

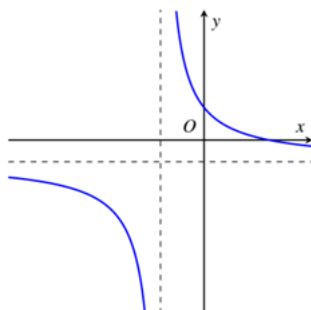


**TRƯỜNG THPT CHUYÊN
QUỐC HỌC HUẾ**
Mã Đề: 101
(Đề gồm 06 trang)

**ĐỀ THI THỬ THPT QUỐC GIA
NĂM HỌC 2018 – 2019 – LẦN 1**
MÔN: TOÁN
Thời gian: 90 phút

Họ và tên: SBD:

- Câu 1.** Tìm hệ số của số hạng không chứa x trong khai triển $\left(\frac{x}{2} + \frac{4}{x}\right)^{18}$ với $x \neq 0$.
- A. $2^9 C_{18}^9$. B. $2^{11} C_{18}^7$. C. $2^8 C_{18}^8$. D. $2^8 C_{18}^{10}$.
- Câu 2.** Cho hình lăng trụ tam giác đều $ABC.A'B'C'$ có $AB = 2a$, $AA' = a\sqrt{3}$. Tính thể tích V của khối lăng trụ $ABC.A'B'C'$ theo a .
- A. $V = a^3$. B. $V = 3a^3$. C. $V = \frac{a^3}{4}$. D. $V = \frac{3a^3}{4}$.
- Câu 3.** Tìm số giá trị nguyên thuộc đoạn $[-2019; 2019]$ của tham số m để đồ thị hàm số $y = \frac{\sqrt{x-3}}{x^2 + x - m}$ có đúng hai đường tiệm cận.
- A. 2007. B. 2010. C. 2009. D. 2008.
- Câu 4.** Cho đa thức $f(x) = (1+3x)^n = a_0 + a_1x + a_2x^2 + \dots + a_nx^n$ ($n \in \mathbb{N}^*$). Tìm hệ số a_3 , biết rằng $a_1 + 2a_2 + \dots + na_n = 49152n$.
- A. $a_3 = 945$. B. $a_3 = 252$. C. $a_3 = 5670$. D. $a_3 = 1512$.
- Câu 5.** Tìm tất cả các giá trị của tham số m để phương trình:
- $$\frac{1}{3}|\cos^3 x| - 3\cos^2 x + 5|\cos x| - 3 + 2m = 0$$
- có đúng bốn nghiệm thuộc đoạn $[0; 2\pi]$.
- A. $-\frac{3}{2} < m < -\frac{1}{3}$. B. $\frac{1}{3} \leq m < \frac{3}{2}$. C. $\frac{1}{3} < m < \frac{3}{2}$. D. $-\frac{3}{2} \leq m \leq -\frac{1}{3}$.
- Câu 6.** Cho hàm số $y = \frac{ax+b}{cx+d}$ có đồ thị như hình vẽ. Chọn mệnh đề **đúng** trong các mệnh đề sau:



- A. Hàm số $y = ax^3 + bx^2 + cx + d$ có hai điểm cực trị trái dấu.
- B. Đồ thị hàm số $y = ax^3 + bx^2 + cx + d$ cắt trục tung tại điểm có tung độ dương.
- C. Đồ thị hàm số $y = ax^3 + bx^2 + cx + d$ có hai điểm cực trị nằm bên phải trục tung.
- D. Tâm đối xứng của đồ thị hàm số $y = ax^3 + bx^2 + cx + d$ nằm bên trái trục tung.

- Câu 7.** Cho hình chóp tứ giác đều $S.ABCD$ có cạnh đáy bằng a và chiều cao bằng $a\sqrt{2}$. Tính khoảng cách d từ tâm O của đáy $ABCD$ đến một mặt bên theo a .
- A.** $d = \frac{a\sqrt{5}}{2}$. **B.** $d = \frac{a\sqrt{3}}{2}$. **C.** $d = \frac{2a\sqrt{5}}{3}$. **D.** $d = \frac{a\sqrt{2}}{3}$.
- Câu 8.** Cho tích phân $I = \int_0^4 f(x)dx = 32$. Tính tích phân $J = \int_0^2 f(2x)dx$.
- A.** $J = 32$. **B.** $J = 64$. **C.** $J = 8$. **D.** $J = 16$.
- Câu 9.** Tính tổng T các giá trị nguyên của tham số m để phương trình $e^x + (m^2 - m)e^{-x} = 2m$ có đúng hai nghiệm phân biệt nhỏ hơn $\frac{1}{\log e}$.
- A.** $T = 28$. **B.** $T = 20$. **C.** $T = 21$. **D.** $T = 27$.
- Câu 10.** Cho hàm số $f(x) = \begin{cases} \frac{\sqrt{x^2 + 4} - 2}{x^2} & \text{khi } x \neq 0 \\ 2a - \frac{5}{4} & \text{khi } x = 0 \end{cases}$. Tìm giá trị thực của tham số a để hàm số $f(x)$ liên tục tại $x = 0$.
- A.** $a = -\frac{3}{4}$. **B.** $a = \frac{4}{3}$. **C.** $a = -\frac{4}{3}$. **D.** $a = \frac{3}{4}$.
- Câu 11.** Tìm giá trị cực đại của hàm số $y = x^3 - 3x^2 - 9x + 1$.
- A.** 6. **B.** 3. **C.** -26. **D.** -20.
- Câu 12.** Cho mặt cầu tâm O và tam giác ABC có ba đỉnh nằm trên mặt cầu với góc $BAC = 30^\circ$ và $BC = a$. Gọi S là điểm nằm trên mặt cầu, không thuộc mặt phẳng (ABC) và thỏa mãn $SA = SB = SC$, góc giữa đường thẳng SA và mặt phẳng (ABC) bằng 60° . Tính thể tích V của khối cầu tâm O theo a .
- A.** $V = \frac{\sqrt{3}}{9}\pi a^3$. **B.** $V = \frac{32\sqrt{3}}{27}\pi a^3$. **C.** $V = \frac{4\sqrt{3}}{27}\pi a^3$. **D.** $V = \frac{15\sqrt{3}}{27}\pi a^3$.
- Câu 13.** Cho tích phân $I = \int_0^2 f(x)dx = 2$. Tính tích phân $J = \int_0^2 [3f(x) - 2]dx$.
- A.** $J = 6$. **B.** $J = 2$. **C.** $J = 8$. **D.** $J = 4$.
- Câu 14.** Gọi $F(x)$ là nguyên hàm trên $\mathbb{R}$ của hàm số $f(x) = x^2 e^{ax}$ ($a \neq 0$), sao cho $F\left(\frac{1}{a}\right) = F(0) + 1$. Chọn mệnh đề đúng trong các mệnh đề sau.
- A.** $0 < a \leq 1$. **B.** $a < -2$. **C.** $a \geq 3$. **D.** $1 < a < 2$.
- Câu 15.** Hình bát diện đều thuộc khối đa diện đều nào sau đây?
- A.** $\{3; 4\}$. **B.** $\{3; 3\}$. **C.** $\{5; 3\}$. **D.** $\{4; 3\}$.
- Câu 16.** Tìm giá trị thực của tham số m để hàm số $y = x^3 - 3x^2 + mx$ đạt cực đại tại $x = 0$.
- A.** $m = 1$. **B.** $m = 2$. **C.** $m = -2$. **D.** $m = 0$.
- Câu 17.** Trong các hàm số dưới đây, hàm số nào nghịch biến trên tập số thực $\mathbb{R}$.
- A.** $y = \left(\frac{\pi}{3}\right)^x$. **B.** $y = \log_{\frac{\pi}{4}}(2x^2 + 1)$. **C.** $y = \left(\frac{2}{e}\right)^x$. **D.** $y = \log_{\frac{2}{3}} x$.

Câu 18. Gọi l, h, r lần lượt là độ dài đường sinh, chiều cao và bán kính mặt đáy của một hình nón. Tính diện tích xung quanh S_{xq} của hình nón đó theo l, h, r .

- A. $S_{xq} = 2\pi rl$. B. $S_{xq} = \frac{1}{3}\pi r^2 h$. C. $S_{xq} = \pi rh$. D. $S_{xq} = \pi rl$.

Câu 19. Tìm tập nghiệm S của bất phương trình $\left(\frac{1}{2}\right)^{-x^2+3x} < \frac{1}{4}$.

- A. $S = [1; 2]$. B. $S = (-\infty; 1)$. C. $S = (1; 2)$. D. $S = (2; +\infty)$.

Câu 20. Cho hình lăng trụ $ABC.A'B'C'$ có đáy ABC là tam giác đều cạnh a , $AA' = \frac{3a}{2}$. Biết rằng hình chiếu vuông góc của điểm A' lên mặt phẳng (ABC) là trung điểm của cạnh BC . Tính thể tích V của khối lăng trụ đó theo a .

- A. $V = a^3 \sqrt{\frac{3}{2}}$. B. $V = \frac{2a^3}{3}$. C. $V = \frac{3a^3}{4\sqrt{2}}$. D. $V = a^3$.

Câu 21. Tính diện tích S của hình phẳng (H) giới hạn bởi các đường cong $y = -x^3 + 12x$ và $y = -x^2$.

- A. $S = \frac{937}{12}$. B. $S = \frac{343}{12}$. C. $S = \frac{793}{4}$. D. $S = \frac{397}{4}$.

Câu 22. Cho hàm số $y = f(x)$ có bảng biến thiên như bên dưới.

x	$-\infty$	-1	1	$+\infty$	
y'	$+$	0	$-$	0	$+$
y	$-\infty$	3	-1	$+\infty$	

Mệnh đề nào dưới đây **sai**?

- A. Hàm số nghịch biến trên khoảng $(-1; 0)$. B. Hàm số đồng biến trên khoảng $(-\infty; 3)$.
C. Hàm số nghịch biến trên khoảng $(0; 1)$. D. Hàm số đồng biến trên khoảng $(2; +\infty)$.

Câu 23. Tìm hệ số góc của tiếp tuyến của đồ thị hàm số $y = \frac{3-4x}{x-2}$ tại điểm có tung độ $y = -\frac{7}{3}$.

- A. $\frac{9}{5}$. B. $-\frac{5}{9}$. C. $\frac{5}{9}$. D. -10 .

Câu 24. Cho hàm số $F(x)$ là một nguyên hàm của hàm số $f(x) = \frac{2\cos x - 1}{\sin^2 x}$ trên khoảng $(0; \pi)$. Biết rằng giá trị lớn nhất của $F(x)$ trên khoảng $(0; \pi)$ là $\sqrt{3}$. Chọn mệnh đề đúng trong các mệnh đề sau.

- A. $F\left(\frac{\pi}{6}\right) = 3\sqrt{3} - 4$. B. $F\left(\frac{2\pi}{3}\right) = \frac{\sqrt{3}}{2}$. C. $F\left(\frac{\pi}{3}\right) = -\sqrt{3}$. D. $F\left(\frac{5\pi}{6}\right) = 3 - \sqrt{3}$.

Câu 25. Cho hàm số $f(x)$ có đạo hàm trên $\mathbb{R}$ là $f'(x) = (x-1)(x+3)$. Có bao nhiêu giá trị nguyên của tham số m thuộc đoạn $[-10; 20]$ để hàm số $y = f(x^2 + 3x - m)$ đồng biến trên khoảng $(0; 2)$?

- A. 18. B. 17. C. 16. D. 20.

