

ĐỀ THI TUYỂN SINH MÔN TOÁN VÀO CHUYÊN 10 TỈNH HÀ NAM

NĂM 2018-2019

(Đề thi chung)

Câu 1: (1,5 điểm).

Rút gọn các biểu thức sau:

1. $A = 4\sqrt{2} - 3\sqrt{8} + \sqrt{18}.$

2. $B = \left(\frac{x-2\sqrt{x}}{x-4} - \frac{2}{\sqrt{x}+2} \right) : \left(1 - \frac{4}{\sqrt{x}+2} \right),$ (với $x \geq 0, x \neq 4$).

Câu 2: (2,0 điểm).

1. Giải phương trình $3x^2 - 2x - 1 = 0.$

2. Giải hệ phương trình $\begin{cases} 2x + 3y = 13 \\ 2x - y = 1 \end{cases}.$

Câu 3: Trong mặt phẳng tọa độ Oxy , cho parabol (P) có phương trình $y = x^2$ và đường thẳng (d) có phương trình $y = 2(m+1)x - m^2$ (với m là tham số).

1. Tìm điều kiện của m để đường thẳng (d) cắt parabol (P) tại hai điểm phân biệt A và B .

2. Gọi x_1, x_2 lần lượt là hoành độ của A và B . Xác định m để $(2x_1 + 1)(2x_2 + 1) = 13$.

Câu 4: Cho đường tròn (O) đường kính AB . Lấy điểm H thuộc đoạn AB (H khác A và B), đường thẳng vuông góc với AB tại H cắt đường tròn (O) tại hai điểm C và D . Trên cung nhỏ BC lấy điểm M (M khác B và C), gọi N là giao điểm của AM và CD .

1) Chứng minh tứ giác $BMNH$ nội tiếp đường tròn.

2) Chứng minh MA là phân giác của CMD .

3) Chứng minh $AD^2 = AM \cdot AN$.

4) Gọi I là giao điểm của BC và AM , P là giao điểm của AB và DM . Chứng minh I là tâm đường tròn nội tiếp tam giác CMP .

Câu 5: Cho các số thực $a, b, c > 0$ thỏa mãn: $a^2 + b^2 + c^2 = 3$. Chứng minh rằng:

$$\frac{1}{4 - \sqrt{ab}} + \frac{1}{4 - \sqrt{bc}} + \frac{1}{4 - \sqrt{ca}} \leq 1.$$

LỜI GIẢI ĐỀ THI TUYỂN SINH MÔN TOÁN VÀO CHUYÊN 10 TỈNH HÀ NAM

NĂM 2018-2019

(Đề thi chung)

Câu 1: (1,5 điểm).

Rút gọn các biểu thức sau:

1. $A = 4\sqrt{2} - 3\sqrt{8} + \sqrt{18}.$

2. $B = \left(\frac{x-2\sqrt{x}}{x-4} - \frac{2}{\sqrt{x}+2} \right) : \left(1 - \frac{4}{\sqrt{x}+2} \right),$ (với $x \geq 0, x \neq 4$).

Lời giải

1. $A = 4\sqrt{2} - 3\sqrt{8} + \sqrt{18} = 4\sqrt{2} - 3\sqrt{2^2 \cdot 2} + \sqrt{3^2 \cdot 2} = 4\sqrt{2} - 6\sqrt{2} + 3\sqrt{2} = \sqrt{2}.$

2. Với điều kiện $x \geq 0, x \neq 4$ biểu thức B trở thành:

$$\begin{aligned} B &= \left(\frac{x-2\sqrt{x}}{x-4} - \frac{2}{\sqrt{x}+2} \right) : \left(1 - \frac{4}{\sqrt{x}+2} \right) \\ &= \left(\frac{\sqrt{x}(\sqrt{x}-2)}{(\sqrt{x}-2)(\sqrt{x}+2)} - \frac{2}{\sqrt{x}+2} \right) : \left(\frac{\sqrt{x}+2-4}{\sqrt{x}+2} \right) = \left(\frac{\sqrt{x}}{\sqrt{x}+2} - \frac{2}{\sqrt{x}+2} \right) : \left(\frac{\sqrt{x}-2}{\sqrt{x}+2} \right) \\ &= \frac{\sqrt{x}-2}{\sqrt{x}+2} \cdot \frac{\sqrt{x}+2}{\sqrt{x}-2} = 1. \end{aligned}$$

Câu 2: (2,0 điểm).

