

ĐỀ CHÍNH THỨC

Môn toán

Thời gian làm bài: 120 phút

(Đề gồm 1 trang, có 5 câu)

Câu 1. (2,25 điểm)

- 1) Giải phương trình $2x^2 + 5x - 7 = 0$
- 2) Giải hệ phương trình $\begin{cases} x + 3y = 5 \\ 5x - 2y = 8 \end{cases}$
- 3) Giải phương trình $x^4 + 9x^2 = 0$

Câu 2. (2,25 điểm)

Cho hai hàm số $y = \frac{1}{4}x^2$ và $y = x - 1$ có đồ thị lần lượt là (P) và (d)

- 1) Vẽ hai đồ thị (P) và (d) trên cùng mặt phẳng tọa độ.
- 2) Tìm tọa độ giao điểm của hai đồ thị (P) và (d).

Câu 3. (1,75 điểm)

- 1) Rút gọn biểu thức $S = \frac{a\sqrt{a}-1}{a-\sqrt{a}} - \frac{a-\sqrt{a}+1}{\sqrt{a}}$ (với $a > 0$ và $a \neq 1$)
- 2) Một xe ô tô và xe máy khởi hành cùng một lúc từ địa điểm A đi đến địa điểm B cách nhau 60 km với vận tốc không đổi, biết vận tốc xe ô tô lớn hơn vận tốc xe máy là 20km/h và xe ô tô đến B sớm hơn xe máy là 30 phút. Tính vận tốc của mỗi xe.

Câu 4. (0,75 điểm)

Tìm các giá trị của tham số thực m để phương trình $x^2 - (2m-3)x + m^2 - 2m = 0$ có hai nghiệm phân biệt x_1, x_2 sao cho biểu thức $|x_1 - x_2| = 7$.

Câu 5. (3 điểm)

Cho đường tròn (O) đường kính AB. Lấy điểm C thuộc đường tròn (O), với C khác A và B, biết $CA < CB$. Lấy điểm M thuộc đoạn OB, với M khác O và B. Đường thẳng đi qua điểm M vuông góc với AB cắt hai đường thẳng AC và BC lần lượt tại hai điểm D và H.

- 1) Chứng minh bốn điểm A, C, H, M cùng thuộc một đường tròn và xác định tâm của đường tròn này.
- 2) Chứng minh : $MA.MB = MD.MH$
- 3) Gọi E là giao điểm của đường thẳng BD với đường tròn (O), E khác B.
Chứng minh ba điểm A, H, E thẳng hàng.
- 4) Trên tia đối của tia BA lấy điểm N sao cho $MN = AB$, Gọi P và Q tương ứng là hình chiếu vuông góc của điểm M trên BD và N trên AD.
Chứng minh bốn điểm D, Q, H, P cùng thuộc một đường tròn.

---HẾT---

Câu 1. (2,25 điểm)

- 1) Phương trình $2x^2 + 5x - 7 = 0$ có $a + b + c = 2 + 5 - 7 = 0 \Rightarrow x_1 = 1; x_2 = \frac{-7}{2}$
- 2) $\begin{cases} x + 3y = 5 \\ 5x - 2y = 8 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 2x + 6y = 10 \\ x + 3y = 5 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 17x = 34 \\ x + 3y = 5 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 2 \\ 2 + 3y = 5 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 2 \\ y = 1 \end{cases}$

$$3) \quad x^4 + 9x^2 = 0 \Leftrightarrow x^2(x^2 + 9) = 0 \Leftrightarrow x = 0 \text{ (vì } x^2 + 9 > 0 \forall x)$$

Câu 2. (2,25 điểm)

Cho hai hàm số $y = \frac{1}{4}x^2$ và $y = x - 1$ có đồ thị lần lượt là (P) và (d)

1) Vẽ hai đồ thị (P) và (d) trên cùng mặt phẳng tọa độ.

