

(Thời gian làm bài 90 phút)

Họ và tên thí sinh:.....SBD:.....

Mã đề thi 284

Câu 1: [2D4-1] Cho số phức $z = \sqrt{7} - 3i$. Tính $|z|$.

A. $|z| = 5$.

B. $|z| = 3$.

C. $|z| = 4$.

D. $|z| = -4$.

Câu 2: [2D1-1] Cho hàm số $y = f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$ và có bảng xét dấu đạo hàm như hình bên. Hàm số $y = f(x)$ nghịch biến trên khoảng nào sau đây?

x	$-\infty$	-2	1	3	5	$+\infty$
y'		$+$	$-$	$+$	$-$	$+$

A. $(-2; 1)$.

B. $(1; 3)$.

C. $(-\infty; -2)$.

D. $(3; +\infty)$.

Câu 3: [2D2-1] Tập xác định của hàm số $y = (x-3)^{-\sqrt{5}}$ là

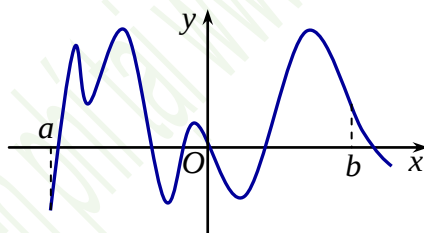
A. $(1; 3)$.

B. $\mathbb{R} \setminus \{3\}$.

C. $\mathbb{R}$.

D. $(3; +\infty)$.

Câu 4: [2D1-1] Cho hàm số $y = f(x)$ có đồ thị như hình bên. Hàm số có bao nhiêu điểm cực tiểu trên khoảng $(a; b)$?



A. 2.

B. 3.

C. 4.

D. 7.

Câu 5: [1D5-1] Tính đạo hàm của hàm số $y = e^x - \ln 3x$.

A. $y' = e^x - \frac{1}{3x}$.

B. $y' = e^x - \frac{1}{x}$.

C. $y' = e^x - \frac{3}{x}$.

D. $y' = e^x + \frac{1}{x}$.

Câu 6: [2D3-1] Diện tích S của hình phẳng giới hạn bởi đồ thị của hàm số $f(x)$ liên tục, trục hoành và hai đường thẳng $x = a$, $x = b$ được tính bằng công thức nào dưới đây?

A. $\int_a^b f(x) dx$.

B. $\pi \int_a^b f^2(x) dx$.

C. $\int_a^b |f(x)| dx$.

D. $\int_a^b f^2(x) dx$.

Câu 7: [2H3-1] Trong không gian $Oxyz$, cho mặt phẳng $(P): 3x + y - 2z + 1 = 0$. Vector nào sau đây là vector pháp tuyến của mặt phẳng (P) ?

A. $\vec{n}_1 = (3; 1; -2)$.

B. $\vec{n}_2 = (1; -2; 1)$.

C. $\vec{n}_3 = (-2; 1; 3)$.

D. $\vec{n}_4 = (3; -2; 1)$.

Câu 8: [2D4-2] Tập hợp các điểm biểu diễn cho số phức z thỏa mãn $|z - 3 + 4i| = 5$ là

A. Một đường tròn.

B. Một đường thẳng.

C. Một đường parabol.

D. Một đường Elip.

Câu 9: [1D1-2] Trong mặt phẳng Oxy , cho điểm $A(3; 0)$ và vector $\vec{v} = (1; 2)$. Phép tịnh tiến $T_{\vec{v}}$ biến A thành A' . Tọa độ điểm A' là

A. $A'(4;2)$. **B.** $A'(2;-2)$. **C.** $A'(-2;2)$. **D.** $A'(2;-1)$.

Câu 10: [2D2-2] Tổng tất cả các nghiệm của phương trình $\log_2(x-1) + \log_2 x = 1 + \log_2(3x-5)$ bằng

A. 7. **B.** 6. **C.** 5. **D.** 4.

Câu 11: [2H3-1] Trong không gian $Oxyz$, cho mặt cầu $(S): x^2 + y^2 + z^2 + 4x - 2y + 6z + 5 = 0$. Mặt cầu (S) có bán kính là

A. 3. **B.** 5. **C.** 2. **D.** 7.

Câu 12: [1D2-1] Cho tập hợp $S = \{1; 2; 3; 4; 5; 6\}$. Có thể lập được bao nhiêu số tự nhiên gồm bốn chữ số khác nhau lấy từ tập hợp S ?

A. 360. **B.** 120. **C.** 15. **D.** 20.

Câu 13: [1D2-1] Phương trình $2\sin x - \sqrt{3} = 0$ có các nghiệm là

A.
$$\begin{cases} x = \frac{\pi}{3} + k2\pi \\ x = -\frac{\pi}{3} + k2\pi \end{cases}, k \in \mathbb{Z}.$$

B.
$$\begin{cases} x = \frac{\pi}{3} + k\pi \\ x = -\frac{\pi}{3} + k\pi \end{cases}, k \in \mathbb{Z}.$$

C.
$$\begin{cases} x = \frac{\pi}{3} + k2\pi \\ x = \frac{2\pi}{3} + k2\pi \end{cases}, k \in \mathbb{Z}.$$

D.
$$\begin{cases} x = \frac{\pi}{3} + k\pi \\ x = \frac{2\pi}{3} + k\pi \end{cases}, k \in \mathbb{Z}.$$

Câu 14: [2H1-1] Công thức tính thể tích của khối chóp có diện tích đáy B và chiều cao h là

A. $V = \frac{4}{3}Bh$. **B.** $V = \frac{1}{3}Bh$. **C.** $V = Bh$. **D.** $V = \frac{1}{2}Bh$.

Câu 15: [2H1-1] Cho hình chóp tứ giác $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình vuông cạnh bằng a , $SA \perp (ABC)$, $SA = 3a$. Thể tích của khối chóp $S.ABCD$ là

A. $V = 6a^3$. **B.** $V = a^3$. **C.** $V = 3a^3$. **D.** $V = 2a^3$.

Câu 16: [1D2-1] Rút ngẫu nhiên cùng lúc ba con bài từ cỗ bài tú lơ khơ 52 con thì $n(\Omega)$ bằng bao nhiêu?

A. 140608. **B.** 156. **C.** 132600. **D.** 22100.

Câu 17: [2D1-2] Cho hàm số $y = x^3 + 3x^2 - 9x + 1$. Giá trị lớn nhất M và giá trị nhỏ nhất m của hàm số trên đoạn $[0; 4]$ là?

A. $M = 28, m = -4$. **B.** $M = 77, m = 1$. **C.** $M = 77, m = -4$. **D.** $M = 28, m = 1$.

Câu 18: [2D3-1] Khẳng định nào sau đây sai?

A. $\int_a^b [f(x) + g(x)] dx = \int_a^b f(x) dx + \int_a^b g(x) dx$. **B.** $\int_a^b f(x) dx = \int_a^c f(x) dx + \int_c^b f(x) dx$.

C. $\int_a^b f(x) dx = \int_b^a f(x) dx$.

D. $\int_a^b f(x) dx = \int_a^b f(t) dt$.

Câu 19: [1D4-1] Giới hạn $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{cx^2 + a}{x^2 + b}$ bằng?

A. a .

B. b .

C. c .

D. $\frac{a+b}{c}$.

Câu 20: [2D1-1] Đồ thị hàm số $y = \frac{2x+1}{x-3}$ có tiệm cận đứng là đường thẳng nào sau đây?

A. $y = -\frac{1}{3}$.

B. $y = 2$.

C. $x = -\frac{1}{2}$.

D. $x = 3$.

Câu 21: [2H3-2] Trong không gian $Oxyz$, cho đường thẳng $d: \begin{cases} x = 2 + 2t \\ y = 1 + t \\ z = 4 - t \end{cases}$. Mặt phẳng đi qua

$A(2; -1; 1)$ và vuông góc với đường thẳng d có phương trình là:

A. $2x + y - z - 2 = 0$.

B. $x + 3y - 2z - 3 = 0$.

C. $x - 3y - 2z + 3 = 0$.

D. $x + 3y - 2z - 5 = 0$.

Câu 22: [1D5-2] Cho hàm số $y = x^3 + 2x^2 + 1$ có đồ thị là (C) . Phương trình tiếp tuyến của (C) tại điểm $M(1; 4)$ là:

A. $y = 3x + 1$.

B. $y = 7x - 3$.

C. $y = 7x + 2$.

D. $y = -x + 5$.

Câu 23: [2D3-1] Họ các nguyên hàm của hàm số $f(x) = 5x^4 - 6x^2 + 1$ là

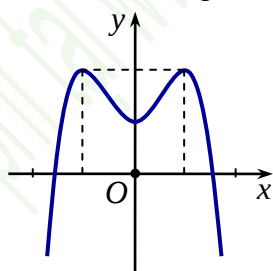
A. $20x^3 - 12x + C$.

B. $x^5 - 2x^3 + x + C$.

C. $20x^5 - 12x^3 + x + C$.

D. $\frac{x^4}{4} + 2x^2 - 2x + C$.

Câu 24: [2D1-2] Đường cong hình bên là đồ thị của một trong bốn hàm số sau. Đó là hàm số nào?



A. $y = x^4 - 2x^2 + 1$.

B. $y = -x^3 - 2x + x + 1$.

C. $y = x^3 - 2x^2 - x + 1$.

D. $y = -x^4 + 2x^2 + 1$.

Câu 25: [2D1-2] Cho hàm số $y = x^4 - 8x^2 + 10$ có đồ thị (C) . Gọi A, B, C là 3 điểm cực trị của đồ thị (C) . Tính diện tích S của tam giác ABC .

A. $S = 64$.

B. $S = 32$.

C. $S = 24$.

D. $S = 12$.

Câu 26: [1D2-2] Hệ số của x^2 trong khai triển của biểu thức $\left(x^2 + \frac{2}{x}\right)^{10}$ bằng:

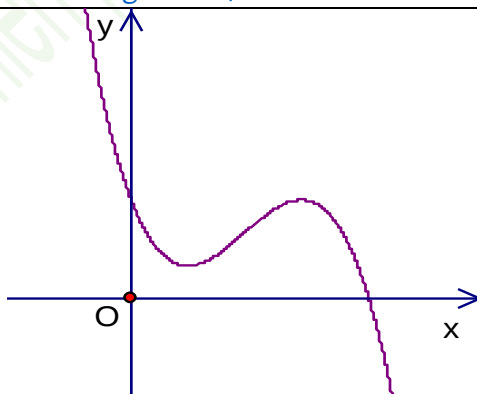
A. 3124.

