

Họ và tên thí sinh:.....SBD:.....

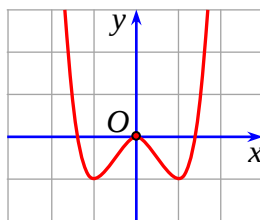
Câu 1: [1D2-2] Hệ số của x^3 trong khai triển $(x-2)^8$ bằng

- A. $C_8^5 \cdot 2^5$. B. $-C_8^5 \cdot 2^5$. C. $C_8^3 \cdot 2^3$. D. $-C_8^3 \cdot 2^3$.

Câu 2: [2H3-2] Trong không gian $Oxyz$, mặt cầu tâm $I(1;2;-1)$ và cắt mặt phẳng $(P): 2x - y + 2z - 1 = 0$ theo một đường tròn có bán kính bằng $\sqrt{8}$ có phương trình là

- A. $(x+1)^2 + (y+2)^2 + (z-1)^2 = 9$. B. $(x-1)^2 + (y-2)^2 + (z+1)^2 = 9$.
C. $(x+1)^2 + (y+2)^2 + (z-1)^2 = 3$. D. $(x-1)^2 + (y-2)^2 + (z+1)^2 = 3$.

Câu 3: [2D1-1] Biết hình dưới đây là đồ thị của một trong bốn hàm số sau, hỏi đó là đồ thị của hàm số nào?



- A. $y = x^4 - 2x^2$. B. $y = x^4 - 2x^2 + 1$. C. $y = x^4 + 2x^2$. D. $y = -x^4 + 2x^2$.

Câu 4: [2D2-1] Tập nghiệm của bất phương trình $\log_{\frac{1}{2}}(x^2 - x + 7) > 0$ là

- A. $(-\infty; 2) \cup (3; +\infty)$. B. $(-\infty; 2)$. C. $(2; 3)$. D. $(3; +\infty)$.

Câu 5: [2D1-2] Tìm tất cả các giá trị thực của tham số m để hàm số $y = x^4 + mx^2$ đạt cực tiểu tại $x = 0$.

- A. $m \leq 0$. B. $m = 0$. C. $m \geq 0$. D. $m > 0$.

Câu 6: [1H1-3] Cho tứ diện đều $ABCD$ có M, N lần lượt là trung điểm của các cạnh AB và CD . Mệnh đề nào sau đây sai?

- A. $MN \perp AB$. B. $MN \perp BD$. C. $MN \perp CD$. D. $AB \perp CD$.

Câu 7: [2H3-2] Trong không gian $Oxyz$, cho hai điểm $A(1;2;-3)$ và $B(2;0;-1)$. Tìm tất cả các giá trị thực của tham số m để hai điểm A và B nằm khác phía so với mặt phẳng $x + 2y + mz + 1 = 0$.

- A. $m \in (-\infty; 2] \cup [3; +\infty)$. B. $m \in [2; 3]$.
C. $m \in (2; 3)$. D. $m \in (-\infty; 2) \cup (3; +\infty)$.

Câu 8: [1D4-2] $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{\sqrt{x+3} - 2}{x-1}$ bằng

- A. $\frac{1}{4}$. B. $+\infty$. C. $\frac{1}{2}$. D. 1.

- Câu 9:** [2H3-1] Trong không gian $Oxyz$, cho các điểm $A(2;-2;1)$, $B(1;-1;3)$. Tọa độ của vectơ $\overline{AB}$ là
A. $(1;-1;-2)$. **B.** $(-3;3;-4)$. **C.** $(3;-3;4)$. **D.** $(-1;1;2)$.
- Câu 10:** [2H3-1] Trong không gian $Oxyz$, mặt cầu $x^2 + y^2 + z^2 + 2x - 4y - 2z - 3 = 0$ có bán kính bằng
A. $3\sqrt{3}$. **B.** 9. **C.** 3. **D.** $\sqrt{3}$.
- Câu 11:** [2D1-1] Hàm số $y = f(x)$ có đạo hàm $y' = x^2$. Mệnh đề nào sau đây đúng?
A. Hàm số nghịch biến trên $\mathbb{R}$.
B. Hàm số nghịch biến trên $(-\infty; 0)$ và đồng biến trên $(0; +\infty)$.
C. Hàm số đồng biến trên $\mathbb{R}$.
D. Hàm số đồng biến trên $(-\infty; 0)$ và nghịch biến trên $(0; +\infty)$.
- Câu 12:** [2D3-2] Thể tích khối tròn xoay do hình phẳng giới hạn bởi các đường $y = \frac{x}{4}$, $y = 0$, $x = 1$, $x = 4$ quay quanh trục Ox bằng
A. $\frac{15}{16}$. **B.** $\frac{15\pi}{8}$. **C.** $\frac{21}{16}$. **D.** $\frac{21\pi}{16}$.
- Câu 13:** [2H1-1] Thể tích V của khối chóp có diện tích đáy bằng S và chiều cao bằng h là
A. $V = \frac{1}{3}Sh$. **B.** $V = 3Sh$. **C.** $V = \frac{1}{2}Sh$. **D.** $V = Sh$.
- Câu 14:** [1H3-1] Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình vuông và SA vuông góc đáy. Mệnh đề nào sau đây sai?
A. $BC \perp (SAB)$. **B.** $AC \perp (SBD)$. **C.** $BD \perp (SAC)$. **D.** $CD \perp (SAD)$.
- Câu 15:** [2D3-2] Họ nguyên hàm của hàm số $f(x) = x^2\sqrt{4+x^3}$ là
A. $\frac{2}{9}\sqrt{(4+x^3)^3} + C$. **B.** $2\sqrt{4+x^3} + C$. **C.** $\frac{1}{9}\sqrt{(4+x^3)^3} + C$. **D.** $2\sqrt{(4+x^3)^3} + C$.
- Câu 16:** [2D1-2] Đồ thị hàm số $y = \frac{1-\sqrt{1-x}}{x}$ có bao nhiêu đường tiệm cận đứng và đường tiệm cận ngang.
A. 2. **B.** 0. **C.** 3. **D.** 1.
- Câu 17:** [2H1-1] Hình tứ diện có bao nhiêu cạnh
A. 4 cạnh. **B.** 3 cạnh. **C.** 5 cạnh. **D.** 6 cạnh.
- Câu 18:** [2H1-2] Cho hình chóp tứ giác đều $S.ABCD$ có tất cả các cạnh bằng nhau. Gọi E, M lần lượt là trung điểm của các cạnh BC và SA , α là góc tạo bởi đường thẳng EM và mặt phẳng (SBD) . Giá trị của $\tan \alpha$ bằng
A. 2. **B.** $\sqrt{3}$. **C.** 1. **D.** $\sqrt{2}$.
- Câu 19:** [2D2-1] Với mọi số thực dương a, b, x, y và a, b khác 1, mệnh đề nào sau đây sai?
A. $\log_b a \cdot \log_a x = \log_b x$. **B.** $\log_a (xy) = \log_a x + \log_b x$.
C. $\log_a \frac{x}{y} = \log_a x - \log_a y$. **D.** $\log_a \frac{1}{x} = \frac{1}{\log_a x}$.

