^2}}{\sqrt{81}} = \frac{|2m|}{9} = \frac{2m}{9}$

64. a. $\left(\frac{1-a\sqrt{a}}{1-\sqrt{a}} + \sqrt{a}\right)\left(\frac{1-\sqrt{a}}{1-a}\right)^2 = \left[\frac{1^3-(\sqrt{a})^3}{1-\sqrt{a}} + \sqrt{a}\right]\left[\frac{1-\sqrt{a}}{1-(\sqrt{a})^2}\right]^2$

$= \left[1+\sqrt{a}+(\sqrt{a})^2+\sqrt{a}\right]\left(\frac{1}{1+\sqrt{a}}\right)^2 = (1+\sqrt{a})^2 \cdot \frac{1^2}{(1+\sqrt{a})^2} = 1$

b. $\frac{a+b}{b^2}\sqrt{\frac{a^2b^4}{a^2+2ab+b^2}} = \frac{a+b}{b^2}\sqrt{\frac{a^2b^4}{(a+b)^2}} = \frac{(a+b)\sqrt{a^2b^4}}{b^2\sqrt{(a+b)^2}}$

$= \frac{(a+b)|ab^2|}{b^2|a+b|} = \frac{(a+b)b^2|a|}{b^2(a+b)} = |a|$

65. $M = \left[\frac{1}{\sqrt{a}(\sqrt{a}-1)} + \frac{1}{\sqrt{a}-1}\right] : \frac{\sqrt{a}+1}{(\sqrt{a}-1)^2} = \frac{1+\sqrt{a}}{\sqrt{a}(\sqrt{a}-1)} \cdot \frac{(\sqrt{a}-1)^2}{\sqrt{a}+1}$

$= \frac{\sqrt{a}-1}{\sqrt{a}} = 1 - \frac{1}{\sqrt{a}} < 1$

66. $\frac{1}{2+\sqrt{3}} + \frac{1}{2-\sqrt{3}} = \frac{2-\sqrt{3}}{2^2-3} + \frac{2+\sqrt{3}}{2^2-3} = 2-\sqrt{3}+2+\sqrt{3} = 4$

Vì vậy chọn (D)

§9. CĂN BẬC BA

1. Khái niệm căn bậc ba:

Định nghĩa: Căn bậc ba của một số a là số x sao cho $x^3 = a$

Mỗi số a đều có duy nhất một căn bậc ba.

Căn bậc ba của số a được kí hiệu là $\sqrt[3]{a}$

Chú ý: $(\sqrt[3]{a})^3 = \sqrt[3]{a^3} = a$

2. Tính chất:

a. $a < b \Leftrightarrow \sqrt[3]{a} < \sqrt[3]{b}$

b. $\sqrt[3]{ab} = \sqrt[3]{a}\sqrt[3]{b}$; Với $b \neq 0$ ta có $\sqrt[3]{\frac{a}{b}} = \frac{\sqrt[3]{a}}{\sqrt[3]{b}}$

BÀI TẬP (Bài tập trang 36 - SGK)

67. Hãy tìm:

$\sqrt[3]{512}$; $\sqrt[3]{-729}$; $\sqrt[3]{0,064}$; $\sqrt[3]{-0,216}$; $\sqrt[3]{-0,008}$

68. Tính:

a. $\sqrt[3]{27} - \sqrt[3]{-8} - \sqrt[3]{125}$ **b.** $\dfrac{\sqrt[3]{135}}{\sqrt[3]{5}} - \sqrt[3]{54} \cdot \sqrt[3]{4}$

69. So sánh:

a. 5 và $\sqrt[3]{123}$ **b.** $5\sqrt[3]{6}$ và $6\sqrt[3]{5}$

GIẢI

67. $\sqrt[3]{512} = \sqrt[3]{8^3} = 8$; $\sqrt[3]{-729} = \sqrt[3]{(-9)^3} = 9$

$\sqrt[3]{0,064} = \sqrt[3]{0,4^3} = 0,4$; $\sqrt[3]{-0,216} = \sqrt[3]{(-0,6)^3} = -0,6$; $\sqrt[3]{-0,008} = \sqrt[3]{(-0,2)^3} = -0,2$

68. a. $\sqrt[3]{27} - \sqrt[3]{-8} - \sqrt[3]{125} = 3 - (-2) - 5 = 3 + 2 - 5 = 0$

b. $\dfrac{\sqrt[3]{135}}{\sqrt[3]{5}} - \sqrt[3]{54} \cdot \sqrt[3]{4} = \sqrt[3]{\dfrac{135}{5}} - \sqrt[3]{27}\sqrt[3]{8} = 3 - 3 \cdot 2 = -3$

69. a. $5 = \sqrt[3]{5^3} = \sqrt[3]{125} > \sqrt[3]{123}$

b. $5\sqrt[3]{6} = \sqrt[3]{125}\sqrt[3]{6} = \sqrt[3]{125 \cdot 6} = \sqrt[3]{750}$;

$6\sqrt[3]{5} = \sqrt[3]{216} \cdot \sqrt[3]{5} = \sqrt[3]{216 \cdot 5} = \sqrt[3]{1080}$

Ta có $\sqrt[3]{750} < \sqrt[3]{1080}$ nên $5\sqrt[3]{6} < 6\sqrt[3]{5}$

BÀI TẬP TỰ LUYỆN

Bài 1 Tính:

$\sqrt[3]{-0,125}$; $\sqrt[3]{\sqrt{729}}$; $\sqrt[3]{7 + 5\sqrt{2}} - \sqrt{2}$

Bài 2 So sánh:

a. $3\sqrt[3]{2}$ và $2\sqrt[3]{3}$ **b.** $-2\sqrt[3]{5}$ và $-5\sqrt[3]{2}$

ÔN TẬP CHƯƠNG I

CÁC CÔNG THỨC BIẾN ĐỔI CĂN THỨC

1. $\sqrt{A^2} = |A|$.
2. $\sqrt{AB} = \sqrt{A}\sqrt{B}$ (với $A \geq 0$ và $B \geq 0$).
3. $\sqrt{\dfrac{A}{B}} = \dfrac{\sqrt{A}}{\sqrt{B}}$ (với $A \geq 0$ và $B > 0$).
4. $\sqrt{A^2B} = |A|\sqrt{B}$ (với $B \geq 0$)
5. $A\sqrt{B} = \sqrt{A^2B}$ (với $A \geq 0$ và $B \geq 0$).

   $A\sqrt{B} = -\sqrt{A^2B}$ (với $A < 0$ và $B \geq 0$)
6. $\sqrt{\dfrac{A}{B}} = \dfrac{1}{|B|}\sqrt{AB}$ (với $AB \geq 0$ và $B \neq 0$).
7. $\dfrac{A}{\sqrt{B}} = \dfrac{A\sqrt{B}}{B}$ (với $B > 0$).
8. $\dfrac{C}{\sqrt{A} \pm B} = \dfrac{C(\sqrt{A} \mp B)}{A - B^2}$ (với $A \geq 0$ và $A \neq B^2$).
9. $\dfrac{C}{\sqrt{A} \pm \sqrt{B}} = \dfrac{C(\sqrt{A} \mp \sqrt{B})}{A - B}$ (với $A \geq 0$, $B \geq 0$ và $A \neq B$).

BÀI TẬP (Bài tập trang 40 - SGK)

70. Tìm giá trị các biểu thức sau bằng cách biến đổi, rút gọn thích hợp:

a. $\sqrt{\dfrac{25}{81} \cdot \dfrac{16}{49} \cdot \dfrac{196}{9}}$

b. $\sqrt{3\dfrac{1}{16} \cdot 2\dfrac{14}{25} \cdot 2\dfrac{34}{81}}$

c. $\dfrac{\sqrt{640} \cdot \sqrt{34,3}}{\sqrt{567}}$

d. $\sqrt{21,6} \cdot \sqrt{810} \cdot \sqrt{11^2 - 5^2}$

71. Rút gọn các biểu thức sau:

a. $(\sqrt{8} - 3 \cdot \sqrt{2} + \sqrt{10})\sqrt{2} - \sqrt{5}$

b. $0,2\sqrt{(-10)^2 \cdot 3} + 2\sqrt{(\sqrt{3} - \sqrt{5})^2}$

c. $\left(\dfrac{1}{2} \cdot \sqrt{\dfrac{1}{2}} - \dfrac{3}{2} \cdot \sqrt{2} + \dfrac{4}{5} \cdot \sqrt{200}\right) : \dfrac{1}{8}$

d. $2\sqrt{(\sqrt{2} - 3)^2} + \sqrt{2 \cdot (-3)^2} - 5\sqrt{(-1)^4}$

72. Phân tích thành nhân tử (với các số x, y, a, b không âm và $a \geq b$)

a. $xy - y\sqrt{x} + \sqrt{x} - 1$

b. $\sqrt{ax} - \sqrt{by} + \sqrt{bx} - \sqrt{ay}$

c. $\sqrt{a + b} + \sqrt{a^2 - b^2}$

d. $12 - \sqrt{x} - x$

73. Rút gọn rồi tính giá trị của các biểu thức sau:

a. $\sqrt{-9a} - \sqrt{9 + 12a + 4a^2}$ tại $a = -9$

b. $1 + \dfrac{3m}{m-2}\sqrt{m^2 - 4m + 4}$ tại $m = 1,5$

c. $\sqrt{1 - 10a + 25a^2} - 4a$ tại $a = \sqrt{2}$

d. $4x - \sqrt{9x^2 + 6x + 1}$ tại $x = -\sqrt{3}$

74. Tìm x, biết:

a. $\sqrt{(2x-1)^2} = 3$

b. $\dfrac{5}{3}\sqrt{15x} - \sqrt{15x} - 2 = \dfrac{1}{3}\sqrt{15x}$

75. Chứng minh các đẳng thức sau:

a. $\left(\dfrac{2\sqrt{3} - \sqrt{6}}{\sqrt{8} - 2} - \dfrac{\sqrt{216}}{3}\right) \cdot \dfrac{1}{\sqrt{6}} = -1,5$

b. $\left(\dfrac{\sqrt{14} - \sqrt{7}}{1 - \sqrt{2}} + \dfrac{\sqrt{15} - \sqrt{5}}{1 - \sqrt{3}}\right) : \dfrac{1}{\sqrt{7} - \sqrt{5}} = -2$

c. $\dfrac{a\sqrt{b} + b\sqrt{a}}{\sqrt{ab}} : \dfrac{1}{\sqrt{a} - \sqrt{b}} = a - b$ với a, b dương và $a \neq b$

d. $\left(1 + \dfrac{a + \sqrt{a}}{\sqrt{a} + 1}\right)\left(1 - \dfrac{a - \sqrt{a}}{\sqrt{a} - 1}\right) = 1 - a$ với $a \geqslant 0$ và $a \neq 1$

76. Cho biểu thức:

$$Q = \frac{a}{\sqrt{a^2 - b^2}} - \left(1 + \frac{a}{\sqrt{a^2 - b^2}}\right) : \frac{b}{a - \sqrt{a^2 - b^2}} \text{ với } a > b > 0.$$

a. Rút gọn Q;

b. Xác định giá trị của Q khi $a = 3b$.

GIẢI

70. a. $\sqrt{\dfrac{25}{81} \cdot \dfrac{16}{49} \cdot \dfrac{196}{9}} = \sqrt{\dfrac{25}{81}} \cdot \sqrt{\dfrac{16}{49}} \cdot \sqrt{\dfrac{196}{9}} = \dfrac{5}{9} \cdot \dfrac{4}{7} \cdot \dfrac{14}{3} = \dfrac{40}{27}$

b. $\sqrt{3\dfrac{1}{16} \cdot 2\dfrac{14}{25} \cdot 2\dfrac{34}{81}} = \sqrt{\dfrac{49}{16} \cdot \dfrac{64}{25} \cdot \dfrac{196}{81}}$

$= \sqrt{\dfrac{49}{16}} \cdot \sqrt{\dfrac{64}{25}} \cdot \sqrt{\dfrac{196}{81}} = \dfrac{7}{4} \cdot \dfrac{8}{5} \cdot \dfrac{14}{9} = \dfrac{196}{45}$

c. $\dfrac{\sqrt{640}\,\sqrt{34,3}}{\sqrt{567}} = \sqrt{\dfrac{640 \,.\, 34,3}{567}} = \sqrt{\dfrac{64 \,.\, 49}{81}} = \dfrac{\sqrt{64}\,\sqrt{49}}{\sqrt{81}} = \dfrac{8 \,.\, 7}{9} = \dfrac{56}{9}$

d. $\sqrt{21,6} \,.\, \sqrt{810} \,.\, \sqrt{11^2 - 5^2} = \sqrt{21,6 \,.\, 810 \,.\, (11^2 - 5^2)}$

$= \sqrt{216 \,.\, 81 \,.\, (11 + 5)(11 - 5)}$

$= \sqrt{36^2 \,.\, 9^2 \,.\, 4^2} = 36 \,.\, 9 \,.\, 4 = 1296$

71. **a.** $(\sqrt{8} - 3\sqrt{2} + \sqrt{10})\sqrt{2} - \sqrt{5} = \sqrt{16} - 6 + \sqrt{20} - \sqrt{5}$

$= 4 - 6 + 2\sqrt{5} - \sqrt{5} = -2 + \sqrt{5}$

b. $0,2\sqrt{(-10)^2 . 3} + 2\sqrt{(\sqrt{3} - \sqrt{5})^2} = 0,2|-10|\sqrt{3} + 2|\sqrt{3} - \sqrt{5}|$

$= 0,2 . 10 . \sqrt{3} + 2(\sqrt{5} - \sqrt{3}) = 2\sqrt{3} + 2\sqrt{5} - 2\sqrt{3} = 2\sqrt{5}$

Vì $-10 < 0$; $\sqrt{3} < \sqrt{5} \Leftrightarrow \sqrt{3} - \sqrt{5} < 0$

c. $\left(\frac{1}{2}\sqrt{\frac{1}{2}} - \frac{3}{2}\sqrt{2} + \frac{4}{5}\sqrt{200}\right) : \frac{1}{8} = \left(\frac{1}{2}\sqrt{\frac{2}{2^2}} - \frac{3}{2}\sqrt{2} + \frac{4}{5}\sqrt{10^2 . 2}\right) : \frac{1}{8}$

$= \left(\frac{1}{4}\sqrt{2} - \frac{3}{2}\sqrt{2} + 8\sqrt{2}\right) : \frac{1}{8} = \frac{27}{4}\sqrt{2} . 8 = 54\sqrt{2}$

d. $2\sqrt{(\sqrt{2} - 3)^2} + \sqrt{2 . (-3)^2} - 5\sqrt{(-1)^4} = 2|\sqrt{2} - 3| + |-3|\sqrt{2} - 5|-1|$

$= 2(3 - \sqrt{2}) + 3\sqrt{2} - 5 = 6 - 2\sqrt{2} + 3\sqrt{2} - 5$

$= 1 + \sqrt{2}$

72. **a.** $xy - y\sqrt{x} + \sqrt{x} - 1 = y\sqrt{x}(\sqrt{x} - 1) + (\sqrt{x} - 1) = (\sqrt{x} - 1)(y\sqrt{x} + 1)$

b. $\sqrt{ax} - \sqrt{by} + \sqrt{bx} - \sqrt{ay} = (\sqrt{ax} + \sqrt{bx}) - (\sqrt{ay} + \sqrt{by})$

$= \sqrt{x}(\sqrt{a} + \sqrt{b}) - \sqrt{y}(\sqrt{a} + \sqrt{b}) = (\sqrt{a} + \sqrt{b})(\sqrt{x} - \sqrt{y})$

c. $\sqrt{a + b} + \sqrt{a^2 - b^2} = \sqrt{a + b} + \sqrt{(a + b)(a - b)} = \sqrt{a + b}(1 + \sqrt{a - b})$

d. $12 - \sqrt{x} - x = 12 - 4\sqrt{x} + 3\sqrt{x} - x = 4(3 - \sqrt{x}) + \sqrt{x}(3 - \sqrt{x}) = (3 - \sqrt{x})(4 + \sqrt{x})$

73. **a.** $\sqrt{-9a} - \sqrt{9 + 12a + 4a^2} = \sqrt{3^2 . (-a)} - \sqrt{(3 + 2a)^2} = 3\sqrt{-a} - |3 + 2a|$

$= 3\sqrt{9} - |3 + 2 . (-9)| = 3 . 3 - 15 = -6$

b. $1 + \frac{3m}{m - 2}\sqrt{m^2 - 4m + 4} = 1 + \frac{3m}{m - 2}\sqrt{(m - 2)^2} = 1 + \frac{3m|m - 2|}{m - 2}$

$= \begin{cases} 1 + 3m \text{ (nếu } m - 2 > 0) \\ 1 - 3m \text{ (nếu } m - 2 < 0) \end{cases} = \begin{cases} 1 + 3m \text{ (nếu } m > 2) \\ 1 - 3m \text{ (nếu } m < 2) \end{cases}$

$m = 1,5 < 2$. Vậy giá trị của biểu thức tại $m = 1,5$ là $1 - 3m = 1 - 3.1,5 = -3,5$

c. $\sqrt{1 - 10a + 25a^2} - 4a = \sqrt{(1 - 5a)^2} - 4a = |1 - 5a| - 4a$

$= \begin{cases} 1 - 5a - 4a \text{ (nếu } 1 - 5a \geq 0) \\ 5a - 1 - 4a \text{ (nếu } 1 - 5a < 0) \end{cases}$

$= \begin{cases} 1 - 9a \text{ (nếu } -5a \geq -1) \\ a - 1 \text{ (nếu } -5a < -1) \end{cases}$

$= \begin{cases} 1 - 9a \left(\text{nếu } a \leq \frac{1}{5}\right) \\ a - 1 \left(\text{nếu } a > \frac{1}{5}\right) \end{cases}$

$\sqrt{2} > \frac{1}{5}$. Vậy giá trị của biểu thức tại $a = \sqrt{2}$ là $a - 1 = \sqrt{2} - 1$

d. $4x - \sqrt{9x^2 + 6x + 1} = 4x - \sqrt{(3x+1)^2} = 4x - |3x + 1|$

$$= \begin{cases} 4x - (3x+1) \text{ (nếu } 3x + 1 \geq 0) \\ 4x + (3x+1) \text{ (nếu } 3x + 1 < 0) \end{cases}$$

$$= \begin{cases} 4x - 3x - 1 \text{ (nếu } 3x \geq -1) \\ 4x + 3x + 1 \text{ (nếu } 3x < -1) \end{cases}$$

$$= \begin{cases} x - 1 \quad \left(\text{nếu } x \geq -\frac{1}{3}\right) \\ 7x + 1 \left(\text{nếu } x < -\frac{1}{3}\right) \end{cases}$$

Vì $-\sqrt{3} < -\frac{1}{3}$. Giá trị của biểu thức tại $x = -\sqrt{3}$ là $7 . (-\sqrt{3}) + 1 = -7\sqrt{3} + 1$

74. a. $\sqrt{(2x-1)^2} = 3$

$\Leftrightarrow |2x - 1| = 3$

$\Leftrightarrow \begin{cases} 3 \geq 0 \\ \left[\begin{array}{l} 2x - 1 = 3 \\ 2x - 1 = -3 \end{array}\right. \end{cases}$

$\Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} 2x = 4 \\ 2x = -2 \end{array}\right.$

$\Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x = 2 \\ x = -1 \end{array}\right.$

b. $\frac{5}{3}\sqrt{15x} - \sqrt{15x} - 2 = \frac{1}{3}\sqrt{15x}$

$\Leftrightarrow \frac{5}{3}\sqrt{15x} - \sqrt{15x} - \frac{1}{3}\sqrt{15x} = 2$

$\Leftrightarrow \left(\frac{5}{3} - 1 - \frac{1}{3}\right)\sqrt{15x} = 2$

$\Leftrightarrow \frac{1}{3}\sqrt{15x} = 2$

$\Leftrightarrow \sqrt{15x} = 6 \Leftrightarrow 15x = 6^2$

$\Leftrightarrow x = \frac{12}{5}$

75. a. $\left(\frac{2\sqrt{3} - \sqrt{6}}{\sqrt{8} - 2} - \frac{\sqrt{216}}{3}\right) . \frac{1}{\sqrt{6}} = \left[\frac{\sqrt{6}(\sqrt{2} - 1)}{2(\sqrt{2} - 1)} - \frac{6\sqrt{6}}{3}\right] . \frac{1}{\sqrt{6}}$

$= \left(\frac{\sqrt{6}}{2} - 2\sqrt{6}\right) . \frac{1}{\sqrt{6}} = \left(\frac{-3}{2}\sqrt{6}\right) . \frac{1}{\sqrt{6}} = -\frac{3}{2} = -1,5$

b. $\left(\frac{\sqrt{14} - \sqrt{7}}{1 - \sqrt{2}} + \frac{\sqrt{15} - \sqrt{5}}{1 - \sqrt{3}}\right) : \frac{1}{\sqrt{7} - \sqrt{5}} = \left[\frac{\sqrt{7}(\sqrt{2} - 1)}{1 - \sqrt{2}} + \frac{\sqrt{5}(\sqrt{3} - 1)}{1 - \sqrt{3}}\right] : \frac{1}{\sqrt{7} - \sqrt{5}}$

$= (-\sqrt{7} - \sqrt{5})(\sqrt{7} - \sqrt{5}) = -(\sqrt{7} + \sqrt{5})(\sqrt{7} - \sqrt{5})$

$= -(7 - 5) = -2$

c. $\frac{a\sqrt{b} + b\sqrt{a}}{\sqrt{ab}} : \frac{1}{\sqrt{a} - \sqrt{b}} = \frac{\sqrt{ab}\,(\sqrt{a} + \sqrt{b})}{\sqrt{ab}} . (\sqrt{a} - \sqrt{b}) = a - b$

d. $\left(1 + \frac{a + \sqrt{a}}{\sqrt{a} + 1}\right)\left(1 - \frac{a - \sqrt{a}}{\sqrt{a} - 1}\right) = \left[1 + \frac{\sqrt{a}(\sqrt{a} + 1)}{\sqrt{a} + 1}\right]\left[1 - \frac{\sqrt{a}(\sqrt{a} - 1)}{\sqrt{a} - 1}\right]$

$= (1 + \sqrt{a})(1 - \sqrt{a}) = 1 - a$

76. a. $Q = \dfrac{a}{\sqrt{a^2-b^2}} - \dfrac{\sqrt{a^2-b^2}+a}{\sqrt{a^2-b^2}} \cdot \dfrac{a-\sqrt{a^2-b^2}}{b}$

$$= \frac{a}{\sqrt{a^2-b^2}} - \frac{a^2-(a^2-b^2)}{b\sqrt{a^2-b^2}}$$

$$= \frac{a}{\sqrt{a^2-b^2}} - \frac{a^2-a^2+b^2}{b\sqrt{a^2-b^2}}$$

$$= \frac{a}{\sqrt{a^2-b^2}} - \frac{b}{\sqrt{a^2-b^2}}$$

$$= \frac{a-b}{\sqrt{a^2-b^2}} = \frac{\sqrt{a-b}\,\sqrt{a-b}}{\sqrt{a+b}\,\sqrt{a-b}}$$

$$= \frac{\sqrt{a-b}}{\sqrt{a+b}}$$

b. Khi a = 3b. Giá trị của Q là $\dfrac{\sqrt{3b-b}}{\sqrt{3b+b}} = \dfrac{\sqrt{2b}}{\sqrt{4b}} = \dfrac{\sqrt{2b}}{\sqrt{2b}\,\sqrt{2}} = \dfrac{1}{\sqrt{2}} = \dfrac{\sqrt{2}}{2}$

Chương II:

HÀM SỐ BẬC NHẤT

§1. NHẮC LẠI VÀ BỔ SUNG CÁC KHÁI NIỆM VỀ HÀM SỐ

1. **Khái niệm hàm số:** Nếu đại lượng y phụ thuộc vào đại lượng thay đổi x sao cho với mỗi giá trị của x, ta luôn xác định được chỉ một giá trị tương ứng của y thì y được gọi là hàm số của x và x được gọi là biến số.

2. **Cách cho hàm số:** Hàm số được cho bởi bảng hoặc công thức...

   Đồ thị của hàm số: là tập hợp các điểm biểu diễn các cặp giá trị tương ứng (x; f(x)) trên mặt phẳng tọa độ.

3. **Hàm số đồng biến, nghịch biến**

   Cho hàm số: $y = f(x)$ xác định trên tập hợp số thực R.

   a. Nếu giá trị của biến x tăng lên mà giá trị tương ứng f(x) cũng tăng lên thì hàm số $y = f(x)$ được gọi là hàm số đồng biến trên R.

   b. Nếu giá trị của biến x tăng lên mà giá trị tương ứng f(x) lại giảm đi thì hàm số $y = f(x)$ được gọi là hàm số nghịch biến trên R.

   Nói cách khác. Với x_1, x_2 bất kỳ thuộc R.

   – Nếu $x_1 < x_2$ mà $f(x_1) < f(x_2)$ thì hàm số $y = f(x)$ đồng biến trên R.

   – Nếu $x_1 < x_2$ mà $f(x_1) > f(x_2)$ thì hàm số $y = f(x)$ nghịch biến trên R.

BÀI TẬP (Bài tập trang 44 - SGK)

1. **a.** Cho hàm số: $y = f(x) = \frac{2}{3}x$.

Tính: f(-2); f(-1); f(0); $f\left(\frac{1}{2}\right)$; f(1); f(2); f(3).

b. Cho hàm số: $y = g(x) = \frac{2}{3}x + 3$.

Tính: g(-2); g(-1); g(0); $g\left(\frac{1}{2}\right)$; g(1); g(2); g(3).

c. Có nhận xét gì về giá trị của hai hàm số đã cho ở trên khi biến x lấy cùng một giá trị?

2. Cho hàm số: $y = -\frac{1}{2}x + 3$

a. Tính các giá trị tương ứng của y theo các giá trị của x rồi điền vào bảng sau:

x	-2,5	-2	-1,5	-1	-0,5	0	0,5	1	1,5	2	2,5
$y = -\frac{1}{2}x + 3$											

b. Hàm số đã cho là hàm số đồng biến hay nghịch biến? Vì sao?

3. Cho hai hàm số y = 2x và y = -2x

a. Vẽ trên cùng một mặt phẳng tọa độ đồ thị của hai hàm số đã cho.

b. Trong hai hàm số đã cho, hàm số nào đồng biến? Hàm số nào nghịch biến? Vì sao?

GIẢI

1. a. • $f(-2) = \frac{2}{3}.(-2) = \frac{-4}{3}$ • $f(-1) = \frac{2}{3}.(-1) = \frac{-2}{3}$ • $f(0) = \frac{2}{3}.0 = 0$

• $f\left(\frac{1}{2}\right) = \frac{2}{3}.\frac{1}{2} = \frac{1}{3}$ • $f(1) = \frac{2}{3}.1 = \frac{2}{3}$

• $f(2) = \frac{2}{3}.2 = \frac{4}{3}$ • $f(3) = \frac{2}{3}.3 = 2$

b. • $g(-2) = \frac{2}{3}.(-2) + 3 = \frac{-4}{3} + 3 = \frac{5}{3}$

• $g(-1) = \frac{7}{3}$ • $g(0) = 3$ • $g\left(\frac{1}{2}\right) = \frac{10}{3}$

• $g(1) = \frac{11}{3}$ • $g(2) = \frac{13}{3}$ • $g(3) = 5$

c. Với cùng giá trị của biến số x, giá trị của hàm số y = g(x) luôn luôn lớn hơn giá trị của hàm số y = f(x) là 3 đơn vị.

2. a.

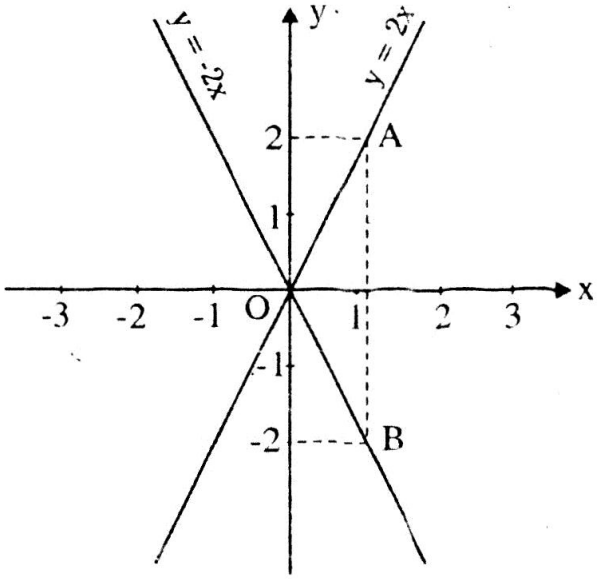
x	-2,5	-2	-1,5	-1	-0,5	0	0,5	1	1,5	2	2,5
$y = -\frac{1}{2}x + 3$	4,25	4	3,75	3,5	3,25	3	2,75	2,5	2,25	2	1,75

b. Khi x lần lượt nhận các giá trị tăng lên thì giá trị tương ứng của hàm số lại giảm đi.

Vậy hàm số đã cho nghịch biến trên R.

3. a. Đồ thị hàm số y = 2x là đường thẳng OA với O(0; 0) và A(1; 2)

Đồ thị hàm số y = -2x là đường thẳng OB với O(0; 0) và B(1; -2)



b. • Với x_1, x_2 bất kì thuộc R.

Nếu $x_1 < x_2$ thì $2x_1 < 2x_2$. Vậy $y_1 < y_2$. Hàm số y = 2x đồng biến trên R.

• Với x_1, x_2 bất kì thuộc R.

Nếu $x_1 < x_2$ thì $-2x_1 > -2x_2$. Vậy $y_1 > y_2$. Hàm số y = -2x nghịch biến trên R.

BÀI TẬP TỰ LUYỆN

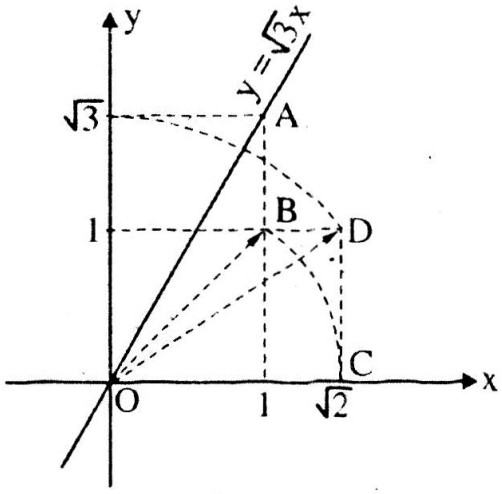
Bài 1 Cho hai hàm số y = 3x và y = -3x.

a. Vẽ trên cùng mặt phẳng tọa độ đồ thị của hai hàm số đã cho.

b. Trong hai hàm số đã cho, hàm số nào đồng biến? Hàm số nào nghịch biến? Vì sao?

Bài 2 Vẽ đồ thị hàm số $y = 3\sqrt{x^2}$

LUYỆN TẬP (Bài tập trang 45 - SGK)



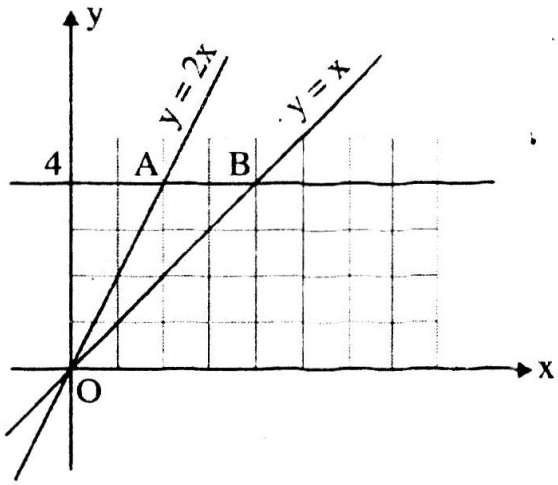
4. Đồ thị hàm số $y = \sqrt{3}\,x$ được vẽ bằng compa và thước thẳng.

Hãy tìm hiểu và trình bày lại các bước thực hiện vẽ đồ thị đó.

5. **a.** Vẽ đồ thị của các hàm số y = x và y = 2x trên cùng một mặt phẳng tọa độ Oxy.

b. Đường thẳng song song với trục Ox và cắt trục Oy tại điểm có tung độ y = 4 lần lượt cắt các đường thẳng y = 2x, y = x tại hai điểm A và B.

