

GIẢI CHI TIẾT ĐỀ HK1 L12 CHUYÊN LÊ HỒNG PHONG N.ĐỊNH 18-19



Câu 1. Cho $\int_1^2 e^{3x-1} dx = m(e^p - e^q)$ với $m, p, q \in \mathbb{Q}$ và là các phân số tối giản. Giá trị $m + p + q$ bằng

- A. 10. B. 6. C. $\frac{22}{3}$. D. 8.

Câu 2. Trong không gian Oxyz, cho mặt cầu $S: x-3^2 + y+1^2 + z-1^2 = 4$. Tâm của S có tọa độ là

- A. $-3; 1; -1$. B. $3; -1; 1$. C. $3; -1; -1$. D. $3; 1; -1$.

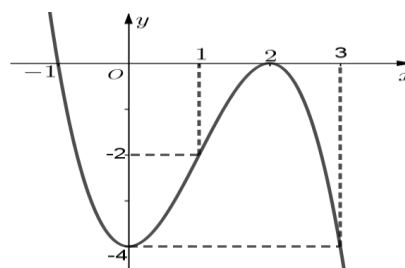
Câu 3. Cho các số thực dương a, b, c với a và b khác 1. Khẳng định nào sau đây là đúng?

- A. $\log_a b^2 \cdot \log_{\sqrt{b}} c = \log_a c$. B. $\log_a b^2 \cdot \log_{\sqrt{b}} c = \frac{1}{4} \log_a c$.
C. $\log_a b^2 \cdot \log_{\sqrt{b}} c = 4 \log_a c$. D. $\log_a b^2 \cdot \log_{\sqrt{b}} c = 2 \log_a c$.

Câu 4. Khẳng định nào sau đây là đúng?

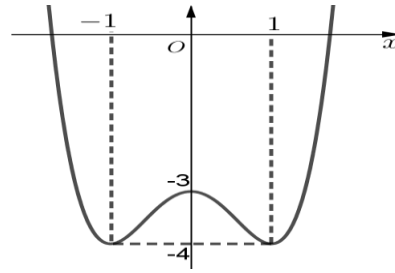
- A. $\int_{-1}^1 |x|^3 dx = \left| \int_{-1}^1 x^3 dx \right|$. B. $\int_{-1}^{2018} |x^4 - x^2 + 1| dx = \int_{-1}^{2018} (x^4 - x^2 + 1) dx$.
C. $\int_{-2}^3 |e^x (x+1)| dx = \int_{-2}^3 e^x (x+1) dx$. D. $\int_{-\frac{\pi}{2}}^{\frac{\pi}{2}} \sqrt{1 - \cos^2 x} dx = \int_{-\frac{\pi}{2}}^{\frac{\pi}{2}} \sin x dx$.

Câu 7. Đồ thị sau đây là của hàm số nào?



A. $y = x^3 - 3x^2 + 4$. **B.** $y = -x^3 - 3x^2 - 4$. **C.** $y = x^3 - 3x^2 - 4$. **D.** $y = -x^3 + 3x^2 - 4$.

Câu 8. Cho hàm số $y = x^4 - 2x^2 - 3$ có đồ thị hàm số như hình bên dưới. Với giá trị nào của tham số m phương trình $x^4 - 2x^2 - 3 = 2m - 4$ có hai nghiệm phân biệt ?



A. $\begin{cases} m = 0 \\ m > \frac{1}{2} \end{cases}$. **B.** $0 < m < \frac{1}{2}$. **C.** $\begin{cases} m < 0 \\ m = \frac{1}{2} \end{cases}$. **D.** $m \leq \frac{1}{2}$.

Câu 9. Trong các khẳng định sau, khẳng định nào sai ?

A. $\int 2^x dx = 2^x \ln 2 + C$. **B.** $\int e^{2x} dx = \frac{e^{2x}}{2} + C$.
C. $\int \cos 2x dx = \frac{1}{2} \sin 2x + C$. **D.** $\int \frac{1}{x+1} dx = \ln|x+1| + C \quad (\forall x \neq -1)$.

Câu 10. Tìm hàm số $F(x)$ biết $F(x) = \int \frac{x^3}{x^4 + 1} dx$ và $F(0) = 1$.

A. $F(x) = \ln(x^4 + 1) + 1$. **B.** $F(x) = \frac{1}{4} \ln(x^4 + 1) + \frac{3}{4}$.
C. $F(x) = \frac{1}{4} \ln(x^4 + 1) + 1$. **D.** $F(x) = 4 \ln(x^4 + 1) + 1$.

Câu 11. Trong không gian $Oxyz$, mặt phẳng $(P): 2x + z - 1 = 0$ có một vector pháp tuyến là:

A. $\vec{n}_3 = (2; 1; 0)$. **B.** $\vec{n}_2 = (0; 2; 1)$. **C.** $\vec{n}_1 = (2; 1; -1)$. **D.** $\vec{n}_4 = (2; 0; 1)$.

Câu 12. Cho hàm số $y = f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$ và có bảng xét dấu đạo hàm như hình vẽ. Hàm số đã cho có bao nhiêu cực trị

x	$-\infty$	-2	0	2	4	$+\infty$			
$f'(x)$		+	-		+	0	+	0	-

A. 1. **B.** 3. **C.** 4. **D.** 2.

Câu 13. Trong không gian $Oxyz$, cho hai điểm $A(2; -4; 3)$ và $B(2; 2; 9)$. Trung điểm của đoạn AB có tọa độ là

A. $(0; 3; 3)$. **B.** $(4; -2; 12)$. **C.** $(2; -1; 6)$. **D.** $\left(0; \frac{3}{2}; \frac{3}{2}\right)$.

Câu 14. Trong các mệnh đề sau

$$(I). \int f^2(x)dx = \left(\int f(x)dx \right)^2$$

$$(II). \int f'(x)dx = f(x) + C$$

$$(III). \int kf(x)dx = k \int f(x)dx \text{ với mọi } k \in \mathbb{R} \quad (IV). \left(\int f(x)dx \right)' = f(x)$$

Số mệnh đề đúng là

- A. 2. B. 4. C. 1. D. 3.

Câu 15. Cho $\int_1^2 [4f(x) - 2x]dx = 1$. Khi đó $\int_1^2 f(x)dx$ bằng :

- A. 1. B. -3. C. 3. D. -1.

Câu 16. Thể tích của khối lăng trụ tam giác đều có độ dài tất cả các cạnh bằng $3a$ bằng:

- A. $\frac{27\sqrt{3}a^3}{4}$. B. $\frac{9\sqrt{3}a^3}{4}$. C. $\frac{27\sqrt{3}a^3}{2}$. D. $\frac{9\sqrt{3}a^3}{2}$.

Câu 17. Tìm tất cả các giá trị thực của tham số m để hàm số $y = x^4 + (m-1)x^2 + m^2$ đạt cực tiểu tại $x=0$

- A. $m=1$. B. $m \geq 1$. C. $m \in \mathbb{R}$. D. $m \leq 1$.

Câu 18. Giá trị nhỏ nhất của hàm số $y = \frac{\ln x}{x}$ trên đoạn $[2; 3]$ bằng

- A. $\frac{\ln 2}{2}$. B. $\frac{\ln 3}{3}$. C. $\frac{3}{e^2}$. D. $\frac{1}{e}$.

Câu 19. Một hình trụ có diện tích xung quanh bằng $4\pi a^2$ và bán kính đáy là a . Tính độ dài đường cao của hình trụ đó.

- A. a . B. $2a$. C. $3a$. D. $4a$.

Câu 20. Cho hình lăng trụ đứng $ABC.A'B'C'$ có đáy ABC là tam giác vuông với $AB = AC = a$, góc giữa BC' và (ABC) bằng 45° . Tính thể tích khối lăng trụ.

- A. $\frac{a^3\sqrt{2}}{2}$. B. a^3 . C. $\frac{a^3}{6}$. D. $\frac{a^3}{2}$.

Câu 21: Trong không gian $Oxyz$, cho 2 điểm $A(5; -4; 2)$ và $B(1; 2; 4)$. Mặt phẳng đi qua A và vuông góc với đường thẳng AB là?

- A. $3x - y + 3z - 25 = 0$ B. $2x - 3y - z + 8 = 0$
C. $3x - y + 3z - 13 = 0$ D. $2x - 3y - z - 20 = 0$

Câu 22: Trong các mệnh đề sau, mệnh đề nào đúng?

- A. Đồ thị của hàm số $y = 2^x$ và $y = \log_2 x$ đối xứng với nhau qua đường thẳng $y = -x$.
B. Đồ thị của hai hàm số $y = e^x$ và $y = \ln x$ đối xứng với nhau qua đường thẳng $y = x$.

C. Đồ thị của hai hàm số $y = 2^x$ và hàm số $y = \frac{1}{2^x}$ đối xứng với nhau qua trục hoành.

D. Đồ thị của hai hàm số $y = \log_2 x$ và $y = \log_2 \frac{1}{x}$ đối xứng với nhau qua trục tung.

Câu 23: Tính đạo hàm của hàm số $y = 2^{x^2}$.

A. $y' = \frac{x2^{1+x^2}}{\ln 2}$.

B. $y' = x2^{x^2} \ln 4$.

C. $y' = x^2 2^{1+x^2}$.

D. $y' = x2^{x^2} \ln 2$.

Câu 24: Cho hình lập phương $ABCD.A'B'C'D'$. Góc giữa hai đường thẳng BA' và $B'D'$ bằng

A. 45° .

B. 90° .

C. 30° .

D. 60° .

Câu 25. Cho hàm số $f(x) = \frac{2x^4 + 3}{x^2}$. Khẳng định nào sau đây là đúng?

A. $\int f(x)dx = \frac{2x^3}{3} + \frac{3}{2x} + C$.

B. $\int f(x)dx = \frac{2x^3}{3} - \frac{3}{x} + C$.

C. $\int f(x)dx = \frac{2x^3}{3} + \frac{3}{x} + C$.

D. $\int f(x)dx = 2x^3 - \frac{3}{x} + C$.

Câu 26. Hình tứ diện đều có bao nhiêu trục đối xứng?

A. 0.

B. 1.

C. 3.

D. 2.

Câu 27. Tìm tập xác định của hàm số: $y = 2^{\sqrt{x}} + \log(3-x)$

A. $[0; +\infty)$.

B. $(0; 3)$.

C. $(-\infty; 3)$.

D. $[0; 3)$.

Câu 28. Tìm tổng số đường tiệm cận đứng và tiệm cận ngang của đồ thị hàm số: $y = \frac{\sqrt{x-1}+1}{x^2-3x}$

A. 3.

B. 2.

C. 4.

D. 1.

Câu 29. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho điểm $A(2; 4; 1); B(-1; 1; 3)$ và mặt phẳng $(P): x - 3y + 2z - 5 = 0$. Một mặt phẳng (Q) đi qua hai điểm A, B và vuông góc với mặt phẳng (P) có dạng $ax + by + cz - 11 = 0$. Khẳng định nào sau đây là đúng?

A. $a + b + c = 5$.

B. $a + b + c = 15$.

C. $a + b + c = -5$.

D. $a + b + c = -15$.

Câu 30. Cho $I = \int_1^e \frac{\ln x}{x(\ln x + 2)^2} dx = a \ln 3 + b \ln 2 + \frac{c}{3}$, với $a, b, c \in \mathbb{Z}$. Khẳng định nào sau đây đúng.