- Câu 20:** [2D2-2] Gọi S là tập nghiệm của phương trình $2\log_2(2x-2) + \log_2(x-3)^2 = 2$ trên $\mathbb{R}$. Tổng các phần tử của S bằng
- A. 8. B. $6 + \sqrt{2}$. C. $4 + \sqrt{2}$. D. $8 + \sqrt{2}$.
- Câu 21:** [1D3-2] Cho (u_n) là cấp số cộng biết $u_3 + u_{13} = 80$. Tổng 15 số hạng đầu của cấp số cộng đó bằng
- A. 800. B. 600. C. 570. D. 630
- Câu 22:** [2H1-2] Cho khối trụ có bán kính hình tròn đáy bằng r và chiều cao bằng h . Hỏi nếu tăng chiều cao lên 2 lần và tăng bán kính đáy lên 3 lần thì thể tích của khối trụ mới sẽ tăng lên bao nhiêu lần?
- A. 18 lần. B. 6 lần. C. 36 lần. D. 12 lần
- Câu 23:** [2D2-2] Cho hàm số $y = \log_5 x$. Mệnh đề nào sau đây sai ?
- A. Hàm số nghịch biến trên tập xác định.
B. Tập xác định của hàm số là $(0; +\infty)$.
C. Đồ thị hàm số nằm bên phải trục tung.
D. Đồ thị hàm số có tiệm cận đứng là trục tung.
- Câu 24:** [1H2-2] Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình bình hành. Điểm M thỏa mãn $\overrightarrow{MA} = 3\overrightarrow{MB}$. Mặt phẳng (P) qua M và song song với SC, BD . Mệnh đề nào sau đây đúng ?
- A. (P) cắt hình chóp theo thiết diện là một ngũ giác.
B. (P) cắt hình chóp theo thiết diện là một tam giác.
C. (P) cắt hình chóp theo thiết diện là một tứ giác.
D. (P) không cắt hình chóp.
- Câu 25:** [2D2-1] Đạo hàm của hàm số $y = \ln(1-x^2)$ là
- A. $\frac{2x}{x^2-1}$. B. $\frac{-2x}{x^2-1}$. C. $\frac{1}{x^2-1}$. D. $\frac{x}{1-x^2}$.
- Câu 26:** [2D2-1] Trong các hàm số sau hàm số nào nghịch biến trên $\mathbb{R}$?
- A. $y = \log(x^3)$. B. $\log_3 x^2$. C. $y = \left(\frac{e}{4}\right)^x$. D. $y = \left(\frac{2}{5}\right)^{-x}$.
- Câu 27:** [2D2-2] Cho các số a, b, c, d thỏa mãn $0 < a < b < 1 < c < d$. Số lớn nhất trong 4 số $\log_a b, \log_b c, \log_c d, \log_d a$ là
- A. $\log_b c$. B. $\log_d a$. C. $\log_a b$. D. $\log_c d$.
- Câu 28:** [2D3-2] Tích phân $\int_0^{100} x \cdot e^{2x} dx$ bằng
- A. $\frac{1}{4}(199e^{200} - 1)$. B. $\frac{1}{2}(199e^{200} - 1)$. C. $\frac{1}{4}(199e^{200} + 1)$. D. $\frac{1}{2}(199e^{200} + 1)$.
- Câu 29:** [1D2-2] Một lớp có 40 học sinh, trong đó có 4 học sinh tên Anh. Trong một lần kiểm tra bài cũ, thầy giáo gọi ngẫu nhiên hai học sinh trong lớp lên bảng. Xác suất để hai học sinh tên Anh lên bảng bằng

A. $\frac{1}{10}$.

B. $\frac{1}{20}$.

C. $\frac{1}{130}$.

D. $\frac{1}{75}$.

Câu 30: [1D1-3] Số nghiệm chung của hai phương trình $4\cos^2 x - 3 = 0$ và $2\sin x + 1 = 0$ trên khoảng $\left(-\frac{\pi}{2}; \frac{3\pi}{2}\right)$ bằng

A. 2.

B. 4.

C. 3.

D. 1.

Câu 31: [1D2-1] Có bao nhiêu số tự nhiên có 5 chữ số, các chữ số khác 0 và đôi một khác nhau?

A. $5!$.

B. 9^5 .

C. C_9^5 .

D. A_9^5 .

Câu 32: [2H1-2] Cho hình chóp $S.ABC$ có đáy ABC là tam giác đều cạnh a , cạnh bên SA vuông góc với đáy, đường thẳng SC tạo với đáy một góc bằng 60° . Thể tích của khối chóp $S.ABC$ bằng:

A. $\frac{a^3}{8}$.

B. $\frac{a^3}{4}$.

C. $\frac{a^3}{2}$.

D. $\frac{3a^3}{4}$.

Câu 33: [2D2-2] Mệnh đề nào sau đây sai ?

A. $\log a > \log b \Leftrightarrow a > b > 0$.

B. $\log a < \log b \Leftrightarrow 0 < a < b$.

C. $\ln x > 0 \Leftrightarrow x > 1$.

D. $\ln x < 1 \Leftrightarrow 0 < x < 1$.

Câu 34: [1D1-1] Phương trình $\sin\left(x - \frac{\pi}{3}\right) = 1$ có nghiệm là

A. $x = \frac{\pi}{3} + k2\pi$.

B. $x = \frac{5\pi}{6} + k\pi$.

C. $x = \frac{5\pi}{6} + k2\pi$.

D. $x = \frac{\pi}{3} + 2\pi$.

Câu 35: [2D3-2] Cho $F(x)$ là một nguyên hàm của hàm số $f(x) = e^{x^2}(x^3 - 4x)$. Hàm số $F(x)$ có bao nhiêu điểm cực trị?

A. 2.

B. 3.

C. 1.

D. 4.

Câu 36: [2D1-2] Đồ thị hàm số $y = 15x^4 - 3x^2 - 2018$ cắt trục hoành tại bao nhiêu điểm ?

A. 4 điểm.

B. 3 điểm.

C. 1 điểm.

D. 2 điểm.

Câu 37: [1D2-3] Tìm hệ số của số hạng chứa x^5 trong khai triển $(1 + x + x^2 + x^3)^{10}$.

A. 582.

B. 1902.

C. 7752.

D. 252.

Câu 38: [1D2-3] Có bao nhiêu số tự nhiên có tám chữ số trong đó có ba chữ số 0, không có hai chữ số 0 nào đứng cạnh nhau và các chữ số khác chỉ xuất hiện nhiều nhất một lần.

A. 786240.

B. 846000.

C. 907200.

D. 151200.

Câu 39: [1D5-4] Cho hàm số $y = x^3 - 3x + 2$ có đồ thị (C) . Hỏi có bao nhiêu điểm trên đường thẳng $d: y = 9x - 14$ sao cho từ đó kẻ được hai tiếp tuyến với (C) .

A. 3 điểm.

B. 4 điểm.

C. 2 điểm.

D. 1 điểm.

Câu 40: [1D3-2] $\lim_{x \rightarrow 2^{2018}} \frac{x^2 - 4^{2018}}{x - 2^{2018}}$ bằng

A. $+\infty$.

B. 2^{2018} .

C. 2.

D. 2^{2019} .

Câu 41: [1D3-3] Giá trị của tổng $4 + 44 + 444 + \dots + 44\dots4$ (tổng đó có 2018 số hạng) bằng

A. $\frac{40}{9}(10^{2018} - 1) + 2018$.

B. $\frac{4}{9}\left(\frac{10^{2019} - 10}{9} - 2018\right)$.

C. $\frac{4}{9} \left(\frac{10^{2019} - 10}{9} + 2018 \right).$

D. $\frac{4}{9} (10^{2018} - 1).$

Câu 42: [2H3-3] Trong không gian $Oxyz$, cho hai điểm $A(1;2;1)$, $B(2;-1;3)$. Tìm điểm M trên mặt phẳng (Oxy) sao cho $MA^2 - 2MB^2$ lớn nhất.

A. $M\left(\frac{3}{2}; \frac{1}{2}; 0\right).$

B. $M\left(\frac{1}{2}; -\frac{3}{2}; 0\right).$

C. $M(0;0;5).$

D. $M(3;-4;0).$

Câu 43: [2D3-3] Cho hàm số $y = f(x)$ là hàm lẻ và liên tục trên $[-4;4]$ biết $\int_{-2}^0 f(-x)dx = 2$ và

$\int_1^2 f(-2x)dx = 4$. Tính $I = \int_0^4 f(x)dx$.

