

Họ, tên thí sinh.....Lớp.....

Mã đề thi 112

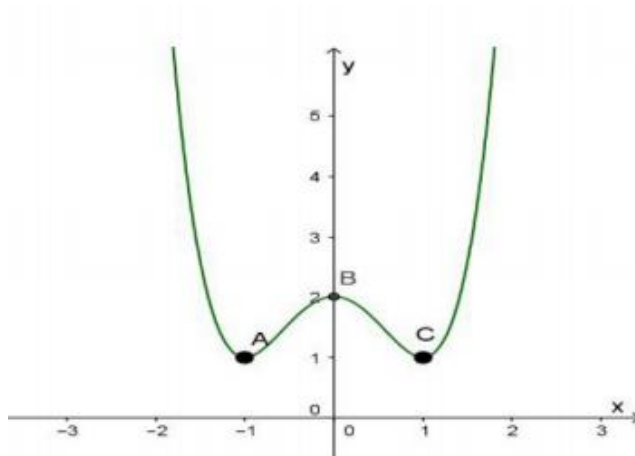
Câu 1. [2D1-2] Cho hàm số $y = \frac{x+1}{2-x}$. Mệnh đề nào dưới đây đúng?

- A. Hàm số nghịch biến trên từng khoảng xác định của nó.
B. Hàm số đồng biến trên từng khoảng xác định của nó.
C. Hàm số đồng biến trên $(-\infty; 2) \cup (2; +\infty)$.
D. Hàm số nghịch biến trên khoảng $(-\infty; +\infty)$.

Câu 2. [2D4-2] Phần thực và phần ảo của số phức $z = (1+2i)i$ lần lượt là

- A. 1 và 2. B. -2 và 1. C. 1 và -2. D. 2 và 1.

Câu 3. [2D1-1] Cho hàm số $y = f(x)$ có đồ thị (như hình dưới). Khi đó $f(x)$ đồng biến trên các khoảng :



- A. $(-\infty; -1), (1; +\infty)$. B. $(-\infty; -1), (-1; 0)$. C. $(-1; 0), (1; +\infty)$. D. $(-1; 0), (0; 1)$.

Câu 4. [2D3-1] Nguyên hàm của hàm số $y = x^2 - 3x + \frac{1}{x}$ là

- A. $\frac{x^3}{3} - \frac{3x^2}{2} - \ln|x| + C$. B. $\frac{x^3}{3} - \frac{3x^2}{2} + \frac{1}{x^2} + C$.
C. $\frac{x^3}{3} - \frac{3x^2}{2} + \ln x + C$. D. $\frac{x^3}{3} - \frac{3x^2}{2} + \ln|x| + C$.

Câu 5. [2D1-2] Số đường tiệm cận của đồ thị hàm số $y = \frac{x}{\sqrt{x^2+1}}$ là:

- A. 1. B. 2. C. 4. D. 3

Câu 6. [2D2-3] Tập nghiệm của phương trình $\log(x^2 - x - 6) + x = \log(x+2) + 4$ là:

- A. $\{1\}$. B. $\{4\}$. C. $\{3\}$. D. $\{2\}$.

Câu 7. [2H1-1] Trong các mệnh đề sau, mệnh đề nào đúng?

- A. Tồn tại một hình đa diện có số cạnh bằng số đỉnh.
B. Số đỉnh và số mặt của một hình đa diện luôn luôn bằng nhau.

C. Tồn tại hình đa diện có số cạnh và số mặt bằng nhau.

D. Tồn tại một hình đa diện có số đỉnh và số mặt bằng nhau.

Câu 8. [2D1-1] Hàm số $y = x^3 - 3x^2 + 3x - 4$ có bao nhiêu cực trị?

A. 1.

B. 2.

C. 0.

D. 3.

Câu 9. [2D4-2] Gọi z_1 là nghiệm phức có phần ảo âm của phương trình $z^2 + 2z + 3 = 0$. Tọa độ điểm M biểu diễn số phức z_1 là:

A. $M(-1; -\sqrt{2})$.

B. $M(-1; 2)$.

C. $M(-1; -2)$.

D. $M(-1; -\sqrt{2}i)$.

Câu 10. [2D3-2] Trong các hàm số sau:

(I) $f(x) = \tan^2 x + 2$.

(II) $f(x) = \frac{2}{\cos^2 x}$.

(III) $f(x) = \tan^2 x + 1$.

Hàm số nào có nguyên hàm là hàm số $g(x) = \tan x$?

A. Chỉ (II).

B. Chỉ (III).

C. Chỉ (II), (III).

D. (I), (II), (III).

Câu 11. [2D2-2] Cho phương trình $3^x = m + 1$. Chọn phát biểu đúng:

A. Phương trình có nghiệm dương nếu $m > 0$.

B. Phương trình luôn có nghiệm với mọi m .

C. Phương trình luôn có nghiệm duy nhất $x = \log_3(m + 1)$.

D. Phương trình có nghiệm với $m \geq -1$.

Câu 12. [2D4-2] Điểm biểu diễn của các số phức $z = 7 + bi$ với $b \in \mathbb{R}$ nằm trên đường thẳng có phương trình là:

A. $y = 7$.

B. $x = 7$.

C. $y = x + 7$.

D. $y = x$.

Câu 13. [2D2-1] Hàm số $y = (4x^2 - 1)^{-4}$ có tập xác định là:

A. $(0; +\infty]$.

B. $\mathbb{R} \setminus \left\{-\frac{1}{2}; \frac{1}{2}\right\}$.

C. $\mathbb{R}$.

D. $\left(-\frac{1}{2}; \frac{1}{2}\right)$.

Câu 14. [2D2-3] Gọi $(x; y)$ là nghiệm nguyên của hệ phương trình: $\begin{cases} y^{5x^2 - 51x + 10} = 1 \\ xy = 15 \end{cases}$. Khi đó $x + y$ bằng

A. 16.

B. 75.

C. $\frac{23}{2}$.

D. -14.

Câu 15. [2D1-1] Cho hàm số $y = \frac{x-1}{x+2}$ có đồ thị (H) . Tiếp tuyến của (H) tại giao điểm của (H) với trục hoành có phương trình là:

A. $y = 3x$.

B. $y = x - 3$.

C. $y = 3x - 3$.

D. $y = \frac{1}{3}(x - 1)$.

Câu 16. [2D3-1] Cho hình (H) giới hạn bởi các đường $y = -x^2 + 2x$, trục hoành. Quay hình phẳng (H) quanh trục Ox ta được khối tròn xoay có thể tích là:

A. $\frac{496\pi}{15}$.

B. $\frac{32\pi}{15}$.

C. $\frac{4\pi}{3}$.

D. $\frac{16\pi}{15}$.

- Câu 17. [2H3-2]** Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, cho hai đường thẳng $d_1: \frac{x-1}{1} = \frac{y+2}{1} = \frac{z-3}{-1}$ và $d_2: \frac{x-3}{1} = \frac{y-1}{2} = \frac{z-5}{3}$. Phương trình mặt phẳng chứa d_1 và d_2 là:
- A. $5x-4y-z-16=0$. B. $5x-4y+z+16=0$.
 C. $5x-4y+z-16=0$. D. $5x+4y+z-16=0$.
- Câu 18. [2D2-3]** Phương trình $(2+\sqrt{3})^x + (2-\sqrt{3})^x = m$ có nghiệm khi:
- A. $m \in (-\infty; 5)$. B. $m \in (2; +\infty)$. C. $m \in (-\infty; 5]$. D. $m \in [2; +\infty)$.
- Câu 19. [2D2-2]** Số nghiệm của phương trình $3^x - 3^{1-x} = 2$ là:
- A. 3. B. 1. C. 2. D. 0.
- Câu 20. [2D2-2]** Tích các nghiệm của phương trình $\log_x(125x) \log_{25}^2 x = 1$ bằng
- A. $\frac{7}{25}$. B. $\frac{630}{625}$. C. $\frac{1}{125}$. D. 630.
- Câu 21. [2D2-2]** Phương trình $9^x - 3 \cdot 3^x + 2 = 0$ có hai nghiệm x_1, x_2 với $x_1 < x_2$. Giá trị của $2x_1 + 3x_2$ là:
- A. $3\log_3 2$. B. 1. C. $4\log_3 2$. D. $2\log_3 2$.
- Câu 22. [2D4-3]** Cho số phức thỏa $|z| = 3$. Biết rằng tập hợp số phức $w = \bar{z} + i$ là một đường tròn. Tìm tâm của đường tròn đó.
- A. $I(0; 1)$. B. $I(0; -1)$. C. $I(-1; 0)$. D. $I(1; 0)$.
- Câu 23. [2D1-2]** Giá trị của tham số m để phương trình $x^3 - 3x = 2m + 1$ có ba nghiệm phân biệt là:
- A. $-\frac{3}{2} < m < \frac{1}{2}$. B. $-2 < m < 2$. C. $-\frac{3}{2} \leq m \leq \frac{1}{2}$. D. $-2 \leq m \leq 2$.
- Câu 24. [2D4-2]** Cho số phức z thỏa mãn: $\bar{z} = \frac{(1+\sqrt{3}i)^3}{1-i}$. Tìm môđun của $\bar{z} + iz$.
- A. $4\sqrt{2}$. B. 4. C. $8\sqrt{2}$. D. 8.
- Câu 25. [2D3-1]** Cho $I = \int_0^2 f(x) dx = 3$. Khi đó $J = \int_0^2 [4f(x) - 3] dx$ bằng:
- A. 2. B. 6. C. 8. D. 4.
- Câu 26. [2H1-2]** Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình thang vuông tại A và B , $AB = BC = \frac{1}{2}AD = a$. Tam giác SAB đều và nằm trong mặt phẳng vuông góc với đáy. Tính thể tích khối chóp $S.ACD$.
- A. $V_{S.ACD} = \frac{a^3}{2}$. B. $V_{S.ACD} = \frac{a^3}{3}$. C. $V_{S.ACD} = \frac{a^3\sqrt{2}}{6}$. D. $V_{S.ACD} = \frac{a^3\sqrt{3}}{6}$.
- Câu 27. [2H3-2]** Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$ cho $M(1; -2; 1)$, $N(0; 1; 3)$. Phương trình đường thẳng qua hai điểm M, N là

A. $\frac{x+1}{-1} = \frac{y-2}{3} = \frac{z+1}{2}$.

B. $\frac{x+1}{1} = \frac{y-3}{-2} = \frac{z-2}{1}$.

C. $\frac{x}{-1} = \frac{y-1}{3} = \frac{z-3}{2}$.

D. $\frac{x}{1} = \frac{y-1}{-2} = \frac{z-3}{1}$.

Câu 28. [2D2-2] Phương trình $\log_x 2 + \log_2 x = \frac{5}{2}$

A. Có hai nghiệm dương.

B. Vô nghiệm.

C. Có một nghiệm âm.

D. Có một nghiệm âm và một nghiệm dương.

Câu 29. [2D4-2] Cho số phức z thỏa mãn điều kiện $(1+i)(z-i)+2z=2i$. Môđun của số phức $w = \frac{\bar{z}-2z+1}{z^2}$ là:

A. $\sqrt{10}$.

B. $\sqrt{8}$.

C. $-\sqrt{10}$.

D. $-\sqrt{8}$.

Câu 30. [2H1-3] Cho hình chóp đều $S.ABCD$ có độ dài cạnh đáy bằng a . Gọi G là trọng tâm tam giác SAC . Mặt phẳng chứa AB và đi qua G cắt các cạnh SC , SD lần lượt tại M và N . Biết mặt bên của hình chóp tạo với đáy một góc bằng 60° . Thể tích khối chóp $S.ABMN$ bằng:

A. $a^3 \frac{\sqrt{3}}{4}$.

B. $a^3 \frac{\sqrt{3}}{8}$.

C. $a^3 \frac{\sqrt{3}}{16}$.

D. $3a^3 \frac{\sqrt{3}}{16}$.

Câu 31. [2D3-2] Cho hình phẳng (H) giới hạn bởi các đường $y = x^2$, $y = 2x$. Thể tích của khối tròn xoay được tạo thành khi quay (H) xung quanh trục Ox bằng:

A. $\frac{32\pi}{15}$.

B. $\frac{64\pi}{15}$.

C. $\frac{21\pi}{15}$.

D. $\frac{16\pi}{15}$.

Câu 32. [2H2-4] Khối cầu nội tiếp hình tứ diện đều có cạnh bằng a thì thể tích khối cầu là:

A. $\frac{a^3 \pi \sqrt{6}}{216}$.

B. $\frac{a^3 \pi \sqrt{3}}{144}$.

C. $\frac{a^3 \pi \sqrt{3}}{96}$.

D. $\frac{a^3 \pi \sqrt{6}}{124}$.

Câu 33. [2D2-4] Giá trị nào của m để phương trình $\log_3^2 x + \sqrt{\log_3^2 x + 1} - 2m - 1 = 0$ có ít nhất một nghiệm thuộc đoạn $[1; 3^{\sqrt{3}}]$.