Tìm tọa độ của các điểm A, B và tính chu vi, diện tích của tam giác OAB theo đơn vị đo trên các trục tọa độ là xentimét.



6. Cho các hàm số $y = 0,5x$ và $y = 0,5x + 2$.

a. Tính giá trị y tương ứng của mỗi hàm số theo giá trị đã cho của biến x rồi điền vào bảng sau:

x	-2,5	-2,25	-1,5	-1	0	1	1,5	2,25	2,5
$y = 0,5x$									
$y = 0,5x + 2$									

b. Có nhận xét gì về các giá trị tương ứng của hai hàm số khi biến x lấy cùng một giá trị?

7. Cho hàm số $y = f(x) = 3x$.

Cho x hai giá trị bất kì x_1, x sao cho $x_1 < x_2$.

Hãy chứng minh $f(x_1) < f(x_2)$ rồi rút ra kết luận hàm số đã cho đồng biến trên **R**.

GIẢI

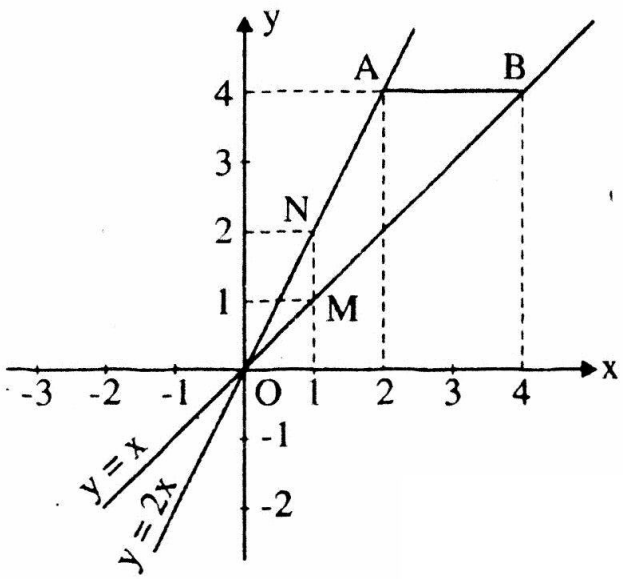
4. – Vẽ hình vuông có độ dài cạnh là 1 đơn vị, có một đỉnh là O, được điểm B và $OB = \sqrt{2}$.

– Vẽ đường tròn tâm O, bán kính $OB = \sqrt{2}$ cắt Ox tại C.

– Vẽ hình chữ nhật có một điểm là O; có cạnh CD = 1 ta có $OD = \sqrt{3}$.

– Vẽ hình chữ nhật có một đỉnh là O, có một cạnh bằng 1 đơn vị và một cạnh có độ dài bằng $\sqrt{3}$, ta được điểm A $(1; \sqrt{3})$.

– Vẽ đường thẳng OA.



5. a. Đồ thị hàm số $y = x$ là đường thẳng qua O(0; 0) và M(1; 1).

Đồ thị hàm số $y = 2x$ là đường thẳng qua O(0; 0) và N(1; 2).

b. • $y = 4$ ta có $4 = 2x \Leftrightarrow x = 2$.

Ta có điểm A(2; 4).

• $y = 4$ ta có $4 = x \Leftrightarrow x = 4$.

Ta có điểm B(4; 4).

$AB = 4-2 = 2$, $OA = \sqrt{2^2 + 4^2} = \sqrt{20}$,

$OB = \sqrt{4^2 + 4^2} = \sqrt{32}$

Chu vi OAB là: $\sqrt{20} + \sqrt{32} + 2 \approx 12,13$ (cm)

Diện tích OAB là: $\frac{1}{2} . 2 . 4 = 4$ (cm^2)

6. a.

x	-2,5	-2,25	-1,5	-1	0	1	1,5	2,25	2,5
y = 0,5x	-1,25	-1,125	-0,75	-0,5	0	0,5	0,75	1,125	1,25
y = 0,5x + 2	0,75	0,875	1,25	1,5	2	2,5	2,75	3,125	3,25

b. Khi biến x lấy cùng một giá trị thì giá trị tương ứng của hàm số y = 0,5x+2 luôn lớn hơn giá trị tương ứng của hàm số y = 0,5x là 2 đơn vị.

7. Với x_1, x_2 bất kì thuộc R và $x_1 < x_2$, ta có $3x_1 < 3x_2$ tức $f(x_1) < f(x_2)$

Suy ra hàm số y = 3x đồng biến trên R.

§2. HÀM SỐ BẬC NHẤT

1. Định nghĩa; Hàm số bậc nhất là hàm số được cho bởi công thức y = ax + b, trong đó a, b là các số thực cho trước và $a \neq 0$.

2. Tính chất: Hàm số bậc nhất y = ax + b xác định với mọi giá trị x thuộc R và có tính chất sau:

a. Đồng biến trên R, khi a > 0

b. Nghịch biến trên R, khi a < 0

BÀI TẬP (Bài tập trang 48 - SGK)

8. Trong các hàm số sau, hàm số nào là hàm số bậc nhất? Hãy xác định hệ số a, b của chúng và xét xem hàm số bậc nhất nào đồng biến, nghịch biến.

a. y = 1 - 5x **b.** y = -0,5x

c. $y = \sqrt{2}(x - 1) + \sqrt{3}$ **d.** $y = 2x^2 + 3$

9. Cho hàm số bậc nhất y = (m - 2)x + 3. Tìm giá trị của m để hàm số:

a. Đồng biến **b.** Nghịch biến

10. Một hình chữ nhật có các kích thước là 20cm và 30cm. Người ta bớt mỗi kích thước của hình đó đi x(cm) được hình chữ nhật mới có chu vi là y(cm). Hãy lập công thức tính y theo x.

GIẢI

8. a. y = 1 - 5x là hàm số bậc nhất, có a = -5 và b = 1.

a = -5 < 0 nên y = 1 - 5x là hàm số nghịch biến trên R.

b. $y = -0,5x$ là hàm số bậc nhất, có $a = -0,5$ và $b = 0$.

$a = -0,5 < 0$ nên $y = -0,5x$ là hàm số nghịch biến trên R.

c. $y = \sqrt{2}(x - 1) + \sqrt{3} = \sqrt{2}x - \sqrt{2} + \sqrt{3}$ là hàm số bậc nhất, có: $a = \sqrt{2}$;

$b = -\sqrt{2} + \sqrt{3}$

$a = \sqrt{2} > 0$ nên $y = \sqrt{2}x - \sqrt{2} + \sqrt{3}$ là hàm số đồng biến trên R.

d. $y = 2x^2 + 3$ không phải là hàm số bậc nhất.

9. a. $y = (m - 2)x + 3$ đồng biến khi $m - 2 > 0$ hay $m > 2$

b. $y = (m - 2)x + 3$ nghịch biến khi $m - 2 < 0$ hay $m < 2$

10. Hình chữ nhật mới có các kích thước là $20 - x$ (cm) và $30 - x$ (cm) có chu vi là y (cm) ta có:

$$y = 2[(20 - x) + (30 - x)]$$
$$y = 2(20 - x + 30 - x)$$
$$\Leftrightarrow \quad y = -4x + 100$$

BÀI TẬP TỰ LUYỆN

Cho hàm số bậc nhất $y = (m^2-5m+4)x - 9$. Tìm giá trị của m để hàm số.

a. Đồng biến **b.** Nghịch biến

LUYỆN TẬP (Bài tập trang 48 - SGK)

11. Hãy biểu diễn các điểm sau trên mặt phẳng tọa độ: A(-3; 0), B(-1; 1), C(0; 3), D(1; 1), E(3; 0), F(1; -1), G(0; -3), H(-1; -1).

12. Cho hàm số bậc nhất $y = ax + 3$. Tìm hệ số a, biết rằng khi $x = 1$ thì $y = 2,5$.

13. Với những giá trị nào của m thì mỗi hàm số sau là hàm số bậc nhất?

a. $y = \sqrt{5 - m}\,(x - 1)$

b. $y = \dfrac{m + 1}{m - 1}x + 3,5$

14. Cho hàm số bậc nhất $y = (1 - \sqrt{5})x - 1$

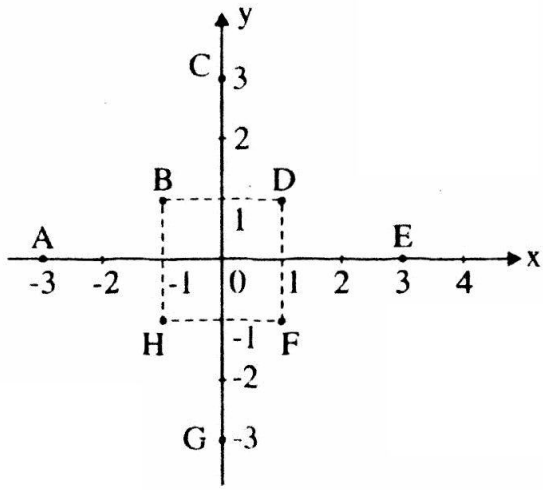
a. Hàm số trên là đồng biến hay nghịch biến trên R? Vì sao?

b. Tính giá trị của y khi $x = 1 + \sqrt{5}$

c. Tính giá trị của x khi $y = \sqrt{5}$

GIẢI

11.



12. x = 1 thì y = 2,5 nên có 2,5 = a . 1 + 3 ⇔ a = -0,5

13. a. $y = \sqrt{5-m}\,(x-1) = \sqrt{5-m}\,x - \sqrt{5-m}$

là hàm số bậc nhất khi 5 - m > 0

⇔ -m > -5 ⇔ m < 5.

b. $y = \dfrac{m+1}{m-1}x + 3{,}5$ là hàm số bậc nhất khi $\dfrac{m+1}{m-1} \neq 0$

⇔ $m + 1 \neq 0$ và $m - 1 \neq 0$ ⇔ $m \neq \pm 1$

14. a. Ta có: $a = 1 - \sqrt{5} < 0$ (vì $1 = \sqrt{1} < \sqrt{5}$).

Do đó hàm số trên nghịch biến trên R.

b. $x = 1 + \sqrt{5}$ nên $y = (1 - \sqrt{5})(1 + \sqrt{5}) - 1$

$= 1 - 5 - 1 = -5$

c. $y = \sqrt{5}$ nên $\sqrt{5} = (1 - \sqrt{5})x - 1$.

Do đó $x = \dfrac{\sqrt{5}+1}{1-\sqrt{5}} = \dfrac{(\sqrt{5}+1)^2}{1-5}$

$= \dfrac{5 + 2\sqrt{5} + 1}{-4}$

$= \dfrac{-3-\sqrt{5}}{2}$

§3. ĐỒ THỊ CỦA HÀM SỐ $y = ax + b$ $(a \neq 0)$

1. Đồ thị của hàm số $y = ax + b$ với $a \neq 0$

Đồ thị của hàm số $y = ax + b$ $(a \neq 0)$ là một đường thẳng:

- Cắt trục tung tại điểm có tung độ bằng b;
- Song song với đường thẳng $y = ax$, nếu $b \neq 0$; trùng với đường thẳng $y = ax$, nếu $b = 0$.

Chú ý: Đồ thị của hàm số $y = ax + b$ $(a \neq 0)$ còn được gọi là đường thẳng $y = ax + b$; b được gọi là tung độ gốc của đường thẳng.

2. Cách vẽ đồ thị của hàm số $y = ax + b$ $(a \neq 0)$

- Khi $b = 0$ thì $y = ax$. Đồ thị của hàm số $y = ax$ là đường thẳng đi qua gốc tọa độ O(0; 0) và điểm A(1; a).
- Xét trường hợp $y = ax + b$ với $a \neq 0$ và $b \neq 0$

Để vẽ đồ thị hàm số $y = ax + b$, ta cần xác định được hai điểm phân biệt nào đó thuộc đồ thị rồi vẽ đường thẳng đi qua hai điểm đó.

Trong thực hành, ta thường xác định hai điểm đặc biệt là giao điểm của đồ thị với hai trục tọa độ.

BÀI TẬP (Bài tập trang 51 - SGK)

15. **a.** Vẽ đồ thị của các hàm số $y = 2x$; $y = 2x + 5$; $y = -\frac{2}{3}x$ và $y = -\frac{2}{3}x + 5$ trên cùng một mặt phẳng tọa độ.

b. Bốn đường thẳng trên cắt nhau tạo thành tứ giác OABC (O là gốc tọa độ). Tứ giác OABC có phải là hình bình hành không? Vì sao?

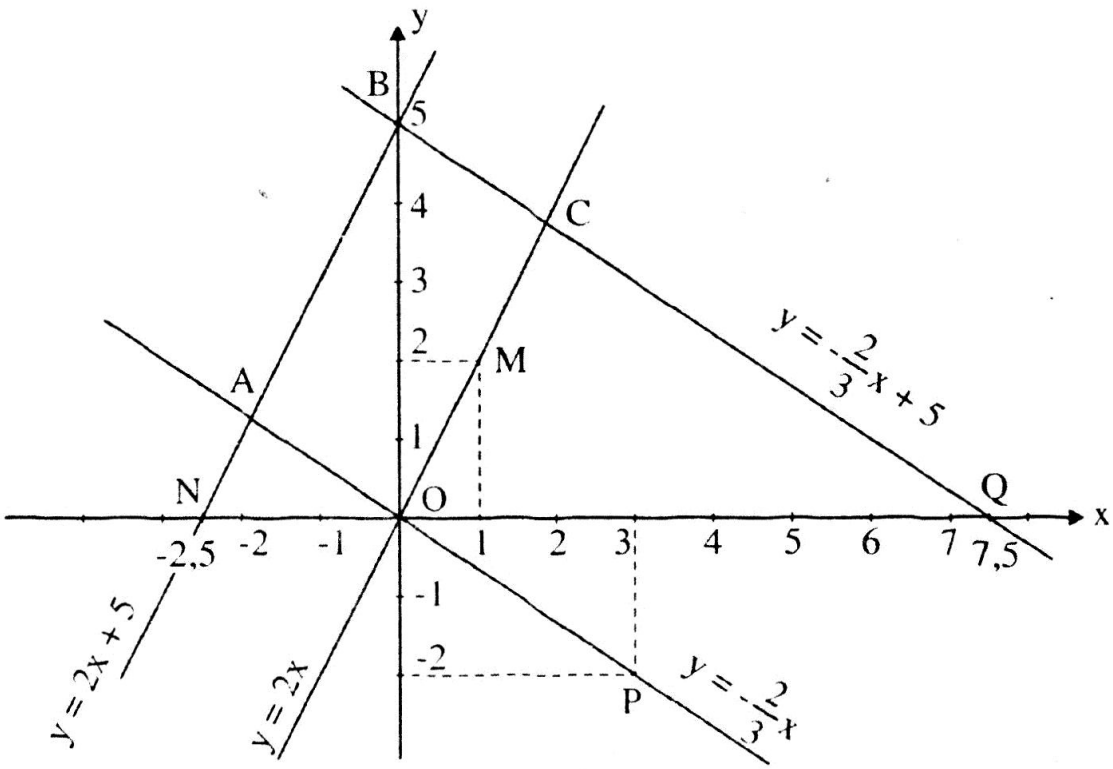
16. **a.** Vẽ đồ thị của các hàm số $y = x$ và $y = 2x + 2$ trên cùng một mặt phẳng tọa độ.

b. Gọi A là giao điểm của hai đồ thị nói trên, tìm tọa độ điểm A.

c. Vẽ qua điểm B(0; 2) một đường thẳng song song với trục Ox cắt đường thẳng $y = x$ tại điểm C. Tìm tọa độ điểm C rồi tính diện tích tam giác ABC (đơn vị đo trên các trục tọa độ là xentimét).

GIẢI

15. a.



Đồ thị hàm số y = 2x là đường thẳng đi qua O(0; 0) và M(1; 2)

Đồ thị hàm số y = 2x + 5 là đường thẳng đi qua B(0; 5) và N(-2,5; 0)

Đồ thị hàm số $y = -\frac{2}{3}x$ là đường thẳng đi qua O(0; 0) và P(3; -2)

Đồ thị hàm số $y = -\frac{2}{3}x + 5$ là đường thẳng đi qua B(0; 5) và Q(7,5; 0)

b. Tứ giác OABC có OC // AB (vì hai đường thẳng y = 2x và y = 2x + 5 song song với nhau) và OA // CB (vì hai đường thẳng $y = -\frac{2}{3}x$ và $y = -\frac{2}{3}x + 5$ song song với nhau) nên là hình bình hành.

16. a. Đồ thị hàm số y = x là đường thẳng đi qua hai điểm O(0; 0) và (1; 1)

Đồ thị hàm số y = 2x + 2 là đường thẳng đi qua hai điểm (-1; 0), (0; 2)

b. 2x + 2 = x

⇔ x = -2

x = -2 thì y = -2.

Vậy A(-2; -2)

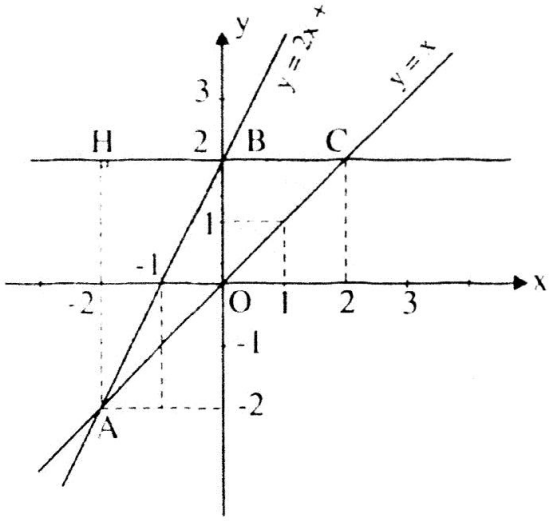
c. C thuộc đường thẳng y = x và có tung độ bằng 2 vì nằm trên đường thẳng qua B(0; 2) và song song với trục Ox nên y = 2, ta có C(2; 2).

Vẽ AH ⊥ BC tại H, ta có:

AH = 2 + 2 = 4 (cm);

BC = 2 (cm)

nên $S_{ABC} = \frac{1}{2}AH.BC = 4\ (cm^2)$



BÀI TẬP TỰ LUYỆN

Bài 1 Vẽ đồ thị các hàm số sau:

a. y = 2x - 1 **b.** y = 2|x| - 1

Bài 2 Trên mặt phẳng tọa độ, vẽ đường thẳng (d) đi qua A(0; 3) và $B(-\frac{3}{2}; 0)$. Đường thẳng (d) là đồ thị hàm số nào?

LUYỆN TẬP (Bài tập trang 51 - SGK)

17. **a.** Vẽ đồ thị của các hàm số y = x + 1 và y = -x + 3 trên cùng một mặt phẳng tọa độ.

b. Hai đường thẳng y = x + 1 và y = -x + 3 cắt nhau tại C và cắt trục Ox theo thứ tự tại A và B. Tìm tọa độ của các điểm A, B, C.

c. Tính chu vi và diện tích của tam giác ABC (đơn vị đo trên các trục tọa độ là xentimét).

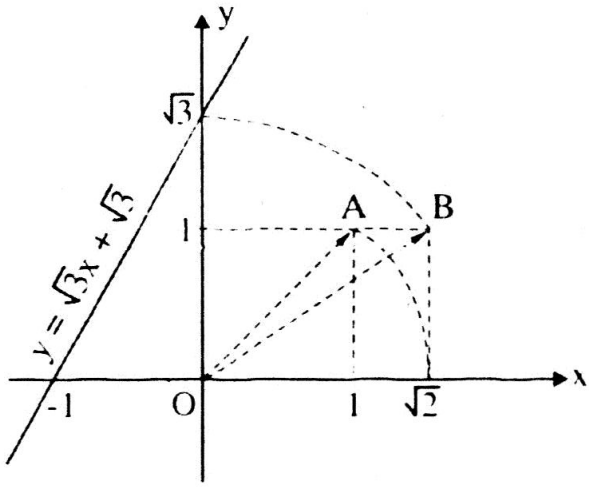
18. **a.** Biết rằng với x = 4 thì hàm số y = 3x + b có giá trị là 11. Tìm b. Vẽ đồ thị của hàm số với giá trị b vừa tìm được.

b. Biết rằng đồ thị của hàm số y = ax + 5 đi qua điểm A(-1; 3). Tìm a. Vẽ đồ thị của hàm số với giá trị a vừa tìm được.

19. Đồ thị của hàm số $y = \sqrt{3}x + \sqrt{3}$ được vẽ bằng compa và thước thẳng.

Hãy tìm hiểu cách vẽ đó rồi nêu lại các bước thực hiện.

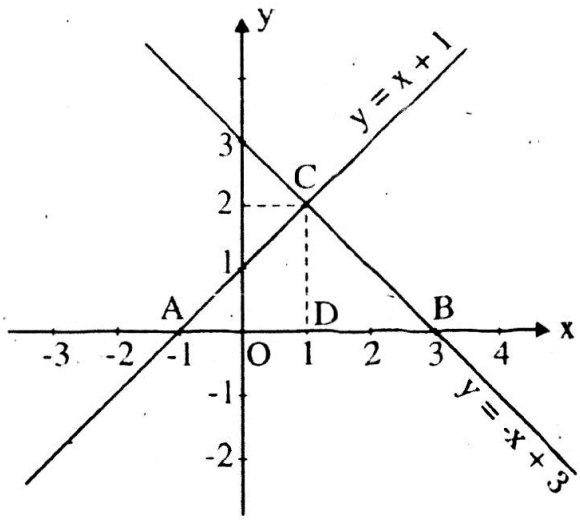
Áp dụng. Vẽ đồ thị của hàm số: $y = \sqrt{5}x + \sqrt{5}$ bằng compa và thước thẳng.



GIẢI

17. a. Đồ thị hàm số y = x + 1 là đường thẳng đi qua hai điểm (0; 1) và (-1; 0)

Đồ thị hàm số y = -x + 3 là đường thẳng đi qua hai điểm (0; 3) và (3; 0)



b. Dễ thấy A(-1; 0); B(3; 0). Tìm tọa độ điểm C: $x + 1 = -x + 3$

$\Leftrightarrow 2x = 2 \Leftrightarrow x = 1$

$x = 1$ thì $y = 1+1 = 2$.

Vậy C(1; 2).

$AB = OA + OB = |-1| + 3 = 1 + 3 = 4$ (cm)

Gọi D là hình chiếu của C trên Ox có CD = 2

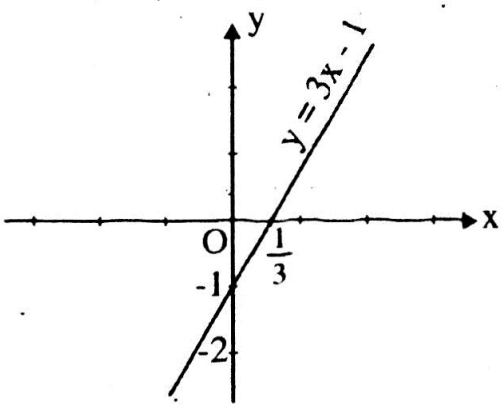
$AC = \sqrt{CD^2 + AD^2} = \sqrt{2^2 + 2^2} = 2\sqrt{2}$ (cm);

$BC = \sqrt{CD^2 + BD^2} = \sqrt{2^2 + 2^2} = 2\sqrt{2}$ (cm).

Chu vi ABC = AB + AC + BC = $4 + 2\sqrt{2} + 2\sqrt{2} = 4 + 4\sqrt{2}$ (cm)

$S_{ABC} = \frac{1}{2}CD.AB$

$= \frac{1}{2}.2.4 = 4$ (cm^2)



18. a. x = 4 thì y = 11 nên $11 = 3 . 4 + b$

$\Leftrightarrow b = -1$

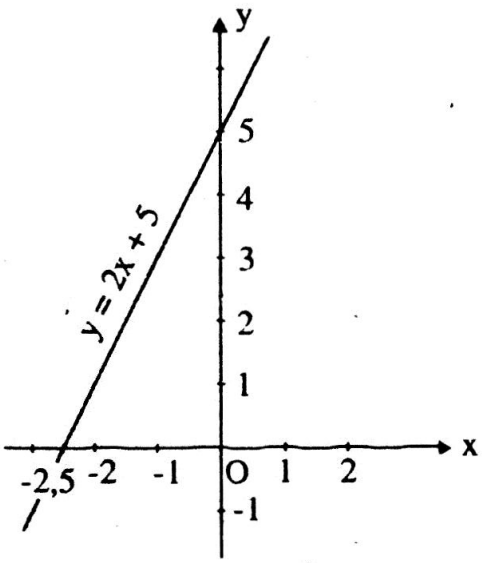
Ta có hàm số y = 3x - 1. Đồ thị của hàm số y = 3x - 1 là đường thẳng đi qua các điểm (0; -1); $\left(\frac{1}{3}; 0\right)$

b. Đồ thị hàm số y = ax + 5 đi qua điểm A(-1; 3) nên $3 = a(-1) + 5 \Leftrightarrow a = 5 - 3$

$\Leftrightarrow a = 2$

Ta có hàm số y = 2x + 5

Đồ thị của hàm số y = 2x + 5 là đường thẳng đi qua các điểm (0; 5); (-2,5; 0)



19. $x = 0$ thì $y = \sqrt{5}$, ta có $A(0; \sqrt{5})$

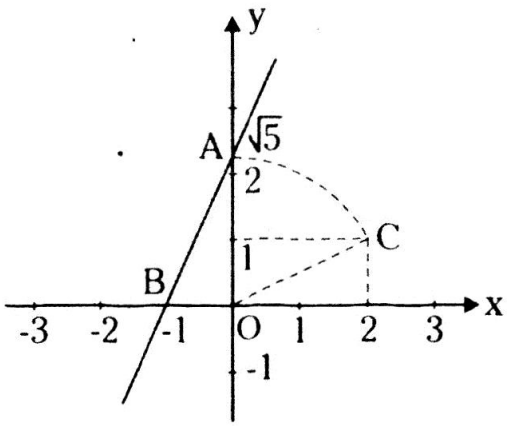
$y = 0$ thì $x = -1$, ta có $B(-1; 0)$

Vẽ đường thẳng đi qua hai điểm A, B ta được đồ thị của hàm số $y = \sqrt{5}x + \sqrt{5}$

Cách vẽ: Vẽ điểm $C(2; 1)$. Ta có $OC = \sqrt{5}$

Vẽ đường tròn $(O; OC)$ cắt Oy ở A

Vẽ điểm $B(-1; 0)$



§4. ĐƯỜNG THẲNG SONG SONG VÀ ĐƯỜNG THẲNG CẮT NHAU

1. Đường thẳng song song

Hai đường thẳng $y = ax + b$ $(a \neq 0)$, và $y = a'x + b'$ $(a' \neq 0)$ song song với nhau khi và chỉ khi $a = a'$, $b \neq b'$ và trùng nhau khi và chỉ khi $a = a'$, $b = b'$.

2. Đường thẳng cắt nhau

Hai đường thẳng $y = ax + b$ $(a \neq 0)$, và $y = a'x + b'$ $(a' \neq 0)$ cắt nhau khi và chỉ khi $a \neq a'$.

Chú ý: Khi $a \neq a'$ và $b = b'$ thì hai đường thẳng cắt nhau tại một điểm trên trục tung có tung độ là b.

BÀI TẬP (Bài tập trang 54 - SGK)

20. Hãy chỉ ra ba cặp đường thẳng cắt nhau và các cặp đường thẳng song song với nhau trong số các đường thẳng sau:

a. $y = 1,5x + 2$ **b.** $y = x + 2$ **c.** $y = 0,5x - 3$

d. $y = x - 3$ **e.** $y = 1,5x - 1$ **d.** $y = 0,5x + 3$

21. Cho hai hàm số bậc nhất $y = mx + 3$ và $y = (2m + 1)x - 5$.

Tìm giá trị của m để đồ thị của hai hàm số đã cho là:

a. Hai đường thẳng song song với nhau;

b. Hai đường thẳng cắt nhau.

22. Cho hàm số $y = ax + 3$. Hãy xác định hệ số a trong mỗi trường hợp sau:

a. Đồ thị của hàm số song song với đường thẳng $y = -2x$.

b. Khi $x = 2$ thì hàm số có giá trị $y = 7$.

GIẢI

20. a. Hai đường thẳng cắt nhau là hai đường thẳng có $a \neq a'$ ta có ba cặp đường thẳng cắt nhau sau:

1. $y = 1,5x + 2$ và $y = x + 2$

2. $y = 1,5x + 2$ và $y = 0,5x - 3$

3. $y = 1,5x + 2$ và $y = x - 3$

Hai đường thẳng song song là hai đường thẳng có $a = a'$ và $b \neq b'$. Ta có ba cặp đường thẳng song song sau:

1. $y = 1,5x + 2$ và $y = 1,5x - 1$

2. $y = x + 2$ và $y = x - 3$

3. $y = 0,5x + 3$ và $y = 0,5x - 3$

21. Các hàm số đã cho là hàm số bậc nhất nên có điều kiện

$m \neq 0$ và $2m+1 \neq 0$

$\Leftrightarrow \quad m \neq 0$ và $m \neq -\frac{1}{2}$

a. Hai đường thẳng đã cho song song với nhau.

$\Leftrightarrow m = 2m + 1$ và $3 \neq -5 \Leftrightarrow m = -1$. Vậy $m = -1$

b. Hai đường thẳng đã cho cắt nhau.

$\Leftrightarrow m \neq 2m + 1 \Leftrightarrow m \neq -1$. Vậy $m \neq -1$; $m \neq 0$ và $m \neq -\frac{1}{2}$

22. a. Đồ thị của hàm số $y = ax + 3$ song song với đường thẳng $y = -2x$

$\Leftrightarrow a = -2$ và $3 \neq 0 \Leftrightarrow a = -2$

b. Khi $x = 2$ thì $y = 7$ nên có $7 = a \cdot 2 + 3 \Leftrightarrow 2a = 4 \Leftrightarrow a = 2$

BÀI TẬP TỰ LUYỆN

Bài 1 Cho hai hàm số bậc nhất: $y = (m - 5)x + 2$ và $y = (3m + 1)x - 4$

Tìm m để đồ thị của hai hàm số đã cho là:

a. Hai đường thẳng cắt nhau.

b. Hai đường thẳng song song.

Bài 2 Cho hàm số $y = ax + b$. Xác định a, b biết đồ thị của hàm số song song với đường thẳng $y = -3x$ và đi qua điểm $M(2; -5)$.

LUYỆN TẬP (Bài tập trang 55 - SGK)

23. Cho hàm số $y = 2x + b$. Hãy xác định hệ số b trong mỗi trường hợp sau:

a. Đồ thị của hàm số đã cho cắt trục tung tại điểm có tung độ bằng -3;

b. Đồ thị của hàm số đã cho đi qua điểm A(1; 5).

24. Cho hai hàm số bậc nhất $y = 2x + 3k$ và $y = (2m + 1)x + 2k - 3$.

Tìm điều kiện đối với m và k để đồ thị của hai hàm số là:

a. Hai đường thẳng cắt nhau;

b. Hai đường thẳng song song với nhau;

c. Hai đường thẳng trùng nhau.

25. a. Vẽ đồ thị của các hàm số sau trên cùng một mặt phẳng tọa độ:

$$y = \frac{2}{3}x + 2 \; ; \qquad y = -\frac{3}{2}x + 2$$

b. Một đường thẳng song song với trục hoành Ox, cắt trục tung Oy tại điểm có tung độ bằng 1, cắt các đường thẳng $y = \frac{2}{3}x + 2$ và $y = -\frac{3}{2}x + 2$ theo thứ tự tại hai điểm M và N. Tìm tọa độ của hai điểm M và N.

26. Cho hàm số bậc nhất $y = ax - 4$ (1). Hãy xác định hệ số a trong mỗi trường hợp sau:

a. Đồ thị của hàm số (1) cắt đường thẳng $y = 2x - 1$ tại điểm có hoành độ bằng 2.

b. Đồ thị của hàm số (1) cắt đường thẳng $y = -3x + 2$ tại điểm có tung độ bằng 5.

GIẢI

23. a. Hoành độ giao điểm của đồ thị với trục tung bằng 0.