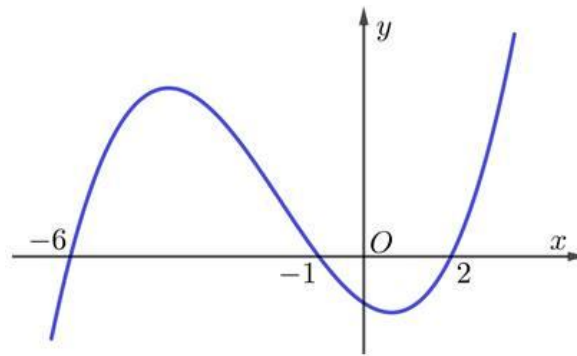
A. $I = -10$.

B. $I = -6$.

C. $I = 6$.

D. $I = 10$.

Câu 44: [2D1-3] Cho hàm số $y = f(x)$. Biết hàm số $y = f'(x)$ có đồ thị như hình vẽ bên dưới.



Hàm số $y = f(3 - x^2)$ đồng biến trên khoảng

A. $(2;3)$.

B. $(-2;-1)$.

C. $(-1;0)$.

D. $(0;1)$.

Câu 45: [2H3-4] Trong không gian $Oxyz$, cho mặt cầu (S_1) có tâm $I(2;1;1)$ có bán kính bằng 4 và mặt cầu (S_2) có tâm $J(2;1;5)$ có bán kính bằng 2. (P) là mặt phẳng thay đổi tiếp xúc với hai mặt cầu (S_1) , (S_2) . Đặt M , m lần lượt là giá trị lớn nhất, giá trị nhỏ nhất của khoảng cách từ điểm O đến (P) . Giá trị $M + m$ bằng

A. $\sqrt{15}$.

B. $8\sqrt{3}$.

C. 9.

D. 8.

Câu 46: [2D2-4] Số các giá trị nguyên nhỏ hơn 2018 của tham số m để phương trình $\log_6(2018x + m) = \log_4(1009x)$ có nghiệm là

A. 2020.

B. 2017.

C. 2019.

D. 2018.

Câu 47: [2D3-4] Cho khối trụ có hai đáy là hai hình tròn $(O;R)$ và $(O';R)$, $OO' = 4R$. Trên đường tròn $(O;R)$ lấy hai điểm A, B sao cho $AB = a\sqrt{3}$. Mặt phẳng (P) đi qua A, B cắt đoạn OO' và tạo với đáy một góc 60° , (P) cắt khối trụ theo thiết diện là một phần của elip. Diện tích thiết diện đó bằng

A. $\left(\frac{4\pi}{3} + \frac{\sqrt{3}}{2}\right)R^2$.

B. $\left(\frac{2\pi}{3} - \frac{\sqrt{3}}{4}\right)R^2$.

C. $\left(\frac{2\pi}{3} + \frac{\sqrt{3}}{4}\right)R^2$.

D. $\left(\frac{4\pi}{3} - \frac{\sqrt{3}}{2}\right)R^2$.

Câu 48: [2H3-3] Cho lăng trụ tam giác đều $ABC.A'B'C'$ có cạnh bên bằng cạnh đáy. Đường thẳng MN ($M \in A'C$; $N \in BC'$) là đường vuông góc chung của $A'C$ và BC' . Tỷ số $\frac{NB}{NC'}$ bằng

A. $\frac{\sqrt{5}}{2}$.

B. $\frac{3}{2}$.

C. $\frac{2}{3}$.

D. 1.

Câu 49: [2D1-4] Cho phương trình $\sqrt{x-512} + \sqrt{1024-x} = 16 + 4\sqrt[3]{(x-512)(1024-x)}$ có bao nhiêu nghiệm?

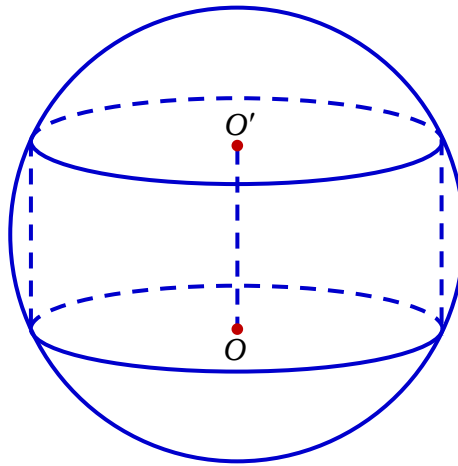
A. 4 nghiệm.

B. 3 nghiệm.

C. 8 nghiệm.

D. 2 nghiệm.

Câu 50: [2H2-3] Cho khối cầu (S) tâm I , bán kính R không đổi. Một khối trụ thay đổi có chiều cao h và bán kính đáy r nội tiếp khối cầu. Tính chiều cao h theo R sao cho thể tích của khối trụ lớn nhất.



A. $h = \frac{2R\sqrt{3}}{3}$.

B. $h = \frac{R\sqrt{2}}{2}$.

C. $h = \frac{R\sqrt{3}}{2}$.

D. $h = R\sqrt{2}$.

-----HẾT-----

ĐÁP ÁN THAM KHẢO

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20	21	22	23	24	25
B	B	A	C	C	B	C	A	D	C	C	D	A	B	A	D	D	D	D	C	B	A	A	A	B

26	27	28	29	30	31	32	33	34	35	36	37	38	39	40	41	42	43	44	45	46	47	48	49	50
C	D	C	C	A	D	B	D	C	B	D	B	D	A	D	B	D	B	C	C	A	A	B	B	A

HƯỚNG DẪN GIẢI

Câu 1: [1D2-2] Hệ số của x^3 trong khai triển $(x-2)^8$ bằng

A. $C_8^5 \cdot 2^5$.

B. $-C_8^5 \cdot 2^5$.

C. $C_8^3 \cdot 2^3$.

D. $-C_8^3 \cdot 2^3$.

Hướng dẫn giải

Chọn B.

Số hạng tổng quát của khai triển: $C_8^k x^{8-k} \cdot (-2)^k$.

Số hạng chứa x^3 ứng với $8-k=3 \Leftrightarrow k=5$.

Vậy hệ số của x^3 là $-C_8^5 \cdot 2^5$.

Câu 2: [2H3-2] Trong không gian $Oxyz$, mặt cầu tâm $I(1;2;-1)$ và cắt mặt phẳng $(P): 2x-y+2z-1=0$ theo một đường tròn có bán kính bằng $\sqrt{8}$ có phương trình là

A. $(x+1)^2 + (y+2)^2 + (z-1)^2 = 9$.

B. $(x-1)^2 + (y-2)^2 + (z+1)^2 = 9$.

C. $(x+1)^2 + (y+2)^2 + (z-1)^2 = 3$.

D. $(x-1)^2 + (y-2)^2 + (z+1)^2 = 3$.

Hướng dẫn giải

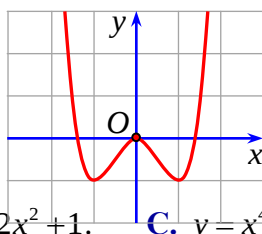
Chọn B.

Ta có: $d = d(I; (P)) = \frac{|2 \cdot 1 - 2 + 2 \cdot (-1) - 1|}{3} = 1$.

Bán kính mặt cầu là: $R = \sqrt{d^2 + r^2} = 3$.

Vậy phương trình mặt cầu cần tìm là: $(x-1)^2 + (y-2)^2 + (z+1)^2 = 9$.

Câu 3: [2D1-1] Biết hình dưới đây là đồ thị của một trong bốn hàm số sau, hỏi đó là đồ thị của hàm số nào?