A. $1 \leq m \leq 16$.

B. $4 \leq m \leq 8$.

C. $3 \leq m \leq 8$.

D. $0 \leq m \leq 2$.

Câu 34. [2D2-3] Số tiền mà An để dành hàng ngày là x (đơn vị nghìn đồng, với $Q(-2; 3; 5)$, $x \in \mathbb{Q}$) biết x là nghiệm của phương trình $\log_{\sqrt{3}}(x-2) + \log_3(x-4)^2 = 0$. Tổng số tiền mà An để dành được sau 1 tuần (7 ngày) là:

A. 7.

B. 21.

C. 24.

D. 14.

Câu 35. [2H3-2] Cho điểm $M(2; 1; 0)$ và đường thẳng $\Delta: \frac{x-1}{2} = \frac{y+1}{1} = \frac{z}{-1}$. Gọi d là đường thẳng đi qua M , cắt và vuông góc với Δ . Vectơ chỉ phương của d là:

A. $\vec{u} = (-3; 0; 2)$.

B. $\vec{u} = (0; 3; 1)$.

C. $\vec{u} = (2; -1; 2)$.

D. $\vec{u} = (1; -4; -2)$.

Câu 36. [1H1-3] Cho lăng trụ $ABCD.A'B'C'D'$ có đáy $ACBD$ là hình thoi cạnh a , biết $A'.ABC$ là hình chóp đều và $A'D$ hợp với mặt đáy một góc 45° . Thể tích khối lăng trụ $ABCD.A'B'C'D'$ là:

A. a^3 .

B. $\frac{a^3\sqrt{6}}{12}$.

C. $a^3\sqrt{3}$.

D. $\frac{a^3\sqrt{6}}{3}$.

Câu 37. [2D1-4] Cho đường cong $(C): y = \frac{2x+3}{x-1}$ và M là một điểm nằm trên (C) . Giả sử d_1, d_2 tương ứng là các khoảng cách từ M đến hai tiệm cận của (C) , khi đó $d_1 \cdot d_2$ bằng:

A. 3.

B. 4.

C. 5.

D. 6.

Câu 38. [2D3-4] Bác Năm làm một cái cửa nhà hình parabol có chiều cao từ mặt đất đến đỉnh là 2,25 mét, chiều rộng tiếp giáp với mặt đất là 3 mét. Giá thuê mỗi mét vuông là 1500000 đồng. Vậy số tiền bác Năm phải trả là:

A. 33750000 đồng.

B. 3750000 đồng.

C. 12750000 đồng.

D. 6750000 đồng.

Câu 39. [2D1-2] Cho hàm số $y = \frac{x + \sqrt{4x^2 - 3}}{2x + 3}$ (C). Gọi m là số tiệm cận của đồ thị hàm số (C) và n là giá trị của hàm số (C) tại $x = 1$ thì tích $m \cdot n$ là:

A. $\frac{6}{5}$.

B. $\frac{14}{5}$.

C. $\frac{3}{5}$.

D. $\frac{2}{15}$.

Câu 40. [1H3-2] Cho hình chóp $S.ABC$ có đáy là tam giác vuông tại B , $SA \perp (ABC)$, $SA = \sqrt{3}$ cm, $AB = 1$ cm, $BC = \sqrt{2}$ cm. Mặt bên (SBC) hợp với đáy một góc bằng:

A. 30° .

B. 90° .

C. 60° .

D. 45° .

Câu 41. [2D1-3] Giả sử A, B là hai điểm cực trị của đồ thị hàm số $f(x) = x^3 + ax^2 + bx + c$ và đường thẳng AB đi qua gốc tọa độ. Tìm giá trị nhỏ nhất của $P = abc + ab + c$.

A. $-\frac{16}{25}$.

B. -9 .

C. $-\frac{25}{9}$.

D. 1.

Câu 42. [2D4-2] Cho z là số phức có mô-đun bằng 2017 và w là số phức thỏa mãn $\frac{1}{z} + \frac{1}{w} = \frac{1}{z+w}$. Mô-đun của số phức w là:

A. 2015.

B. 0.

C. 1.

D. 2017.

Câu 43. [2D2-3] Trong các nghiệm $(x; y)$ thỏa mãn bất phương trình $\log_{x^2+2y^2}(2x+y) \geq 1$. Giá trị lớn nhất của biểu thức $T = 2x + y$ bằng:

A. $\frac{9}{4}$.

B. $\frac{9}{2}$.

C. $\frac{9}{8}$.

D. 9.

Câu 44. [2H2-3] Cho một miếng tôn hình tròn có bán kính 50 cm. Biết hình nón có thể tích lớn nhất khi diện tích toàn phần của hình nón bằng diện tích miếng tôn ở trên. Khi đó hình nón có bán kính đáy là:

A. $10\sqrt{2}$ (cm).

B. $50\sqrt{2}$ (cm).

C. 20 (cm).

D. 25 (cm).

Câu 45. [2H3-4] Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho đường thẳng $d: \frac{x-2}{1} = \frac{y+1}{2} = \frac{z}{3}$ và hai điểm $A(2; 0; 3)$, $B(2; -2; -3)$. Biết điểm $M(x_0; y_0; z_0)$ thuộc d thỏa mãn $MA^4 + MB^4$ nhỏ nhất. Tìm x_0 .

A. $x_0 = 1$.

B. $x_0 = 3$.

C. $x_0 = 0$.

D. $x_0 = 2$.

Câu 46. [2H2-3] Cho x, y, z là các số thực thỏa mãn $2^x = 3^y = 6^{-z}$. Giá trị của biểu thức $M = xy + yz + xz$ là:

A. 0.

B. 6.

C. 3.

D. 1.

Câu 47. [2D4-4] Xét số phức z thỏa mãn $|z - 2 - 2i| = 2$. Giá trị nhỏ nhất của biểu thức $P = |z - 1 - i| + |z - 5 - 2i|$ bằng

A. $1 + \sqrt{10}$.

B. 4.

C. $\sqrt{17}$

D. 5.

Câu 48. [2H3-3] Trong không gian $Oxyz$, cho tám điểm $A(-2; -2; 0)$, $B(3; -2; 0)$, $C(3; 3; 0)$, $D(-2; 3; 0)$, $M(-2; -2; 5)$, $N(3; 3; 5)$, $P(3; -2; 5)$, $Q(-2; 3; 5)$. Hình đa diện tạo bởi tám điểm đã cho có bao nhiêu mặt đối xứng?

A. 3.

B. 9.

C. 8.

D. 6.

Câu 49. [2D1-4] Hai điểm M ; N lần lượt thuộc hai nhánh của đồ thị hàm số $y = \frac{3x-1}{x-3}$. Khi đó độ dài đoạn thẳng MN ngắn nhất bằng:

A. $8\sqrt{2}$.

B. 2017.

C. 8.

D. 4.

Câu 50. [2D2-4] Tìm m để tồn tại duy nhất cặp $(x; y)$ thỏa mãn $\log_{x^2+y^2+2}(4x+4y-4) \geq 1$

và $x^2 + y^2 + 2x - 2y + 2 - m = 0$.

A. $(\sqrt{10} - \sqrt{2})^2$.

B. $\sqrt{10} - \sqrt{2}$ và $\sqrt{10} + \sqrt{2}$.

C. $(\sqrt{10} - \sqrt{2})^2$ và $(\sqrt{10} + \sqrt{2})^2$.

D. $\sqrt{10} - \sqrt{2}$.

-----HẾT-----

BẢNG ĐÁP ÁN

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20	21	22	23	24	25
B	B	C	D	B	B	D	C	A	B	A	B	B	A	D	D	C	D	B	C	A	A	A	C	B
26	27	28	29	30	31	32	33	34	35	36	37	38	39	40	41	42	43	44	45	46	47	48	49	50
D	C	A	A	B	B	A	D	B	D	A	C	D	A	C	C	D	B	D	D	A	C	B	C	C

HƯỚNG DẪN GIẢI

Câu 1. [2D1-2] Cho hàm số $y = \frac{x+1}{2-x}$. Mệnh đề nào dưới đây đúng?

- A. Hàm số nghịch biến trên từng khoảng xác định của nó.
- B. Hàm số đồng biến trên từng khoảng xác định của nó.
- C. Hàm số đồng biến trên $(-\infty; 2) \cup (2; +\infty)$.
- D. Hàm số nghịch biến trên khoảng $(-\infty; +\infty)$.

Lời giải

Chọn B.

Tập xác định $D = \mathbb{R} \setminus \{2\}$.

Ta có $y' = \frac{3}{(2-x)^2} > 0$ nên hàm số $y = \frac{x+1}{2-x}$ đồng biến trên $(-\infty; 2)$ và $(2; +\infty)$.

Câu 2. [2D4-2] Phần thực và phần ảo của số phức $z = (1+2i)i$ lần lượt là

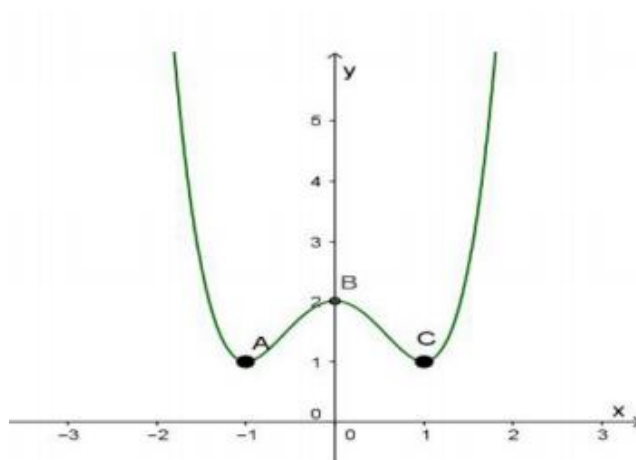
- A. 1 và 2.
- B. -2 và 1.
- C. 1 và -2.
- D. 2 và 1.

Lời giải

Chọn B.

Ta có $z = (1+2i)i = -2 + i$. Vậy phần thực của số phức z bằng -2 và phần ảo của số phức z bằng 1.

Câu 3. [2D1-1] Cho hàm số $y = f(x)$ có đồ thị (như hình dưới). Khi đó $f(x)$ đồng biến trên các khoảng :



- A. $(-\infty; -1), (1; +\infty)$.
- B. $(-\infty; -1), (-1; 0)$.
- C. $(-1; 0), (1; +\infty)$.
- D. $(-1; 0), (0; 1)$.

Lời giải

Chọn C.

Trong các khoảng $(-1; 0)$ và $(1; +\infty)$ h. Hàm số đồng biến vì đồ thị đi lên theo chiều từ trái sang phải.