A. $a^2 + b^2 + c^2 = 1$.

B. $a^2 + b^2 + c^2 = 11$.

C. $a^2 + b^2 + c^2 = 9$.

D. $a^2 + b^2 + c^2 = 3$.

Câu 31. Cho tam giác ABC vuông tại A có $AB = a\sqrt{3}$ và $BC = 2a$. Tính thể tích khối nón tròn xoay khi quay tam giác ABC quanh trục AB

A. $V = \pi a^3 \sqrt{3}$.

B. $V = 2\pi a^3$.

C. $V = \frac{2\pi a^3}{3}$.

D. $V = \frac{\pi a^3 \sqrt{3}}{3}$.

Câu 32. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy là hình vuông cạnh a , tam giác SAB đều và nằm trong mặt phẳng vuông góc với đáy. Khoảng cách giữa hai đường thẳng SA và BC bằng

- A. a . B. $\frac{a\sqrt{5}}{2}$. C. $\frac{a\sqrt{3}}{2}$. D. $a\sqrt{2}$.

Câu 33. Tìm tất cả các nguyên hàm của hàm số $f(x) = (3x^2 + 1) \cdot \ln x$.

- A. $\int f(x) dx = x(x^2 + 1) \ln x - \frac{x^3}{3} + C$. B. $\int f(x) dx = x^3 \ln x - \frac{x^3}{3} + C$.
C. $\int f(x) dx = x(x^2 + 1) \ln x - \frac{x^3}{3} - x + C$. D. $\int f(x) dx = x^3 \ln x - \frac{x^3}{3} - x + C$.

Câu 34. Trong không gian với hệ tọa độ Oxyz, cho mặt phẳng $(P): x + y - z + 2 = 0$ và hai điểm $A(3; 4; 1); B(7; -4; -3)$. Điểm $M(a; b; c) (a > 2)$ thuộc (P) sao cho tam giác ABM vuông tại M và có diện tích nhỏ nhất. Khi đó giá trị biểu thức $T = a + b + c$ bằng:

- A. $T = 6$. B. $T = 8$. C. $T = 4$. D. $T = 0$.

Câu 35. Cho hàm số $y = f(x)$ liên tục trên $(0; +\infty)$ thỏa mãn $2xf'(x) + f(x) = 3x^2\sqrt{x}$. Biết $f(1) = \frac{1}{2}$. Tính $f(4)$?

- A. 24. B. 14. C. 4. D. 16.

Câu 36. Cho hàm số $y = -x^3 + 6x + 2$ có đồ thị là (C) và đường thẳng $d: y = mx - m + 2$. Tìm giá trị của tham số m để d cắt (C) tại ba điểm phân biệt A, B, C sao cho tổng các hệ số góc của các tiếp tuyến của đồ thị (C) tại A, B, C bằng -6 .

- A. $m = -1$. B. $m \in \emptyset$. C. $m = 2$. D. $m = 1$.

Câu 37. Biết $\int_1^2 (x+1)^2 e^{\frac{x-1}{x}} dx = me^{\frac{p}{q}} - n$, trong đó m, n, p, q là các số nguyên dương và $\frac{p}{q}$ là phân số tối giản. Tính $T = m + n + p + q$.

- A. $T = 11$. B. $T = 10$. C. $T = 7$. D. $T = 8$.

Câu 38. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình vuông cạnh a , tam giác SAB đều và nằm trong mặt phẳng vuông góc với mặt phẳng đáy. Tính thể tích V của khối cầu ngoại tiếp hình chóp đã cho.

- A. $V = \frac{7\sqrt{21}\pi a^3}{54}$. B. $V = \frac{7\sqrt{21}\pi a^3}{18}$. C. $V = \frac{4\sqrt{3}\pi a^3}{81}$. D. $V = \frac{4\sqrt{3}\pi a^3}{27}$.

Câu 39. Cho hình lập phương $ABCD.A'B'C'D'$ có cạnh a . Một khối nón có đỉnh là tâm của hình vuông $ABCD$ và đáy là hình tròn nội tiếp hình vuông $A'B'C'D'$. Diện tích toàn phần của khối nón đó là

- A. $S_{tp} = \frac{\pi a^2}{2}(\sqrt{3} + 2)$. B. $S_{tp} = \frac{\pi a^2}{4}(\sqrt{5} + 1)$. C. $S_{tp} = \frac{\pi a^2}{4}(\sqrt{5} + 2)$. D. $S_{tp} = \frac{\pi a^2}{2}(\sqrt{3} + 1)$.

Câu 40. Tổng tất cả các giá trị nguyên của tham số m để hàm số $y = |3x^4 + 8x^3 - 6x^2 - 24x - m|$ có 7 điểm cực trị bằng

- A. 63. B. 42. C. 55. D. 30.

Câu 41. Một chiếc ô tô đang chạy với vận tốc 15m/s thì người lái xe hãm phanh. Sau khi hãm phanh, ô tô chuyển động chậm dần đều với vận tốc $v(t) = -3t + 15(\text{m/s})$, trong đó t (giây). Hỏi từ lúc hãm phanh đến khi dừng hẳn, ô tô di chuyển được bao nhiêu mét?

- A. 38m . B. $37,2\text{m}$. C. $37,5\text{m}$. D. 37m .

Câu 42. Tổng các nghiệm của phương trình $\log_{\sqrt{3}}(x-2) + \log_3(x-4)^2 = 0$ là $S = a + b\sqrt{2}$ (với a, b là các số nguyên). Giá trị của biểu thức $Q = a.b$ bằng

- A. 0. B. 3. C. 9. D. 6.

Câu 43. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình vuông cạnh a , $SA = a$ và SA vuông góc với đáy. Gọi M là trung điểm SB và N là điểm thuộc cạnh SD sao cho $SN = 2ND$. Tính thể tích khối tứ diện $ACMN$.

- A. $V = \frac{1}{12}a^3$. B. $V = \frac{1}{8}a^3$. C. $V = \frac{1}{6}a^3$. D. $V = \frac{1}{36}a^3$.

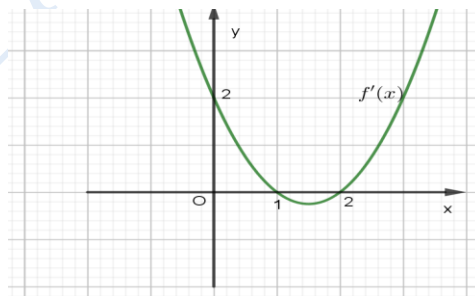
Câu 44. Biết $\int_1^4 f(x)dx = 5$ và $\int_4^5 f(x)dx = 20$. Tính $\int_1^2 f(4x-3)dx - \int_0^{\ln 2} f(e^{2x})e^{2x}dx$.

- A. $I = \frac{15}{4}$. B. $I = 15$. C. $I = \frac{5}{2}$. D. $I = 25$.

Câu 45. Có bao nhiêu giá trị nguyên m trên $[-1; 5]$ để hàm số $y = \frac{2x+m}{x+m}$ đồng biến trên khoảng $(-\infty; -3)$?

- A. 2. B. 6. C. 5. D. 3.

Câu 46. Cho hàm số $y = f'(x)$ có đồ thị như hình vẽ



Hàm số $y = f(2-x^2)$ đồng biến trên khoảng nào dưới đây

- A. $(-\infty; 0)$. B. $(0; 1)$. C. $(1; 2)$. D. $(0; +\infty)$.

Câu 47. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho mặt phẳng $(P): x - 2y + 2z - 3 = 0$ và mặt cầu (S) tâm $I(5; -3; 5)$, bán kính $R = 2\sqrt{5}$. Từ một điểm A thuộc mặt phẳng (P) kẻ một đường thẳng tiếp xúc với mặt cầu (S) tại B . Tính OA biết $AB = 4$.

- A. $OA = \sqrt{11}$. B. $OA = 5$. C. $OA = 3$. D. $OA = \sqrt{6}$.

Câu 48. Cho hình chóp tứ giác đều $S.ABCD$ cạnh đáy bằng $2a$, góc giữa hai mặt phẳng (SAB) và $(ABCD)$ bằng 45° ; M, N, P lần lượt là trung điểm của SA, SB và AB . Tính thể tích V khối tứ diện $DMNP$

- A. $\frac{a^3}{6}$. B. $\frac{a^3}{4}$. C. $\frac{a^3}{2}$. D. $\frac{a^3}{12}$.

Câu 49. Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, cho mặt phẳng $(P): 2x + 2y + z - m^2 - 3m = 0$ và mặt cầu $(S): (x-1)^2 + (y+1)^2 + (z-1)^2 = 9$. Tìm tất cả các giá trị của m để (P) tiếp xúc với (S) .

- A. $\begin{cases} m = -2 \\ m = 5 \end{cases}$. B. $\begin{cases} m = 2 \\ m = -5 \end{cases}$. C. $m = 2$. D. $m = -5$.

Câu 50. Cho hai số thực $a > 1, b > 1$. Biết phương trình $a^x b^{x^2-1} = 1$ có hai nghiệm phân biệt x_1, x_2 . Tìm giá trị nhỏ nhất của biểu thức $S = \left(\frac{x_1 x_2}{x_1 + x_2} \right)^2 - 4(x_1 + x_2)$.

- A. $3\sqrt[3]{4}$. B. 4 C. $3\sqrt[3]{2}$. D. $\sqrt[3]{4}$.

BẢNG ĐÁP ÁN

1-C.	2-B.	3-C.	4-B.	5-C.	6-A.	7-D.	8-A.	9-A.	10-C.
11-D.	12-B.	13-C.	14-A.	15-A.	16-A.	17-B.	18-A.	19-B.	20-A.
21-D.	22-B.	23-B.	24-D.	25-B.	26-C.	27-D.	28-B.	29-A.	30-D.
31-D.	32-C.	33-C.	34-D.	35-D.	36-C.	37-B.	38-A.	39-B.	40-B.
41-C.	42-D.	43-A.	44-A.	45-D.	46-B.	47-A.	48-A.	49-B.	50-A.

LỜI GIẢI

Phamquoctoan87@gmail.com

Câu 1. Cho $\int_1^2 e^{3x-1} dx = m(e^p - e^q)$ với $m, p, q \in \mathbb{Q}$ và là các phân số tối giản. Giá trị $m + p + q$ bằng

- A. 10. B. 6. C. $\frac{22}{3}$. D. 8.

Lời giải

Tác giả: Phạm Quốc Toàn, FB: Phạm Quốc Toàn

Chọn C.

Ta có $\int_1^2 e^{3x-1} dx = \int_1^2 e^{3x-1} d(3x-1) = \frac{1}{3} \cdot e^{3x-1} \Big|_1^2 = \frac{1}{3} e^5 - e^2$. Suy ra $m = \frac{1}{3}$, $p = 5$ và $q = 2$.

Vậy $m + p + q = \frac{1}{3} + 5 + 2 = \frac{22}{3}$.

Câu 2. Trong không gian Oxyz, cho mặt cầu $S: x-3^2 + y+1^2 + z-1^2 = 4$. Tâm của S có tọa độ là

A. $-3; 1; -1$.

B. $3; -1; 1$.

C. $3; -1; -1$.

D. $3; 1; -1$.

Lời giải

Tác giả: Phạm Quốc Toàn, FB: Phạm Quốc Toàn

Chọn B.

Tâm của S có tọa độ là $3; -1; 1$.

Tuonganh0209@gmail.com

Câu 3. Cho các số thực dương a, b, c với a và b khác 1. Khẳng định nào sau đây là đúng?

A. $\log_a b^2 \cdot \log_{\sqrt{b}} c = \log_a c$.

B. $\log_a b^2 \cdot \log_{\sqrt{b}} c = \frac{1}{4} \log_a c$.

C. $\log_a b^2 \cdot \log_{\sqrt{b}} c = 4 \log_a c$.

D. $\log_a b^2 \cdot \log_{\sqrt{b}} c = 2 \log_a c$.

Lời giải

Tác giả: Nguyễn Ngọc Thảo, FB: Nguyễn Ngọc Thảo

Chọn C.

Ta có: $\log_a b^2 \cdot \log_{\sqrt{b}} c = 2 \log_a b \cdot \log_{\frac{1}{b^2}} c = 2 \log_a b \cdot 2 \log_b c = 4 \log_a b \cdot \log_b c = 4 \log_a c$.