A. $y = x^4 - 2x^2$.

B. $y = x^4 - 2x^2 + 1$.

C. $y = x^4 + 2x^2$.

D. $y = -x^4 + 2x^2$.

Hướng dẫn giải

Chọn A.

Dựa vào đồ thị ta thấy

○ Đồ thị có 3 điểm cực trị và đi qua gốc tọa độ O nên loại đáp án B, C.

○ Nhánh cuối là một đường đi lên nên $a > 0 \Rightarrow$ chọn đáp án A.

Câu 4: **[2D2-1]** Tập nghiệm của bất phương trình $\log_{\frac{1}{2}}(x^2 - x + 7) > 0$ là

A. $(-\infty; 2) \cup (3; +\infty)$.

B. $(-\infty; 2)$.

C. $(2; 3)$.

D. $(3; +\infty)$.

Hướng dẫn giải

Chọn C.

$$\log_{\frac{1}{2}}(x^2 - x + 7) > 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x^2 - 5x + 7 > 0 \\ x^2 - 5x + 7 < 1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} \left(x - \frac{5}{2}\right)^2 + \frac{3}{4} > 0, \forall x \in \mathbb{R} \\ x^2 - 5x + 6 < 0 \end{cases} \Rightarrow x \in (2; 3).$$

Câu 5: **[2D1-2]** Tìm tất cả các giá trị thực của tham số m để hàm số $y = x^4 + mx^2$ đạt cực tiểu tại $x = 0$.

A. $m \leq 0$.

B. $m = 0$.

C. $m \geq 0$.

D. $m > 0$.

Hướng dẫn giải

Chọn C.

Ta có: $y = x^4 + mx^2 \Rightarrow y' = 4x^3 + 2mx = 2x(2x^2 + m)$.

$$y' = 0 \Rightarrow 2x(2x^2 + m) = 0 \Rightarrow \begin{cases} x = 0 \\ x^2 = \frac{-m}{2} \end{cases}$$

• Nếu $m \geq 0$ ta có bảng biến thiên:

x	$-\infty$	0	$+\infty$
y'	$-$	0	$+$
y	$+\infty$	0	$+\infty$

Suy ra hàm số đạt cực tiểu tại $x = 0$.

• Nếu $m < 0$ ta có bảng biến thiên:

x	$-\infty$	x_1	0	x_3	$+\infty$	
y'	$-$	0	$+$	0	$-$	$+$
y	$+\infty$		0		$+\infty$	

$\swarrow$ 1 $\nearrow$ $\searrow$ 1 $\nearrow$

Suy ra hàm số đạt cực đại tại $x = 0$.

Vậy hàm số đạt cực tiểu tại $x = 0$ khi $m \geq 0$.

Câu 6: [1H1-3] Cho tứ diện đều $ABCD$ có M , N lần lượt là trung điểm của các cạnh AB và CD . Mệnh đề nào sau đây **sai**?

A. $MN \perp AB$.

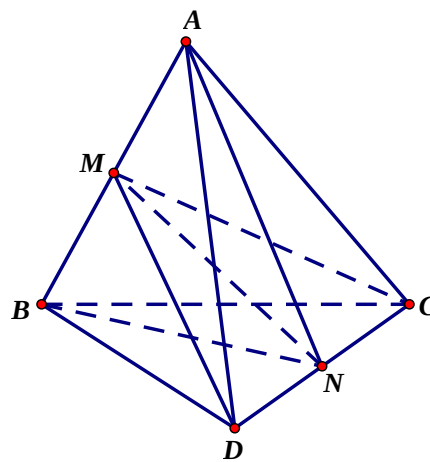
B. $MN \perp BD$.

C. $MN \perp CD$.

D. $AB \perp CD$.

Hướng dẫn giải

Chọn B.



- $\triangle NAB$ cân tại N nên $MN \perp AB$.
- $\triangle MCD$ cân tại M nên $MN \perp CD$.
- $CD \perp (ABN) \Rightarrow CD \perp AB$.
- Giả sử $MN \perp BD$

mà $MN \perp AB$. Suy ra $MN \perp (ABD)$ (Vô lí vì $ABCD$ là tứ diện đều)

Vậy phương án B sai.

Câu 7: [2H3-2] Trong không gian $Oxyz$, cho hai điểm $A(1; 2; -3)$ và $B(2; 0; -1)$. Tìm tất cả các giá trị thực của tham số m để hai điểm A và B nằm khác phía so với mặt phẳng $x + 2y + mz + 1 = 0$.

A. $m \in (-\infty; 2] \cup [3; +\infty)$.

B. $m \in [2; 3]$.

C. $m \in (2; 3)$.

D. $m \in (-\infty; 2) \cup (3; +\infty)$.

Hướng dẫn giải

Chọn C.

Để hai điểm A và B nằm khác phía so với mặt phẳng thì

$$(6 - 3m)(3 - m) < 0 \Leftrightarrow 2 < m < 3$$

Câu 8: [1D4-2] $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{\sqrt{x+3}-2}{x-1}$ bằng

A. $\frac{1}{4}$.

B. $+\infty$.

C. $\frac{1}{2}$.

D. 1.

Hướng dẫn giải

Chọn A.

Ta có: $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{\sqrt{x+3}-2}{x-1} = \lim_{x \rightarrow 1} \frac{x+3-4}{(x-1)(\sqrt{x+3}+2)} = \lim_{x \rightarrow 1} \frac{1}{\sqrt{x+3}+2} = \frac{1}{4}$.

Câu 9: [2H3-1] Trong không gian $Oxyz$, cho các điểm $A(2;-2;1)$, $B(1;-1;3)$. Tọa độ của vector $\overline{AB}$ là

A. $(1;-1;-2)$.

B. $(-3;3;-4)$.

C. $(3;-3;4)$.

D. $(-1;1;2)$.

Hướng dẫn giải

Chọn D.

$\overline{AB} = (-1;1;2)$

Câu 10: [2H3-1] Trong không gian $Oxyz$, mặt cầu $x^2 + y^2 + z^2 + 2x - 4y - 2z - 3 = 0$ có bán kính bằng

A. $3\sqrt{3}$.

B. 9.

C. 3.

D. $\sqrt{3}$.

Hướng dẫn giải

Chọn C.

Mặt cầu có tâm $I(-1;2;1)$, bán kính $R=3$.

Câu 11: [2D1-1] Hàm số $y = f(x)$ có đạo hàm $y' = x^2$. Mệnh đề nào sau đây đúng?

A. Hàm số nghịch biến trên $\mathbb{R}$.

B. Hàm số nghịch biến trên $(-\infty;0)$ và đồng biến trên $(0;+\infty)$.

C. Hàm số đồng biến trên $\mathbb{R}$.

D. Hàm số đồng biến trên $(-\infty;0)$ và nghịch biến trên $(0;+\infty)$.

Hướng dẫn giải

Chọn C.

$y' = 0 \Leftrightarrow x^2 = 0 \Leftrightarrow x = 0$

x	$-\infty$	0	$+\infty$
y'	+	0	+
y	$-\infty$		$+\infty$

Câu 12: [2D3-2] Thể tích khối tròn xoay do hình phẳng giới hạn bởi các đường $y = \frac{x}{4}, y = 0, x = 1, x = 4$ quay quanh trục Ox bằng

A. $\frac{15}{16}$.

B. $\frac{15\pi}{8}$.

C. $\frac{21}{16}$.

D. $\frac{21\pi}{16}$.

Hướng dẫn giải

Chọn D.

$$V = \pi \int_1^4 \frac{x^2}{16} dx = \pi \frac{x^3}{48} \Big|_1^4 = \frac{21}{16} \pi$$

Câu 13: [2H1-1] Thể tích V của khối chóp có diện tích đáy bằng S và chiều cao bằng h là

A. $V = \frac{1}{3}Sh$.

B. $V = 3Sh$.

C. $V = \frac{1}{2}Sh$.

D. $V = Sh$.

Hướng dẫn giải

Chọn A.