- Câu 26.** Cho hình lập phương $ABCD.A'B'C'D'$. Biết tích của khoảng cách từ điểm B' và điểm D đến mặt phẳng $(D'AC)$ bằng $6a^2 (a > 0)$. Giả sử thể tích của khối lập phương $ABCD.A'B'C'D'$ là ka^2 . Chọn mệnh đề đúng trong các mệnh đề sau.
A. $k \in (20;30)$. **B.** $k \in (100;120)$. **C.** $k \in (50;80)$. **D.** $k \in (40;50)$.
- Câu 27.** Cho cấp số cộng (u_n) với số hạng đầu $u_1 = -6$ và công sai $d = 4$. Tính tổng S của 14 số hạng đầu tiên của cấp số cộng đó.
A. $S = 46$. **B.** $S = 308$. **C.** $S = 644$. **D.** $S = 280$.
- Câu 28.** Một khối trụ có thể tích bằng 25π . Nếu chiều cao hình trụ tăng lên năm lần và giữ nguyên bán kính đáy thì được một hình trụ mới có diện tích xung quanh bằng 25π . Tính bán kính đáy r của hình trụ ban đầu.
A. $r = 15$. **B.** $r = 5$. **C.** $r = 10$. **D.** $r = 2$.
- Câu 29.** Cho x, y là các số thực lớn hơn 1 sao cho $y^x (e^x)^{e^y} \geq x^y (e^y)^{e^x}$. Tìm giá trị nhỏ nhất của biểu thức: $P = \log_x \sqrt{xy} + \log_y x$.
A. $\frac{\sqrt{2}}{2}$. **B.** $2\sqrt{2}$. **C.** $\frac{1+2\sqrt{2}}{2}$. **D.** $\frac{1+\sqrt{2}}{2}$.
- Câu 30.** Tìm họ nguyên hàm của hàm số $y = x^2 - 3^x + \frac{1}{x}$.
A. $\frac{x^3}{3} - \frac{3^x}{\ln 3} - \ln|x| + C, C \in \mathbb{R}$. **B.** $\frac{x^3}{3} - \frac{3^x}{\ln 3} + \ln|x| + C, C \in \mathbb{R}$
C. $\frac{x^3}{3} - 3^x + \frac{1}{x^2} + C, C \in \mathbb{R}$. **D.** $\frac{x^3}{3} - \frac{3^x}{\ln 3} - \frac{1}{x^2} + C, C \in \mathbb{R}$.
- Câu 31.** Tìm số hạng đầu u_1 của cấp số nhân (u_n) biết rằng $u_1 + u_2 + u_3 = 168$ và $u_4 + u_5 + u_6 = 21$
A. $u_1 = 24$. **B.** $u_1 = \frac{1334}{11}$. **C.** $u_1 = 96$. **D.** $u_1 = \frac{217}{3}$.
- Câu 32.** Cho hàm số $y = \frac{mx+1}{x-2m}$ với tham số $m \neq 0$. Giao điểm của hai đường tiệm cận của đồ thị hàm số thuộc đường thẳng có phương trình nào dưới đây?
A. $2x + y = 0$. **B.** $y = 2x$. **C.** $x - 2y = 0$. **D.** $x + 2y = 0$.
- Câu 33.** Tìm đạo hàm của hàm số $y = 3^{x^2-2x}$
A. $y' = 3^{x^2-2x} \ln 3$. **B.** $y' = \frac{3^{x^2-2x}(2x-2)}{\ln 3}$.
C. $y' = 3^{x^2-2x}(2x-2) \ln 3$. **D.** $y' = \frac{3^{x^2-2x}}{\ln 3}$.
- Câu 34.** Trong không gian cho tam giác OIM vuông tại I , góc $IOM = 45^\circ$ và cạnh $IM = a$. Khi quay tam giác OIM quanh cạnh góc vuông OI thì đường gấp khúc OMI tạo thành một hình nón tròn xoay. Tính diện tích xung quay S_{xq} của hình nón tròn xoay đó theo a .
A. $S_{xq} = \pi a^2 \sqrt{2}$. **B.** $S_{xq} = \pi a^2$. **C.** $S_{xq} = \pi a^2 \sqrt{3}$.
D. $S_{xq} = \frac{\pi a^2 \sqrt{2}}{2}$.
- Câu 35.** Cho khối nón có bán kính đáy $r = 3$, chiều cao $h = \sqrt{2}$. Tính thể tích V của khối nón.

A. $V = \frac{3\pi\sqrt{2}}{3}$. B. $V = 3\pi\sqrt{11}$. C. $V = \frac{9\pi\sqrt{2}}{3}$.
D. $V = 9\pi\sqrt{2}$.

Câu 36. Cho tập hợp $S = \{1; 2; 3; 4; 5; 6\}$. Gọi M là tập hợp các số tự nhiên có 6 chữ số đôi một khác nhau lấy từ S sao cho tổng của các chữ số hàng đơn vị, hàng chục và hàng trăm lớn hơn tổng các chữ số còn lại là 3. Tính tổng của các phần tử của tập hợp M .

A. $T = 11003984$. B. $T = 36011952$. C. $T = 12003984$. D. $T = 18005967$.

Câu 37. Cho tích phân $I = \int_1^2 \frac{\ln x}{x^2} dx = \frac{b}{c} + a \ln 2$ với a là số thực, b và c là các số nguyên dương, đồng thời $\frac{b}{c}$ là phân số tối giản. Tính giá trị của biểu thức $P = 2a + 3b + c$.

A. $P = 6$. B. $P = -6$. C. $P = 5$. D. $P = 4$.

Câu 38. Cho hàm số $y = \frac{1}{3}x^3 - 2mx^2 + (m-1)x + 2m^2 + 1$ (m là tham số). Xác định khoảng cách lớn nhất từ gốc tọa độ $O(0;0)$ đến đường thẳng đi qua hai điểm cực trị của đồ thị hàm số trên.

A. $\frac{2}{9}$. B. $\sqrt{3}$. C. $2\sqrt{3}$. D. $\frac{\sqrt{10}}{3}$.

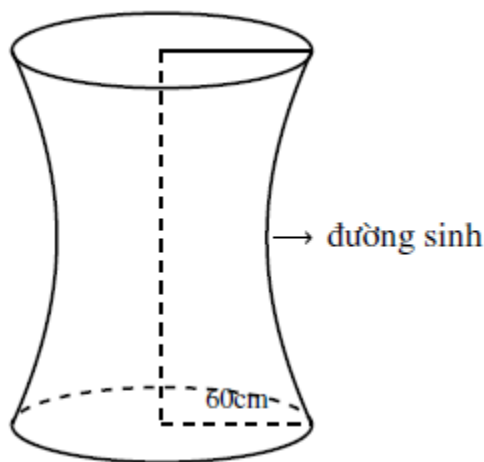
Câu 39. Gieo đồng thời hai con súc sắc cân đối và đồng chất. Tính xác suất P để hiệu số chấm trên các mặt xuất hiện của hai con súc sắc bằng 2.

A. $\frac{1}{3}$. B. $\frac{2}{9}$. C. $\frac{1}{9}$. D. 1.

Câu 40. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đường thẳng SA vuông góc với mặt phẳng $(ABCD)$, đáy $ABCD$ là hình thang vuông tại A và B , có $AB = a, AD = 2a, BC = a$. Biết rằng $SA = a\sqrt{2}$. Tính thể tích V của khối chóp $S.BCD$ theo a .

A. $V = \frac{a^3\sqrt{2}}{2}$. B. $V = \frac{2a^3\sqrt{2}}{3}$. C. $V = 2a^3\sqrt{2}$. D. $V = \frac{a^3\sqrt{2}}{6}$.

Câu 41. Cho chiếc trống như hình vẽ, có đường sinh là nửa elip được cắt bởi trục lớn với độ dài trục lớn bằng 80 cm, độ dài trục bé bằng 60 cm và đáy trống là hình tròn có bán kính bằng 60 cm. Tính thể tích V của chiếc trống (kết quả làm tròn đến hàng đơn vị).



A. $V = 344963 \text{ cm}^3$. B. $V = 344964 \text{ cm}^3$. C. $V = 208347 \text{ cm}^3$. D. $V = 208346 \text{ cm}^3$.

Câu 42: Cho lăng trụ đứng tam giác $ABC.A'B'C'$. Gọi M, N, P, Q là các điểm lần lượt thuộc các cạnh $AA', BB', CC', B'C'$ thỏa mãn $\frac{AM}{AA'} = \frac{1}{2}, \frac{BN}{BB'} = \frac{1}{3}, \frac{CP}{CC'} = \frac{1}{4}, \frac{C'Q}{B'C'} = \frac{1}{5}$. Gọi V_1, V_2 lần lượt là thể tích khối tứ diện $MNPQ$ và khối lăng trụ $ABC.A'B'C'$. Tính tỷ số $\frac{V_1}{V_2}$.

- A. $\frac{V_1}{V_2} = \frac{11}{30}$. B. $\frac{V_1}{V_2} = \frac{11}{45}$. C. $\frac{V_1}{V_2} = \frac{19}{45}$. D. $\frac{V_1}{V_2} = \frac{22}{45}$.

Câu 43: Trong mặt phẳng với hệ trục tọa độ Oxy , cho đường thẳng d cắt hai trục Ox và Oy lần lượt tại hai điểm $A(a;0)$ và $B(0;b)$ ($a \neq 0; b \neq 0$). Viết phương trình đường thẳng d .

- A. $d: \frac{x}{a} + \frac{y}{b} = 0$. B. $d: \frac{x}{a} - \frac{y}{b} = 1$. C. $d: \frac{x}{a} + \frac{y}{b} = 1$.
D. $d: \frac{x}{b} + \frac{y}{a} = 1$.

Câu 44: Gọi m và M lần lượt là giá trị nhỏ nhất và giá trị lớn nhất của hàm số $y = x - \sqrt{4 - x^2}$. Tính tổng $M + m$.

- A. $M + m = 2 - \sqrt{2}$. B. $M + m = 2(1 + \sqrt{2})$.
C. $M + m = 2(1 - \sqrt{2})$. D. $M + m = 4$.

Câu 45: Tính giới hạn $L = \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{n^3 - 2n}{3n^2 + n - 2}$.

- A. $L = +\infty$. B. $L = 0$. C. $L = \frac{1}{3}$. D. $L = -\infty$.

Câu 46: Gọi T là tổng các nghiệm của phương trình $\log_{\frac{1}{3}} x - 5 \log_3 x + 4 = 0$. Tính T .

- A. $T = 4$. B. $T = -4$. C. $T = 84$. D. $T = 5$.

Câu 47: Tìm nghiệm của phương trình $\sin^4 x - \cos^4 x = 0$

- A. $x = \frac{\pi}{4} + \frac{k\pi}{2}, k \in \mathbb{Z}$. B. $x = \frac{\pi}{4} + k\pi, k \in \mathbb{Z}$.
C. $x = \pm \frac{\pi}{4} + k2\pi, k \in \mathbb{Z}$. D. $x = \frac{k\pi}{2}, k \in \mathbb{Z}$.

Câu 48: Tìm điều kiện cần và đủ của a, b, c để phương trình $a \sin x + b \cos x = c$ có nghiệm?

- A. $a^2 + b^2 > c^2$. B. $a^2 + b^2 \leq c^2$. C. $a^2 + b^2 = c^2$.
D. $a^2 + b^2 \geq c^2$.

Câu 49: Tìm tập xác định của hàm số $y = (x^2 - 1)^{-4}$.

- A. $D = \mathbb{R}$. B. $D = (-1; 1)$.
C. $D = \mathbb{R} \setminus \{-1; 1\}$. D. $D = (-\infty; -1) \cup (1; +\infty)$

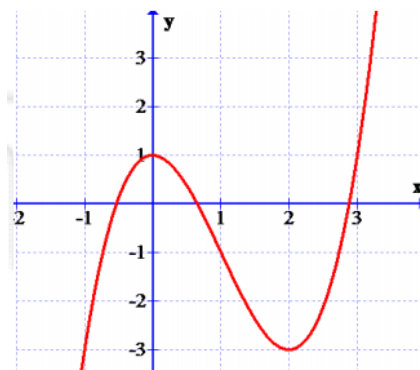
Câu 50. Hình vẽ bên là đồ thị của hàm số nào trong các hàm số dưới đây?

A. $y = x^3 - 3x^2 + 1.$

B. $y = 2x^3 - 6x^2 + 1.$

C. $y = -x^3 - 3x^2 + 1.$

D. $y = -\frac{1}{3}x^3 + x^2 + 1.$



**BẢNG ĐÁP ÁN VÀ GIẢI CHI TIẾT ĐỀ THI THỬ THPTQG LẦN 1 TRƯỜNG
THPT CHUYÊN QUỐC HỌC HUẾ
NĂM 2018 - 2019**



1.A	2.B	3.D	4.D	5.C	6.A	7.D	8.D	9.D	10.D
11.A	12.B	13.B	14.A	15.A	16.D	17.C	18.D	19.C	20.C
21.A	22.B	23.C	24.A	25.A	26.A	27.D	28.C	29.C	30.B
31.C	32.C	33.C	34.A	35.C	36.B	37.D	38.D	39.B	40.D
41.B	42.B	43.C	44.C	45.A	46.C	47.A	48.D	49.C	50.A

Câu 1. Tìm hệ số của số hạng không chứa x trong khai triển $\left(\frac{x}{2} + \frac{4}{x}\right)^{18}$ với $x \neq 0$.