Tuonganh0209@gmail.com

Câu 4. Khẳng định nào sau đây là đúng?

A. $\int_{-1}^1 |x|^3 dx = \left| \int_{-1}^1 x^3 dx \right|$.

B. $\int_{-1}^{2018} |x^4 - x^2 + 1| dx = \int_{-1}^{2018} (x^4 - x^2 + 1) dx$.

C. $\int_{-2}^3 |e^x (x+1)| dx = \int_{-2}^3 e^x (x+1) dx$.

D. $\int_{-\frac{\pi}{2}}^{\frac{\pi}{2}} \sqrt{1 - \cos^2 x} dx = \int_{-\frac{\pi}{2}}^{\frac{\pi}{2}} \sin x dx$.

Lời giải

Tác giả: Nguyễn Ngọc Thảo, FB: Nguyễn Ngọc Thảo

Chọn B

Ta có: $x^4 - x^2 + 1 = x^4 - 2x^2 \cdot \frac{1}{2} + \frac{1}{4} + \frac{3}{4} = \left(x^2 - \frac{1}{2}\right)^2 + \frac{3}{4} > 0, \forall x \in \mathbb{R}$.

Do đó: $\int_{-1}^{2018} |x^4 - x^2 + 1| dx = \int_{-1}^{2018} (x^4 - x^2 + 1) dx$.

bichngock36@gmail.com

Câu 5. Tích phân $I = \int_0^1 \frac{1}{x+1} dx$ có giá trị bằng

A. $\ln 2 - 1$.

B. $-\ln 2$.

C. $\ln 2$.

D. $1 - \ln 2$.

Lời giải

Tác giả : Nguyễn Mạnh Dũng, FB: dungmanhnguyen

Chọn C

Cách 1: Ta có: $I = \int_0^1 \frac{1}{x+1} dx = \int_0^1 \frac{d(x+1)}{x+1} = \ln|x+1|_0^1 = \ln 2 - \ln 1 = \ln 2$. Chọn đáp án C.

Cách 2 : Sử dụng MTCT.

Câu 6. Hàm số $y = (x^2 - 4x)^2$ nghịch biến trong khoảng nào dưới đây ?

A. $(2; 4)$.

B. $(-1; 2)$.

C. $(0; 2)$.

D. $(0; 4)$.

Lời giải

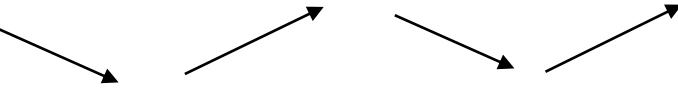
Tác giả : Nguyễn Mạnh Dũng, FB: dungmanhnguyen

Chọn A

Xét hàm số $y = (x^2 - 4x)^2$

TXĐ: $D = \mathbb{R}$, $y' = 2 \cdot (x^2 - 4x)(2x - 4)$.

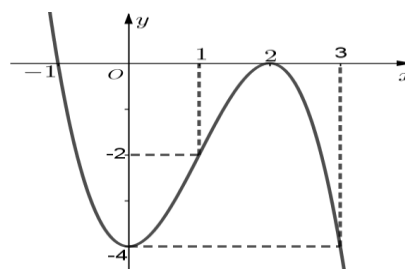
Khi đó: $y' = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 0 \\ x = 2 \\ x = 4 \end{cases}$. Ta có bảng biến thiên sau:

x	$-\infty$	0	2	4	$+\infty$		
y'	$-$	0	$+$	0	$-$	0	$+$
y							

Từ BBT ta có hàm số đã cho nghịch biến trên $(2; 4)$. Chọn đáp án A.

quynhvanyka@gmail.com

Câu 7. Đồ thị sau đây là của hàm số nào ?



A. $y = x^3 - 3x^2 + 4$.

B. $y = -x^3 - 3x^2 - 4$.

C. $y = x^3 - 3x^2 - 4$.

D. $y = -x^3 + 3x^2 - 4$.

Lời giải

Tác giả : Mai Quỳnh Vân, FB: Van Mai

Chọn D

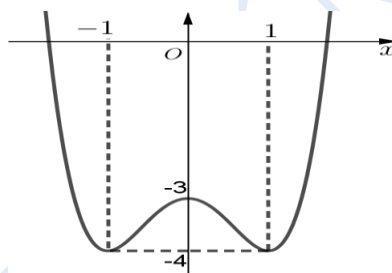
Quan sát đồ thị hàm số ta thấy *nhánh cuối cùng bên phải* của đồ thị đi xuống nên hệ số $a < 0$.

Loại đáp án A, C.

Mặt khác hàm số có hai điểm cực trị $x_{CT} = 0$ và $x_{CD} = 2$ nên phương trình $y' = 0$ có hai nghiệm phân biệt là 0 và 2. Loại đáp án B, chọn đáp án D.

(Hoặc do điểm uốn của đồ thị hàm số là: $(1; -2)$ nên loại đáp án B, chọn D)

Câu 8. Cho hàm số $y = x^4 - 2x^2 - 3$ có đồ thị hàm số như hình bên dưới. Với giá trị nào của tham số m phương trình $x^4 - 2x^2 - 3 = 2m - 4$ có hai nghiệm phân biệt ?



A. $\begin{cases} m = 0 \\ m > \frac{1}{2} \end{cases}$

B. $0 < m < \frac{1}{2}$.

C. $\begin{cases} m < 0 \\ m = \frac{1}{2} \end{cases}$

D. $m \leq \frac{1}{2}$.

Lời giải

Tác giả : Mai Quỳnh Vân, FB: Van Mai

Chọn A

Số nghiệm của phương trình $x^4 - 2x^2 - 3 = 2m - 4$ bằng số giao điểm của đường thẳng $y = 2m - 4$ và đồ thị hàm số $y = x^4 - 2x^2 - 3$.

Dựa vào đồ thị ta có phương trình $x^4 - 2x^2 - 3 = 2m - 4$ có hai nghiệm phân biệt khi và chỉ khi

$$\begin{cases} 2m - 4 = -4 \\ 2m - 4 > -3 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m = 0 \\ m > \frac{1}{2} \end{cases}. \text{ Chọn đáp án A.}$$

Email: buinguyenphuong1991@gmail.com

Câu 9. Trong các khẳng định sau, khẳng định nào **sai** ?

A. $\int 2^x dx = 2^x \ln 2 + C.$

B. $\int e^{2x} dx = \frac{e^{2x}}{2} + C.$

C. $\int \cos 2x dx = \frac{1}{2} \sin 2x + C.$

D. $\int \frac{1}{x+1} dx = \ln|x+1| + C \quad (\forall x \neq -1).$

Lời giải

Tác giả: Bùi Nguyên Phương. Facebook: Bùi Nguyên Phương

Chọn A

Ta có: $\int 2^x dx = \frac{2^x}{\ln 2} + C.$

Câu 10. Tìm hàm số $F(x)$ biết $F(x) = \int \frac{x^3}{x^4+1} dx$ và $F(0) = 1.$

A. $F(x) = \ln(x^4+1) + 1.$

B. $F(x) = \frac{1}{4} \ln(x^4+1) + \frac{3}{4}.$

C. $F(x) = \frac{1}{4} \ln(x^4+1) + 1.$

D. $F(x) = 4 \ln(x^4+1) + 1.$

Lời giải

Tác giả: Bùi Nguyên Phương. Facebook: Bùi Nguyên Phương

Chọn C

Ta có: $F(x) = \frac{1}{4} \int \frac{1}{x^4+1} d(x^4+1) = \frac{1}{4} \ln(x^4+1) + C.$

Do $F(0) = 1$ nên $\frac{1}{4} \ln(0+1) + C = 1 \Leftrightarrow C = 1.$

Vậy: $F(x) = \frac{1}{4} \ln(x^4+1) + 1.$

dotrang1008@gmail.com

Câu 11. Trong không gian $Oxyz$, mặt phẳng $(P): 2x + z - 1 = 0$ có một vector pháp tuyến là:

A. $\vec{n}_3 = (2; 1; 0).$

B. $\vec{n}_2 = (0; 2; 1).$

C. $\vec{n}_1 = (2; 1; -1).$

D. $\vec{n}_4 = (2; 0; 1).$

Lời giải

Tác giả: Đỗ thị Huyền Trang, FB: Trang Đỗ

Chọn D

Lý thuyết: Phương trình của mặt phẳng (P) có dạng: $Ax + By + Cz + D = 0$, khi đó (P) có vector pháp tuyến là: $\vec{n}_{(P)} = (A; B; C)$

Áp dụng: Mặt phẳng $(P): 2x + z - 1 = 0$ có một vector pháp tuyến là $\vec{n}_4 = (2; 0; 1)$.

Câu 12. Cho hàm số $y = f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$ và có bảng xét dấu đạo hàm như hình vẽ. Hàm số đã cho có bao nhiêu cực trị

x	$-\infty$	-2	0	2	4	$+\infty$			
$f'(x)$		+	-		+	0	+	0	-

A. 1.

B. 3.

C. 4.

D. 2.

Lời giải

Tác giả: Đỗ thị Huyền Trang, FB: Trang Đỗ

Chọn B

x	$-\infty$	-2	0	2	4	$+\infty$	
$f'(x)$		+	-		+	+	-
$f(x)$							

Từ bảng biến thiên ta thấy hàm số có 3 cực trị.

tongthuyqn@gmail.com

Câu 13. Trong không gian $Oxyz$, cho hai điểm $A(2; -4; 3)$ và $B(2; 2; 9)$. Trung điểm của đoạn AB có tọa độ là

A. $(0; 3; 3)$.

B. $(4; -2; 12)$.

C. $(2; -1; 6)$.

D. $\left(0; \frac{3}{2}; \frac{3}{2}\right)$.

Lời giải

Tác giả: Tống Thị Thúy, FB: Thuy tong

Chọn C

Gọi I là trung điểm của đoạn AB . Ta có

$$\begin{cases} x_I = \frac{x_A + x_B}{2} = \frac{2+2}{2} = 2 \\ y_I = \frac{y_A + y_B}{2} = \frac{-4+2}{2} = -1 \Rightarrow I(2; -1; 6) \\ z_I = \frac{z_A + z_B}{2} = \frac{3+9}{2} = 6 \end{cases}$$

Câu 14. Trong các mệnh đề sau

$$(I). \int f^2(x)dx = \left(\int f(x)dx \right)^2$$

$$(II). \int f'(x)dx = f(x) + C$$

$$(III). \int kf(x)dx = k \int f(x)dx \text{ với mọi } k \in \mathbb{R} \quad (IV). \left(\int f(x)dx \right)' = f(x)$$

Số mệnh đề đúng là

A. 2.

B. 4.

C. 1.

D. 3.

Lời giải

Tác giả : Tống Thị Thúy, FB: Thuy tong

Chọn A

Mệnh đề (I): Cho $f(x) = 1, \forall x \in \mathbb{R}$,

$$VT(I) = \int 1.dx = x + C, VP(I) = \left(\int 1.dx \right)^2 = (x + C)^2 = x^2 + 2x + C^2$$

$\Rightarrow VT(I) \neq VP(I)$, mệnh đề (I) sai.

Mệnh đề (II) đúng theo tính chất nguyên hàm.

Mệnh đề (III) sai khi $k = 0$.