Do đó, ta có $-3 = 2 . 0 + b \Leftrightarrow b = -3$

b. Đồ thị của hàm số đi qua điểm A(1; 5) nên có $5 = 2 . 1 + b \Leftrightarrow b = 3$

24. Hàm số $y = (2m + 1)x + 2k - 3$ là hàm số bậc nhất nên $2m + 1 \neq 0$

$\Leftrightarrow 2m \neq -1 \Leftrightarrow m \neq -\frac{1}{2}$

a. Hai đường thẳng $y = 2x + 3k$ và $y = (2m + 1)x + 2k - 3$ cắt nhau

$\Leftrightarrow 2 \neq 2m + 1 \quad \Leftrightarrow \quad 2m \neq 1 \quad \Leftrightarrow \quad m \neq \frac{1}{2}$

Vậy $m \neq -\frac{1}{2}$ và $m \neq \frac{1}{2}$

b. Hai đường thẳng $y = 2x + 3k$ và $y = (2m+1)x + 2k - 3$ song song với nhau

$\Leftrightarrow 2 = 2m + 1$ và $3k \neq 2k - 3$

$\Leftrightarrow 2m = 1$ và $k \neq -3 \quad \Leftrightarrow \quad m = \frac{1}{2}$ và $k \neq -3$

Vậy $m = \frac{1}{2}$ và $k \neq -3$

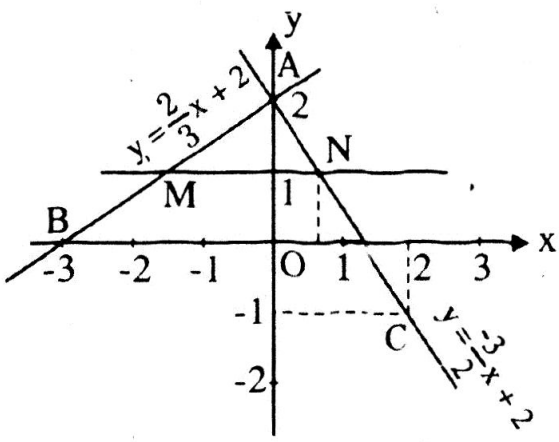
c. Hai đường thẳng $y = 2x + 3k$ và $y = (2m + 1)x + 2k - 3$ trùng nhau:

$\Leftrightarrow 2 = 2m + 1$ và $3k = 2k - 3$

$\Leftrightarrow 2m = 1$ và $k = -3 \quad \Leftrightarrow \quad m = \frac{1}{2}$ và $k = -3$

25. a. Đồ thị hàm số $y = \frac{2}{3}x + 2$ là đường thẳng đi qua A(0; 2) và B(-3; 0)

Đồ thị hàm số $y = -\frac{3}{2}x + 2$ là đường thẳng đi qua A(0; 2) và C(2; -1)



b. $1 = \frac{2}{3}x + 2 \Leftrightarrow \frac{2}{3}x = -1 \Leftrightarrow x = -\frac{3}{2}$

Ta có $M(-\frac{3}{2}; 1)$

$1 = -\frac{3}{2}x + 2 \Leftrightarrow -\frac{3}{2}x = -1 \Leftrightarrow x = \frac{2}{3}$. Ta có $N\left(\frac{2}{3}; 1\right)$

26. a. Đồ thị của hàm số (1) cắt đường thẳng $y = 2x - 1$ tại điểm có hoành độ bằng 2 nên tung độ giao điểm là $y = 2 . 2 - 1 = 3$.

$x = 2$ thì $y = 3$ nên $3 = a . 2 - 4$

$\Leftrightarrow 2a = 7 \Leftrightarrow a = \frac{7}{2}$

b. Đồ thị của hàm số (1) cắt đường thẳng $y = -3x + 2$ tại điểm có tung độ bằng 5 nên ta có:

$5 = -3x + 2 \quad \Leftrightarrow 3 = -3x \quad \Leftrightarrow x = -1$

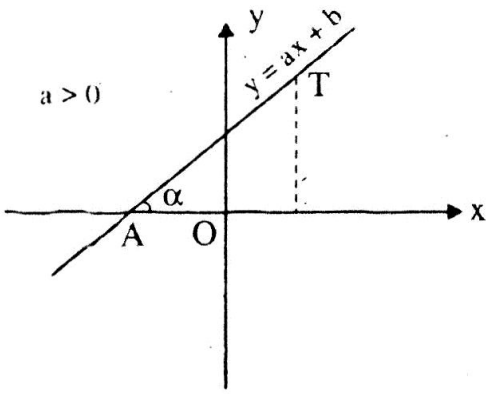
$x = -1$ thì $y = 5$ nên $5 = a . (-1) - 4$

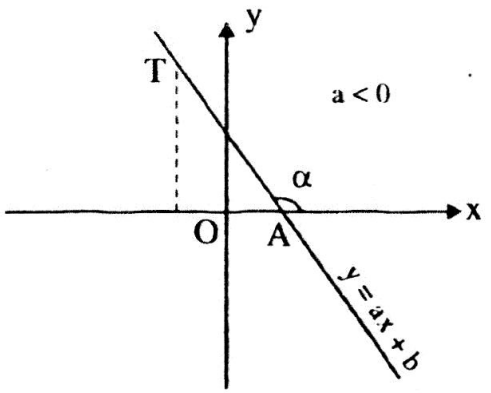
$\Leftrightarrow a = -9$

§5. HỆ SỐ GÓC CỦA ĐƯỜNG THẲNG $y = ax + b$ $(a \neq 0)$

a. Góc tạo bởi đường thẳng y = ax + b và trục Ox

Trong mặt phẳng tọa độ Oxy, khi nói góc α tạo bởi đường thẳng y = ax+b và trục Ox (hoặc nói đường thẳng y = ax + b tạo với trục Ox một góc α), ta hiểu đó là góc tạo bởi tia Ax và tia AT, trong đó A là giao điểm của đường thẳng y = ax + b với Ox, T là điểm thuộc đường thẳng y = ax + b và có tung độ dương.





b. Hệ số góc

Các đường có cùng hệ số a (a là hệ số của x) thì tạo với trục Ox các góc bằng nhau.

BÀI TẬP (Bài tập trang 58 - SGK)

27. Cho hàm số bậc nhất y = ax + 3.

a. Xác định hệ số góc a, biết rằng đồ thị của hàm số đi qua điểm A(2; 6).

b. Vẽ đồ thị của hàm số.

28. Cho hàm số y = -2x + 3.

a. Vẽ đồ thị của hàm số.

b. Tính góc tạo bởi đường thẳng y = -2x + 3 và trục Ox (làm tròn đến phút).

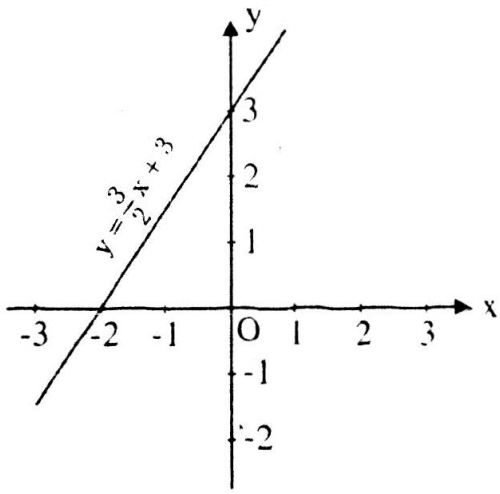
GIẢI

27. a. Đồ thị của hàm số y = ax + 3 đi qua điểm A(2; 6)

$\Leftrightarrow 6 = a \,.\, 2 + 3 \Leftrightarrow 2a = 3 \Leftrightarrow a = \frac{3}{2}$

b. $y = \frac{3}{2}x + 3$

Đồ thị hàm số $y = \frac{3}{2}x + 3$ là đường thẳng đi qua điểm các điểm A(0; 3) và (-2; 0)

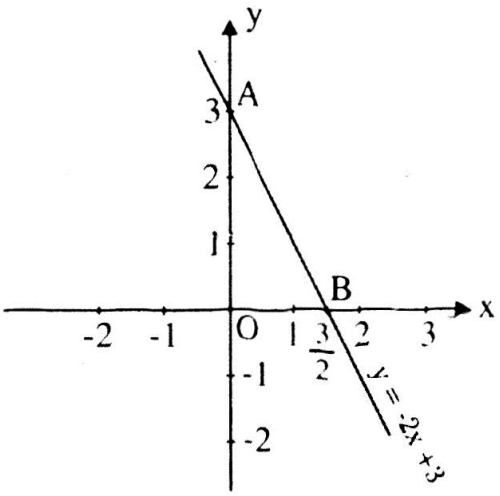


28. a. Đồ thị hàm số y = -2x + 3 là đường thẳng đi qua các điểm A(0; 3) và $B\left(\frac{3}{2}; 0\right)$

b. ΔOAB vuông tại O nên $tgOBA = \frac{3}{\frac{3}{2}} = 2$

$\Rightarrow \widehat{OBA} \approx 63^o26'$.

Góc hợp bởi đường thẳng y = -2x + 3 và trục Ox là $180^o - 63^o26' \approx 116^o34'$



BÀI TẬP TỰ LUYỆN

Cho hàm số bậc nhất y = 2x + b

a. Xác định b, biết rằng đồ thị hàm số đi qua A(-1; -3).

b. Vẽ đồ thị của hàm số.

c. Tính góc tạo bởi đường thẳng y = 2x và trục Ox (làm tròn đến phút).

LUYỆN TẬP (Bài tập trang 59 - SGK)

29. Xác định hàm số bậc nhất y = ax + b trong mỗi trường hợp sau:

a. a = 2 và đồ thị của hàm số cắt trục hoành tại điểm có hoành độ bằng 1,5

b. a = 3 và đồ thị của hàm số đi qua điểm A(2; 2).

c. Đồ thị của hàm số song song với đường thẳng $y = \sqrt{3}x$ và đi qua điểm $B(1; \sqrt{3} + 5)$

30. **a.** Vẽ trên cùng một mặt phẳng tọa độ đồ thị của các hàm số sau:

$y = \frac{1}{2}x + 2$ $\qquad\qquad$ $y = -x + 2$

b. Gọi giao điểm của hai đường thẳng $y = \frac{1}{2}x + 2$ và $y = -x + 2$ với trục hoành theo thứ tự là A, B và gọi giao điểm của hai đường thẳng đó là C. Tính các góc của tam giác ABC (làm tròn đến độ).

c. Tính chu vi và diện tích của tam giác ABC (đơn vị đo trên các trục tọa độ là xentimét).

31. **a.** Vẽ đồ thị của các hàm số $y = x + 1$; $y = \frac{1}{\sqrt{3}}x + \sqrt{3}$; $y = \sqrt{3}x - \sqrt{3}$.

b. Gọi α, β, γ lần lượt là các góc tạo bởi các đường thẳng trên và trục Ox.

Chứng minh rằng $tg\alpha = 1$, $tg\beta = \frac{1}{\sqrt{3}}$, $tg\gamma = \sqrt{3}$

Tính số đo các góc α, β, γ

GIẢI

29. a. Tung độ giao điểm của đồ thị với trục hoành bằng 0.

Do đó, ta có $0 = 2 . 1,5 + b \Leftrightarrow b = -3$. Vậy $y = 2x - 3$

b. $a = 3$ và đồ thị hàm số đi qua $A(2; 2) \Leftrightarrow 2 = 3 . 2 + b \Leftrightarrow b = -4$.

Vậy $y = 3x - 4$

c. Hai đường thẳng $y = \sqrt{3}x$ và $y = ax + b$ song song $\Leftrightarrow a = \sqrt{3}; b \neq 0$

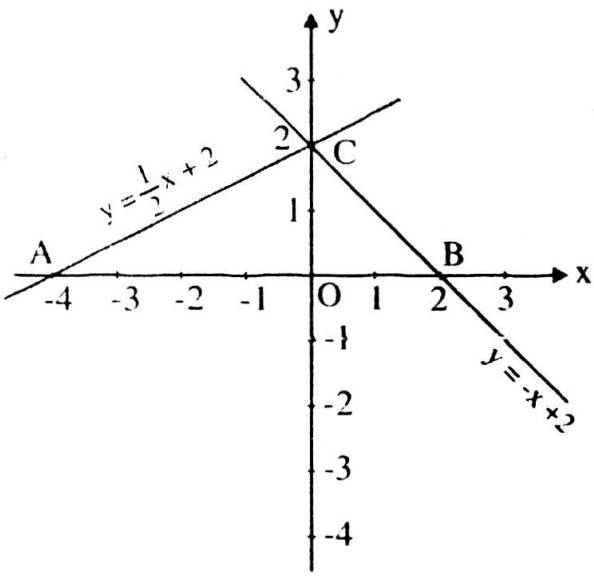
$y = \sqrt{3}x + b$

Đồ thị hàm số đi qua điểm $B(1; \sqrt{3} + 5) \Leftrightarrow \sqrt{3} + 5 = \sqrt{3} . 1 + b \Leftrightarrow b = 5$

Vậy $y = \sqrt{3}x + 5$

30. a. Đồ thị của hàm số $y = \frac{1}{2}x + 2$ là đường thẳng đi qua các điểm (0; 2) và (-4; 0).

Đồ thị hàm số $y = -x + 2$ là đường thẳng đi qua các điểm (0; 2) và (2; 0)



b. Ta có A(-4; 0), B(2; 0), C(0; 2)

ΔOAC vuông tại O nên

$$tgA = \frac{OC}{OA} = \frac{2}{4} = \frac{1}{2} \Rightarrow \hat{A} \approx 27^o$$

ΔOBC vuông tại O nên

$$tgB = \frac{OC}{OB} = \frac{2}{2} = 1 \quad \Rightarrow \quad \widehat{B} = 45^o$$

Do đó $\widehat{C} = 180^o - (\widehat{A} + \widehat{B}) \approx 108^o$

c. Ta có AB = OA + OB = 4 + 2 = 6 (cm)

ΔOAC vuông tại O, áp dụng định lí Py-ta-go, ta có:

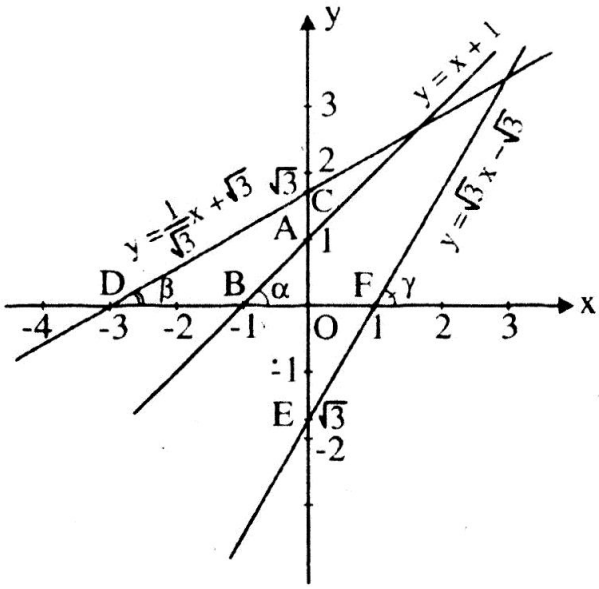
$$AC^2 = OA^2 + OC^2 \Rightarrow AC^2 = 4^2 + 2^2 \Rightarrow AC = \sqrt{20} \text{ (cm)}$$

Tương tự $BC^2 = OB^2 + OC^2 = 2^2 + 2^2 \quad \Rightarrow BC = \sqrt{8}$ (cm)

Do đó chu vi ABC bằng $AB + AC + BC = 6 + \sqrt{20} + \sqrt{8}$ (cm)

$$S_{ABC} = \frac{1}{2}AB \,.\, OC = \frac{1}{2} \,.\, 6 \,.\, 2 = 6 \text{ (cm}^2\text{)}$$

31. a. Vẽ đồ thị



b. ΔOAB vuông tại O, $tg\alpha = tgB = \frac{OA}{OB} = \frac{1}{1} = 1$

Tương tự $tg\beta = tgD = \frac{OC}{OD} = \frac{\sqrt{3}}{3}$

$$tg\gamma = tgOFE = \frac{OE}{OF} = \frac{\sqrt{3}}{1} = \sqrt{3}$$

Sơ đồ các góc: $\alpha = \text{arctg } 1 = ?$

$$\beta = \text{arctg } \frac{\sqrt{3}}{3} = ?$$

$$\gamma = \text{arctg } \sqrt{3} = ?$$

ÔN TẬP CHƯƠNG II

TÓM TẮT CÁC KIẾN THỨC CẦN NHỚ

1. Nếu đại lượng y phụ thuộc vào đại lượng thay đổi x sao cho với mỗi giá trị của x ta luôn xác định được chỉ một giá trị tương ứng của y thì y được gọi là hàm số của x và x được gọi là biến số.

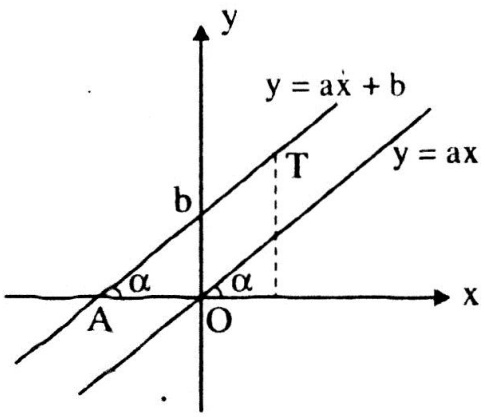
2. Hàm số thường được cho bằng bảng hoặc bằng công thức.

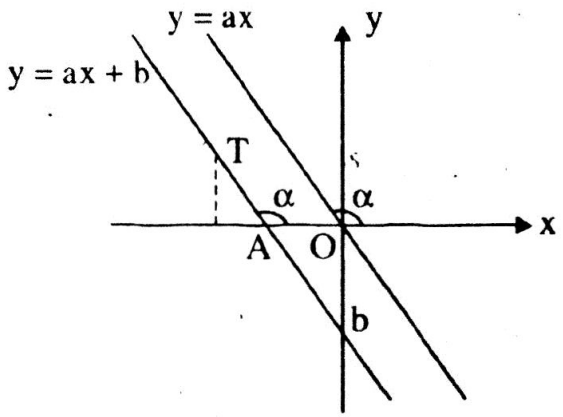
3. Đồ thị của hàm số $y = f(x)$ là tập hợp tất cả các điểm biểu diễn các cặp giá trị tương ứng $(x; f(x))$ trên mặt phẳng tọa độ Oxy.

4. Hàm số có dạng $y = ax + b$ với $a \neq 0$ được gọi là hàm số bậc nhất đối với biến số x.

5. Hàm số bậc nhất $y = ax + b$ xác định với mọi giá trị của x và có tính chất: Hàm số đồng biến trên R khi $a > 0$, nghịch biến trên R khi $a < 0$.

6. Góc α tạo bởi đường thẳng $y = ax + b$ $(a \neq 0)$ và trục Ox là góc tạo bởi tia Ax và tia AT, trong đó A là giao điểm của đường thẳng $y = ax + b$ với trục Ox, T là điểm thuộc đường thẳng $y = ax + b$ và có tung độ dương.





7. a được gọi là hệ số góc của đường thẳng $y = ax + b$ $(a \neq 0)$

8. Với hai đường thẳng $y = ax + b$ (d) và $y = a'x + b'$ (d'), trong đó a và a' khác 0, ta có:

$a \neq a'$ $\Leftrightarrow$ (d) và (d') cắt nhau.

$a = a'$ và $b \neq b'$ $\Leftrightarrow$ (d) và (d') song song với nhau.

$a = a'$ và $b = b'$ $\Leftrightarrow$ (d) và (d') trùng nhau.

BÀI TẬP (Bài tập trang 32 - SGK)

32. **a.** Với những giá trị nào của m thì hàm số bậc nhất $y = (m-1)x + 3$ đồng biến?

b. Với những giá trị nào của k thì hàm số bậc nhất $y = (5 - k)x + 1$ nghịch biến?

33. Với những giá trị nào của m thì đồ thị các hàm số $y = 2x + (3 + m)$ và $y = 3x + (5 - m)$ cắt nhau tại một điểm trên trục tung?

34. Tìm giá trị của a để hai đường thẳng:

$y = (a - 1)x + 2$ $(a \neq 1)$ và $y = (3 - a)x + 1$ $(a \neq 3)$ song song với nhau

35. Xác định k và m để hai đường thẳng sau đây trùng nhau:

$y = kx + (m - 2)$ $(k \neq 0)$; $y = (5 - k)x + (4 - m)$ $(k \neq 5)$.

36. Cho hai hàm số bậc nhất $y = (k + 1)x + 3$ và $y = (3 - 2k)x + 1$

a. Với giá trị nào của k thì đồ thị của hai hàm số là hai đường thẳng song song với nhau?

b. Với giá trị nào của k thì đồ thị của hai hàm số là hai đường thẳng cắt nhau?

c. Hai đường thẳng nói trên có thể trùng nhau được không? Vì sao?

37. **a.** Vẽ đồ thị hai hàm số sau trên cùng một mặt phẳng tọa độ:

$y = 0,5x + 2$ (1); $y = 5 - 2x$ (2).

b. Gọi giao điểm của các đường thẳng $y = 0,5x + 2$ và $y = 5 - 2x$ với trục hoành theo thứ tự là A, B và gọi giao điểm của hai đường thẳng đó là C. Tìm tọa độ của các điểm A, B, C.

c. Tính độ dài các đoạn thẳng AB, AC và BC (đơn vị đo trên các trục tọa độ là xentimét) (làm tròn đến chữ số thập phân thứ 2).

d. Tính các góc tạo bởi các đường thẳng có phương trình (1) và (2) với trục Ox (làm tròn đến phút).

38. **a.** Vẽ đồ thị các hàm số sau trên cùng một mặt phẳng tọa độ:

$y = 2x$ (1); $y = 0,5x$ (2); $y = -x + 6$ (3).

b. Gọi các giao điểm của đường thẳng có phương trình (3) với hai đường thẳng có phương trình (1) và (2) theo thứ tự A và B. Tìm tọa độ của hai điểm A và B.

c. Tính các góc của tam giác OAB.

GIẢI

32. a. Hàm số bậc nhất $y = (m - 1)x + 3$ đồng biến $\Leftrightarrow m - 1 > 0 \Leftrightarrow m > 1$

b. Hàm số bậc nhất $y = (5 - k)x + 1$ nghịch biến $\Leftrightarrow 5 - k < 0 \Leftrightarrow k > 5$

33. Hai đường thẳng đã cho có $2 \neq 3$ ($a \neq a'$) nên chúng cắt nhau. Hai đường thẳng này cắt nhau tại một điểm trên trục tung:

$\Leftrightarrow 3 + m = 5 - m \Leftrightarrow m + m = 5 - 3 \Leftrightarrow m = 1.$

34. Hai đường thẳng $y = (a - 1)x + 2$ và $y = (3 - a)x + 1$ song song với nhau

$\Leftrightarrow a - 1 = 3 - a$ và $2 \neq 1 \Leftrightarrow a + a = 3 + 1 \Leftrightarrow a = 2$

35. Hai đường thẳng $y = kx + (m - 2)$ và $y = (5 - k)x + (4 - m)$ trùng nhau

$\Leftrightarrow k = 5 - k$ và $m - 2 = 4 - m$

$\Leftrightarrow 2k = 5$ và $2m = 6 \Leftrightarrow k = 2,5$ và $m = 3$

36. a. Hai đường thẳng là đồ thị của hai hàm số bậc nhất $y = (k + 1)x + 3$ và $y = (3 - 2k)x + 1$ song song

$\Leftrightarrow k + 1 = 3 - 2k$, $3 \neq 1$, $k + 1 \neq 0$ và $3 - 2k \neq 0$

$\Leftrightarrow 3k = 2$, $k \neq -1$ và $-2k \neq -3 \Leftrightarrow k = \dfrac{2}{3}$

b. Hai đường thẳng là đồ thị của hai hàm số bậc nhất $y = (k + 1)x + 3$ và $y = (3 - 2k)x + 1$ cắt nhau

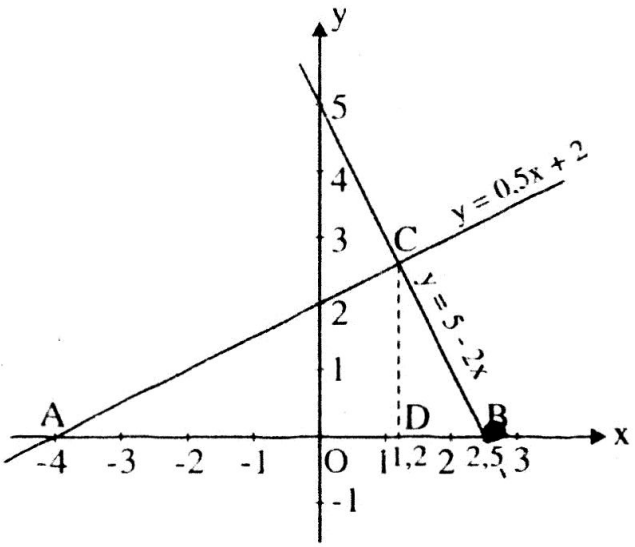
$\Leftrightarrow k + 1 \neq 3 - 2k$, $k + 1 \neq 0$ và $3 - 2k \neq 0 \Leftrightarrow 3k \neq 2$; $k \neq -1$ và $-2k \neq -3$

$\Leftrightarrow k \neq \dfrac{2}{3}$; $k \neq -1$ và $k \neq \dfrac{3}{2}$

c. Hai đường thẳng $y = (k + 1)x + 3$ và $y = (3 - 2k)x + 1$ có $3 \neq 1$ ($b \neq b'$) nên không thể trùng nhau được.

37. a. Đồ thị hàm số $y = 0,5x + 2$ là đường thẳng đi qua các điểm (0; 2) và (-4; 0)

Đồ thị hàm số $y = 5 - 2x$ là đường thẳng đi qua các điểm (0;5) và (2,5;0).



b. Ta có A(-4; 0), B(2,5; 0)

Tìm tọa độ điểm C: Ta có:

$0,5x + 2 = 5 - 2x \Leftrightarrow 2,5x = 3$

$\Leftrightarrow x = 1,2$

Do đó $y = 0,5 \cdot 1,2 + 2 = 2,6$. Vậy C(1,2; 2,6)

c. Gọi D là hình chiếu của C trên Ox ta có:

$CD = 2,6$; $AB = AO + OB = 4 + 2,5 = 6,5$ (cm)

ΔACD vuông tại D nên $AC^2 = CD^2 + DA^2$

$\Rightarrow AC = \sqrt{2,6^2 + 5,2^2} = \sqrt{33,8} \approx 5,81$ (cm)

Tương tự $BC = \sqrt{BD^2 + CD^2} = \sqrt{1,3^2 + 2,6^2} = \sqrt{8,45} \approx 2,91$ (cm)

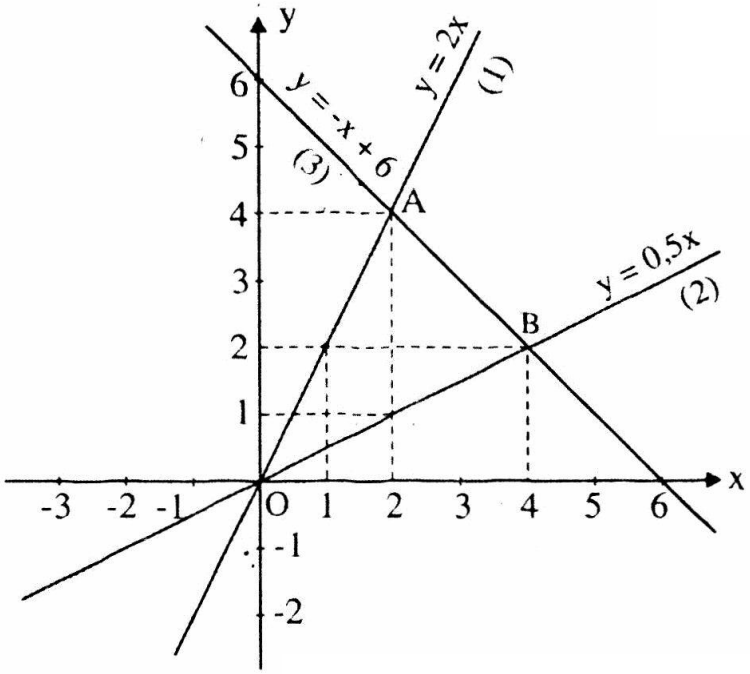
d. Ta có ΔACD vuông tại D nên $tg\widehat{CAD} = \frac{CD}{AD} = \frac{2,6}{5,2} = \frac{1}{2}$

$\Rightarrow \widehat{CAD} \approx 26^o34'$. Góc tạo bởi đường thẳng $y = \frac{1}{2}x + 2$ và trục Ox là $26^o34'$

Ta có ΔCBD vuông tại D nên $tg\widehat{CBD} = \frac{CD}{BD} = \frac{2,6}{1,3} = 2 \quad \Rightarrow \widehat{CBD} \approx 63^o26'$

Góc tạo bởi đường thẳng $y = 5 - 2x$ và trục Ox là $180^o - 63^o26' \approx 116^o34'$.

38. a. Đồ thị xem hình bên.



b. Tìm tọa độ điểm A.

$-x + 6 = 2x \quad \Leftrightarrow \quad 6 = 2x + x \quad \Leftrightarrow \quad x = 2$

$x = 2$ thì $y = -2 + 6 = 4$ nên A(2; 4)

Tìm tọa độ điểm B.

$-x + 6 = 0,5x \quad \Leftrightarrow \quad 6 = 0,5x + x \quad \Leftrightarrow \quad x = 4$

Với $x = 4$ thì $y = -4 + 6 = 2$ nên B(4; 2)

c. $OA^2 = 2^2 + 4^2 = 20 \Rightarrow OA = \sqrt{20}$

$OB^2 = 4^2 + 2^2 = 20 \Rightarrow OB = \sqrt{20}$

$OA = OB\ (= \sqrt{20}) \Rightarrow \Delta OAB$ cân tại O.

Ta có $tg\widehat{BOx} = \frac{2}{4} = \frac{1}{2} \Rightarrow \widehat{BOx} \approx 26^o34'$

và $\quad tg\widehat{AOx} = \frac{4}{2} = 2 \Rightarrow \widehat{AOx} \approx 63^o26'$

Do đó $\widehat{AOB} = \widehat{AOx} - \widehat{BOx} = 36^o52'$

Nên $\widehat{OAB} = \widehat{OBA} \approx \frac{180^o - 36^o52'}{2} = 71^o34'$

PHẦN HÌNH HỌC

Chương I:

HỆ THỨC LƯỢNG TRONG TAM GIÁC VUÔNG

§1. MỘT SỐ HỆ THỨC VỀ CẠNH VÀ ĐƯỜNG CAO TRONG TAM GIÁC

1. Hệ thức giữa cạnh góc vuông và hình chiếu của nó trên cạnh huyền

Định lí 1: Trong một tam giác vuông, bình phương mỗi cạnh góc vuông bằng tích của cạnh huyền và hình chiếu của cạnh góc vuông đó trên cạnh huyền.

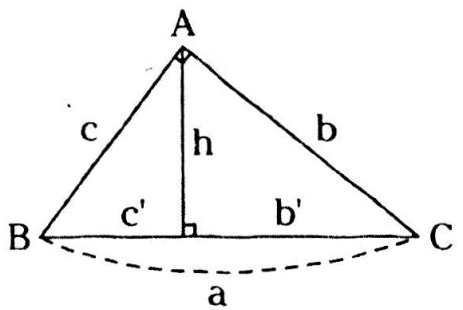
2. Một số hệ thức liên quan đến đường cao

Định lí 2: Trong một tam giác vuông, bình phương đường cao ứng với cạnh huyền bằng tích hai hình chiếu của hai cạnh góc vuông trên cạnh huyền.

Định lí 3: Trong một tam giác vuông, tích hai cạnh góc vuông bằng tích của cạnh huyền và đường cao tương ứng.

Định lí 4: Trong một tam giác vuông, nghịch đảo của bình phương đường cao ứng với cạnh huyền bằng tổng các nghịch đảo của bình phương hai cạnh góc vuông.

