

ĐỀ CHÍNH THỨC

Môn thi: Toán (chung) – Đề 2

Dành cho học sinh thi vào các lớp chuyên xã hội

Thời gian làm bài: 120 phút.

(Đề thi gồm: 01 trang)

Câu 1 (2,0 điểm)

- 1) Giải phương trình $(x+1)(2-x)=0$.
- 2) Trong mặt phẳng tọa độ Oxy , gọi A, B lần lượt là giao điểm của đường thẳng $y=-2x+4$ (d) với trục Ox, Oy . Tính diện tích tam giác OAB .
- 3) Cho tam giác ABC có $AB=6(cm)$, $AC=8(cm)$, $BC=10(cm)$. Tính chu vi đường tròn ngoại tiếp tam giác ABC .
- 4) Một hình lăng trụ đứng có chiều cao bằng $8cm$ và mặt đáy là tam giác vuông có độ dài hai cạnh góc vuông lần lượt bằng $5(cm), 12(cm)$. Tính thể tích của hình lăng trụ đó.

Câu 2 (1,5 điểm) Cho biểu thức $P = \left(1 - \frac{1}{\sqrt{x}}\right) : \left(\frac{\sqrt{x}-1}{\sqrt{x}} + \frac{1-\sqrt{x}}{x+\sqrt{x}}\right)$, (với $x > 0$ và $x \neq 1$).

- 1) Rút gọn biểu thức P .
- 2) Tính giá trị của biểu thức P tại $x = \sqrt{2022+4\sqrt{2018}} - \sqrt{2022-4\sqrt{2018}}$.

Câu 3 (2,5 điểm)

- 1) Cho phương trình $x^2 - mx - m^2 - 4 = 0$ (1) (với m là tham số).
 - a) Giải phương trình (1) với $m=6$.
 - b) Tìm tất cả các giá trị của tham số m để phương trình (1) có hai nghiệm x_1, x_2 sao cho $|x_1 - x_2|$ đạt giá trị nhỏ nhất.

- 2) Giải phương trình $3\sqrt{x+5} + 6\sqrt{5-x} = 15 - 3x + 4\sqrt{25-x^2}$.

Câu 4 (3,0 điểm) Cho tam giác ABC ngoại tiếp đường tròn (O, R) . Đường tròn (O, R) tiếp xúc với các cạnh BC, AB lần lượt tại D, N . Kẻ đường kính DI của đường tròn (O, R) . Tiếp tuyến của đường tròn (O, R) tại I cắt các cạnh AB, AC lần lượt tại E, F .

- 1) Chứng minh tứ giác $OIEN$ nội tiếp được trong một đường tròn.
- 2) Chứng minh tam giác BOE vuông và $EI \cdot BD = FI \cdot CD = R^2$.
- 3) Gọi A_1 là giao điểm của AO với cạnh BC , B_1 là giao điểm của BO với cạnh AC , C_1 là giao điểm của CO với cạnh AB . Chứng minh: $\frac{AO}{AA_1} + \frac{BO}{BB_1} + \frac{CO}{CC_1} = 2$.

Câu 5 (1,0 điểm)

- 1) Giải hệ phương trình
$$\begin{cases} x^3 - y^3 - 6x^2 + 13x - y = 10 & (1) \\ \sqrt{2x+y+5} - \sqrt{3-x-y} = (2x-5)y+2 & (2). \end{cases}$$

- 2) Cho a, b, c là các số thực dương thỏa mãn $a^2 + b^2 + c^2 + abc = 4$.

Chứng minh rằng: $2a + b + c \leq \frac{9}{2}$.

----- HẾT -----

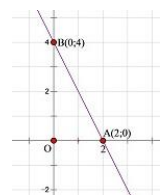
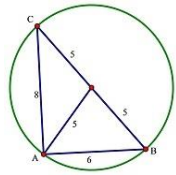
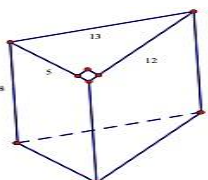
Họ và tên thí sinh:..... Họ tên, chữ ký GT 1:.....
Số báo danh:..... Họ tên, chữ ký GT 2:.....