Câu 4. [2D3-1] Nguyên hàm của hàm số $y = x^2 - 3x + \frac{1}{x}$ là

A. $\frac{x^3}{3} - \frac{3x^2}{2} - \ln|x| + C.$

B. $\frac{x^3}{3} - \frac{3x^2}{2} + \frac{1}{x^2} + C.$

C. $\frac{x^3}{3} - \frac{3x^2}{2} + \ln x + C.$

D. $\frac{x^3}{3} - \frac{3x^2}{2} + \ln|x| + C.$

Lời giải

Chọn D.

Áp dụng công thức nguyên hàm ta có $\int \left(x^2 - 3x + \frac{1}{x} \right) dx = \frac{x^3}{3} - \frac{3x^2}{2} + \ln|x| + C.$

Câu 5. [2D1-2] Số đường tiệm cận của đồ thị hàm số $y = \frac{x}{\sqrt{x^2+1}}$ là:

A. 1.

B. 2.

C. 4.

D. 3

Lời giải.

Chọn B.

Ta có $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{x}{\sqrt{x^2+1}} = \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{1}{\sqrt{1+\frac{1}{x^2}}} = 1$ và $\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{x}{\sqrt{x^2+1}} = \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{1}{-\sqrt{1+\frac{1}{x^2}}} = -1.$

Do đó đồ thị hàm số có 2 đường tiệm cận ngang.

Câu 6. [2D2-3] Tập nghiệm của phương trình $\log(x^2 - x - 6) + x = \log(x + 2) + 4$ là:

A. $\{1\}.$

B. $\{4\}.$

C. $\{3\}.$

D. $\{2\}.$

Lời giải.

Chọn B.

Điều kiện: $\begin{cases} x^2 - x - 6 > 0 \\ x + 2 > 0 \end{cases} \Leftrightarrow x > 3.$

Phương trình đã cho tương đương với

$$\log(x+2)(x-3) + x = \log(x+2) + 4 \Leftrightarrow \log(x-3) = 4 - x(*).$$

Vế trái của phương trình cuối là hàm tăng, còn vế phải là hàm giảm nên nghiệm của phương trình (nếu có) là duy nhất.

Bằng cách nhẩm nghiệm ta chọn kết quả $x = 4.$

Câu 7. [2H1-1] Trong các mệnh đề sau, mệnh đề nào đúng?

A. Tồn tại một hình đa diện có số cạnh bằng số đỉnh.

B. Số đỉnh và số mặt của một hình đa diện luôn luôn bằng nhau.

C. Tồn tại hình đa diện có số cạnh và số mặt bằng nhau.

D. Tồn tại một hình đa diện có số đỉnh và số mặt bằng nhau.

Lời giải

Chọn D.

Xét hình tứ diện, có 4 mặt và 4 đỉnh nên nó có số đỉnh và số mặt bằng nhau.

Câu 8. [2D1-1] Hàm số $y = x^3 - 3x^2 + 3x - 4$ có bao nhiêu cực trị?

A. 1.

B. 2.

C. 0.

D. 3.

Lời giải

Chọn C.

Ta có $y' = 3x^2 - 6x + 3 = 3(x-1)^2 \geq 0, \forall x \in \mathbb{R}$. Hàm số đã cho có đạo hàm không đổi dấu trên $\mathbb{R}$ nên nó không có cực trị.

Câu 9. [2D4-2] Gọi z_1 là nghiệm phức có phần ảo âm của phương trình $z^2 + 2z + 3 = 0$. Tọa độ điểm M biểu diễn số phức z_1 là:

A. $M(-1; -\sqrt{2})$.

B. $M(-1; 2)$.

C. $M(-1; -2)$.

D. $M(-1; -\sqrt{2}i)$.

Lời giải

Chọn A.

Ta có: $\Delta' = 1 - 3 = -2 = 2i^2$ nên phương trình $z^2 + 2z + 3 = 0$ có hai nghiệm phức là $z = -1 \pm \sqrt{2}i$.

Do nghiệm cần tìm có phần ảo âm nên $z_1 = -1 - \sqrt{2}i$. Vậy $M(-1; -\sqrt{2})$.

Câu 10. [2D3-2] Trong các hàm số sau:

(I) $f(x) = \tan^2 x + 2$.

(II) $f(x) = \frac{2}{\cos^2 x}$.

(III) $f(x) = \tan^2 x + 1$.

Hàm số nào có nguyên hàm là hàm số $g(x) = \tan x$?

A. Chỉ (II).

B. Chỉ (III).

C. Chỉ (II), (III).

D. (I), (II), (III).

Lời giải

Chọn B.

Ta có: $\int (\tan^2 x + 2) dx = \int \left(1 + \frac{1}{\cos^2 x}\right) dx = x + \tan x + C$.

Và: $\int \frac{2}{\cos^2 x} dx = 2 \int \frac{1}{\cos^2 x} dx = 2 \tan x + C$.

Và: $\int (\tan^2 x + 1) dx = \int \frac{1}{\cos^2 x} dx = \tan x + C$.

Câu 11. [2D2-2] Cho phương trình $3^x = m + 1$. Chọn phát biểu đúng:

A. Phương trình có nghiệm dương nếu $m > 0$.

B. Phương trình luôn có nghiệm với mọi m .

C. Phương trình luôn có nghiệm duy nhất $x = \log_3(m + 1)$.

D. Phương trình có nghiệm với $m \geq -1$.

Lời giải

Chọn A.

Ta có $3^x > 0, \forall x \in \mathbb{R}$ nên $3^x = m + 1$ có nghiệm $\Leftrightarrow m + 1 > 0 \Leftrightarrow m > -1$.

Từ đó ta loại được đáp án B và D.

Xét đáp án A, phương trình có nghiệm dương thì $3^x > 3^0 = 1$ nên $m + 1 > 1 \Leftrightarrow m > 0$.

Từ đó đáp án A đúng.

Xét đáp án C, ta thấy sai vì ở đây thiếu điều kiện $m > -1$.

Câu 12. [2D4-2] Điểm biểu diễn của các số phức $z = 7 + bi$ với $b \in \mathbb{R}$ nằm trên đường thẳng có phương trình là:

A. $y = 7$.

B. $x = 7$.

C. $y = x + 7$.

D. $y = x$.

Lời giải

Chọn B.

Điểm biểu diễn của các số phức $z = 7 + bi$ với $b \in \mathbb{R}$ là $M(7; b)$.

Rõ ràng điểm $M(7; b)$ thuộc đường thẳng $x = 7$.

Câu 13. [2D2-1] Hàm số $y = (4x^2 - 1)^{-4}$ có tập xác định là:

A. $(0; +\infty]$.

B. $\mathbb{R} \setminus \left\{-\frac{1}{2}; \frac{1}{2}\right\}$.

C. $\mathbb{R}$.

D. $\left(-\frac{1}{2}; \frac{1}{2}\right)$.

Lời giải

Chọn B.

Hàm số: $y = x^a$ có số mũ nguyên âm xác định khi $x \neq 0$.

Hàm số $y = (4x^2 - 1)^{-4}$ xác định khi $4x^2 - 1 \neq 0 \Leftrightarrow x \neq \pm \frac{1}{2}$.

Vậy tập xác định là: $D = \mathbb{R} \setminus \left\{-\frac{1}{2}; \frac{1}{2}\right\}$.

Câu 14. [2D2-3] Gọi $(x; y)$ là nghiệm nguyên của hệ phương trình: $\begin{cases} y^{5x^2 - 51x + 10} = 1 \\ xy = 15 \end{cases}$. Khi đó $x + y$ bằng

A. 16.

B. 75.

C. $\frac{23}{2}$.

D. -14.

Lời giải

Chọn A.

$$\begin{cases} y^{5x^2 - 51x + 10} = 1 & (1) \\ xy = 15 & (2) \end{cases} \text{ Từ (1)} \Rightarrow y = 1 \text{ hoặc } 5x^2 - 51x + 10 = 0 \Rightarrow y = 1 \text{ hoặc } \begin{cases} x = 10 \\ x = \frac{1}{5} \end{cases}$$

Vì $x, y \in \mathbb{Z}$ nên $x = \frac{1}{5}$ loại.

TH1: $y = 1 \Rightarrow x = 15 \Rightarrow x + y = 16$.

TH2: $x = 10 \Rightarrow y = \frac{3}{2}$ loại vì $x, y \in \mathbb{Z}$.

Câu 15. [2D1-1] Cho hàm số $y = \frac{x-1}{x+2}$ có đồ thị (H) . Tiếp tuyến của (H) tại giao điểm của (H) với trục hoành có phương trình là:

A. $y = 3x$.

B. $y = x - 3$.

C. $y = 3x - 3$.

D. $y = \frac{1}{3}(x - 1)$.

Lời giải

Chọn D.

Phương trình hoành độ giao điểm của (H) và trục hoành $\frac{x-1}{x+2} = 0 \Leftrightarrow x = 1$.

Giao điểm của (H) và trục hoành là $M(1; 0)$.

Ta có $y' = \frac{3}{(x+2)^2}, \forall x \neq -2$.

Phương trình tiếp tuyến của (H) tại $M(1;0)$ là $y = y'(1) \cdot (x-1) = \frac{1}{3}(x-1)$.

Câu 16. [2D3-1] Cho hình (H) giới hạn bởi các đường $y = -x^2 + 2x$, trục hoành. Quay hình phẳng (H) quanh trục Ox ta được khối tròn xoay có thể tích là:

- A. $\frac{496\pi}{15}$. B. $\frac{32\pi}{15}$. C. $\frac{4\pi}{3}$. **D. $\frac{16\pi}{15}$.**

Lời giải

Chọn D.

Phương trình hoành độ giao điểm của (H) và trục hoành $-x^2 + 2x = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 0 \\ x = 2 \end{cases}$.

Thể tích khối tròn xoay cần tìm là

$$V = \pi \int_0^2 (-x^2 + 2x)^2 dx = \pi \int_0^2 (x^4 - 4x^3 + 4x^2) dx = \pi \left(\frac{x^5}{5} - x^4 + \frac{4}{3}x^3 \right) \Big|_0^2 = \frac{16\pi}{15}.$$

Câu 17. [2H3-2] Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, cho hai đường thẳng $d_1: \frac{x-1}{1} = \frac{y+2}{1} = \frac{z-3}{-1}$ và $d_2: \frac{x-3}{1} = \frac{y-1}{2} = \frac{z-5}{3}$. Phương trình mặt phẳng chứa d_1 và d_2 là:

- A. $5x - 4y - z - 16 = 0$. B. $5x - 4y + z + 16 = 0$.
C. $5x - 4y + z - 16 = 0$. **D. $5x + 4y + z - 16 = 0$.**

Lời giải

Chọn C.

d_1 có vectơ chỉ phương $\vec{u}_1 = (1; 1; 1)$, d_2 có vectơ chỉ phương $\vec{u}_2 = (1; 2; 3)$.

Vì (P) chứa d_1 và d_2 nên vectơ pháp tuyến $\vec{n}$ của thỏa $(P) \vec{n} \perp \vec{u}_1$ và $\vec{n} \perp \vec{u}_2$.

Chọn $\vec{n} = [\vec{u}_1; \vec{u}_2] = (5; -4; 1)$

Vậy mặt phẳng (P) cần tìm đi qua $M(3; 1; 5) \in d_2$ và có vectơ pháp tuyến $\vec{n} = (5; -4; 1)$, phương trình là $5(x-3) - 4(y-1) + 1(z-5) = 0 \Leftrightarrow 5x - 4y + z - 16 = 0$.

Câu 18. [2D2-3] Phương trình $(2 + \sqrt{3})^x + (2 - \sqrt{3})^x = m$ có nghiệm khi:

- A. $m \in (-\infty; 5)$. B. $m \in (2; +\infty)$. C. $m \in (-\infty; 5]$. **D. $m \in [2; +\infty)$.**

Lời giải

Chọn D.

Đặt $(2 + \sqrt{3})^x = t, (t > 0)$ phương trình trở thành $t + \frac{1}{t} = m$.