Mệnh đề (IV) đúng. Gọi $F(x)$ là một nguyên hàm của $f(x)$.

$$VT(IV) = (F(x) + C)' = F'(x) + C' = f(x) = VP(IV)$$

phuongthu081980@gmail.com

Câu 15. Cho $\int_1^2 [4f(x) - 2x]dx = 1$. Khi đó $\int_1^2 f(x)dx$ bằng :

A. 1.

B. -3.

C. 3.

D. -1.

Lời giải

Tác giả : Nguyễn Thị Phương Thu, FB: Nguyễn Phương Thu

Chọn A

$$\begin{aligned} \int_1^2 [4f(x) - 2x]dx = 1 &\Leftrightarrow 4 \int_1^2 f(x)dx - 2 \int_1^2 xdx = 1 \Leftrightarrow 4 \int_1^2 f(x)dx - 2 \cdot \frac{x^2}{2} \Big|_1^2 = 1 \\ &\Leftrightarrow 4 \int_1^2 f(x)dx = 4 \Leftrightarrow \int_1^2 f(x)dx = 1 \end{aligned}$$

Câu 16. Thể tích của khối lăng trụ tam giác đều có độ dài tất cả các cạnh bằng $3a$ bằng:

A. $\frac{27\sqrt{3}a^3}{4}$

B. $\frac{9\sqrt{3}a^3}{4}$

C. $\frac{27\sqrt{3}a^3}{2}$

D. $\frac{9\sqrt{3}a^3}{2}$

Lời giải

Tác giả : Nguyễn Thị Phương Thu, FB: Nguyễn Phương Thu

Chọn A

$$V = h.B = 3a. \frac{(3a)^2 \cdot \sqrt{3}}{4} = \frac{27\sqrt{3}a^3}{4}$$

trichinhsp@gmail.com

Câu 17. Tìm tất cả các giá trị thực của tham số m để hàm số $y = x^4 + (m-1)x^2 + m^2$ đạt cực tiểu tại $x = 0$

A. $m = 1$.

B. $m \geq 1$.

C. $m \in \mathbb{R}$.

D. $m \leq 1$.

Lời giải

Tác giả : Nguyễn Trí Chính, FB: Nguyễn trí Chính

Chọn B

$$y = f(x) = x^4 + (m-1)x^2 + m^2$$

$$y' = 4x^3 + 2(m-1)x, y' = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 0 \\ 2x^2 = 1 - m \end{cases}$$

TH1: Nếu $m \geq 1$ thì phương trình $y' = 0$ có một nghiệm đơn duy nhất $x = 0$

Có $a = 1 > 0$. Nên hàm số luôn đạt cực tiểu tại $x = 0$. Suy ra $m \geq 1$ nhận

Hoặc ta vẽ BBT:

x	$-\infty$	0	$+\infty$
y'	$-$	0	$+$
y	$+\infty$	m^2	$+\infty$

TH2: Nếu $m < 1$ thì phương trình $y' = 0$ có 3 nghiệm đơn

$$x_1 = -\sqrt{\frac{1-m}{2}} < x_2 = 0 < x_3 = \sqrt{\frac{1-m}{2}}$$

Có $a = 1 > 0$. Nên hàm số luôn đạt cực đại tại $x = 0$. Suy ra $m < 1$ loại

Hoặc ta vẽ BBT:

x	$-\infty$	$-\sqrt{\frac{1-m}{2}}$	0	$\sqrt{\frac{1-m}{2}}$	$+\infty$
y'	$-$	0	$+$	0	$-$
y					

Kết luận: Qua 2 trường hợp ta có $m \geq 1$.

Câu 18. Giá trị nhỏ nhất của hàm số $y = \frac{\ln x}{x}$ trên đoạn $[2; 3]$ bằng

A. $\frac{\ln 2}{2}$.

B. $\frac{\ln 3}{3}$.

C. $\frac{3}{e^2}$.

D. $\frac{1}{e}$.

Lời giải

Tác giả : Nguyễn Trí Chính, FB: Nguyễn trí Chính

Chọn A

Xét $y = f(x) = \frac{\ln x}{x}$. Hàm số $y = f(x)$ liên tục trên đoạn $[2; 3]$

$$y' = \frac{1 - \ln x}{x^2}; y' = 0 \Leftrightarrow \frac{1 - \ln x}{x^2} = 0 \Leftrightarrow x = e \in [2; 3]$$

$$\text{Có } f(2) = \frac{\ln 2}{2} \approx 0,3466; f(e) = \frac{1}{e} \approx 0,3679; f(3) = \frac{\ln 3}{3} \approx 0,366,$$

$$\text{Suy ra } \min_{x \in [2; 3]} f(x) = \frac{\ln 2}{2}.$$

Vậy giá trị nhỏ nhất của hàm số $y = \frac{\ln x}{x}$ trên đoạn $[2; 3]$ bằng $\frac{\ln 2}{2}$.

lehongphivts@gmail.com

Câu 19. Một hình trụ có diện tích xung quanh bằng $4\pi a^2$ và bán kính đáy là a . Tính độ dài đường cao của hình trụ đó.

A. a .

B. $2a$.

C. $3a$.

D. $4a$.

Lời giải

Người giải: Lê Hồng Phi, FB: Lê Hồng Phi

Chọn B

Diện tích xung quanh của hình trụ có bán kính đáy a và chiều cao h là

$$S_{xq} = 2\pi ah \Leftrightarrow h = \frac{S_{xq}}{2\pi a} = \frac{4\pi a^2}{2\pi a} = 2a.$$

Vậy độ dài đường cao của hình trụ đó là $h = 2a$.

Câu 20. Cho hình lăng trụ đứng $ABC.A'B'C'$ có đáy ABC là tam giác vuông với $AB = AC = a$, góc giữa BC' và (ABC) bằng 45° . Tính thể tích khối lăng trụ.

A. $\frac{a^3\sqrt{2}}{2}$.

B. a^3 .

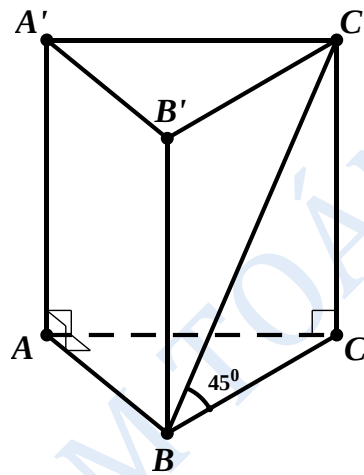
C. $\frac{a^3}{6}$.

D. $\frac{a^3}{2}$.

Lời giải

Người giải: Lê Hồng Phi, FB: Lê Hồng Phi

Chọn A



Tam giác ABC vuông và có $AB = AC = a$ nên $A = 90^\circ$. Như thế thì $S_{ABC} = \frac{a^2}{2}$.

Từ $BC' \cap (ABC) = B$ và $CC' \perp (ABC)$ suy ra góc giữa BC' và (ABC) là $C'BC = 45^\circ$.

Do đó $CC' = BC = \sqrt{AB^2 + AC^2} = \sqrt{a^2 + a^2} = a\sqrt{2}$.

Vậy thể tích của khối lăng trụ là $V = S_{ABC} \cdot CC' = \frac{a^2}{2} \cdot a\sqrt{2} = \frac{a^3\sqrt{2}}{2}$.

Email: Ninhthd@gmail.com

Câu 21: Trong không gian $Oxyz$, cho 2 điểm $A(5; -4; 2)$ và $B(1; 2; 4)$. Mặt phẳng đi qua A và vuông góc với đường thẳng AB là?

A. $3x - y + 3z - 25 = 0$

B. $2x - 3y - z + 8 = 0$

C. $3x - y + 3z - 13 = 0$

D. $2x - 3y - z - 20 = 0$

Lời giải

Tác giả: Hứa Chí Ninh

Chọn D.

Mặt phẳng vuông góc với đường thẳng AB nên nhận $\overrightarrow{AB}$ làm vector pháp tuyến,
 $\overrightarrow{AB} = (-4; 6; 2)$

Mặt phẳng đi qua $A(5; -4; 2)$ và có vector pháp tuyến, $\overrightarrow{AB} = (-4; 6; 2)$ có phương trình
 $-4(x - 5) + 6(y + 4) + 2(z - 2) = 0$ hay $2x - 3y - z - 20 = 0$. Vậy chọn D.

Câu 22: Trong các mệnh đề sau, mệnh đề nào đúng?

A. Đồ thị của hàm số $y = 2^x$ và $y = \log_2 x$ đối xứng với nhau qua đường thẳng $y = -x$.

B. Đồ thị của hai hàm số $y = e^x$ và $y = \ln x$ đối xứng với nhau qua đường thẳng $y = x$.

C. Đồ thị của hai hàm số $y = 2^x$ và hàm số $y = \frac{1}{2^x}$ đối xứng với nhau qua trục hoành.

D. Đồ thị của hai hàm số $y = \log_2 x$ và $y = \log_2 \frac{1}{x}$ đối xứng với nhau qua trục tung.

Lời giải

Tác giả: Hứa Chí Ninh

Chọn B.

Đồ thị hàm số $y = a^x$ và đồ thị hàm số $y = \log_a x$ đối xứng với nhau qua đường phân giác góc phần tư thứ nhất ($y = x$), suy ra chọn B.

kimoanh0102@gmail.com

Câu 23: Tính đạo hàm của hàm số $y = 2^{x^2}$.

A. $y' = \frac{x2^{1+x^2}}{\ln 2}$.

B. $y' = x2^{x^2} \ln 4$.

C. $y' = x^2 2^{1+x^2}$.

D. $y' = x2^{x^2} \ln 2$.

Lời giải

Tác giả: Bùi Thị Kim Oanh, FB: Bùi Thị Kim Oanh

Chọn B

$$y = 2^{x^2} \Rightarrow y' = (x^2)' \cdot 2^{x^2} \ln 2 = 2x \cdot 2^{x^2} \cdot \ln 2 = x2^{x^2} \ln 4.$$

Câu 24: Cho hình lập phương $ABCD.A'B'C'D'$. Góc giữa hai đường thẳng BA' và $B'D'$ bằng

A. 45° .

B. 90° .

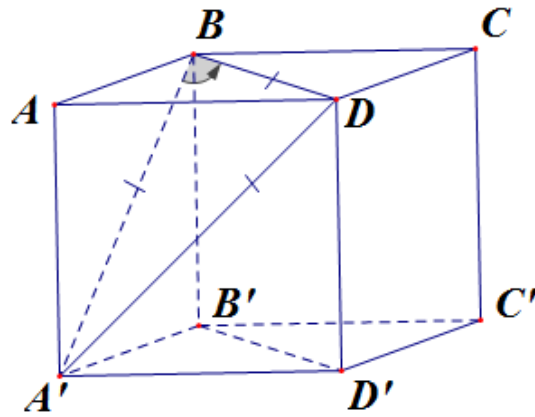
C. 30° .

D. 60° .

Lời giải

Tác giả: Bùi Thị Kim Oanh, FB: Bùi Thị Kim Oanh

Chọn D



Vì $BD \parallel B'D'$ nên góc giữa hai đường thẳng BA' và $B'D'$ bằng góc giữa hai đường thẳng BA' và BD .

Ta có $ABCD.A'B'C'D'$ là hình lập phương nên tam giác $A'BD$ là tam giác đều.

Khi đó góc giữa hai đường thẳng BA' và BD bằng $\angle ABD = 60^\circ$.

Vậy góc giữa hai đường thẳng BA' và $B'D'$ bằng 60° .

chauhieu2013@gmail.com

Câu 25. Cho hàm số $f(x) = \frac{2x^4 + 3}{x^2}$. Khẳng định nào sau đây là đúng?

A. $\int f(x)dx = \frac{2x^3}{3} + \frac{3}{2x} + C$.

B. $\int f(x)dx = \frac{2x^3}{3} - \frac{3}{x} + C$.

C. $\int f(x)dx = \frac{2x^3}{3} + \frac{3}{x} + C$.

D. $\int f(x)dx = 2x^3 - \frac{3}{x} + C$.

Họ và tên tác giả : **Trần Văn Hiếu**

Tên FB: **Hieu Tran**

Lời giải

Chọn B

Ta có $\int f(x)dx = \int \frac{2x^4 + 3}{x^2} dx = \int \left(2x^2 + \frac{3}{x^2} \right) dx = \frac{2x^3}{3} - \frac{3}{x} + C$

Câu 26. Hình tứ diện đều có bao nhiêu trục đối xứng?