1. Giải phương trình $3x^2 - 2x - 1 = 0.$

2. Giải hệ phương trình $\begin{cases} 2x+3y=13 \\ 2x-y=1 \end{cases}.$

Lời giải

1. $3x^2 - 2x - 1 = 0$

$$\Delta = (-2)^2 - 4 \cdot 3 \cdot (-1) = 16.$$

$$\Rightarrow \sqrt{\Delta} = 4.$$

Vì $\Delta > 0$ nên phương trình trên có 2 nghiệm phân biệt :

$$x_1 = \frac{2+4}{6} = 1; \quad x_2 = \frac{2-4}{6} = -\frac{1}{3}.$$

Vậy phương trình trên có tập nghiệm $S = \left\{ -\frac{1}{3}; 1 \right\}.$

2. $\begin{cases} 2x+3y=13 \\ 2x-y=1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 4y=12 \\ 2x-y=1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} y=3 \\ 2x=4 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} y=3 \\ x=2 \end{cases}.$

Vậy hệ phương trình trên có nghiệm: $(2; 3).$

- Câu 3:** Trong mặt phẳng tọa độ Oxy , cho parabol (P) có phương trình $y = x^2$ và đường thẳng (d) có phương trình $y = 2(m+1)x - m^2$ (với m là tham số).
1. Tìm điều kiện của m để đường thẳng (d) cắt parabol (P) tại hai điểm phân biệt A và B .
 2. Gọi x_1, x_2 lần lượt là hoành độ của A và B . Xác định m để $(2x_1 + 1)(2x_2 + 1) = 13$.

Lời giải

1. Phương trình hoành độ giao điểm của hai đồ thị hàm số $y = x^2$ và $y = 2(m+1)x - m^2$ là:

$$\begin{aligned} x^2 &= 2(m+1)x - m^2 \\ \Leftrightarrow x^2 - 2(m+1)x + m^2 &= 0 \quad (1) \end{aligned}$$

Ta có: $\Delta' = [-(m+1)]^2 - m^2 = 2m+1$.

Để đường thẳng (d) cắt parabol (P) tại hai điểm phân biệt A và B thì phương trình (1) phải có hai nghiệm phân biệt.

Phương trình (1) có hai nghiệm phân biệt $\Leftrightarrow \Delta' > 0 \Leftrightarrow 2m+1 > 0 \Leftrightarrow m > -\frac{1}{2}$.

Vậy với $m > -\frac{1}{2}$ thì đường thẳng (d) cắt parabol (P) tại hai điểm phân biệt A và B .

2. Với $m > -\frac{1}{2}$ thì phương trình (1) có hai nghiệm phân biệt x_1, x_2 lần lượt là hoành độ của A và B (giao điểm của đường thẳng (d) và parabol (P)).

Áp dụng hệ thức Vi – ét với phương trình (1), ta có:

$$\begin{cases} x_1 + x_2 = -\frac{b}{a} = 2(m+1) \\ x_1 \cdot x_2 = \frac{c}{a} = m^2 \end{cases}$$

Khi đó:

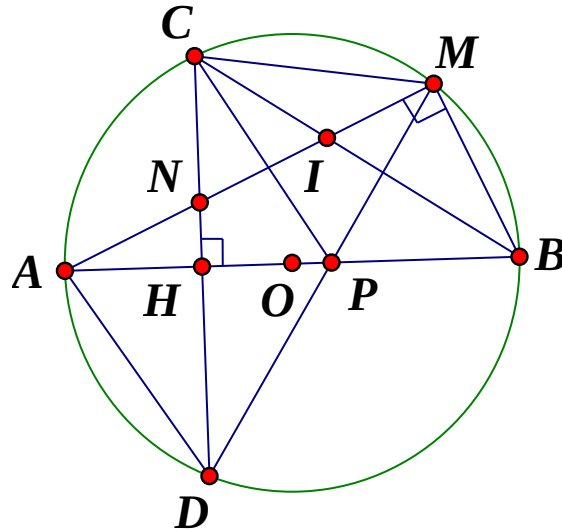
$$\begin{aligned} (2x_1 + 1)(2x_2 + 1) &= 13 \\ \Leftrightarrow 4x_1 \cdot x_2 + 2(x_1 + x_2) + 1 - 13 &= 0 \\ \Leftrightarrow 4m^2 + 2 \cdot 2(m+1) - 12 &= 0 \\ \Leftrightarrow 4m^2 + 4m - 8 &= 0 \\ \Leftrightarrow \begin{cases} m = 1 \\ m = -2 \end{cases} \end{aligned}$$

Kết hợp điều kiện $m > -\frac{1}{2}$, ta thấy $m = 1$ thỏa mãn yêu cầu đề bài.