B. 13440.

C. 2268.

D. 210.

Câu 27: [2D1-2] Cho hàm số $y = ax^3 + bx^2 + cx + d$ có đồ thị là đường cong trong hình dưới đây. Mệnh đề nào sau đây đúng?



A. $a > 0, c > 0, d > 0$.

B. $a < 0, c > 0, d > 0$.

C. $a < 0, c < 0, d < 0$.

D. $a < 0, c < 0, d > 0$.

Câu 28: [2D1-2] Cho hàm số $y = \frac{x+m}{x+2}$. Tập hợp tất cả các giá trị của m để hàm số đồng biến trên khoảng $(0; +\infty)$ là

A. $(2; +\infty)$.

B. $(-\infty; 2)$.

C. $[2; +\infty)$.

D. $(-\infty; 2]$.

Câu 29: [2D3-2] Biết tích phân $\int_1^2 (4x-1) \ln x dx = a \ln 2 + b$ với $a, b \in \mathbb{Z}$. Tổng $2a+b$ bằng

A. 5.

B. 8.

C. 10.

D. 13.

Câu 30: [2D2-3] Có bao nhiêu giá trị nguyên của m để phương trình $9^x + 3^{x+1} - m = 0$ có nghiệm thuộc khoảng $(0; 1)$.

A. 11.

B. 12.

C. 13.

D. 14.

Câu 31: [2H2-1] Diện tích xung quanh của hình nón ngoại tiếp hình chóp tứ giác đều có cạnh đáy bằng a và cạnh bên bằng $4a$ là:

A. $S = 2\sqrt{2}\pi a^2$.

B. $S = 4\pi a^2$.

C. $S = \sqrt{3}\pi a^2$.

D. $S = \sqrt{2}\pi a^2$.

Câu 32: [2D4-3] Có bao nhiêu số phức z thỏa mãn $|z+1-3i| = 3\sqrt{2}$ và $(z+2i)^2$ là số thuần ảo?

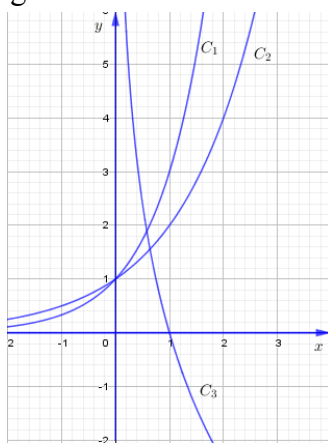
A. 1.

B. 2.

C. 3.

D. 4.

Câu 33: [2D2-2] Cho ba hàm số $y = a^x$; $y = b^x$; $y = \log_c x$ lần lượt có đồ thị (C_1) , (C_2) , (C_3) như hình bên. Mệnh đề nào sau đây đúng?



A. $a > b > c$.

B. $b > a > c$.

C. $c > b > a$.

D. $c > a > b$.

Câu 34: [1H3-3] Cho hình chóp tứ giác đều $S.ABCD$ có cạnh đáy bằng $2a$, SA tạo với đáy một góc 30° . Tính theo a khoảng cách d giữa hai đường thẳng SA và CD .

- A. $d = \frac{3\sqrt{14}a}{5}$. B. $d = \frac{2\sqrt{10}a}{5}$. C. $d = \frac{2\sqrt{15}a}{5}$. D. $d = \frac{4\sqrt{5}a}{5}$.

Câu 35: [2D2-2] Ông An gửi vào ngân hàng 60 triệu đồng theo hình thức lãi kép. Lãi suất ngân hàng là 8% trên năm. Sau 5 năm ông An tiếp tục gửi thêm 60 triệu đồng nữa. Hỏi sau 10 năm kể từ lần gửi đầu tiên ông An đến rút toàn bộ tiền gốc và tiền lãi được bao nhiêu? (Biết lãi suất không thay đổi qua các năm ông gửi tiền).

- A. 217,695 (triệu đồng). B. 231,815 (triệu đồng).
C. 197,201 (triệu đồng). D. 190,271 (triệu đồng).

Câu 36: [2D3-2] Biết $\int_{-1}^{11} f(x) dx = 18$. Tính $I = \int_0^2 x(2 + f(3x^2 - 1)) dx$.

- A. $I = 5$. B. $I = 7$. C. $I = 8$. D. $I = 10$.

Câu 37: [2D3-2] Gọi (H) là hình được giới hạn bởi nhánh parabol $y = 2x^2$ (với $x \geq 0$), đường thẳng $y = -x + 3$ và trục hoành. Thể tích của khối tròn xoay tạo bởi hình (H) khi quay quanh trục Ox bằng

- A. $V = \frac{52\pi}{15}$. B. $V = \frac{17\pi}{5}$. C. $V = \frac{51\pi}{17}$. D. $V = \frac{53\pi}{17}$.

Câu 38: [2H3-2] Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, mặt cầu tâm $I(2;1;-3)$ và tiếp xúc với trục Oy có phương trình là

- A. $(x-2)^2 + (y-1)^2 + (z+3)^2 = 4$. B. $(x-2)^2 + (y-1)^2 + (z+3)^2 = 13$.
C. $(x-2)^2 + (y-1)^2 + (z+3)^2 = 9$. D. $(x-2)^2 + (y-1)^2 + (z+3)^2 = 10$.

Câu 39: [2H2-2] Cho hình lập phương có thể tích bằng $64a^3$. Thể tích của khối cầu nội tiếp của hình lập phương đó bằng

- A. $V = \frac{16\pi a^3}{3}$. B. $V = \frac{64\pi a^3}{3}$. C. $V = \frac{32\pi a^3}{3}$. D. $V = \frac{8\pi a^3}{3}$.

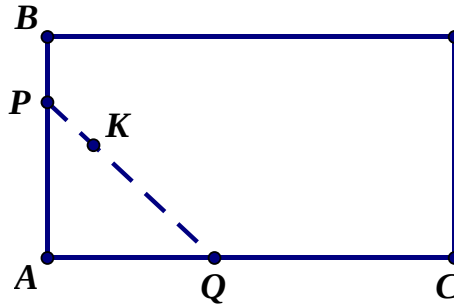
Câu 40: [2H2-2] Một hình trụ có thiết diện qua trục là hình vuông, diện tích xung quanh bằng $36\pi a^2$. Tính thể tích V của lăng trụ lục giác đều nội tiếp hình trụ.

- A. $V = 27\sqrt{3}a^3$. B. $V = 81\sqrt{3}a^3$. C. $V = 24\sqrt{3}a^3$. D. $V = 36\sqrt{3}a^3$.

Câu 41: [2H3-3] Trong không gian $Oxyz$, Cho mặt phẳng $(R): x + y - 2z + 2 = 0$ và đường thẳng $\Delta_1: \frac{x}{2} = \frac{y}{1} = \frac{z-1}{-1}$. Đường thẳng Δ_2 nằm trong mặt phẳng (R) đồng thời cắt và vuông góc với đường thẳng Δ_1 có phương trình là

- A. $\begin{cases} x = t \\ y = -3t \\ z = 1 - t \end{cases}$. B. $\begin{cases} x = t \\ y = -2t \\ z = 1 + t \end{cases}$. C. $\begin{cases} x = 2 + t \\ y = 1 - t \\ z = t \end{cases}$. D. $\begin{cases} x = 2 + 3t \\ y = 1 - t \\ z = t \end{cases}$.

Câu 42: [2D1-3] Một cái hồ rộng có hình chữ nhật. Tại một góc nhỏ của hồ người ta đóng một cái cọc ở vị trí K cách bờ AB là 1 m và cách bờ AC là 8 m, rồi dùng một cây sào ngăn một góc nhỏ của hồ để thả bè (như hình vẽ). Tính chiều dài ngắn nhất của cây sào để cây sào có thể chạm vào 2 bờ AB , AC và cây cọc K (bỏ qua đường kính của sào).



- A. $\frac{5\sqrt{65}}{4}$. B. $5\sqrt{5}$. C. $9\sqrt{2}$. D. $\frac{5\sqrt{71}}{4}$.

Câu 43: [1H2-3] Có hai chiếc hộp A và B. Hộp A chứa 6 viên bi trắng, 4 viên bi đen. Hộp B chứa 7 viên bi trắng, 3 viên bi đen. Người ta lấy ngẫu nhiên một viên bi từ hộp A bỏ vào hộp B rồi sau đó từ hộp B lấy ngẫu nhiên ra hai viên bi. Tính xác suất để hai viên bi lấy được từ hộp B là hai viên bi trắng.

- A. $\frac{126}{275}$. B. $\frac{21}{55}$. C. $\frac{123}{257}$. D. $\frac{37}{83}$.

Câu 44: [2H3-3] Trong không gian $Oxyz$, mặt phẳng (α) đi qua $M(1;1;4)$ cắt các tia Ox, Oy, Oz lần lượt tại A, B, C phân biệt sao cho tứ diện $OABC$ có thể tích nhỏ nhất. Tính thể tích nhỏ nhất đó.

- A. 72. B. 108. C. 18. D. 36.

Câu 45: [2H1-3] Cho hình chóp $S.ABC$ có thể tích V . Gọi P, Q lần lượt là trung điểm của SB, SC và G là trọng tâm tam giác ABC . Tính thể tích của hình chóp $G.APQ$ theo V .

- A. $\frac{1}{8}V$. B. $\frac{1}{12}V$. C. $\frac{1}{6}V$. D. $\frac{3}{8}V$.

Câu 46: [2D3-3] Một cái thùng đựng dầu có thiết diện ngang (mặt trong của thùng) là một đường elip có trục lớn bằng 1m, trục bé bằng 0,8m, chiều dài (mặt trong của thùng) bằng 3m. Được đặt sao cho trục bé nằm theo phương thẳng đứng (như hình bên). Biết chiều cao của dầu hiện có trong thùng (tính từ đáy thùng đến mặt dầu) là 0,6m. Tính thể tích V của dầu có trong thùng (Kết quả làm tròn đến phần trăm).



- A. $V = 1,52m^3$. B. $V = 1,31m^3$. C. $V = 1,27m^3$. D. $V = 1,19m^3$.

Câu 47: [1D3-2] Giải phương trình $1+8+15+22+\dots+x=7944$

- A. $x = 330$. B. $x = 220$. C. $x = 351$. D. $x = 407$.