Thể tích V của khối chóp có diện tích đáy bằng S và chiều cao bằng h là $V = \frac{1}{3}Sh$.

Câu 14: [1H3-1] Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình vuông và SA vuông góc đáy. Mệnh đề nào sau đây sai?

A. $BC \perp (SAB)$.

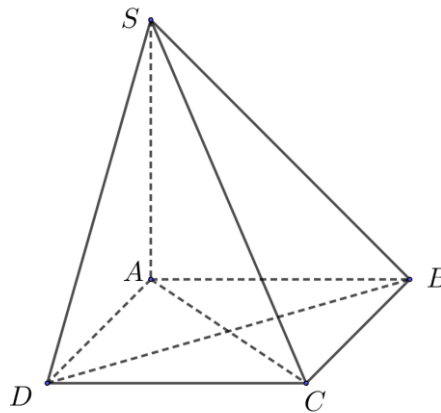
B. $AC \perp (SBD)$.

C. $BD \perp (SAC)$.

D. $CD \perp (SAD)$.

Hướng dẫn giải

Chọn B.



Ta có:

$$+ \begin{cases} BC \perp AB \\ BC \perp SA \end{cases} \Rightarrow BC \perp (SAB).$$

$$+ \begin{cases} CD \perp AD \\ CD \perp SA \end{cases} \Rightarrow CD \perp (SAD).$$

$$+ \begin{cases} BD \perp AC \\ BD \perp SA \end{cases} \Rightarrow BD \perp (SAC).$$

Suy ra: đáp án B. sai.

Câu 15: [2D3-2] Họ nguyên hàm của hàm số $f(x) = x^2\sqrt{4+x^3}$ là

A. $\frac{2}{9}\sqrt{(4+x^3)^3} + C$.

B. $2\sqrt{4+x^3} + C$.

C. $\frac{1}{9}\sqrt{(4+x^3)^3} + C$.

D. $2\sqrt{(4+x^3)^3} + C$.

Hướng dẫn giải

Chọn A.

$$\begin{aligned}\text{Ta có } \int x^2 \sqrt{4+x^3} dx &= \frac{1}{3} \int \sqrt{4+x^3} d(4+x^3) = \frac{1}{3} \int (4+x^3)^{\frac{1}{2}} d(4+x^3) = \frac{1}{3} \cdot \frac{2}{3} (4+x^3)^{\frac{3}{2}} + C \\ &= \frac{2}{9} \sqrt{(4+x^3)^3} + C.\end{aligned}$$

Câu 16: [2D1-2] Đồ thị hàm số $y = \frac{1-\sqrt{1-x}}{x}$ có bao nhiêu đường tiệm cận đứng và đường tiệm cận ngang.

A. 2.

B. 0.

C. 3.

D. 1.

Hướng dẫn giải

Chọn D.

TXĐ: $D(-\infty; 1]$.

Ta có

$$\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{1-\sqrt{1-x}}{x} = \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{\frac{1}{x} - \sqrt{\frac{1}{x^2} - \frac{1}{x}}}{1} = 0.$$

Do đó, đồ thị hàm số có một tiệm cận ngang là $y = 0$.

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{1-\sqrt{1-x}}{x} = \lim_{x \rightarrow 0} \frac{x}{x(1+\sqrt{1-x})} = \lim_{x \rightarrow 0} \frac{1}{(1+\sqrt{1-x})} = \frac{1}{2}$$

Do đó, đồ thị hàm số không có đường tiệm cận đứng.

Vậy số đường tiệm cận ngang và đường tiệm cận đứng của đồ thị hàm số là 1.

Câu 17: [2H1-1] Hình tứ diện có bao nhiêu cạnh

A. 4 cạnh.

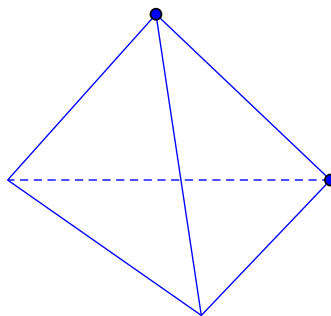
B. 3 cạnh.

C. 5 cạnh.

D. 6 cạnh.

Hướng dẫn giải

Chọn D.



Hình tứ diện có 6 cạnh.

Câu 18: [2H1-2] Cho hình chóp tứ giác đều $S.ABCD$ có tất cả các cạnh bằng nhau. Gọi E, M lần lượt là trung điểm của các cạnh BC và SA , α là góc tạo bởi đường thẳng EM và mặt phẳng (SBD) . Giá trị của $\tan \alpha$ bằng

A. 2.

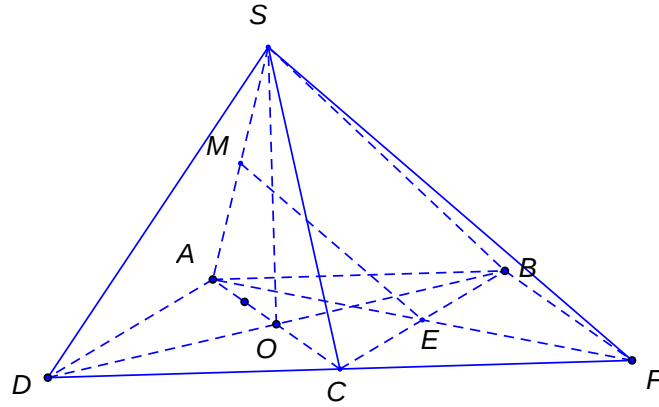
B. $\sqrt{3}$.

C. 1.

D. $\sqrt{2}$.

Hướng dẫn giải

Chọn D.



Dựng hình bình hành $ABFC$.

Ta có $EM \parallel SF$ nên góc giữa EM và (SBD) bằng góc giữa SF và (SBD) .

$FB \parallel AC \Rightarrow FB \perp (SBD)$ do đó góc giữa SF và (SBD) bằng góc FSB .

Ta có $\tan FSB = \frac{BF}{SB} = \frac{AC}{SB} = \sqrt{2}$. Vậy chọn **D**.

Câu 19: [2D2-1] Với mọi số thực dương a, b, x, y và a, b khác 1, mệnh đề nào sau đây **sai**?

A. $\log_b a \cdot \log_a x = \log_b x$.

B. $\log_a(xy) = \log_a x + \log_b x$.

C. $\log_a \frac{x}{y} = \log_a x - \log_a y$.

D. $\log_a \frac{1}{x} = \frac{1}{\log_a x}$.

Hướng dẫn giải

Chọn D.

Câu 20: [2D2-2] Gọi S là tập nghiệm của phương trình $2\log_2(2x-2) + \log_2(x-3)^2 = 2$ trên $\mathbb{R}$. Tổng các phần tử của S bằng

A. 8.

B. $6 + \sqrt{2}$.

C. $4 + \sqrt{2}$.

D. $8 + \sqrt{2}$.

Hướng dẫn giải

Chọn C.

Điều kiện: $\begin{cases} 2x-2 > 0 \\ (x-3)^2 > 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x > 1 \\ x \neq 3 \end{cases}$.

$$2\log_2(2x-2) + \log_2(x-3)^2 = 2 \Leftrightarrow \log_2(2x-2)^2 + \log_2(x-3)^2 = 2$$

$$\Leftrightarrow \log_2[(2x-2)(x-3)]^2 = 2 \Leftrightarrow 4[(x-1)(x-3)]^2 = 4 \Leftrightarrow \begin{cases} x^2 - 4x + 3 = 1 \\ x^2 - 4x + 3 = -1 \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} x^2 - 4x + 2 = 0 \\ x^2 - 4x + 4 = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 2 + \sqrt{2} \\ x = 2 \end{cases} \text{ (vì } x > 1 \text{ và } x \neq 3) \Rightarrow S = \{2; 2 + \sqrt{2}\}$$

Vậy tổng các phần tử của $\int_1^2 f(-2x)dx = 4$ bằng $4 + \sqrt{2}$.