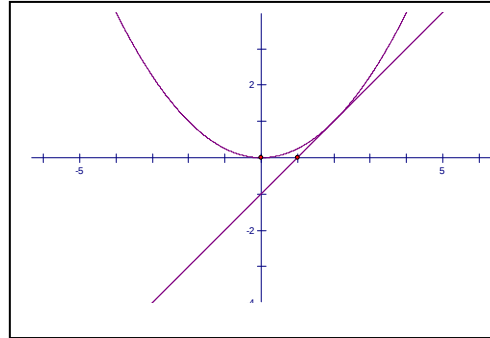
$$* (P): y = \frac{1}{4}x^2$$

x	-3	-2	-1	0	1	2	3
y	$\frac{9}{4}$	1	$\frac{1}{4}$	0	$\frac{1}{4}$	1	$\frac{9}{4}$

$$* (d): y = x - 1$$

$$x = 0 \Rightarrow y = -1 \quad A(0; -1)$$

$$x = 1 \Rightarrow y = 0 \quad B(1; 0)$$



2) Tìm tọa độ giao điểm của hai đồ thị (P) và (d).

Phương trình hoành độ giao điểm của (P) và (d) là:

$$\frac{1}{4}x^2 = x - 1 \Leftrightarrow x^2 = 4x - 4 \Leftrightarrow x^2 - 4x + 4 = 0 \Leftrightarrow (x - 2)^2 = 0 \Leftrightarrow x = 2$$

$$\text{Thay } x = 2 \text{ vào } y = \frac{1}{4}x^2 \quad \text{Ta được } y = \frac{1}{4} \cdot 2^2 = 1$$

Vậy tọa độ giao điểm của hai đồ thị (P) và (d) là (2;1)

Câu 3. (1,75 điểm)

$$\begin{aligned} 1) \quad S &= \frac{a\sqrt{a}-1}{a-\sqrt{a}} - \frac{a-\sqrt{a}+1}{\sqrt{a}} = \frac{(\sqrt{a})^3-1^3}{a-\sqrt{a}} - \frac{a-\sqrt{a}+1}{\sqrt{a}} = \frac{(\sqrt{a}-1)(a+\sqrt{a}+1)}{\sqrt{a}(\sqrt{a}-1)} - \frac{a-\sqrt{a}+1}{\sqrt{a}} \\ &= \frac{a+\sqrt{a}+1}{\sqrt{a}} - \frac{a-\sqrt{a}+1}{\sqrt{a}} = \frac{2\sqrt{a}}{\sqrt{a}} = 2 \end{aligned}$$

2) Gọi vận tốc của xe máy là $x(km/h)$. ĐK $x > 0$

Vận tốc của xe ô tô là $x + 20(km/h)$.

Thời gian xe máy đi từ A đến B là: $\frac{60}{x}(h)$

Thời gian xe ô tô đi từ A đến B là: $\frac{60}{x+20}(h)$

Vì xe ô tô đến B sớm hơn xe máy là 30 phút $= \frac{1}{2}h$ nên ta có PT

$$\frac{60}{x} - \frac{60}{x+20} = \frac{1}{2} \Rightarrow 120(x+20) - 120x = x(x+20)$$

$$\Rightarrow 120x + 2400 - 120x = x^2 + 20x \Rightarrow x^2 + 20x - 2400 = 0$$

$$\Rightarrow x^2 + 20x - 2400 = 0$$

$$\Delta' = 100 + 2400 = 2500 > 0 \Rightarrow \sqrt{\Delta'} = \sqrt{2500} = 50$$

Phương trình có hai nghiệm

$$x_1 = -10 + 50 = 40 \text{ (t/m đk)}$$

$$x_2 = -10 - 50 = -60 \text{ (không t/m đk)}$$

Vận tốc của xe máy là 40 km/h .

Vận tốc của xe ô tô là $40 + 20 = 60 \text{ (km/h)}$.

Câu 4. (0,75 điểm)

$$x^2 - (2m-3)x + m^2 - 2m = 0 \text{ có}$$

$$\Delta = (2m-3)^2 - 4(m^2 - 2m) = 4m^2 - 12m + 9 - 4m^2 + 8m = -4m + 9$$

Phương trình có hai nghiệm phân biệt khi $\Delta > 0 \Leftrightarrow -4m + 9 > 0 \Leftrightarrow -4m > -9 \Leftrightarrow m < \frac{9}{4}$