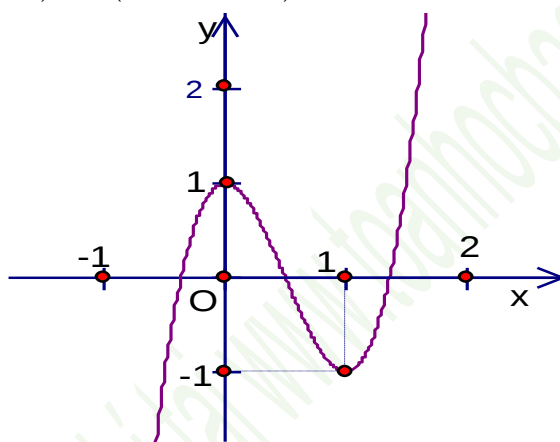
Câu 48: [1H3-3] Cho hình chóp $S.ABC$ có đáy ABC là tam giác vuông cân tại B , $AB = a$, $SA \perp AB$, $SC \perp BC$, $SB = 2a$. Gọi M , N lần lượt là trung điểm SA , BC . Gọi α là góc giữa MN với (ABC) . Tính $\cos \alpha$.

- A. $\cos \alpha = \frac{2\sqrt{11}}{11}$. B. $\cos \alpha = \frac{\sqrt{6}}{3}$. C. $\cos \alpha = \frac{2\sqrt{6}}{5}$. D. $\cos \alpha = \frac{\sqrt{10}}{5}$.

Câu 49: [2H3-4] Trong không gian $Oxyz$, cho ba điểm $A(1; -2; 1)$, $B(5; 0; -1)$, $C(3; 1; 2)$ và mặt phẳng $(Q): 3x + y - z + 3 = 0$. Gọi $M(a; b; c)$ là điểm thuộc (Q) thỏa mãn $MA^2 + MB^2 + 2MC^2$ nhỏ nhất. Tính tổng $a + b + 5c$.

- A. 11. B. 9. C. 15. D. 14.

Câu 50: [2D1-4] Cho hàm số $y = 4x^3 - 6x^2 + 1$ có đồ thị là đường cong trong hình dưới đây. Khi đó phương trình $4(4x^3 - 6x^2 + 1)^3 - 6(4x^3 - 6x^2 + 1)^2 + 1 = 0$ có bao nhiêu nghiệm thực.



- A. 3. B. 6. C. 7. D. 9.

HẾT

BẢNG ĐÁP ÁN

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20	21	22	23	24	25
C	A	D	B	A	C	A	A	A	A	A	A	C	B	B	D	C	C	C	D	A	B	B	D	B
26	27	28	29	30	31	32	33	34	35	36	37	38	39	40	41	42	43	44	45	46	47	48	49	50
B	B	B	C	C	A	A	A	B	A	B	A	B	C	B	A	B	A	B	C	A	A	B	B	C

HƯỚNG DẪN GIẢI

Câu 1: [2D4-1] Cho số phức $z = \sqrt{7} - 3i$. Tính $|z|$.

A. $|z| = 5$.

B. $|z| = 3$.

C. $|z| = 4$.

D. $|z| = -4$.

Lời giải

Chọn C.

Ta có $|z| = \sqrt{7+9} = 4$.

Câu 2: [2D1-1] Cho hàm số $y = f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$ và có bảng xét dấu đạo hàm như hình bên. Hàm số $y = f(x)$ nghịch biến trên khoảng nào sau đây ?

x	$-\infty$	-2	1	3	5	$+\infty$
y'		+	-	+	-	+

A. $(-2;1)$.

B. $(1;3)$.

C. $(-\infty; -2)$.

D. $(3; +\infty)$.

Lời giải

Chọn A.

Hàm số $y = f(x)$ nghịch biến trên khoảng $(-2;1)$.

Câu 3: [2D2-1] Tập xác định của hàm số $y = (x-3)^{-\sqrt{5}}$ là

A. $(1;3)$.

B. $\mathbb{R} \setminus \{3\}$.

C. $\mathbb{R}$.

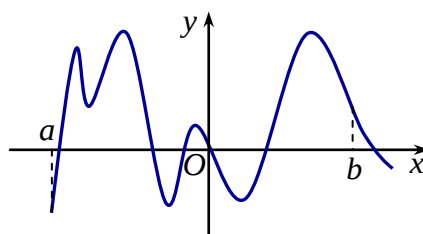
D. $(3; +\infty)$.

Lời giải

Chọn D.

Điều kiện: $x-3 > 0 \Rightarrow x > 3$.

Câu 4: [2D1-1] Cho hàm số $y = f(x)$ có đồ thị như hình bên. Hàm số có bao nhiêu điểm cực tiểu trên khoảng $(a;b)$?



A. 2.

B. 3.

C. 4.

D. 7.

Lời giải

Chọn B.

Nhìn đồ thị ta thấy hàm số có 3 điểm cực tiểu trên khoảng $(a;b)$.

Câu 5: [1D5-1] Tính đạo hàm của hàm số $y = e^x - \ln 3x$.

A. $y' = e^x - \frac{1}{3x}$.

B. $y' = e^x - \frac{1}{x}$.

C. $y' = e^x - \frac{3}{x}$.

D. $y' = e^x + \frac{1}{x}$.

Lời giải

Chọn B.

Ta có $y' = e^x - \frac{3}{3x} = e^x - \frac{1}{x}$.

Câu 6: [2D3-1] Diện tích S của hình phẳng giới hạn bởi đồ thị của hàm số $f(x)$ liên tục, trục hoành và hai đường thẳng $x=a$, $x=b$ được tính bằng công thức nào dưới đây?

A. $\int_a^b f(x) dx$.

B. $\pi \int_a^b f^2(x) dx$.

C. $\int_a^b |f(x)| dx$.

D. $\int_a^b f^2(x) dx$.

Lời giải

Chọn C.

Ta có $S = \int_a^b |f(x)| dx$.

Câu 7: [2H3-1] Trong không gian $Oxyz$, cho mặt phẳng $(P): 3x + y - 2z + 1 = 0$. Vector nào sau đây là vector pháp tuyến của mặt phẳng (P) ?

A. $\vec{n}_1 = (3; 1; -2)$.

B. $\vec{n}_2 = (1; -2; 1)$.

C. $\vec{n}_3 = (-2; 1; 3)$.

D. $\vec{n}_4 = (3; -2; 1)$.

Lời giải

Chọn A.

Từ phương trình mặt phẳng (P) ta có vector pháp tuyến của (P) là $\vec{n}_1 = (3; 1; -2)$.

Câu 8: [2D4-2] Tập hợp các điểm biểu diễn cho số phức z thỏa mãn $|z - 3 + 4i| = 5$ là

A. Một đường tròn.

B. Một đường thẳng.

C. Một đường parabol.

D. Một đường Elip.

Lời giải

Chọn A.

Tập hợp điểm biểu diễn cho số phức z là đường tròn tâm $I(3; -4)$, bán kính $R = 5$.

Câu 9: [1D1-1] Trong mặt phẳng Oxy , cho điểm $A(3; 0)$ và vector $\vec{v} = (1; 2)$. Phép tịnh tiến $T_{\vec{v}}$ biến A thành A' . Tọa độ điểm A' là

A. $A'(4; 2)$.

B. $A'(2; -2)$.

C. $A'(-2; 2)$.

D. $A'(2; -1)$.

Lời giải

Chọn A.

Biểu thức tọa độ của phép tịnh tiến $T_{\vec{v}}$ là $\begin{cases} x' = x + 1 \\ y' = y + 2 \end{cases}$ nên ảnh của điểm $A(3; 0)$ là điểm $A'(4; 2)$.

Câu 10: [2D2-2] Tổng tất cả các nghiệm của phương trình $\log_2(x-1) + \log_2 x = 1 + \log_2(3x-5)$ bằng

A. 7.

B. 6.

C. 5.

D. 4.

Lời giải

Chọn A.

Điều kiện $x > \frac{5}{3}$.

Phương trình tương đương với $\log_2(x-1)x = \log_2(2(3x-5))$

$$\Leftrightarrow x^2 - x = 6x - 10 \Leftrightarrow x^2 - 7x + 10 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 2 \\ x = 5 \end{cases}.$$

Vậy tổng các nghiệm bằng 7.

Câu 11: [2H3-1] Trong không gian $Oxyz$, cho mặt cầu $(S): x^2 + y^2 + z^2 + 4x - 2y + 6z + 5 = 0$. Mặt cầu (S) có bán kính là

A. 3.

B. 5.

C. 2.

D. 7.

Lời giải

Chọn A.

Mặt cầu (S) có tâm $I(-2;1;-3)$ và bán kính $R = \sqrt{(-2)^2 + 1^2 + (-3)^2} - 5 = 3$.

Câu 12: [1D2-1] Cho tập hợp $S = \{1; 2; 3; 4; 5; 6\}$. Có thể lập được bao nhiêu số tự nhiên gồm bốn chữ số khác nhau lấy từ tập hợp S ?

A. 360.

B. 120.

C. 15.

D. 20.

Lời giải

Chọn A.

Từ tập S lập được $A_6^4 = 360$ số tự nhiên gồm bốn chữ số khác nhau.

Câu 13: [1D2-1] Phương trình $2\sin x - \sqrt{3} = 0$ có các nghiệm là

A. $\begin{cases} x = \frac{\pi}{3} + k2\pi \\ x = -\frac{\pi}{3} + k2\pi \end{cases}, k \in \mathbb{Z}.$

B. $\begin{cases} x = \frac{\pi}{3} + k\pi \\ x = -\frac{\pi}{3} + k\pi \end{cases}, k \in \mathbb{Z}.$

C. $\begin{cases} x = \frac{\pi}{3} + k2\pi \\ x = \frac{2\pi}{3} + k2\pi \end{cases}, k \in \mathbb{Z}.$

D. $\begin{cases} x = \frac{\pi}{3} + k\pi \\ x = \frac{2\pi}{3} + k\pi \end{cases}, k \in \mathbb{Z}.$

Lời giải

Chọn C.

Ta có: $2\sin x - \sqrt{3} = 0 \Leftrightarrow \sin x = \frac{\sqrt{3}}{2} = \sin\left(\frac{\pi}{3}\right) \Leftrightarrow \begin{cases} x = \frac{\pi}{3} + k2\pi \\ x = \frac{2\pi}{3} + k2\pi \end{cases}, k \in \mathbb{Z}.$

Câu 14: [2H1-1] Công thức tính thể tích của khối chóp có diện tích đáy B và chiều cao h là

A. $V = \frac{4}{3}Bh.$

B. $V = \frac{1}{3}Bh.$

C. $V = Bh.$

D. $V = \frac{1}{2}Bh.$

Lời giải

Chọn B.