A. $2^9 C_{18}^9$.

B. $2^{11} C_{18}^7$.

C. $2^8 C_{18}^8$.

D. $2^8 C_{18}^{10}$.

Lời giải

Tác giả: Dương Chiến; Fb: DuongChien.Ls

Chọn A

Số hạng tổng quát trong khai triển $\left(\frac{x}{2} + \frac{4}{x}\right)^{18}$ là $C_{18}^k \left(\frac{x}{2}\right)^{18-k} \left(\frac{4}{x}\right)^k = C_{18}^k 2^{3k-18} x^{18-2k}$,
($k \in \mathbb{N}, 0 \leq k \leq 18$).

Số hạng không chứa x nên $18 - 2k = 0 \Leftrightarrow k = 9$.

Hệ số của số hạng không chứa x trong khai triển $\left(\frac{x}{2} + \frac{4}{x}\right)^{18}$ là $2^9 C_{18}^9$.

Câu 2. Cho hình lăng trụ tam giác đều $ABC.A'B'C'$ có $AB = 2a$, $AA' = a\sqrt{3}$. Tính thể tích V của khối lăng trụ $ABC.A'B'C'$ theo a .

A. $V = a^3$.

B. $V = 3a^3$.

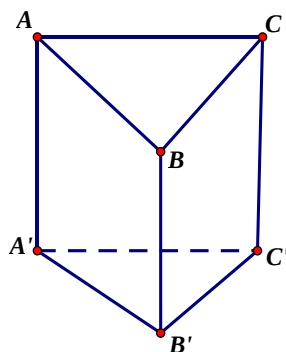
C. $V = \frac{a^3}{4}$.

D. $V = \frac{3a^3}{4}$.

Lời giải

Tác giả: Dương Chiến; Fb: DuongChien.Ls

Chọn B



Do $\triangle ABC$ đều nên $B = S_{\triangle ABC} = \frac{AB^2 \sqrt{3}}{4} = \frac{(2a)^2 \sqrt{3}}{4} = a^2 \sqrt{3}$.

$h = AA' = a\sqrt{3} \Rightarrow V = B.h = a^2 \sqrt{3} . a\sqrt{3} = 3a^3$.

Câu 3. Tìm số giá trị nguyên thuộc đoạn $[-2019; 2019]$ của tham số m để đồ thị hàm số

$y = \frac{\sqrt{x-3}}{x^2 + x - m}$ có đúng hai đường tiệm cận.

A. 2007.

B. 2010.

C. 2009.

D. 2008.

Lời giải

Tác giả: Nguyễn Mạnh Dũng; Fb: dungmanhnguyen

Chọn D

Xét hàm số $y = \frac{\sqrt{x-3}}{x^2 + x - m}$.

+) TXĐ: $D = [3; +\infty)$

+) $\lim_{x \rightarrow +\infty} y = \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{\sqrt{x-3}}{x^2 + x - m} = \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{\sqrt{\frac{1}{x^3} - \frac{3}{x^4}}}{1 + \frac{1}{x} - \frac{m}{x^2}} = 0$. Do đó ĐTHS có 1 tiệm cận ngang $y = 0$.

+) Để ĐTHS có 2 đường tiệm cận thì phải có thêm 1 tiệm cận đứng. Vậy yêu cầu bài toán trở thành: Tìm điều kiện để phương trình $x^2 + x - m = 0$ phải có 1 nghiệm lớn hơn hoặc bằng 3.

Trường hợp 1: Phương trình $x^2 + x - m = 0$ phải có 2 nghiệm x_1, x_2 thỏa mãn $x_1 < 3 < x_2$.

$\Leftrightarrow a.f(3) < 0 \Leftrightarrow 12 - m < 0 \Leftrightarrow m > 12$.

Trường hợp 2: Phương trình $x^2 + x - m = 0$ có nghiệm $x = 3$ thì $m = 12$.

Với $m = 12$ phương trình trở thành: $x^2 + x - 12 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 3 \\ x = -4 \end{cases} \text{ (tmđk)}$

Trường hợp 3: Phương trình $x^2 + x - m = 0$ có nghiệm kép $x > 3$.

Khi $m = \frac{-1}{4}$ thì phương trình có nghiệm $x = \frac{-1}{2}$. (không thỏa mãn)

Theo đề bài $m \in [-2019; 2019]$, m nguyên do đó $m \in [12; 2019]$.

Vậy có $(2019 - 12) + 1 = 2008$ giá trị của m .

Ý kiến phản biện:

Có thể nhận xét phương trình $x^2 + x - m = 0$ (1) nếu có nghiệm thì $x_1 + x_2 = -1$ do đó (1) luôn có ít nhất một nghiệm âm. Vậy đk bài toán chỉ thỏa mãn khi và chỉ khi (1) có 2 nghiệm x_1, x_2 thỏa mãn $x_1 < 0 < 3 \leq x_2 \Leftrightarrow af(3) \leq 0 \Leftrightarrow m \geq 12$.

Câu 4. Cho đa thức $f(x) = (1+3x)^n = a_0 + a_1x + a_2x^2 + \dots + a_nx^n$ ($n \in \mathbb{N}^*$). Tìm hệ số a_3 , biết rằng

$$a_1 + 2a_2 + \dots + na_n = 49152n$$

A. $a_3 = 945$.

B. $a_3 = 252$.

C. $a_3 = 5670$.

D. $a_3 = 1512$.

Lời giải

Tác giả: Nguyễn Thành Trung ; Fb: Nguyễn Thành Trung

Chọn D

Đạo hàm hai vế $f(x)$

$$\Rightarrow f'(x) = 3n(1+3x)^{n-1} = a_1 + 2a_2x + \dots + na_nx^{n-1}$$

$$\Rightarrow f'(1) = 3n \cdot 4^{n-1} = a_1 + 2a_2 + \dots + na_n = 49152n \Rightarrow 4^{n-1} = 16384 \Leftrightarrow n = 8$$

Số hạng tổng quát thứ $k+1$ trong khai triển thành đa thức của $(1+3x)^8$ là $T_{k+1} = C_8^k 3^k x^k$

$$\Rightarrow a_3 = C_8^3 3^3 = 1512$$

Câu 5. Tìm tất cả các giá trị của tham số m để phương trình:

$$\frac{1}{3} |\cos^3 x| - 3 \cos^2 x + 5 |\cos x| - 3 + 2m = 0$$

có đúng bốn nghiệm thuộc đoạn $[0; 2\pi]$.

A. $-\frac{3}{2} < m < -\frac{1}{3}$.

B. $\frac{1}{3} \leq m < \frac{3}{2}$.

C. $\frac{1}{3} < m < \frac{3}{2}$.

D. $-\frac{3}{2} \leq m \leq -\frac{1}{3}$.

Lời giải

Tác giả: Nguyễn Đức Hoạch; Fb: Hoạch Nguyễn

Chọn C

Đặt $|\cos x| = t \geq 0$

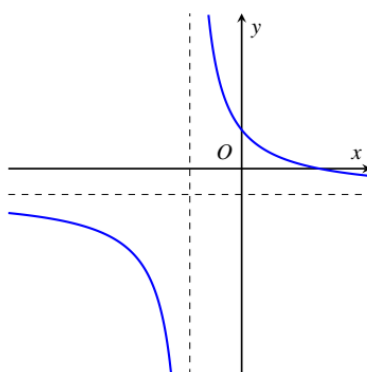
Phương trình: $\frac{1}{3}|\cos^3 x| - 3\cos^2 x + 5|\cos x| - 3 + 2m = 0$ có đúng bốn nghiệm thuộc đoạn $[0; 2\pi]$

$$\Leftrightarrow \text{PT } \frac{1}{3}t^3 - 3t^2 + 5t - 3 + 2m = 0 \text{ có 1 nghiệm } t \in (0; 1)$$

$$\Leftrightarrow \frac{1}{3}t^3 - 3t^2 + 5t - 3 = -2m \text{ có 1 nghiệm } t \in (0; 1)$$

Xét hàm số $f(t) = \frac{1}{3}t^3 - 3t^2 + 5t - 3$ với $t \in (0; 1)$. Ta có $f'(t) = t^2 - 6t + 5 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} t = 1 \\ t = 5 \end{cases}$

Bảng biến thiên:



x	0	1	5
y'		+	
y		$-\frac{2}{3}$	

$$\text{Vậy } -3 < -2m < -\frac{2}{3} \Leftrightarrow \frac{3}{2} > m > \frac{1}{3}$$

Câu 6. Cho hàm số $y = \frac{ax+b}{cx+d}$ có đồ thị như hình vẽ. Chọn mệnh đề **đúng** trong các mệnh đề sau:

A. Hàm số $y = ax^3 + bx^2 + cx + d$ có hai điểm cực trị trái dấu.

B. Đồ thị hàm số $y = ax^3 + bx^2 + cx + d$ cắt trục tung tại điểm có tung độ dương.

C. Đồ thị hàm số $y = ax^3 + bx^2 + cx + d$ có hai điểm cực trị nằm bên phải trục tung.

D. Tâm đối xứng của đồ thị hàm số $y = ax^3 + bx^2 + cx + d$ nằm bên trái trục tung.

Lời giải

Tác giả: Nguyễn Thành Trung ; Fb: Nguyễn Thành Trung

Chọn A

$$\text{Từ đồ thị ta có: } \begin{cases} \frac{a}{c} < 0 \\ -\frac{d}{c} < 0 \\ \frac{b}{d} > 0 \\ -\frac{b}{a} > 0 \\ a.d - b.c < 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} \frac{a}{c} < 0 & (1) \\ \frac{d}{c} > 0 & (2) \\ \frac{b}{d} > 0 & (3) \\ \frac{b}{a} < 0 & (4) \\ a.d - b.c < 0 & (5) \end{cases}$$

A. Hàm số $y = ax^3 + bx^2 + cx + d$ có hai điểm cực trị trái dấu

$$\Leftrightarrow y' = 3ax^2 + 2bx + c \text{ có hai nghiệm trái dấu} \Leftrightarrow 3a.c < 0 \Leftrightarrow a.c < 0. \text{ Đúng với (1)}$$

B. Đồ thị hàm số $y = ax^3 + bx^2 + cx + d$ cắt trục tung tại điểm có tung độ dương.

Sai Suy ra $d > 0$ Chưa đủ để kết luận $\frac{d}{c} > 0$ vì ở đây $c > 0$ hoặc $c < 0$ ví dụ như hàm số

$$y = \frac{-x-2}{-3x-5}; y = \frac{x+2}{3x+5} \text{ rõ ràng } \frac{-2}{-5} = \frac{2}{5} > 0.$$

C. Đồ thị hàm số $y = ax^3 + bx^2 + cx + d$ có hai điểm cực trị nằm bên phải trục tung.

Sai vì

$$\Leftrightarrow \begin{cases} \Delta'_{y'} > 0 \\ -\frac{2b}{3a} > 0 \\ \frac{c}{3a} > 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} \Delta'_{y'} > 0 \\ \frac{b}{a} < 0 \\ \frac{c}{a} > 0 \end{cases} \text{ Trái với (1)}$$

D. Tâm đối xứng của đồ thị hàm số $y = ax^3 + bx^2 + cx + d$ nằm bên trái trục tung.

Sai vì

$$\text{Hoành độ tâm đối xứng là nghiệm của } y'' = 0 \Leftrightarrow x = -\frac{b}{3a}$$

Yêu cầu của đề hoành độ tâm đối xứng âm nên $-\frac{b}{3a} < 0 \Leftrightarrow \frac{b}{a} > 0$ Trái với (3)

Câu 7. Cho hình chóp tứ giác đều $S.ABCD$ có cạnh đáy bằng a và chiều cao bằng $a\sqrt{2}$. Tính khoảng cách d từ tâm O của đáy $ABCD$ đến một mặt bên theo a .