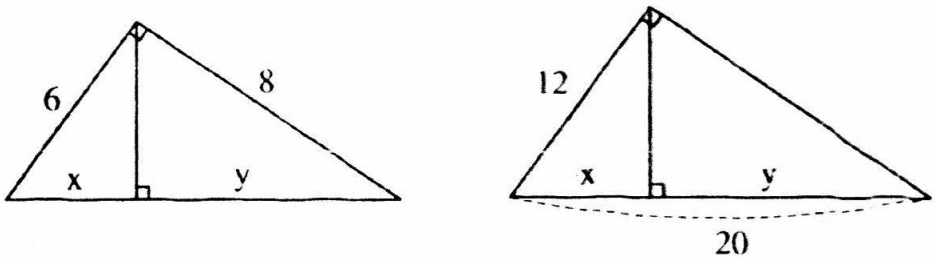
- $c^2 = ac'$, $b^2 = ab'$
- $h^2 = b'c'$
- $ha = bc$
- $\frac{1}{h^2} = \frac{1}{b^2} + \frac{1}{c^2}$



BÀI TẬP (Bài tập trang 68 - SGK)

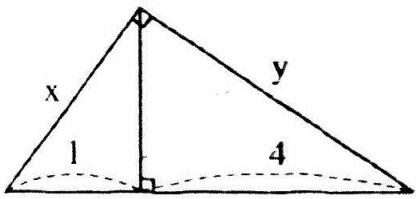
Hãy tính x và y trong mỗi hình sau:

1.

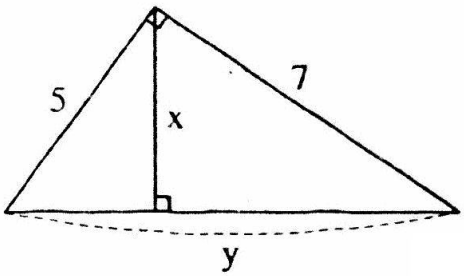


a. b.

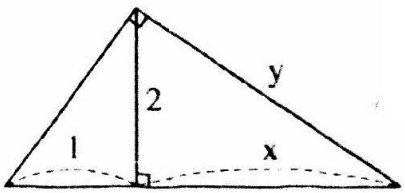
2.



3.



4.



GIẢI

1. a. Theo định lí Py-ta-go ta có $(x + y)^2 = 6^2 + 8^2 \Rightarrow x + y = \sqrt{100} = 10$

Theo hệ thức giữa cạnh góc vuông và hình chiếu của nó trên cạnh huyền

ta có: $6^2 = x(x + y)$

Do đó: $36 = x \,.\, 10 \Leftrightarrow x = 3,6$

$y = 10 - 3,6 = 6,4$

b. $12^2 = x \,.\, 20 \Leftrightarrow x = 144 : 20$

$\Leftrightarrow x = 7,2$

$y = 20 - x = 20 - 7,2 = 12,8$

2. $x^2 = 1 . (1 + 4) \Leftrightarrow x^2 = 5 \Leftrightarrow x = \sqrt{5}$

$y^2 = 4 (1 + 4) \Leftrightarrow y^2 = 20 \Leftrightarrow y = \sqrt{20}$

3. $5^2 + 7^2 = y^2 \Leftrightarrow y^2 = 74 \Leftrightarrow y = \sqrt{74}$

$$xy = 5 . 7 \Leftrightarrow x = \frac{35}{\sqrt{74}} = \frac{35\sqrt{74}}{74}$$

4. $2^2 = 1 . x \Leftrightarrow x = 4$

$y^2 = x(x + 1) \Leftrightarrow y^2 = 4(4 + 1) \Leftrightarrow y = \sqrt{20}$

BÀI TẬP TỰ LUYỆN

Bài 1 Cho tam giác nhọn ABC. AH là đường cao. D, E lần lượt là hình chiếu của H trên AB, AC.

Chứng minh rằng AD . AB = AE . AC.

Bài 2 Cho tam giác ABC vuông tại A. AH là đường cao. D, E lần lượt là hình chiếu của H trên AB, AC.

Chứng minh rằng:

a. $\frac{1}{HD^2} + \frac{1}{HE^2} = \frac{1}{BH^2} + \frac{1}{CH^2} + \frac{2}{AH^2}$

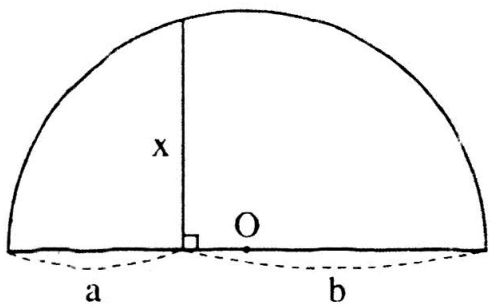
b. $\frac{AB^3}{AC^3} = \frac{DB}{EC}$, $AH^3 = BD . CE . BC$

LUYỆN TẬP (Bài tập trang 69 - SGK)

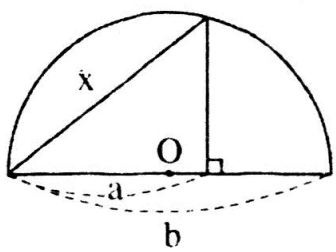
5. Trong tam giác vuông với các cạnh góc vuông có độ dài là 3 và 4, kẻ đường cao ứng với cạnh huyền. Hãy tính đường cao này và độ dài các đoạn thẳng mà nó định ra trên cạnh huyền.

6. Đường cao của một tam giác vuông chia cạnh huyền thành hai đoạn thẳng có độ dài 1 và 2. Hãy tính các cạnh góc vuông của tam giác này.

7. Người ta đưa ra hai cách vẽ đoạn trung bình nhân x của hai đoạn thẳng a, b (tức là $x^2 = ab$) như trong hai hình sau:



Cách 1

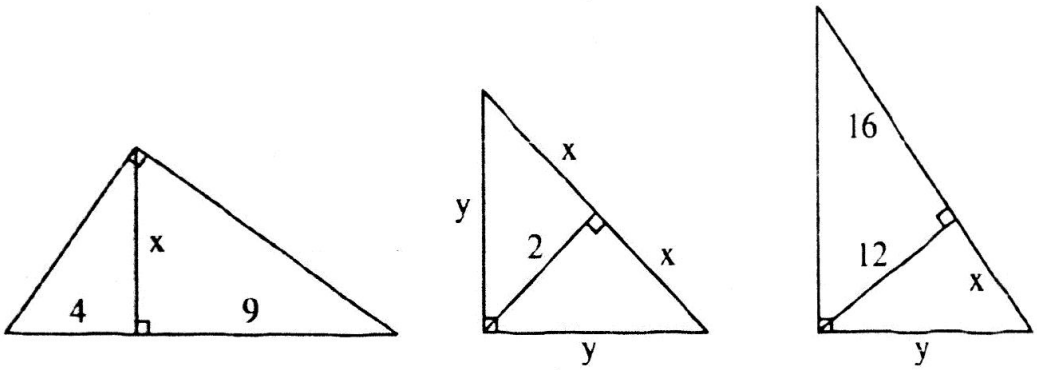


Cách 2

Dựa vào các hệ thức (1) và (2), hãy chứng minh các cách vẽ trên là đúng.

Gợi ý. Nếu một tam giác có đường trung tuyến ứng với một cạnh bằng nửa cạnh đó thì tam giác ấy là tam giác vuông.

8. Tìm x và y trong mỗi hình sau:



a. b. c.

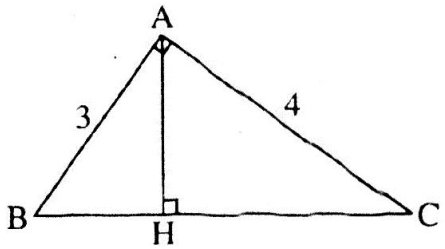
9. Cho hình vuông ABCD. Gọi I là một điểm nằm giữa A và B. Tia DI và tia CB cắt nhau ở K. Kẻ đường thẳng qua D, vuông góc với DI. Đường thẳng này cắt đường thẳng BC tại L. Chứng minh rằng:

a. Tam giác DIL là một tam giác cân;

b. Tổng $\frac{1}{DI^2} + \frac{1}{DK^2}$ không đổi khi I thay đổi trên cạnh AB.

GIẢI

5. ΔABC vuông tại A, theo định lí Py-ta-go ta có:



$$BC^2 = AB^2 + AC^2$$

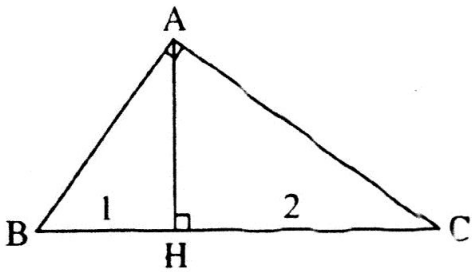
Do đó: $BC = \sqrt{3^2 + 4^2} = 5$

ΔABC vuông tại A, AH là đường cao, theo hệ thức giữa cạnh góc vuông và hình chiếu của nó trên cạnh huyền, hệ thức liên quan đến đường cao. Ta có: $BH \cdot BC = AB^2$; $HC \cdot BC = AC^2$ và $AH \cdot BC = AB \cdot AC$

Do đó: $BH \cdot 5 = 3^2$; $HC \cdot 5 = 4^2$ và $AH \cdot 5 = 3 \cdot 4$

Nên: $BH = \frac{9}{5}$; $HC = \frac{16}{5}$ và $AH = \frac{12}{5}$

6. $BC = BH + HC = 1 + 2 = 3$



ΔABC vuông tại A, AH là đường cao nên:

$AB^2 = BH \cdot BC$, $AC^2 = HC \cdot BC$

$\Rightarrow AB^2 = 1 \cdot (1 + 2) = 3$ và

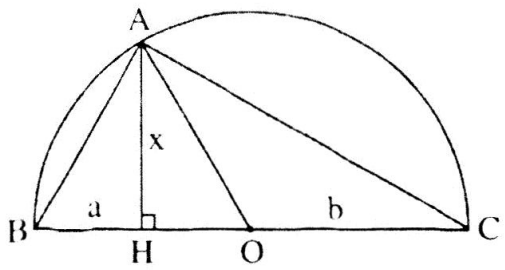
$AC^2 = 2 \cdot (1 + 2) = 6$

$\Rightarrow AB = \sqrt{3}$, $AC = \sqrt{6}$

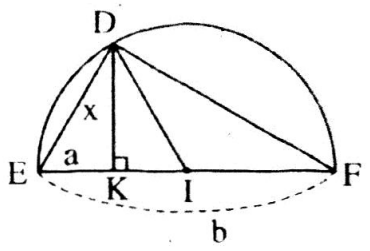
7. Cách 1 (hình 1)

ΔABC vuông tại A (vì AO là đường trung tuyến của ΔABC và $AO = \frac{BC}{2}$)

ΔABC vuông tại A, AH là đường cao nên $AH^2 = BH \cdot HC$ hay $x^2 = a \cdot b$



(hình 1)



(hình 2)

Cách 2 (hình 2)

ΔDEF vuông tại D (vì DI là đường trung tuyến của ΔDEF và $DI = \frac{EF}{2}$)

ΔDEF vuông tại D, DK là đường cao nên $DE^2 = EK \cdot EF$ hay $x^2 = a \cdot b$

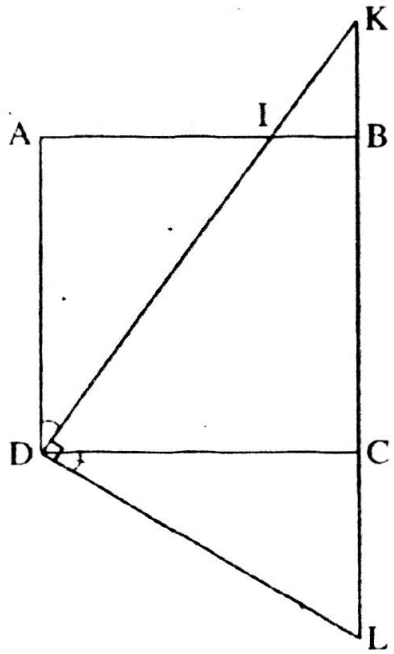
8. a. $x^2 = 4 \cdot 9 = 36$ nên $x = \sqrt{36} = 6$

b. Các tam giác có trong hình là các tam giác vuông cân nên $x=2$, $y = 2\sqrt{2}$

c. $12^2 = x \cdot 16 \Leftrightarrow x = \frac{144}{16} \Leftrightarrow x = 9$

$y^2 = 12^2 + x^2 \Leftrightarrow y^2 = 12^2 + 9^2 \Leftrightarrow y = \sqrt{225} \Leftrightarrow y = 15$

9. a. $BC \perp CD$ (ABCD là hình vuông) $\Rightarrow \widehat{DCL} = 90^o$



Xét ΔADI và ΔCDL có:

$\widehat{IAD} = \widehat{LCD}$ (= 90°), AD = CD (ABCD là hình vuông), $\widehat{ADI} = \widehat{CDL}$ (cùng phụ với góc $\widehat{IDC}$).

Do đó $\Delta ADI = \Delta CDL$ (g.c.g)

$\Rightarrow DI = DL$

$\Rightarrow \Delta DIL$ là tam giác cân tại D

b. ΔDLK vuông tại D, DC là đường cao nên

$$\frac{1}{DL^2} + \frac{1}{DK^2} = \frac{1}{DC^2}$$

Do đó $\frac{1}{DI^2} + \frac{1}{DK^2} = \frac{1}{DC^2}$ không thay đổi.

§2. TỈ SỐ LƯỢNG GIÁC CỦA GÓC NHỌN

1. Khái niệm tỉ số lượng giác của một góc nhọn

Tỉ số giữa cạnh đối và cạnh huyền được gọi là **sin** của góc α, kí hiệu $\sin\alpha$

Tỉ số giữa cạnh kề và cạnh huyền được gọi là **côsin** của góc α, kí hiệu $\cos\alpha$

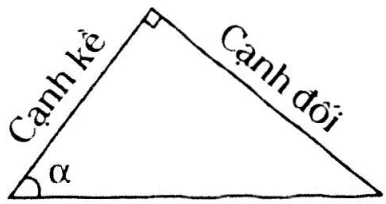
Tỉ số giữa cạnh đối và cạnh kề được gọi là **tang** của góc α, kí hiệu $tg\alpha$ (*hay* $\tan\alpha$)

Tỉ số giữa cạnh kề và cạnh đối được gọi là **côtang** của góc α, kí hiệu $cotg\alpha$ (*hay* $cot\alpha$)

Nhận xét: Tỉ số lượng giác của một góc nhọn luôn luôn dương và $\sin\alpha < 1$, $\cos\alpha < 1$

2. Tỉ số lượng giác của hai góc phụ nhau

Định lí: Nếu hai góc phụ nhau thì sin góc này bằng côsin góc kia, tang góc này bằng côtang góc kia.



BÀI TẬP (Bài tập trang 76 - SGK)

10. Vẽ một tam giác vuông có một góc nhọn 34° rồi viết các tỉ số lượng giác của góc 34°.

11. Cho tam giác ABC vuông tại C, trong đó AC = 0,9m, BC = 1,2m. Tính các tỉ số lượng giác của góc B, từ đó suy ra các tỉ số lượng giác của góc A.

12. Hãy viết các tỉ số lượng giác sau thành tỉ số lượng giác của các góc nhỏ hơn 45°:

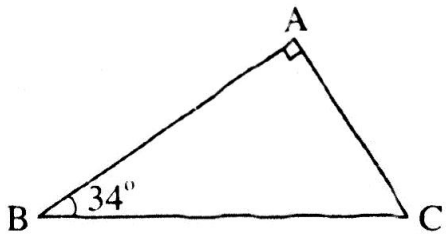
$\sin 60^o$, $\cos 75^o$, $\sin 52^o30'$, $cotg 82^o$, $tg 80^o$.

GIẢI

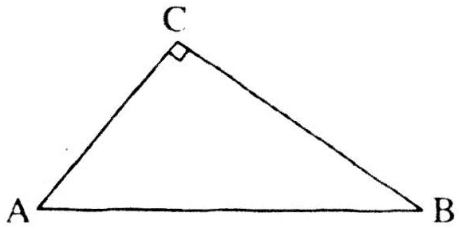
10. ΔABC vuông tại A có $\widehat{B} = 34^o$. Ta có:

$$\sin 34^o = \sin B = \frac{AC}{BC}\ ;\ \cos 34^o = \cos B = \frac{AB}{BC}$$

$$tg 34^o = tg B = \frac{AC}{AB};\ cotg 34^o = cotg B = \frac{AB}{AC}$$



11. ΔABC vuông tại C, theo định lí Py-ta-go, ta có:



$AB^2 = AC^2 + BC^2$

$AB^2 = 0,9^2 + 1,2^2 = 2,25$

$AB = \sqrt{2,25} = 1,5$ (m)

Do đó $\sin B = \frac{AC}{AB} = \frac{0,9}{1,5} = \frac{3}{5}$; $\cos B = \frac{BC}{AB} = \frac{1,2}{1,5} = \frac{4}{5}$

$tgB = \frac{AC}{BC} = \frac{0,9}{1,2} = \frac{3}{4}$; $cotgB = \frac{BC}{AC} = \frac{1,2}{0,9} = \frac{4}{3}$

Mà $\widehat{A}$ và $\widehat{B}$ là hai góc phụ nhau nên có:

$\sin A = \cos B = \frac{4}{5}$; $\cos A = \sin B = \frac{3}{5}$; $tgA = cotgB = \frac{4}{3}$; $cotgA = tgB = \frac{3}{4}$

12. $\sin 60^o = \cos 30^o$; $\cos 75^o = \sin 15^o$; $\sin 52^o30' = \cos 37^o30'$;

$cotg 82^o = tg 8^o$; $tg 80^o = cotg 10^o$

BÀI TẬP TỰ LUYỆN

Bài 1 Cho tam giác ABC vuông tại A.

Chứng minh rằng: $tg\frac{\widehat{ABC}}{2} = \frac{AC}{AB + BC}$

Bài 2 Cho $A = \sin 10^o + \sin 20^o + \sin 30^o + \sin 40^o$

$B = \cos 50^o + \cos 60^o + \cos 70^o + \cos 80^o$

So sánh A và B.

LUYỆN TẬP (Bài tập trang 77 - SGK)

13. Dựng góc nhọn α, biết:

a. $\sin\alpha = \frac{2}{3}$ **b.** $\cos\alpha = 0,6$ **c.** $tg\alpha = \frac{3}{4}$ **d.** $cotg\alpha = \frac{3}{2}$

14. Sử dụng định nghĩa các tỉ số lượng giác của một góc nhọn để chứng minh rằng: Với góc nhọn α tùy ý, ta có:

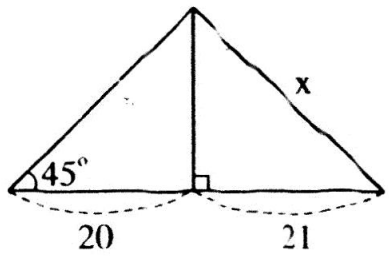
a. $tg\alpha = \frac{\sin\alpha}{\cos\alpha}$, $cotg\alpha = \frac{\cos\alpha}{\sin\alpha}$, $tg\alpha \cdot cotg\alpha = 1$

b. $\sin^2\alpha + \cos^2\alpha = 1$

15. Cho tam giác ABC vuông tại A. Biết $\cos B = 0,8$; hãy tính các tỉ số lượng giác của góc C.

16. Cho tam giác vuông có một góc 60° và cạnh huyền có độ dài là 8. Hãy tìm độ dài của cạnh đối diện với góc 60°.

17. Tìm x trong hình bên.



GIẢI

13. a. Dựng tam giác ABC vuông tại A có AB = 2, BC = 3.

Ta có $\sin C = \frac{AB}{BC} = \frac{2}{3}$. Vậy $\alpha = \hat{C}$

b. Dựng tam giác DEF vuông tại D có DE = 3, EF = 5.

Ta có $\cos E = \frac{DE}{EF} = \frac{3}{5} = 0,6$. Vậy $\alpha = \hat{E}$

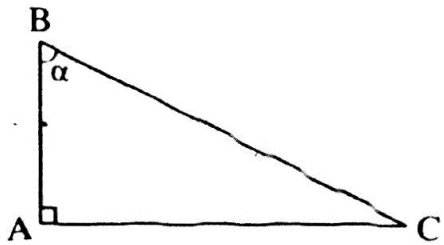
c. Dựng tam giác OPQ vuông tại O có OP = 3, OQ = 4.

Ta có $tgQ = \frac{OP}{OQ} = \frac{3}{4}$. Vậy $\alpha = \hat{Q}$

d. Dựng tam giác MRS vuông tại M có MS = 3, MR = 2.

Ta có $cotgS = \frac{MS}{MR} = \frac{3}{2}$. Vậy $\alpha = \hat{S}$

14. Xét ΔABC vuông tại A có $\hat{B} = \alpha$.



Ta có: $\sin\alpha = \frac{AC}{BC}$; $\cos\alpha = \frac{AB}{BC}$

$tg\alpha = \frac{AC}{AB}$; $cotg\alpha = \frac{AB}{AC}$

a. $tg\alpha = \frac{AC}{AB} = \frac{\frac{AC}{BC}}{\frac{AB}{BC}} = \frac{\sin\alpha}{\cos\alpha}$;

$cotg\alpha = \frac{AB}{AC} = \frac{\cos\alpha}{\sin\alpha}$;

$tg\alpha \,.\, cotg\alpha = \frac{AC}{AB} \cdot \frac{AB}{AC} = 1$

b. $\sin^2\alpha + \cos^2\alpha = \left(\frac{AC}{BC}\right)^2 + \left(\frac{AB}{BC}\right)^2 = \frac{AC^2}{BC^2} + \frac{AB^2}{BC^2} = \frac{AC^2 + AB^2}{BC^2}$

ΔABC vuông tại A, theo định lí Py-ta-go có $AC^2 + AB^2 = BC^2$.

Do đó $\sin^2\alpha + \cos^2\alpha = 1$

15. Áp dụng bài 14 ta có $\sin^2B + \cos^2B = 1$ nên $\sin^2B = 1 - 0,8^2 = 0,36$

mà $\sin B > 0$ nên $\sin B = 0,6$.

$\widehat{B}$ và $\widehat{C}$ phụ nhau nên $\sin C = \cos B = 0,8$; $\cos C = \sin B = 0,6$

Do đó, ta có $tg\,C = \dfrac{\sin C}{\cos C} = \dfrac{0,8}{0,6} = \dfrac{4}{3}$; $cotg C = \dfrac{3}{4}$

16. Ta có $\sin 60^o = \dfrac{\sqrt{3}}{2}$

Gọi độ dài của cạnh đối diện với góc 60° là a.

Ta có $\sin 60^o = \dfrac{a}{8} \Rightarrow a = 8 \sin 60^o = 8 . \dfrac{\sqrt{3}}{2} = 4\sqrt{3}$

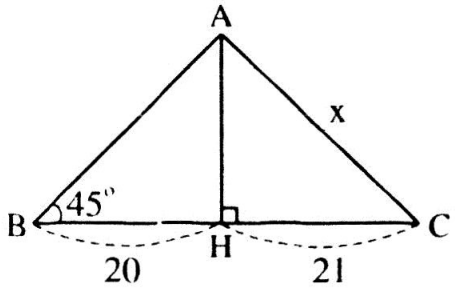
17. ΔABH vuông tại H có $\widehat{B} = 45^o$ nên là tam giác vuông cân

$\Rightarrow AH = BH = 20$

ΔAHC vuông tại H, theo định lí Py-ta-go, ta có:

$x^2 = 20^2 + 21^2$

$\Rightarrow x = \sqrt{20^2 + 21^2} = 29$



§3. BẢNG LƯỢNG GIÁC

Dùng bảng lượng giác giúp nhanh chóng tìm được giá trị các tỉ số lượng giác của một góc nhọn cho trước và ngược lại, tìm được số đo của một góc nhọn khi biết giá trị tỉ số lượng giác của góc đó.

BÀI TẬP (Bài tập trang 83 - SGK)

18. Dùng bảng lượng giác hoặc máy tính bỏ túi để tìm các tỉ số lượng giác sau (làm tròn đến chữ số thập phân thứ tư):

a. $\sin 40^o12'$ **b.** $\cos 52^o54'$

c. $tg 63^o36'$ **d.** $cotg 25^o18'$

19. Dùng bảng lượng giác hoặc máy tính bỏ túi để tìm số đo của góc nhọn x (làm tròn đến phút), biết rằng:

a. $\sin x = 0,2368$ **b.** $\cos x = 0,6224$

c. $tg x = 2,154$ **d.** $cotg x = 3,251$

GIẢI

18. **a.** $\sin 40^\circ 12' \approx 0,6455$ **b.** $\cos 52^\circ 54' \approx 0,6032$

c. $tg 63^\circ 36' \approx 2,014$ **d.** $cotg 25^\circ 18' \approx 2,1160$

19. **a.** $\sin x = 0,2368 \Rightarrow x \approx 13^\circ 42'$ **b.** $\cos x = 0,6224 \Rightarrow x \approx 51^\circ 30'$

c. $tg x = 2,154 \Rightarrow x \approx 65^\circ 6'$ **d.** $cotg x = 3,251 \Rightarrow x \approx 17^\circ 6'$

BÀI TẬP TỰ LUYỆN

Bài 1 Dùng bảng lượng giác hoặc máy tính bỏ túi để tìm các tỉ số lượng giác sau (làm tròn đến chữ số thập phân thứ tư).

a. $\sin 29^\circ 18'$ **b.** $\cos 64^\circ 28'$

c. $tg 48^\circ 23'$ **d.** $cotg 60^\circ 17'$

Bài 2 Dùng bảng lượng giác hoặc máy tính bỏ túi để tìm số đo của góc nhọn x (làm tròn đến phút) biết rằng:

a. $\sin x = 0,9410$ **b.** $tg x = 0,9380$

LUYỆN TẬP (Bài tập trang 84 - SGK)

20. Dùng bảng lượng giác (có sử dụng phần hiệu chính) hoặc máy tính bỏ túi, hãy tìm các tỉ số lượng giác (làm tròn đến chữ số thập phân thứ tư)

a. $\sin 70^\circ 13'$ **b.** $\cos 25^\circ 32'$

c. $tg 43^\circ 10'$ **d.** $cotg 32^\circ 15'$

21. Dùng bảng lượng giác hoặc máy tính bỏ túi để tìm góc nhọn x (làm tròn kết quả đến độ), biết rằng:

a. $\sin x = 0,3495$ **b.** $\cos x = 0,5427$

c. $tg x = 1,5142$ **d.** $cotg x = 3,163$

22. So sánh:

a. $\sin 20^\circ$ và $\sin 70^\circ$ **b.** $\cos 25^\circ$ và $\cos 63^\circ 15'$

c. $tg 73^\circ 20'$ và $tg 45^\circ$ **d.** $cotg 2^\circ$ và $cotg 37^\circ 40'$

23. Tính:

a. $\dfrac{\sin 25^\circ}{\cos 65^\circ}$ **b.** $tg 58^\circ - cotg 32^\circ$

24. Sắp xếp các tỉ số lượng giác sau theo thứ tự tăng dần:

a. $\sin 78^\circ$; $\cos 14^\circ$; $\sin 47^\circ$; $\cos 87^\circ$ **b.** $tg 73^\circ$; $cotg 25^\circ$; $tg 62^\circ$; $cotg 38^\circ$

25 So sánh:

a. $tg25^o$ và $sin25^o$ b. $cotg32^o$ và $cos32^o$

c. $tg45^o$ và $cos45^o$ d. $cotg60^o$ và $sin30^o$

GIẢI

20 a. $sin70^o13' \approx 0,9410$ b. $cos25^o32' \approx 0,9023$

c. $tg43^o10' \approx 0,9380$ d. $cotg32^o15' \approx 1,5849$

21 a. $sinx = 0,3495 \Rightarrow x \approx 20^o$ b. $cosx = 0,5427 \Rightarrow x \approx 57^o$

c. $tgx = 1,5142 \Rightarrow x \approx 57^o$ d. $cotgx = 3,163 \Rightarrow x \approx 18^o$

22 a. $sin20^o < sin70^o$ vì $20^o < 70^o$ (góc tăng, sin tăng)

b. $cos25^o > cos63^o15'$ vì $25^o < 63^o15'$ (góc tăng, cos giảm)

c. $tg73^o20' > tg45^o$ vì $73^o20' > 45^o$ (góc tăng, tang tăng)

d. $cotg2^o > cotg37^o40'$ vì $2^o < 37^o40'$ (góc giảm, cotg tăng)

23. a. $\dfrac{sin25^o}{cos65^o} = \dfrac{sin(90^o - 65^o)}{cos65^o} = \dfrac{cos65^o}{cos65^o} = 1$

b. $tg58^o - cotg32^o = tg(90^o - 32^o) - cotg32^o = cotg32^o - cotg32^o = 0$

24. a. $cos14^o = cos(90^o - 76^o) = sin76^o$; $cos87^o = cos(90^o - 3^o) = sin3^o$

Ta có $3^o < 47^o < 76^o < 78^o$ nên $sin3^o < sin47^o < sin76^o < sin78^o$

$\Rightarrow cos87^o < sin47^o < cos14^o < sin78^o$.

b. $cotg25^o = cotg(90^o - 65^o) = tg65^o$, $cotg38^o = cotg(90^o - 52^o) = tg52^o$

Ta có $52^o < 62^o < 65^o < 73^o$ nên $tg52^o < tg62^o < tg65^o < tg73^o$

$\Rightarrow cotg38^o < tg62^o < cotg25^o < tg73^o$

25. a. $tg25^o = \dfrac{sin25^o}{cos25^o} > sin25^o$ vì $cos25^o < 1$

b. $cotg32^o = \dfrac{cos32^o}{sin32^o} > cos32^o$ vì $sin32^o < 1$

c. $tg45^o = \dfrac{sin45^o}{cos45^o} > sin45^o$ vì $cos45^o < 1$

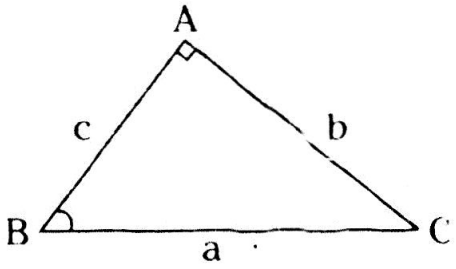
d. $cotg60^o = cotg(90^o - 30^o) = tg30^o = \dfrac{sin30^o}{cos30^o} > sin30^o$ vì $cos30^o < 1$

§4. MỘT SỐ HỆ THỨC VỀ CẠNH VÀ GÓC TRONG TAM GIÁC VUÔNG

Định lí: Trong tam giác vuông, mỗi cạnh góc vuông bằng:

a. Cạnh huyền nhân với sin góc đối hoặc nhân với côsin góc kề,

b. Cạnh góc vuông kia nhân với tang góc đối hoặc nhân với côtang góc kề.



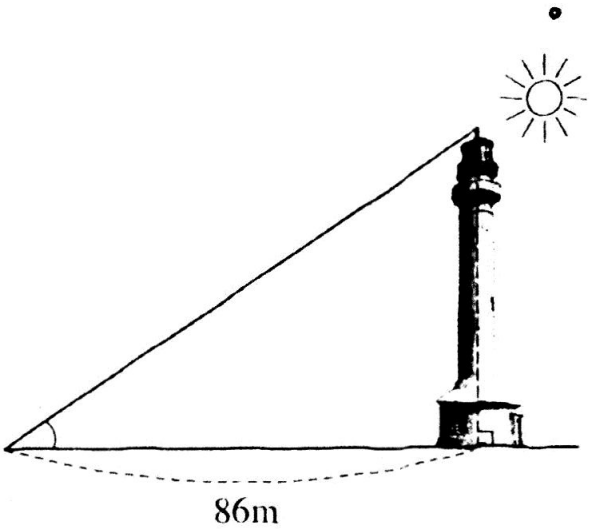
ΔABC vuông tại A, ta có các hệ thức:

$b = a \cdot \sin B = a \cdot \cos C$ $\qquad$ $b = c \cdot tgB = c \cdot cotg\,C$

$c = a \cdot \sin C = a \cdot \cos B$ $\qquad$ $c = b \cdot tgC = b \cdot cotgB$

BÀI TẬP (Bài tập trang 88 - SGK)

26. Các tia nắng mặt trời tạo với mặt đất một góc xấp xỉ bằng 34° và bóng của một tháp trên mặt đất dài 86m (hình bên). Tính chiều cao của tháp (làm tròn đến mét).



