

Câu 1. (2 điểm)

- a) Giải phương trình: $x^2 = (x-1)(3x-2)$
b) Một miếng đất hình chữ nhật có chu vi 100 m. Tính chiều dài và chiều rộng của miếng đất, biết rằng 5 lần chiều rộng hơn 2 lần chiều dài 40 m.

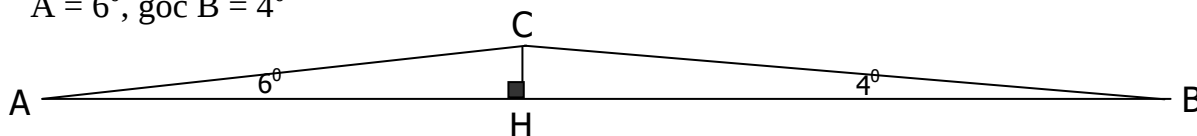
Câu 2. (1,5 điểm)

Trong mặt phẳng tọa độ Oxy:

- a) Vẽ đồ thị (P) của hàm số $y = \frac{1}{4}x^2$.
b) Cho đường thẳng (D): $y = \frac{3}{2}x + m$ đi qua điểm C(6; 7). Tìm tọa độ giao điểm của (D) và (P).

Câu 3. (1,5 điểm)

- 1) Thu gọn biểu thức sau: $A = (\sqrt{3} + 1) \sqrt{\frac{14 - 6\sqrt{3}}{5 + \sqrt{3}}}$
2) Lúc 6 giờ sáng bạn An đi xe đạp từ nhà (điểm A) đến trường (điểm B) phải leo lên và xuống một con dốc (như hình vẽ bên dưới). Cho biết đoạn thẳng AB dài 762 m, góc $A = 6^\circ$, góc $B = 4^\circ$



- a) Tính chiều cao h của con dốc.
b) Hỏi bạn An đến trường lúc mấy giờ? Biết rằng tốc độ trung bình lúc lên dốc là 4 km/h và tốc độ trung bình lúc xuống dốc là 19 km/h.

Câu 4. (1,5 điểm)

Cho phương trình: $x^2 - (2m-1)x + m^2 - 1 = 0$ (1) (x là ẩn số)

- a) Tìm điều kiện của m để phương trình (1) có hai nghiệm phân biệt.
b) Định m để hai nghiệm x_1, x_2 của phương trình (1) thỏa mãn:

$$(x_1 - x_2)^2 = x_1 - 3x_2$$

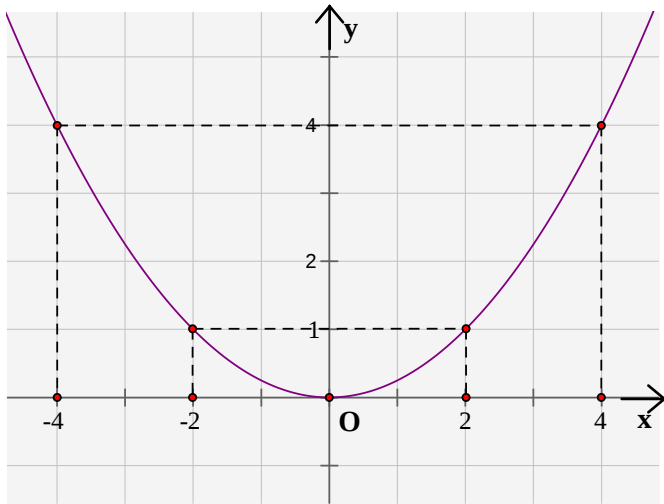
Câu 5. (3,5 điểm)

Cho tam giác ABC vuông tại A. Đường tròn tâm O đường kính AB cắt các đoạn BC và OC lần lượt tại D và I. Gọi H là hình chiếu của A lên OC; AH cắt BC tại M.