A. $d = \frac{a\sqrt{5}}{2}$.

B. $d = \frac{a\sqrt{3}}{2}$.

C. $d = \frac{2a\sqrt{5}}{3}$.

D. $d = \frac{a\sqrt{2}}{3}$.

Lời giải

Tác giả: Lê Trọng Hiếu; Fb: Hieu Le

Chọn D

Kẻ $OH \perp BC, OK \perp SH$

Ta có: $\begin{cases} OH \perp BC \\ SO \perp BC \end{cases} \Rightarrow BC \perp (SOH) \Rightarrow \begin{cases} OK \perp BC \\ OK \perp SH \end{cases} \Rightarrow OK \perp (SBC) \Rightarrow d(O; (SBC)) = OK$

$$\text{Vì } OH = \frac{a}{2}; SO = a\sqrt{2} \Rightarrow \frac{1}{OK^2} = \frac{1}{SO^2} + \frac{1}{OH^2} \Rightarrow OK^2 = \frac{2a^2}{9} \Rightarrow OK = \frac{a\sqrt{2}}{3}$$

Câu 8. Cho tích phân $I = \int_0^4 f(x) dx = 32$. Tính tích phân $J = \int_0^2 f(2x) dx$.

A. $J = 32$.

B. $J = 64$.

C. $J = 8$.

D. $J = 16$.

Lời giải

Tác giả: Lê Trọng Hiếu ; Fb: Hieu Le

Chọn D

$$\text{Đặt } t = 2x \Rightarrow dt = 2dx \Rightarrow \frac{dt}{2} = dx.$$

$$\text{Đổi cận : } x = 0 \Rightarrow t = 0; x = 2 \Rightarrow t = 4.$$

$$J = \int_0^2 f(2x) dx = \int_0^4 \frac{1}{2} f(t) dt = \frac{1}{2} \int_0^4 f(t) dt = \frac{1}{2} I = 16.$$

Câu 9. Tính tổng T các giá trị nguyên của tham số m để phương trình $e^x + (m^2 - m)e^{-x} = 2m$ có đúng hai nghiệm phân biệt nhỏ hơn $\frac{1}{\log e}$.

A. $T = 28$.

B. $T = 20$.

C. $T = 21$.

D. $T = 27$.

Lời giải

Tác giả: Hoàng Vũ ; Fb: Hoàng Vũ

Chọn D

$$e^x + (m^2 - m)e^{-x} = 2m \Leftrightarrow e^x + \frac{(m^2 - m)}{e^x} - 2m = 0 \quad (1)$$

Đặt $t = e^x, (t > 0)$

$$(1) \Leftrightarrow t^2 - 2mt + m^2 - m = 0 \quad (*)$$

Phương trình (1) có 2 nghiệm phân biệt $x_1; x_2$ thỏa: $x_1 < x_2 < \frac{1}{\log e} \Leftrightarrow$ phương trình (*) có hai nghiệm phân biệt $t_1; t_2$ thỏa mãn $0 < t_1 < t_2 < 10$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} \Delta > 0 \\ 0 < \frac{S}{2} < 10 \\ P > 0 \\ (t_1 - 10)(t_2 - 10) > 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 4m > 0 \\ 0 < m < 10 \\ m^2 - m > 0 \\ m^2 - 21m + 100 > 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m > 0 \\ 0 < m < 10 \\ m \in (-\infty; 0) \cup (1; +\infty) \\ m \in \left(-\infty; \frac{21 - \sqrt{41}}{2}\right) \cup \left(\frac{21 + \sqrt{41}}{2}; +\infty\right) \end{cases}$$

Câu 10. Cho hàm số $f(x) = \begin{cases} \frac{\sqrt{x^2 + 4} - 2}{x^2} & \text{khi } x \neq 0 \\ 2a - \frac{5}{4} & \text{khi } x = 0 \end{cases}$. Tìm giá trị thực của tham số a để hàm số $f(x)$

liên tục tại $x = 0$.

A. $a = -\frac{3}{4}$.

B. $a = \frac{4}{3}$.

C. $a = -\frac{4}{3}$.

D.

$a = \frac{3}{4}$

Lời giải

Tác giả: Phạm Hoàng Điệp; Fb: Hoàng Điệp Phạm.

Chọn D

Tập xác định: $D = \mathbb{R}$.

$$\lim_{x \rightarrow 0} f(x) = \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sqrt{x^2 + 4} - 2}{x^2} = \lim_{x \rightarrow 0} \frac{(\sqrt{x^2 + 4} - 2)(\sqrt{x^2 + 4} + 2)}{x^2(\sqrt{x^2 + 4} + 2)}$$

$$= \lim_{x \rightarrow 0} \frac{x^2 + 4 - 4}{x^2(\sqrt{x^2 + 4} + 2)} = \lim_{x \rightarrow 0} \frac{1}{\sqrt{x^2 + 4} + 2} = \frac{1}{4}.$$

$$f(0) = 2a - \frac{5}{4}.$$

$$\text{Hàm số } f(x) \text{ liên tục tại } x = 0 \Leftrightarrow \lim_{x \rightarrow 0} f(x) = f(0) \Leftrightarrow 2a - \frac{5}{4} = \frac{1}{4} \Leftrightarrow a = \frac{3}{4}.$$

Vậy $a = \frac{3}{4}$.

Câu 11. Tìm giá trị cực đại của hàm số $y = x^3 - 3x^2 - 9x + 1$.**A. 6.****B. 3.****C. -26.****D. -20.****Lời giải****Tác giả: Phạm Hoàng Điệp; Fb: Hoàng Điệp Phạm.****Chọn A**Tập xác định: $D = \mathbb{R}$.Ta có: $y' = 3x^2 - 6x - 9$;

$$y' = 0 \Leftrightarrow 3x^2 - 6x - 9 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 3 \\ x = -1 \end{cases}$$

Bảng biến thiên:

x	$-\infty$	-1	3	$+\infty$	
y'	$+$	0	$-$	0	$+$
y	$-\infty$	6	-26	$+\infty$	

Vậy giá trị cực đại của hàm số là $y_{CD} = 6$.

Câu 12. Cho mặt cầu tâm O và tam giác ABC có ba đỉnh nằm trên mặt cầu với góc $BAC = 30^\circ$ và $BC = a$. Gọi S là điểm nằm trên mặt cầu, không thuộc mặt phẳng (ABC) và thỏa mãn $SA = SB = SC$, góc giữa đường thẳng SA và mặt phẳng (ABC) bằng 60° . Tính thể tích V của khối cầu tâm O theo a .

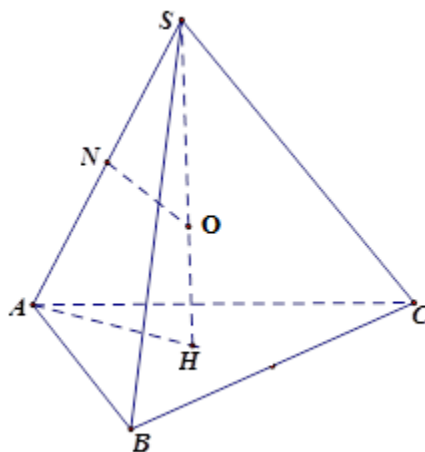
A. $V = \frac{\sqrt{3}}{9} \pi a^3$.

B. $V = \frac{32\sqrt{3}}{27} \pi a^3$.

C. $V = \frac{4\sqrt{3}}{27} \pi a^3$.

D. $V = \frac{15\sqrt{3}}{27} \pi a^3$.

Lời giải**Tác giả: Lê Đức Lộc; Fb: Lê Đức Lộc****Chọn B**



Gọi H là tâm đường tròn ngoại tiếp tam giác ABC , khi đó $SH \perp (ABC)$ và SH là trục đường tròn ngoại tiếp đa giác đáy.

Góc giữa đường thẳng SA và mặt phẳng (ABC) là $SAH = 60^\circ$.

Gọi N là trung điểm SA , mặt phẳng trung trực của cạnh SA cắt SH tại O . Khi đó $OS = OA = OB = OC$ nên O là tâm mặt cầu ngoại tiếp hình chóp $S.ABC$.

Khi đó bán kính đường tròn ngoại tiếp tam giác ABC là $AH = \frac{BC}{2 \sin 30^\circ} = a$.

$$SH = AH \cdot \tan 60^\circ = a\sqrt{3}, \quad SA = \sqrt{SH^2 + AH^2} = 2a.$$

$$\text{Bán kính mặt cầu là } R = SO = \frac{SN \cdot SA}{SH} = \frac{SA^2}{2SH} = \frac{2\sqrt{3}}{3}a.$$

$$\text{Thể tích của khối cầu tâm } O \text{ là } V = \frac{4}{3}\pi R^3 = \frac{32\sqrt{3}}{27}\pi a^3.$$

Câu 13. Cho tích phân $I = \int_0^2 f(x) dx = 2$. Tính tích phân $J = \int_0^2 [3f(x) - 2] dx$.

- A. $J = 6$. B. $J = 2$. C. $J = 8$. D. $J = 4$.

Lời giải

Tác giả: Nguyễn Thị Trà My ; Fb: Nguyễn My

Chọn B

$$\text{Ta có } J = \int_0^2 [3f(x) - 2] dx = 3 \int_0^2 f(x) dx - 2 \int_0^2 dx = 3 \cdot 2 - 2x \Big|_0^2 = 6 - 4 = 2.$$

Câu 14. Gọi $F(x)$ là nguyên hàm trên $\mathbb{R}$ của hàm số $f(x) = x^2 e^{ax}$ ($a \neq 0$), sao cho $F\left(\frac{1}{a}\right) = F(0) + 1$.

Chọn mệnh đề đúng trong các mệnh đề sau.

- A. $0 < a \leq 1$. B. $a < -2$. C. $a \geq 3$. D. $1 < a < 2$.

Lời giải

Tác giả: Nguyễn Thị Trà My ; Fb: Nguyễn My

Chọn A

$$F(x) = \int x^2 e^{ax} dx. \text{ Đặt } \begin{cases} u = x^2 \\ dv = e^{ax} dx \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} du = 2x dx \\ v = \frac{1}{a} e^{ax} \end{cases}.$$

$$\Rightarrow F(x) = \frac{1}{a} x^2 e^{ax} - \frac{2}{a} \int x e^{ax} dx = \frac{1}{a} x^2 e^{ax} - \frac{2}{a} A \quad (1)$$

$$\text{Xét } A = \int x e^{ax} dx. \text{ Đặt } \begin{cases} u = x \\ dv = e^{ax} dx \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} du = dx \\ v = \frac{1}{a} e^{ax} \end{cases}.$$

$$\Rightarrow A = \frac{1}{a} x e^{ax} - \frac{1}{a} \int e^{ax} dx \quad (2)$$

$$\text{Từ (1) và (2) suy ra } F(x) = \frac{1}{a} x^2 e^{ax} - \frac{2}{a^2} x e^{ax} + \frac{2}{a^2} \int e^{ax} dx = \frac{1}{a} x^2 e^{ax} - \frac{2}{a^2} x e^{ax} + \frac{2}{a^3} e^{ax} + C.$$

$$\text{Mà } F\left(\frac{1}{a}\right) = F(0) + 1 \Rightarrow \frac{1}{a^3} e - \frac{2}{a^3} e + \frac{2}{a^3} e + C = \frac{2}{a^3} + 1 + C$$

$$\Rightarrow a^3 = e - 2 \Rightarrow a = \sqrt[3]{e-2} \Rightarrow 0 < a \leq 1.$$

Câu 15. Hình bát diện đều thuộc khối đa diện đều nào sau đây?

A. $\{3; 4\}$.

B. $\{3; 3\}$.

C. $\{5; 3\}$.

D. $\{4; 3\}$.

Lời giải

Tác giả: Nguyễn Hoa; Fb: Hoa Nguyễn

Chọn A

Hình bát diện đều thuộc khối đa diện đều loại $\{3; 4\}$.

Câu 16. Tìm giá trị thực của tham số m để hàm số $y = x^3 - 3x^2 + mx$ đạt cực đại tại $x = 0$.

A. $m = 1$.

B. $m = 2$.

C. $m = -2$.

D. $m = 0$.

Lời giải

Tác giả: Nguyễn Hoa; Fb: Hoa Nguyễn

Chọn D

TXĐ: $D = \mathbb{R}$

$$y' = 3x^2 - 6x + m, y'' = 6x - 6.$$

Hàm số $y = x^3 - 3x^2 + mx$ đạt cực đại tại $x = 0 \Rightarrow y'(0) = 0 \Leftrightarrow m = 0$.

Với $m = 0$ ta có: $y''(0) = -6 < 0 \Rightarrow x = 0$ là điểm cực đại của đồ thị hàm số.

Vậy $m = 0$ là giá trị cần tìm.

Câu 17. Trong các hàm số dưới đây, hàm số nào nghịch biến trên tập số thực R .