27. Cho tam giác ABC vuông tại A, tính các cạnh và các góc của ΔABC, biết rằng:

a. $b = 10cm$, $\hat{C} = 30^o$

b. $c = 10cm$, $\hat{C} = 45^o$

c. $a = 20cm$, $\hat{B} = 35^o$

d. $c = 21cm$, $b = 18cm$

GIẢI

26. Chiều cao của tháp là $86tg34^o \approx 58$ (m)

27. a. $\hat{B} = 90^o - \hat{C} = 60^o$; $c = btgC \approx 5,774$ (cm)

$$a = \frac{b}{\sin B} = \frac{10}{\sin 60^o} \approx 11,547 \text{ (cm)}$$

b. $\hat{B} = 90^o - \hat{C} = 45^o$; $b = c = 10$ (cm);

$$a = 10\sqrt{2} \approx 14,142 \text{ (cm)}$$

c. $\widehat{C} = 90^o - \widehat{B} = 55^o$; $b = a\sin B = 20\sin 35^o \approx 11,472$ (cm);

$c = a\sin C = 20\sin 55^o \approx 16,383$ (cm)

d. $tgB = \frac{b}{c} = \frac{6}{7} \Rightarrow \widehat{B} \approx 41^o$; $\widehat{C} = 90^o - \widehat{B} \approx 49^o$

$a = \frac{b}{\sin B} = \frac{18}{\sin 41^o} \approx 27,437$ (cm)

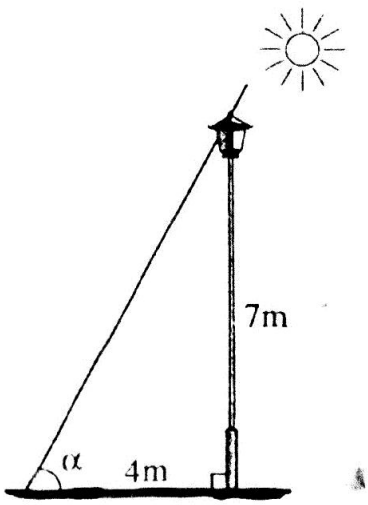
BÀI TẬP TỰ LUYỆN

Giải tam giác ABC vuông tại A, biết rằng:

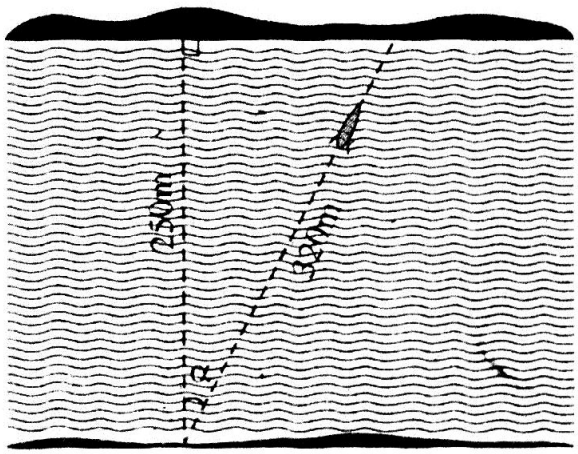
a. $c = 7cm$, $\widehat{B} = 40^o$ **b.** $a = 14cm$; $\widehat{C} = 60^o$

LUYỆN TẬP (Bài tập trang 89 - SGK)

28. Một cột đèn cao 7m có bóng trên mặt đất dài 4m. Hãy tính góc (làm tròn đến phút) mà tia sáng mặt trời tạo với mặt đất (góc α trong hình 1).



Hình 1



Hình 2

29. Một khúc sông rộng khoảng 250m. Một chiếc đò chèo qua sông bị dòng nước đẩy xiên nên phải chèo khoảng 320m mới sang được bờ bên kia. Hỏi dòng nước đã đẩy chiếc đò lệch đi một góc bằng bao nhiêu độ? (góc α trong hình 2).

30. Cho tam giác ABC, trong đó BC = 11cm, $\widehat{ABC} = 38^o$, $\widehat{ACB} = 30^o$. Gọi điểm N là chân của đường vuông góc kẻ từ A đến cạnh BC. Hãy tính:

a. Đoạn thẳng AN;

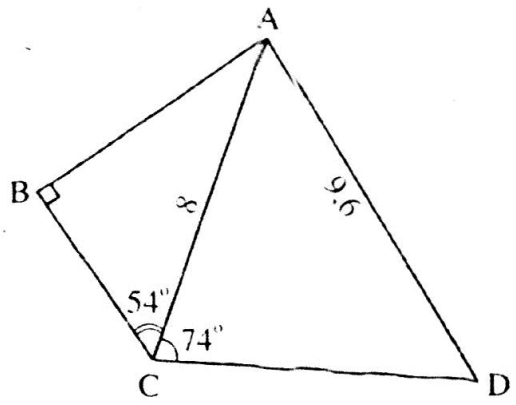
b. Cạnh AC.

Gợi ý. Kẻ BK vuông góc với AC.

31. Trong hình bên, AC = 8cm, AD = 9,6cm, $\widehat{ABC} = 90^o$, $\widehat{ACB} = 54^o$ và $\widehat{ACD} = 74^o$. Hãy tính:

a. AB;

b. $\widehat{ADC}$.



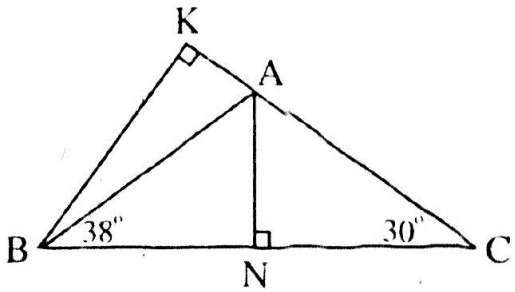
32. Một con thuyền với vận tốc 2km/h vượt qua một khúc sông nước chảy mạnh mất 5 phút. Biết rằng đường đi của con thuyền tạo với bờ một góc 70°. Từ đó đã có thể tính được chiều rộng của khúc sông chưa? Nếu có thể hãy tính kết quả (làm tròn đến mét).

GIẢI

28. $tg\alpha = \frac{7}{4}$ $\Rightarrow \alpha \approx 60^o15'$

29. $\cos\alpha = \frac{250}{320}$ $\Rightarrow \alpha \approx 38^o37'$

30. a. Vẽ BK ⊥ AC tại K.



ΔBKC vuông tại K nên

$\widehat{KBC} = 90^o - \hat{C} = 60^o$;

$BK = \frac{BC}{2} = 5,5cm$

Ta có $\widehat{KBA} = 60^o - 38^o = 22^o$

ΔABK vuông tại K nên

$$AB = \frac{BK}{\cos\widehat{KBA}} = \frac{5,5}{\cos 22^o} \approx 5,932 \text{ (cm)}$$

ΔABN vuông tại N nên

$$AN = AB \,.\, \sin\widehat{ABN} \approx 5,932 \,.\, \sin 38^o \approx 3,652 \text{ (cm)}$$

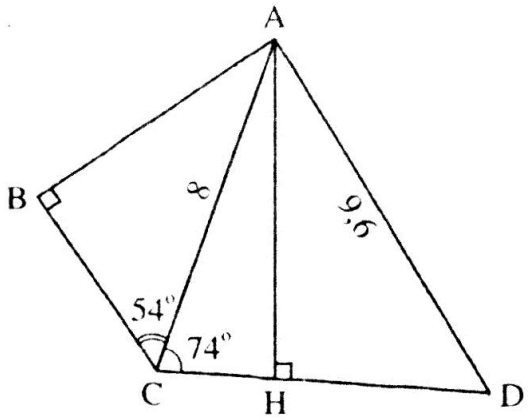
b. ΔANC vuông tại N nên

$$AC = \frac{AN}{\sin C} = \frac{3,652}{\sin 30^o} = 7,304 \text{ (cm)}$$

31. a. ΔABC vuông tại B nên:

$$AB = AC\sin\widehat{ACB} = 8 \sin 54^o \approx 6,472 \text{ (cm)}$$

b. Vẽ đường cao AH của tam giác ACD



ΔAHC vuông tại H nên:

$$AH = AC\sin\widehat{ACH}$$

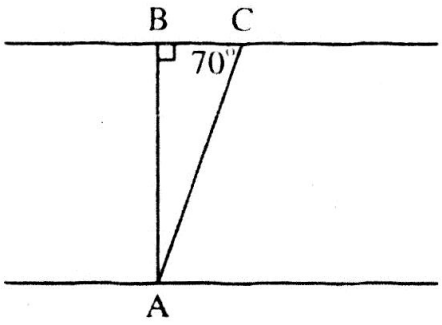
$$= 8\sin 74^\circ \approx 7{,}690 \text{ (cm)}$$

ΔAHD vuông tại H nên:

$$\sin D = \frac{AH}{AD} \approx \frac{7{,}690}{9{,}6} \approx 0{,}8010$$

$$\Rightarrow \widehat{ADC} = 53^\circ$$

32. Gọi chiều rộng khúc sông là AB, đoạn đường đi của thuyền là AC.



Ta có $AC \approx 33 \cdot 5 \approx 165$ (m)

$\widehat{BAC} = 70^\circ$ (gt)

ΔABC vuông tại B nên:

$$AB = AC\sin\widehat{BCA} = 165\sin 70^\circ \approx 155 \text{ (m)}$$

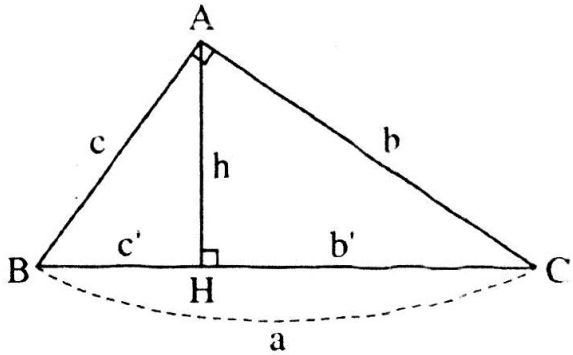
ÔN TẬP CHƯƠNG I

TÓM TẮT CÁC KIẾN THỨC CẦN NHỚ

1. Các hệ thức về cạnh và đường cao trong tam giác vuông

Cho tam giác ABC vuông tại A (hình 1). Khi đó, ta có:

1. $b^2 = ab'$; $c^2 = ac'$;
2. $h^2 = b'c'$;
3. $ha = bc$;
4. $\frac{1}{h^2} = \frac{1}{b^2} + \frac{1}{c^2}$

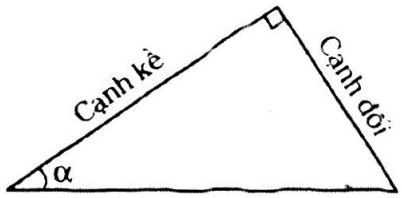


Hình 1

2. Định nghĩa các tỉ số lượng giác của góc nhọn (hình 2)

$\sin\alpha = \frac{\text{cạnh đối}}{\text{cạnh huyền}}$; $\cos\alpha = \frac{\text{cạnh kề}}{\text{cạnh huyền}}$

$tg\alpha = \frac{\text{cạnh đối}}{\text{cạnh kề}}$; $cotg\alpha = \frac{\text{cạnh kề}}{\text{cạnh đối}}$



Hình 2

3. Một số tính chất của các tỉ số lượng giác

- Cho hai góc α và β phụ nhau. Khi đó:

  $\sin\alpha = \cos\beta$; $tg\alpha = cotg\beta$

  $\cos\alpha = \sin\beta$; $cotg\alpha = tg\beta$

- Cho góc nhọn α. Ta có:

  $0 < \sin\alpha < 1$; $0 < \cos\alpha < 1$; $\sin^2\alpha + \cos^2\alpha = 1$;

  $tg\alpha = \frac{\sin\alpha}{\cos\alpha}$; $cotg\alpha = \frac{\cos\alpha}{\sin\alpha}$; $tg\alpha \cdot cotg\alpha = 1$

4. Các hệ thức về cạnh và góc trong tam giác vuông

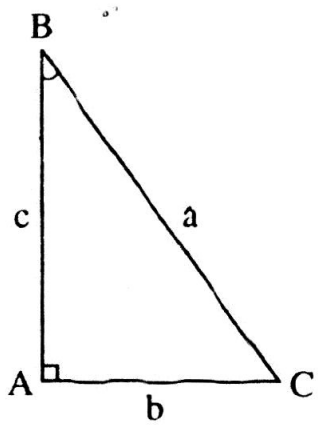
Cho tam giác ABC vuông tại A (hình 3). Khi đó:

$b = a\sin B$; $c = a\sin C$

$b = a\cos C$; $c = a\cos B$

$b = c\,tgB$; $c = b\,tgC$

$b = c\,cotgC$; $c = b\,cotgB$



Hình 3

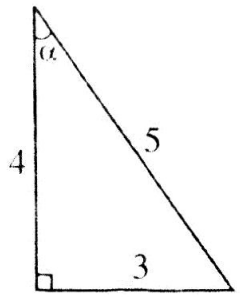
BÀI TẬP (Bài tập trang 93 - SGK)

33. Chọn kết quả đúng trong các kết quả dưới đây:

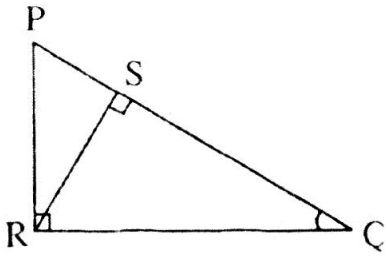
a. Trong hình 1, sinα bằng:

(A) $\frac{5}{3}$; **(B)** $\frac{5}{4}$;

(C) $\frac{3}{5}$; **(D)** $\frac{3}{4}$



Hình 1



Hình 2

b. Trong hình 2, sinQ bằng:

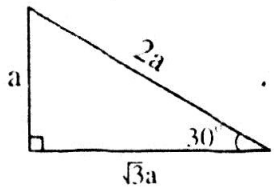
(A) $\frac{PR}{RS}$; **(B)** $\frac{PR}{QR}$;

(C) $\frac{PS}{SR}$; **(D)** $\frac{SR}{QR}$

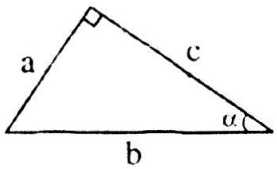
c. Trong hình 3, cos30° bằng:

(A) $\frac{2a}{\sqrt{3}}$; **(B)** $\frac{a}{\sqrt{3}}$;

(C) $\frac{\sqrt{3}}{2}$; **(D)** $2\sqrt{3}\,a^2$



Hình 3



Hình 4

34. **a.** Trong hình 4, hệ thức nào trong các hệ thức sau là đúng?

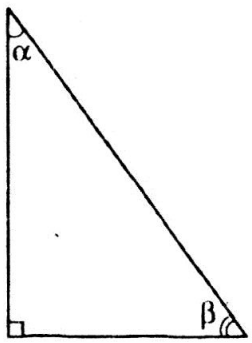
(A) $\sin\alpha = \frac{b}{c}$; **(B)** $\cot g\alpha = \frac{b}{c}$;

(C) $tg\alpha = \frac{a}{c}$; **(D)** $\cot g\alpha = \frac{a}{c}$

b. Trong hình 5, hệ thức nào trong các hệ thức sau không đúng?

(A) $\sin^2\alpha + \cos^2\alpha = 1$ **(B)** $\sin\alpha = \cos\beta$

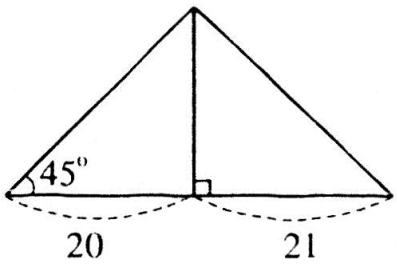
(C) $\cos\beta = \sin(90^\circ - \alpha)$ **(D)** $tg\alpha = \frac{\sin\alpha}{\cos\alpha}$



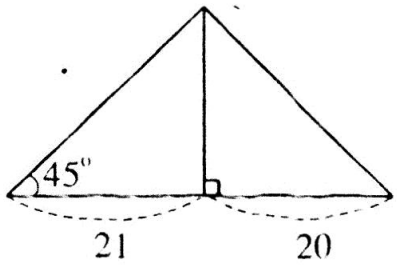
Hình 5

35. Tỉ số giữa hai cạnh góc vuông của một tam giác vuông bằng 19:28. Tìm các góc của nó.

36. Cho tam giác có một góc bằng 45°. Đường cao chia một cạnh kề với góc đó thành các phần 20cm và 21cm. Tính cạnh lớn trong hai cạnh còn lại (lưu ý có hai trường hợp hình 6 và hình 7).



Hình 6



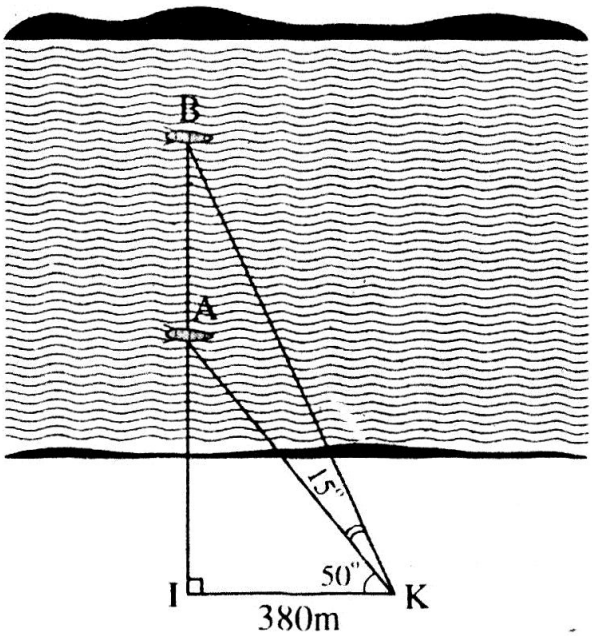
Hình 7

37. Cho tam giác ABC có AB = 6cm, AC = 4,5cm, BC = 7,5cm.

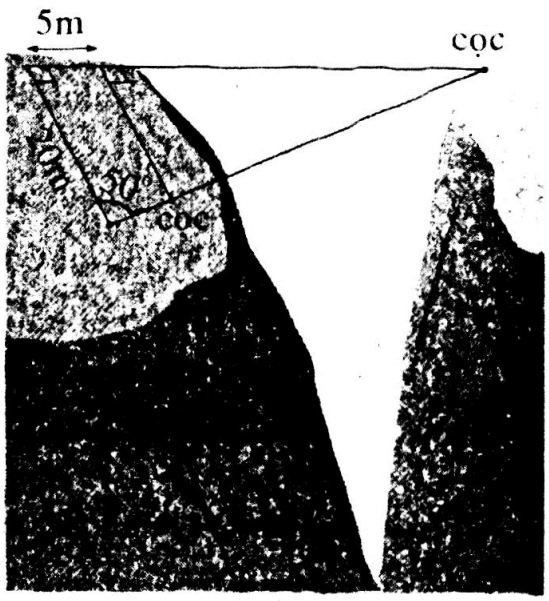
a. Chứng minh tam giác ABC vuông tại A. Tính các góc B, C và đường cao AH của tam giác đó.

b. Hỏi rằng điểm M mà diện tích tam giác MBC bằng diện tích tam giác ABC nằm trên đường nào?

38. Hai chiếc thuyền A và B ở vị trí được minh họa như trong hình a. Tính khoảng cách giữa chúng (làm tròn đến mét).



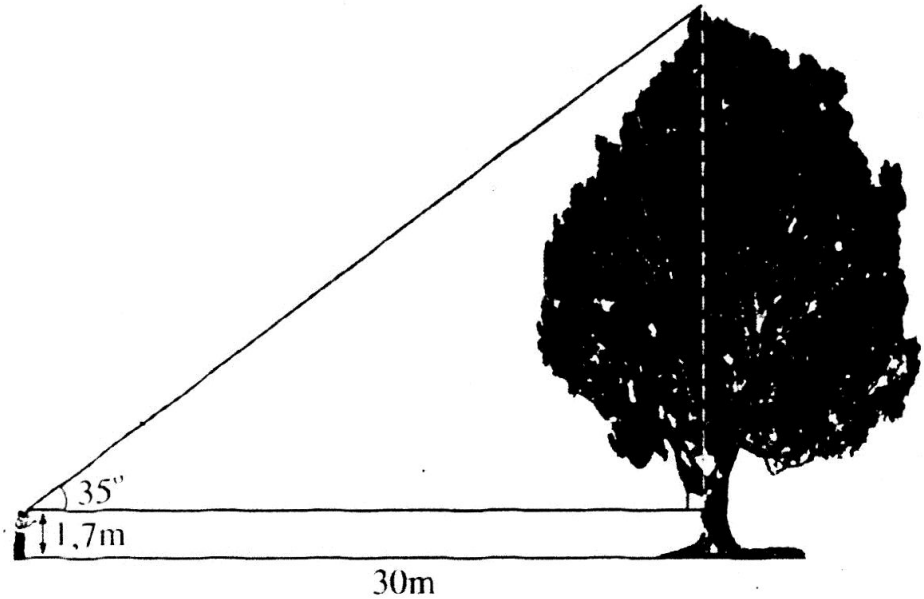
Hình a



Hình b

39. Tìm khoảng cách giữa hai cọc để căng dây vượt qua vực trong hình b (làm tròn đến mét).

40. Tính chiều cao của cây trong hình bên dưới (làm tròn đến mét).



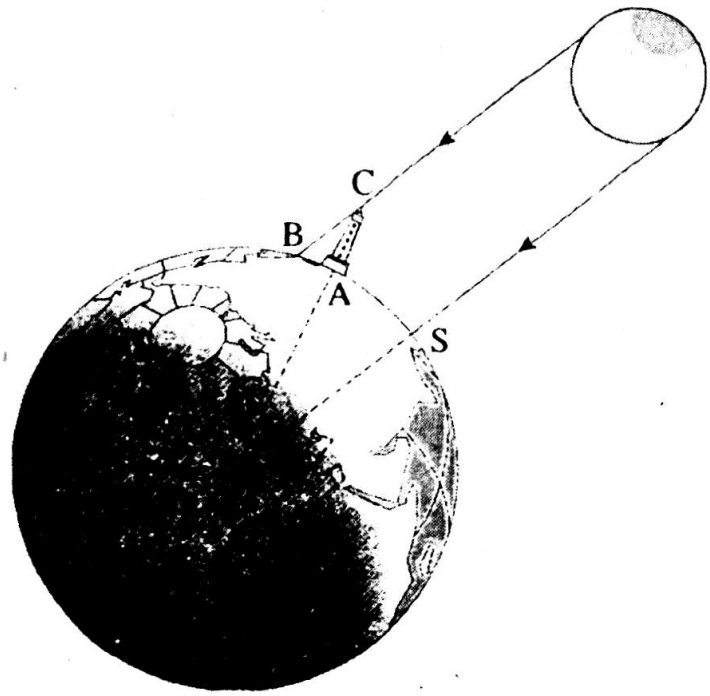
41. Tam giác ABC vuông tại C có AC = 2cm, BC = 5cm, $\widehat{BAC} = x$, $\widehat{ABC} = y$. Dùng các thông tin sau (nếu cần) để tìm x - y:

$\sin 23^\circ 36' \approx 0,4$; $\cos 66^\circ 24' \approx 0,4$; $\text{tg} 21^\circ 48' \approx 0,4$

42. Ở một cái thang dài 3m người ta ghi: "Để đảm bảo an toàn khi dùng thang, phải đặt thang này tạo với mặt đất một góc độ lớn từ 60° đến 70°". Đo góc thì khó hơn đo độ dài. Vậy hãy cho biết: Khi dùng thang đó chân thang phải đặt cách tường khoảng bao nhiêu mét để đảm bảo an toàn?

43. **Đố.** Vào khoảng năm 200 trước Công nguyên, Ơ-ra-tô-xten, một nhà toán học và thiên văn học Hi Lạp, đã ước lượng được "chu vi" của Trái Đất (chu vi đường Xích Đạo) nhờ hai quan sát sau:

1. Một ngày trong năm, ông ta để ý thấy Mặt Trời chiếu thẳng các đáy giếng ở thành phố Xy-en (nay gọi là Át-xu-an), tức là tia sáng chiếu thẳng đứng.
2. Cùng lúc đó ở thành phố A-lếch-xăng-đri-a cách Xy-en 800km, một tháp cao 25m có bóng trên mặt đất dài 3,1m.



Từ hai quan sát trên, em hãy tính xấp xỉ "chu vi" của Trái Đất.

(Trên hình bên, điểm S tượng trưng cho thành phố Xy-en, điểm A tượng trưng cho thành phố A-lếch-xăng-đri-a, bóng của tháp trên mặt nước được coi là đoạn thẳng AB.)

GIẢI

33. a. C **b.** D **c.** C

34. a. C **b.** C

35. Gọi α là góc nhọn của tam giác vuông đó có:

$$tg\alpha = \frac{19}{28} \approx 0,6786 \Rightarrow \alpha \approx 34^o10'$$

Vậy các góc nhọn của tam giác vuông đó có độ lớn là:

$34^o10'$; $90^o - 34^o10' = 55^o50'$

36. Xét hình 6, ta đặt tên các đỉnh có hình 6a.

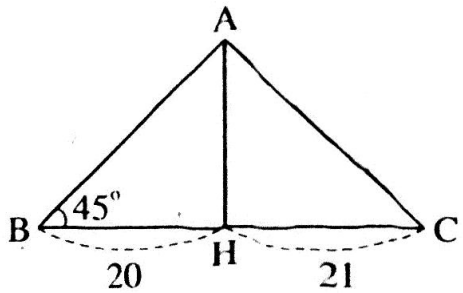
$BH < HC \Rightarrow AB < AC$

ΔHAB vuông tại H có $\widehat{ABH} = 45^o$ nên là tam giác vuông cân. $\Rightarrow AH = BH = 20$ (cm)

ΔHAC vuông tại H, theo định lí Py-ta-go có:

$$AC^2 = AH^2 + HC^2 = 21^2 + 20^2$$

$$\Rightarrow \quad AC = \sqrt{21^2 + 20^2} = 29 \text{ (cm)}$$



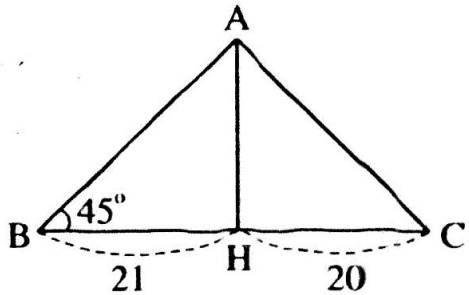
Hình 6a

Xét hình 47, ta đặt tên các đỉnh có hình 7a,

$BH > HC \quad \Rightarrow \quad AB > AC$

ΔABH vuông tại H có $\widehat{B} = 45^o$ nên là tam giác vuông cân $\Rightarrow AH = BH = 21$ (cm)

Ta có: $AB = \sqrt{21^2 + 21^2} = 21\sqrt{2} \approx 29,7$ (cm)



Hình 7a

37. a. Ta có: $6^2 + 4,5^2 = 36 + 20,25 = 56,25 = 7,5^2 = 56,25$

ΔABC có $AB^2 + AC^2 = BC^2$ (= 56,25) nên vuông tại A.

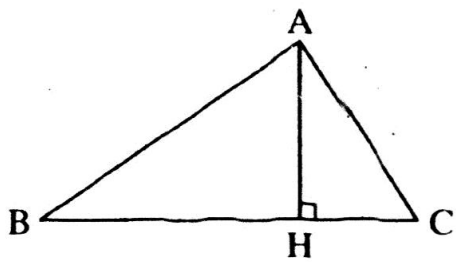
$$tgB = \frac{AC}{AB} = \frac{4,5}{6} = 0,75 \Rightarrow \widehat{B} \approx 37^o$$

$$\widehat{C} = 90^o - \widehat{B} \approx 53^o$$

ΔABC vuông tại A, AH là đường cao nên:

$AH \cdot BC = AB \cdot AC$

$$\Rightarrow \quad AH = \frac{AB \cdot AC}{BC} = \frac{4,5 \cdot 6}{7,5} = 3,6 \text{ (cm)}$$



b. $S_{MBC} = S_{ABC} \Rightarrow$ M cách BC một khoảng bằng AH.

Do đó M nằm trên hai đường thẳng song song cách BC một khoảng bằng 3,6cm.

38. $\widehat{IKB} = 50^o + 15^o = 65^o$

ΔIBK vuông tại I nên IB = IK tgIKB = 380 . tg65° ≈ 814,9 (cm)

ΔIAK vuông tại I nên IA = IK tgIKA = 380 . tg50° ≈ 452,9 (cm)

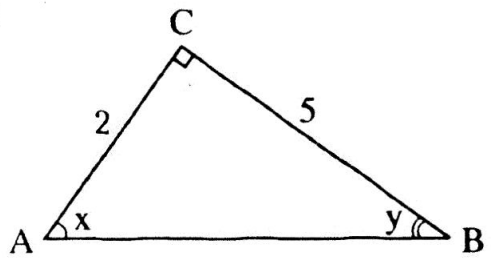
Khoảng cách giữa hai thuyền là: AB = IB - IA ≈ 362 (m)

39. Khoảng cách giữa hai cọc là:

$$\frac{20}{\cos 50^o} - \frac{5}{\sin 50^o} \approx 31,12 - 6,53 \approx 24,59 \text{ (m)}$$

40. Chiều cao của cây là:

$$1,7 + 30\text{tg}35^o \approx 1,7 + 21 = 22,7 \text{ (cm)}$$



41. $\text{tg}y = \frac{2}{5} = 0,4$ nên $y \approx 21^o48'$

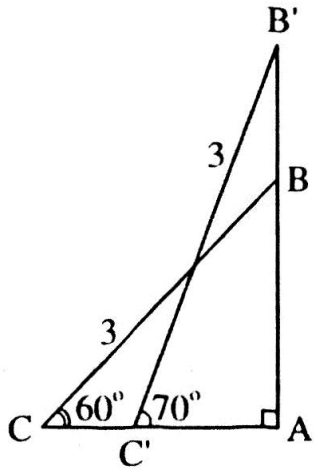
Do đó: $x = 90^o - y \approx 68^o12'$

Vậy: $x - y \approx 68^o12' - 21^o48' = 46^o24'$

42. $AC' = BC \cos C = 3\cos 60^o = 1,5$ (m)

$AC' = B'C' \cos C' = 3\cos 70^o \approx 1,03$ (m)

Vậy khi dùng thang đó, chân thang phải đặt cách tường một khoảng từ 1,03m đến 1,5m để đảm bảo an toàn.



43. Bóng của tháp vuông góc với tháp:

ΔABC vuông tại A. Ta có:

$$\text{tg}C = \frac{AB}{AC} = \frac{3,1}{25} \approx 0,124$$

$$\Rightarrow \quad \hat{C} \approx 7^o$$

Các tia sáng được coi là song song với nhau nên $\hat{O} = 7^o$

Chu vi của Trái Đất là

$$800 . \frac{360}{7} \approx 41143 \text{ (km)}$$

Chương II:

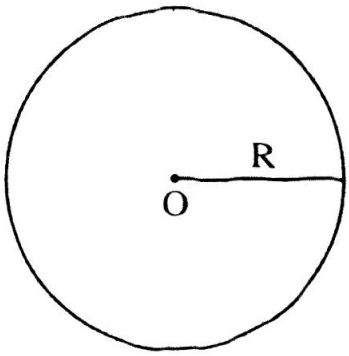
ĐƯỜNG TRÒN

§1. SỰ XÁC ĐỊNH ĐƯỜNG TRÒN - TÍNH CHẤT ĐỐI XỨNG CỦA ĐƯỜNG TRÒN

1. Nhắc lại về đường tròn

Đường tròn tâm O bán kính R (với R > 0) là hình gồm các điểm cách điểm O một khoảng bằng R.

Kí hiệu (O; R) cũng có thể là (O) khi không cần chú ý đến bán kính.