Vì $t > 0$ nên ta có $m = t + \frac{1}{t} \geq 2$ nên $m \geq 2$ thì phương trình có nghiệm.

Câu 19. [2D2-2] Số nghiệm của phương trình $3^x - 3^{1-x} = 2$ là:

- A. 3. **B. 1.** C. 2. D. 0.

Lời giải

Chọn B.

$$\text{Ta có: } 3^x - 3^{1-x} = 2 \Leftrightarrow 3^x - \frac{3}{3^x} = 2 \Leftrightarrow 3^{2x} - 2 \cdot 3^x - 3 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} 3^x = -1 \text{ (vn)} \\ 3^x = 3 \end{cases} \Leftrightarrow x = 1.$$

Vậy phương trình có một nghiệm.

Câu 20. [2D2-2] Tích các nghiệm của phương trình $\log_x(125x)\log_{25}^2 x = 1$ bằng

A. $\frac{7}{25}$.

B. $\frac{630}{625}$.

C. $\frac{1}{125}$.

D. 630.

Lời giải

Chọn C.

Điều kiện: $0 < x \neq 1$, ta có:

$$\log_x(125x)\log_{25}^2 x = 1 \Leftrightarrow \log_{25}^2 x + \log_{25}^2 x \cdot \log_x 125 = 1 \Leftrightarrow \log_{25}^2 x + \frac{3}{2}\log_{25} x - 1 = 0$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} \log_{25} x = \frac{1}{2} \\ \log_{25} x = -2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 5 \\ x = \frac{1}{25^2} \end{cases}.$$

Vậy tích các nghiệm của phương trình là: $\frac{1}{125}$.

Câu 21. [2D2-2] Phương trình $9^x - 3 \cdot 3^x + 2 = 0$ có hai nghiệm x_1, x_2 với $x_1 < x_2$. Giá trị của $2x_1 + 3x_2$ là:

A. $3\log_3 2$.

B. 1.

C. $4\log_3 2$.

D. $2\log_2 3$.

Lời giải

Chọn A.

$$\text{Đặt } t = 3^x, (t > 0). \text{ Ta được phương trình } t^2 - 3t + 2 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} t = 2(n) \\ t = 1(n) \end{cases}.$$

$$\text{Suy ra } \begin{cases} 3^x = 2 \\ 3^x = 1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = \log_3 2 \\ x = 0 \end{cases}. \text{ Với } x_1 < x_2 \text{ nên } x_1 = 0 \text{ và } x_2 = \log_3 2.$$

$$\text{Suy ra } 2x_1 + 3x_2 = 3\log_3 2.$$

Câu 22. [2D4-3] Cho số phức thỏa $|z| = 3$. Biết rằng tập hợp số phức $w = \bar{z} + i$ là một đường tròn. Tìm tâm của đường tròn đó.

A. $I(0;1)$.

B. $I(0;-1)$.

C. $I(-1;0)$.

D. $I(1;0)$.

Lời giải

Chọn A.

$$\text{Đặt } w = x + yi, (x, y \in \mathbb{R}).$$

$$\text{Ta có } w = \bar{z} + i \Leftrightarrow x + yi = \bar{z} + i \Leftrightarrow \bar{z} = x + (y-1)i \Leftrightarrow z = x + (1-y)i.$$

$$\text{Mặt khác ta có } |z| = 3 \text{ suy ra } x^2 + (1-y)^2 = 9 \text{ hay } x^2 + (y-1)^2 = 9.$$

Vậy tập hợp số phức $w = \bar{z} + i$ là đường tròn tâm $I(0;1)$.

Câu 23. [2D1-2] Giá trị của tham số m để phương trình $x^3 - 3x = 2m + 1$ có ba nghiệm phân biệt là:

A. $-\frac{3}{2} < m < \frac{1}{2}$.

B. $-2 < m < 2$.

C. $-\frac{3}{2} \leq m \leq \frac{1}{2}$.

D. $-2 \leq m \leq 2$.

Lời giải

Chọn A.

Xét hai hàm số: $f(x) = x^3 - 3x$ có đồ thị (C) và đường thẳng $y = 2m + 1(d)$

$$f(x) = x^3 - 3x$$

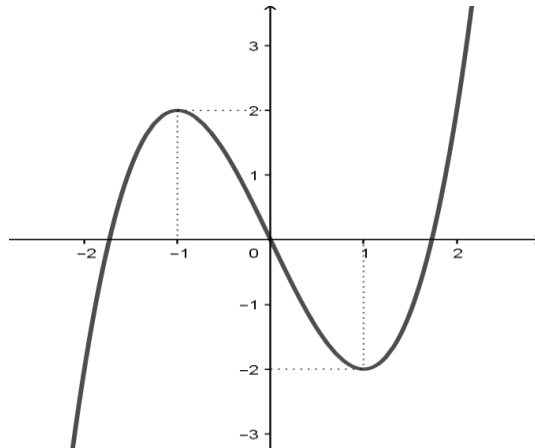
$$f'(x) = 3x^2 - 3$$

$$f'(x) = 0 \Leftrightarrow 3x^2 - 3 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 1 \\ x = -1 \end{cases}$$

Bảng biến thiên:

x	$-\infty$	-1	1	$+\infty$		
$f'(x)$		$+$	0	$-$	0	$+$
$f(x)$			2		-2	
	$+\infty$					$+\infty$

Đồ thị:



$x^3 - 3x = 2m + 1(1)$ là phương trình hoành độ giao điểm của (C) và (d) .

Số giao điểm của (C) và (d) chính là số nghiệm của phương trình (1).

$\Rightarrow$ phương trình (1) có ba nghiệm phân biệt $\Leftrightarrow (C)$ và (d) có ba giao điểm.

Dựa vào đồ thị của (C) ta có: (C) và (d) có ba giao điểm

$$\Leftrightarrow -2 < 2m + 1 < 2 \Leftrightarrow -3 < 2m < 1 \Leftrightarrow -\frac{3}{2} < m < \frac{1}{2}$$

Câu 24. [2D4-2] Cho số phức z thỏa mãn: $\bar{z} = \frac{(1 + \sqrt{3}i)^3}{1 - i}$. Tìm môđun của $\bar{z} + iz$.

A. $4\sqrt{2}$.

B. 4.

C. $8\sqrt{2}$.

D. 8.

Lời giải

Chọn C.

$$\bar{z} = \frac{(1 + \sqrt{3}i)^3}{1 - i} \Leftrightarrow \bar{z} = -4 - 4i \Rightarrow z = -4 + 4i$$

$$iz = i(-4 - 4i) = -4 - 4i$$

$$\bar{z} + iz = -4 - 4i + (-4 - 4i) = -8 - 8i$$

$$|\bar{z} + iz| = \sqrt{(-8)^2 + (-8)^2} = 8\sqrt{2}$$

Câu 25. [2D3-1] Cho $I = \int_0^2 f(x) dx = 3$. Khi đó $J = \int_0^2 [4f(x) - 3] dx$ bằng:

A. 2.

B. 6.

C. 8.

D. 4.

Lời giải

Chọn B.

$$\text{Ta có } J = \int_0^2 [4f(x) - 3] dx = 4 \int_0^2 f(x) dx - 3 \int_0^2 dx = 4.3 - 3x \Big|_0^2 = 6.$$

Câu 26. [2H1-2] Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình thang vuông tại A và B , $AB = BC = \frac{1}{2}AD = a$. Tam giác SAB đều và nằm trong mặt phẳng vuông góc với đáy. Tính thể tích khối chóp $S.ACD$.

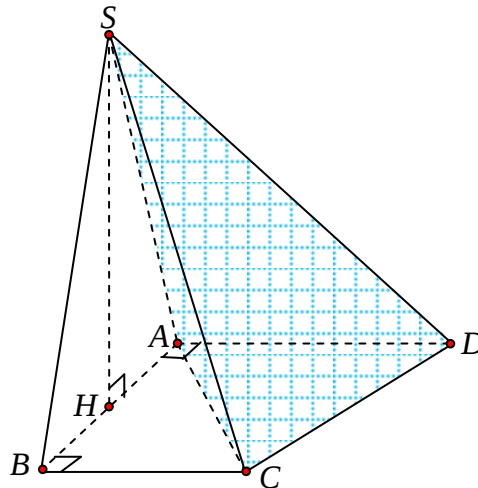
A. $V_{S.ACD} = \frac{a^3}{2}$.

B. $V_{S.ACD} = \frac{a^3}{3}$.

C. $V_{S.ACD} = \frac{a^3\sqrt{2}}{6}$.

D. $V_{S.ACD} = \frac{a^3\sqrt{3}}{6}$.

Lời giải



Chọn D.

Gọi H là trung điểm cạnh AB

$$\text{Ta có } \begin{cases} (SAB) \perp (ABCD) \\ (SAB) \cap (ABCD) = AB \Rightarrow SH \perp (ABCD) \\ SH \perp AB \end{cases}$$

$$\text{Khi đó } V_{SACD} = \frac{1}{3} SA \cdot S_{ACD}.$$

$$\text{với } S_{ACD} = S_{ABCD} - S_{ABC} = \frac{1}{2} AB(AD + BC) - \frac{1}{2} AB \cdot BC = a^2; SA = \frac{a\sqrt{3}}{2}$$

$$\text{Vậy } \frac{32\pi}{15}.$$

Câu 27. [2H3-2] Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$ cho $M(1; -2; 1)$, $N(0; 1; 3)$. Phương trình đường thẳng qua hai điểm M , N là

A. $\frac{x+1}{-1} = \frac{y-2}{3} = \frac{z+1}{2}$.

B. $\frac{x+1}{1} = \frac{y-3}{-2} = \frac{z-2}{1}$.

C. $\frac{x}{-1} = \frac{y-1}{3} = \frac{z-3}{2}$.

D. $\frac{x}{1} = \frac{y-1}{-2} = \frac{z-3}{1}$.

Lời giải

Chọn C.

Đường thẳng MN đi qua $N(0; 1; 3)$ và có vector chỉ phương là $\overrightarrow{MN} = (-1; 3; 2)$ có phương trình là $\frac{x}{-1} = \frac{y-1}{3} = \frac{z-3}{2}$.

Câu 28. [2D2-2] Phương trình $\log_x 2 + \log_2 x = \frac{5}{2}$

A. Có hai nghiệm dương.

B. Vô nghiệm.

C. Có một nghiệm âm.

D. Có một nghiệm âm và một nghiệm dương.

Lời giải

Chọn A.

Điều kiện: $0 < x \neq 1$.

$$\log_x 2 + \log_2 x = \frac{5}{2} \Leftrightarrow \frac{1}{\log_2 x} + \log_2 x - \frac{5}{2} = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} \log_2 x = 2 \\ \log_2 x = \frac{1}{2} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 4 \\ x = \sqrt{2} \end{cases}.$$

Vậy phương trình đã cho có hai nghiệm dương.

Câu 29. [2D4-2] Cho số phức z thỏa mãn điều kiện $(1+i)(z-i) + 2z = 2i$. Môđun của số phức

$w = \frac{\bar{z} - 2z + 1}{z^2}$ là:

A. $\sqrt{10}$.

B. $\sqrt{8}$.

C. $-\sqrt{10}$.

D. $-\sqrt{8}$.

Lời giải

Chọn A.

Ta có $(1+i)(z-i) + 2z = 2i \Leftrightarrow (3+i)z = -1+3i \Leftrightarrow z = i$.

Suy ra $w = \frac{\bar{z} - 2z + 1}{z^2} = \frac{-i - 2i + 1}{i^2} = -1 + 3i$.

Vậy $|w| = \sqrt{10}$.