A. $y = \left(\frac{\pi}{3}\right)^x$.

B. $y = \log_{\frac{\pi}{4}}(2x^2 + 1)$.

C. $y = \left(\frac{2}{e}\right)^x$.

D. $y = \log_{\frac{2}{3}} x$.

Lời giải

Tác giả: PhanThanhLộc; Fb: PhanThanhLộc

Chọn C

Vì $\frac{2}{e} < 1$ nên $y = \left(\frac{2}{e}\right)^x$ nghịch biến trên R .

Câu 18. Gọi l, h, r lần lượt là độ dài đường sinh, chiều cao và bán kính mặt đáy của một hình nón. Tính diện tích xung quanh S_{xq} của hình nón đó theo l, h, r .

A. $S_{xq} = 2\pi rl$.

B. $S_{xq} = \frac{1}{3}\pi r^2 h$.

C. $S_{xq} = \pi rh$.

D. $S_{xq} = \pi rl$.

Lời giải

Tác giả: PhanThanhLộc; Fb: PhanThanhLộc

Chọn D

Câu 19. Tìm tập nghiệm S của bất phương trình $\left(\frac{1}{2}\right)^{-x^2+3x} < \frac{1}{4}$.

A. $S = [1; 2]$.

B. $S = (-\infty; 1)$.

C. $S = (1; 2)$.

D. $S = (2; +\infty)$.

Lời giải

Tác giả: Trần Mạnh Trung ; Fb: TrungTran

Chọn C

$$\left(\frac{1}{2}\right)^{-x^2+3x} < \frac{1}{4} \Leftrightarrow \left(\frac{1}{2}\right)^{-x^2+3x} < \left(\frac{1}{2}\right)^2 \Leftrightarrow -x^2 + 3x > 2 \Leftrightarrow x^2 - 3x + 2 < 0 \Leftrightarrow 1 < x < 2.$$

Vậy tập nghiệm của bất phương trình đã cho là $S = (1; 2)$.

Câu 20. Cho hình lăng trụ $ABC.A'B'C'$ có đáy ABC là tam giác đều cạnh a , $AA' = \frac{3a}{2}$. Biết rằng hình chiếu vuông góc của điểm A' lên mặt phẳng (ABC) là trung điểm của cạnh BC . Tính thể tích V của khối lăng trụ đó theo a .

A. $V = a^3 \sqrt{\frac{3}{2}}$.

B. $V = \frac{2a^3}{3}$.

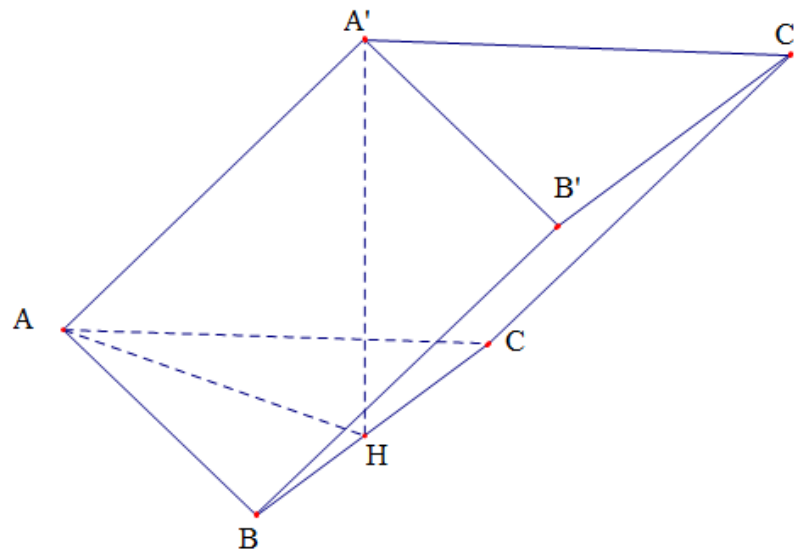
C. $V = \frac{3a^3}{4\sqrt{2}}$.

D. $V = a^3$.

Lời giải

Tác giả: Mai Đình Kế; Fb: Tương Lai

Chọn C



Gọi H là hình chiếu vuông góc của A' lên (ABC) , suy ra H là trung điểm của BC và tam giác $A'AH$ vuông tại H .

Ta có $AH = \frac{a\sqrt{3}}{2}$, $S_{ABC} = \frac{a^2\sqrt{3}}{4}$ (Vì tam giác ABC đều).

$$\Rightarrow A'H = \sqrt{AA'^2 - AH^2} = \sqrt{\frac{9a^2}{4} - \frac{3a^2}{4}} = \frac{a\sqrt{6}}{2}.$$

$$\text{Vậy } V_{ABC.A'B'C'} = A'H \cdot S_{ABC} = \frac{a\sqrt{6}}{2} \cdot \frac{a^2\sqrt{3}}{4} = \frac{3\sqrt{2}a^3}{8} = \frac{3a^3}{4\sqrt{2}}.$$

Câu 21. Tính diện tích S của hình phẳng (H) giới hạn bởi các đường cong $y = -x^3 + 12x$ và $y = -x^2$.

A. $S = \frac{937}{12}$.

B. $S = \frac{343}{12}$.

C. $S = \frac{793}{4}$.

D. $S = \frac{397}{4}$.

Lời giải

Tác giả: Nguyễn Văn Thắng; Fb: Nguyễn Thắng.

Chọn A

Xét phương trình hoành độ giao điểm 2 đường cong:

$$-x^3 + 12x = -x^2 \Leftrightarrow x(x^2 - x - 12) = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 0 \\ x = -3 \\ x = 4 \end{cases}.$$

$$\begin{aligned} \Rightarrow \text{Diện tích cần tìm là: } S &= \int_{-3}^4 |x^3 - x^2 - 12x| dx = \int_{-3}^0 |x^3 - x^2 - 12x| dx + \int_0^4 |x^3 - x^2 - 12x| dx \\ &= \left| \int_{-3}^0 (x^3 - x^2 - 12x) dx \right| + \left| \int_0^4 (x^3 - x^2 - 12x) dx \right| = \left| \left(\frac{x^4}{4} - \frac{x^3}{3} - 6x^2 \right) \right|_{-3}^0 + \left| \left(\frac{x^4}{4} - \frac{x^3}{3} - 6x^2 \right) \right|_0^4 \\ &= \left| \frac{-99}{4} \right| + \left| \frac{-160}{3} \right| = \frac{937}{12}. \end{aligned}$$

Câu 22. Cho hàm số $y = f(x)$ có bảng biến thiên như bên dưới.

x	$-\infty$	-1	1	$+\infty$	
y'	$+$	0	$-$	0	$+$
y	$-\infty$	3	-1	$+\infty$	

Mệnh đề nào dưới đây **sai**?

- A. Hàm số nghịch biến trên khoảng $(-1; 0)$. B. Hàm số đồng biến trên khoảng $(-\infty; 3)$.
 C. Hàm số nghịch biến trên khoảng $(0; 1)$. D. Hàm số đồng biến trên khoảng $(2; +\infty)$.

Lời giải

Tác giả: Trần Mạnh Trung ; Fb: TrungTran

Chọn B

Dựa vào BBT ta có hàm số đồng biến trên khoảng $(-\infty; 3)$ là sai.

Câu 23. Tìm hệ số góc của tiếp tuyến của đồ thị hàm số $y = \frac{3-4x}{x-2}$ tại điểm có tung độ $y = -\frac{7}{3}$.

- A. $\frac{9}{5}$. B. $-\frac{5}{9}$. C. $\frac{5}{9}$. D. -10 .

Lời giải

Tác giả: Nguyễn Trần Tuấn Minh; Fb: Tuấn Minh

Chọn C

$$y = -\frac{7}{3} \Rightarrow \frac{3-4x}{x-2} = -\frac{7}{3} \Leftrightarrow x = -1.$$

$$\text{Ta có: } y' = \frac{5}{(x-2)^2}.$$

$$\text{Vậy hệ số góc cần tìm là } y'(-1) = \frac{5}{9}.$$

Câu 24. Cho hàm số $F(x)$ là một nguyên hàm của hàm số $f(x) = \frac{2\cos x - 1}{\sin^2 x}$ trên khoảng $(0; \pi)$. Biết rằng giá trị lớn nhất của $F(x)$ trên khoảng $(0; \pi)$ là $\sqrt{3}$. Chọn mệnh đề đúng trong các mệnh đề sau.

- A.** $F\left(\frac{\pi}{6}\right) = 3\sqrt{3} - 4$. **B.** $F\left(\frac{2\pi}{3}\right) = \frac{\sqrt{3}}{2}$. **C.** $F\left(\frac{\pi}{3}\right) = -\sqrt{3}$. **D.** $F\left(\frac{5\pi}{6}\right) = 3 - \sqrt{3}$.

Lời giải

Tác giả: Nguyễn Văn Mộng ; Fb: Nguyễn Văn Mộng

Chọn A

Ta có:

$$\begin{aligned} \int f(x) dx &= \int \frac{2\cos x - 1}{\sin^2 x} dx = 2 \int \frac{\cos x}{\sin^2 x} dx - \int \frac{1}{\sin^2 x} dx \\ &= 2 \int \frac{d(\sin x)}{\sin^2 x} - \int \frac{1}{\sin^2 x} dx = -\frac{2}{\sin x} + \cot x + C \end{aligned}$$

Do $F(x)$ là một nguyên hàm của hàm số $f(x) = \frac{2\cos x - 1}{\sin^2 x}$ trên khoảng $(0; \pi)$ nên hàm số $F(x)$ có công thức dạng $F(x) = -\frac{2}{\sin x} + \cot x + C$ với mọi $x \in (0; \pi)$.

Xét hàm số $F(x) = -\frac{2}{\sin x} + \cot x + C$ xác định và liên tục trên $(0; \pi)$.

$$F'(x) = f(x) = \frac{2\cos x - 1}{\sin^2 x}$$

$$\text{Xét } F'(x) = 0 \Leftrightarrow \frac{2\cos x - 1}{\sin^2 x} = 0 \Leftrightarrow \cos x = \frac{1}{2} \Leftrightarrow x = \pm \frac{\pi}{3} + k2\pi \quad (k \in \mathbb{Z}).$$

Trên khoảng $(0; \pi)$, phương trình $F'(x) = 0$ có một nghiệm $x = \frac{\pi}{3}$

Bảng biến thiên:

x	0	$\frac{\pi}{3}$	π
$F'(x)$		$+$	$-$
$F(x)$		$-\sqrt{3} + C$	

$$\max_{(0; \pi)} F(x) = F\left(\frac{\pi}{3}\right) = -\sqrt{3} + C$$

Theo đề bài ta có, $-\sqrt{3} + C = \sqrt{3} \Leftrightarrow C = 2\sqrt{3}$.

Do đó, $F(x) = -\frac{2}{\sin x} + \cot x + 2\sqrt{3}$.

Khi đó, $F\left(\frac{\pi}{6}\right) = 3\sqrt{3} - 4$. Vậy ta chọn A.

Câu 25. Cho hàm số $f(x)$ có đạo hàm trên $\mathbb{R}$ là $f'(x) = (x-1)(x+3)$. Có bao nhiêu giá trị nguyên của tham số m thuộc đoạn $[-10; 20]$ để hàm số $y = f(x^2 + 3x - m)$ đồng biến trên khoảng $(0; 2)$?

A. 18.

B. 17.

C. 16.

D. 20.

Lời giải

Tác giả: Trần Quốc An; Fb: Tran Quoc An

Chọn A

Bảng biến thiên

x	$-\infty$	-3	1	$+\infty$	
$f'(x)$	$+$	0	$-$	0	$+$

Ta có: $y' = (2x+3)f'(x^2+3x-m)$.

Vì $2x+3 > 0, \forall x \in (0; 2)$. Do đó, để hàm số $y = f(x^2+3x-m)$ đồng biến trên khoảng $(0; 2)$

thì $f'(x^2+3x-m) \geq 0, \forall x \in (0; 2)$ (*).

Đặt $t = x^2+3x-m$. Vì $x \in (0; 2) \Rightarrow t \in (-m; 10-m)$.

(*) trở thành: $f'(t) \geq 0, \forall t \in (-m; 10-m)$.

Dựa vào bảng xét dấu của $f'(x)$ ta có: $\begin{cases} 10-m \leq -3 \\ 1 \leq -m \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m \geq 13 \\ m \leq -1 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} 13 \leq m \leq 20 \\ -10 \leq m \leq -1 \\ m \in \mathbb{Z} \end{cases}$

$\Rightarrow m \in \{-10; -9; \dots; -1; 3; 4; \dots; 20\}$.