Năm học: 2018 - 2019

Môn: Toán (chung)

Dành cho học sinh thi vào các lớp chuyên xã hội
(Hướng dẫn chấm gồm 04 trang)

ĐỀ CHÍNH THỨC

Câu	Nội dung	Điểm
Câu 1	1) Giải phương trình $(x+1)(2-x)=0$. 2) Trong mặt phẳng tọa độ Oxy, gọi A, B lần lượt là giao điểm của đường thẳng $(d) y = -2x + 4$ với trục Ox, Oy. Tính diện tích tam giác OAB. 3) Cho tam giác ABC có $AB=6cm, AC=8cm, BC=10cm$. Tính chu vi đường tròn ngoại tiếp tam giác ABC. 4) Một hình lăng trụ đứng có chiều cao bằng $8cm$ và mặt đáy là tam giác vuông có độ dài hai cạnh góc vuông lần lượt bằng $5cm, 12cm$. Tính thể tích của hình lăng trụ đó.	(2,0đ)
1)	+ Ta có $(x+1)(2-x)=0 \Leftrightarrow \begin{cases} x+1=0 \\ 2-x=0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x=-1 \\ x=2 \end{cases}$.	0,25
	+ Vậy tất cả các nghiệm x của phương trình là: $-1; 2$.	0,25
2)	+ A là giao điểm của (d) với trục Ox, suy ra $A(2;0)$; + B là giao điểm của (d) với trục Oy, suy ra $B(0;4)$; + Tam giác OAB vuông tại O. Diện tích tam giác OAB là: $\frac{1}{2}.OA.OB = \frac{1}{2}.2.4 = 4 \text{ (đvdt)}.$	0,25
		
3)	+ Vì $6^2 + 8^2 = 10^2 = 100 \Rightarrow AB^2 + CA^2 = BC^2 \Rightarrow \triangle ABC$ vuông tại A. + Bán kính đường tròn ngoại tiếp $\triangle ABC$ là $R = \frac{BC}{2} = 5(cm).$ + Chu vi đường tròn ngoại tiếp tam giác ABC là: $2\pi.R = 10\pi(cm).$	0,25
		0,5
4)	+ Diện tích của một mặt đáy là: $S = \frac{1}{2}.5.12 = 30 (cm^2)$. + Thể tích hình lăng trụ là: $V = S.h = 30.8 = 240 (cm^3).$	0,25
		
Câu 2	Cho biểu thức $P = \left(1 - \frac{1}{\sqrt{x}}\right) : \left(\frac{\sqrt{x}-1}{\sqrt{x}} + \frac{1-\sqrt{x}}{x+\sqrt{x}}\right)$, (với $x > 0$ và $x \neq 1$). 1) Rút gọn biểu thức P. 2) Tính giá trị của biểu thức P tại $x = \sqrt{2022 + 4\sqrt{2018}} - \sqrt{2022 - 4\sqrt{2018}}$.	(1,5đ)