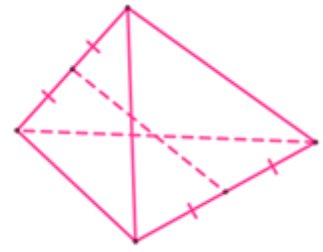
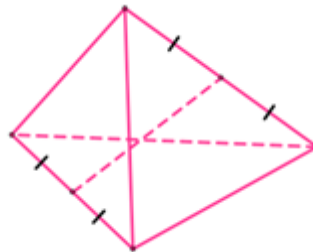
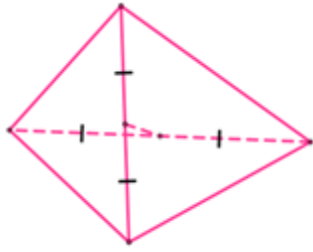
A. 0. **B.** 1. **C.** 3. **D.** 2.

Họ và tên tác giả : **Trần Văn Hiếu**

Tên FB: **Hieu Tran**

Lời giải

Chọn C



Gọi S là tập hợp các đỉnh của khối tứ diện đều $ABCD$. Giả sử d là trục đối xứng của tứ diện đã cho, phép đối xứng trục d biến S thành chính S nên d phải là trung trục của ít nhất một đoạn thẳng nối hai đỉnh bất kỳ của tứ diện.

Vậy tứ diện đều có 3 trục đối xứng là các đường thẳng nối trung điểm của các cặp cạnh đối diện.

tuenhi210510@gmail.com

Câu 27. Tìm tập xác định của hàm số: $y = 2^{\sqrt{x}} + \log(3-x)$

A. $[0; +\infty)$.

B. $(0; 3)$.

C. $(-\infty; 3)$.

D. $[0; 3)$.

Lời giải

Tác giả : Lê Khánh Vân, FB: khanhvan le

Chọn D

Điều kiện xác định:

$$\begin{cases} x \geq 0 \\ 3-x > 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x \geq 0 \\ x < 3 \end{cases} \Rightarrow D = [0; 3)$$

Câu 28. Tìm tổng số đường tiệm cận đứng và tiệm cận ngang của đồ thị hàm số: $y = \frac{\sqrt{x-1}+1}{x^2-3x}$

A. 3.

B. 2.

C. 4.

D. 1.

Lời giải

Tác giả : Lê Khánh Vân, FB: khanhvan le

Chọn B

$$\text{Điều kiện xác định: } \begin{cases} x-1 \geq 0 \\ x^2-3x \neq 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x \geq 1 \\ x \neq 3 \end{cases}$$

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} y = \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{\sqrt{x-1}+1}{x^2-3x} = \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{\sqrt{\frac{1}{x^3}-\frac{1}{x^4}}+\frac{1}{x^2}}{1-\frac{3}{x}} = 0$$

$$\lim_{x \rightarrow 3^-} \frac{\sqrt{x-1}+1}{x^2-3x} = -\infty \text{ vì } \begin{cases} \lim_{x \rightarrow 3^-} (\sqrt{x-1}+1) = \sqrt{2}+1 \\ \lim_{x \rightarrow 3^-} (x^2-3x) = 0 \end{cases}$$

$$x \rightarrow 3^- \Rightarrow 0 < x < 3 \Rightarrow x(x-3) < 0 \Leftrightarrow x^2-3x < 0$$

$$\lim_{x \rightarrow 3^+} \frac{\sqrt{x-1}+1}{x^2-3x} = +\infty \text{ vì } \begin{cases} \lim_{x \rightarrow 3^+} (\sqrt{x-1}+1) = \sqrt{2}+1 \\ \lim_{x \rightarrow 3^+} (x^2-3x) = 0 \end{cases}$$

$$x \rightarrow 3^+ \Rightarrow x > 3 \Rightarrow x(x-3) > 0 \Leftrightarrow x^2-3x > 0$$

Đường thẳng $y = 0$ là tiệm cận ngang của đồ thị hàm số.

Đường thẳng $x = 3$ là tiệm cận đứng của đồ thị hàm số.

(tien.vuviet@yahoo.com)

Câu 29. Trong không gian với hệ tọa độ Oxyz, cho điểm $A(2;4;1); B(-1;1;3)$ và mặt phẳng $(P): x-3y+2z-5=0$. Một mặt phẳng (Q) đi qua hai điểm A, B và vuông góc với mặt phẳng (P) có dạng $ax+by+cz-11=0$. Khẳng định nào sau đây là đúng?

A. $a+b+c=5$.

B. $a+b+c=15$.

C. $a+b+c=-5$.

D. $a+b+c=-15$.

Lời giải

Tác giả : Vũ Việt Tiến, FB: Vũ Việt Tiến

Chọn A

Vì (Q) vuông góc với (P) nên (Q) nhận vtcp $\vec{n} = (1; -3; 2)$ của (P) làm vtcp

Mặt khác (Q) đi qua A và B nên (Q) nhận $\overrightarrow{AB} = (-3; -3; 2)$ làm vtcp

(Q) nhận $\vec{n}_Q = [\vec{n}, \overrightarrow{AB}] = (0; 8; 12)$ làm vtcp

Vậy phương trình mặt phẳng $(Q): 0(x+1)+8(y-1)+12(z-3)=0$, hay $(Q): 2y+3z-11=0$

Vậy $a+b+c=5$. Chọn A.

(tien.vuviet@yahoo.com)

Câu 30. Cho $I = \int_1^e \frac{\ln x}{x(\ln x + 2)^2} dx = a \ln 3 + b \ln 2 + \frac{c}{3}$, với $a, b, c \in \mathbb{Z}$. Khẳng định nào sau đây đúng.

A. $a^2 + b^2 + c^2 = 1$.

B. $a^2 + b^2 + c^2 = 11$.

C. $a^2 + b^2 + c^2 = 9$.

D. $a^2 + b^2 + c^2 = 3$.

Lời giải

Tác giả : Vũ Việt Tiến, FB: Vũ Việt Tiến

Chọn D

Ta có $I = \int_1^e \frac{\ln x}{x(\ln x + 2)^2} dx$, đặt $\ln x + 2 = t \Rightarrow \frac{dx}{x} = dt$

$$I = \int_2^3 \frac{t-2}{t^2} dt = \int_2^3 \frac{1}{t} dt - 2 \int_2^3 \frac{1}{t^2} dt = \ln t \Big|_2^3 + \frac{2}{t} \Big|_2^3 = \ln 3 - \ln 2 + \frac{2}{3} - \frac{2}{2} = \ln 3 - \ln 2 - \frac{1}{3}$$

Suy ra $a = 1; b = -1; c = -1$, vậy $a^2 + b^2 + c^2 = 3$. Chọn D.

Email: trandongphong.c3lehongphong@lamdong.edu.vn.

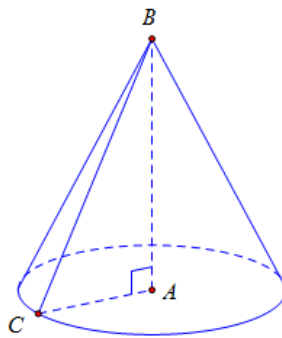
Câu 31. Cho tam giác ABC vuông tại A có $AB = a\sqrt{3}$ và $BC = 2a$. Tính thể tích khối nón tròn xoay khi quay tam giác ABC quanh trục AB

- A. $V = \pi a^3 \sqrt{3}$. B. $V = 2\pi a^3$. C. $V = \frac{2\pi a^3}{3}$. D. $V = \frac{\pi a^3 \sqrt{3}}{3}$.

Lời giải

Họ và tên tác giả: Trần Đông Phong FB: Phong Do

Chọn D



Xét tam giác ABC vuông tại A có $AB = a\sqrt{3}$ và $BC = 2a$, suy ra: $AC = a$

Quay tam giác ABC quanh trục AB tạo thành khối nón tròn xoay

Biết chiều cao $BA = a\sqrt{3}$, bán kính đường tròn đáy $R = AC = a$

$$\text{Thể tích khối nón } V = \frac{1}{3} \pi R^2 h = \frac{\pi a^3 \sqrt{3}}{3}.$$

Email: trandongphong.c3lehongphong@lamdong.edu.vn.

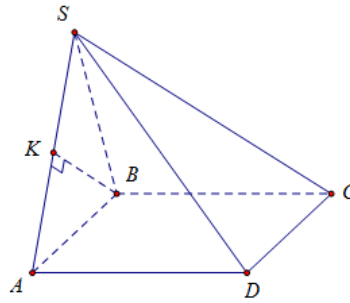
Câu 32. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy là hình vuông cạnh a , tam giác SAB đều và nằm trong mặt phẳng vuông góc với đáy. Khoảng cách giữa hai đường thẳng SA và BC bằng

- A. a . B. $\frac{a\sqrt{5}}{2}$. C. $\frac{a\sqrt{3}}{2}$. D. $a\sqrt{2}$.

Lời giải

Họ và tên tác giả: Trần Đông Phong FB: Phong Do

Chọn C



$$\text{Ta có } \begin{cases} (SAB) \perp (ABCD) \\ AB = (SAB) \cap (ABCD) \Rightarrow BC \perp (SAB) \\ BC \perp AB \end{cases} \quad 1$$

Trong mặt phẳng SAB , dựng $BK \perp SA$ tại K 2

Từ 1, 2 suy ra: BK là đoạn vuông góc chung của SA và BC

$$\text{Vậy } d_{SA, BC} = BK = \frac{a\sqrt{3}}{2}$$

tuluc0201@gmail.com

Câu 33. Tìm tất cả các nguyên hàm của hàm số $f(x) = (3x^2 + 1) \cdot \ln x$.

A. $\int f(x) dx = x(x^2 + 1) \ln x - \frac{x^3}{3} + C$.

B. $\int f(x) dx = x^3 \ln x - \frac{x^3}{3} + C$.

C. $\int f(x) dx = x(x^2 + 1) \ln x - \frac{x^3}{3} - x + C$.

D. $\int f(x) dx = x^3 \ln x - \frac{x^3}{3} - x + C$.

Lời giải

Tác giả: Võ Tự Lực, FB: Võ Tự Lực

Chọn C.

$$\text{Ta có } I = \int (3x^2 + 1) \ln x dx$$

$$\text{Đặt } \begin{cases} u = \ln x \\ dv = (3x^2 + 1) dx \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} du = \frac{1}{x} dx \\ v = \int (3x^2 + 1) dx = x^3 + x \end{cases}.$$

$$\Rightarrow I = (x^3 + x) \ln x - \int (x^3 + x) \frac{1}{x} dx = x(x^2 + 1) \ln x - \int (x^2 + 1) dx = x(x^2 + 1) \ln x - \frac{x^3}{3} - x + C.$$

Câu 34. Trong không gian với hệ tọa độ Oxyz, cho mặt phẳng $(P): x + y - z + 2 = 0$ và hai điểm $A(3; 4; 1); B(7; -4; -3)$. Điểm $M(a; b; c) (a > 2)$ thuộc (P) sao cho tam giác ABM vuông tại M và có diện tích nhỏ nhất. Khi đó giá trị biểu thức $T = a + b + c$ bằng:

A. $T = 6$.

B. $T = 8$.

C. $T = 4$.

D. $T = 0$.

Lời giải

Tác giả : Võ Tự Lực, FB: Võ Tự Lực

Chọn D.

Ta có: $S_{ABM} = \frac{1}{2} AB \cdot MH$ với H là hình chiếu vuông góc của M lên AB .