Câu 30. [2H1-3] Cho hình chóp đều $S.ABCD$ có độ dài cạnh đáy bằng a . Gọi G là trọng tâm tam giác SAC . Mặt phẳng chứa AB và đi qua G cắt các cạnh SC , SD lần lượt tại M và N . Biết mặt bên của hình chóp tạo với đáy một góc bằng 60° . Thể tích khối chóp $S.ABMN$ bằng:

A. $a^3 \frac{\sqrt{3}}{4}$.

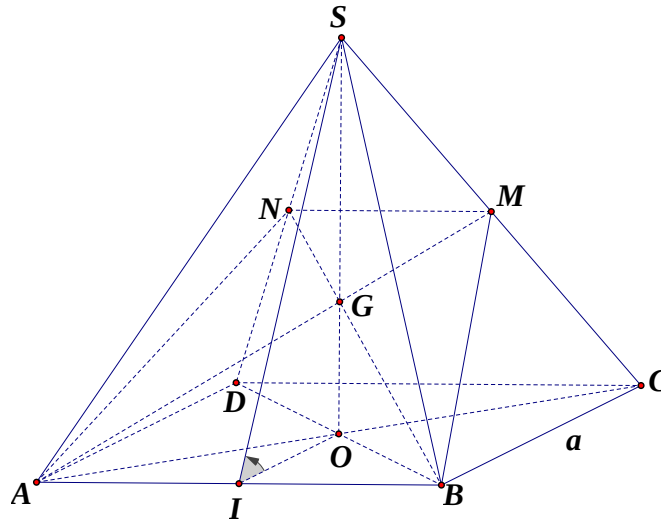
B. $a^3 \frac{\sqrt{3}}{8}$.

C. $a^3 \frac{\sqrt{3}}{16}$.

D. $3a^3 \frac{\sqrt{3}}{16}$.

Lời giải

Chọn B.



Vì G là trọng tâm tam giác SAC nên AG cắt SC tại trung điểm M của SC , tương tự BG cắt SD tại trung điểm N của SD .

Gọi O là tâm của hình vuông $ABCD$ và I là trung điểm của AB . Suy ra góc giữa mặt bên (SAB) và mặt đáy $(ABCD)$ là $\angle SIO = 60^\circ$. Do đó $SO = OI \cdot \tan 60^\circ = \frac{a\sqrt{3}}{2}$.

$$\text{Suy ra } V_{S.ABCD} = \frac{1}{3} S_{ABCD} \cdot SO = \frac{1}{3} a^2 \cdot \frac{a\sqrt{3}}{2} = \frac{a^3\sqrt{3}}{6}.$$

$$\text{Mặt khác } V_{S.ABCD} = 2V_{S.ABM}, \text{ ta lại có } \frac{V_{S.ABM}}{V_{S.ABC}} = \frac{SA}{SA} \cdot \frac{SB}{SB} \cdot \frac{SM}{SC} = \frac{1}{2} \Rightarrow V_{S.ABM} = \frac{1}{2} V_{S.ABC}.$$

$$\frac{V_{S.AMN}}{V_{S.ACD}} = \frac{SA}{SA} \cdot \frac{SN}{SD} \cdot \frac{SM}{SC} = \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{2} = \frac{1}{4} \Rightarrow V_{S.AMN} = \frac{1}{4} V_{S.ACD}.$$

$$\text{Vậy } V_{S.ABMN} = \frac{3}{4} V_{S.ABCD} = \frac{3}{4} \frac{a^3\sqrt{3}}{6} = \frac{a^3\sqrt{3}}{8}.$$

Câu 31. [2D3-2] Cho hình phẳng (H) giới hạn bởi các đường $y = x^2$, $y = 2x$. Thể tích của khối tròn xoay được tạo thành khi quay (H) xung quanh trục Ox bằng:

A. $\frac{32\pi}{15}$.

B. $\frac{64\pi}{15}$.

C. $\frac{21\pi}{15}$.

D. $\frac{16\pi}{15}$.

Lời giải

Chọn B.

$$\text{Xét phương trình hoành độ giao điểm: } x^2 - 2x = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 0 \\ x = 2 \end{cases}.$$

$$\text{Khi quay } (H) \text{ xung quanh trục } Ox \text{ ta được khối tròn xoay giới hạn bởi } \begin{cases} y = x^2 \\ y = 2x \\ x = 0 \\ x = 2 \end{cases}.$$

$$\text{Do đó thể tích của khối tròn xoay là: } V = \pi \int_0^2 \left| (x^2)^2 - (2x)^2 \right| dx = \frac{64\pi}{15}.$$

Câu 32. [2H2-4] Khối cầu nội tiếp hình tứ diện đều có cạnh bằng a thì thể tích khối cầu là:

A. $\frac{a^3 \pi \sqrt{6}}{216}$.

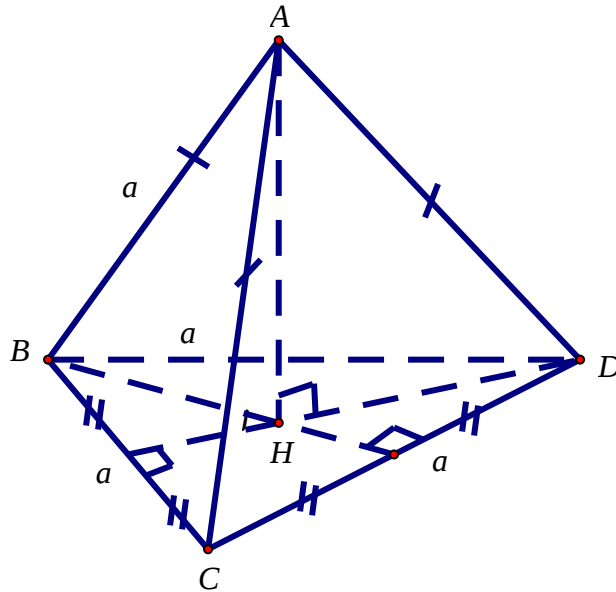
B. $\frac{a^3 \pi \sqrt{3}}{144}$.

C. $\frac{a^3 \pi \sqrt{3}}{96}$.

D. $\frac{a^3 \pi \sqrt{6}}{124}$.

Lời giải

Chọn A.



Gọi H là trọng tâm tam giác BCD và G là tâm mặt cầu nội tiếp tứ diện $ABCD$.

Khi đó bán kính mặt cầu nội tiếp tứ diện $ABCD$ là:

$$r = d(G, (ABC)) = d(G, (BCD)) = d(G, (ACD)) = d(G, (ABD)).$$

$$\text{Ta có: } V_{G.BCD} = \frac{1}{3} \cdot S_{BCD} \cdot d(G, (BCD)) \Rightarrow d(G, (BCD)) = \frac{3 \cdot V_{G.BCD}}{S_{BCD}}.$$

$$\text{Mà } V_{G.BCD} = V_{G.ABC} = V_{G.ABD} = V_{G.ACD} \text{ (vì } S_{BCD} = S_{ABC} = S_{ABD} = S_{ACD}).$$

$$\text{Mặt khác } V_{G.BCD} + V_{G.ABC} + V_{G.ABD} + V_{G.ACD} = V_{ABCD} \Rightarrow V_{G.BCD} = \frac{1}{4} V_{ABCD}.$$

$$BH = \frac{a\sqrt{3}}{3}; AH = \sqrt{AB^2 - BH^2} = \frac{a\sqrt{6}}{3}.$$

$$V_{ABCD} = \frac{1}{3} \cdot \frac{a^2 \sqrt{3}}{4} \cdot \frac{a\sqrt{6}}{3} = \frac{a^3 \sqrt{2}}{12} \Rightarrow V_{G.BCD} = \frac{1}{4} V_{ABCD} = \frac{a^3 \sqrt{2}}{48}.$$

$$\Rightarrow r = d(G, (BCD)) = \frac{3 \cdot V_{G.BCD}}{S_{BCD}} = \frac{3 \cdot \frac{a^3 \sqrt{2}}{48}}{\frac{a^2 \sqrt{3}}{4}} = \frac{a\sqrt{6}}{12}.$$

$$\text{Vậy thể tích khối cầu nội tiếp tứ diện là: } V = \frac{4}{3} \pi r^3 = \frac{a^3 \pi \sqrt{6}}{216}.$$

Câu 33. [2D2-4] Giá trị nào của m để phương trình $\log_3^2 x + \sqrt{\log_3^2 x + 1} - 2m - 1 = 0$ có ít nhất một nghiệm thuộc đoạn $[1; 3^{\sqrt{3}}]$.

A. $1 \leq m \leq 16$.

B. $4 \leq m \leq 8$.

C. $3 \leq m \leq 8$.

D. $0 \leq m \leq 2$.

Lời giải

Chọn D.

Điều kiện $x > 0$. Đặt $t = \sqrt{\log_3^2 x + 1} \geq 1$, ta được phương trình $t^2 + t - 2m - 2 = 0$ (*).

Ta có $x \in [1; 3^{\sqrt{3}}] \Leftrightarrow 0 \leq \log_3 x \leq \sqrt{3} \Leftrightarrow 1 \leq t = \sqrt{\log_3^2 x + 1} \leq 2$.

Phương trình đã cho có nghiệm thuộc $x \in [1; 3^{\sqrt{3}}] \Leftrightarrow (*)$ có nghiệm $t \in [1; 2]$.

Đặt $f(t) = t^2 + t$, với $t \in [1; 2]$.

Hàm số $f(t)$ là hàm đồng biến trên đoạn $[1; 2]$. Ta có $f(1) = 2$ và $f(2) = 6$.

Phương trình $t^2 + t = 2m + 2 \Leftrightarrow f(t) = 2m + 2$ có nghiệm $t \in [1; 2] \Leftrightarrow f(1) \leq 2m + 2 \leq f(2)$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} f(1) \leq 2m + 2 \\ 2m + 2 \leq f(2) \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 2 \leq 2m + 2 \\ 2m + 2 \leq 6 \end{cases} \Leftrightarrow 0 \leq m \leq 2.$$

Câu 34. [2D2-3] Số tiền mà An để dành hàng ngày là x (đơn vị nghìn đồng, với $Q(-2; 3; 5)$, $x \in \mathbb{Q}$) biết x là nghiệm của phương trình $\log_{\sqrt{3}}(x-2) + \log_3(x-4)^2 = 0$. Tổng số tiền mà An để dành được sau 1 tuần (7 ngày) là:

A. 7.

B. 21.

C. 24.

D. 14.

Lời giải

Chọn B.

Điều kiện $\begin{cases} x > 2 \\ x \neq 4 \\ x \in \mathbb{Q} \end{cases}$. Phương trình đã cho tương đương với:

$$2\log_3(x-2) + 2\log_3|x-4| = 0 \Leftrightarrow \log_3[(x-2)|x-4|] = 0 \Leftrightarrow (x-2)|x-4| = 1$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} \begin{cases} (x-2)(x-4) = 1 \\ x > 4 \end{cases} \\ \begin{cases} (x-2)(x-4) = -1 \\ 2 < x < 4 \end{cases} \end{cases} P(3; -2; 5) \begin{cases} \begin{cases} x^2 - 6x + 7 = 0 \\ x > 4 \end{cases} \\ \begin{cases} x^2 - 6x + 9 = 0 \\ 2 < x < 4 \end{cases} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} \begin{cases} x = 3 \pm \sqrt{2} \\ x > 4 \end{cases} \\ \begin{cases} x = 3 \\ 2 < x < 4 \end{cases} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 3 + \sqrt{2} \\ x = 3 \end{cases}.$$

Do $x \in \mathbb{Q}$ nên $x = 3$.

Vậy tổng số tiền mà An để dành được sau 1 tuần (7 ngày) là 21 (nghìn đồng).

Câu 35. [2H3-2] Cho điểm $M(2; 1; 0)$ và đường thẳng $\Delta: \frac{x-1}{2} = \frac{y+1}{1} = \frac{z}{-1}$. Gọi d là đường thẳng đi qua M , cắt và vuông góc với Δ . Vectơ chỉ phương của d là:

A. $\vec{u} = (-3; 0; 2)$.

B. $\vec{u} = (0; 3; 1)$.

C. $\vec{u} = (2; -1; 2)$.

D. $\vec{u} = (1; -4; -2)$.

Lời giải

Chọn D.