Câu 21: [1D3-2] Cho (u_n) là cấp số cộng biết $u_3 + u_{13} = 80$. Tổng 15 số hạng đầu của cấp số cộng đó bằng

A. 800.

B. 600.

C. 570.

D. 630

Hướng dẫn giải

Chọn B.

$$S_{15} = u_1 + u_2 + u_3 + \dots + u_{15} = (u_1 + u_{15}) + (u_2 + u_{14}) + (u_3 + u_{13}) + \dots + (u_7 + u_9) + u_8$$

Vì $u_1 + u_{15} = u_2 + u_{14} = u_3 + u_{13} = \dots = u_7 + u_9 = 2u_8$ và $u_3 + u_{13} = 80$

$$\Rightarrow S = 7.80 + 40 = 600.$$

Câu 22: [2H1-2] Cho khối trụ có bán kính hình tròn đáy bằng r và chiều cao bằng h . Hỏi nếu tăng chiều cao lên 2 lần và tăng bán kính đáy lên 3 lần thì thể tích của khối trụ mới sẽ tăng lên bao nhiêu lần?

A. 18 lần.

B. 6 lần.

C. 36 lần.

D. 12 lần

Hướng dẫn giải

Chọn A.

$$V_1 = 2h.\pi(3r)^2 = 18(h.\pi r^2) = 18V$$

Câu 23: [2D2-2] Cho hàm số $y = \log_5 x$. Mệnh đề nào sau đây sai ?

A. Hàm số nghịch biến trên tập xác định.

B. Tập xác định của hàm số là $(0; +\infty)$.

C. Đồ thị hàm số nằm bên phải trục tung.

D. Đồ thị hàm số có tiệm cận đứng là trục tung.

Hướng dẫn giải

Chọn A.

Tập xác định của hàm số là $D = (0; +\infty)$.

Ta có $y' = \frac{1}{x \ln 5} > 0, \forall x \in (0; +\infty) \Rightarrow$ hàm số đồng biến trên $(0; +\infty)$.

Vì hàm số xác định trên $D = (0; +\infty)$ nên đồ thị hàm số nằm bên phải trục tung và do đó đồ thị hàm số có tiệm cận đứng là trục tung.

Câu 24: [1H2-2] Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình bình hành. Điểm M thỏa mãn $\overrightarrow{MA} = 3\overrightarrow{MB}$. Mặt phẳng (P) qua M và song song với SC, BD . Mệnh đề nào sau đây đúng ?

A. (P) cắt hình chóp theo thiết diện là một ngũ giác.

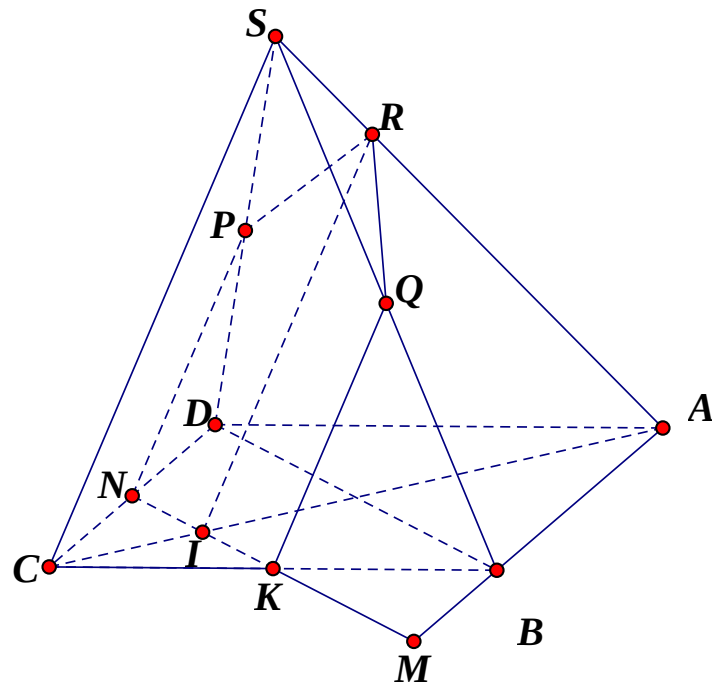
B. (P) cắt hình chóp theo thiết diện là một tam giác.

C. (P) cắt hình chóp theo thiết diện là một tứ giác.

D. (P) không cắt hình chóp.

Hướng dẫn giải

Chọn A.



Trong $(ABCD)$, kẻ đường thẳng qua M và song song với BD cắt BC , CD , CA tại K , N , I .
 Trong (SCD) , kẻ đường thẳng qua N và song song với SC cắt SD tại P .
 Trong (SCB) , kẻ đường thẳng qua K và song song với SC cắt SB tại Q .
 Trong (SAC) , kẻ đường thẳng qua I và song song với SC cắt SA tại R .
 Thiết diện là ngũ giác $KNPRQ$.

Câu 25: [2D2-1] Đạo hàm của hàm số $y = \ln(1-x^2)$ là

A. $\frac{2x}{x^2-1}$.

B. $\frac{-2x}{x^2-1}$.

C. $\frac{1}{x^2-1}$.

D. $\frac{x}{1-x^2}$.

Hướng dẫn giải

Chọn A.

$$y' = \frac{(1-x^2)'}{1-x^2} = \frac{-2x}{1-x^2} = \frac{2x}{x^2-1}.$$

Câu 26: [2D2-1] Trong các hàm số sau hàm số nào nghịch biến trên $\mathbb{R}$?

A. $y = \log(x^3)$.

B. $\log_3 x^2$.

C. $y = \left(\frac{e}{4}\right)^x$.

D. $y = \left(\frac{2}{5}\right)^{-x}$.

Hướng dẫn giải

Chọn C.

Hàm số $y = \log(x^3)$ có tập xác định là $(0; +\infty)$.

Hàm số $y = \log_3(x^2)$ có tập xác định là $\mathbb{R} \setminus \{0\}$.

Do đó hai hàm số đó không thể nghịch biến trên $\mathbb{R}$ được.

Mặt khác hàm số $y = \left(\frac{2}{5}\right)^{-x} = \left(\frac{5}{2}\right)^x$ là hàm số có tập xác định là $\mathbb{R}$ nhưng có cơ số $\frac{5}{2} > 1$ nên hàm số đồng biến trên $\mathbb{R}$.

Hàm số $y = \left(\frac{e}{4}\right)^x$ là hàm số có tập xác định là $\mathbb{R}$ và có cơ số $\frac{e}{4} < 1$ nên hàm số nghịch biến trên $\mathbb{R}$.

Câu 27: [2D2-2] Cho các số a, b, c, d thỏa mãn $0 < a < b < 1 < c < d$. Số lớn nhất trong 4 số $\log_a b, \log_b c, \log_c d, \log_d a$ là

A. $\log_b c$.

B. $\log_d a$.

C. $\log_a b$.

D. $\log_c d$.

Hướng dẫn giải

Chọn D.

Ta có: $\begin{cases} 0 < b < 1 < c \\ 0 < a < 1 < d \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} \log_b c < \log_b 1 \\ \log_d a < \log_d 1 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} \log_b c < 0 \\ \log_d a < 0 \end{cases}$

Và $\begin{cases} 0 < a < b < 1 \\ 1 < c < d \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} \log_a a > \log_a b \\ \log_c c < \log_c d \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} 1 > \log_a b \\ 1 < \log_c d \end{cases}$.