Công thức tính thể tích của khối chóp có diện tích đáy B và chiều cao h là $V = \frac{1}{3}Bh.$

Câu 15: [2H1-1] Cho hình chóp tứ giác $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình vuông cạnh bằng a , $SA \perp (ABC)$, $SA = 3a$. Thể tích của khối chóp $S.ABCD$ là

A. $V = 6a^3.$

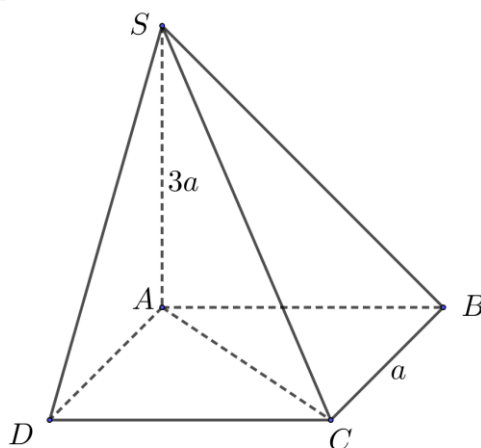
B. $V = a^3.$

C. $V = 3a^3.$

D. $V = 2a^3.$

Lời giải

Chọn B.



Thể tích của khối chóp $S.ABCD$ là $V = \frac{1}{3} S_{ABCD} \cdot SA = \frac{1}{3} a^2 \cdot 3a = a^3$.

Câu 16: [1D2-1] Rút ngẫu nhiên cùng lúc ba con bài từ cỗ bài tú lơ khơ 52 con thì $n(\Omega)$ bằng bao nhiêu ?

A. 140608.

B. 156.

C. 132600.

D. 22100.

Lời giải

Chọn D.

Ta có $n(\Omega) = C_{52}^3 = 22100$.

Câu 17: [2D1-1] Cho hàm số $y = x^3 + 3x^2 - 9x + 1$. Giá trị lớn nhất M và giá trị nhỏ nhất m của hàm số trên đoạn $[0; 4]$ là ?

A. $M = 28, m = -4$.

B. $M = 77, m = 1$.

C. $M = 77, m = -4$.

D. $M = 28, m = 1$.

Lời giải

Chọn C.

Hàm số đã xác định và liên tục trên $[0; 4]$. Ta có $y' = 3x^2 + 6x - 9 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 1 \in [0; 4] \\ x = -3 \notin [0; 4] \end{cases}$

Tính $y(0) = 1, y(4) = 77, y(1) = -4 \Rightarrow M = 77, m = -4$.

Câu 18: [2D3-1] Khẳng định nào sau đây **sai** ?

A. $\int_a^b [f(x) + g(x)] dx = \int_a^b f(x) dx + \int_a^b g(x) dx$. B. $\int_a^b f(x) dx = \int_c^b f(x) dx + \int_a^c f(x) dx$.

C. $\int_a^b f(x) dx = \int_b^a f(x) dx$.

D. $\int_a^b f(x) dx = \int_a^b f(t) dt$.

Lời giải

Chọn C.

Câu 19: [1D4-1] Giới hạn $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{cx^2 + a}{x^2 + b}$ bằng ?

A. a .

B. b .

C. c .

D. $\frac{a+b}{c}$.

Lời giải

Chọn C.

$$\text{Ta có } \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{cx^2 + a}{x^2 + b} = \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{c + \frac{a}{x^2}}{1 + \frac{b}{x^2}} = \frac{c+0}{1+0} = c.$$

Câu 20: [2D1-1] Đồ thị hàm số $y = \frac{2x+1}{x-3}$ có tiệm cận đứng là đường thẳng nào sau đây ?

A. $y = -\frac{1}{3}$.

B. $y = 2$.

C. $x = -\frac{1}{2}$.

D. $x = 3$.

Lời giải

Chọn D.

Đồ thị hàm phân thức $y = \frac{ax+b}{cx+d}$ có tiệm cận đứng $x = -\frac{d}{c}$.

Đồ thị hàm số $y = \frac{2x+1}{x-3}$ có tiệm cận đứng là $x = 3$.

Câu 21: [2H3-1] Trong không gian Oxyz, cho đường thẳng $d: \begin{cases} x = 2 + 2t \\ y = 1 + t \\ z = 4 - t \end{cases}$. Mặt phẳng đi qua

$A(2; -1; 1)$ và vuông góc với đường thẳng d có phương trình là:

A. $2x + y - z - 2 = 0$.

B. $x + 3y - 2z - 3 = 0$.

C. $x - 3y - 2z + 3 = 0$.

D. $x + 3y - 2z - 5 = 0$.

Lời giải

Chọn A.

Gọi (P) là mặt phẳng đi qua $A(2; -1; 1)$ và vuông góc với đường thẳng d ; $\vec{n}_P$ là vector pháp tuyến của (P) .

d có vector chỉ phương là $\vec{u}_d = (2; 1; -1)$.

Vì d vuông góc với mặt phẳng (P) nên $\vec{n}_P = \vec{u}_d$, suy ra $\vec{n}_P = (2; 1; -1)$.

Mặt phẳng (P) đi qua A nên $(P): 2x + y - z - 2 = 0$.

Câu 22: [1D5-2] Cho hàm số $y = x^3 + 2x^2 + 1$ có đồ thị là (C) . Phương trình tiếp tuyến của (C) tại điểm $M(1; 4)$ là:

A. $y = 3x + 1$.

B. $y = 7x - 3$.

C. $y = 7x + 2$.

D. $y = -x + 5$.

Lời giải

Chọn B.

Ta có $y' = 3x^2 + 4x$. Do đó $y'(1) = 7$. Phương trình tiếp tuyến tại điểm $M(1; 4)$ là $y = 7x - 3$.

Câu 23: [2D3-1] Họ các nguyên hàm của hàm số $f(x) = 5x^4 - 6x^2 + 1$ là

A. $20x^3 - 12x + C$.

B. $x^5 - 2x^3 + x + C$.

C. $20x^5 - 12x^3 + x + C$.

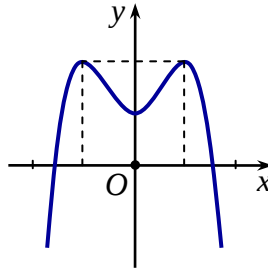
D. $\frac{x^4}{4} + 2x^2 - 2x + C$.

Lời giải

Chọn B.

Ta có $\int (5x^4 - 6x^2 + 1) dx = x^5 - 2x^3 + x + C$.

Câu 24: [2D1-2] Đường cong hình bên là đồ thị của một trong bốn hàm số sau. Đó là hàm số nào?



- A. $y = x^4 - 2x^2 + 1$. B. $y = -x^3 - 2x + x + 1$. C. $y = x^3 - 2x^2 - x + 1$. D. $y = -x^4 + 2x^2 + 1$.

Lời giải

Chọn D.

Đồ thị hàm số có 3 điểm cực trị nên từ đáp án suy ra hàm số là hàm bậc 4 trùng phương. Theo nhánh phải đồ thị có hướng đi xuống nên ta có hệ số $a < 0$ nên ta chọn phương án D.

Câu 25: [2D1-2] Cho hàm số $y = x^4 - 8x^2 + 10$ có đồ thị (C). Gọi A, B, C là 3 điểm cực trị của đồ thị (C). Tính diện tích S của tam giác ABC.

- A. $S = 64$. B. $S = 32$. C. $S = 24$. D. $S = 12$.

Lời giải

Chọn B.

$$\text{Ta có } y' = 4x^3 - 16x; y' = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 0 \Rightarrow y = 10 \\ x = 2 \Rightarrow y = -6 \\ x = -2 \Rightarrow y = -6 \end{cases}$$

Không mất tính tổng quát giả sử $A(0;10)$, $B(2;-6)$, $C(-2;-6)$.

Tam giác ABC cân tại A. Gọi H là trung điểm của BC, khi đó $H(0;-6)$.

$$\text{Diện tích tam giác ABC là } S = \frac{1}{2} AH \cdot BC = \frac{1}{2} \cdot 16 \cdot 4 = 32.$$

Câu 26: [1D2-2] Hệ số của x^2 trong khai triển của biểu thức $\left(x^2 + \frac{2}{x}\right)^{10}$ bằng:

- A. 3124. B. 13440. C. 2268. D. 210.

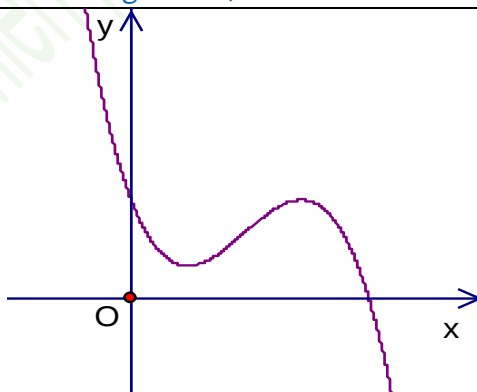
Lời giải

Chọn B.

$$\text{Ta có } \left(x^2 + \frac{2}{x}\right)^{10} = \sum_{k=0}^{10} C_{10}^k \cdot (x^2)^{10-k} \cdot \left(\frac{2}{x}\right)^k = \sum_{k=0}^{10} C_{10}^k \cdot 2^k \cdot x^{20-3k}.$$

Số hạng chứa x^2 ứng với $20 - 3k = 2 \Leftrightarrow k = 6$. Hệ số của x^2 là $C_{10}^6 \cdot 2^6 = 13440$.

Câu 27: [2D1-2] Cho hàm số $y = ax^3 + bx^2 + cx + d$ có đồ thị là đường cong trong hình dưới đây. Mệnh đề nào sau đây đúng?



A. $a > 0, c > 0, d > 0$.

C. $a < 0, c < 0, d < 0$.

B. $a < 0, c > 0, d > 0$.

D. $a < 0, c < 0, d > 0$.

Lời giải

Chọn B.

Dựa vào hình dạng đồ thị: đồ thị hàm bậc ba có hệ số $a < 0$, đồ thị cắt trục tung tại điểm có tung độ dương nên $d > 0$.

Ta có: $y' = 3ax^2 + 2bx + c$. Đồ thị có hai điểm cực trị cùng nằm bên phải trục tung nên $y' = 0$ có 2 nghiệm dương phân biệt.

$$\text{Suy ra } \begin{cases} a \neq 0 \\ b^2 - 3ac > 0 \\ -\frac{2b}{3a} > 0 \\ \frac{c}{3a} > 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a < 0 \\ b^2 - 3ac > 0 \\ b > 0 \\ c > 0 \end{cases}.$$

Câu 28: [2D1-2] Cho hàm số $y = \frac{x+m}{x+2}$. Tập hợp tất cả các giá trị của m để hàm số đồng biến trên khoảng $(0; +\infty)$ là

A. $(2; +\infty)$.

B. $(-\infty; 2)$.

C. $[2; +\infty)$.

D. $(-\infty; 2]$.

Lời giải

Chọn B.