Gọi H là giao điểm của d và Δ , khi đó giá của $\overrightarrow{MH}$ vuông góc với đường thẳng Δ .

$H(1+2t; -1+t; -t)$, $\overrightarrow{MH} = (2t-1; t-2; -t)$, $\vec{u}_{\Delta} = (2; 1; -1)$ là VTCP của Δ .

$$\text{Ta có } \overrightarrow{MH} \cdot \vec{u}_{\Delta} = 0 \Leftrightarrow 2(2t-1) + 1(t-2) - 1(-t) = 0 \Leftrightarrow t = \frac{2}{3}$$

$$\overrightarrow{MH} = \left(\frac{1}{3}; -\frac{4}{3}; -\frac{2}{3} \right).$$

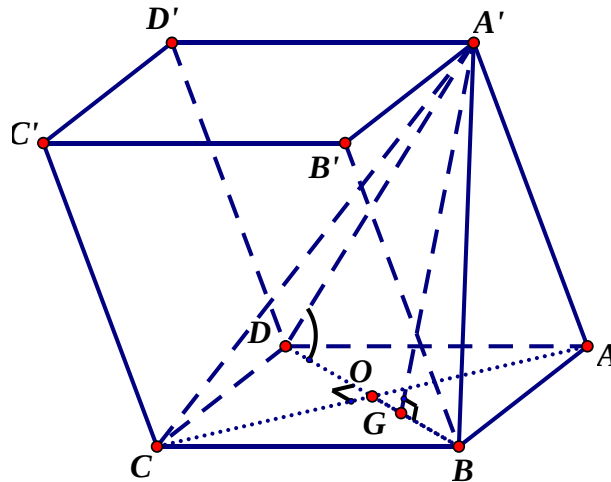
Vậy vectơ chỉ phương của đường thẳng d là $\vec{u} = (1; -4; -2)$.

Câu 36. [1H1-3] Cho lăng trụ $ABCD.A'B'C'D'$ có đáy $ACBD$ là hình thoi cạnh a , biết $A'.ABC$ là hình chóp đều và $A'D$ hợp với mặt đáy một góc 45° . Thể tích khối lăng trụ $ABCD.A'B'C'D'$ là:

- A. a^3 . B. $\frac{a^3\sqrt{6}}{12}$. C. $a^3\sqrt{3}$. D. $\frac{a^3\sqrt{6}}{3}$.

Lời giải

Chọn A.



Ta có $(A'D, (ABCD)) = A'DG = 45^\circ$.

Ta giác ABC đều cạnh a nên $BG = \frac{a\sqrt{3}}{3}$, $DB = a\sqrt{3}$, $DG = 2BG = \frac{2a\sqrt{3}}{3}$.

Tam giác $A'DG$ vuông cân tại G nên $A'G = DG = \frac{2a\sqrt{3}}{3}$.

$$V_{ABCD.A'B'C'D'} = S_{ABCD} \cdot AG = \frac{1}{2} a \cdot a\sqrt{3} \cdot \frac{2a\sqrt{3}}{3} = a^3.$$

Câu 37. [2D1-4] Cho đường cong $(C): y = \frac{2x+3}{x-1}$ và M là một điểm nằm trên (C) . Giả sử d_1, d_2 tương ứng là các khoảng cách từ M đến hai tiệm cận của (C) , khi đó $d_1 \cdot d_2$ bằng:

- A. 3. B. 4. C. 5. D. 6.

Lời giải

Chọn C.

Ta có: $\lim_{x \rightarrow 1^+} y = +\infty \Rightarrow x=1$ là tiệm cận đứng; $\lim_{x \rightarrow +\infty} y = 2 \Rightarrow y=2$ là tiệm cận ngang.

$$M \in (C) \Rightarrow M \left(a; 2 + \frac{5}{a-1} \right) \text{ với } a \neq 1.$$

$$\text{Khoảng cách từ } M \text{ đến tiệm cận đứng: } d_1 = \frac{|a-1|}{\sqrt{1}} = |a-1|,$$

$$\text{Khoảng cách từ } M \text{ đến tiệm ngang } d_2 = \frac{\left| 2 + \frac{5}{a-1} - 2 \right|}{\sqrt{0^2 + 1^2}} = \left| \frac{5}{a-1} \right|.$$

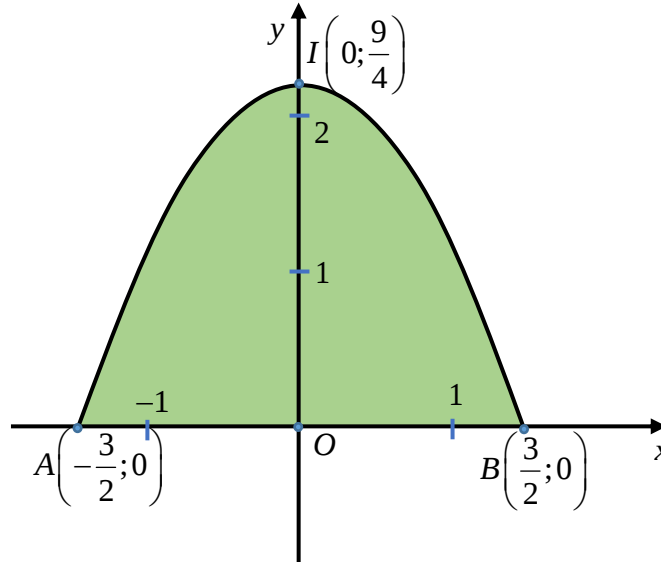
$$\text{Xét } d_1 \cdot d_2 = |a-1| \cdot \left| \frac{5}{a-1} \right| = \left| (a-1) \cdot \frac{5}{a-1} \right| = 5.$$

- Câu 38. [2D3-4]** Bác Năm làm một cái cửa nhà hình parabol có chiều cao từ mặt đất đến đỉnh là 2,25 mét, chiều rộng tiếp giáp với mặt đất là 3 mét. Giá thuê mỗi mét vuông là 1500000 đồng. Vậy số tiền bác Năm phải trả là:
A. 33750000 đồng. **B.** 3750000 đồng. **C.** 12750000 đồng. **D.** 6750000 đồng.

Lời giải

Chọn D.

Gọi phương trình parabol $(P): y = ax^2 + bx + c$. Do tính đối xứng của parabol nên ta có thể chọn hệ trục tọa độ Oxy sao cho (P) có đỉnh $I \in Oy$ (như hình vẽ).



Ta có hệ phương trình:
$$\begin{cases} \frac{9}{4} = c, (I \in (P)) \\ \frac{9}{4}a - \frac{3}{2}b + c = 0 (A \in (P)) \\ \frac{9}{4}a + \frac{3}{2}b + c = 0 (B \in (P)) \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} c = \frac{9}{4} \\ a = -1 \\ b = 0 \end{cases}$$

Vậy $(P): y = -x^2 + \frac{9}{4}$.

Dựa vào đồ thị, diện tích cửa parabol là:

$$S = \int_{-\frac{3}{2}}^{\frac{3}{2}} \left(-x^2 + \frac{9}{4} \right) dx = 2 \int_0^{\frac{3}{2}} \left(-x^2 + \frac{9}{4} \right) dx = 2 \left(-\frac{x^3}{3} + \frac{9}{4}x \right) \Bigg|_0^{\frac{3}{2}} = \frac{9}{2} \text{ m}^2.$$

Số tiền phải trả là: $\frac{9}{2} \cdot 1500000 = 6750000$ đồng.

- Câu 39. [2D1-2]** Cho hàm số $y = \frac{x + \sqrt{4x^2 - 3}}{2x + 3}$ (C). Gọi m là số tiệm cận của đồ thị hàm số (C) và n là giá trị của hàm số (C) tại $x = 1$ thì tích $m.n$ là:

A. $\frac{6}{5}$.

B. $\frac{14}{5}$.

C. $\frac{3}{5}$.

D. $\frac{2}{15}$.

Lời giải

Chọn A.

➤ Ta có: $\lim_{x \rightarrow +\infty} y = \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{x + \sqrt{4x^2 - 3}}{2x + 3} = \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{1 + \sqrt{4 - \frac{3}{x^2}}}{2 + \frac{3}{x}} = \frac{3}{2} \Rightarrow y = \frac{3}{2}$ là đường tiệm cận ngang

của đồ thị (C). $\lim_{x \rightarrow -\infty} y = \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{x + \sqrt{4x^2 - 3}}{2x + 3} = \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{1 - \sqrt{4 - \frac{3}{x^2}}}{2 + \frac{3}{x}} = \frac{-1}{2} \Rightarrow y = \frac{-1}{2}$ là đường tiệm

cận ngang của đồ thị (C). $\lim_{x \rightarrow \left(-\frac{3}{2}\right)^+} y = \lim_{x \rightarrow \left(-\frac{3}{2}\right)^+} \frac{x + \sqrt{4x^2 - 3}}{2x + 3} = +\infty$;

$\lim_{x \rightarrow \left(-\frac{3}{2}\right)^-} y = \lim_{x \rightarrow \left(-\frac{3}{2}\right)^-} \frac{x + \sqrt{4x^2 - 3}}{2x + 3} = -\infty \Rightarrow x = -\frac{3}{2}$ là đường tiệm cận đứng của đồ thị (C) suy đồ

thị (C) của hàm số có 3 đường tiệm cận nên $m = 3$.

➤ Với $x = 1$ ta có $n = y(1) = \frac{2}{5}$. Vậy $m.n = \frac{6}{5}$.

Câu 40. [1H3-2] Cho hình chóp $S.ABC$ có đáy là tam giác vuông tại B , $SA \perp (ABC)$, $SA = \sqrt{3}$ cm, $AB = 1$ cm, $BC = \sqrt{2}$ cm. Mặt bên (SBC) hợp với đáy một góc bằng:

A. 30° .

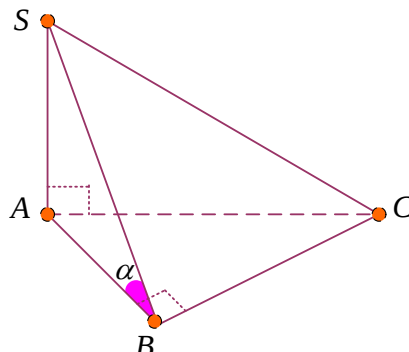
B. 90° .

C. 60° .

D. 45° .

Lời giải

Chọn C.



Theo giả thiết vì $SA \perp (ABC)$ nên $SA \perp AB$, $SA \perp BC$. Mặt khác $BC \perp AB$ nên $BC \perp SB$.

Vậy góc giữa (SBC) và đáy là góc $SBA = \alpha$.

Trong tam giác vuông SAB ta có: $\tan \alpha = \frac{SA}{AB} = \sqrt{3} \Rightarrow \alpha = 60^\circ$.

Câu 41. [2D1-3] Giả sử A, B là hai điểm cực trị của đồ thị hàm số $f(x) = x^3 + ax^2 + bx + c$ và đường thẳng AB đi qua gốc tọa độ. Tìm giá trị nhỏ nhất của $P = abc + ab + c$.

A. $-\frac{16}{25}$.

B. -9 .

C. $-\frac{25}{9}$.

D. 1 .

Lời giải

Chọn C.

TXĐ $D = \square$.

$f'(x) = 3x^2 + 2ax + b$. Điều kiện để hàm số có hai điểm cực trị là $f'(x) = 0$ có hai nghiệm phân biệt $\Rightarrow a^2 - 3b > 0$.