Do AB không đổi nên S_{ABM} nhỏ nhất khi MH nhỏ nhất.

$$\begin{cases} \overrightarrow{AB} = (4; -8; -4) \\ \overrightarrow{n_p} = (1; 1; -1) \end{cases} \Rightarrow \overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{n_p} = 0 \Rightarrow AB // (P)$$

MH nhỏ nhất khi M nằm trên giao tuyến của mặt phẳng (Q) và (P) ;

với (Q) là mặt phẳng chứa AB và vuông góc với $mp(P)$.

$$\begin{cases} \overrightarrow{AB} = (4; -8; -4) \\ \overrightarrow{n_p} = (1; 1; -1) \end{cases} \Rightarrow \overrightarrow{n_Q} = (3; 0; 3) \Rightarrow \text{phương trình mp } (Q) \text{ là } x + z - 4 = 0.$$

M nằm trên giao tuyến của mặt phẳng (Q) và (P) nên tọa độ M là nghiệm của hệ phương

$$\text{trình } \begin{cases} x + z - 4 = 0 \\ x + y - z + 2 = 0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x = t \\ y = 2 - 2t \\ z = 4 - t \end{cases} \Rightarrow M(t; 2 - 2t; 4 - t) \text{ với } t > 2.$$

Ta có $\overrightarrow{AM} = (t - 3; -2 - 2t; 3 - t); \overrightarrow{BM} = (t - 7; 6 - 2t; 7 - t)$.

Tam giác ABM vuông tại M nên

$$\overrightarrow{AM} \cdot \overrightarrow{BM} = 0 \Leftrightarrow (t - 3)(t - 7) + (-2 - 2t)(6 - 2t) + (3 - t)(7 - t) = 0$$

$$\Leftrightarrow (t - 3)(t - 7) + 2(t - 3)(t + 1) = 0 \Leftrightarrow (t - 3)(3t - 5) = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} t = 3 \text{ (n)} \\ t = \frac{5}{3} \text{ (l)} \end{cases}$$

$$+ t = 3 \Rightarrow M(3; -4; 1) \Rightarrow a + b + c = 3 - 4 + 1 = 0.$$

Chọn **D**

Câu 35. Cho hàm số $y = f(x)$ liên tục trên $(0; +\infty)$ thỏa mãn $2xf'(x) + f(x) = 3x^2\sqrt{x}$. Biết $f(1) = \frac{1}{2}$.
 Tính $f(4)$?

A. 24.

B. 14.

C. 4.

D. 16.

Lời giải

Tác giả: Phạm Chí Tuân, FB: Tuân Chí Phạm

Chọn D

Trên khoảng $(0; +\infty)$ ta có: $2xf'(x) + f(x) = 3x^2\sqrt{x} \Leftrightarrow \sqrt{x}f'(x) + \frac{1}{2\sqrt{x}} = \frac{3}{2}x^2$.

$$\Rightarrow \left(\sqrt{x} \cdot f(x) \right)' = \frac{3}{2}x^2 \Rightarrow \int \left(\sqrt{x} \cdot f(x) \right)' dx = \int \frac{3}{2}x^2 dx.$$

$$\Rightarrow \sqrt{x} \cdot f(x) = \frac{1}{2}x^3 + C. (*)$$

Mà $f(1) = \frac{1}{2}$ nên từ (*) có: $\sqrt{1} \cdot f(1) = \frac{1}{2} \cdot 1^3 + C \Leftrightarrow \frac{1}{2} = \frac{1}{2} + C \Leftrightarrow C = 0 \Rightarrow f(x) = \frac{x^2\sqrt{x}}{2}$.

Vậy $f(4) = \frac{4^2\sqrt{4}}{2} = 16$.

Câu 36. Cho hàm số $y = -x^3 + 6x + 2$ có đồ thị là (C) và đường thẳng $d: y = mx - m + 2$. Tìm giá trị của tham số m để d cắt (C) tại ba điểm phân biệt A, B, C sao cho tổng các hệ số góc của các tiếp tuyến của đồ thị (C) tại A, B, C bằng -6 .

A. $m = -1$.

B. $m \in \emptyset$.

C. $m = 2$.

D. $m = 1$.

Lời giải

Tác giả: Phạm Chí Tuân, FB: Tuân Chí Phạm

Chọn C

Phương trình hoành độ giao điểm của (C) và d :

$$-x^3 + 6x + 2 = mx - m + 2 \Leftrightarrow x^3 + (m-6)x - m = 0 \quad (1)$$

Điều kiện cần:

Giả sử d cắt (C) tại ba điểm phân biệt A, B, C thì phương trình (1) có ba nghiệm phân biệt.

Gọi ba nghiệm của (1) là x_A, x_B, x_C , theo Viet ta có:
$$\begin{cases} x_A + x_B + x_C = 0 \\ x_A x_B + x_B x_C + x_C x_A = m - 6 \end{cases} \quad (i)$$

hàm số $y = -x^3 + 6x + 2$ có đồ thị là (C) . Ta có $y' = -3x^2 + 6$

Gọi k_1, k_2, k_3 lần lượt là hệ số góc của các tiếp tuyến của đồ thị (C) tại ba điểm A, B và C .

Ta có: $k_1 = -3x_A^2 + 6$; $k_2 = -3x_B^2 + 6$ và $k_3 = -3x_C^2 + 6$

Theo bài: $k_1 + k_2 + k_3 = -6 \Leftrightarrow -3(x_A^2 + x_B^2 + x_C^2) + 18 = -6 \Leftrightarrow x_A^2 + x_B^2 + x_C^2 = 8$

$$\Leftrightarrow (x_A + x_B + x_C)^2 = 8 + 2(x_A x_B + x_B x_C + x_C x_A) \quad (2)$$

Thay (i) vào (2) ta có: $0 = 8 + 2(m - 6) \Leftrightarrow m = 2$.

Điều kiện đủ: Với $m = 2$ ta có (1) trở thành $x^3 - 4x - 2 = 0$.

Xét hàm số $f(x) = x^3 - 3x - 4$. Do $f(x)$ là hàm đa thức nên xác định và liên tục trên $\mathbb{R}$.

Ta có: $f(-2) = -2$; $f(-1) = 1$; $f(0) = -2$; $f(2) = -2$.

Vì:

+ $f(-2).f(-1) < 0 \Rightarrow$ phương trình $f(x) = 0$ có ít nhất một nghiệm thuộc $(-2; -1)$.

+ $f(-1).f(0) < 0 \Rightarrow$ phương trình $f(x) = 0$ có ít nhất một nghiệm thuộc $(-1; 0)$.

+ $f(0).f(2) < 0 \Rightarrow$ phương trình $f(x) = 0$ có ít nhất một nghiệm thuộc $(0; 2)$.

Mặt khác vì $f(x)$ là đa thức bậc ba nên phương trình $f(x) = 0$ chỉ có tối đa ba nghiệm.

Vậy phương trình $f(x) = 0$ có ba nghiệm phân biệt.

Do đó $m = 2$ là giá trị cần tìm.

Phản biện: lanhoang0254@gmail.com

phunghang10ph5s@gmail.com

Câu 37. Biết $\int_1^2 (x+1)^2 e^{\frac{x-1}{x}} dx = me^{\frac{p}{q}} - n$, trong đó m, n, p, q là các số nguyên dương và $\frac{p}{q}$ là phân số tối giản. Tính $T = m + n + p + q$.

A. $T = 11$.

B. $T = 10$.

C. $T = 7$.

D. $T = 8$.

Lời giải

Tác giả : Phùng Hằng, FB: Hằng Phùng

Chọn B

$$\text{Ta có: } I = \int_1^2 (x+1)^2 e^{x-\frac{1}{x}} dx = \int_1^2 (x^2 + 2x + 1) e^{x-\frac{1}{x}} dx = \int_1^2 (x^2 + 1) e^{x-\frac{1}{x}} dx + \int_1^2 2xe^{x-\frac{1}{x}} dx$$

$$\text{Xét } I_1 = \int_1^2 (x^2 + 1) e^{x-\frac{1}{x}} dx = \int_1^2 x^2 \cdot e^{x-\frac{1}{x}} \cdot \frac{x^2 + 1}{x^2} dx = \int_1^2 x^2 \cdot e^{x-\frac{1}{x}} d\left(x - \frac{1}{x}\right) = \int_1^2 x^2 d\left(e^{x-\frac{1}{x}}\right)$$

$$= x^2 e^{x-\frac{1}{x}} \Big|_1^2 - \int_1^2 e^{x-\frac{1}{x}} d(x^2) = x^2 e^{x-\frac{1}{x}} \Big|_1^2 - \int_1^2 2xe^{x-\frac{1}{x}} dx$$

$$\Rightarrow I_1 + \int_1^2 2xe^{x-\frac{1}{x}} dx = x^2 e^{x-\frac{1}{x}} \Big|_1^2 \Rightarrow I = x^2 e^{x-\frac{1}{x}} \Big|_1^2 = 4e^{\frac{3}{2}} - 1$$

$$\text{Do } \int_1^2 (x+1)^2 e^{x-\frac{1}{x}} dx = me^{\frac{p}{q}} - n, \text{ trong đó } m, n, p, q \in \mathbb{Z}^+ \text{ và } \frac{p}{q} \text{ là phân số tối giản} \Rightarrow \begin{cases} m = 4 \\ n = 1 \\ p = 3 \\ q = 2 \end{cases}$$

Khi đó, $T = m + n + p + q = 4 + 1 + 3 + 2 = 10$.

Câu 38. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình vuông cạnh a , tam giác SAB đều và nằm trong mặt phẳng vuông góc với mặt phẳng đáy. Tính thể tích V của khối cầu ngoại tiếp hình chóp đã cho.

A. $V = \frac{7\sqrt{21}\pi a^3}{54}$

B. $V = \frac{7\sqrt{21}\pi a^3}{18}$

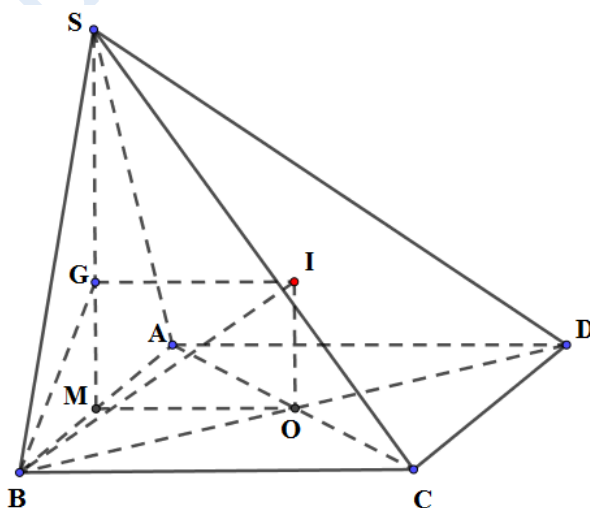
C. $V = \frac{4\sqrt{3}\pi a^3}{81}$

D. $V = \frac{4\sqrt{3}\pi a^3}{27}$

Lời giải

Tác giả : Phùng Hằng, FB: Hằng Phùng

Chọn A



*) **Xác định tâm mặt cầu ngoại tiếp hình chóp $S.ABCD$:**

Gọi G là trọng tâm tam giác SAB , O là tâm của hình vuông $ABCD$, M là trung điểm của AB .

Do $\triangle SAB$ đều $\Rightarrow SM \perp AB$

Mà $(SAB) \perp (ABCD) \Rightarrow SM \perp (ABCD) \Rightarrow SM \perp OM$

OM là đường trung bình của $\triangle ABC \Rightarrow OM // AD \Rightarrow OM \perp AB$ (do $AD \perp AB$)

$\Rightarrow OM \perp (SAB)$

Dựng các đường thẳng qua G, O lần lượt song song với MO, SM , hai đường thẳng này cắt nhau tại I

Ta có: $IO // SM, SM \perp (ABCD) \Rightarrow IO \perp (ABCD)$, mà O là tâm của hình vuông $ABCD$

$\Rightarrow IA = IB = IC = ID$ (1)

Ta có: $GI // OM, MO \perp (SAB) \Rightarrow GI \perp (SAB)$, mà G là trọng tâm tam giác đều SAB

$\Rightarrow IS = IA = IB$ (2)

Từ (1), (2) suy ra: I là tâm mặt cầu ngoại tiếp hình chóp $S.ABCD$.