TXĐ: $D = \mathbb{R} \setminus \{-2\}$. Ta có $y' = \frac{2-m}{(x+2)^2}$. YCBT $\Leftrightarrow 2-m > 0 \Leftrightarrow m < 2$.

Câu 29: [2D3-2] Biết tích phân $\int_1^2 (4x-1) \ln x dx = a \ln 2 + b$ với $a, b \in \mathbb{Z}$. Tổng $2a+b$ bằng

A. 5.

B. 8.

C. 10.

D. 13.

Lời giải

Chọn C.

$$\text{Đặt } \begin{cases} u = \ln x \Rightarrow du = \frac{1}{x} dx \\ dv = (4x-1) dx. \end{cases}$$

$$\text{Ta có } \int_1^2 (4x-1) \ln x dx = x(2x-1) \ln x \Big|_1^2 - \int_1^2 (2x-1) dx = 6 \ln 2 - (x^2 - x) \Big|_1^2 = 6 \ln 2 - 2.$$

Vậy $2a+b=10$.

Câu 30: [2D2-3] Có bao nhiêu giá trị nguyên của m để phương trình $9^x + 3^{x+1} - m = 0$ có nghiệm thuộc khoảng $(0;1)$.

A. 11.

B. 12.

C. 13.

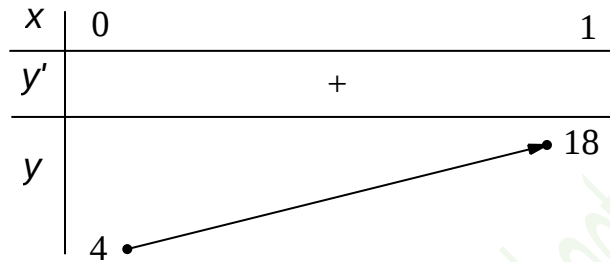
D. 14.

Lời giải

Chọn C.

Ta có $9^x + 3^{x+1} - m = 0 \Leftrightarrow 9^x + 3.3^x = m$. Xét hàm số $y = 9^x + 3.3^x$.

Ta có: $y' = 9^x \ln 9 + 3.3^x \ln 3 > 0 \quad \forall x \in \mathbb{R}$.



Căn cứ vào BBT: YCBT $\Leftrightarrow 4 < m < 18, m \in \mathbb{Z}$.

Vậy có 13 giá trị nguyên của m thỏa YCBT.

Câu 31: [2H2-1] Diện tích xung quanh của hình nón ngoại tiếp hình chóp tứ giác đều có cạnh đáy bằng a và cạnh bên bằng $4a$ là:

A. $S = 2\sqrt{2}\pi a^2$.

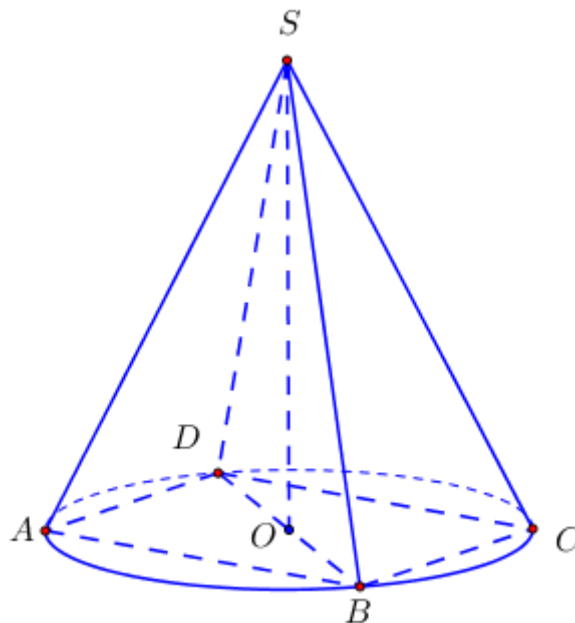
B. $S = 4\pi a^2$.

C. $S = \sqrt{3}\pi a^2$.

D. $S = \sqrt{2}\pi a^2$.

Lời giải

Chọn A.



Hình nón có đường sinh $l = SA = 4a$ và bán kính đáy $r = OB = \frac{a\sqrt{2}}{2}$.

Diện tích xung quanh của hình nón là $S_{xq} = \pi rl = 2\sqrt{2}\pi a^2$.

Câu 32: [2D4-3] Có bao nhiêu số phức z thỏa mãn $|z + 1 - 3i| = 3\sqrt{2}$ và $(z + 2i)^2$ là số thuần ảo?

A. 1.

B. 2.

C. 3.

D. 4.

Lời giải

Chọn C.

Gọi $z = x + yi$ ($x, y \in \mathbb{R}$), khi đó

$$|z + 1 - 3i| = 3\sqrt{2} \Leftrightarrow (x+1)^2 + (y-3)^2 = 18 \quad (1).$$

$$(z + 2i)^2 = [x + (y+2)i]^2 = x^2 - (y+2)^2 + 2x(y+2)i.$$

$$\text{Theo giả thiết ta có } x^2 - (y+2)^2 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = y+2 \\ x = -(y+2) \end{cases}.$$

Trường hợp 1: $x = y+2$ thay vào (1) ta được phương trình $2y^2 = 0$

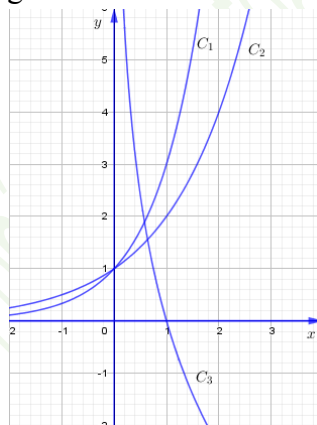
và giải ra nghiệm $y = 0$, ta được 1 số phức $z_1 = 2$.

Trường hợp 2: $x = -(y+2)$ thay vào (1) ta được phương trình $2y^2 - 4y - 8 = 0$

$$\text{và giải ra ta được } \begin{cases} y = 1 + \sqrt{5} \\ y = 1 - \sqrt{5} \end{cases}, \text{ ta được 2 số phức } \begin{cases} z_2 = -3 - \sqrt{5} + (1 + \sqrt{5})i \\ z_3 = -3 + \sqrt{5} + (1 - \sqrt{5})i \end{cases}.$$

Vậy có 3 số phức thỏa mãn yêu cầu bài toán.

Câu 33: [2D2-2] Cho ba hàm số $y = a^x$; $y = b^x$; $y = \log_c x$ lần lượt có đồ thị (C_1) , (C_2) , (C_3) như hình bên. Mệnh đề nào sau đây đúng?



A. $a > b > c$.

B. $b > a > c$.

C. $c > b > a$.

D. $c > a > b$.

Lời giải

Chọn A.

Do $y = a^x$ và $y = b^x$ là hai hàm số đồng biến nên $a, b > 1$.

Do $y = \log_c x$ là hàm số nghịch biến nên $0 < c < 1$. Vậy c bé nhất.

Mặt khác: Lấy $x = m$, khi đó tồn tại $y_1, y_2 > 0$ để $\begin{cases} a^m = y_1 \\ b^m = y_2 \end{cases}$.

Dễ thấy $y_1 > y_2 \Rightarrow a^m > b^m \Rightarrow a > b$.

Vậy $a > b > c$.

Câu 34: [1H3-3] Cho hình chóp tứ giác đều $S.ABCD$ có cạnh đáy bằng $2a$, SA tạo với đáy một góc 30° . Tính theo a khoảng cách d giữa hai đường thẳng SA và CD .

A. $d = \frac{3\sqrt{14}a}{5}$.

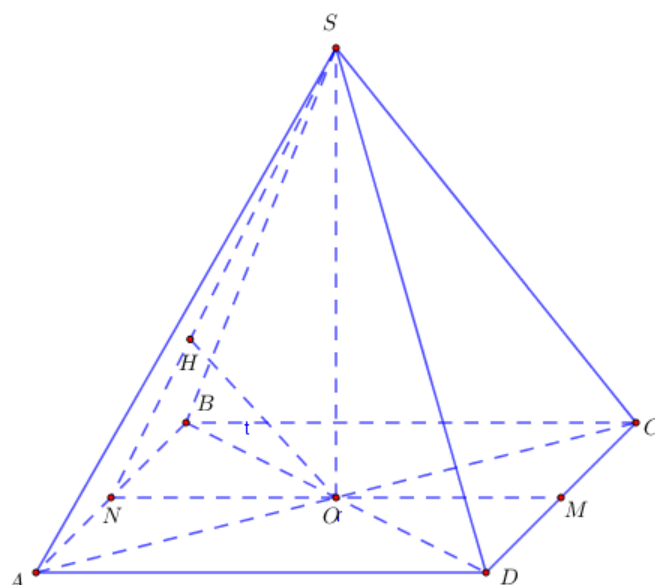
B. $d = \frac{2\sqrt{10}a}{5}$.

C. $d = \frac{2\sqrt{15}a}{5}$.

D. $d = \frac{4\sqrt{5}a}{5}$.

Lời giải

Chọn B.



Gọi $O = AC \cap BD$ suy ra $SO \perp (ABCD)$ nên góc giữa SA và đáy $(ABCD)$ là $\angle SAO = 30^\circ$.

Gọi M, N lần lượt là trung điểm của CD và AB .

Trong (SON) , kẻ $OH \perp SN$ thì $OH \perp (SAB)$.

Ta có: $CD \parallel (SAB)$ nên $d(CD; SA) = d(CD; (SAB)) = d(M; (SAB)) = 2d(O; (SAB)) = 2OH$.

Ta có $AO = \frac{1}{2} \cdot AC = \frac{1}{2} \cdot 2\sqrt{2}a = \sqrt{2}a$ suy ra $SO = AO \cdot \tan 30^\circ = \frac{a\sqrt{6}}{3}$.

$$ON = \frac{1}{2} \cdot AB = \frac{1}{2} \cdot 2a = a.$$

Tam giác SON vuông tại O có $OH = \sqrt{\frac{ON^2 \cdot OS^2}{ON^2 + OS^2}} = \frac{\sqrt{10}}{5}a$.

$$\text{Vậy } d(CD, SA) = \frac{2\sqrt{10}}{5}a.$$

Câu 35: [2D2-3] Ông An gửi vào ngân hàng 60 triệu đồng theo hình thức lãi kép. Lãi suất ngân hàng là 8% trên năm. Sau 5 năm ông An tiếp tục gửi thêm 60 triệu đồng nữa. Hỏi sau 10 năm kể từ lần gửi đầu tiên ông An đến rút toàn bộ tiền gốc và tiền lãi được bao nhiêu? (Biết lãi suất không thay đổi qua các năm ông gửi tiền).