1)	+ Ta có $1 - \frac{1}{\sqrt{x}} = \frac{\sqrt{x}-1}{\sqrt{x}}$	0,25
	Và $\frac{\sqrt{x}-1}{\sqrt{x}} + \frac{1-\sqrt{x}}{x+\sqrt{x}} = \frac{x-1+1-\sqrt{x}}{(\sqrt{x}+1)\sqrt{x}} = \frac{(\sqrt{x}-1)\sqrt{x}}{(\sqrt{x}+1)\sqrt{x}} = \frac{\sqrt{x}-1}{\sqrt{x}+1}$	0,25
	nên $P = \frac{\sqrt{x}-1}{\sqrt{x}} \cdot \frac{\sqrt{x}+1}{\sqrt{x}-1}$	0,25
	$= \frac{\sqrt{x}+1}{\sqrt{x}}.$	0,25
2)	+ Có $x = \sqrt{2022+4\sqrt{2018}} - \sqrt{2022-4\sqrt{2018}}$ $= \sqrt{(\sqrt{2018}+2)^2} - \sqrt{(\sqrt{2018}-2)^2}$ $= \sqrt{2018}+2 - \sqrt{2018}-2 = \sqrt{2018}+2 - \sqrt{2018}+2 = 4$ thỏa mãn điều kiện $x > 0$ và $x \neq 1$.	0,25
	+ Vậy giá trị của biểu thức P tại $x=4$ là: $\frac{\sqrt{4}+1}{\sqrt{4}} = \frac{3}{2}.$	0,25
Câu 3	1) Cho phương trình $x^2 - mx - m^2 - 4 = 0$ (1) (với m là tham số). a) Giải phương trình (1) với $m=6$. b) Tìm tất cả các giá trị của tham số m để phương trình (1) có hai nghiệm x_1, x_2 sao cho $ x_1 - x_2 $ đạt giá trị nhỏ nhất. 2) Giải phương trình $3\sqrt{x+5} + 6\sqrt{5-x} = 15 - 3x + 4\sqrt{25-x^2}.$	(2,5đ)
1.a)	+ Với $m=6$, phương trình (1) trở thành: $x^2 - 6x - 40 = 0$.	0,25
	+ Tính được $\Delta = 49 > 0$	0,25
	+ Với $m=6$, phương trình (1) có hai nghiệm: $x = 3 - 7 = -4; x = 3 + 7 = 10.$	0,25
1.b)	+ Có $\Delta = 5m^2 + 16 > 0, \forall m$ nên $\forall m$, phương trình (1) luôn có hai nghiệm phân biệt x_1, x_2 .	0,25
	+ Ta có $x_{1,2} = \frac{-b \pm \sqrt{\Delta}}{2a}$ nên $ x_1 - x_2 = \frac{\sqrt{\Delta}}{ a } = \sqrt{5m^2 + 16} \geq \sqrt{16} = 4, \forall m.$	0,25
	+ $ x_1 - x_2 = 4$ khi và chỉ khi $m^2 = 0 \Leftrightarrow m = 0$, tức là $ x_1 - x_2 $ đạt giá trị nhỏ nhất tại $m = 0$. * Vậy tất cả các giá trị của tham số m cần tìm là: 0.	0,25
2)	+ Điều kiện $-5 \leq x \leq 5$ (*). + Phương trình tương đương với: $3(\sqrt{x+5} + 2\sqrt{5-x}) = 15 - 3x + 4\sqrt{25-x^2}$	0,25
	+ Đặt $t = \sqrt{x+5} + 2\sqrt{5-x} \Rightarrow 15 - 3x + 4\sqrt{(x+2)(3-x)} = t^2 - 10$. Ta thu được phương trình (ẩn t): $t^2 - 3t - 10 = 0 \Leftrightarrow t = 5$ hoặc $t = -2$.	0,25
	+ Với $t = 5$, ta có $\sqrt{x+5} + 2\sqrt{5-x} = 5 \Leftrightarrow \begin{cases} -5 \leq x \leq 5 \\ 4\sqrt{25-x^2} = 3x \end{cases}$ $\Leftrightarrow \begin{cases} 0 \leq x \leq 5 \\ x^2 = 16 \end{cases} \Leftrightarrow x = 4.$	0,25

	+ Với $t = -2$, ta có $\sqrt{x+5} + 2\sqrt{5-x} = -2$ (vô nghiệm, do với điều kiện (*) thì $\sqrt{x+5} + 2\sqrt{5-x} > 0$). * KL: Vậy tất cả các nghiệm x của phương trình là: 4.	0,25
Câu 4	Cho tam giác ABC ngoại tiếp đường tròn (O, R). Đường tròn (O, R) tiếp xúc với các cạnh BC, AB lần lượt tại D, N. Kẻ đường kính DI của đường tròn (O, R). Tiếp tuyến của đường tròn (O, R) tại I cắt các cạnh AB, AC lần lượt tại E, F. 1) Chứng minh tứ giác $OIEN$ nội tiếp được trong một đường tròn. 2) Chứng minh tam giác BOE vuông và $EI \cdot BD = FI \cdot CD = R^2$. 3) Gọi A_1 là giao điểm của AO với cạnh BC, B_1 là giao điểm của BO với cạnh AC, C_1 là giao điểm của CO với cạnh AB. Chứng minh: $\frac{AO}{AA_1} + \frac{BO}{BB_1} + \frac{CO}{CC_1} = 2.$	(3 đ)
1)	+ Vì (O, R) tiếp xúc với các cạnh AB tại N, suy ra $ON \perp AB$ tại N, tức là N nhìn đoạn OE một góc 90° (1).	0,50
	+ Lập luận tương tự ta cũng có I nhìn đoạn OE một góc 90° (2). * Từ (1) và (2) suy ra tứ giác $OIEN$ nội tiếp được trong một đường tròn (đường tròn đường kính OE).	0,50
2)	+ Có $\begin{cases} BN = BD \\ ON = OD \end{cases}$ nên OB là đường trung trực của đoạn ND và OB đồng thời là tia phân giác của DON, suy ra $BON = \frac{1}{2}DON$. + Tương tự ta có $NOE = \frac{1}{2}NOI$. Vậy $BOE = BON + NOE = \frac{1}{2}(DON + NOI) = \frac{1}{2}DOI = 90^\circ$ nên $\triangle BOE$ vuông tại đỉnh O. + Do $\triangle BOE$ vuông tại đỉnh O và có ON là một đường cao, suy ra $NE \cdot NB = ON^2 = R^2 \Rightarrow EI \cdot BD = R^2$ + Tương tự ta có $FI \cdot CD = R^2$. Vậy $EI \cdot BD = FI \cdot CD = R^2$.	0,25 0,25 0,25 0,25
3)	+ Kẻ $AH \perp BC$ tại H thì $AH \parallel OD$, dẫn đến $\frac{A_1O}{A_1A} = \frac{OD}{AH} = \frac{S_{\triangle OBC}}{S_{\triangle ABC}}$ + Tương tự ta có $\frac{B_1O}{B_1B} = \frac{S_{\triangle OAC}}{S_{\triangle ABC}}; \frac{C_1O}{C_1C} = \frac{S_{\triangle OAB}}{S_{\triangle ABC}}$	0,25 0,25