- M nằm trên (O; R) $\Leftrightarrow$ OM = R
- M nằm bên trong (O; R) $\Leftrightarrow$ OM < R
- M nằm bên ngoài (O; R) $\Leftrightarrow$ OM > R

2. Cách xác định một đường tròn

a. Một điểm O cho trước và một số thực r > 0 cho trước xác định một đường tròn tâm O bán kính r.

b. Một đoạn thẳng AB cho trước xác định đường tròn đường kính AB.

c. Ba điểm không thẳng hàng xác định đường tròn qua ba điểm đó. Đường tròn qua 3 đỉnh A, B, C của ΔABC gọi là đường tròn ngoại tiếp ΔABC. ΔABC gọi là tam giác nội tiếp đường tròn.

3. Đường tròn là hình có tâm đối xứng. Tâm của đường tròn là tâm đối xứng của đường tròn đó.

4. Đường tròn là hình có trục đối xứng. Bất kì đường kính nào cũng là trục đối xứng của đường tròn.

BÀI TẬP (Bài tập trang 99 - SGK)

1. Cho hình chữ nhật ABCD có AB = 12cm, BC = 5cm. Chứng minh rằng bốn điểm A, B, C, D thuộc cùng một đường tròn. Tính bán kính của đường tròn đó.

2. Hãy nối mỗi ô ở cột trái với một ô ở cột phải để được khẳng định đúng:

(1) Nếu tam giác có ba góc nhọn	(4) thì tâm của đường tròn ngoại tiếp tam giác đó nằm bên ngoài tam giác.
(2) Nếu tam giác có góc vuông	(5) thì tâm của đường tròn ngoại tiếp tam giác đó nằm bên trong tam giác.
(3) Nếu tam giác có góc tù	(6) thì tâm của đường tròn ngoại tiếp tam giác đó là trung điểm của cạnh lớn nhất.
	(7) thì tâm của đường tròn ngoại tiếp tam giác đó là trung điểm của cạnh nhỏ nhất.

3. Chứng minh các định lí sau:

a. Tâm của đường tròn ngoại tiếp tam giác vuông là trung điểm của cạnh huyền.

b. Nếu một tam giác có một cạnh là đường kính của đường tròn ngoại tiếp thì tam giác đó là tam giác vuông.

4. Trên mặt phẳng tọa độ Oxy, hãy xác định vị trí của mỗi điểm A(-1; -1), B(-1; -2), C($\sqrt{2}$; $\sqrt{2}$) đối với đường tròn tâm O bán kính 2.

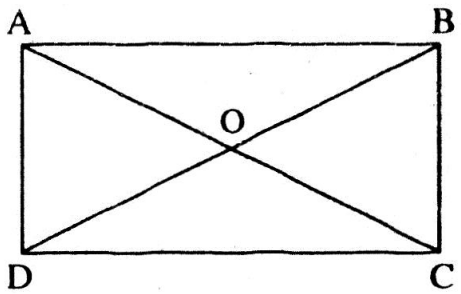
5. *Đố.* Một tấm bìa hình tròn không còn dấu vết của tâm. Hãy tìm lại tâm của hình tròn đó.

GIẢI

1. Gọi O là giao điểm của AC và BD.

Tứ giác ABCD là hình chữ nhật nên có OA = OB = OC = OD.

⇒ A, B, C, D cùng thuộc đường tròn tâm O, bán kính OA = $\frac{AC}{2}$



ΔABC vuông tại B, theo định lí Py-ta-go ta có:

$$AC^2 = AB^2 + BC^2 = 12^2 + 5^2$$

$$\Rightarrow \quad AC = \sqrt{169} = 13$$

Bán kính của đường tròn đó là: $\frac{13}{2}$ = 6,5 (cm)

2. Nối (1) với (5); nối (2) với (6); nối (3) với (4)

3. a. Gọi O là trung điểm cạnh BC, tam giác ABC vuông tại A có AO là đường trung tuyến nên OA = OB = OC.

Vậy O là tâm đường tròn đi qua các điểm A, B, C.

b. Gọi O là tâm của đường tròn ngoại tiếp tam giác ABC, đường kính BC

$\Rightarrow$ O là trung điểm BC.

Mặt khác có OA = OB = OC.

ΔABC có AO là đường trung tuyến và $AO = \frac{BC}{2} \Rightarrow \Delta ABC$ vuông tại A.

4. • $OA^2 = 1^2 + 1^2 = 2 \Rightarrow OA = \sqrt{2}$

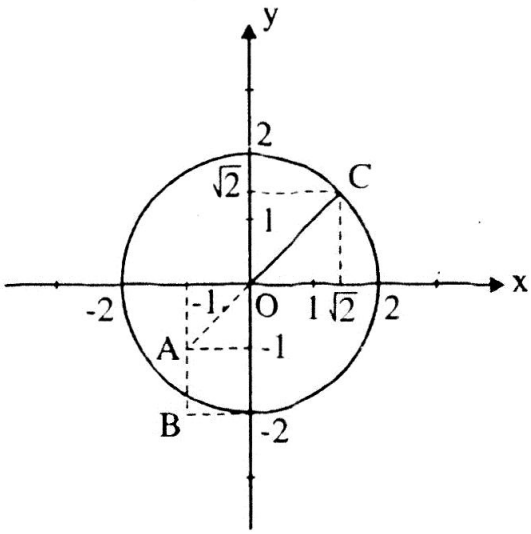
$\sqrt{2} < \sqrt{4} = 2$ nên A nằm bên trong (O)

• $OB^2 = 1^2 + 2^2 = 5 \Rightarrow OB = \sqrt{5}$

$\sqrt{5} > \sqrt{4} = 2$ nên B nằm bên ngoài (O)

• $OC^2 = (\sqrt{2})^2 + (\sqrt{2})^2 = 4 \Rightarrow OC = 2$

2 = 2 nên C nằm trên (O)



5. Vẽ hai dây của đường tròn. Vẽ các đường trung trực của hai dây đó, giao điểm của hai đường thẳng này là tâm của đường tròn.

BÀI TẬP TỰ LUYỆN

Cho đường tròn (O; R). A là điểm sao cho $OA = \frac{3}{2}R$. B là điểm nằm trên đường tròn (O; R)

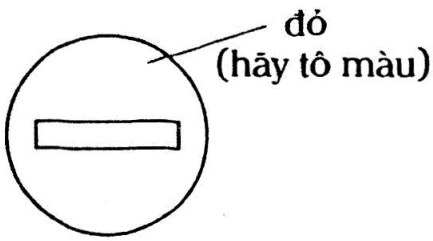
a. Chứng tỏ rằng A nằm ngoài đường tròn (O; R)

b. Tìm giá trị lớn nhất, giá trị nhỏ nhất của độ dài đoạn thẳng AB.

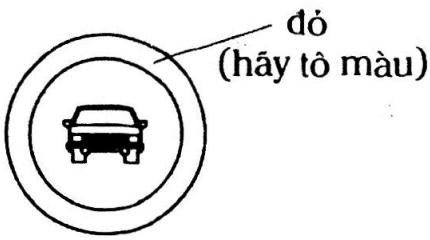
LUYỆN TẬP (Bài tập trang 100 - SGK)

6. Trong các biển báo giao thông sau, biển nào có tâm đối xứng, biển nào có trục đối xứng?

a. Biển cấm đi ngược chiều (h.1); **b.** Biển cấm ôtô (h.2).



Hình 1



Hình 2

7. Hãy nối mỗi ô ở cột trái với một ô ở cột phải để được khẳng định đúng:

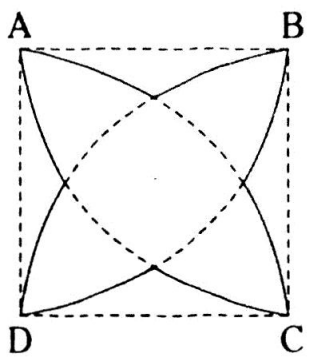
(1) Tập hợp các điểm có khoảng cách đến điểm A cố định bằng 2cm	(4) là đường tròn tâm A bán kính 2cm.
(2) Đường tròn tâm A bán kính 2cm gồm tất cả những điểm	(5) có khoảng cách đến điểm A nhỏ hơn hoặc bằng 2cm.
(3) Hình tròn tâm A bán kính 2cm gồm tất cả những điểm	(6) có khoảng cách đến điểm A bằng 2cm.
	(7) có khoảng cách đến điểm A lớn hơn 2cm.

8. Cho góc nhọn xAy và hai điểm B, C thuộc tia Ax. Dựng đường tròn (O) đi qua B và C sao cho tâm O nằm trên tia Ay.

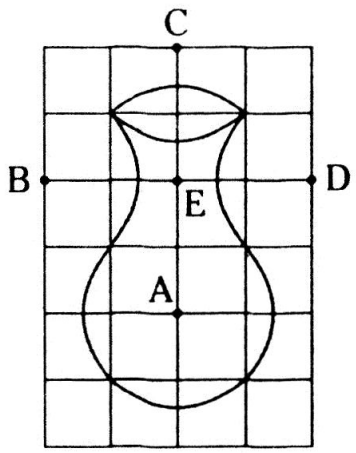
9. *Đố.*

a. *Vẽ hình hoa bốn cánh.* Hình hoa bốn cánh trên hình 1 được tạo bởi các cung có tâm A, B, C, D (trong đó A, B, C, D là các đỉnh của một hình vuông và tâm của cung là tâm của đường tròn chứa cung đó). Hãy vẽ lại hình 1 vào vở.

b. *Vẽ lọ hoa.* Chiếc lọ hoa trên hình 2 được vẽ trên giấy kẻ ô vuông bởi năm cung có tâm A, B, C, D, E. Hãy vẽ lại hình 2 vào giấy kẻ ô vuông.



Hình 1



Hình 2

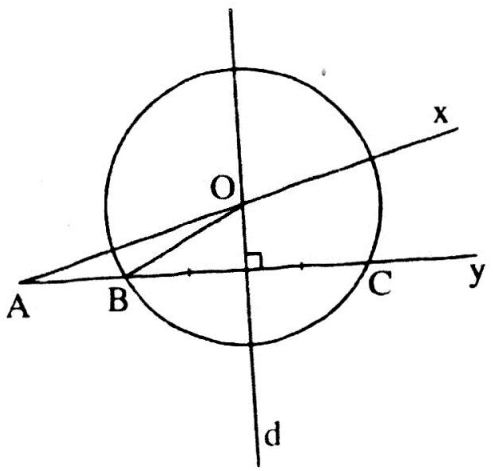
GIẢI

6. a. Biển cấm đi ngược chiều có tâm đối xứng và có trục đối xứng.

b. Biển cấm ôtô có trục đối xứng.

7. Nối (1) với (4), nối (2) với (6), nối (3) với (5)

8. Dựng đường trung trực đoạn thẳng BC, O là giao điểm của d và Ay. Dựng đường tròn (O) bán kính OB.



9. Học sinh tự giải

§2. ĐƯỜNG KÍNH VÀ DÂY CỦA ĐƯỜNG TRÒN

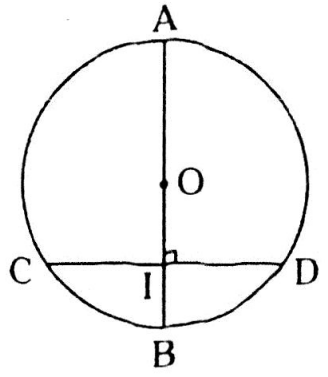
1. So sánh độ dài của đường kính và dây:

Định lí 1: Trong các dây của một đường tròn, dây lớn nhất là đường kính.

2. Quan hệ vuông góc giữa đường kính và dây.

Định lí 2: Trong một đường tròn, đường kính vuông góc với một dây thì đi qua trung điểm của dây ấy.

Định lí 3: Trong một đường tròn, đường kính đi qua trung điểm của một dây không đi qua tâm thì vuông góc với dây ấy.



BÀI TẬP (Bài tập trang 104 - SGK)

10. Cho tam giác ABC, các đường cao BD và CE. Chứng minh rằng:

a. Bốn điểm B, E, D, C cùng thuộc một đường tròn.

b. DE < BC.

11. Cho đường tròn (O) đường kính AB, dây CD không cắt đường kính AB. Gọi H và K theo thứ tự là chân các đường vuông góc kẻ từ A và B đến CD. Chứng minh rằng CH = DK.

Gợi ý. Kẻ OM vuông góc với CD.

GIẢI

10. a. Gọi M là trung điểm BC

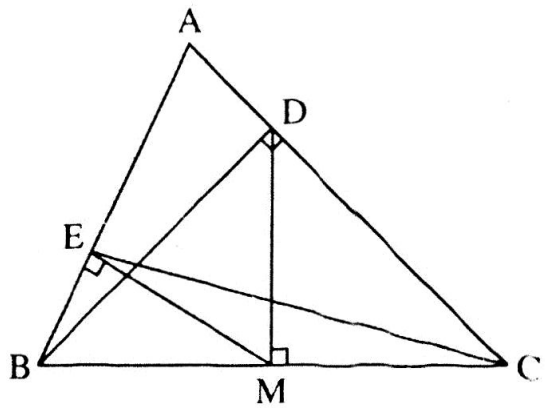
ΔEBC vuông tại E, EM là đường trung tuyến

$\Rightarrow ME = MB = MC = \frac{BC}{2}$

Tương tự $MD = \frac{BC}{2}$

Ta có MB = ME = MD = MC

$\Rightarrow$ B, E, D, C cùng thuộc một đường tròn đường kính BC.



b. DE là dây cung của đường tròn đường kính BC (không xảy ra DE là đường kính của đường tròn).

Do đó DE < BC.

11. Kẻ OM ⊥ CD tại M

⇒ MC = MD

Ta có AH ⊥ CD, OM ⊥ CD, BK ⊥ CD

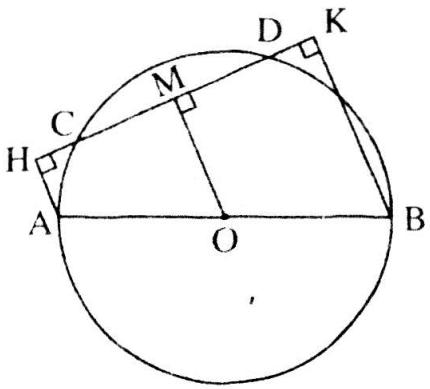
⇒ AH // OM // BK.

Hình thang AHKB có:

OM // AH // BK và OA = OB nên MH = MK.

Do đó MH - MC = MK - MD

⇒ CH = DK

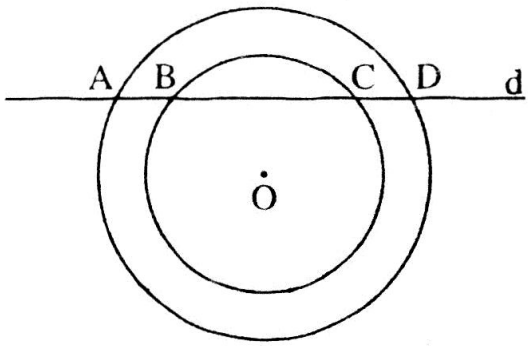


BÀI TẬP TỰ LUYỆN

Cho hình bên.

Chứng tỏ rằng AB = CD.

Gợi ý. Kẻ OE ⊥ d tại E.



§3. LIÊN HỆ GIỮA DÂY VÀ KHOẢNG CÁCH TỪ TÂM ĐẾN DÂY

Định lí 1: Trong một đường tròn:

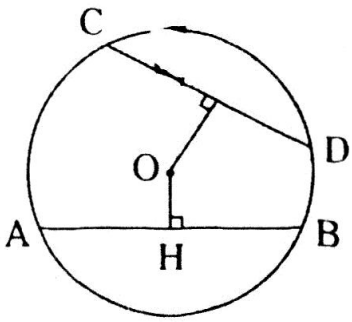
a. Hai dây bằng nhau thì cách đều tâm.

b. Hai dây cách đều tâm thì bằng nhau.

Định lí 2: Trong hai dây của một đường tròn:

a. Dây nào lớn hơn thì dây đó gần tâm hơn.

b. Dây nào gần tâm hơn thì dây đó lớn hơn.



BÀI TẬP (Bài tập trang 106 - SGK)

12. Cho đường tròn tâm O bán kính 5cm, dây AB bằng 8cm.

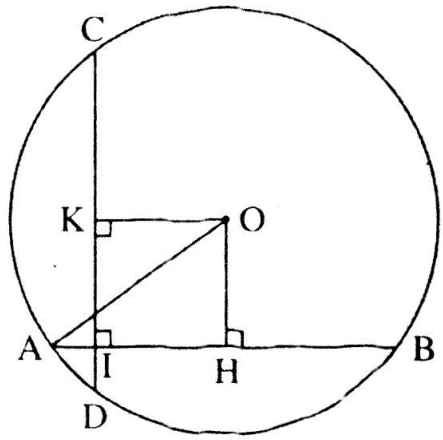
a. Tính khoảng cách từ tâm O đến dây AB.

b. Gọi I là điểm thuộc dây AB sao cho AI = 1cm. Kẻ dây CD đi qua I và vuông góc với AB. Chứng minh rằng CD = AB.

13. Cho đường tròn (O) có các dây AB và CD bằng nhau, các tia AB và CD cắt nhau tại điểm E nằm bên ngoài đường tròn. Gọi H và K theo thứ tự là trung điểm của AB và CD. Chứng minh rằng:

a. EH = EK; **b.** EA = EC.

GIẢI



12. a. Vẽ OH ⊥ AB tại H.

Ta có $AH = HB = \frac{AB}{2} = 4$ (cm)

ΔOAH vuông tại H, theo định lí Py-ta-go có:

$OH^2 + AH^2 = OA^2$

$OH^2 = 5^2 - 4^2 = 9$

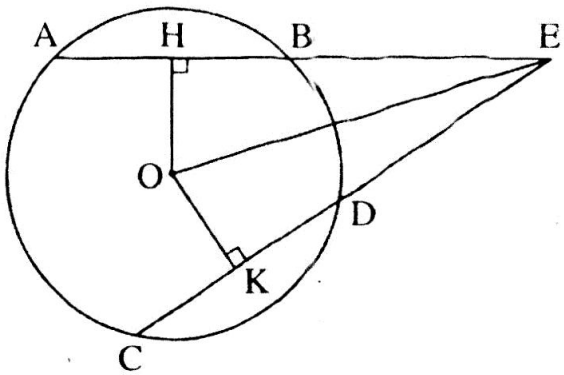
$\Rightarrow \quad OH = \sqrt{9} = 3$ (cm)

b. Vẽ OK ⊥ CD tại K

Tứ giác OKIH là hình chữ nhật (vì $\widehat{OKI} = \widehat{KIH} = \widehat{IHO} = 90^o$) ⇒ OK = HI

Mà HI = AH - AI = 4 - 1 = 3 (cm)

Ta có OK = OH ⇒ CD = AB (định lí liên hệ giữa dây và khoảng cách từ tâm đến dây).



13. a. H là trung điểm dây AB ⇒ OH ⊥ AB

Tương tự OK ⊥ CD.

Ta có AB = CD (gt) ⇒ OH = OK (định lí liên hệ giữa dây và khoảng cách từ tâm đến dây)

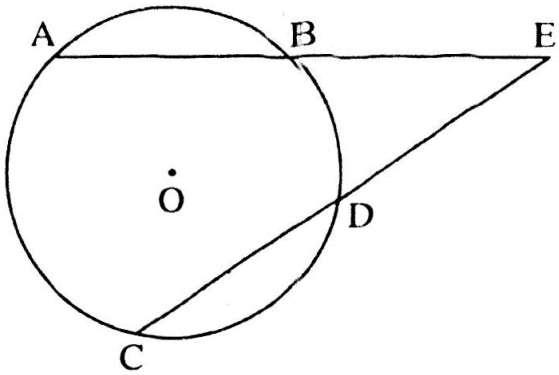
Xét ΔOHE ($\widehat{OHE} = 90^o$) và

ΔOKE ($\widehat{OKE} = 90^o$), OE (cạnh chung), OH = OK

Do đó ΔOHE = ΔOKE (cạnh huyền - cạnh góc vuông) ⇒ EH = EK

b. AB = CD (gt), Mà $AH = \frac{AB}{2}$, $CK = \frac{CD}{2}$ ⇒ AH = CK

Ta có AH + EH = CK + EK ⇒ EA = EC



BÀI TẬP TỰ LUYỆN

Cho hình bên, có AB = CD.

Chứng minh rằng:

EA + EB = EC + ED

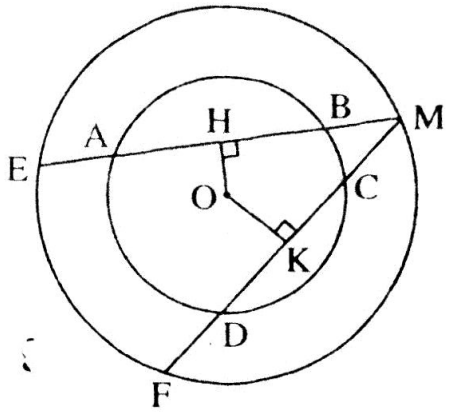
LUYỆN TẬP (Bài tập trang 106 - SGK)

14. Cho đường tròn tâm O bán kính 25cm, dây AB bằng 40cm. Vẽ dây CD song song với AB và có khoảng cách đến AB bằng 22cm. Tính độ dài dây CD.

15. Cho hình bên trong đó hai đường tròn cùng có tâm là O. Cho biết AB > CD. Hãy so sánh các độ dài:

a. OH và OK; **b.** ME và MF;

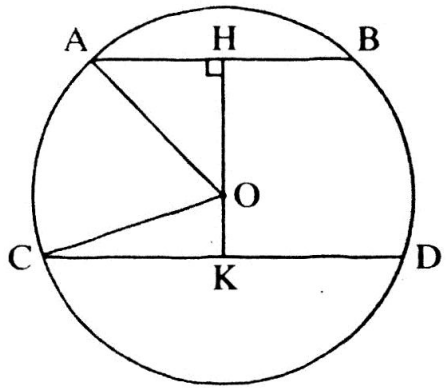
c. MH và MK.



16. Cho đường tròn (O), điểm A nằm bên trong đường tròn. Vẽ dây BC vuông góc với OA tại A. Vẽ dây EF bất kì đi qua A và không vuông góc với OA. Hãy so sánh độ dài hai dây BC và EF.

GIẢI

14. Vẽ OH ⊥ AB tại H, OH cắt CD tại K.



Mà AB // CD (gt) ⇒ OK ⊥ CD

Ta có: OH ⊥ AB ⇒ $AH = \frac{AB}{2} = 20$ (cm)

ΔOAH vuông tại H, theo định lí Py-ta-go, ta có:

$OH^2 + AH^2 = OA^2$

$OH^2 = 25^2 - 20^2 = 225$

⇒ $OH = \sqrt{225} = 15$ (cm)

$OK = HK - OH = 22 - 15 = 7$ (cm)

ΔOCK vuông tại K, theo định lí Py-ta-go, ta có:

$OK^2 + CK^2 = OC^2$

$CK^2 = 25^2 - 7^2 = 576$

⇒ $CK = \sqrt{576} = 24$ (cm)

Vậy $CD = 2 . CK = 48$ (cm)

15. a. Trong (O; OA) có AB > CD ⇒ OH < OK (định lí liên hệ giữa dây và khoảng cách từ tâm đến dây)

b. Trong (O; OE) có OH < OK ⇒ ME > MF (định lí liên hệ giữa dây và khoảng cách từ tâm đến dây).

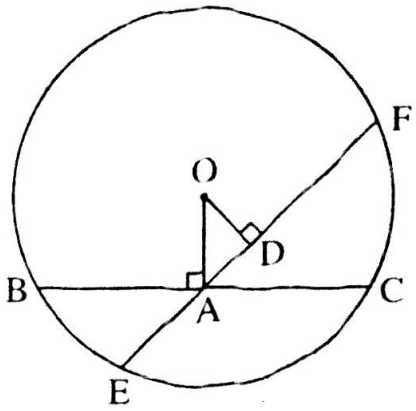
c. Trong (O, OE) có OH ⊥ ME ⇒ $MH = \frac{ME}{2}$

Tương tự: $MK = \frac{MF}{2}$. Do đó MH > MK

16. Vẽ OD ⊥ EF tại D.

ΔODA vuông tại D nên ta có OA > OD

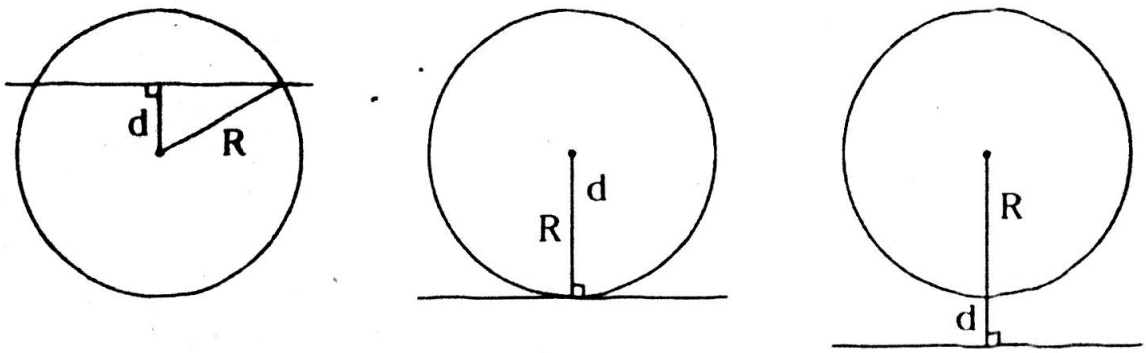
⇒ BC < EF (định lí liên hệ giữa dây và khoảng cách từ tâm đến dây).



§4. VỊ TRÍ TƯƠNG ĐỐI CỦA ĐƯỜNG THẲNG VÀ ĐƯỜNG TRÒN

Ta có bảng tóm tắt sau:

Vị trí tương đối của đường thẳng và đường tròn	Số điểm chung	Hệ thức giữa d và R
Đường thẳng và đường tròn cắt nhau	2	d < R
Đường thẳng và đường tròn tiếp xúc nhau	1	d = R
Đường thẳng và đường tròn không giao nhau	0	d > R



BÀI TẬP (Bài tập trang 109 - SGK)

17. Điền vào các chỗ trống (...) trong bảng sau (R là bán kính của đường tròn, d là khoảng cách từ tâm đến đường thẳng):

R	d	Vị trí tương đối của đường thẳng và đường tròn
5cm	3cm	...
6cm	...	Tiếp xúc nhau
4cm	7cm	...

18. Trên mặt phẳng tọa độ Oxy, cho điểm A(3; 4). Hãy xác định vị trí tương đối của đường tròn (A; 3) và các trục tọa độ.

19. Cho đường thẳng xy. Tâm của các đường tròn có bán kính 1cm và tiếp xúc với đường thẳng xy nằm trên đường nào?

20. Cho đường tròn tâm O bán kính 6cm và một điểm A cách O là 10cm. Kẻ tiếp tuyến AB với đường tròn (B là tiếp điểm). Tính độ dài AB.

GIẢI

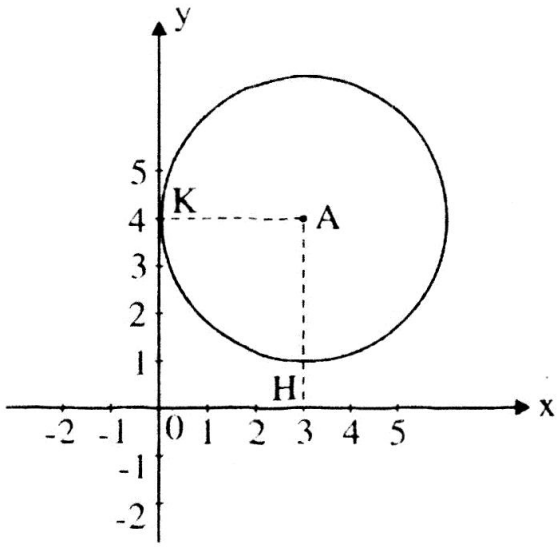
17.

R	d	Vị trí tương đối của đường thẳng và đường tròn
5cm	3cm	Cắt nhau
6cm	6cm	Tiếp xúc nhau
4cm	7cm	Không giao nhau

18. Kẻ AH ⊥ Ox tại A, AK ⊥ Oy tại K

Ta có AH = 4 > 3 = R nên đường tròn (A; 3) và trục hoành không giao nhau.

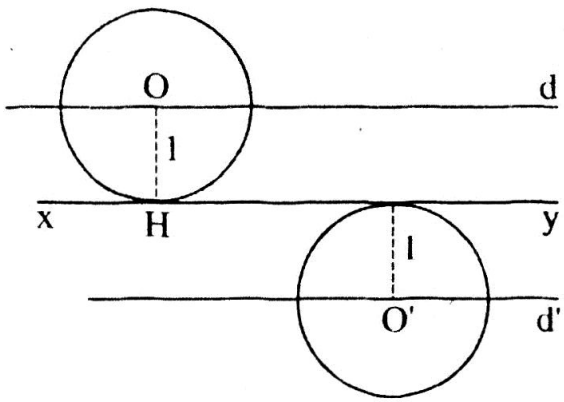
Mặt khác AK = 3 = R nên đường tròn (A; 3) và trục tung tiếp xúc nhau.



19. Gọi O là tâm đường tròn có bán kính bằng 1cm và tiếp xúc với xy.

Vẽ OH ⊥ xy tại H.

Ta có OH = 1cm, đường thẳng xy cố định. Do vậy O nằm trên hai đường thẳng d và d' song song với xy và cách xy là 1cm.

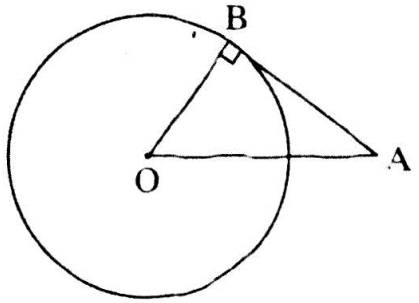


20. AB là tiếp tuyến của (O) $\Rightarrow AB \perp OB$

ΔOAB vuông tại B, theo định lí Py-ta-go ta có:

$OB^2 + AB^2 = OA^2$

$AB^2 = 10^2 - 6^2 = 64 \Rightarrow AB = 8cm$

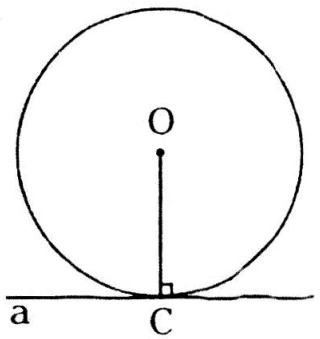


BÀI TẬP TỰ LUYỆN

Tìm trên mặt phẳng tọa độ tập hợp các điểm M là tâm của các đường tròn tiếp xúc với trục hoành và trục tung.

§5. DẤU HIỆU NHẬN BIẾT TIẾP TUYẾN CỦA ĐƯỜNG TRÒN

Định lí: Nếu một đường thẳng đi qua một điểm của đường tròn và vuông góc với bán kính đi qua điểm đó thì đường thẳng ấy là một tiếp tuyến của đường tròn.

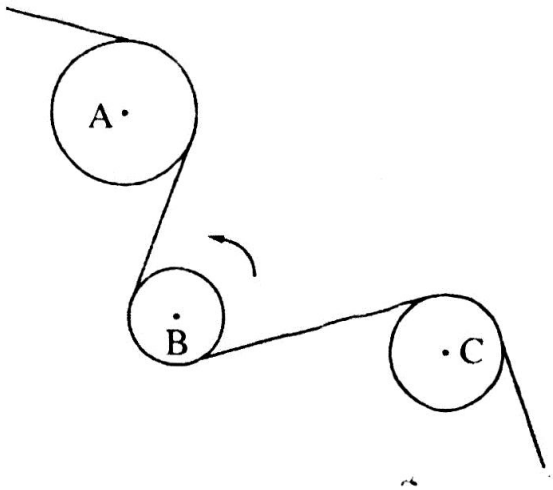


BÀI TẬP (Bài tập trang 111 - SGK)

21. Cho tam giác ABC có AB = 3, AC = 4, BC = 5. Vẽ đường tròn (B; BA). Chứng minh rằng AC là tiếp tuyến của đường tròn.

22. Cho đường thẳng d, điểm A nằm trên đường thẳng d, điểm B nằm ngoài đường thẳng d. Hãy dựng đường tròn (O) đi qua điểm B và tiếp xúc với đường thẳng d tại A.

