

ĐỀ THI CHÍNH THỨC

Môn thi: TOÁN (KHÔNG CHUYÊN)

Ngày thi: 05/6/2018

(Thời gian: 120 phút - không kể thời gian phát đề)

Bài 1: (2,00 điểm)

a) Giải phương trình $\frac{2x-1}{x^2-4} + \frac{x+3}{2-x} + 5 = 0$.

b) Hai người cùng xây một bức tường. Sau khi làm được 4 giờ, người thứ nhất nghỉ, người thứ hai tiếp tục xây thêm 8 giờ nữa thì hoàn thành bức tường. Hỏi nếu ngay từ đầu chỉ một người xây thì sau bao lâu bức tường được hoàn thành, biết rằng người thứ nhất xây bức tường đó nhanh hơn người thứ hai 6 giờ ?

Bài 2: (2,00 điểm)

Trong mặt phẳng tọa độ Oxy , cho parabol (P) có phương trình $y = x^2$ và đường thẳng (d) có phương trình $y = 2(m-1)x + m + 1$ (với m là tham số).

a) Chứng minh rằng (d) luôn cắt (P) tại hai điểm phân biệt với mọi giá trị của m .

b) Tìm các giá trị của m để (d) cắt (P) tại hai điểm phân biệt có hoành độ x_1, x_2 thỏa mãn $x_1 + 3x_2 - 8 = 0$.

Bài 3: (2,00 điểm)

a) Rút gọn biểu thức $A = \frac{1}{1+\sqrt{2}} + \frac{1}{\sqrt{2}+\sqrt{3}} + \dots + \frac{1}{\sqrt{2017}+\sqrt{2018}}$.

b) Chứng minh rằng $1 + \frac{1}{\sqrt{2}} + \frac{1}{\sqrt{3}} + \dots + \frac{1}{\sqrt{2017}} > 2(\sqrt{2018} - 1)$.

Bài 4: (4,00 điểm)

Cho đường tròn $(O; R)$ và dây cung AB không đi qua O . Từ điểm M nằm trên tia đối của tia BA (M không trùng với B), kẻ hai tiếp tuyến MC, MD với đường tròn $(O; R)$ (C, D là các tiếp điểm). Gọi H là trung điểm đoạn thẳng AB .

a) Chứng minh các điểm M, D, H, O cùng thuộc một đường tròn.

b) Đoạn thẳng OM cắt đường tròn $(O; R)$ tại điểm I . Chứng minh I là tâm đường tròn nội tiếp tam giác MCD .

c) Đường thẳng qua O vuông góc với OM cắt các tia MC, MD lần lượt tại E và F . Xác định hình dạng của tứ giác $MCOF$ để diện tích tam giác MEF nhỏ nhất khi M di động trên tia đối của tia BA .

HẾT

- Đề thi có 01 trang;
- Giám thị không giải thích gì thêm.

Họ và tên thí sinh: SBD: /Phòng:

Giám thị 1:

Giám thị 2:

HƯỚNG DẪN CHẤM TUYỂN SINH LỚP 10 THPT CHUYÊN LÊ QUÝ ĐÔN

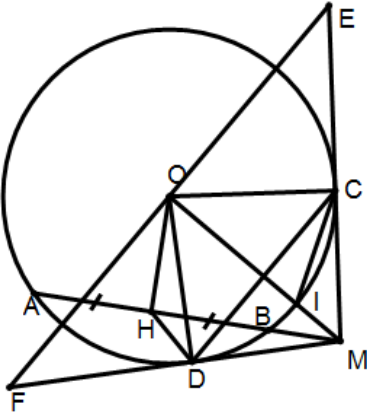
MÔN: TOÁN (KHÔNG CHUYÊN)

NĂM HỌC 2018 – 2019

- Hướng dẫn chấm có 03 trang;

- Các cách giải khác đúng, cho điểm tối đa phần tương ứng.