Áp dụng định lý Vi et ta có:

$$\begin{cases} S = x_1 + x_2 = 2m - 3 \\ P = x_1 \cdot x_2 = m^2 - 2m \end{cases}$$

$$|x_1 - x_2| = 7 \Leftrightarrow (x_1 - x_2)^2 = 49 \Leftrightarrow x_1^2 + x_2^2 - 2x_1 \cdot x_2 = 49 \Leftrightarrow (x_1 + x_2)^2 - 4x_1 \cdot x_2 = 49$$

$$\text{Thay } \begin{cases} x_1 + x_2 = 2m - 3 \\ x_1 \cdot x_2 = m^2 - 2m \end{cases}$$

$$\text{Ta được } (2m-3)^2 - 4(m^2 - 2m) = 49 \Leftrightarrow -4m + 9 = 49 \Leftrightarrow m = -10 \text{ (t/m đk)}$$

Câu 5. (3 điểm)

Cho đường tròn (O) đường kính AB. Lấy điểm C thuộc đường tròn (O), với C khác A và B, biết $CA < CB$. Lấy điểm M thuộc đoạn OB, với M khác O và B. Đường thẳng đi qua điểm M vuông góc với AB cắt hai đường thẳng AC và BC lần lượt tại hai điểm D và H.

1) Chứng minh bốn điểm A, C, H, M cùng thuộc một đường tròn và xác định tâm của đường tròn này.

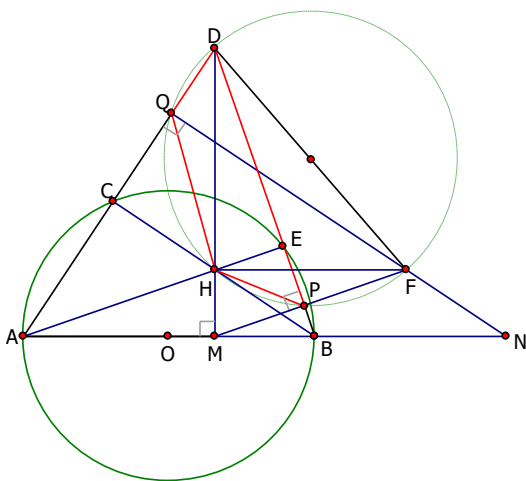
2) Chứng minh : $MA \cdot MB = MD \cdot MH$

3) Gọi E là giao điểm của đường thẳng BD với đường tròn (O), E khác B.

Chứng minh ba điểm A, H, E thẳng hàng.

4) Trên tia đối của tia BA lấy điểm N sao cho $MN = AB$, Gọi P và Q tương ứng là hình chiếu vuông góc của điểm M trên BD và N trên AD.

Chứng minh bốn điểm D, Q, H, P cùng thuộc một đường tròn.



1) Tự giải

2) Tứ giác ACHM nội tiếp $\Rightarrow \angle DAM = \angle MHB$ (cùng bù $\angle CHM$)

$$\rightarrow \triangle MAD \sim \triangle MHB \text{ (g - g)} \Rightarrow \frac{MA}{MH} = \frac{MD}{MB} \Rightarrow MA \cdot MB = MD \cdot MH$$

3) Dễ thấy AE và BC là hai đường cao của $\triangle DAB \Rightarrow H$ là trực tâm của $\triangle DAB \Rightarrow AH \perp DB(1)$.

$\angle AEB = 90^\circ$ (góc nội tiếp chắn nửa đường tròn) $\Rightarrow AE \perp DB(2)$

(1) và (2) suy ra ba điểm A, H, E thẳng hàng.

4) Gọi F là giao điểm của MP và NQ. Dễ thấy $MP \parallel AE \Rightarrow \angle HAB = \angle FMN$ (đồng vị).

$BC \parallel NQ \Rightarrow \angle HBA = \angle FNM$ (đồng vị). Lại có $AB = MN$ (gt) do đó

$\triangle AHB = \triangle FMN$ (g.c.g) $\Rightarrow HB = FN$ mà $HB \parallel FN$ suy ra tứ giác HFNB là hình bình hành

$\Rightarrow HF \parallel BN$ lại có $\Rightarrow DH \perp BN \Rightarrow DH \perp HF \Rightarrow \angle DHF = 90^\circ$. Do đó

$\angle DQF = \angle DHF = \angle DPF = 90^\circ \Rightarrow 5$ điểm D, Q, H, P, F cùng thuộc một đường tròn hay bốn điểm D, Q, H, P cùng thuộc một đường tròn.