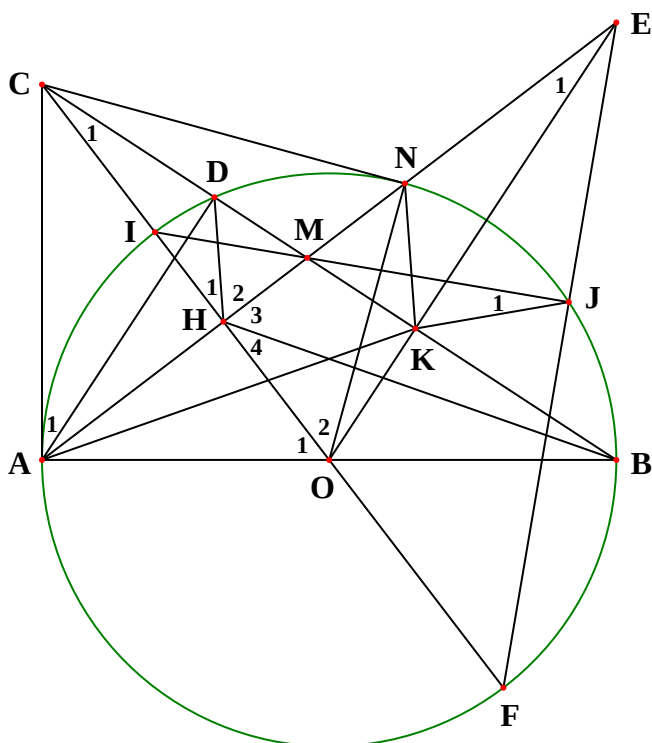
- a) Chứng minh: Tứ giác ACDH nội tiếp và $\angle CHD = \angle ABC$.
b) Chứng minh: Hai tam giác OHB và OBC đồng dạng với nhau và HM là tia phân giác của góc BHD.
c) Gọi K là trung điểm của BD. Chứng minh: $MD \cdot BC = MB \cdot CD$ và $MB \cdot MD = MK \cdot MC$.
d) Gọi E là giao điểm của AM và OK; J là giao điểm của IM và (O) (J khác I). Chứng minh: Hai đường thẳng OC và EJ cắt nhau tại một điểm nằm trên (O).

HẾT

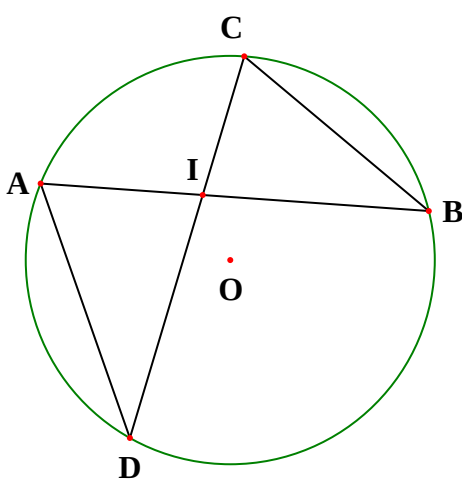
HƯỚNG DẪN GIẢI VÀ BIỂU ĐIỂM DỰ KIẾN:

Câu	Phần	Nội dung	Điểm												
Câu 1 (2,0đ)	a)	$x^2 = (x - 1)(3x - 2)$ $\Leftrightarrow x^2 = 3x^2 - 5x + 2$ $\Leftrightarrow 2x^2 - 5x + 2 = 0$ $\Delta = 9$ $x_1 = 2; x_2 = \frac{1}{2}$	1.0												
	b)	Gọi chiều dài là x(m) và chiều rộng là y (m). Điều kiện: $0 < y < x < 50$ Theo đề bài ta lập được hệ phương trình: $\begin{cases} x + y = 50 \\ -2x + 5y = 40 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 30 \\ y = 20 \end{cases} \text{ (thỏa mãn điều kiện)}$ Vậy chiều dài là 30m và chiều rộng là 20m.	1.0												
Câu 2 (1,5đ)	a)	Lập bảng giá trị: <table><tr><td>x</td><td>- 4</td><td>- 2</td><td>0</td><td>2</td><td>4</td></tr><tr><td>$y = \frac{1}{4}x^2$</td><td>4</td><td>1</td><td>0</td><td>1</td><td>4</td></tr></table> (P) là parabol đi qua các điểm: (-4;4), (-2;1), (0; 0), (2; 1), (4; 4). 	x	- 4	- 2	0	2	4	$y = \frac{1}{4}x^2$	4	1	0	1	4	0.75
	x	- 4	- 2	0	2	4									
$y = \frac{1}{4}x^2$	4	1	0	1	4										
b)	Vì (D) đi qua điểm C(6; 7) nên ta có: $\frac{3}{2} \cdot 6 + m = 7 \Leftrightarrow m = -2$ $\Rightarrow (D): y = \frac{3}{2}x - 2$ Xét phương trình hoành độ giao điểm của (P) và (D): $\frac{1}{4}x^2 = \frac{3}{2}x - 2 \Leftrightarrow x^2 - 6x + 8 = 0$ Giải được $x_1 = 4; x_2 = 2$	0.75													