A. 217,695 (triệu đồng).

B. 231,815 (triệu đồng).

C. 197,201 (triệu đồng).

D. 190,271 (triệu đồng).

Lời giải

Chọn A.

Sau 5 năm kể từ lần gửi đầu tiên số tiền ông An có được tại ngân hàng là $60 \cdot \left(1 + \frac{8}{100}\right)^5$ (triệu đồng).

Sau đó ông An gửi thêm 60 triệu đồng nên số tiền gốc lúc này là $60 \cdot \left(1 + \frac{8}{100}\right)^5 + 60$ (triệu đồng).

Do đó sau 5 năm tiếp theo số tiền ông An thu về là

$$5001 + \frac{8}{100} + 6001 + \frac{8}{100} \gg 217,695 \text{ (triệu đồng)}.$$

Câu 36: [2D3-2] Biết $\int_{-1}^{11} f(x) dx = 18$. Tính $I = \int_0^2 x(2 + f(3x^2 - 1)) dx$.

A. $I = 5$.

B. $I = 7$.

C. $I = 8$

D. $I = 10$.

Lời giải

Chọn B.

Đặt $t = 3x^2 - 1$, $dt = 6x dx$. Đổi cận $x = 0 \Rightarrow t = -1$, $x = 2 \Rightarrow t = 11$

$$I = \int_0^2 x(2 + f(3x^2 - 1)) dx = \int_0^2 2x dx + \int_0^2 x f(3x^2 - 1) dx = 4 + \frac{1}{6} \int_{-1}^{11} f(t) dt = 4 + \frac{1}{6} \cdot 18 = 7.$$

Câu 37: [2D3-2] Gọi (H) là hình được giới hạn bởi nhánh parabol $y = 2x^2$ (với $x \geq 0$), đường thẳng $y = -x + 3$ và trục hoành. Thể tích của khối tròn xoay tạo bởi hình (H) khi quay quanh trục Ox bằng

A. $V = \frac{52\pi}{15}$.

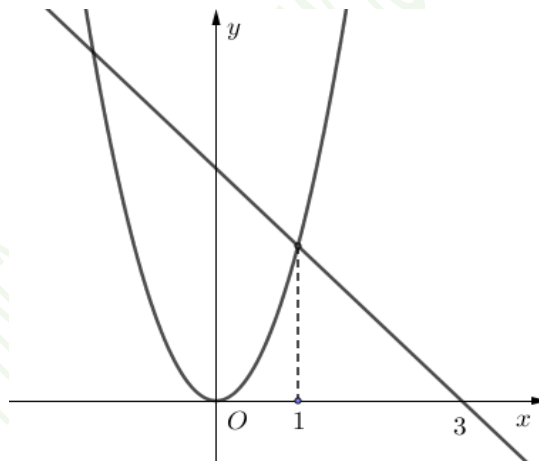
B. $V = \frac{17\pi}{5}$.

C. $V = \frac{51\pi}{17}$.

D. $V = \frac{53\pi}{17}$.

Lời giải

Chọn A.



Phương trình hoành độ giao điểm: $2x^2 = -x + 3 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 1 \\ x = -\frac{3}{2} \end{cases}$

Thể tích khối tròn xoay tạo bởi (H) : $V = \pi \int_1^3 (-x + 3)^2 dx + \pi \int_0^1 4x^4 dx = \frac{52}{15} \pi$.

Câu 38: [2H3-2] Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, mặt cầu tâm $I(2; 1; -3)$ và tiếp xúc với trục Oy có phương trình là

A. $(x-2)^2 + (y-1)^2 + (z+3)^2 = 4$.

B. $(x-2)^2 + (y-1)^2 + (z+3)^2 = 13$.

C. $(x-2)^2 + (y-1)^2 + (z+3)^2 = 9$.

D. $(x-2)^2 + (y-1)^2 + (z+3)^2 = 10$.

Lời giải

Chọn B.

Gọi M là hình chiếu của I trên $Oy \Rightarrow M(0; 1; 0)$

Mặt cầu (S) tâm $I(2;1;-3)$ và tiếp xúc với trục Oy có bán kính $IM = \sqrt{13}$

Vậy (S) có phương trình $(x-2)^2 + (y-1)^2 + (z+3)^2 = 13$.

Câu 39: [2H2-2] Cho hình lập phương có thể tích bằng $64a^3$. Thể tích của khối cầu nội tiếp của hình lập phương đó bằng

A. $V = \frac{16\pi a^3}{3}$.

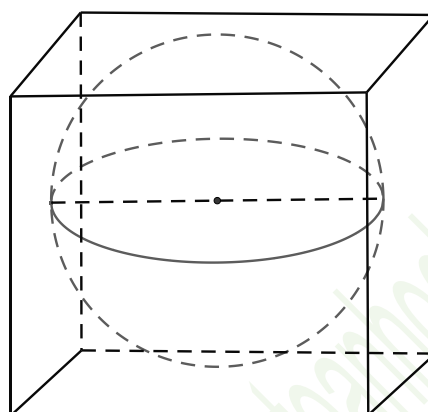
B. $V = \frac{64\pi a^3}{3}$.

C. $V = \frac{32\pi a^3}{3}$.

D. $V = \frac{8\pi a^3}{3}$.

Lời giải

Chọn C.



Khối lập phương có thể tích $64a^3$ nên cạnh bằng $4a$. Khối cầu nội tiếp hình lập phương có bán kính $R = \frac{4a}{2} = 2a$ nên thể tích khối cầu $V = \frac{4}{3}\pi R^3 = \frac{4}{3}\pi(2a)^3 = \frac{32\pi a^3}{3}$.

Câu 40: [2H2-2] Một hình trụ có thiết diện qua trục là hình vuông, diện tích xung quanh bằng $36\pi a^2$. Tính thể tích V của lăng trụ lục giác đều nội tiếp hình trụ.

A. $V = 27\sqrt{3}a^3$.

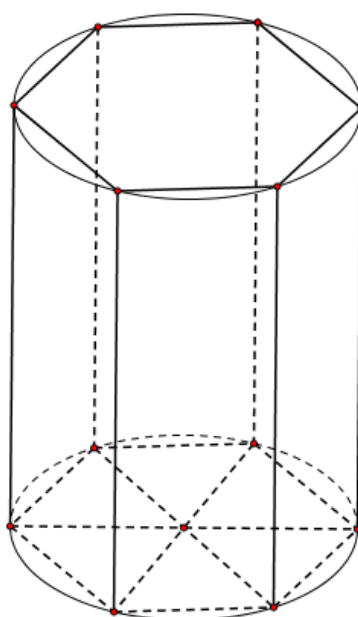
B. $V = 81\sqrt{3}a^3$.

C. $V = 24\sqrt{3}a^3$.

D. $V = 36\sqrt{3}a^3$.

Lời giải

Chọn B.



Diện tích xung quanh hình trụ $S_{xq} = 2\pi rl = 2\pi r \cdot 2r = 36\pi a^2 \Rightarrow r = 3a$

Lăng trụ lục giác đều có đường cao $h = l = 6a$

Lục giác đều nội tiếp đường tròn có cạnh bằng bán kính của đường tròn

$$\text{Suy ra diện tích lục giác đều } S = 6 \cdot \frac{(3a)^2 \sqrt{3}}{4} = \frac{27a^2 \sqrt{3}}{2}.$$

$$\text{Vậy thể tích } V = S \cdot h = 81\sqrt{3}a^3.$$

Câu 41: [2H3-3] Trong không gian $Oxyz$, Cho mặt phẳng $(R): x + y - 2z + 2 = 0$ và đường thẳng $\Delta_1: \frac{x}{2} = \frac{y}{1} = \frac{z-1}{-1}$. Đường thẳng Δ_2 nằm trong mặt phẳng (R) đồng thời cắt và vuông góc với đường thẳng Δ_1 có phương trình là

A.
$$\begin{cases} x = t \\ y = -3t \\ z = 1-t \end{cases}$$

B.
$$\begin{cases} x = t \\ y = -2t \\ z = 1+t \end{cases}$$

C.
$$\begin{cases} x = 2+t \\ y = 1-t \\ z = t \end{cases}$$

D.
$$\begin{cases} x = 2+3t \\ y = 1-t \\ z = t \end{cases}$$

Lời giải

Chọn A.

Phương trình tham số của đường thẳng Δ_1 là
$$\begin{cases} x = 2t \\ y = t \\ z = 1-t \end{cases}.$$

Gọi $I(x; y; z)$ là giao điểm của Δ_1 và (R) . Khi đó tọa độ của I là thỏa mãn

$$\begin{cases} x = 2t \\ y = t \\ z = 1-t \\ x + y - 2z + 2 = 0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x = 0 \\ y = 0 \\ z = 1 \end{cases} \Rightarrow I = (0; 0; 1).$$

Mặt phẳng (R) có VTPT $\vec{n} = (1; 1; -2)$; Đường thẳng Δ_1 có VTCP $\vec{u} = (2; 1; -1)$.

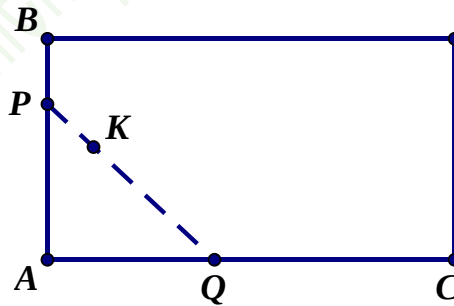
Ta có $[\vec{n}, \vec{u}] = (1; -3; -1)$.

Đường thẳng Δ_2 nằm trong mặt phẳng (R) đồng thời cắt và vuông góc với đường thẳng Δ_1 .

Do đó Δ_2 đi qua $I = (0; 0; 1)$ và nhận $[\vec{n}, \vec{u}]$ làm một VTCP.

Vậy phương trình của Δ_2 là
$$\begin{cases} x = t \\ y = -3t \\ z = 1-t \end{cases}$$

Câu 42: [2D1-3] Một cái hồ rộng có hình chữ nhật. Tại một góc nhỏ của hồ người ta đóng một cái cọc ở vị trí K cách bờ AB là 1 m và cách bờ AC là 8 m, rồi dùng một cây sào ngăn một góc nhỏ của hồ để thả bè (như hình vẽ). Tính chiều dài ngắn nhất của cây sào để cây sào có thể chạm vào 2 bờ AB , AC và cây cọc K (bỏ qua đường kính của sào).