23. *Đố.* Dây cua-roa trên hình bên có những phần là tiếp tuyến của các đường tròn tâm A, B, C. Chiều quay của đường tròn tâm B ngược chiều kim đồng hồ. Tìm chiều quay của đường tròn tâm A và đường tròn tâm C (cùng chiều quay hay ngược chiều quay của kim đồng hồ).



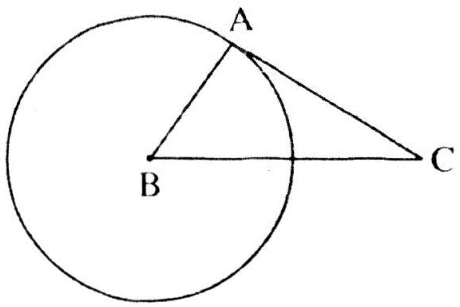
GIẢI

21. $3^2 + 4^2 = 25$, $5^2 = 25$

ΔABC có $AB^2 + AC^2 = BC^2$

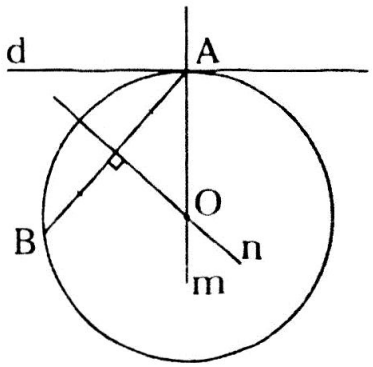
Do đó ΔABC vuông tại A (định lí Py-ta-go đảo).

$CA \perp BA$ tại A nên CA là tiếp tuyến của đường tròn (B; BA)



22.

- Dựng đường thẳng m vuông góc d tại A.
- Đường thẳng n là đường trung trực của đoạn AB. O là giao điểm của m và n.
- Dựng đường tròn O bán kính OA.



23. Chiều quay của đường tròn tâm A và đường tròn tâm C cùng chiều với chiều quay của kim đồng hồ.

BÀI TẬP TỰ LUYỆN

Cho tam giác ABC có AB = 8cm, AC = 6cm, BC = 10cm. Vẽ đường tròn tâm A, bán kính 4,8cm.

Chứng minh rằng BC là tiếp tuyến của đường tròn (A; 4,8cm)

LUYỆN TẬP (Bài tập trang 111 - SGK)

24. Cho đường tròn (O), dây AB khác đường kính. Qua O kẻ đường vuông góc với AB, cắt tiếp tuyến tại A của đường tròn ở điểm C.

a. Chứng minh rằng CB là tiếp tuyến của đường tròn.

b. Cho bán kính của đường tròn bằng 15cm, AB = 24cm. Tính độ dài OC.

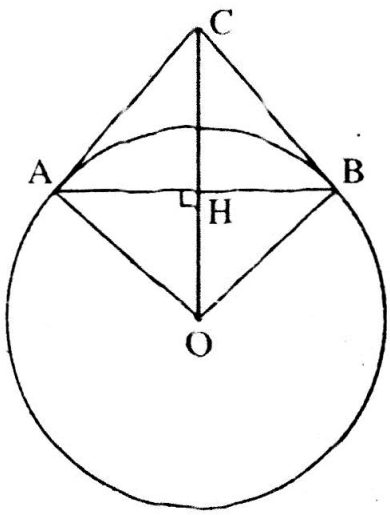
25. Cho đường tròn tâm O có bán kính OA = R, dây BC vuông góc với OA tại trung điểm M của OA.

a. Tứ giác OCAB là hình gì? Vì sao?

b. Kẻ tiếp tuyến với đường tròn tại B, nó cắt đường thẳng OA tại E. Tính độ dài BE theo R.

GIẢI

24. a. Gọi H là giao điểm của OC và AB



$OH \perp AB \Rightarrow AH = HB$

Vậy OC là đường trung trực của đoạn AB

$\Rightarrow AC = BC.$

Xét ΔOAC và ΔOBC có:

OA = OB (= R), AC = BC; OC (cạnh chung)

Do đó $\Delta OAC = \Delta OBC$ (c.c.c)

$\Rightarrow \widehat{OAC} = \widehat{OBC}$

Nên $\widehat{OBC} = 90^o$

$\Rightarrow$ CB là tiếp tuyến của đường tròn.

b. $OH \perp AB$ (gt) $\Rightarrow AH = HB = \dfrac{AB}{2} = 12$ (cm)

ΔOAH vuông tại H, theo định lí Py-ta-go có:

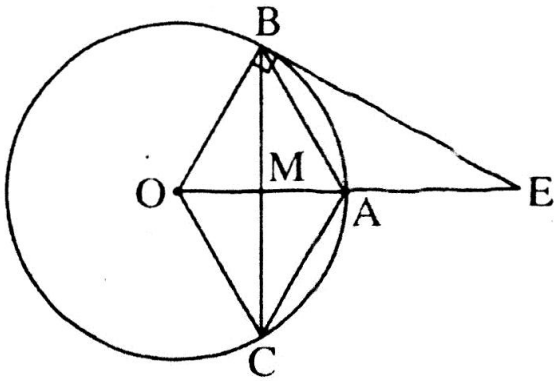
$OH^2 + AH^2 = OA^2$

$OH^2 = 15^2 - 12^2 = 81 \Rightarrow OH = \sqrt{81} = 9$ (cm)

ΔOAC vuông tại A, AH là đường cao nên $OH \cdot OC = OA^2$

Do đó $9 \cdot OC = 15^2 \Rightarrow OC = \dfrac{15^2}{9} = 25$ (cm)

25. a. $OM \perp BC$ (gt)



$\Rightarrow$ M là trung điểm của BC.

Tứ giác OCAB là hình bình hành (vì M là trung điểm của OA và BC).

Mà OB = OC (= R) nên OCAB là hình thoi.

b. OB = OA = R, OB = BA

(OCAB là hình thoi) $\Rightarrow$ OB = OA = BA.

$\Rightarrow \Delta OBA$ đều

ΔOBE vuông tại B có $\widehat{BOE} = 60^o$ nên là nửa tam giác đều.

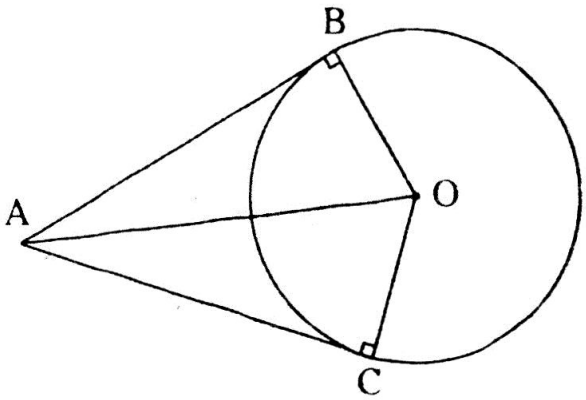
Do đó $BE = OB\sqrt{3} = R\sqrt{3}$

§6. TÍNH CHẤT CỦA HAI TIẾP TUYẾN CẮT NHAU

1. Định lí về hai tiếp tuyến cắt nhau

Định lí: Nếu hai tiếp tuyến của một đường tròn cắt nhau tại một điểm thì:

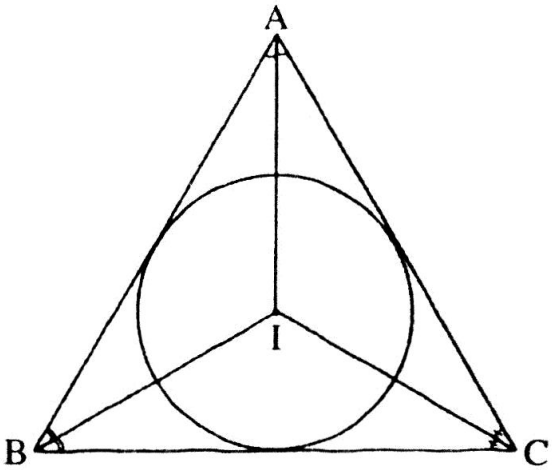
- Điểm đó cách đều hai tiếp điểm.
- Tia kẻ từ điểm đó đi qua tâm là tia phân giác của góc tạo bởi hai tiếp tuyến.
- Tia kẻ từ tâm đi qua điểm đó là tia phân giác của góc tạo bởi hai bán kính đi qua các tiếp điểm.



2. Đường tròn nội tiếp tam giác

Đường tròn tiếp xúc với ba cạnh của một tam giác gọi là đường tròn nội tiếp tam giác, tam giác gọi là ngoại tiếp đường tròn.

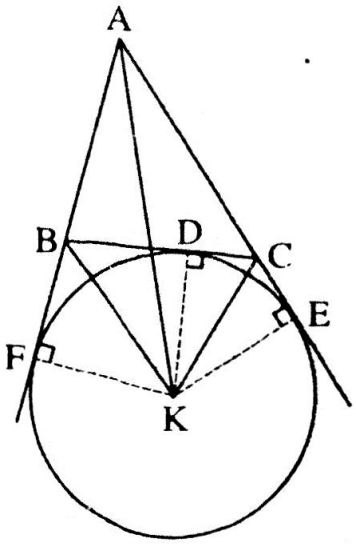
Tâm của đường tròn nội tiếp tam giác là giao điểm của các đường phân giác các góc trong của tam giác.



3. Đường tròn bàng tiếp

Đường tròn tiếp xúc với một cạnh của tam giác và tiếp xúc với phần kéo dài của hai cạnh kia gọi là đường tròn bàng tiếp tam giác.

Tâm của đường tròn bàng tiếp tam giác trong góc A là giao điểm của hai đường phân giác các góc ngoài tại B và C, hoặc là giao điểm của đường phân giác góc A và đường phân giác góc ngoài tại B (hoặc C). Với một tam giác, có ba đường tròn bàng tiếp.



BÀI TẬP (Bài tập trang 115 - SGK)

26. Cho đường tròn (O), điểm A nằm bên ngoài đường tròn. Kẻ các tiếp tuyến AB, AC với đường tròn (B, C là các tiếp điểm).

a. Chứng minh rằng OA vuông góc với BC.

b. Vẽ đường kính CD. Chứng minh rằng BD song song với AO.

c. Tính độ dài các cạnh của tam giác ABC; biết OB = 2cm, OA = 4cm.

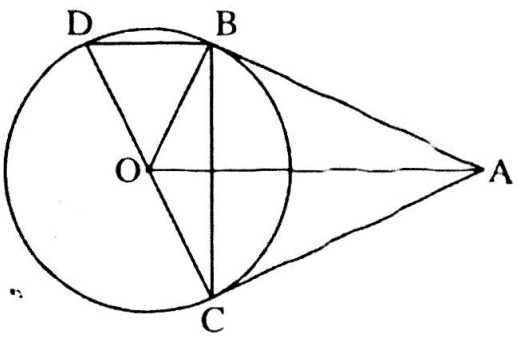
27. Từ một điểm A nằm bên ngoài đường tròn (O), kẻ các tiếp tuyến AB, AC với đường tròn (B, C là các tiếp điểm). Qua điểm M thuộc cung nhỏ BC, kẻ tiếp tuyến với đường tròn (O), nó cắt các tiếp tuyến AB và AC theo thứ tự ở D và E. Chứng minh rằng chu vi tam giác ADE bằng 2AB.

28. Cho góc xAy khác góc bẹt. Tâm của các đường tròn tiếp xúc với hai cạnh của góc xAy nằm trên đường nào?

29. Cho góc xAy khác góc bẹt, điểm B thuộc tia Ax. Hãy dựng đường tròn (O) tiếp xúc với Ax tại B và tiếp xúc với Ay.

GIẢI

26. a. AB, AC là các tiếp tuyến của (O)



$\Rightarrow$ AB = AC và AO là tia phân giác góc $\widehat{BAC}$.

Ta có ΔABC cân tại A và AO là đường phân giác nên AO cũng là đường cao của tam giác ABC.

Vậy $OA \perp BC$

b. ΔBDC nội tiếp đường tròn đường kính CD $\Rightarrow \widehat{DBC} = 90^o$

Ta có $OA \perp BC$, $BD \perp BC \Rightarrow BD \,//\, AO$

c. ΔOAB vuông tại B, theo định lí Py-ta-go, ta có:

$$OB^2 + AB^2 = OA^2 \text{ nên } AB^2 = 4^2 - 2^2 = 12$$

$$\Rightarrow \quad AB = \sqrt{12} = 2\sqrt{3} \text{ (cm)}$$

ΔOBA vuông tại B có $OB = \frac{1}{2}OA$ (= 2cm) nên là nửa tam giác đều

$\Rightarrow \quad \widehat{OAB} = 30^o$.

Suy ra $\widehat{BAC} = 2\widehat{OAB} = 60^o$

ΔABC cân tại A có $\widehat{BAC} = 60^o$ nên là tam giác đều.

Do đó $AC = BC = AB = 2\sqrt{3}$ (cm)

27. DE, AB, AC là các tiếp tuyến của (O) (gt).

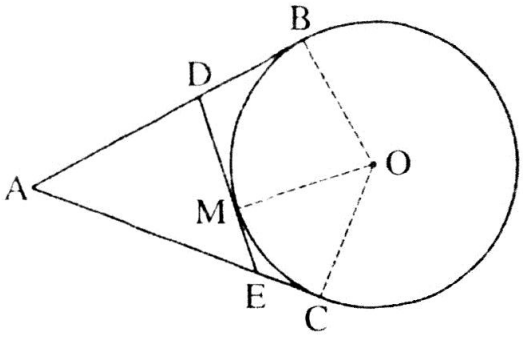
Theo tính chất của hai tiếp tuyến cắt nhau, ta có:

DM = DB, EM = EC, AB = AC

Do đó chu vi tam giác ADE bằng:

AD + DE + AE = AD + DM + EM + AE

= AD + DB + EC + AE = AB + AC = 2AB



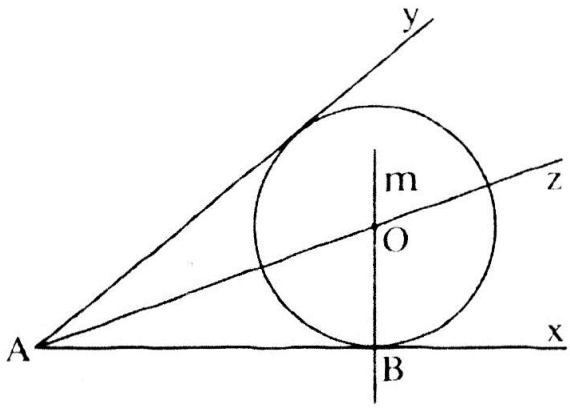
28. Gọi O là tâm đường tròn tiếp xúc với hai cạnh của góc xAy. Vẽ OH ⊥ Ox tại H, OK ⊥ Oy tại K. Ta có OH = OK (= R).

Do đó O nằm trên tia phân giác của góc xOy.

29. – Dựng đường thẳng m vuông góc với Ax tại B.

– Dựng tia Az là tia phân giác của góc xAy. O là giao điểm của m và Az.

– Dựng đường tròn (O; OB)



BÀI TẬP TỰ LUYỆN

Từ điểm A nằm bên ngoài đường tròn (O), kẻ các tiếp tuyến AB, AC với đường tròn (B, C là các tiếp điểm). Qua điểm M thuộc cung nhỏ BC kẻ tiếp tuyến với đường tròn (O), nó cắt AB, AC lần lượt tại D, E. Chứng minh rằng BOC = 2DOE.

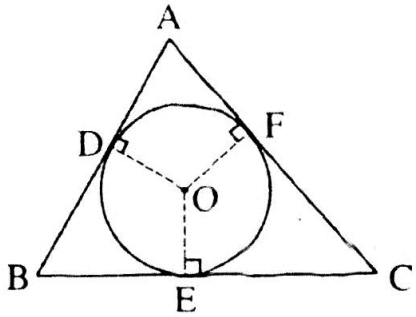
LUYỆN TẬP (Bài tập trang 116 - SGK)

30. Cho nửa đường tròn tâm O có đường kính AB (đường kính của một đường tròn chia đường tròn đó thành hai nửa đường tròn). Gọi Ax, By là các tia vuông góc với AB (Ax, By và nửa đường tròn thuộc cùng một nửa mặt phẳng bờ AB). Qua điểm M thuộc nửa đường tròn (M khác A và B), kẻ tiếp tuyến với nửa đường tròn, nó cắt Ax và By theo thứ tự ở C và D. Chứng minh rằng:

a. $\widehat{COD} = 90^\circ$ **b.** CD = AC + BD

c. Tích AC . BD không đổi khi điểm M di chuyển trên nửa đường tròn.

31. Trên hình bên, tam giác ABC ngoại tiếp đường tròn (O).



a. Chứng minh rằng:

$2AD = AB + AC - BC$

b. Tìm các hệ thức tương tự như hệ thức ở câu a.

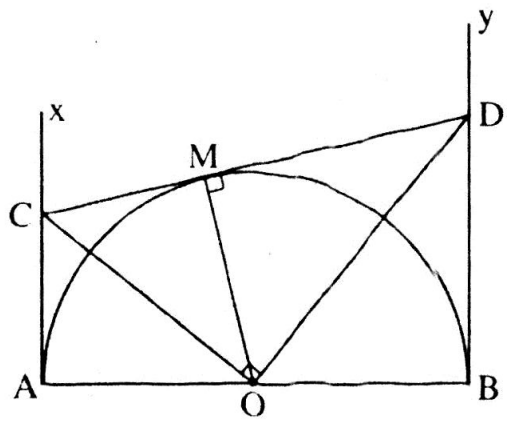
32. Cho tam giác đều ABC ngoại tiếp đường tròn bán kính 1cm. Diện tích của tam giác ABC bằng:

(A) $6cm^2$ **(B)** $\sqrt{3}\ cm^2$ **(C)** $\frac{3\sqrt{3}}{4}\ cm^2$ **(D)** $3\sqrt{3}\ cm^2$

Hãy chọn câu trả lời đúng.

GIẢI

30. a. Ax, By, CD là các tiếp tuyến của nửa đường tròn (O), theo tính chất của hai tiếp tuyến cắt nhau, ta có OC, OD lần lượt là các tia phân giác của các góc AOM, MOB.



Mà $\widehat{AOM}$ và $\widehat{MOB}$ kề bù. Do đó $\widehat{COD} = 90^o$

b. Theo tính chất của hai tiếp tuyến cắt nhau, ta có:

$CM = AC,\ MD = BD.$

Do đó: $CD = CM + MD = AC + BD$

c. ΔOCD vuông tại O có OM là đường cao nên

$CM \cdot MD = OM^2$

Vậy: $AC \cdot BD = R^2$, không đổi.

31. a. Theo tính chất của hai tiếp tuyến cắt nhau, ta có:

$AD = AF,\ BD = BE,\ CE = CF$

Do đó $AB + AC - BC = (AD + BD) + (AF + CF) - (BE + CE)$

$= AD + AF + BD - BE + CF - CE$

$= AD + AD + BD - BD + CE - CE = 2AD$

b. Các hệ thức tương tự ở câu a là:

$2BE = AB + BC - AC$

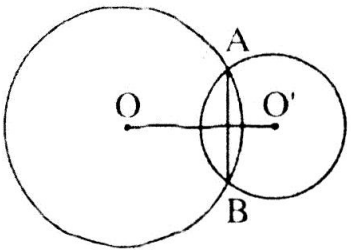
$2CF = AC + BC - AB$

32. Câu trả lời đúng (D)

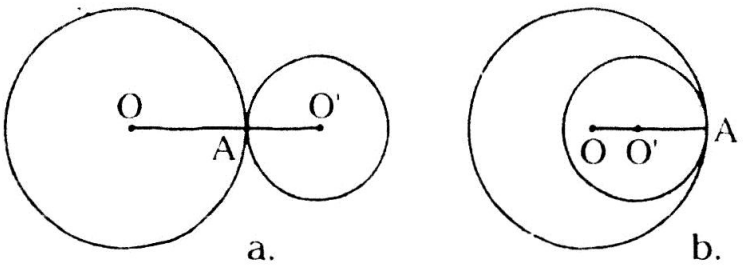
§7. VỊ TRÍ TƯƠNG ĐỐI CỦA HAI ĐƯỜNG TRÒN

1. Ba vị trí tương đối của hai đường tròn

- Hai đường tròn có hai điểm chung (hình 1) được gọi là hai đường tròn *cắt nhau*. Hai điểm chung đó gọi là hai *giao điểm*. Đoạn thẳng nối hai điểm đó gọi là *dây chung*.

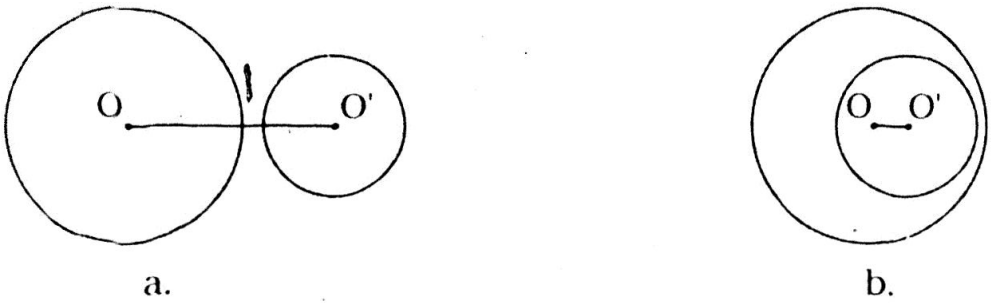


Hình 1



Hình 2

- Hai đường tròn chỉ có một điểm chung (hình 2) được gọi là hai đường tròn *tiếp xúc nhau*. Điểm chung đó gọi là *tiếp điểm*.
- Hai đường tròn không có điểm chung (hình 3) được gọi là hai đường tròn *không giao nhau*.



Hình 3

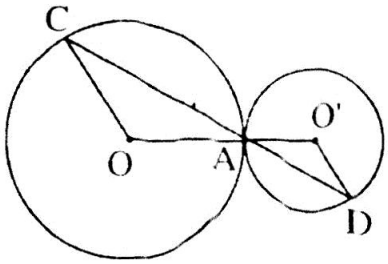
2. Tính chất đường nối tâm

Định lí:

a. Nếu hai đường tròn cắt nhau thì hai giao điểm đối xứng với nhau qua đường nối tâm, tức là đường nối tâm là đường trung trực của dây chung.

b. Nếu hai đường tròn tiếp xúc nhau thì tiếp điểm nằm trên đường nối tâm.

BÀI TẬP (Bài tập trang 119 - SGK)



33. Trên hình bên, hai đường tròn tiếp xúc nhau tại A. Chứng minh rằng OC // O'D.

34. Cho hai đường tròn (O; 20cm) và (O'; 15cm) cắt nhau tại A và B. Tính đoạn nối tâm OO', biết rằng AB = 24cm. (Xét hai trường hợp: O và O' nằm khác phía đối với AB; O và O' nằm cùng phía đối với AB).

GIẢI

33. (O) và (O') tiếp xúc nhau tại A (gt) ⇒ O, A, O' thẳng hàng.

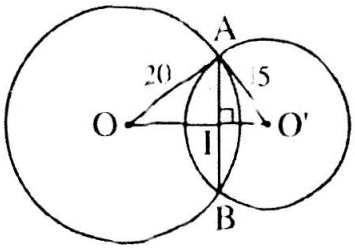
ΔOCA có OC = OA (= R) nên là tam giác cân tại O

⇒ $\widehat{OAC} = \widehat{OCA}$.

Tương tự có $\widehat{O'AD} = \widehat{O'DA}$. Mà $\widehat{OAC} = \widehat{O'AD}$ (đối đỉnh)

Suy ra $\widehat{OCA} = \widehat{O'DA}$ mà $\widehat{OCA}$ và $\widehat{O'DA}$ sole trong, do đó OC // O'D.

34. Gọi I là giao điểm của OO' và AB.



(Hình a)

(O) và (O') cắt nhau tại A, B

⇒ OO' là đường trung trực của đoạn AB

⇒ OO' ⊥ AB và $AI = IB = \dfrac{AB}{2} = 12$ (cm)

ΔOIA vuông tại I, theo định lí Py-ta-go ta có:

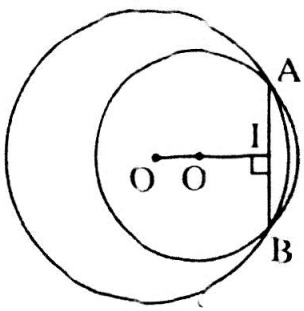
$$OI^2 + AI^2 = OA^2$$

Do đó $OI^2 = 20^2 - 12^2 = 256 \Rightarrow OI = \sqrt{256} = 16$ (cm)

ΔO'IA vuông tại I, theo định lí Py-ta-go ta có:

$$O'I^2 + AI^2 = O'A^2$$

Do đó $O'I^2 = 15^2 - 12^2 = 81 \Rightarrow O'I = \sqrt{81} = 9$ (cm)



(Hình b)

- Nếu O và O' nằm khác phía đối với AB (hình a) thì OO' = OI + O'I = 16 + 9 = 25 (cm)
- Nếu O và O' nằm cùng phía đối với AB (hình b) thì OO' = OI - O'I = 16 - 9 = 7 (cm)

BÀI TẬP TỰ LUYỆN

Cho hai đường tròn (O) và (O') cắt nhau tại A và B. Vẽ hình bnh hành OAO'C. OO' cắt AB, AC lần lượt tại M, N. Chứng minh rằng MN // BC.

§8. VỊ TRÍ TƯƠNG ĐỐI CỦA HAI ĐƯỜNG TRÒN (tiếp theo)

1. Hệ thức giữa đoạn nối tâm và các bán kính

Ta có bảng tóm tắt sau:

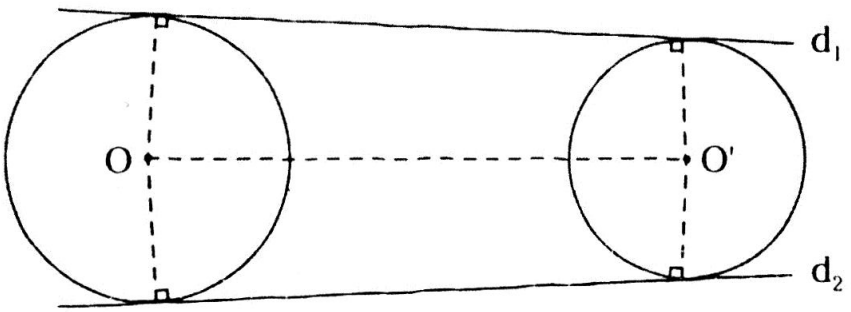
Vị trí tương đối của hai đường tròn (O; R) và (O'; r) ($R \geq r$)	Số điểm chung	Hệ thức giữa OO' với R và r
Hai đường tròn cắt nhau	2	$R - r < OO' < R + r$
Hai đường tròn tiếp xúc nhau: – Tiếp xúc ngoài – Tiếp xúc trong	1	 $OO' = R + r$ $OO' = R - r > 0$
Hai đường tròn không giao nhau: – (O) và (O') ở ngoài nhau – (O) đựng (O') Đặc biệt (O) và (O') đồng tâm	0	 $OO' > R + r$ $OO' < R - r$ $OO' = 0$

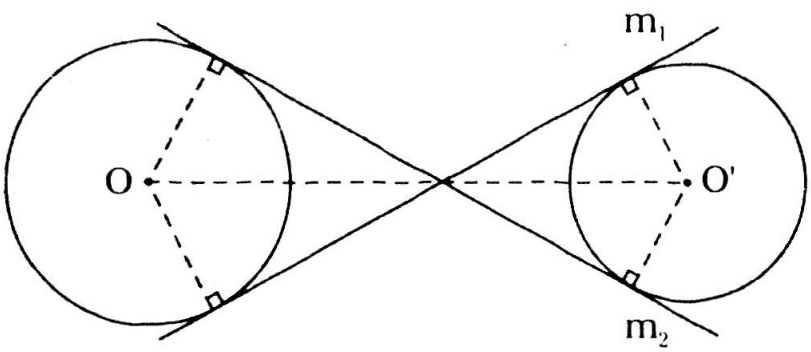
2. Tiếp tuyến chung của hai đường tròn

Tiếp tuyến chung của hai đường tròn là đường thẳng tiếp xúc với cả hai đường tròn đó.

– Tiếp tuyến chung của hai đường tròn không cắt đoạn nối tâm là tiếp tuyến chung ngoài.

– Tiếp tuyến chung của hai đường tròn cắt đoạn nối tâm là tiếp tuyến chung trong.





BÀI TẬP (Bài tập trang 122 - SGK)

35. Điền vào các ô trống trong bảng, biết rằng hai đường tròn (O;R) và (O';r) có OO' = d, R > r.

Vị trí tương đối của hai đường tròn	Số điểm chung	Hệ thức giữa d, R, r
(O; R) đựng (O'; r)		
		d > R + r
Tiếp xúc ngoài		
		d = R - r
	2	

36. Cho đường tròn tâm O bán kính OA và đường tròn đường kính OA.

a. Hãy xác định vị trí tương đối của hai đường tròn.

b. Dây AD của đường tròn lớn cắt đường tròn nhỏ ở C.

Chứng minh rằng AC = CD.

37. Cho hai đường tròn đồng tâm O. Dây AB của đường tròn lớn cắt đường tròn nhỏ ở C và D. Chứng minh rằng AC = BD.

GIẢI

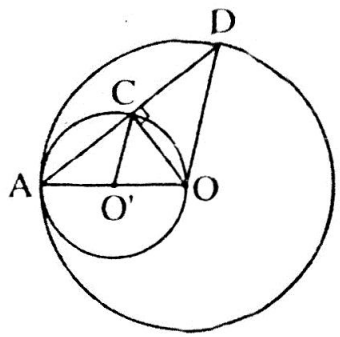
35.

Vị trí tương đối của hai đường tròn	Số điểm chung	Hệ thức giữa d, R, r
(O; R) đựng (O'; r)	0	d < R - r
Ở ngoài nhau	0	d > R + r
Tiếp xúc ngoài	1	d = R + r
Tiếp xúc trong	1	d = R - r
Cắt nhau	2	R - r < d < R + r

36. a. Ta có OO' = OA - O'A nên hai đường tròn (O) và (O') tiếp xúc trong.

b. ΔOAC có CO' là đường trung tuyến và $CO' = \frac{OA}{2}$ nên là tam giác vuông tại C.

Ta có OC ⊥ AD ⇒ AC = CD

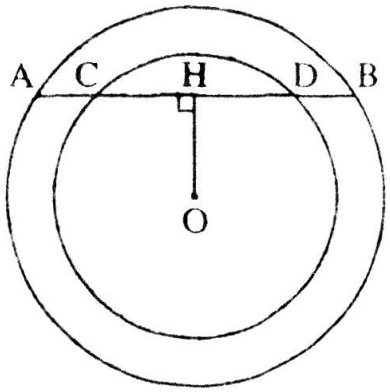


37. Vẽ OH ⊥ AB tại H.

Trong (O; OA) có OH ⊥ AB ⇒ AH = HB

Trong (O; OC) có OH ⊥ CD ⇒ CH = HD

Do đó AH - CH = HB - HD ⇒ AC = BD



BÀI TẬP TỰ LUYỆN

Cho hai đường tròn (O; R) và (O'; R') ngoài nhau (R > R'). Gọi AB là tiếp tuyến chung ngoài của hai đường tròn (A ∈ (O), B ∈ (O')). C là điểm đối xứng qua B qua đường thẳng OO'. AC cắt (O) tại D, cắt (O') tại E.

Chứng minh rằng: AD = CE

LUYỆN TẬP (Bài tập trang 123 - SGK)

38. Điền các từ thích hợp vào chỗ trống (...):

a. Tâm của các đường tròn có bán kính 1cm tiếp xúc ngoài với đường tròn (O; 3cm) nằm trên...

b. Tâm của các đường tròn có bán kính 1cm tiếp xúc trong với đường tròn (O; 3cm) nằm trên...

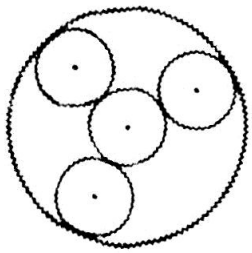
39. Cho hai đường tròn (O) và (O') tiếp xúc ngoài tại A. Kẻ tiếp tuyến chung ngoài BC, B ∈ (O), C ∈ (O'). Tiếp tuyến chung trong tại A cắt tiếp tuyến chung ngoài BC ở I.

a. Chứng minh rằng $\widehat{BAC} = 90^o$.