		Với $x_1 = 4$ thì $y_1 = 4$ Với $x_2 = 2$ thì $y_2 = 1$ Vậy tọa độ giao điểm của (D) và (P) là (4; 4) và (2; 1).	
Câu 3 (1,5đ)	1)	Cách 1: $A = (\sqrt{3} + 1) \sqrt{\frac{14 - 6\sqrt{3}}{5 + \sqrt{3}}} = (\sqrt{3} + 1) \sqrt{\frac{(14 - 6\sqrt{3})(5 - \sqrt{3})}{(5 + \sqrt{3})(5 - \sqrt{3})}}$ $= (\sqrt{3} + 1) \sqrt{\frac{88 - 44\sqrt{3}}{22}} = (\sqrt{3} + 1) \sqrt{4 - 2\sqrt{3}}$ $= (\sqrt{3} + 1) \sqrt{(\sqrt{3} - 1)^2} = (\sqrt{3} + 1)(\sqrt{3} - 1) = 2$ Cách 2: $A = (\sqrt{3} + 1) \sqrt{\frac{14 - 6\sqrt{3}}{5 + \sqrt{3}}} = \sqrt{\frac{(4 + 2\sqrt{3})(14 - 6\sqrt{3})}{5 + \sqrt{3}}} = \sqrt{\frac{20 + 4\sqrt{3}}{5 + \sqrt{3}}} = \sqrt{4} = 2$	0.5
	2a)	Cách 1: Đặt $AH = x$ (m) ($0 < x < 762$) $\Rightarrow BH = 762 - x$ (m). Ta có: Áp dụng hệ thức về cạnh và góc trong tam giác vuông, ta có: $h = x \cdot \tan 6^\circ$ và $h = (762 - x) \cdot \tan 4^\circ$ $h = x \cdot \tan 6^\circ$ và $h = (762 - x) \cdot \tan 4^\circ$ $\Rightarrow x \cdot \tan 6^\circ = (762 - x) \cdot \tan 4^\circ$ $\Leftrightarrow x \cdot (\tan 6^\circ + \tan 4^\circ) = 762 \cdot \tan 4^\circ$ $\Leftrightarrow x = \frac{762 \cdot \tan 4^\circ}{\tan 6^\circ + \tan 4^\circ}$ $\Rightarrow h = \frac{762 \cdot \tan 4^\circ}{\tan 6^\circ + \tan 4^\circ} \cdot \tan 6^\circ \approx 32(\text{m})$ Cách 2: Ta có: $AH = \frac{h}{\tan A}$ và $BH = \frac{h}{\tan B}$ $\Rightarrow AH + BH = \frac{h}{\tan A} + \frac{h}{\tan B}$ $\Rightarrow AB = h \left(\frac{1}{\tan A} + \frac{1}{\tan B} \right)$ $\Rightarrow h = AB : \left(\frac{1}{\tan A} + \frac{1}{\tan B} \right) = 762 : \left(\frac{1}{\tan 6^\circ} + \frac{1}{\tan 4^\circ} \right) \approx 32(\text{m})$	0.5
	2b)	Tính được: $AC = \frac{h}{\sin A} \approx 306(\text{m}) ; CB = \frac{h}{\sin B} \approx 459(\text{m})$ Thời gian An đi từ nhà đến trường là: $t \approx \frac{0,306}{4} + \frac{0,459}{19} \approx 0,1(\text{h}) = 6 \text{ phút}$ $\Rightarrow$ An đến trường vào khoảng 6 giờ 6 phút.	0.5

Câu 4 (1,5đ)	a)	$\Delta = (2m - 1)^2 - 4(m^2 - 1) = 5 - 4m$ Phương trình có hai nghiệm phân biệt $\Leftrightarrow m < \frac{5}{4}$	0.5
	b)	Phương trình có nghiệm $\Leftrightarrow m \leq \frac{5}{4}$ Áp dụng hệ thức Vi-ét, ta có: $\begin{cases} x_1 + x_2 = 2m - 1 \\ x_1 x_2 = m^2 - 1 \end{cases}$ Theo đề bài: $(x_1 - x_2)^2 = x_1 - 3x_2$ $\Leftrightarrow (x_1 + x_2)^2 - 4x_1 x_2 = x_1 - 3x_2$ $\Leftrightarrow (2m - 1)^2 - 4(m^2 - 1) = x_1 - 3x_2$ $\Leftrightarrow x_1 - 3x_2 = 5 - 4m$ Ta có hệ phương trình: $\begin{cases} x_1 + x_2 = 2m - 1 \\ x_1 - 3x_2 = 5 - 4m \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x_1 = \frac{m+1}{2} \\ x_2 = \frac{3(m-1)}{2} \end{cases}$ $\Rightarrow \frac{m+1}{2} \cdot \frac{3(m-1)}{2} = m^2 - 1$ $\Leftrightarrow 3(m^2 - 1) = 4(m^2 - 1)$ $\Leftrightarrow m^2 - 1 = 0$ $\Leftrightarrow m = \pm 1$ Kết hợp với điều kiện $\Rightarrow m = \pm 1$ là giá trị cần tìm.	1.0
Câu 5 (3,5đ)			0.25