Lấy $f(x)$ chia cho $f'(x)$.

$$\text{Ta có } f(x) = f'(x) \cdot \left(\frac{1}{3}x + \frac{1}{9}a\right) + \left(\frac{2}{3}b - \frac{2}{9}\right)x + c - \frac{1}{9}ab.$$

$$\text{Suy ra đường thẳng đi qua } A, B \text{ là: } y = \left(\frac{2}{3}b - \frac{2}{9}\right)x + c - \frac{1}{9}ab \quad (d).$$

$$\text{Theo đầu bài (d) đi qua gốc tọa độ } \Rightarrow c - \frac{1}{9}ab = 0 \Leftrightarrow ab = 9c.$$

$$\text{Khi đó } P = abc + ab + c \Leftrightarrow P = 9c^2 + 10c \Leftrightarrow P = \left(3c + \frac{5}{3}\right)^2 - \frac{25}{9}.$$

$$\text{Suy ra } \min P = -\frac{25}{9}.$$

Câu 42. [2D4-2] Cho z là số phức có mô-đun bằng 2017 và w là số phức thỏa mãn $\frac{1}{z} + \frac{1}{w} = \frac{1}{z+w}$.

Mô-đun của số phức w là:

A. 2015.

B. 0.

C. 1.

D. 2017.

Lời giải.

Chọn D.

$$\text{Ta có } \frac{1}{z} + \frac{1}{w} = \frac{1}{z+w} \Rightarrow (z+w)^2 = zw \Leftrightarrow w^2 + wz + z^2 = 0 \Leftrightarrow w = \frac{-z \pm z\sqrt{3}i}{2}.$$

$$\bullet \text{ Với } w = \frac{-z - z\sqrt{3}i}{2} \Rightarrow |w| = \frac{|-z - z\sqrt{3}i|}{2} = |-z| \cdot \frac{|1 + i\sqrt{3}|}{2} = |z| = 2017.$$

$$\bullet \text{ Với } w = \frac{-z + z\sqrt{3}i}{2} \Rightarrow |w| = \frac{|-z + z\sqrt{3}i|}{2} = |-z| \cdot \frac{|1 - i\sqrt{3}|}{2} = |z| = 2017.$$

Câu 43. [2D2-3] Trong các nghiệm $(x; y)$ thỏa mãn bất phương trình $\log_{x^2+2y^2}(2x+y) \geq 1$. Giá trị lớn nhất của biểu thức $T = 2x + y$ bằng:

A. $\frac{9}{4}$.

B. $\frac{9}{2}$.

C. $\frac{9}{8}$.

D. 9.

Lời giải

Chọn B.

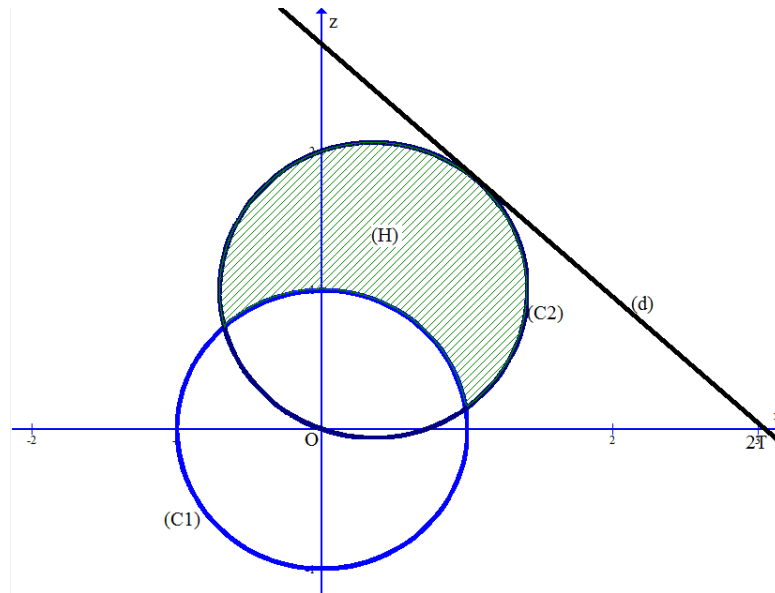
Trường hợp 1: $x^2 + 2y^2 > 1$. Đặt $\sqrt{2}y = z$. Suy ra $\Leftrightarrow x^2 + z^2 > 1$ (1)

$$\log_{x^2+2y^2}(2x+y) \geq 1 \Leftrightarrow 2x+y \geq x^2+2y^2 \Leftrightarrow 2x + \frac{z}{\sqrt{2}} \geq x^2 + z^2$$

$$\Leftrightarrow (x-1)^2 + \left(z - \frac{1}{2\sqrt{2}}\right)^2 \leq \frac{9}{8} \quad (2)$$

Tập hợp các điểm $M(x; z)$ là miền (H) bao gồm miền ngoài của hình tròn $(C_1): x^2 + z^2 = 1$

và miền trong của hình tròn $(C_2): (x-1)^2 + \left(z - \frac{1}{2\sqrt{2}}\right)^2 = \frac{9}{8}$.



$$\text{Hệ} \begin{cases} T = 2x + \frac{z}{\sqrt{2}} \\ (x-1)^2 + \left(z - \frac{1}{2\sqrt{2}}\right)^2 \leq \frac{9}{8} \\ x^2 + z^2 > 1 \end{cases} \text{ có nghiệm khi đường thẳng } d: 2x + \frac{z}{\sqrt{2}} - T = 0 \text{ có điểm chung}$$

với miền (H).

Để T đạt giá trị lớn nhất thì đường thẳng $d: 2x + \frac{z}{\sqrt{2}} - T = 0$ tiếp xúc với đường tròn (C_2)

$$\Leftrightarrow d(I; d) = \frac{3}{2\sqrt{2}} \text{ với } I\left(1; \frac{1}{2\sqrt{2}}\right) \text{ là tâm của đường tròn } (C_2).$$

$$\Leftrightarrow \frac{\left|2 + \frac{1}{4} - T\right|}{\sqrt{4 + \frac{1}{2}}} = \frac{3}{2\sqrt{2}} \Leftrightarrow \left|T - \frac{9}{4}\right| = \frac{9}{4} \Leftrightarrow \begin{cases} T = 0 \text{ (l)} \\ T = \frac{9}{2} \end{cases}$$

Trường hợp 2: $0 < x^2 + 2y^2 < 1$.

$$\log_{x^2+2y^2}(2x+y) \geq 1 \Leftrightarrow 2x+y \leq x^2+2y^2 \Leftrightarrow T = 2x+y < 1 \text{ (loại)}.$$

Vậy giá trị lớn nhất của biểu thức $T = 2x + y$ là $\max T = \frac{9}{2}$.

Câu 44. [2H2-3] Cho một miếng tôn hình tròn có bán kính 50 cm. Biết hình nón có thể tích lớn nhất khi diện tích toàn phần của hình nón bằng diện tích miếng tôn ở trên. Khi đó hình nón có bán kính đáy là:

- A.** $10\sqrt{2}$ (cm). **B.** $50\sqrt{2}$ (cm). **C.** 20 (cm). **D.** 25 (cm).

Lời giải.

Chọn D.

Ta có diện tích miếng tôn là $S = \pi \cdot 2500 \text{ (cm}^2\text{)}.$

Diện tích toàn phần của hình nón là: $S_{tp} = \pi R^2 + \pi R.l.$

Thỏa mãn yêu cầu bài toán ta có: $\pi R^2 + \pi.R.l = 2500\pi \Leftrightarrow R^2 + R.l = 2500 = A \Leftrightarrow l = \frac{A}{R} - R$.

Thể tích khối nón là:

$$\begin{aligned} V &= \frac{1}{3}\pi R^2.h \Leftrightarrow V = \frac{1}{3}\pi R^2.\sqrt{l^2 - R^2} \Leftrightarrow V = \frac{1}{3}\pi R^2.\sqrt{\left(\frac{A}{R} - R\right)^2 - R^2} \\ \Leftrightarrow V &= \frac{1}{3}\pi R^2.\sqrt{\frac{A^2}{R^2} - 2A} \Leftrightarrow V = \frac{1}{3}\pi.\sqrt{A^2.R^2 - 2A.R^4} \Leftrightarrow V = \frac{1}{3}\pi.\sqrt{\frac{A^3}{8} - 2A\left(R^2 - \frac{A}{4}\right)^2} \\ \Leftrightarrow V &\leq \frac{1}{3}\pi.\frac{A}{2}\sqrt{\frac{A}{2}}. \text{ Dấu bằng xảy ra khi } R = \sqrt{\frac{A}{4}} = 25, \text{ vậy } V \text{ đạt GTLN khi } R = 25. \end{aligned}$$

Câu 45. [2H3-4] Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho đường thẳng $d: \frac{x-2}{1} = \frac{y+1}{2} = \frac{z}{3}$ và hai điểm $A(2;0;3)$, $B(2;-2;-3)$. Biết điểm $M(x_0; y_0; z_0)$ thuộc d thỏa mãn $MA^4 + MB^4$ nhỏ nhất. Tìm x_0 .

A. $x_0 = 1$.

B. $x_0 = 3$.

C. $x_0 = 0$.

D. $x_0 = 2$.

Lời giải

Chọn D.

Gọi I là trung điểm của AB . Khi đó ta có

$$\begin{aligned} MA^4 + MB^4 &= (MA^2 + MB^2)^2 - 2MA^2.MB^2 = \left(2MI^2 + \frac{AB^2}{2}\right)^2 - 2\left(MI^2 - \frac{AB^2}{4}\right)^2 \\ &= 4MI^4 + 2MI^2.AB^2 + \frac{AB^4}{4} - 2MI^4 + MI^2.AB^2 - \frac{AB^4}{8} \\ &= 2MI^4 + 3MI^2.AB^2 + \frac{AB^4}{4} = 2\left(MI^2 + \frac{3AB^2}{4}\right)^2 - \frac{7}{10}AB^4 \end{aligned}$$

Do đó, $MA^4 + MB^4$ đạt GTNN khi MI nhỏ nhất $\Leftrightarrow M$ là hình chiếu vuông góc của I lên d .

Điểm $I(2; -1; 0)$. Lấy $M(2+t; -1+2t; 3t) \in d$. $\overrightarrow{IM} = (t; 2t; 3t)$

$$\overrightarrow{IM} \perp \overrightarrow{u_d} \Leftrightarrow \overrightarrow{IM} \cdot \overrightarrow{u_d} = 0 \Leftrightarrow t + 4t + 9t = 0 \Leftrightarrow t = 0$$

Suy ra $M \equiv I$.

Vậy $x_0 = 2$

Câu 46. [2H2-3] Cho x, y, z là các số thực thỏa mãn $2^x = 3^y = 6^{-z}$. Giá trị của biểu thức $M = xy + yz + xz$ là:

A. 0.

B. 6.

C. 3.

D. 1.

Lời giải

Chọn A.

Đặt $2^x = 3^y = 6^{-z} = t$ với $t > 0$.

$$\Rightarrow \begin{cases} 2^x = t \\ 3^y = t \\ 6^{-z} = t \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x = \log_2 t \\ y = \log_3 t \\ z = -\log_6 t \end{cases}.$$

$$\text{Mặt khác: } \log_6 t = \frac{1}{\log_t 6} = \frac{1}{\log_t 3 + \log_t 2} = \frac{1}{\frac{1}{\log_3 t} + \frac{1}{\log_2 t}} = \frac{\log_3 t \cdot \log_2 t}{\log_3 t + \log_2 t}.$$

$$M = xy + yz + xz = \log_3 t \cdot \log_2 t - \log_3 t \cdot \log_6 t - \log_6 t \cdot \log_2 t = \log_3 t \cdot \log_2 t - (\log_3 t + \log_2 t) \cdot \log_6 t \\ = \log_3 t \cdot \log_2 t - (\log_3 t + \log_2 t) \cdot \frac{\log_3 t \cdot \log_2 t}{\log_3 t + \log_2 t} = 0.$$

Câu 47. [2D4-4] Xét số phức z thỏa mãn $|z - 2 - 2i| = 2$. Giá trị nhỏ nhất của biểu thức $P = |z - 1 - i| + |z - 5 - 2i|$ bằng

A. $1 + \sqrt{10}$.

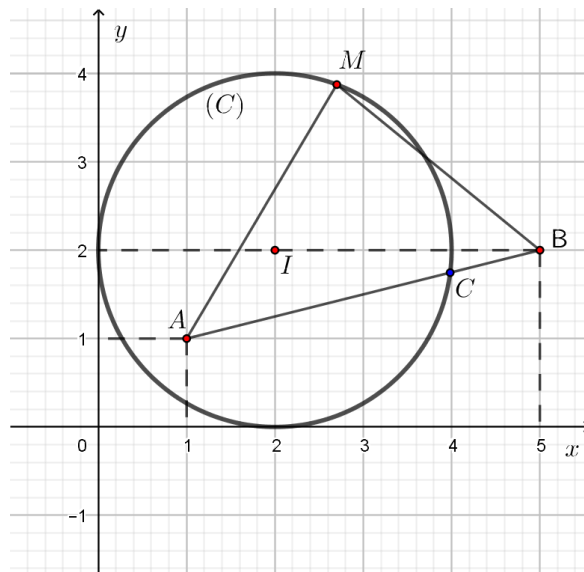
B. 4.