***) Tính bán kính, thể tích khối cầu ngoại tiếp hình chóp $S.ABCD$:**

Ta có: $OM = \frac{1}{2}AD = \frac{a}{2} \Rightarrow GI = OM = \frac{a}{2}$ (do tứ giác $OMIG$ là hình chữ nhật)

$\triangle SAB$ đều cạnh bằng a có G là trọng tâm $\Rightarrow BG = \frac{2}{3} \cdot \frac{a\sqrt{3}}{2} = \frac{a\sqrt{3}}{3}$

Do $GI \perp (SAB) \Rightarrow GI \perp BG \Rightarrow \triangle BGI$ vuông tại G

$$\Rightarrow IB = \sqrt{IG^2 + GB^2} = \sqrt{\left(\frac{a}{2}\right)^2 + \left(\frac{a\sqrt{3}}{3}\right)^2} = \sqrt{\frac{a^2}{4} + \frac{a^2}{3}} = a\sqrt{\frac{7}{12}}$$

Bán kính khối cầu ngoại tiếp hình chóp $S.ABCD$ là: $R = IB = a\sqrt{\frac{7}{12}}$

Thể tích khối cầu ngoại tiếp hình chóp $S.ABCD$ là:

$$V = \frac{4}{3}\pi R^3 = \frac{4}{3}\pi \cdot \left(a\sqrt{\frac{7}{12}}\right)^3 = \frac{7\sqrt{21}\pi a^3}{54}.$$

hoangthihonghanh3ln@gmail.com

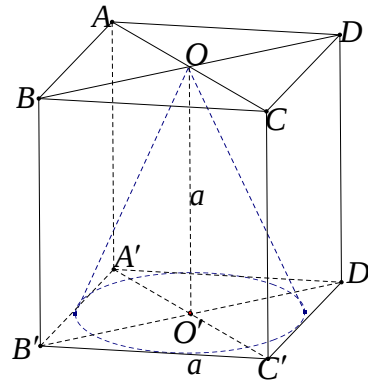
Câu 39. Cho hình lập phương $ABCD.A'B'C'D'$ có cạnh a . Một khối nón có đỉnh là tâm của hình vuông $ABCD$ và đáy là hình tròn nội tiếp hình vuông $A'B'C'D'$. Diện tích toàn phần của khối nón đó là

A. $S_{tp} = \frac{\pi a^2}{2}(\sqrt{3} + 2)$. **B.** $S_{tp} = \frac{\pi a^2}{4}(\sqrt{5} + 1)$. **C.** $S_{tp} = \frac{\pi a^2}{4}(\sqrt{5} + 2)$. **D.** $S_{tp} = \frac{\pi a^2}{2}(\sqrt{3} + 1)$.

Lời giải

Tác giả :Hoàng Thị Hồng Hạnh, FB: Hoàng Thị Hồng Hạnh

Chọn B



Bán kính của đường tròn đáy là $r = \frac{a}{2}$.

Diện tích đáy nón là: $S_1 = \pi r^2 = \frac{\pi a^2}{4}$.

Độ dài đường sinh là $l = \sqrt{a^2 + r^2} = \frac{a\sqrt{5}}{2}$.

Diện tích xung quanh của khối nón là: $S_2 = \pi r l = \frac{\pi a^2 \sqrt{5}}{4}$.

Vậy, diện tích toàn phần của khối nón đó là: $S_{tp} = S_1 + S_2 = \frac{\pi a^2}{4}(\sqrt{5} + 1)$.

Câu 40. Tổng tất cả các giá trị nguyên của tham số m để hàm số $y = |3x^4 + 8x^3 - 6x^2 - 24x - m|$ có 7 điểm cực trị bằng

A. 63.

B. 42.

C. 55.

D. 30.

Lời giải

Tác giả :Hoàng Thị Hồng Hạnh, FB: Hoàng Thị Hồng Hạnh

Chọn B

Đặt $f(x) = 3x^4 + 8x^3 - 6x^2 - 24x - m$

$f'(x) = 12x^3 + 24x^2 - 12x - 24$

$$f'(x) = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = -2 \\ x = -1 \\ x = 1 \end{cases}$$

Bảng biến thiên của $f(x)$

x	$-\infty$	-2	-1	1	$+\infty$
$f'(x)$	$-$	0	$+$	0	$-$
$f(x)$	$+\infty$	$8-m$	$13-m$	$-19-m$	$+\infty$

$f(x)$ luôn có 3 điểm cực trị, để hàm số $y = |f(x)|$ có 7 điểm cực trị thì đồ thị hàm số $f(x)$ cắt trục hoành tại 4 điểm phân biệt (số điểm cực trị của hàm $y = |f(x)|$ bằng số điểm cực trị của hàm $f(x)$ cộng với số giao điểm của đồ thị hàm số $f(x)$ với trục hoành).

$$\Rightarrow 8 - m < 0 < 13 - m \Leftrightarrow 8 < m < 13.$$

Mà m nguyên nên $m \in \{9; 10; 11; 12\}$.

Vậy, tổng tất cả các giá trị nguyên của tham số m bằng $9 + 10 + 11 + 12 = 42$.

thaygiaothaogiy@gmail.com

Câu 41. Một chiếc ô tô đang chạy với vận tốc 15m/s thì người lái xe hãm phanh. Sau khi hãm phanh, ô tô chuyển động chậm dần đều với vận tốc $v(t) = -3t + 15$ (m/s), trong đó t (giây). Hỏi từ lúc hãm phanh đến khi dừng hẳn, ô tô di chuyển được bao nhiêu mét?

A. 38m.

B. 37,2m.

C. 37,5m.

D. 37m.

Lời giải

Tác giả : Đình Phước Tân, FB: Tân Độc

Chọn C

Khi xe dừng hẳn thì $v(t) = 0 \Rightarrow t = 5$.

Khi đó quãng đường xe đi được tính từ lúc bắt đầu hãm phanh đến khi dừng hẳn là:

$$S = \int_0^5 (-3t + 15) dt = \left(-\frac{3t^2}{2} + 15t \right) \Big|_0^5 = 37,5 \text{ m}$$

Vậy ta chọn đáp án C.

Câu 42. Tổng các nghiệm của phương trình $\log_{\sqrt{3}}(x-2) + \log_3(x-4)^2 = 0$ là $S = a + b\sqrt{2}$ (với a, b là các số nguyên). Giá trị của biểu thức $Q = a.b$ bằng

A. 0.

B. 3.

C. 9.

D. 6.

Lời giải

Tác giả : Đình Phước Tân, FB: Tân Độc

Chọn D

Điều kiện: $2 < x \neq 4$.

Với điều kiện trên, phương trình đã cho tương đương

$$2\log_3(x-2) + 2\log_3|x-4| = 0 \Leftrightarrow \log_3(x-2)|x-4| = 0 \Leftrightarrow (x-2)|x-4| = 1$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} (x-2)(x-4) = 1 \\ (x-2)(x-4) = -1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x^2 - 6x + 7 = 0 \\ x^2 - 6x + 9 = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 3 \pm \sqrt{2} \\ x = 3 \end{cases}$$

So lại điều kiện, ta nhận hai nghiệm $x_1 = 3 + \sqrt{2}; x_2 = 3$

Ta được: $S = x_1 + x_2 = 6 + \sqrt{2} \Rightarrow a = 6; b = 1$. Vậy $Q = a.b = 6$.

(tanbaobg@gmail.com)

Câu 43. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình vuông cạnh a , $SA = a$ và SA vuông góc với đáy. Gọi M là trung điểm SB và N là điểm thuộc cạnh SD sao cho $SN = 2ND$. Tính thể tích khối tứ diện $ACMN$.

A. $V = \frac{1}{12}a^3$.

B. $V = \frac{1}{8}a^3$.

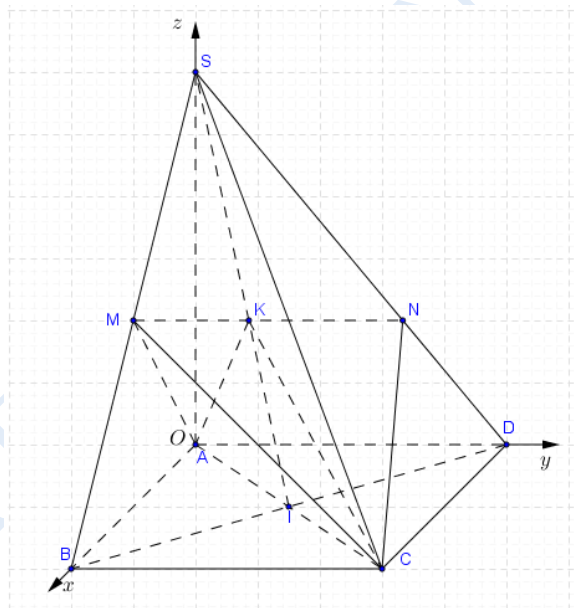
C. $V = \frac{1}{6}a^3$.

D. $V = \frac{1}{36}a^3$.

Lời giải

Tác giả : Đỗ Tấn Bảo, FB: Đỗ Tấn Bảo

Chọn A



Cách 1. Đặt hệ trục tọa độ như hình vẽ.

Ta có
$$\begin{cases} A(0;0;0) \\ B(a;0;0) \\ C(a;a;0) \\ D(0;a;0) \\ S(0;0;a) \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} M\left(\frac{a}{2};0;\frac{a}{2}\right) \\ N\left(0;\frac{2a}{3};\frac{a}{3}\right) \end{cases}$$

Suy ra
$$\begin{cases} \overrightarrow{AM} = \left(\frac{a}{2};0;\frac{a}{2}\right) \\ \overrightarrow{AC} = (a;a;0) \\ \overrightarrow{AN} = \left(0;\frac{2a}{3};\frac{a}{3}\right) \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} [\overrightarrow{AM}, \overrightarrow{AC}] = \left(-\frac{a^2}{2}; \frac{a^2}{2}; \frac{a^2}{2}\right) \\ \overrightarrow{AN} = \left(0;\frac{2a}{3};\frac{a}{3}\right) \end{cases}$$

$$\text{Do đó } V_{ACMN} = \frac{1}{6} \left| \left[\overrightarrow{AM}, \overrightarrow{AC} \right] \cdot \overrightarrow{AN} \right| = \frac{1}{12} a^3 \text{ (đvtt)}$$

Cách 2. (Dành cho hsg giải tự luận)

Đặt $\overrightarrow{SN} = k\overrightarrow{SD}$ và $\overrightarrow{SK} = x\overrightarrow{SI}$ với $k; x \in \mathbb{R}; 0 < k; x < 1$.