Vậy $\log_c d$ là số lớn nhất.

Cách khác: có thể dùng máy tính với $\begin{cases} a = 0,2 \\ b = 0,3 \\ c = 2 \\ d = 3 \end{cases} (0 < 0,2 < 0,3 < 1 < 2 < 3)$.

Câu 28: [2D3-2] Tích phân $\int_0^{100} x.e^{2x} dx$ bằng

A. $\frac{1}{4}(199e^{200} - 1)$.

B. $\frac{1}{2}(199e^{200} - 1)$.

C. $\frac{1}{4}(199e^{200} + 1)$.

D. $\frac{1}{2}(199e^{200} + 1)$.

Hướng dẫn giải

Chọn C.

Đặt $\begin{cases} u = x \\ dv = e^{2x} dx \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} du = dx \\ v = \frac{1}{2}e^{2x} \end{cases}$

Khi đó:

$$\int_0^{100} x.e^{2x} dx = \frac{1}{2} x e^{2x} \Big|_0^{100} - \frac{1}{2} \int_0^{100} e^{2x} dx = 50e^{200} - \frac{1}{4} e^{2x} \Big|_0^{100} = 50e^{200} - \frac{1}{4} e^{200} + \frac{1}{4} = \frac{1}{4}(199e^{200} + 1).$$

Câu 29: [1D2-2] Một lớp có 40 học sinh, trong đó có 4 học sinh tên Anh. Trong một lần kiểm tra bài cũ, thầy giáo gọi ngẫu nhiên hai học sinh trong lớp lên bảng. Xác suất để hai học sinh tên Anh lên bảng bằng

A. $\frac{1}{10}$.

B. $\frac{1}{20}$.

C. $\frac{1}{130}$.

D. $\frac{1}{75}$.

Hướng dẫn giải

Chọn C.

Số phần tử của không gian mẫu $n(\Omega) = C_{40}^2 = 780$.

Gọi A là biến cố gọi hai học sinh tên Anh lên bảng, ta có $n(A) = C_4^2 = 6$.

Vậy xác suất cần tìm là $P(A) = \frac{6}{780} = \frac{1}{130}$.

Câu 30: [1D1-3] Số nghiệm chung của hai phương trình $4\cos^2 x - 3 = 0$ và $2\sin x + 1 = 0$ trên khoảng $\left(-\frac{\pi}{2}; \frac{3\pi}{2}\right)$ bằng

A. 2.

B. 4.

C. 3.

D. 1.

Hướng dẫn giải

Chọn A.

☐ Trên khoảng $\left(-\frac{\pi}{2}; \frac{3\pi}{2}\right)$ phương trình $2\sin x + 1 = 0 \Leftrightarrow \sin x = -\frac{1}{2}$ có hai nghiệm là $-\frac{\pi}{6}$ và $\frac{7\pi}{6}$.

☐ Cả hai nghiệm này đều thỏa phương trình $4\cos^2 x - 3 = 0$.

☐ Vậy hai phương trình có 2 nghiệm chung.

Câu 31: [1D2-1] Có bao nhiêu số tự nhiên có 5 chữ số, các chữ số khác 0 và đôi một khác nhau?

A. $5!$.

B. 9^5 .

C. C_9^5 .

D. A_9^5 .

Hướng dẫn giải

Chọn D.

Mỗi số tự nhiên có 5 chữ số, các chữ số khác 0 và đôi một khác nhau là một chỉnh hợp chập 5 của 9 phần tử.

Vậy số các số tự nhiên thỏa đề bài là A_9^5 số.

Câu 32: [2H1-2] Cho hình chóp $S.ABC$ có đáy ABC là tam giác đều cạnh a , cạnh bên SA vuông góc với đáy, đường thẳng SC tạo với đáy một góc bằng 60° . Thể tích của khối chóp $S.ABC$ bằng:

A. $\frac{a^3}{8}$.

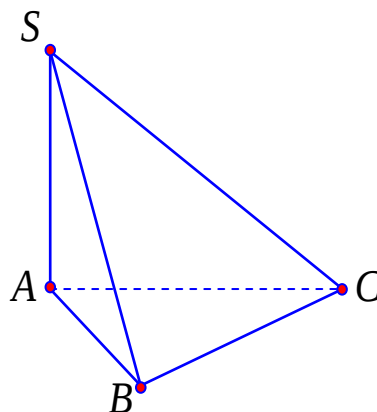
B. $\frac{a^3}{4}$.

C. $\frac{a^3}{2}$.

D. $\frac{3a^3}{4}$.

Hướng dẫn giải

Chọn B.



Diện tích ΔABC là $S_{\Delta ABC} = \frac{a^2\sqrt{3}}{4}$.

$SA \perp (ABC)$ nên AC là hình chiếu của SC lên (ABC) .

$\Rightarrow (SC, (ABC)) = (SC, AC) = SCA = 60^\circ$.

ΔSAC vuông tại A có $SCA = 60^\circ$, ta có $SA = AC \cdot \tan SCA = a\sqrt{3}$.

Thể tích khối chóp là $V = \frac{1}{3} \cdot S_{\Delta ABC} \cdot SA = \frac{1}{3} \cdot \frac{a^2\sqrt{3}}{4} \cdot a\sqrt{3} = \frac{a^3}{4}$.

Câu 33: [2D2-2] Mệnh đề nào sau đây **sai** ?

A. $\log a > \log b \Leftrightarrow a > b > 0$.

B. $\log a < \log b \Leftrightarrow 0 < a < b$.

C. $\ln x > 0 \Leftrightarrow x > 1$.

D. $\ln x < 1 \Leftrightarrow 0 < x < 1$.

Hướng dẫn giải

Chọn D.

$\ln x < 1 \Leftrightarrow \ln x < \ln e \Leftrightarrow 0 < x < e$.

Câu 34: [1D1-1] Phương trình $\sin\left(x - \frac{\pi}{3}\right) = 1$ có nghiệm là

A. $x = \frac{\pi}{3} + k2\pi$.

B. $x = \frac{5\pi}{6} + k\pi$.

C. $x = \frac{5\pi}{6} + k2\pi$.

D. $x = \frac{\pi}{3} + 2\pi$.

Hướng dẫn giải

Chọn C.

$\sin\left(x - \frac{\pi}{3}\right) = 1 \Leftrightarrow x - \frac{\pi}{3} = \frac{\pi}{2} + k2\pi \Leftrightarrow x = \frac{5\pi}{6} + k2\pi \quad (k \in \mathbb{Z})$.

Câu 35: [2D3-2] Cho $F(x)$ là một nguyên hàm của hàm số $f(x) = e^{x^2}(x^3 - 4x)$. Hàm số $F(x)$ có bao nhiêu điểm cực trị?

A. 2.

B. 3.

C. 1.

D. 4.

Hướng dẫn giải

Chọn B.

Ta có $F'(x) = f(x) = e^{x^2} \cdot x(x-2)(x+2)$.

$F'(x)$ đổi dấu qua các điểm $x = 0$; $x = \pm 2$ nên hàm số $F(x)$ có 3 điểm cực trị.

Câu 36: [2D1-2] Đồ thị hàm số $y = 15x^4 - 3x^2 - 2018$ cắt trục hoành tại bao nhiêu điểm ?

A. 4 điểm.

B. 3 điểm.

C. 1 điểm.

D. 2 điểm.

Hướng dẫn giải

Chọn D.