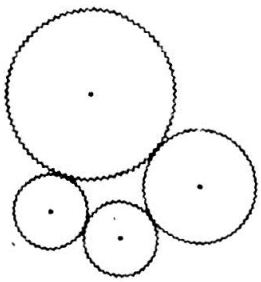
b. Tính số đo góc OIO'.

c. Tính độ dài BC, biết OA = 9cm, O'A = 4cm.

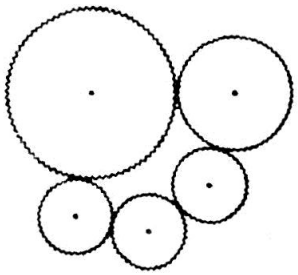
40. *Đố.* Trên các hình a, b, c, các bánh xe tròn có răng cưa được khớp với nhau. Trên hình nào hệ thống bánh răng chuyển động được? Trên hình nào hệ thống bánh răng không chuyển động được?



a.

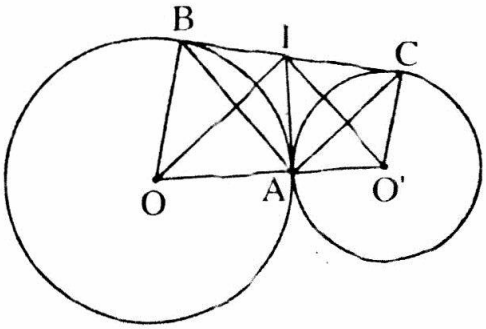


b.



c.

GIẢI



38. a. Tâm của đường tròn có bán kính 1cm tiếp xúc ngoài với đường tròn (O; 3cm) nằm trên đường tròn (O; 4cm)

b. Tâm của các đường tròn có bán kính 1cm tiếp xúc trong với đường tròn (O; 3cm) nằm trên đường tròn (O; 2cm)

39. a. Theo tính chất của hai tiếp tuyến cắt nhau, ta có:

$$IA = IB, IA = IC.$$

Do đó IA = IB = IC

ΔABC có AI là đường trung tuyến và $AI = \frac{BC}{2}$ nên tam giác ABC vuông tại **A**

$\Rightarrow \widehat{BAC} = 90^o$.

b. Theo tính chất của hai tiếp tuyến cắt nhau cũng có IO, IO' là hai tia **phân** giác của hai góc kề bù AIB, AIC.

Do đó $\widehat{OIO'} = 90^o$

c. $\Delta IOO'$ vuông tại I có IA là đường cao nên $IA^2 = OA \cdot O'A$

$$IA^2 = 9 \cdot 4$$

$$\Rightarrow \quad IA = \sqrt{36} = 6(cm)$$

Mà $IA = \frac{BC}{2}$ nên $BC = 2IA = 12$ (cm)

40. Trên các hình a, b hệ thống bánh răng chuyển động được. Trên hình c hệ thống bánh răng không chuyển động được.

ÔN TẬP CHƯƠNG II

TÓM TẮT CÁC KIẾN THỨC CẦN NHỚ

CÁC ĐỊNH NGHĨA

1. Đường tròn tâm O bán kính R (với R > 0) là hình gồm các điểm cách điểm O một khoảng bằng R.

2. Tiếp tuyến của đường tròn là đường thẳng chỉ có một điểm chung với đường tròn đó.

CÁC ĐỊNH LÍ

1. a. Tâm của đường tròn ngoại tiếp tam giác vuông là trung điểm của cạnh huyền.

b. Nếu một tam giác có một cạnh là đường kính của đường tròn ngoại tiếp thì tam giác đó là tam giác vuông.

2. a. Đường tròn là hình có tâm đối xứng. Tâm của đường tròn là tâm đối xứng của đường tròn đó.

b. Đường tròn là hình có trục đối xứng. Bất kì đường kính nào cũng là trục đối xứng của đường tròn.

3. Trong các dây của một đường tròn, dây lớn nhất là đường kính.

4. Trong một đường tròn:

a. Đường kính vuông góc với một dây thì đi qua trung điểm của dây ấy.

b. Đường kính đi qua trung điểm của một dây không đi qua tâm thì vuông góc với dây ấy.

5. Trong một đường tròn:

a. Hai dây bằng nhau thì cách đều tâm, hai dây cách đều tâm thì bằng nhau.

b. Dây lớn hơn thì gần tâm hơn, dây gần tâm hơn thì lớn hơn.

6. a. Nếu một đường thẳng là tiếp tuyến của một đường tròn thì nó vuông góc với bán kính đi qua tiếp điểm.

b. Nếu một đường thẳng đi qua một điểm của đường tròn và vuông góc với bán kính đi qua điểm đó thì đường thẳng ấy là một tiếp tuyến của đường tròn.

7. Nếu hai tiếp tuyến của một đường tròn cắt nhau tại một điểm thì:

a. Điểm đó cách đều hai tiếp điểm.

b. Tia kẻ từ điểm đó đi qua tâm là tia phân giác của góc tạo bởi hai tiếp tuyến.

c. Tia kẻ từ tâm đi qua điểm đó là tia phân giác của góc tạo bởi hai bán kính đi qua các tiếp điểm.

8. Nếu hai đường tròn cắt nhau thì đường nối tâm là đường trung trực của dây chung.

BÀI TẬP (Bài tập trang 128 - SGK)

41. Cho đường tròn (O) có đường kính BC, dây AD vuông góc với BC tại H.

Gọi E, F theo thứ tự là chân các đường vuông góc kẻ từ H đến AB, AC. Gọi (I), (K) theo thứ tự là các đường tròn ngoại tiếp tam giác HBE, HCF.

a. Hãy xác định vị trí tương đối của các đường tròn: (I) và (O), (K) và (O), (I) và (K).

b. Tứ giác AEHF là hình gì? Vì sao?

c. Chứng minh đẳng thức AE . AB = AF . AC

d. Chứng minh rằng EF là tiếp tuyến chung của hai đường tròn (I) và (K).

e. Xác định vị trí của điểm H để EF có độ dài lớn nhất.

42. Cho hai đường tròn (O) và (O') tiếp xúc ngoài tại A, BC là tiếp tuyến chung ngoài, B $\in$ (O), C $\in$ (O'). Tiếp tuyến chung trong tại A cắt BC ở điểm M. Gọi E là giao điểm của OM và AB, F là giao điểm của O'M và AC. Chứng minh rằng:

a. Tứ giác AEMF là hình chữ nhật.

b. ME . MO = MF . MO'.

c. OO' là tiếp tuyến của đường tròn có đường kính là BC.

d. BC là tiếp tuyến của đường tròn có đường kính là OO'.

43. Cho hai đường tròn (O; R) và (O'; r) cắt nhau tại A và B (R > r). Gọi I là trung điểm của OO'. Kẻ đường thẳng vuông góc với IA tại A, đường thẳng này cắt các đường tròn (O; R) và (O'; r) theo thứ tự tại C và D (khác A).

a. Chứng minh rằng AC = AD.

b. Gọi K là điểm đối xứng với điểm A qua điểm I. Chứng minh rằng KB vuông góc với AB.

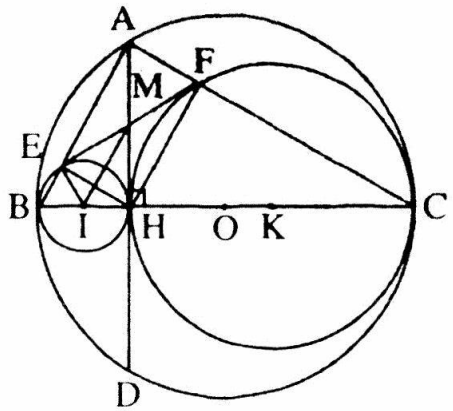
GIẢI

41. a. OI = OB - IB nên (I) tiếp xúc trong với (O)

OK = OC - KC nên (K) tiếp xúc trong với (O)

IK = IH + KH nên (I) tiếp xúc ngoài với (K)

b. $\widehat{BEH} = 90^o$ (E thuộc đường tròn đường kính BH)



$\Rightarrow \widehat{AEH} = 90^o$

Tương tự có $\widehat{AFH} = 90^o$, $\widehat{BAC} = 90^o$

Tứ giác AEHF có $\widehat{EAF} = \widehat{AEH} = \widehat{AFH} = 90^o$

nên là hình chữ nhật.

c. ΔABH vuông tại H, HE là đường cao nên $AH^2 = AE . AB$

ΔACH vuông tại H, HF là đường cao nên $AH^2 = AF . AC$

Do đó AE . AB = AF . AC

d. Gọi M là giao điểm của AH và EF, ta có: ME = MF = MH = MA

Xét ΔMEI và ΔMHI có:

ME = MH, IE = IH (= R), MI (cạnh chung)

Do đó ΔMEI = ΔMHI (c.c.c)

$\Rightarrow \widehat{MEI} = \widehat{MHI}$

mà $\widehat{MHI} = 90^o$ nên $\widehat{MEI} = 90^o$

⇒ EF là tiếp tuyến của đường tròn (I)

Chứng minh tương tự có EF là tiếp tuyến của đường tròn (K)

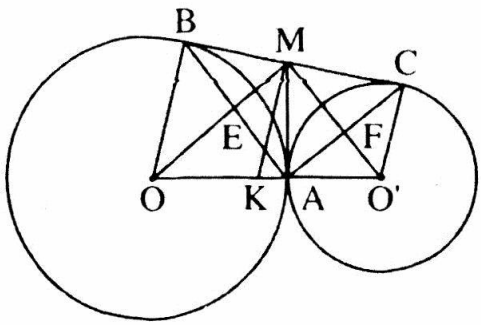
e. Ta có EF = AH mà AH ≤ AO = R

Do đó EF ≤ R, không đổi. Dấu "=" xảy ra ⇔ H ≡ O

Vậy khi dây AD vuông góc với BC tại O thì EF có độ dài lớn nhất.

42. a. MA, MB là các tiếp tuyến của đường tròn (O) (gt).

Theo tính chất của hai tiếp tuyến cắt nhau, ta có MA = MB, MO là tia phân giác $\widehat{AMB}$.



ΔMAB cân tại M (MA = MB)

Có MO là đường phân giác nên đồng thời là đường cao

$\Rightarrow MO \perp AB \Rightarrow \widehat{MEA} = 90^o$

Chứng minh tương tự có MO' là tia phân giác $\widehat{AMC}$ và $\widehat{MFA} = 90^o$

MO, MO' là hai tia phân giác của hai góc kề bù $\widehat{AMB}$, $\widehat{AMC}$ $\Rightarrow \widehat{EMF} = 90^o$

Tứ giác AEMF là hình chữ nhật (vì $\widehat{EMF} = \widehat{MEA} = \widehat{MFA} = 90^o$)

b. ΔMAO vuông tại A có AE là đường cao nên ME . MO = MA^2

Tương tự, ta có: MF . MO' = MA^2

Do đó, ME . MO = MF . MO' (= MA^2)

c. Ta có MA = MB = MC nên M là tâm đường tròn đường kính BC có bán kính là MA. Mà OO' $\perp$ MA tại A.

Do đó OO' là tiếp tuyến của đường tròn đường kính BC

d. Gọi K là trung điểm OO', ta có K là tâm đường tròn có đường kính là OO', bán kính KM (ΔMOO' vuông tại M)

Ta có OB $\perp$ BC, O'C $\perp$ BC $\Rightarrow$ OB // OC.

Tứ giác OBCO' là hình thang có K, M lần lượt là trung điểm các cạnh bên OO', BC.

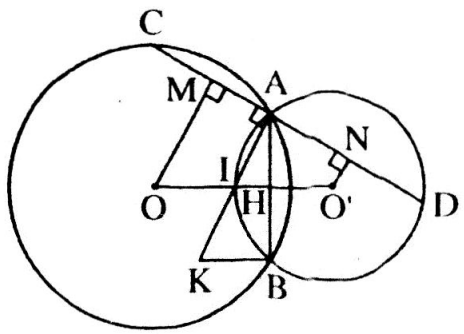
Do đó KM là đường trung bình của hình thang OBCO' $\Rightarrow$ KM // OB.

Mà OB $\perp$ BC nên KM $\perp$ BC

Ta có BC $\perp$ KM tại M nên BC là tiếp tuyến của đường tròn đường kính OO'.

43. a. Vẽ OM $\perp$ CD tại M, O'N $\perp$ CD tại N, ta có:

$$MA = MC = \frac{AC}{2}; \qquad NA = ND = \frac{AD}{2}$$



Mặt khác, ta có OM $\perp$ CD, IA $\perp$ CD, O'N $\perp$ CD

$\Rightarrow$ OM // IA // O'N.

Hình thang OMNO' (OM // O'N) có IA // OM; IO = IO' nên MA = NA

Do vậy AC = AD

b. (O) và (O') cắt nhau tại A, B

$\Rightarrow$ OO' là đường trung trực của đoạn thẳng AB

$\Rightarrow$ IA = IB.

Mặt khác IA = IK (vì K đối xứng với A qua I)

Do đó IA = IB = IK

Ta có ΔKBA có BI là đường trung tuyến và BI $= \frac{AK}{2}$ nên ΔKBA vuông tại B.

$\Rightarrow$ KB $\perp$ AB.

Phụ lục:

CÁC ĐỀ KIỂM TRA HỌC KÌ I
năm học 2005 - 2006

ĐỀ 1

ĐỀ THI HỌC KỲ I - Quận Tân Bình, TP.HCM
(2005 - 2006)

ĐỀ A

I. CÂU HỎI TRẮC NGHIỆM: (3đ)

Hướng dẫn cách làm: mỗi câu có 4 câu trả lời a, b, c, d

Học sinh chọn câu trả lời thì ghi câu đó vào giấy làm bài của mình. (Ví dụ: 1a; 2c; 3d; ...)

1. Biểu thức $\sqrt{6-2x}$ xác định với các giá trị của x:

a. $x > 3$ **b.** $x \geq 3$ **c.** $x < 3$ **d.** $x \leq 3$

2. Tính $\sqrt{(2-\sqrt{5})^2}$. Kết quả là:

a. $\sqrt{5}-2$ **b.** $2-\sqrt{5}$ **c.** $\pm(\sqrt{5}-2)$ **d.** 3

3. Đồ thị hàm số y = -2x + 3 là đường thẳng đi qua điểm:

a. (-2; 7) **b.** (2; 1) **c.** (-1; 3) **d.** (0; -2)

4. Cho ΔABC vuông tại A, AH là đường cao, biết AB = 15cm và BC = 25cm. Độ dài đoạn BH là:

a. 7,2cm **b.** 9cm **c.** 6cm **d.** 7,5cm

5. Câu nào sau đây là sai:

a. $\text{Cos}60^o = \frac{1}{2}$ **b.** $\text{tg}60^o = \frac{\sqrt{3}}{3}$ **c.** $\text{Cotg}60^o = \frac{\sqrt{3}}{3}$ **d.** $\text{Sin}45^o = \frac{\sqrt{2}}{2}$

6. Cho hai đường tròn (O; R) và (I; r). Nếu OI = 12cm và R = 7cm và r = 5cm thì vị trí tương đối hai đường tròn này là:

a. Tiếp xúc trong **b.** Tiếp xúc ngoài

c. (O) đựng (I) **d.** Ngoài nhau

II. BÀI TOÁN

Bài 1 Tính (rút gọn): (1,5đ)

a. $\sqrt{48} - 2\sqrt{75} + \sqrt{108} - \frac{2}{5}\sqrt{300}$ b. $\frac{2\sqrt{3} - 3\sqrt{2}}{\sqrt{6}} - \frac{2 - \sqrt{2}}{1 - \sqrt{2}} + \frac{3}{\sqrt{3}}$

Bài 2 Vẽ trên cùng hệ trục tọa độ Oxy các hàm số sau: (1đ)

a. $y = 2x$ b. $y = -x + 3$

Bài 3 Xác định các hệ số a và b của hàm số $y = ax + b$ biết rằng đồ thị hàm số này song song với đường thẳng $y = 2x + 1$ và đi qua A(-1; 3) (1đ)

Bài 4 Cho A là một điểm thuộc đoạn thẳng OI sao cho OA > AI. Dựng đường tròn (O) bán kính OA và dựng đường (I) bán kính IA. Vẽ tiếp tuyến chung ngoài BC của hai đường tròn (B và C lần lượt là hai tiếp điểm của (O) và (I)).

1. Chứng minh: Hai đường tròn (O) và (I) tiếp xúc ngoài. (1đ)
2. Chứng minh: Chứng minh tứ giác BCIO là hình thang vuông. (1đ)
3. Với OA = 9cm và IA = 4cm. Tính diện tích tứ giác BCIO. (0,75đ)
4. Gọi M là trung điểm của cạnh BC. Chứng minh MA là tiếp tuyến của đường tròn (O). (0,75đ)

ĐỀ 2

ĐỀ THI HỌC KỲ I - Quận Tân Bình, TP.HCM (2005 - 2006)

ĐỀ B

I. CÂU HỎI TRẮC NGHIỆM: (3đ)

Hướng dẫn cách làm: mỗi câu có 4 câu trả lời a, b, c, d

Học sinh chọn câu trả lời thì ghi câu đó vào giấy làm bài của mình. (Ví dụ: 1a; 2c; 3d; ...)

1. Biểu thức $\sqrt{6 - 3x}$ xác định với các giá trị của x:

a. $x > 2$ b. $x < 2$ c. $x \leq 2$ d. $x \geq 2$

2. Tính $\sqrt{(3 - \sqrt{7})^2}$. Kết quả là:

a. $\sqrt{7} - 3$ b. $3 - \sqrt{7}$ c. $\pm(3 - \sqrt{7})$ d. 4

3. Đồ thị hàm số y = -2x + 5 là đường thẳng đi qua điểm:

a. (-2; 6) **b.** (-2; 9) **c.** (-1; 3) **d.** (3; -2)

4. Cho ΔABC vuông tại A, AH là đường cao, biết AC = 16cm và BC = 20cm. Độ dài đoạn CH là:

a. 12cm **b.** 7,2cm **c.** 12,8cm **d.** 9,6cm

5. Cho ΔABC vuông tại A. Hệ thức nào sau đây là sai:

a. AB = BCsinC **b.** AB = ACtgC

c. AC = BCsinC **d.** AC = ABcotgC

6. Cho hai đường tròn (O; R) và (I; r). Nếu OI = 2cm và R = 7cm và r = 5cm thì vị trí tương đối hai đường tròn này là:

a. Tiếp xúc trong **b.** Tiếp xúc ngoài

c. Ngoài nhau **d.** (O) đựng (I)

II. BÀI TOÁN

Bài 1 Tính (rút gọn): (1,5đ)

a. $\sqrt{32} - 3\sqrt{50} + \sqrt{98} - \frac{2}{5}\sqrt{200}$ **b.** $\frac{3\sqrt{5} - 5\sqrt{3}}{\sqrt{15}} - \frac{3 - \sqrt{3}}{1 - \sqrt{3}} + \frac{5}{\sqrt{5}}$

Bài 2 Vẽ trên cùng hệ trục tọa độ Oxy các hàm số sau: (1đ)

a. y = -3x **b.** y = x - 4

Bài 3 Xác định các hệ số a và b của hàm số y = ax + b biết rằng đồ thị hàm số này song song với đường thẳng y = -2x + 3 và đi qua A(-1; 4) (1đ)

Bài 4 Cho M là một điểm thuộc đoạn thẳng OI sao cho OM > MI. Dựng đường tròn (O) bán kính OM và dựng đường (I) bán kính IM. Vẽ tiếp tuyến chung ngoài EF của hai đường tròn (E và F lần lượt là hai tiếp điểm của (O) và (I)).

1. Chứng minh: Hai đường tròn (O) và (I) tiếp xúc ngoài. (1đ)
2. Chứng minh: Tứ giác OEFI là hình thang vuông. (1đ)
3. Với OM = 4,5cm và IM = 2cm. Tính diện tích tứ giác OEFI. (0,75đ)
4. K là trung điểm của đoạn thẳng EF. Chứng minh KM là tiếp tuyến của đường tròn (I). (0,75đ)

ĐỀ 3

ĐỀ KIỂM TRA HỌC KỲ I - Quận Tân Phú, TP.HCM (2005 - 2006)

I. TRẮC NGHIỆM (2đ)

Hãy chọn câu trả lời đúng nhất:

1. Câu nào trong các câu sau đây không đúng:

a. $0,01 = \sqrt{0,0001}$ **b.** $-0,5 = \sqrt{-0,25}$

c. $\sqrt{39} < 7$ và $\sqrt{39} > 6$ **d.** Cả 3 câu trên đều đúng

2. Sắp xếp theo thứ tự tăng dần 4 số: $3\sqrt{5}$, $2\sqrt{6}$, $\sqrt{29}$, $4\sqrt{2}$ là:

a. $3\sqrt{5}, 2\sqrt{6}, \sqrt{29}, 4\sqrt{2}$ **b.** $3\sqrt{5}, 2\sqrt{6}, 4\sqrt{2}, \sqrt{29}$

c. $2\sqrt{6}, \sqrt{29}, 4\sqrt{2}, 3\sqrt{5}$ **d.** $4\sqrt{2}, 3\sqrt{5}, 2\sqrt{6}, \sqrt{29}$

3. Công thức biến đổi căn thức nào sau đây là không đúng:

a. $\sqrt{AB} = \sqrt{A}\sqrt{B}$ với $A \geq 0$, $B \geq 0$ **b.** $\sqrt{\frac{A}{B}} = \frac{\sqrt{A}}{\sqrt{B}}$ $(A \geq 0, B \geq 0)$

c. $\sqrt{A^2} = A$ **d.** $\frac{A}{\sqrt{B}} = \frac{A\sqrt{B}}{B}$ $(B > 0)$

4. Cho các hàm số $y = 1,5x + 2$ (1) ; $y = x + 2$ (2) ; $y = 1,5x - 1$ (3) ;
$y = x - 3$ (4) ; $y = 0,5x - 3$ (5) ; $y = 0,5x - 3$ (6)

Hãy chọn câu đúng trong các câu sau đây:

a. Đồ thị của hàm số (4), (5), (6) song song.

b. Đồ thị của hàm số (1), (3) cắt nhau.

c. Đồ thị của hàm số (2), (4) song song.

d. Cả 3 câu trên đều đúng.

5. Sắp xếp theo thứ tự tăng dần các tỉ số lượng giác sau: $\sin 78^\circ$, $\cos 14^\circ$, $\sin 47^\circ$, $\cos 87^\circ$

a. $\cos 14^\circ$, $\sin 47^\circ$, $\sin 78^\circ$, $\cos 87^\circ$ **b.** $\sin 78^\circ$, $\sin 47^\circ$, $\cos 14^\circ$, $\cos 87^\circ$

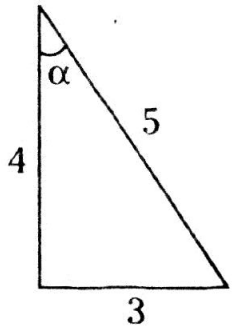
c. $\cos 87^\circ$, $\sin 78^\circ$, $\sin 47^\circ$, $\cos 14^\circ$ **d.** $\cos 87^\circ$, $\sin 47^\circ$, $\cos 14^\circ$, $\sin 78^\circ$

6. Chọn câu đúng trong các câu sau:

a. $\sin 35^\circ = \cos 35^\circ$ **b.** $\sin 35^\circ = \cos 45^\circ$

c. $\sin 35^\circ = \cos 55^\circ$ **d.** $\sin 35^\circ = \cos 135^\circ$

7. Trong hình vẽ (1), sin α bằng:



a. $\frac{3}{5}$ **b.** $\frac{3}{4}$

c. $\frac{5}{3}$ **d.** $\frac{5}{4}$

8. Trong hình vẽ (1), hệ thức nào trong các hệ thức sau là đúng:

a. $\sin\alpha = \frac{5}{4}$ **b.** $\text{cotg}\,\alpha = \frac{3}{4}$ **c.** $\text{tg}\,\alpha = \frac{3}{4}$ **d.** $\cos\alpha = \frac{3}{4}$

II. BÀI TOÁN

Bài 1 Tính (rút gọn) các biểu thức sau:

a. $\sqrt{20} - 2\sqrt{45} + 3\sqrt{18} + \sqrt{72}$

b. $\sqrt{16x+16} + \sqrt{9x+9} + \sqrt{x+1}$

c. $\left(\frac{\sqrt{14}-\sqrt{7}}{1-\sqrt{2}} + \frac{\sqrt{15}-\sqrt{5}}{1-\sqrt{3}}\right) : \frac{1}{\sqrt{7}-\sqrt{5}}$

Bài 2 **a.** Vẽ đồ thị hàm số sau trên cùng một mặt phẳng tọa độ:

$y = \frac{1}{2}x + 2$ (1) $y = 5 - 2x$ (2)

b. Gọi giao điểm của các đường thẳng $y = \frac{1}{2}x + 2$ và $y = 5 - 2x$ với trục hoành theo thứ tự là C, D và giao điểm của hai đường thẳng đó là A. Tìm tọa độ các điểm A, C, D.

Bài 3 Cho đường tròn tâm O, điểm E nằm bên ngoài đường tròn. Kẻ các tiếp tuyến EM và EN với đường tròn (M, N là các tiếp điểm).

1. Chứng minh OE vuông góc với MN.

2. Vẽ đường kính NB. Biết OE vuông góc với MN tại H. Chứng minh tứ giác OBMH là hình thang.

3. Biết OM = 2cm, OE = 4cm. Tính độ dài các cạnh của tam giác EMN.

4. Tính diện tích tam giác EMN.

ĐỀ 4

ĐỀ KIỂM TRA HỌC KỲ I - Quận 9, TP.HCM (2005 - 2006)

I. TRẮC NGHIỆM:

Hãy chọn câu trả lời đúng nhất và làm vào giấy làm bài (2đ)

1. Tam giác nào sau đây vuông, nếu độ dài 3 cạnh là:

A. 9cm ; 41cm ; 40cm **B.** 7cm ; 8cm ; 12cm

C. 11cm ; 13cm ; 6cm **D.** Cả 3 câu đều đúng

2. Kết quả phép tính $\sin^2 60^\circ + \cos^2 60^\circ =$

A. 0 **B.** 1

C. 2 **D.** Một đáp số khác

3. $\sqrt{2-3x}$ có nghĩa khi:

A. $x \leq \frac{3}{2}$ **B.** $x \geq \frac{3}{2}$ **C.** $x \leq \frac{2}{3}$ **D.** $x \geq \frac{2}{3}$

4. Trục căn dưới mẫu của $\frac{1+\sqrt{2}}{3\sqrt{2}}$ ta được biểu thức:

A. $\frac{2+\sqrt{2}}{3}$ **B.** $\frac{2+\sqrt{2}}{6}$ **C.** $\frac{2-\sqrt{2}}{6}$ **D.** $\frac{2+\sqrt{2}}{18}$

II. PHẦN TỰ LUẬN: (8đ)

Bài 1 Tính giá trị của các biểu thức sau:

a. $A = 3\sqrt{18} + \sqrt{98} - \sqrt{288}$ (0,5đ)

b. $B = \sqrt{5+2\sqrt{6}} - \sqrt{5-2\sqrt{6}}$ (0,5đ)

Bài 2 Cho $M = \frac{\sqrt{x^2-2x+1}}{x-1}$

a. Đặt điều kiện của x để M có nghĩa. (0,5đ)

b. Rút gọn M (loại bỏ dấu căn). (0,5đ)

c. Tính M khi $x = \sqrt{3}$ (0,5đ)

Bài 3 Cho đường thẳng (D): y = x và (D'): y = -2x + 3

a. Vẽ (D) và (D') trên cùng một mặt phẳng tọa độ Oxy. (1đ)

b. Tìm phương trình đường thẳng (D_1 song song với (D') và đi qua điểm N(0; 5) (0,5đ)

c. Chứng minh (D) cắt (D') tại M(1; 1). (0,5đ)

Bài 4 Cho đường tròn tâm O có đường kính AB = 2R. Trên đường tròn này lấy 1 điểm C sao cho dây BC = R. Từ B vẽ tiếp tuyến với đường tròn, tiếp tuyến này cắt đường thẳng AC tại D.

a. Chứng minh tam giác ACB vuông. (1đ)

b. Tính theo R các đoạn thẳng AC, BD. (1đ)

c. Vẽ đường tròn ngoại tiếp tam giác CDB, gọi O' là tâm đường tròn này. Chứng minh O'C là tiếp tuyến của (O) và AB là tiếp tuyến của (O'). (1đ)

d. Gọi I là tâm đường tròn nội tiếp tam giác ABD. Tính IO theo R. (0,5đ)

ĐỀ 5

KIỂM TRA HỌC KỲ I - Quận 1, TP.HCM

A. CÂU HỎI TRẮC NGHIỆM: (2 điểm)

Mỗi câu hỏi dưới đây có kèm theo các câu trả lời a, b, c, d. Em hãy khoanh tròn chữ đứng trước câu trả lời đúng.

1. Giá trị của biểu thức $\sqrt{x^2 - 2x + 1}$ khi x = -2005 là:

a. -2004 **b.** 2004 **c.** -2006 **d.** 2006

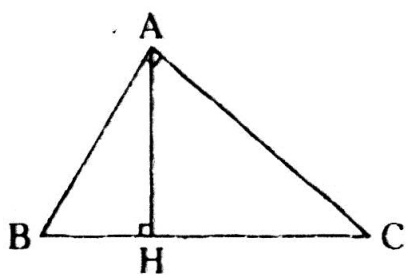
2. Với giá trị nào của x thì hàm số bậc nhất y = mx + 2x nghịch biến trên R?

a. m < 0 **b.** m > 0 **c.** m < -2 **d.** m > -2

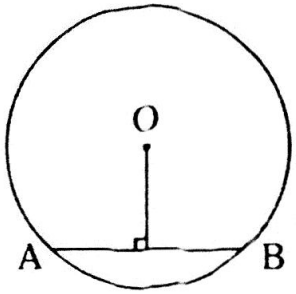
3. Cho tam giác ABC vuông tại A có đường cao AH, sinB bằng:

a. $\frac{AB}{BC}$ **b.** $\frac{AH}{AB}$

c. $\frac{AC}{AB}$ **d.** $\frac{AB}{AH}$



4. Cho đường tròn (0; 5cm) và dây AB = 8cm. Khoảng cách từ tâm O đến dây AB là:



a. 2cm b. 2,5cm

c. 3cm d. $\sqrt{10}$cm

B. CÁC BÀI TOÁN: (8 điểm)

Bài 1 Tính: (2 điểm)

a. $(\sqrt{6} - \sqrt{3})(\sqrt{2} + 1)$

b. $5\sqrt{\frac{1}{5}} - \frac{1}{\sqrt{5} - 2}$

c. $\sqrt{3 - 2\sqrt{2}} + \sqrt{11 - 6\sqrt{2}}$

Bài 2 Cho hàm số $y = -\frac{x}{2}$ có đồ thị là (d_1) và hàm số $y = 2x + 3$ có đồ thị là (d_2). (1,5 điểm)

a. Vẽ (d_1) và (d_2) trên cùng một mặt phẳng tọa độ.

b. Xác định các hệ số a, b biết đường thẳng (d_3): $y = ax + b$ song song với (d_1) và cắt (d_2) tại một điểm trên trục tung.

Bài 3 Cho biểu thức $A = \frac{x\sqrt{x} + x - \sqrt{x} - 1}{(\sqrt{x} + 1)(x - 2\sqrt{x} + 1)}$ $(x \geq 0; x \neq 1)$

a. Rút gọn biểu thức A.

b. Tìm giá trị của x để A nhận giá trị nguyên.

Bài 4 Từ điểm A ở ngoài đường tròn (O; R), vẽ hai tiếp tuyến AB và AC với đường tròn (B, C là hai tiếp điểm).

a. Chứng minh đường thẳng AO là đường trung trực của đoạn BC.

b. Gọi H là giao điểm của AO và BC. Chứng minh HA . HO = HB . HC.

c. Đoạn AO cắt đường tròn (O) tại I. Chứng minh I là tâm của đường tròn nội tiếp tam giác ABC.

d. Chứng minh $tg\frac{ABC}{2} = \frac{AH}{p}$ (với p là nửa chu vi của tam giác ABC).

MỤC LỤC

PHẦN ĐẠI SỐ

PHẦN HÌNH HỌC