Gọi I là tâm của hình vuông ABCD và $K = MN \cap SI$.

$$\text{Ta có } \begin{cases} \overrightarrow{MK} = \overrightarrow{SK} - \overrightarrow{SM} = x\overrightarrow{SI} - \frac{1}{2}\overrightarrow{SB} = \frac{1}{2}(x-1)\overrightarrow{SB} + \frac{1}{2}x\overrightarrow{SD} \\ \overrightarrow{MN} = \overrightarrow{SN} - \overrightarrow{SM} = k\overrightarrow{SD} - \frac{1}{2}\overrightarrow{SB} \end{cases}$$

$$\text{Vì } M, K, N \text{ thẳng hàng nên } 2k(1-x) = x \Leftrightarrow x = \frac{2k}{1+2k}.$$

$$\text{Suy ra } SK = \frac{2k}{1+2k} SI \Rightarrow KI = \frac{1}{1+2k} SI.$$

$$\text{Do đó } d(K, AC) = \frac{IK}{SI} SA = \frac{a}{1+2k} \Rightarrow S_{AKC} = \frac{1}{2} AC \cdot d(K, AC) = \frac{a^2 \sqrt{2}}{2(1+2k)}.$$

$$\text{Hơn nữa ta có } d(M, (ACK)) = \frac{1}{2} BO = \frac{a\sqrt{2}}{4}; d(N, (ACK)) = \frac{2}{3} BO = \frac{a\sqrt{2}}{3}.$$

$$\begin{aligned} \text{Vậy } V_{ACMN} &= V_{MACK} + V_{NACK} = \frac{1}{3} S_{AKC} (d(M, (ACK)) + d(N, (ACK))) \\ &= \frac{1}{3} \cdot \frac{a^2 \sqrt{2}}{2(1+2k)} \cdot \left(\frac{a\sqrt{2}}{4} + \frac{a\sqrt{2}}{3} \right) = \frac{7a^3}{3 \cdot 12(1+2k)} \text{ (đvtt)}. \end{aligned}$$

$$\text{Thay } k = \frac{2}{3} \text{ ta được } V = \frac{1}{12} a^3 \text{ (đvtt)}.$$

Câu 44. Biết $\int_1^4 f(x) dx = 5$ và $\int_4^5 f(x) dx = 20$. Tính $\int_1^2 f(4x-3) dx - \int_0^{\ln 2} f(e^{2x}) e^{2x} dx$.

A. $I = \frac{15}{4}$.

B. $I = 15$.

C. $I = \frac{5}{2}$.

D. $I = 25$.

Lời giải

Tác giả : Đỗ Tấn Bảo, FB: Đỗ Tấn Bảo

Chọn A

Đặt $t = 4x - 3 \Rightarrow dt = 4dx$ thì

$$\int_1^2 f(4x-3) dx = \frac{1}{4} \int_1^5 f(t) dt = \frac{1}{4} \left(\int_1^4 f(t) dt + \int_4^5 f(t) dt \right) = \frac{1}{4} (5 + 20) = \frac{25}{4}.$$

Đặt $u = e^{2x} \Rightarrow du = 2e^{2x} dx$ thì

$$\int_0^{\ln 2} f(e^{2x})e^{2x}dx = \frac{1}{2} \int_1^4 f(u)du = \frac{5}{2}.$$

Vậy $I = \frac{25}{4} - \frac{5}{2} = \frac{15}{4}.$

Tuan.nt81@gmail.com

Câu 45. Có bao nhiêu giá trị nguyên m trên $[-1;5]$ để hàm số $y = \frac{2x+m}{x+m}$ đồng biến trên khoảng $(-\infty; -3)$?

A. 2.

B. 6.

C. 5.

D. 3.

Lời giải

Tác giả : Tuyetnguyen, FB: tuyet nguyen

Chọn D

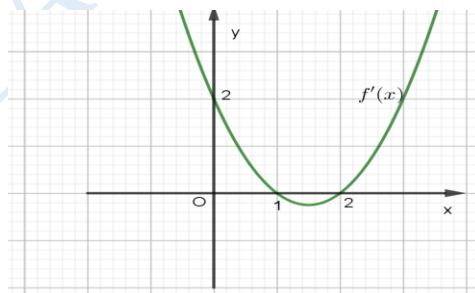
Ta có $y' = \frac{m}{(x+m)^2}$

Hàm số đồng biến trên khoảng $(-\infty; -3)$

$$\Leftrightarrow y' > 0, \forall x \in (-\infty; -3) \Leftrightarrow \begin{cases} m > 0 \\ -m \notin (-\infty; -3) \end{cases} \Leftrightarrow 0 < m \leq 3$$

Do đó có 3 giá trị của m thỏa mãn điều kiện đề bài.

Câu 46. Cho hàm số $y = f'(x)$ có đồ thị như hình vẽ



Hàm số $y = f(2-x^2)$ đồng biến trên khoảng nào dưới đây

A. $(-\infty; 0).$

B. $(0; 1).$

C. $(1; 2).$

D. $(0; +\infty).$

Lời giải

Chọn B

Hàm số $y = f(2-x^2)$ có $y' = -2x \cdot f'(2-x^2)$

$$y' = -2x \cdot f'(2-x^2) > 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x > 0 \\ 1 < 2-x^2 < 2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x > 0 \\ -1 < x < 1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 0 < x < 1 \\ x < -1 \end{cases}$$

Do đó hàm số đồng biến trên $(0;1)$.

Mar.nang@gmail.com

Câu 47. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho mặt phẳng $(P): x-2y+2z-3=0$ và mặt cầu (S) tâm $I(5;-3;5)$, bán kính $R=2\sqrt{5}$. Từ một điểm A thuộc mặt phẳng (P) kẻ một đường thẳng tiếp xúc với mặt cầu (S) tại B . Tính OA biết $AB=4$.

A. $OA=\sqrt{11}$.

B. $OA=5$.

C. $OA=3$.

D. $OA=\sqrt{6}$.

Lời giải

Tác giả : Lê Đình Năng FB: Lê Năng

Chọn A

Khoảng cách từ điểm I đến $mp(P)$ là: $d(I;(P)) = \frac{|5-2(-3)+2(5)-3|}{\sqrt{1^2+(-2)^2+2^2}} = 6$.

AB tiếp xúc với (S) tại B nên tam giác AIB vuông tại B , do đó ta có:

$$IA = \sqrt{IB^2 + AB^2} = \sqrt{R^2 + AB^2} = \sqrt{(2\sqrt{5})^2 + 4^2} = 6 = d(I;(P)) \Rightarrow A \text{ là hình chiếu của } I \text{ lên } (P)$$

Đường thẳng IA đi qua $I(5;-3;5)$ có VTCP $\vec{u} = \vec{n}_{(P)} = (1;-2;2)$ có phương trình $\begin{cases} x=5+t \\ y=-3-2t \\ z=5+2t \end{cases}$

Có $A = IA \cap (P) \Rightarrow 5+t-2(-3-2t)+2(5+2t)-3=0 \Rightarrow t=-2 \Rightarrow A(3;1;1) \Rightarrow OA=\sqrt{11}$.

Câu 48. Cho hình chóp tứ giác đều $S.ABCD$ cạnh đáy bằng $2a$, góc giữa hai mặt phẳng (SAB) và $(ABCD)$ bằng 45° ; M, N, P lần lượt là trung điểm của SA, SB và AB . Tính thể tích V khối tứ diện $DMNP$

A. $\frac{a^3}{6}$.

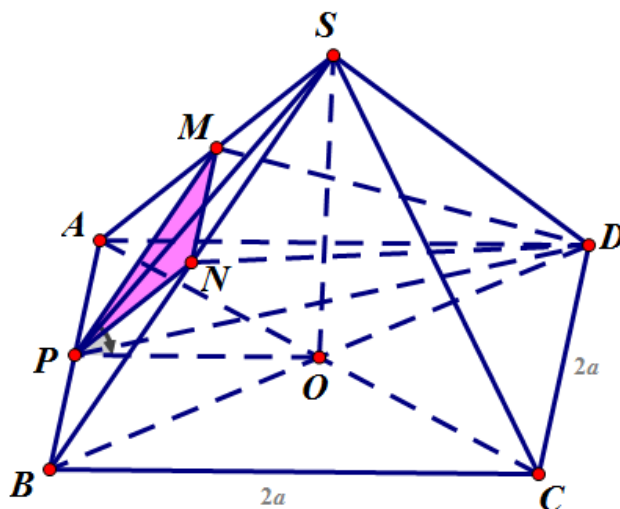
B. $\frac{a^3}{4}$.

C. $\frac{a^3}{2}$.

D. $\frac{a^3}{12}$.

Lời giải

Chọn A



Gọi điểm O là tâm của đáy, theo giả thiết suy ra: $SO \perp (ABCD)$ tại O

Góc giữa mặt phẳng (SAB) và $(ABCD)$ bằng 45° nên suy ra góc SPO bằng 45° .

Ta có $OP = a$ suy ra $SO = OP \tan 45^\circ = a$; $SP = a\sqrt{2}$.

$$S_{\Delta MNP} = \frac{1}{4} S_{\Delta SAB} = \frac{1}{4} \cdot \frac{1}{2} \cdot AB \cdot SP = \frac{a^2 \sqrt{2}}{4}.$$

Tứ diện $DMNP$ có chiều cao $h = d(D, (MNP)) = 2d(O, (SAB))$

Trong (SPO) kẻ OH vuông góc với SP tại H thì OH là khoảng cách từ O đến (SAB)

Áp dụng hệ thức lượng trong tam giác vuông SPO tại O, đường cao OH ta có

$$\frac{1}{OH^2} = \frac{1}{OP^2} + \frac{1}{SO^2} = \frac{2}{a^2} \Rightarrow OH = \frac{a}{\sqrt{2}} \Rightarrow h = a\sqrt{2}$$

$$\text{Thể tích khối chóp } D.MNP \text{ là } V = \frac{1}{3} \cdot \frac{a^2 \sqrt{2}}{4} \cdot a\sqrt{2} = \frac{a^3}{6}$$

hungvn1985@gmail.com

Câu 49. Trong không gian với hệ trục tọa độ Oxyz, cho mặt phẳng $(P): 2x + 2y + z - m^2 - 3m = 0$ và mặt cầu $(S): (x-1)^2 + (y+1)^2 + (z-1)^2 = 9$. Tìm tất cả các giá trị của m để (P) tiếp xúc với (S) .

A. $\begin{cases} m = -2 \\ m = 5 \end{cases}$

B. $\begin{cases} m = 2 \\ m = -5 \end{cases}$

C. $m = 2$.

D. $m = -5$.

Lời giải

Tác giả : Phạm Ngọc Hưng, FB: Phạm Ngọc Hưng

Chọn B

Ta có $(S): \begin{cases} I(1; -1; 1) \\ R = 3 \end{cases}$.

Đề (P) tiếp xúc với (S) thì $d(I; (P)) = R \Leftrightarrow \frac{|1 - m^2 - 3m|}{3} = 3 \Leftrightarrow \begin{cases} m^2 + 3m - 10 = 0 \\ m^2 + 3m + 8 = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m = 2 \\ m = -5 \end{cases}$.

Câu 50. Cho hai số thực $a > 1, b > 1$. Biết phương trình $a^x b^{x^2-1} = 1$ có hai nghiệm phân biệt x_1, x_2 . Tìm giá trị nhỏ nhất của biểu thức $S = \left(\frac{x_1 x_2}{x_1 + x_2} \right)^2 - 4(x_1 + x_2)$.

A. $3\sqrt[3]{4}$

B. 4

C. $3\sqrt[3]{2}$

D. $\sqrt[3]{4}$

Lời giải

Tác giả : Phạm Ngọc Hưng, FB: Phạm Ngọc Hưng

Chọn A

Ta có $a^x b^{x^2-1} = 1 \Leftrightarrow x + (x^2 - 1)\log_a b = 0 \Leftrightarrow (\log_a b)x^2 + x - \log_a b = 0$

Do phương trình có hai nghiệm x_1, x_2 nên theo định lý Viet ta có: $\begin{cases} x_1 + x_2 = \frac{-1}{\log_a b} = -\log_b a \\ x_1 x_2 = -1 \end{cases}$

Khi đó $S = \frac{1}{\log_b^2 a} + 4\log_b a$

Đặt $t = \log_b a$, do $a > 1, b > 1 \Rightarrow t > 0$. Khi đó $S = \frac{1}{t^2} + 4t = \frac{1}{t^2} + 2t + 2t \geq 3\sqrt[3]{4}$.

Đẳng thức xảy ra khi $\frac{1}{t^2} = 2t \Leftrightarrow t = \frac{1}{\sqrt[3]{2}}$. Vậy $\min S = 3\sqrt[3]{4}$

=== STRONG TEAM TOÁN VD-VDC ===