Câu 26. Cho hình lập phương $ABCD.A'B'C'D'$. Biết tích của khoảng cách từ điểm B' và điểm D đến mặt phẳng $(D'AC)$ bằng $6a^2 (a > 0)$. Giả sử thể tích của khối lập phương $ABCD.A'B'C'D'$ là ka^2 . Chọn mệnh đề đúng trong các mệnh đề sau.

A. $k \in (20; 30)$.

B. $k \in (100; 120)$.

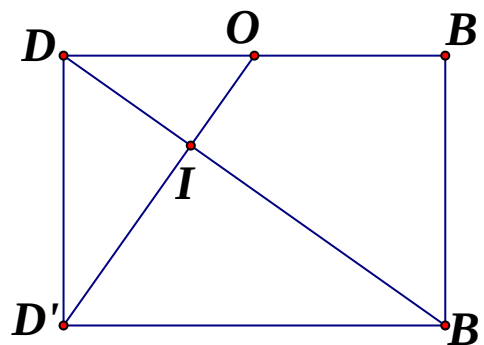
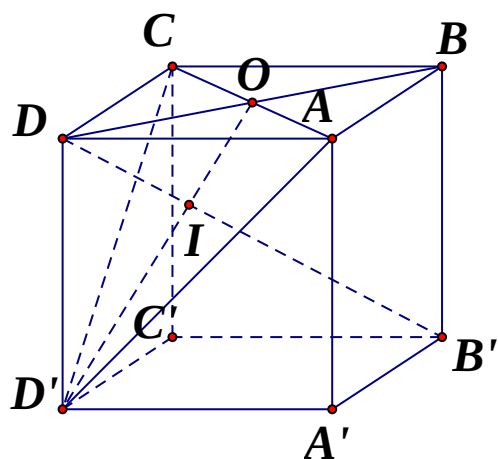
C. $k \in (50; 80)$.

D. $k \in (40; 50)$.

Lời giải

Tác giả: Nguyễn Văn Mến; Fb: NguyenVanMen@gmail.com

Chọn A



Gọi O là giao điểm của AC và BD , I là giao điểm của DB' và $D'O$. Vì AC vuông góc với BD và CC' nên $AC \perp (BDD'B')$.

Gọi x là độ dài cạnh hình lập phương $ABCD.A'B'C'D'$, khi đó hình chữ nhật $BDD'B'$ có

$$BD = B'D' = x\sqrt{2}; DO = \frac{x\sqrt{2}}{2}; OD' = \frac{x\sqrt{6}}{2}; BD' = x\sqrt{3}$$

Vì $\frac{DO}{B'D'} = \frac{DI}{B'I} = \frac{OI}{D'I} = \frac{1}{2}$ suy ra $DI = \frac{x\sqrt{3}}{3}; OI = \frac{x\sqrt{6}}{6}$ do đó tam giác $\triangle DIO; \triangle D'I B'$ là các tam giác vuông.

Do $AC \perp (BDD'B')$ và $DB' \perp D'O$ nên $d(B', (ACD')) \times d(D, (ACD')) = B'I \cdot DI = \frac{2}{3}x^2 = 6a^2$ nên $x = 3a$

Lại có thể tích của $ABCD.A'B'C'D'$ là ka^3 nên $ka^3 = 27a^3 \Leftrightarrow k = 27$

Câu 27. Cho cấp số cộng (u_n) với số hạng đầu $u_1 = -6$ và công sai $d = 4$. Tính tổng S của 14 số hạng đầu tiên của cấp số cộng đó.

A. $S = 46$.

B. $S = 308$.

C. $S = 644$.

D. $S = 280$.

Lời giải

Tác giả: Nguyễn Trần Tuấn Minh; **Fb:** Tuấn Minh

Chọn D

Tổng n số hạng đầu tiên của một cấp số cộng là $S_n = \frac{[2u_1 + (n-1)d]n}{2}$.

$$\text{Vậy } S = \frac{[2(-6) + (14-1)4]14}{2} = 280.$$

Câu 28. Một khối trụ có thể tích bằng 25π . Nếu chiều cao hình trụ tăng lên năm lần và giữ nguyên bán

Kính đáy thì được một hình trụ mới có diện tích xung quanh bằng 25π . Tính bán kính đáy r của hình trụ ban đầu.

A. $r = 15$.

B. $r = 5$.

C. $r = 10$.

D. $r = 2$.

Lời giải

Tác giả: Phạm Ngọc Hưng; Fb: Hưng Phạm Ngọc

Chọn C

Gọi h là chiều cao ban đầu của khối trụ.

$$\text{Thể tích khối trụ ban đầu là } V = \pi r^2 h = 25\pi \quad (1)$$

$$\text{Diện tích xung quanh của khối trụ sau khi tăng chiều cao lên 5 lần là } S_{xq} = 2\pi r \cdot 5h = 25\pi \quad (2).$$

$$\text{Từ (1) và (2) ta có } \frac{\pi r^2 h}{2\pi r \cdot 5h} = 1 \Leftrightarrow r = 10.$$

Câu 29. Cho x, y là các số thực lớn hơn 1 sao cho $y^x (e^x)^{e^y} \geq x^y (e^y)^{e^x}$. Tìm giá trị nhỏ nhất của biểu thức: $P = \log_x \sqrt{xy} + \log_y x$.

A. $\frac{\sqrt{2}}{2}$.

B. $2\sqrt{2}$.

C. $\frac{1+2\sqrt{2}}{2}$.

D. $\frac{1+\sqrt{2}}{2}$.

Lời giải

Tác giả: Bùi Dũng; Fb: Anhdunghus@gmail.com

Chọn C

Cách 1.

$$\text{Ta có: } y^x (e^x)^{e^y} \geq x^y (e^y)^{e^x} \Leftrightarrow \ln \left(y^x (e^x)^{e^y} \right) \geq \ln \left(x^y (e^y)^{e^x} \right)$$

$$\Leftrightarrow x \ln y + x e^y \geq y \ln x + y e^x \Leftrightarrow \frac{x}{\ln x + e^x} \geq \frac{y}{\ln y + e^y} \quad (*) \text{ (vì } y = e^x + \ln x \text{ có)}$$

$$y' = e^x + \frac{1}{x} > 0; \forall x > 1 \text{ nên } y \geq y(1) = e > 0)$$

$$\text{Xét hàm số: } f(t) = \frac{t}{\ln t + e^t} \text{ trên } (1; +\infty) \text{ ta có } f'(t) = \frac{\ln t + e^t - 1 - te^t}{(\ln t + e^t)^2}. \text{ Với hàm số}$$

$$g(t) = \ln t + e^t - 1 - te^t \text{ có } g'(t) = (\ln t + e^t - 1 - te^t)' = \frac{1}{t} - te^t < 0, \forall t > 1$$

$$\text{Nên } g(t) < g(1) = -1 \Rightarrow f'(t) < 0; \forall t > 1$$

$$\Rightarrow y = f(t) \text{ là hàm nghịch biến trên } (1; +\infty) \text{ nên với } (*) \text{ } f(x) \geq f(y) \Rightarrow y \geq x > 1$$

$$\text{Khi đó } P = \log_x \sqrt{xy} + \log_y x = \frac{1}{2} + \frac{1}{2} \log_x y + \frac{1}{\log_x y} \geq \frac{1}{2} + 2 \sqrt{\frac{1}{2} \log_x y \cdot \frac{1}{\log_x y}} = \frac{1+2\sqrt{2}}{2}$$

Dấu “=” xảy ra khi: $\frac{1}{2}\log_x y = \frac{1}{\log_x y} \Leftrightarrow (\log_x y)^2 = 2 \Leftrightarrow y = x^{\sqrt{2}}$

Vậy: $P_{\min} = \frac{1+2\sqrt{2}}{2}$.

Cách 2:

Với $x, y > 1$ thì $\log_x y; \log_y x$ là các số dương, ta có:

$$P = \log_x \sqrt{xy} + \log_y x = \frac{1}{2} + \frac{1}{2}\log_x y + \frac{1}{\log_x y} \geq \frac{1}{2} + 2\sqrt{\frac{1}{2}\log_x y \cdot \frac{1}{\log_x y}} = \frac{1+2\sqrt{2}}{2}$$

Dấu “=” xảy ra khi: $\frac{1}{2}\log_x y = \frac{1}{\log_x y} \Leftrightarrow (\log_x y)^2 = 2 \Leftrightarrow y = x^{\sqrt{2}}$,

Thay $\begin{cases} y = x^{\sqrt{2}} \\ x > 1 \end{cases}$ vào điều kiện thấy thỏa mãn điều kiện ban đầu.

Vậy $P_{\min} = \frac{1+2\sqrt{2}}{2}$.

Câu 30. Tìm họ nguyên hàm của hàm số $y = x^2 - 3^x + \frac{1}{x}$.

A. $\frac{x^3}{3} - \frac{3^x}{\ln 3} - \ln|x| + C, C \in \mathbb{R}$.

B. $\frac{x^3}{3} - \frac{3^x}{\ln 3} + \ln|x| + C, C \in \mathbb{R}$

C. $\frac{x^3}{3} - 3^x + \frac{1}{x^2} + C, C \in \mathbb{R}$.

D. $\frac{x^3}{3} - \frac{3^x}{\ln 3} - \frac{1}{x^2} + C, C \in \mathbb{R}$.

Lời giải

Tác giả: Phạm Ngọc Hưng; Fb: Hưng Phạm Ngọc

Chọn B

Ta có: $\int \left(x^2 - 3^x + \frac{1}{x} \right) dx = \frac{x^3}{3} - \frac{3^x}{\ln 3} + \ln|x| + C, C \in \mathbb{R}$.

Câu 31. Tìm số hạng đầu u_1 của cấp số nhân (u_n) biết rằng $u_1 + u_2 + u_3 = 168$ và $u_4 + u_5 + u_6 = 21$

A. $u_1 = 24$.

B. $u_1 = \frac{1334}{11}$.

C. $u_1 = 96$.

D. $u_1 = \frac{217}{3}$.

Lời giải

Tác giả: Vũ Ngọc Tân; Fb: Vũ Ngọc Tân.

Chọn C

Ta có: $\begin{cases} u_1 + u_2 + u_3 = 168 \\ u_4 + u_5 + u_6 = 21 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} u_1 + u_1 \cdot q + u_1 \cdot q^2 = 168 \\ u_1 \cdot q^3 + u_1 \cdot q^4 + u_1 \cdot q^5 = 21 \end{cases}$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} u_1(1+q+q^2)=168 \\ u_1q^3(1+q+q^2)=21 \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} u_1 = \frac{168}{1+q+q^2} \\ q^3 = \frac{1}{8} \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} u_1 = 96 \\ q = \frac{1}{2} \end{cases}.$$

Vậy $u_1 = 96$,

Câu 32. Cho hàm số $y = \frac{mx+1}{x-2m}$ với tham số $m \neq 0$. Giao điểm của hai đường tiệm cận của đồ thị hàm số thuộc đường thẳng có phương trình nào dưới đây ?

A. $2x+y=0$.

B. $y=2x$.

C. $x-2y=0$.

D. $x+2y=0$.

Lời giải

Tác giả: Nguyễn Thị Hạnh ; Fb: Hạnh Nguyễn

Chọn C

Đồ thị hàm số $y = \frac{mx+1}{x-2m}$ có tiệm cận đứng $x=2m$; tiệm cận ngang $y=m$

$\Rightarrow$ Giao điểm của hai đường tiệm cận của đồ thị hàm số là $I(2m; m)$

$\Rightarrow x=2y \Rightarrow x-2y=0$

Câu 33. Tìm đạo hàm của hàm số $y = 3^{x^2-2x}$

A. $y' = 3^{x^2-2x} \ln 3$.

B. $y' = \frac{3^{x^2-2x}(2x-2)}{\ln 3}$.

C. $y' = 3^{x^2-2x}(2x-2) \ln 3$.

D. $y' = \frac{3^{x^2-2x}}{\ln 3}$.

Lời giải

Tác giả: Nguyễn Thị Hạnh ; Fb: Hạnh Nguyễn

Chọn C

Áp dụng công thức đạo hàm $(a^u)' = a^u \cdot u' \cdot \ln a$

Ta có $y = 3^{x^2-2x} \Rightarrow y' = 3^{x^2-2x} \cdot (2x-2) \cdot \ln 3$

Câu 34. Trong không gian cho tam giác OIM vuông tại I , góc $IOM = 45^\circ$ và cạnh $IM = a$. Khi quay tam giác OIM quanh cạnh góc vuông OI thì đường gấp khúc OMI tạo thành một hình nón tròn xoay. Tính diện tích xung quay S_{xq} của hình nón tròn xoay đó theo a .