Bài	Đáp án	Điểm
Bài 1 (2,0đ)	a) Giải phương trình $\frac{2x-1}{x^2-4} + \frac{x+3}{2-x} + 5 = 0$.	1,0
	Điều kiện: $x \neq \pm 2$	0,25
	Phương trình đã cho trở thành $2x-1-(x+3)(x+2)+5(x^2-4)=0$	0,25
	$\Leftrightarrow 4x^2-3x-27=0 \Leftrightarrow \begin{cases} x=3 \\ x=-\frac{9}{4} \end{cases}$	0,25
	Kết hợp với điều kiện ta có nghiệm phương trình là $x=-\frac{9}{4}, x=3$.	0,25
	b) Hai người cùng xây một bức tường, sau khi làm được 4 giờ người thứ nhất nghỉ, người thứ hai tiếp tục xây thêm 8 giờ nữa thì hoàn thành bức tường. Hỏi nếu ngay từ đầu chỉ một người xây thì sau bao lâu bức tường được hoàn thành, biết rằng người thứ nhất xây bức tường đó nhanh hơn người thứ hai 6 giờ ?	1,0
	Gọi x (giờ) là thời gian người thứ nhất xây xong bức tường. Gọi y (giờ) là thời gian người thứ hai xây xong bức tường. ($x > 0, y > 0$)	0,25
	Trong 1 giờ người thứ nhất hoàn thành $\frac{1}{x}$ công việc, người thứ hai hoàn thành $\frac{1}{y}$ công việc.	0,25
	Theo giả thiết ta có $\begin{cases} \frac{4}{x} + \frac{12}{y} = 1 \\ y - x = 6 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} y = x + 6 \\ \frac{4}{x} + \frac{12}{x+6} = 1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} y = x + 6 \\ x^2 - 10x - 24 = 0 \end{cases}$	0,25
	$\Leftrightarrow \begin{cases} y = x + 6 \\ x = 12 \\ x = -2 \end{cases}$. Kết hợp với điều kiện ta có $x=12, y=18$. Vậy nếu chỉ một người xây thì người thứ nhất hoàn thành sau 12 giờ, người thứ hai hoàn thành sau 18 giờ.	0,25
Bài 2 (2,0đ)	Trong mặt phẳng tọa độ Oxy, cho parabol (P) có phương trình $y = x^2$ và đường thẳng (d) có phương trình $y = 2(m-1)x + m + 1$ (với m là tham số).	1,0
	a) Chứng minh rằng (d) luôn cắt (P) tại hai điểm phân biệt.	
	Phương trình hoành độ giao điểm của (d) và (P): $x^2 = 2(m-1)x + m + 1 \Leftrightarrow x^2 - 2(m-1)x - m - 1 = 0$ (1) Số nghiệm phương trình (1) là số giao điểm của (d) và (P).	0,25
	Ta có $\Delta' = (m-1)^2 - (-m-1) = m^2 - m + 2$.	0,25
	Ta có $m^2 - m + 2 = \left(m - \frac{1}{2}\right)^2 + \frac{7}{4} > 0$ với mọi giá trị của m .	0,25
	Suy ra $\Delta' > 0$ với mọi giá trị của m . phương trình (1) luôn có hai nghiệm phân biệt với mọi m hay (d) luôn cắt (P) tại hai điểm phân biệt.	0,25
	b) Tìm các giá trị của m để (d) cắt (P) tại hai điểm phân biệt có hoành độ x_1, x_2 thỏa mãn $x_1 + 3x_2 - 8 = 0$.	1,0
	Theo câu a), ta có x_1, x_2 là hai nghiệm phương trình (1) nên theo Viet:	0,25