	a)	Ta có: $\angle ADB = 90^\circ$ (góc nội tiếp chắn nửa đường tròn) $\Rightarrow \angle ADC = 90^\circ$ (kề bù với $\angle ADB$) Tứ giác $ACDH$ có $\angle AHC = \angle ADC = 90^\circ$ $\Rightarrow$ Tứ giác $ACDH$ nội tiếp	0.5
		Tứ giác $ACDH$ nội tiếp $\Rightarrow \angle A_1 = \angle H_1$ Mà $\angle A_1 = \angle ABC$ (cùng phụ với góc $\angle ACB$) $\Rightarrow \angle H_1 = \angle ABC$	0.25
	b)	Áp dụng hệ thức lượng vào Δ vuông AOC, có: $OA^2 = OH \cdot OC$ $\Rightarrow OB^2 = OH \cdot OC$ (vì $OA = OB$) $\Rightarrow \frac{OB}{OC} = \frac{OH}{OB}$ ΔOHB và ΔOBC có: $\angle BOC$ chung ; $\frac{OB}{OC} = \frac{OH}{OB}$ $\Rightarrow \Delta OHB \sim \Delta OBC$ (c.g.c)	0.5
		$\Delta OHB \sim \Delta OBC \Rightarrow \angle H_4 = \angle OBC \Rightarrow \angle H_4 = \angle H_1$ (do $\angle H_1 = \angle ABC$) Mà $\angle H_1 + \angle H_2 = \angle H_3 + \angle H_4 (= 90^\circ)$ $\Rightarrow \angle H_2 = \angle H_3$ $\Rightarrow HM$ là tia phân giác của góc $\angle BHD$.	0.25
	c)	ΔHBD có HM là đường phân giác trong tại đỉnh H Mà $HC \perp HM$ $\Rightarrow HC$ là đường phân giác ngoài tại đỉnh H Áp dụng tính chất đường phân giác trong tam giác, có: $\frac{MD}{MB} = \frac{HD}{HB}$ và $\frac{CD}{CB} = \frac{HD}{HB}$ $\Rightarrow \frac{MD}{MB} = \frac{CD}{CB} \Rightarrow MD \cdot BC = MB \cdot CD$	0.5
		Gọi N là giao điểm thứ hai của AH và (O). ΔOAN cân tại O, có OH là đường cao $\Rightarrow \angle O_1 = \angle O_2 \Rightarrow \angle ONC = \angle OAC$ (c.g.c) $\Rightarrow \angle ONC = \angle OAC = 90^\circ$ (O) có K là trung điểm của dây BD khác đường kính $\Rightarrow OK \perp BD \Rightarrow \angle OKC = 90^\circ$ Do đó, 5 điểm A, C, N, K, O cùng thuộc đường tròn đường kính OC Dễ chứng minh bài toán phụ: Nếu hai dây AB và CD của (O) cắt nhau tại I thì $IA \cdot IB = IC \cdot ID$.	0.5

		 Áp dụng bài toán trên, ta có: (O) có hai dây AN và BD cắt nhau tại M nên $MA.MN = MB.MD$ Đường tròn đường kính OC có hai dây AN và CK cắt nhau tại M nên $MA.MN = MC.MK$ Do đó $MB.MD = MC.MK$.	
	d)	(O) có hai dây AN và IJ cắt nhau tại M nên $MA.MN = MI.MJ$ $\Rightarrow MI.MJ = MC.MK$ $\Rightarrow \frac{MI}{MK} = \frac{MC}{MJ} \Rightarrow \Delta MIC \sim \Delta MKJ \Rightarrow C_1 = \hat{J}_1$ Mà $C_1 = E_1 (= 90^\circ - COE) \Rightarrow E_1 = \hat{J}_1$ $\Rightarrow$ Tứ giác EJKM nội tiếp $\Rightarrow EJM = EKM = 90^\circ$ Gọi F là giao điểm thứ hai của CO với (O) $\Rightarrow IJF = 90^\circ$ (góc nội tiếp chắn nửa đường tròn) $\Rightarrow EKF = 180^\circ$ $\Rightarrow E, J, F$ thẳng hàng $\Rightarrow OC$ và EJ cắt nhau tại điểm F thuộc (O). Phần này tương tự ý 5c) đề Hồ Chí Minh năm học 2013 – 2014	0.75

Thầy Nguyễn Mạnh Tuấn
 Trường THCS Cẩm Hoàng – Cẩm Giàng – Hải Dương