A. $\frac{5\sqrt{65}}{4}$.

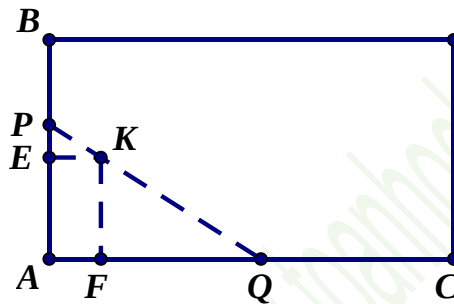
B. $5\sqrt{5}$.

C. $9\sqrt{2}$.

D. $\frac{5\sqrt{71}}{4}$.

Lời giải

Chọn B.



Đặt $AP = a$; $AQ = b$ ($a, b > 0$).

Gọi E và F lần lượt là hình chiếu vuông góc của K xuống AB và AC . Suy ra $KE = 1, KF = 8$.

Ta có: $\frac{KE}{AQ} = \frac{PK}{PQ}$; $\frac{KF}{AP} = \frac{QK}{PQ} \Rightarrow \frac{KF}{AP} + \frac{KE}{AQ} = 1$ hay là $\frac{8}{a} + \frac{1}{b} = 1$.

(Hoặc có thể dùng phép tọa độ hóa: Gán $A = (0; 0)$, $P = (0; a)$, $Q = (b; 0)$. Khi đó $K = (1; 8)$.

Phương trình đường thẳng PQ : $\frac{x}{b} + \frac{y}{a} = 1$. Vì PQ đi qua K nên $\frac{1}{b} + \frac{8}{a} = 1$.)

Cách 1:

Ta có: $PQ^2 = a^2 + b^2$. Vì $\frac{8}{a} + \frac{1}{b} = 1 \Rightarrow \frac{8k}{a} + \frac{k}{b} = k \quad \forall k > 0$.

$$a^2 + b^2 + k = \left(a^2 + \frac{8k}{a}\right) + \left(b^2 + \frac{k}{b}\right) = \left(a^2 + \frac{4k}{a} + \frac{4k}{a}\right) + \left(b^2 + \frac{k}{2b} + \frac{k}{2b}\right) \geq 3\sqrt[3]{16k^2} + 3\sqrt[3]{\frac{k^2}{4}}.$$

$$\text{Suy ra } PQ \text{ nhỏ nhất} \Leftrightarrow a^2 + b^2 \text{ nhỏ nhất} \Leftrightarrow \begin{cases} a^2 = \frac{4k}{a} \\ b^2 = \frac{2k}{b} \\ \frac{8}{a} + \frac{1}{b} = 1 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} k = 250 \\ a = 10 \\ b = 5 \end{cases}.$$

Vậy giá trị nhỏ nhất của PQ là $\sqrt{a^2 + b^2} = \sqrt{125} = 5\sqrt{5}$. Từ đó suy ra chiều dài ngắn nhất của cây sào để cây sào có thể chạm vào 2 bờ AB , AC và cây cọc K là $5\sqrt{5}$.

Cách 2:

Vì $\frac{8}{a} + \frac{1}{b} = 1 \Rightarrow b = \frac{a}{a-8}$ với $a > 8$. Khi đó $PQ^2 = a^2 + b^2 = a^2 + \left(\frac{a}{a-8}\right)^2$ với $a > 8$.

Xét hàm số $f(a) = a^2 + \left(\frac{a}{a-8}\right)^2$ với $a > 8$.

Ta có $f'(a) = 2a + \frac{2a}{a-8} \cdot \frac{-8}{(a-8)^2} = \frac{2a[(a-8)^3 - 8]}{(a-8)^3}$; $f'(a) = 0 \Rightarrow a = 10$.

BBT của $f(a)$:

a	8	10	$+\infty$
$f'(a)$	-	0	+
$f(a)$	$+\infty$	125	$+\infty$

Vậy GTNN của $f(a)$ là 125 khi $a = 10$.

Từ đó suy ra chiều dài ngắn nhất của cây sào để cây sào có thể chạm vào 2 bờ AB , AC và cây cọc K là $\sqrt{125} = 5\sqrt{5}$.

Câu 43: [1H2-3] Có hai chiếc hộp A và B . Hộp A chứa 6 viên bi trắng, 4 viên bi đen. Hộp B chứa 7 viên bi trắng, 3 viên bi đen. Người ta lấy ngẫu nhiên một viên bi từ hộp A bỏ vào hộp B rồi sau đó từ hộp B lấy ngẫu nhiên ra hai viên bi. Tính xác suất để hai viên bi lấy được từ hộp B là hai viên bi trắng.

A. $\frac{126}{275}$.

B. $\frac{21}{55}$.

C. $\frac{123}{257}$.

D. $\frac{37}{83}$.

Lời giải

Chọn A.

Gọi Ω là không gian mẫu.

Có 10 cách lấy ra 1 viên bi từ hộp A . Khi bỏ viên bi lấy từ hộp A vào hộp B thì số bi trong hộp B là 11. Khi đó có C_{11}^2 cách lấy 2 viên bi từ hộp B . Do đó ta có $n(\Omega) = 10C_{11}^2$.

Có 4 cách lấy ra một viên bi đen từ hộp A . Khi bỏ viên bi đen lấy từ hộp A vào hộp B thì số bi trắng trong hộp B vẫn là 7. Khi đó có C_7^2 cách lấy 2 viên bi trắng từ hộp B .

Có 6 cách lấy ra một viên bi trắng từ hộp A . Khi bỏ viên bi trắng lấy từ hộp A vào hộp B thì số bi trắng trong hộp B là 8. Khi đó có C_8^2 cách lấy 2 viên bi trắng từ hộp B .

Vậy có tổng cộng $4C_7^2 + 6C_8^2$ cách lấy theo yêu cầu bài ra. Do đó xác suất cần tính là

$$P = \frac{4C_7^2 + 6C_8^2}{10C_{11}^2} = \frac{126}{275}.$$

Câu 44: [2H3-3] Trong không gian $Oxyz$, mặt phẳng (α) đi qua $M(1;1;4)$ cắt các tia Ox, Oy, Oz lần lượt tại A, B, C phân biệt sao cho tứ diện $OABC$ có thể tích nhỏ nhất. Tính thể tích nhỏ nhất đó.

A. 72.

B. 108.

B. 18.

D. 36.

Lời giải

Chọn B.

Đặt $A=(a;0;0), B=(0;b;0), C=(0;0;c)$ với $a,b,c>0$.

Khi đó phương trình mặt phẳng (α) là $\frac{x}{a}+\frac{y}{b}+\frac{z}{c}=1$.

Vì (α) đi qua $M(1;1;4)$ nên $\frac{1}{a}+\frac{1}{b}+\frac{4}{c}=1$.

Thể tích của tứ diện $OABC$ là $V_{OABC}=\frac{1}{6}OA.OB.OC=\frac{1}{6}abc$.

Áp dụng bất đẳng thức AM-GM ta có $1=\frac{1}{a}+\frac{1}{b}+\frac{4}{c}\geq 3\sqrt[3]{\frac{4}{abc}}\Rightarrow abc\geq 108$.

Dấu bằng xảy ra khi $a=b=3; c=12$.

Vậy tứ diện $OABC$ có thể tích nhỏ nhất bằng $\frac{1}{6}.108=18$.

Câu 45: [2H1-3] Cho hình chóp $S.ABC$ có thể tích V . Gọi P, Q lần lượt là trung điểm của SB, SC và G là trọng tâm tam giác ABC . Tính thể tích của hình chóp $G.APQ$ theo V .

A. $\frac{1}{8}V$.

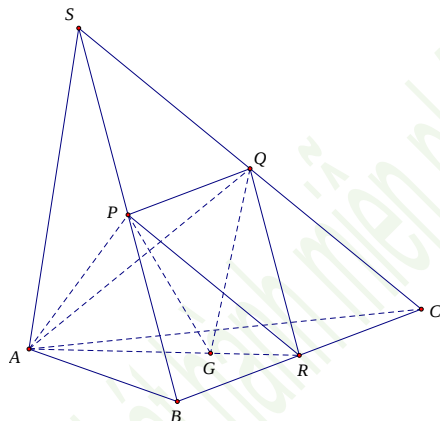
B. $\frac{1}{12}V$.

C. $\frac{1}{6}V$.

D. $\frac{3}{8}V$.

Lời giải

Chọn C.



Gọi R là trung điểm của BC , ta có $\frac{V_{A.PQR}}{V_{S.ABC}}=\frac{1}{4}\Leftrightarrow V_{A.PQR}=\frac{1}{4}V_{S.ABC}$.

Mặt khác ta lại có $\frac{V_{G.APQ}}{V_{A.PQR}}=\frac{2}{3}\Leftrightarrow V_{G.APQ}=\frac{2}{3}V_{A.PQR}$.

Vậy $V_{G.APQ}=\frac{2}{3}.\frac{1}{4}V_{S.ABC}=\frac{1}{6}V$.

Câu 46: [2D3-4] Một cái thùng đựng dầu có thiết diện ngang (mặt trong của thùng) là một đường elip có trục lớn bằng 1m, trục bé bằng 0,8m, chiều dài (mặt trong của thùng) bằng 3m. Được đặt sao cho trục bé nằm theo phương thẳng đứng (như hình bên). Biết chiều cao của dầu hiện có trong thùng (tính từ đáy thùng đến mặt dầu) là 0,6m. Tính thể tích V của dầu có trong thùng (Kết quả làm tròn đến phần trăm).



A. $V = 1,52\text{m}^3$.

B. $V = 1,31\text{m}^3$.

C. $V = 1,27\text{m}^3$.

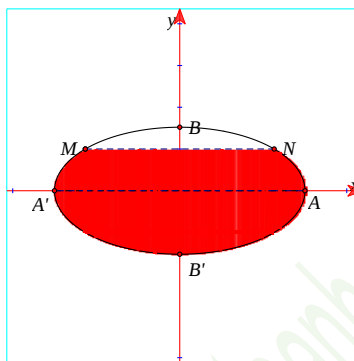
D. $V = 1,19\text{m}^3$.

Đã sửa so với đáp án gốc

Lời giải

Chọn A.

Chọn hệ trục tọa độ như hình vẽ.



Theo đề bài ta có phương trình của Elip là $\frac{x^2}{\frac{1}{4}} + \frac{y^2}{\frac{25}{4}} = 1$.

Gọi M, N lần lượt là giao điểm của dầu với elip.

Gọi S_1 là diện tích của Elip ta có $S_1 = \pi ab = \pi \cdot \frac{1}{2} \cdot \frac{5}{2} = \frac{\pi}{5}$.