	+ Do O là điểm thuộc miền trong ΔABC nên ta có: $\frac{A_1O}{A_1A} + \frac{B_1O}{B_1B} + \frac{C_1O}{C_1C} = \frac{S_{\Delta OBC} + S_{\Delta OAC} + S_{\Delta OAB}}{S_{\Delta ABC}} = 1$	0,25
	$\Rightarrow 1 - \frac{AO}{A_1A} + 1 - \frac{BO}{B_1B} + 1 - \frac{CO}{C_1C} = 1 \Rightarrow \frac{AO}{A_1A} + \frac{BO}{B_1B} + \frac{CO}{C_1C} = 2$	0,25
Câu 5	1) Giải hệ phương trình $\begin{cases} x^3 - y^3 - 6x^2 + 13x - y = 10 & (1) \\ \sqrt{2x+y+5} - \sqrt{3-x-y} = (2x-5)y + 2 & (2). \end{cases}$ 2) Cho a, b, c là các số thực dương thỏa mãn $a^2 + b^2 + c^2 + abc = 4$. Chứng minh rằng: $2a + b + c \leq \frac{9}{2}$.	(1 đ)
	+ Phương trình (1) tương đương với: $(x-2-y)[(x-2)^2 + (x-2)y + y^2 + 1] = 0$ $\Leftrightarrow y = x-2$, vì $(x-2)^2 + (x-2)y + y^2 + 1 > 0, \forall x, \forall y$.	0,25
1)	+ Thay $y = x-2$ vào phương trình (2), biến đổi thu được phương trình: $(\sqrt{3x+3}-3) - (\sqrt{5-2x}-1) - (2x-5)(x-2) = 0 \quad (a).$ + Với điều kiện: $-1 \leq x \leq \frac{5}{2}$ (*), phương trình (a) tương đương với: $\Leftrightarrow (x-2) \left[\frac{3}{\sqrt{3x+3}+3} + \frac{2}{\sqrt{5-2x}+1} + (5-2x) \right] = 0$ $\Leftrightarrow x=2$, do $\frac{3}{\sqrt{3x+3}+3} + \frac{2}{\sqrt{5-2x}+1} + (5-2x) > 0$ với mọi x thỏa mãn (*). + Nhận thấy $x=2$ thỏa mãn (*), dẫn đến $y=0$. * Vậy tất cả các nghiệm $(x; y)$ của hệ phương trình là: $(2; 0)$.	0,25
	+ Từ $a, b, c > 0$ và $a^2 + b^2 + c^2 + abc = 4 \Rightarrow b^2 + c^2 - 4 < 0; 4 - b^2 > 0; 4 - c^2 > 0$. + Do đó, phương trình bậc hai (ẩn a) $a^2 + (bc)a + b^2 + c^2 - 4 = 0$ có hai (phân biệt) nghiệm trái dấu. + Có $\Delta_a = (4-b^2)(4-c^2)$. Vì $a > 0$ nên $a = \frac{-bc + \sqrt{(4-b^2)(4-c^2)}}{2}$.	0,25
2)	+ Áp dụng bất đẳng thức Côsi với hai số dương $4-b^2$ và $4-c^2$ ta được: $2a \leq -bc + \frac{(4-b^2) + (4-c^2)}{2} \Rightarrow 2a \leq \frac{8-(b+c)^2}{2} \Rightarrow 2a + b + c \leq \frac{9-(b+c-1)^2}{2}$ $\Rightarrow 2a + b + c \leq \frac{9}{2}$ (đpcm).	0,25

Lưu ý:

+ Các cách giải khác đáp án nếu đúng, phù hợp với chương trình THCS, ban giám khảo thống nhất cho điểm thành phần tương ứng.

+ Điểm toàn bài là tổng điểm của các câu không làm tròn.

_____HẾT_____