A. $S_{xq} = \pi a^2 \sqrt{2}$.

B. $S_{xq} = \pi a^2$.

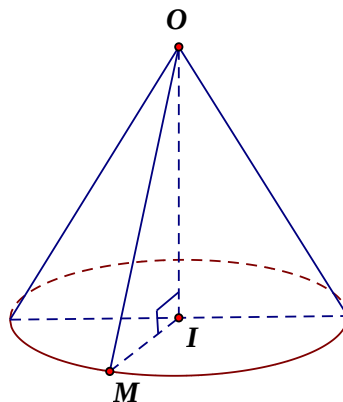
C. $S_{xq} = \pi a^2 \sqrt{3}$.

D. $S_{xq} = \frac{\pi a^2 \sqrt{2}}{2}$.

Lời giải

Tác giả: Lê Tuấn Anh, Fb: Anh Tuan Anh Le

Chọn A.



Ta có: bán kính đáy $r = IM = a$, $IOM = 45^\circ \Rightarrow l = OM = a\sqrt{2}$.

Vậy $S_{xq} = \pi r l = \pi a^2 \sqrt{2}$.

Câu 35. Cho khối nón có bán kính đáy $r = 3$, chiều cao $h = \sqrt{2}$. Tính thể tích V của khối nón.

A. $V = \frac{3\pi\sqrt{2}}{3}$.

B. $V = 3\pi\sqrt{11}$.

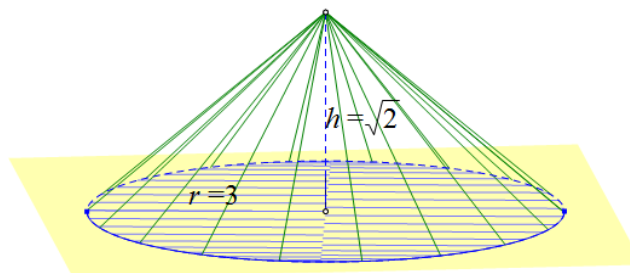
C. $V = \frac{9\pi\sqrt{2}}{3}$.

D. $V = 9\pi\sqrt{2}$.

Lời giải

Tác giả : Trần Đức Phương, FB: Phuong Tran Duc

Chọn C



Thể tích khối nón: $V = \frac{1}{3} \pi r^2 h = \frac{9\pi\sqrt{2}}{3}$

Câu 36. Cho tập hợp $S = \{1; 2; 3; 4; 5; 6\}$. Gọi M là tập hợp các số tự nhiên có 6 chữ số đôi một khác nhau lấy từ S sao cho tổng của các chữ số hàng đơn vị, hàng chục và hàng trăm lớn hơn tổng các chữ số còn lại là 3. Tính tổng của các phần tử của tập hợp M .

- A. $T = 11003984$. B. $T = 36011952$. C. $T = 12003984$. D. $T = 18005967$.

Lời giải

Tác giả : Nguyễn xuân Giao, FB: giaonguyen

Chọn B

Gọi số cần tìm thỏa mãn điều kiện bài toán là $\overline{abcdef}$ trong đó $a, b, c, d, e, f \in S$ và đôi một khác nhau. Theo bài ra ta có $a + b + c + 3 = d + e + f = 12 \Rightarrow \begin{cases} a + b + c = 9 \\ d + e + f = 12 \end{cases}$

Có $\overline{abcdef} = a.10^5 + b.10^4 + c.10^3 + d.10^2 + e.10 + f$.

Ta có các cặp 3 số khác nhau từ S có tổng bằng 9 là $\{1; 2; 6\}, \{1; 3; 5\}, \{2; 3; 4\}$.

$$\Rightarrow T = 3.2!.3!(a + b + c).(10^5 + 10^4 + 10^3) + 3.2!.3!(d + e + f).(100 + 10 + 1) = 36011952.$$

Câu 37. Cho tích phân $I = \int_1^2 \frac{\ln x}{x^2} dx = \frac{b}{c} + a \ln 2$ với a là số thực, b và c là các số nguyên dương, đồng thời $\frac{b}{c}$ là phân số tối giản. Tính giá trị của biểu thức $P = 2a + 3b + c$.

- A. $P = 6$. B. $P = -6$. C. $P = 5$. D. $P = 4$.

Lời giải

Tác giả: Nguyễn Văn Mạnh ; Fb: Nguyễn Văn Mạnh

Chọn D

$$\text{Đặt } \begin{cases} u = \ln x \\ dv = \frac{1}{x^2} dx \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} du = \frac{1}{x} dx \\ v = -\frac{1}{x} \end{cases}$$

$$\text{Ta có } I = \left(\frac{-1}{x} \cdot \ln x \right) \Big|_1^2 + \int_1^2 \frac{1}{x^2} dx = \frac{-1}{2} \ln 2 - \frac{1}{x} \Big|_1^2 = \frac{1}{2} - \frac{1}{2} \ln 2 \Rightarrow b = 1, c = 2, a = -\frac{1}{2}. \text{ Khi đó}$$

$$P = 2 \left(\frac{-1}{2} \right) + 3.1 + 2 = 4.$$

Câu 38. Cho hàm số $y = \frac{1}{3}x^3 - 2mx^2 + (m-1)x + 2m^2 + 1$ (m là tham số). Xác định khoảng cách lớn nhất từ gốc tọa độ $O(0;0)$ đến đường thẳng đi qua hai điểm cực trị của đồ thị hàm số trên.

- A. $\frac{2}{9}$. B. $\sqrt{3}$. C. $2\sqrt{3}$. D. $\frac{\sqrt{10}}{3}$.

Lời giải**Tác giả: Lê Mai Hương ; Fb: Le Mai Huong****Chọn D**

Ta có $y' = x^2 - 4mx + m - 1$. Để đồ thị hàm số có hai điểm cực trị thì phương trình $y' = 0$ có hai nghiệm phân biệt $\Leftrightarrow \Delta' = 4m^2 - m + 1 > 0 \Leftrightarrow \forall m \in \mathbb{R}$.

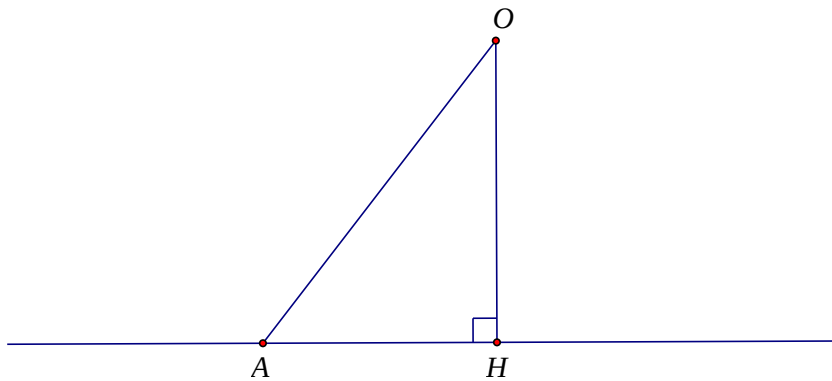
$$\text{Mà } y(x) = y'(x) \cdot \left(\frac{1}{3}x - \frac{2m}{3} \right) - \left(\frac{8}{3}m^2 - \frac{2}{3}m + \frac{2}{3} \right)x + \frac{8}{3}m^2 - \frac{2}{3}m + 1.$$

Suy ra đường thẳng đi qua hai điểm cực trị của đồ thị hàm số là đường thẳng Δ :

$$y = -\left(\frac{8}{3}m^2 - \frac{2}{3}m + \frac{2}{3} \right)x + \frac{8}{3}m^2 - \frac{2}{3}m + 1.$$

Ta thấy đường thẳng Δ luôn qua điểm cố định $A\left(1; \frac{1}{3}\right)$.

Gọi H là hình chiếu vuông góc của O lên Δ . Khi đó ta có $d(O; \Delta) = OH \leq OA$ (Hình vẽ)



Do đó khoảng cách lớn nhất khi $H \equiv A$ hay $\Delta \perp OA$.

Vậy khoảng cách lớn nhất là $OA = \frac{\sqrt{10}}{3}$.

Câu 39. Gieo đồng thời hai con súc sắc cân đối và đồng chất. Tính xác suất P để hiệu số chấm trên các mặt xuất hiện của hai con súc sắc bằng 2.

A. $\frac{1}{3}$.

B. $\frac{2}{9}$.

C. $\frac{1}{9}$.

D. 1.

Lời giải**Tác giả: Ngô Ngọc Hà ; Fb: Hà Ngọc Ngô****Chọn B**

Số phần tử của không gian mẫu: $n(\Omega) = 6.6 = 36$.

Gọi A là biến cố thỏa mãn yêu cầu bài toán:

$$A = \{(1; 3), (3; 1), (4; 2), (2; 4), (3; 5), (5; 3), (4; 6), (6; 4)\} \text{ nên } n(A) = 8.$$

$$\text{Vậy } P(A) = \frac{8}{36} = \frac{2}{9}.$$

Câu 40. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đường thẳng SA vuông góc với mặt phẳng $(ABCD)$, đáy $ABCD$ là hình thang vuông tại A và B , có $AB = a, AD = 2a, BC = a$. Biết rằng $SA = a\sqrt{2}$. Tính thể tích V của khối chóp $S.BCD$ theo a .

A. $V = \frac{a^3\sqrt{2}}{2}$.

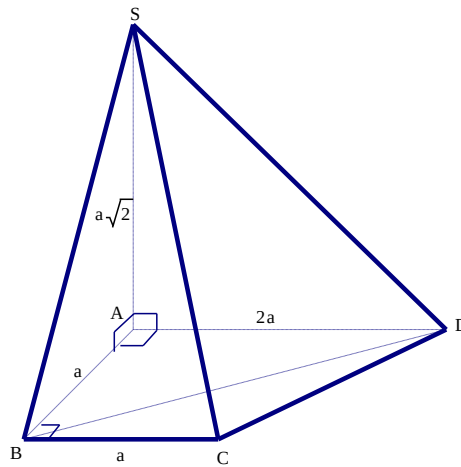
B. $V = \frac{2a^3\sqrt{2}}{3}$.

C. $V = 2a^3\sqrt{2}$.

D. $V = \frac{a^3\sqrt{2}}{6}$.

Lời giải

Chọn D

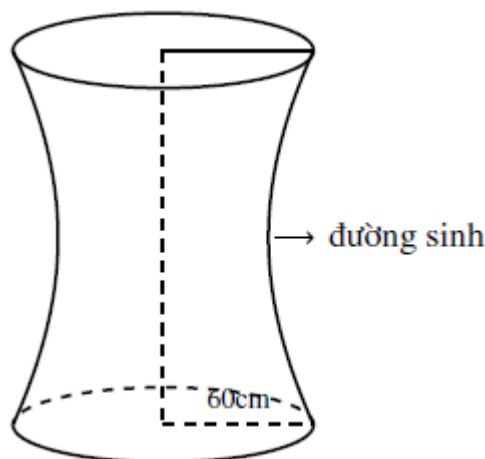


$$+ SA \perp (ABCD) \Rightarrow SA \perp (BCD) \Rightarrow V = V_{S.BCD} = \frac{1}{3} h \cdot S_{\triangle BCD} \quad (h = SA)$$

$$+ S_{\triangle BCD} = S_{ABCD} - S_{\triangle ABC} = \frac{(BC + AD)AB}{2} - \frac{1}{2} AB \cdot AD = \frac{(a + 2a)a}{2} - \frac{a \cdot 2a}{2} = \frac{a^2}{2}.$$

$$\text{Vậy } V = V_{S.BCD} = \frac{1}{3} a\sqrt{2} \cdot \frac{a^2}{2} = \frac{a^3\sqrt{2}}{6}.$$

Câu 41. Cho chiếc trống như hình vẽ, có đường sinh là nửa elip được cắt bởi trục lớn với độ dài trục lớn bằng 80 cm, độ dài trục bé bằng 60 cm và đáy trống là hình tròn có bán kính bằng 60 cm. Tính thể tích V của chiếc trống (kết quả làm tròn đến hàng đơn vị).