C. $\sqrt{17}$

D. 5.

Lời giải

Chọn C.



Gọi $M(x; y)$ là điểm biểu diễn số phức z . Do $|z - 2 - 2i| = 2$ nên tập hợp điểm M là đường tròn $(C): (x - 2)^2 + (y - 2)^2 = 4$.

Các điểm $A(1; 1)$, $B(5; 2)$ là điểm biểu diễn các số phức $1 + i$ và $5 + 2i$. Khi đó, $P = MA + MB$.

Nhận thấy, điểm A nằm trong đường tròn (C) còn điểm B nằm ngoài đường tròn (C) , mà $MA + MB \geq AB = \sqrt{17}$. Đẳng thức xảy ra khi M là giao điểm của đoạn AB với (C) .

Ta có, phương trình đường thẳng $AB: x - 4y + 3 = 0$.

Tọa độ giao điểm của đường thẳng AB và đường tròn (C) là nghiệm của hệ với $1 < y < 5$

$$\begin{cases} (x - 2)^2 + (y - 2)^2 = 4 \\ x - 4y + 3 = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} (4y - 5)^2 + (y - 2)^2 = 4 \\ x = 4y - 3 \end{cases}$$

$$\text{Ta có } (4y - 5)^2 + (y - 2)^2 = 4 \Leftrightarrow 17y^2 - 44y + 25 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} y = \frac{22 + \sqrt{59}}{17} (N) \\ y = \frac{22 - \sqrt{59}}{17} (L) \end{cases}$$

$$\text{Vậy } \min P = \sqrt{17} \text{ khi } z = \frac{37 + 4\sqrt{59}}{17} + \frac{22 + \sqrt{59}}{17}i$$

- Câu 48. [2H3-3]** Trong không gian $Oxyz$, cho tám điểm $A(-2; -2; 0)$, $B(3; -2; 0)$, $C(3; 3; 0)$, $D(-2; 3; 0)$, $M(-2; -2; 5)$, $N(3; 3; 5)$, $P(3; -2; 5)$, $Q(-2; 3; 5)$. Hình đa diện tạo bởi tám điểm đã cho có bao nhiêu mặt đối xứng?
A. 3. **B. 9.** **C. 8.** **D. 6.**

Lời giải

Chọn B.

Ta có $\overrightarrow{AB} = (5; 0; 0)$, $\overrightarrow{DC} = (5; 0; 0)$ nên $\overrightarrow{AB} = \overrightarrow{DC} \Rightarrow ABCD$ là hình bình hành, mặt khác

$$\overrightarrow{AD} = (0; 5; 0) \Rightarrow \begin{cases} AB \perp AD \\ AB = AD = 5 \end{cases}. \text{ Vậy } ABCD \text{ là hình vuông.}$$

Tương tự, ta có $\overrightarrow{MP} = \overrightarrow{QN} = (5; 0; 0)$; $\overrightarrow{MQ} = (0; 5; 0)$ nên $MPNQ$ cũng là hình vuông.

Lại có, $\overrightarrow{AM} = (0; 0; 5)$ nên $AM \perp (ABCD)$ và $AM = AB = AD$. Vậy 8 điểm trên tạo thành hình lập phương nên có 9 mặt phẳng đối xứng.

- Câu 49. [2D1-4]** Hai điểm M ; N lần lượt thuộc hai nhánh của đồ thị hàm số $y = \frac{3x-1}{x-3}$. Khi đó độ dài đoạn thẳng MN ngắn nhất bằng:
A. $8\sqrt{2}$. **B. 2017.** **C. 8.** **D. 4.**

Lời giải

Chọn C.

$$\text{Ta có } y = \frac{3x-1}{x-3} \Rightarrow y = 3 + \frac{8}{x-3}.$$

$$\text{Đặt } \begin{cases} X = x-3 \\ Y = y-3 \end{cases}. \text{ Ta có } Y = \frac{8}{X}.$$

Gọi $M\left(X_1; \frac{8}{X_1}\right)$ thuộc nhánh trái, $N\left(X_2; \frac{8}{X_2}\right)$ thuộc nhánh phải của đồ thị hàm số,

$$\text{Với } X_1 < 0 < X_2. \text{ Ta có: } MN^2 = (X_2 - X_1)^2 + 64\left(\frac{1}{X_2} - \frac{1}{X_1}\right)^2$$

$$\Rightarrow MN^2 \geq 2\sqrt{(X_2 - X_1)^2 \cdot 64\left(\frac{1}{X_2} - \frac{1}{X_1}\right)^2} \Rightarrow MN^2 \geq 16\left|(X_2 - X_1)\left(\frac{1}{X_2} - \frac{1}{X_1}\right)\right|$$

$$\Rightarrow MN^2 \geq 16 \frac{(X_2 - X_1)^2}{|X_1 X_2|} \Rightarrow MN^2 \geq 16 \frac{-4X_1 X_2}{-X_1 X_2} = 64. \text{ Do vậy } MN \geq 8.$$

$$\text{Dấu bằng xảy ra } \Leftrightarrow \begin{cases} X_2 = -X_1 \\ (X_2 - X_1)^2 = 64\left(\frac{1}{X_2} - \frac{1}{X_1}\right)^2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} X_1 = -2\sqrt{2} \\ X_2 = 2\sqrt{2} \end{cases}$$

Vậy với $M = (-2\sqrt{2}; -2\sqrt{2})$; $N = (2\sqrt{2}; 2\sqrt{2})$ thì MN có độ dài ngắn nhất bằng 8.

Cách khác: Do M, N thuộc hai nhánh khác nhau nên ta có $M\left(3-\alpha; 3-\frac{8}{\alpha}\right); N\left(3+\beta; 3+\frac{8}{\beta}\right)$,

$$\text{với } \alpha, \beta > 0. \text{ Khi đó } MN^2 = (\alpha + \beta)^2 + \left(\frac{8}{\alpha} + \frac{8}{\beta}\right)^2 = (\alpha + \beta)^2 + \frac{64(\alpha + \beta)^2}{(\alpha\beta)^2}$$

$$= (\alpha + \beta)^2 \left(1 + \frac{64}{(\alpha\beta)^2} \right) \geq 4\alpha\beta \left(1 + \frac{64}{(\alpha\beta)^2} \right) = 4 \left(\alpha\beta + \frac{64}{\alpha\beta} \right) \geq 4 \cdot 2 \cdot 8 = 64.$$

$$\text{Vậy } MN_{\min} = 8 \text{ khi } \begin{cases} \alpha = \beta \\ \alpha\beta = \frac{64}{\alpha\beta} \end{cases} \Leftrightarrow \alpha = \beta = 2\sqrt{2}.$$

Câu 50. [2D2-4] Tìm m để tồn tại duy nhất cặp $(x; y)$ thỏa mãn $\log_{x^2+y^2+2}(4x+4y-4) \geq 1$ và $x^2 + y^2 + 2x - 2y + 2 - m = 0$.

A. $(\sqrt{10} - \sqrt{2})^2$.

B. $\sqrt{10} - \sqrt{2}$ và $\sqrt{10} + \sqrt{2}$.

C. $(\sqrt{10} - \sqrt{2})^2$ và $(\sqrt{10} + \sqrt{2})^2$.

D. $\sqrt{10} - \sqrt{2}$.

Lời giải

Chọn C.

Điều kiện $4x + 4y - 4 \geq 0$

Ta có $\log_{x^2+y^2+2}(4x+4y-4) \geq 1 \Leftrightarrow 4x+4y-4 \geq x^2+y^2+2 \Leftrightarrow (x-2)^2 + (y-2)^2 \leq 2 \quad (C_1)$.

Miền nghiệm của bất phương trình là hình tròn (cả bờ) (C_1) có tâm $I_1(2; 2)$ bán kính $R_1 = \sqrt{2}$

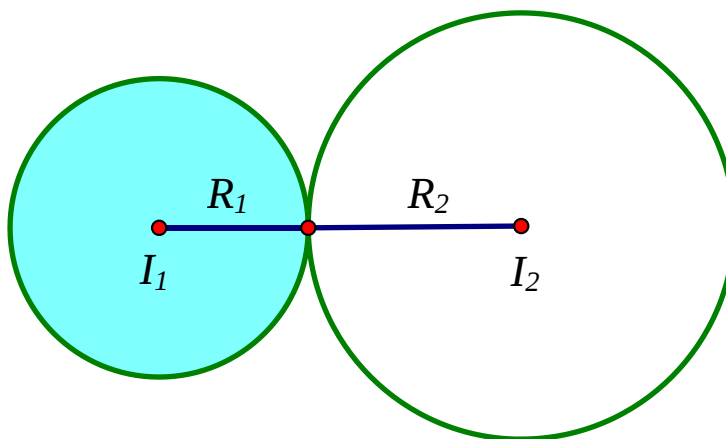
Mặt khác: $x^2 + y^2 + 2x - 2y + 2 - m = 0 \Leftrightarrow (x+1)^2 + (y-1)^2 = m \quad (*)$

Với $m = 0 \Rightarrow x = -1; y = 1$ không thỏa mãn: $(x-2)^2 + (y-2)^2 \leq 2$.

Với $m > 0$ thì $(*)$ là đường tròn (C_2) có tâm $I_2(-1; 1)$ bán kính $R_2 = \sqrt{m}$.

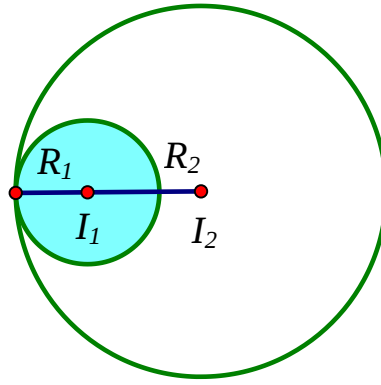
Để để tồn tại duy nhất cặp $(x; y)$ thì (C_1) và (C_2) tiếp xúc với nhau.

Trường hợp 1: (C_1) và (C_2) tiếp xúc ngoài.



Khi đó: $R_1 + R_2 = I_1I_2 \Rightarrow \sqrt{2} + \sqrt{m} = \sqrt{10} \Leftrightarrow m = (\sqrt{10} - \sqrt{2})^2$.

Trường hợp 2: (C_1) nằm trong (C_2) và hai đường tròn tiếp xúc trong.



Khi đó: $R_2 - R_1 = I_1 I_2 \Leftrightarrow \sqrt{m} - \sqrt{2} = \sqrt{10} \Leftrightarrow m = (\sqrt{10} + \sqrt{2})^2$.

Vậy $m = (\sqrt{10} - \sqrt{2})^2$ và $m = (\sqrt{10} + \sqrt{2})^2$ thỏa mãn yêu cầu bài toán.

-----**HẾT**-----