Bài	Đáp án	Điểm
	$\begin{cases} x_1 + x_2 = 2(m-1) = 2m-2 \\ x_1 x_2 = -m-1 \end{cases}$	
	Kết hợp giả thiết ta có $\begin{cases} x_1 + x_2 = 2m-2 \quad (2) \\ x_1 x_2 = -m-1 \quad (3) \\ x_1 + 3x_2 - 8 = 0 \quad (4) \end{cases}$	0,25
	Từ (2) và (4), tính được $x_1 = 3m-7; x_2 = -m+5$	0,25
	Thay vào (3), tính được $(5-m)(3m-7) = -m-1 \Leftrightarrow 3m^2 - 23m + 34 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} m = 2 \\ m = \frac{17}{3} \end{cases}$ Vậy $m = 2; m = \frac{17}{3}$ thỏa mãn đề bài.	0,25
Bài 3 (2,0đ)	a) Rút gọn biểu thức $A = \frac{1}{1+\sqrt{2}} + \frac{1}{\sqrt{2}+\sqrt{3}} + \dots + \frac{1}{\sqrt{2017}+\sqrt{2018}}$	1,0
	Ta có: $\frac{1}{1+\sqrt{2}} = \sqrt{2}-1; \frac{1}{\sqrt{2}+\sqrt{3}} = \sqrt{3}-\sqrt{2}; \dots; \frac{1}{\sqrt{2017}+\sqrt{2018}} = \sqrt{2018}-\sqrt{2017}$	0,5
	Vậy $A = \sqrt{2}-1 + \sqrt{3}-\sqrt{2} + \dots + \sqrt{2017}-\sqrt{2016} + \sqrt{2018}-\sqrt{2017} = \sqrt{2018}-1$	0,5
	b) Chứng minh rằng $1 + \frac{1}{\sqrt{2}} + \frac{1}{\sqrt{3}} + \dots + \frac{1}{\sqrt{2017}} > 2(\sqrt{2018}-1)$	1,0
	Đặt $B = 1 + \frac{1}{\sqrt{2}} + \frac{1}{\sqrt{3}} + \dots + \frac{1}{\sqrt{2017}}$. Ta có $B = 2\left(\frac{1}{2} + \frac{1}{2\sqrt{2}} + \frac{1}{2\sqrt{3}} + \dots + \frac{1}{2\sqrt{2017}}\right)$	0,25
	Nhận xét: $\frac{1}{2} = \frac{1}{1+1} > \frac{1}{1+\sqrt{2}}; \frac{1}{2\sqrt{2}} = \frac{1}{\sqrt{2}+\sqrt{2}} > \frac{1}{\sqrt{2}+\sqrt{3}}; \dots; \frac{1}{2\sqrt{2017}} > \frac{1}{\sqrt{2017}+\sqrt{2018}}$	0,25
	Suy ra $\frac{1}{2} + \frac{1}{2\sqrt{2}} + \frac{1}{2\sqrt{3}} + \dots + \frac{1}{2\sqrt{2017}} > \frac{1}{1+\sqrt{2}} + \frac{1}{\sqrt{2}+\sqrt{3}} + \dots + \frac{1}{\sqrt{2017}+\sqrt{2018}} = A$	0,25
	Vậy $B > 2(\sqrt{2018}-1)$	0,25
Bài 4 (4,0đ)	Cho đường tròn $(O; R)$ và dây cung AB không đi qua O . Từ điểm M nằm trên tia đối của tia BA (M không trùng với B), kẻ hai tiếp tuyến MC, MD với đường tròn $(O; R)$ (C, D là các tiếp điểm). Gọi H là trung điểm đoạn thẳng AB . d) Chứng minh các điểm M, D, H, O cùng thuộc một đường tròn.	1,5
		
	Vì H là trung điểm của AB nên $OH \perp AB \Rightarrow OHM = 90^\circ$ (5)	0,75
	Lại có $OD \perp MD$ (tính chất tiếp tuyến) $ODM = 90^\circ$ (6) Từ (5) và (6), suy ra 4 điểm M, D, H, O cùng thuộc đường tròn đường kính MO .	0,75
	b) Đoạn thẳng OM cắt đường tròn $(O; R)$ tại điểm I. Chứng minh I là tâm đường tròn nội tiếp tam giác MCD.	1,5

Bài	Đáp án	Điểm
	Vì $\begin{cases} MC = MD \\ OC = OD \end{cases} \Rightarrow OM$ là đường phân giác của CMD và COD .	0,5
	Do OM cắt $(O; R)$ tại I nên I là trung điểm cung nhỏ CD (7)	0,5
	Lại có $ICD = \frac{1}{2}$ số đo DI ; $MCI = \frac{1}{2}$ số đo CI (8)	0,25
	Từ (7) và (8) suy ra IC là đường phân giác của MCD	
	Tam giác MCD có I là giao điểm của hai đường phân giác trong nên I là tâm đường tròn nội tiếp tam giác MCD .	0,25
	c) Đường thẳng qua O vuông góc với OM cắt các tia MC, MD lần lượt tại E và F. Xác định hình dạng của tứ giác $MCOD$ để diện tích tam giác MEF nhỏ nhất khi M di động trên tia đối của tia BA.	1,0
	Vì $CD \parallel EF$ (cùng vuông góc với OM) nên tam giác MCD đồng dạng với tam giác MEF . Mà $\triangle MCD$ cân tại $M \Rightarrow \triangle MEF$ cân tại M .	0,25
	$S_{\triangle MEF} = 2S_{\triangle OMF} = OD.MF$ Mà $OD = R$ (không đổi) nên $S_{\triangle MEF}$ nhỏ nhất khi MF nhỏ nhất.	0,25
	Ta có $MF = MD + DF \geq 2\sqrt{MD.DF} = 2OD = 2R$, Dấu đẳng thức xảy ra khi $MD = DF \Rightarrow \triangle MOF$ vuông cân tại $O \Rightarrow OM = OD\sqrt{2} = R\sqrt{2}$ Khi đó $S_{\triangle MEF}$ đạt giá trị nhỏ nhất bằng $2R^2$	0,25
	Khi đó tứ giác $MCOD$ là hình vuông cạnh bằng R .	0,25

----- HẾT -----