- Câu 4:** Cho đường tròn (O) đường kính AB . Lấy điểm H thuộc đoạn AB (H khác A và B), đường thẳng vuông góc với AB tại H cắt đường tròn (O) tại hai điểm C và D . Trên cung nhỏ BC lấy điểm M (M khác B và C), gọi N là giao điểm của AM và CD .
- 1) Chứng minh tứ giác $BMNH$ nội tiếp đường tròn.

- 2) Chứng minh MA là phân giác của CMD .
- 3) Chứng minh $AD^2 = AM \cdot AN$.
- 4) Gọi I là giao điểm của BC và AM , P là giao điểm của AB và DM . Chứng minh I là tâm đường tròn nội tiếp tam giác CMP .

Lời giải



- 1) Tứ giác $BMNH$ nội tiếp đường tròn vì $NMB = 90^\circ$ (Góc nội tiếp chắn nửa đường tròn) $\Rightarrow NHB + NMB = 180^\circ$.
- 2) Ta có dây cung CD vuông góc với đường kính AB do đó H là trung điểm của CD hay tam giác CAD cân tại A
 $\Rightarrow ACD = AMD = ADC = CMA$. Vậy MA là phân giác của CMD .
- 3)
 Ta có $ADN = AMD$ (theo ý (2)) nên $\triangle ADN \sim \triangle AMD (g.g)$
 $\Rightarrow \frac{AD}{AM} = \frac{AN}{AD} \Rightarrow AD^2 = AM \cdot AN$.
- 4) Ta có AB là trung trực của CD nên $PCB = PDB$, mà $PDB = BCM$ (Cùng chắn cung MB). Do đó $PCB = BCM \Rightarrow BC$ là phân giác của PCM . Theo ý 2) thì MA là phân giác của $CMD \Rightarrow I$ là tâm đường tròn nội tiếp tam giác CMP . (dpcm)

Câu 5: Cho các số thực $a, b, c > 0$ thỏa mãn: $a^2 + b^2 + c^2 = 3$. Chứng minh rằng:

$$\frac{1}{4 - \sqrt{ab}} + \frac{1}{4 - \sqrt{bc}} + \frac{1}{4 - \sqrt{ca}} \leq 1.$$

Lời giải

Đặt $\sqrt{a} = x > 0; \sqrt{b} = y > 0; \sqrt{c} = z > 0 \Rightarrow x^4 + y^4 + z^4 = 3$.

Bài toán trở thành chứng minh

$$\frac{1}{4 - xy} + \frac{1}{4 - yz} + \frac{1}{4 - zx} \leq 1.$$

Ta có

$$\begin{aligned}\frac{2}{4-xy} &= 1 - \frac{2-xy}{3-(xy-1)} = 1 - \frac{(2-xy)[3+(xy-1)]}{[3-(xy-1)][3+(xy-1)]} \\ &= 1 - \frac{4-(xy)^2}{9-(xy-1)^2} \leq 1 - \frac{4-(xy)^2}{9} = \frac{5+(xy)^2}{9}\end{aligned}$$

$$\Rightarrow \frac{1}{4-xy} \leq \frac{5+(xy)^2}{18}.$$

$$\begin{aligned}\Rightarrow \frac{1}{4-xy} + \frac{1}{4-yz} + \frac{1}{4-zx} &\leq \frac{5+(xy)^2}{18} + \frac{5+(yz)^2}{18} + \frac{5+(zx)^2}{18} \\ &= \frac{15+(xy)^2+(yz)^2+(zx)^2}{18} \leq \frac{15+x^4+y^4+z^4}{18} = \frac{18}{18} = 1.\end{aligned}$$

Vậy $\frac{1}{4-\sqrt{ab}} + \frac{1}{4-\sqrt{bc}} + \frac{1}{4-\sqrt{ca}} \leq 1.$