Gọi S_2 là diện tích của hình phẳng giới hạn bởi Elip và đường thẳng MN .

Theo đề bài chiều cao của dầu hiện có trong thùng (tính từ đáy thùng đến mặt dầu) là $0,6\text{m}$ nên

ta có phương trình của đường thẳng MN là $y = \frac{1}{5}$.

Mặt khác từ phương trình $\frac{x^2}{\frac{1}{4}} + \frac{y^2}{\frac{25}{4}} = 1$ ta có $y = \frac{4}{5} \sqrt{\frac{1}{4} - x^2}$.

Do đường thẳng $y = \frac{1}{5}$ cắt Elip tại hai điểm M, N có hoành độ lần lượt là $-\frac{\sqrt{3}}{4}$ và $\frac{\sqrt{3}}{4}$ nên

$$S_2 = \int_{-\frac{\sqrt{3}}{4}}^{\frac{\sqrt{3}}{4}} \left(\frac{4}{5} \sqrt{\frac{1}{4} - x^2} - \frac{1}{5} \right) dx = \frac{4}{5} \int_{-\frac{\sqrt{3}}{4}}^{\frac{\sqrt{3}}{4}} \sqrt{\frac{1}{4} - x^2} dx - \frac{\sqrt{3}}{10}.$$

$$\text{Tính } I = \int_{-\frac{\sqrt{3}}{4}}^{\frac{\sqrt{3}}{4}} \sqrt{\frac{1}{4} - x^2} dx.$$

$$\text{Đặt } x = \frac{1}{2} \sin t \Rightarrow dx = \frac{1}{2} \cos t dt.$$

Đổi cận: Khi $x = \frac{-\sqrt{3}}{4}$ thì $t = -\frac{\pi}{3}$; Khi $x = \frac{\sqrt{3}}{4}$ thì $t = \frac{\pi}{3}$.

$$I = \int_{-\frac{\pi}{3}}^{\frac{\pi}{3}} \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{2} \cos^2 t dt = \frac{1}{8} \int_{-\frac{\pi}{3}}^{\frac{\pi}{3}} (1 + \cos 2t) dt = \frac{1}{8} \left(\frac{2\pi}{3} + \frac{\sqrt{3}}{2} \right).$$

Vậy $S_2 = \frac{4}{5} \cdot \frac{1}{8} \left(\frac{2\pi}{3} + \frac{\sqrt{3}}{2} \right) - \frac{\sqrt{3}}{10} = \frac{\pi}{15} - \frac{\sqrt{3}}{20}$.

Thể tích của dầu trong thùng là $V = \left(\frac{\pi}{5} - \frac{\pi}{15} + \frac{\sqrt{3}}{20} \right) \cdot 3 = 1,52$.

Câu 47: [1D3-2] Giải phương trình $1+8+15+22+\dots+x=7944$

A. $x=330$.

B. $x=220$.

C. $x=351$.

D. $x=407$.

Lời giải

Chọn A.

Ta có cấp số cộng với $u_1=1$, $d=7$, $u_n=x$, $S_n=7944$.

Áp dụng công thức

$$S_n = \frac{[2u_1 + (n-1)d]n}{2} \Leftrightarrow 7944 = \frac{[2 \cdot 1 + (n-1)7]n}{2} \Leftrightarrow 7n^2 - 5n - 15888 = 0$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} n=48 \text{ (t/m)} \\ n=-\frac{331}{7} \text{ (loại)} \end{cases}$$

Vậy $x=u_{48}=1+47 \cdot 7=330$.

Câu 48: [1H3-3] Cho hình chóp $S.ABC$ có đáy ABC là tam giác vuông cân tại B , $AB=a$, $SA \perp AB$, $SC \perp BC$, $SB=2a$. Gọi M , N lần lượt là trung điểm SA , BC . Gọi α là góc giữa MN với (ABC) . Tính $\cos \alpha$.

A. $\cos \alpha = \frac{2\sqrt{11}}{11}$.

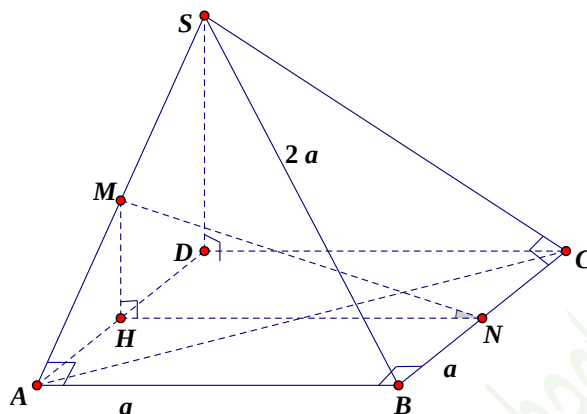
B. $\cos \alpha = \frac{\sqrt{6}}{3}$.

C. $\cos \alpha = \frac{2\sqrt{6}}{5}$.

D. $\cos \alpha = \frac{\sqrt{10}}{5}$.

Lời giải

Chọn B.



Gọi D là hình chiếu của S lên (ABC) , ta có:

$$\begin{cases} BC \perp SC \\ BC \perp SD \end{cases} \Rightarrow BC \perp CD \text{ và } \begin{cases} AB \perp SA \\ AB \perp SD \end{cases} \Rightarrow AB \perp AD.$$

Mà ABC là tam giác vuông cân tại B nên $ABCD$ là hình vuông.

Gọi H là trung điểm của AD , ta có $MH \parallel SD$ mà $\Rightarrow MH \perp (ABCD)$.

Do đó HN là hình chiếu của MN lên (ABC) .

$$\Rightarrow \alpha = (\overline{MN}, (ABC)) = (\overline{MN}, \overline{NH}) = \angle MNH.$$

$$SC = \sqrt{SB^2 - BC^2} = \sqrt{4a^2 - a^2} = a\sqrt{3}.$$

$$SD = \sqrt{SC^2 - DC^2} = \sqrt{3a^2 - a^2} = a\sqrt{2}.$$

$$\tan \alpha = \frac{MH}{NH} = \frac{\frac{1}{2} \cdot SD}{AB} = \frac{\frac{a\sqrt{2}}{2}}{a} = \frac{\sqrt{2}}{2}.$$

$$\Rightarrow \cos \alpha = \sqrt{\frac{1}{1 + \tan^2 \alpha}} = \sqrt{\frac{1}{1 + \frac{1}{2}}} = \frac{\sqrt{6}}{3}.$$

Câu 49: [2H3-4] Trong không gian $Oxyz$, cho ba điểm $A(1; -2; 1)$, $B(5; 0; -1)$, $C(3; 1; 2)$ và mặt phẳng $(Q): 3x + y - z + 3 = 0$. Gọi $M(a; b; c)$ là điểm thuộc (Q) thỏa mãn $MA^2 + MB^2 + 2MC^2$ nhỏ nhất. Tính tổng $a + b + 5c$.

A. 11.

B. 9.

C. 15.

D. 14.

Lời giải

Chọn B.

Gọi E là điểm thỏa mãn $\overrightarrow{EA} + \overrightarrow{EB} + 2\overrightarrow{EC} = \vec{0} \Rightarrow E(3; 0; 1)$.

$$\begin{aligned} \text{Ta có: } S &= MA^2 + MB^2 + 2MC^2 = \overline{MA}^2 + \overline{MB}^2 + 2\overline{MC}^2 \\ &= (\overline{ME} + \overline{EA})^2 + (\overline{ME} + \overline{EB})^2 + 2(\overline{ME} + \overline{EC})^2 = 4ME^2 + EA^2 + EB^2 + 2EC^2. \end{aligned}$$

Vì $EA^2 + EB^2 + 2EC^2$ không đổi nên S nhỏ nhất khi và chỉ khi ME nhỏ nhất.

$\Rightarrow M$ là hình chiếu vuông góc của E lên (Q) .

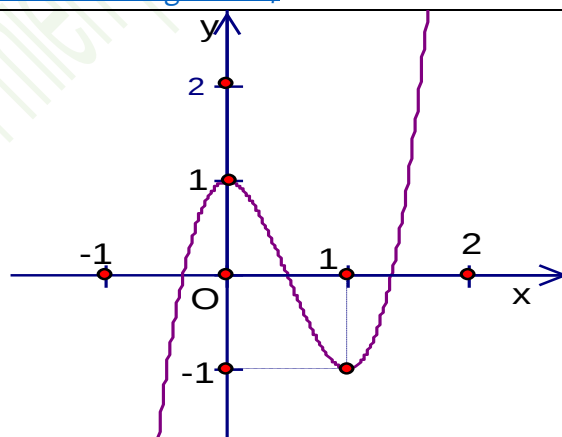
$$\text{Phương trình đường thẳng } ME: \begin{cases} x = 3 + 3t \\ y = t \\ z = 1 - t \end{cases}.$$

$$\text{Tọa độ điểm } M \text{ là nghiệm của hệ phương trình: } \begin{cases} x = 3 + 3t \\ y = t \\ z = 1 - t \\ 3x + y - z + 3 = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 0 \\ y = -1 \\ z = 2 \\ t = -1 \end{cases}.$$

$$\Rightarrow M(0; -1; 2) \Rightarrow a = 0, b = -1, c = 2.$$

$$\Rightarrow a + b + 5c = 0 - 1 + 5 \cdot 2 = 9.$$

Câu 50: [2D1-3] Cho hàm số $y = 4x^3 - 6x^2 + 1$ có đồ thị là đường cong trong hình dưới đây. Khi đó phương trình $4(4x^3 - 6x^2 + 1)^3 - 6(4x^3 - 6x^2 + 1)^2 + 1 = 0$ có bao nhiêu nghiệm thực.



A. 3.

B. 6.

C. 7.

D. 9.

Lời giải

Chọn C.

Xét phương trình $4(4x^3 - 6x^2 + 1)^3 - 6(4x^3 - 6x^2 + 1)^2 + 1 = 0$

Đặt $t = 4x^3 - 6x^2 + 1$, ta có phương trình $4t^3 - 6t^2 + 1 = 0$ (*)

Dựa vào đồ thị thì (*) có 3 nghiệm phân biệt với $-1 < t_1 < t_2 < 1$ và $1 < t_3 < 2$.

Khi đó phương trình:

$4x^3 - 6x^2 + 1 = t_1$ có ba nghiệm phân biệt.

$4x^3 - 6x^2 + 1 = t_2$ có ba nghiệm phân biệt.

$4x^3 - 6x^2 + 1 = t_3$ có duy nhất một nghiệm.

Vậy phương trình đã cho có 7 nghiệm thực.