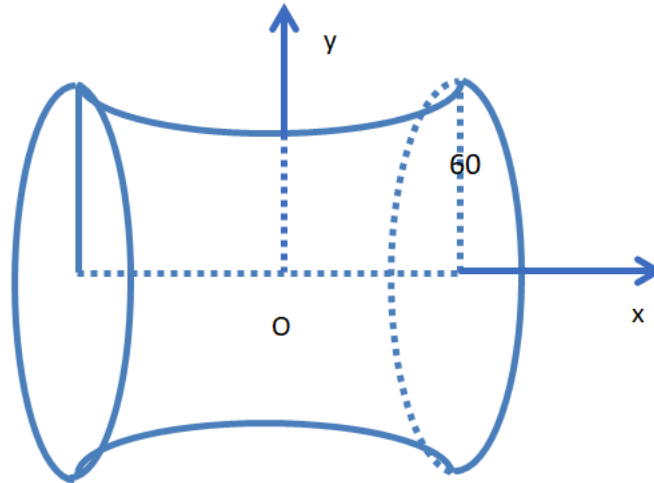
A. $V = 344963 \text{ cm}^3$. **B. $V = 344964 \text{ cm}^3$.** C. $V = 208347 \text{ cm}^3$. D. $V = 208346 \text{ cm}^3$.

Lời giải

Tác giả: Nguyễn Yên Phương; Fb: Yenphuong Nguyen

Chọn B

Đặt hệ trục tọa độ Oxy như hình vẽ (trục hoành là trục của chiếc trống, gốc tọa độ là trung điểm của đường cao chiếc trống, đơn vị: dm).



Gọi (E) là elip có phương trình $\frac{x^2}{16} + \frac{y^2}{9} = 1$ thì ảnh của (E) qua phép tịnh tiến theo vector $\vec{u}(0;6)$ là elip (E') có phương trình $\frac{x^2}{16} + \frac{(y-6)^2}{9} = 1$.

Suy ra, phương trình của đường sinh là: $y = 6 - \frac{3}{4}\sqrt{16-x^2}$.

Do đó, thể tích của chiếc trống là: $V = \pi \int_{-4}^4 \left(6 - \frac{3}{4}\sqrt{16-x^2}\right)^2 dx \approx 344,964 \text{ (dm}^3\text{)}.$

Câu 42: Cho lăng trụ đứng tam giác $ABC.A'B'C'$. Gọi M, N, P, Q là các điểm lần lượt thuộc các cạnh $AA', BB', CC', B'C'$ thỏa mãn $\frac{AM}{AA'} = \frac{1}{2}, \frac{BN}{BB'} = \frac{1}{3}, \frac{CP}{CC'} = \frac{1}{4}, \frac{C'Q}{B'C'} = \frac{1}{5}$. Gọi V_1, V_2 lần lượt là thể tích khối tứ diện $MNPQ$ và khối lăng trụ $ABC.A'B'C'$. Tính tỷ số $\frac{V_1}{V_2}$.

A. $\frac{V_1}{V_2} = \frac{11}{30}$.

B. $\frac{V_1}{V_2} = \frac{11}{45}$.

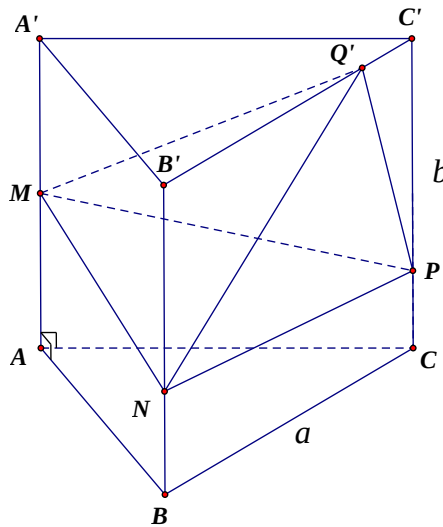
C. $\frac{V_1}{V_2} = \frac{19}{45}$. D.

$\frac{V_1}{V_2} = \frac{22}{45}$.

Lời giải

Tác giả : Trần Đức Phương, FB: Phuong Tran Duc

Chọn B



Đặt $BC = a, CC' = b$

Diện tích tam giác NPQ' là: $S_{NPQ'} = S_{BCC'B'} - (S_{NB'Q'} + S_{PC'Q'} + S_{BCPN}) = \frac{11ab}{30}$

Suy ra: $\frac{V_{M.NPQ'}}{V_{A'.BCC'B'}} = \frac{11}{30}$. Tức là: $\frac{V_1}{V_{A'.BCC'B'}} = \frac{11}{30}$.

Mặt khác: $V_{A'.BCC'B'} + V_{A'.ABC} = V_{ABC.A'B'C'} \Leftrightarrow V_{A'.BCC'B'} + \frac{1}{3}V_2 = V_2 \Leftrightarrow V_{A'.BCC'B'} = \frac{2}{3}V_2$

Do đó: $\frac{V_1}{\frac{2}{3}V_2} = \frac{11}{30} \Leftrightarrow \frac{V_1}{V_2} = \frac{11}{45}$.

Câu 43: Trong mặt phẳng với hệ trục tọa độ Oxy , cho đường thẳng d cắt hai trục Ox và Oy lần lượt tại hai điểm $A(a;0)$ và $B(0;b)$ ($a \neq 0; b \neq 0$). Viết phương trình đường thẳng d .

A. $d: \frac{x}{a} + \frac{y}{b} = 0$.

B. $d: \frac{x}{a} - \frac{y}{b} = 1$.

C. $d: \frac{x}{a} + \frac{y}{b} = 1$.

D. $d: \frac{x}{b} + \frac{y}{a} = 1$.

Lời giải

Tác giả : Trần Đức Phương, FB: Phuong Tran Duc

Chọn C

Phương trình đoạn chắn của đường thẳng $d: \frac{x}{a} + \frac{y}{b} = 1$.

Câu 44: Gọi m và M lần lượt là giá trị nhỏ nhất và giá trị lớn nhất của hàm số $y = x - \sqrt{4 - x^2}$. Tính tổng $M + m$.

A. $M + m = 2 - \sqrt{2}$.

B. $M + m = 2(1 + \sqrt{2})$.

C. $M + m = 2(1 - \sqrt{2})$.

D. $M + m = 4$.

Lời giải

Tác giả: Phan Thị Hồng Cẩm, FB: lop toan co cam

Chọn C

Tập xác định: $D = [-2; 2]$, $y' = 1 + \frac{x}{\sqrt{4-x^2}}$

$$y' = 0 \Leftrightarrow -x = \sqrt{4-x^2} \Leftrightarrow x = -\sqrt{2} (x < 0)$$

$$y(2) = 2; y(-2) = -2; y(-\sqrt{2}) = -2\sqrt{2}. \text{ Do đó } m = -2\sqrt{2}; M = 2 \Rightarrow M + m = 2(1 - \sqrt{2}).$$

Chọn đáp án C

Câu 45. Tính giới hạn $L = \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{n^3 - 2n}{3n^2 + n - 2}$.

A. $L = +\infty$.

B. $L = 0$.

C. $L = \frac{1}{3}$.

D. $L = -\infty$.

Lời giải

Tác giả: Lê Thị Thu Hoàng ; Fb: Lê Hoàng

Chọn A

Chia cả tử và mẫu cho n^2 ta có $L = \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{n^3 - 2n}{3n^2 + n - 2} = \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{n - \frac{2}{n}}{3 + \frac{1}{n} - \frac{2}{n^2}}$.

Do $\lim_{n \rightarrow \infty} \left(n - \frac{2}{n} \right) = +\infty$ và $\lim_{n \rightarrow \infty} \left(3 + \frac{1}{n} - \frac{2}{n^2} \right) = 3$ nên $L = +\infty$.

Câu 46. Gọi T là tổng các nghiệm của phương trình $\log_{\frac{1}{3}}^2 x - 5\log_3 x + 4 = 0$. Tính T .

A. $T = 4$.

B. $T = -4$.

C. $T = 84$.

D. $T = 5$.

Lời giải

Tác giả: Lê Thị Thu Hoàng ; Fb: Lê Hoàng

Chọn C

ĐKXD: $x > 0$

Ta có: $\log_{\frac{1}{3}}^2 x - 5\log_3 x + 4 = 0$

$$\Leftrightarrow -\log_3 x^2 - 5\log_3 x + 4 = 0$$

$$\Leftrightarrow \log_3^2 x - 5\log_3 x + 4 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} \log_3 x = 1 \\ \log_3 x = 4 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 3 \\ x = 3^4 \end{cases}$$

Vậy $T = 3 + 3^4 = 84$

Câu 47. Tìm nghiệm của phương trình $\sin^4 x - \cos^4 x = 0$

A. $x = \frac{\pi}{4} + \frac{k\pi}{2}, k \in \mathbb{Z}.$

B. $x = \frac{\pi}{4} + k\pi, k \in \mathbb{Z}.$

C. $x = \pm \frac{\pi}{4} + k2\pi, k \in \mathbb{Z}.$

D. $x = \frac{k\pi}{2}, k \in \mathbb{Z}.$

Lời giải**Tác giả: Lê Phương Anh; Fb: Anh Phương Lê****Chọn B**

Ta có

$$\sin^4 x - \cos^4 x = 0 \Leftrightarrow \sin^4 x = \cos^4 x \Leftrightarrow \sin^2 x = \cos^2 x$$

$$\Leftrightarrow \sin^2 x = 1 - \sin^2 x \Leftrightarrow 2\sin^2 x = 1 \Leftrightarrow 1 - \cos 2x = 1$$

$$\Leftrightarrow \cos 2x = 0 \Leftrightarrow 2x = \frac{\pi}{2} + k\pi \Leftrightarrow x = \frac{\pi}{4} + k\frac{\pi}{2}, k \in \mathbb{Z}.$$

$$\text{Vậy phương trình có nghiệm } x = \frac{\pi}{4} + k\frac{\pi}{2}, k \in \mathbb{Z}.$$

Câu 48. Tìm điều kiện cần và đủ của a, b, c để phương trình $a \sin x + b \cos x = c$ có nghiệm?

A. $a^2 + b^2 > c^2.$

B. $a^2 + b^2 \leq c^2.$

C. $a^2 + b^2 = c^2.$

D. $a^2 + b^2 \geq c^2.$

Lời giải**Tác giả: Lê Phương Anh; Fb: Anh Phương Lê****Chọn D**Điều kiện cần và đủ của a, b, c để phương trình $a \sin x + b \cos x = c$ có nghiệm là:

$$a^2 + b^2 \geq c^2.$$

Câu 49. Tìm tập xác định của hàm số $y = (x^2 - 1)^{-4}.$

A. $D = \mathbb{R}.$

B. $D = (-1; 1).$

C. $D = \mathbb{R} \setminus \{-1; 1\}.$

D. $D = (-\infty; -1) \cup (1; +\infty)$

Lời giải**Fb: Lý Văn Nhân****Chọn C**Hàm $y = (x^2 - 1)^{-4}$ là hàm lũy thừa với số mũ nguyên âm nên điều kiện xác định là

$$x^2 - 1 \neq 0 \Leftrightarrow x \neq \pm 1. \text{ Do đó } D = \mathbb{R} \setminus \{-1; 1\}.$$

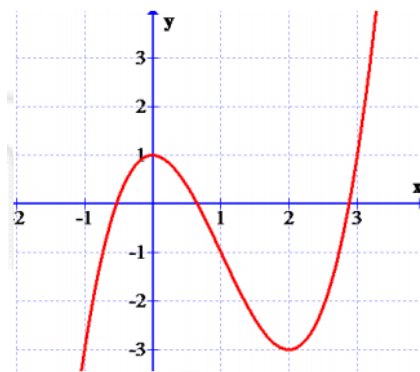
Câu 50. Hình vẽ bên là đồ thị của hàm số nào trong các hàm số dưới đây?

A. $y = x^3 - 3x^2 + 1.$

B. $y = 2x^3 - 6x^2 + 1.$

C. $y = -x^3 - 3x^2 + 1.$

D. $y = -\frac{1}{3}x^3 + x^2 + 1.$



Lời giải

Fb: Lý Văn Nhân

Chọn A

Dựa vào đồ thị ta suy ra hệ số của x^3 dương nên loại phương án **C** và **D**. Lại có đồ thị hàm số đi qua điểm $(2; -3)$ nên ta chọn phương án **A**.