Phương trình hoành độ giao điểm đồ thị hàm số và trục hoành:

$$15x^4 - 3x^2 - 2018 = 0 (*)$$

Đặt $x^2 = t, t \geq 0$. Phương trình tương đương

$$15t^2 - 3t - 2018 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} t = \frac{3 + \sqrt{121089}}{30} > 0 \\ t = \frac{3 - \sqrt{121089}}{30} < 0 \end{cases}$$

$$\Rightarrow t = \frac{3 + \sqrt{121089}}{30} \text{ nên } (*) \text{ có 2 nghiệm phân biệt.}$$

Vậy đồ thị hàm số cắt trục hoành tại 2 điểm.

Câu 37: [1D2-3] Tìm hệ số của số hạng chứa x^5 trong khai triển $(1 + x + x^2 + x^3)^{10}$.

A. 582.

B. 1902.

C. 7752.

D. 252.

Hướng dẫn giải

Chọn B.

$$\text{Ta có: } (1 + x + x^2 + x^3)^{10} = (1 + x^2)^{10} (1 + x)^{10} = \sum_{k=0}^{10} C_{10}^k \cdot x^{2k} \cdot \sum_{i=0}^{10} C_{10}^i \cdot x^i = \sum_{k=0}^{10} \sum_{i=0}^{10} C_{10}^k \cdot C_{10}^i \cdot x^{2k+i}$$

Hệ số của số hạng chứa x^5 nên $2k + i = 5$.

Trường hợp 1: $k = 0, i = 5$ nên hệ số chứa x^5 là $C_{10}^0 \cdot C_{10}^5$.

Trường hợp 2: $k = 1, i = 3$ nên hệ số chứa x^5 là $C_{10}^1 \cdot C_{10}^3$.

Trường hợp 3: $k = 2, i = 1$ nên hệ số chứa x^5 là $C_{10}^2 \cdot C_{10}^1$.

Vậy hệ số của số hạng chứa x^5 là $C_{10}^0 \cdot C_{10}^5 + C_{10}^1 \cdot C_{10}^3 + C_{10}^2 \cdot C_{10}^1 = 1902$.

Câu 38: [1D2-3] Có bao nhiêu số tự nhiên có tám chữ số trong đó có ba chữ số 0, không có hai chữ số 0 nào đứng cạnh nhau và các chữ số khác chỉ xuất hiện nhiều nhất một lần.

A. 786240.

B. 846000.

C. 907200.

D. 151200.

Hướng dẫn giải

Chọn D.

Chọn ra 5 chữ số khác 0 trong 9 chữ số (từ 1 đến 9) và sắp xếp chúng theo thứ tự có A_9^5 cách.

Để hai chữ số 0 không đứng cạnh nhau ta có 6 vị trí để xếp (do 5 chữ số vừa chọn tạo ra 6 vị trí).

Do chữ số 0 không thể xếp ở đầu nên còn 5 vị trí để xếp số 0.

Khi đó xếp 3 số 0 vào 5 vị trí nên có C_5^3 cách.

Vậy có $A_9^5 C_5^3 = 151200$ số cần tìm.

Câu 39: [1D5-4] Cho hàm số $y = x^3 - 3x + 2$ có đồ thị (C) . Hỏi có bao nhiêu điểm trên đường thẳng $d: y = 9x - 14$ sao cho từ đó kẻ được hai tiếp tuyến với (C) .

A. 3 điểm.**B. 4 điểm.****C. 2 điểm.****D. 1 điểm.****Hướng dẫn giải****Chọn A.**

Ta có $y = x^3 - 3x + 2 \Rightarrow y' = 3x^2 - 3$.

Gọi x_0 là hoành độ tiếp điểm, phương trình tiếp tuyến có dạng

$$y = (3x_0^2 - 3)(x - x_0) + x_0^3 - 3x_0 + 2$$

Gọi $M(m; 9m - 14)$ là điểm nằm trên đường thẳng $d: y = 9x - 14$.

Tiếp tuyến đi qua điểm M khi và chỉ khi

$$9m - 14 = (3x_0^2 - 3)(m - x_0) + x_0^3 - 3x_0 + 2 \quad (1)$$

$$\Leftrightarrow (x_0 - 2)[2x_0^2 - (3m - 4)x_0 + 8 - 6m] = 0$$

$$\Leftrightarrow (x_0 - 2)[2x_0^2 - (3m - 4)x_0 + 8 - 6m] = 0$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} x_0 = 2 \\ 2x_0^2 - (3m - 4)x_0 + 8 - 6m = 0 = g(x_0) \end{cases} \quad (2)$$

Yêu cầu đề bài $\Leftrightarrow (2)$ có hai nghiệm phân biệt có một nghiệm bằng 2 hoặc (2) có nghiệm

$$\text{kép khác } 2 \Leftrightarrow \begin{cases} \Delta > 0 \\ g(2) = 0 \end{cases} \text{ hoặc } \begin{cases} \Delta = 0 \\ g(2) \neq 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 9m^2 + 24m - 48 > 0 \\ -12m + 24 = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m = 2 \\ m = \frac{4}{3} \end{cases}.$$

Vậy có 3 điểm M thỏa đề bài.

Câu 40: **[1D3-2]** $\lim_{x \rightarrow 2^{2018}} \frac{x^2 - 4^{2018}}{x - 2^{2018}}$ bằng

A. $+\infty$.**B. 2^{2018} .****C. 2.****D. 2^{2019} .****Hướng dẫn giải****Chọn D.**

$$\text{Ta có } \lim_{x \rightarrow 2^{2018}} \frac{x^2 - 4^{2018}}{x - 2^{2018}} = \lim_{x \rightarrow 2^{2018}} \frac{(x - 2^{2018})(x + 2^{2018})}{x - 2^{2018}} = \lim_{x \rightarrow 2^{2018}} (x + 2^{2018}) = 2^{2018} + 2^{2018} = 2^{2019}.$$

Câu 41: **[1D3-3]** Giá trị của tổng $4 + 44 + 444 + \dots + 44\dots4$ (tổng đó có 2018 số hạng) bằng

$$\text{A. } \frac{40}{9}(10^{2018} - 1) + 2018.$$

$$\text{B. } \frac{4}{9} \left(\frac{10^{2019} - 10}{9} - 2018 \right).$$

$$\text{C. } \frac{4}{9} \left(\frac{10^{2019} - 10}{9} + 2018 \right).$$

$$\text{D. } \frac{4}{9}(10^{2018} - 1).$$

Hướng dẫn giải**Chọn B.**

Đặt $S = 4 + 44 + 444 + \dots + 44\dots4$ (tổng đó có 2018 số hạng). Ta có:

$$\frac{9}{4}S = 9 + 99 + 999 + \dots + 99\dots9 = (10 - 1) + (10^2 - 1) + (10^3 - 1) + \dots + (10^{2018} - 1)$$

$$\text{Suy ra: } \frac{9}{4}S = (10 + 10^2 + 10^3 + \dots + 10^{2018}) - 2018 = A - 2018.$$

Với $A = 10 + 10^2 + 10^3 + \dots + 10^{2018}$ là tổng 2018 số hạng của một cấp số nhân có số hạng đầu $u_1 = 10$, công bội $q = 10$ nên ta có $A = u_1 \frac{1 - q^{2018}}{1 - q} = 10 \frac{1 - 10^{2018}}{-9} = \frac{10^{2019} - 10}{9}$.

Do đó $\frac{9}{4}S = \frac{10^{2019} - 10}{9} - 2018 \Leftrightarrow S = \frac{4}{9} \left(\frac{10^{2019} - 10}{9} - 2018 \right)$.

Câu 42: [2H3-3] Trong không gian $Oxyz$, cho hai điểm $A(1; 2; 1)$, $B(2; -1; 3)$. Tìm điểm M trên mặt phẳng (Oxy) sao cho $MA^2 - 2MB^2$ lớn nhất.

- A. $M\left(\frac{3}{2}; \frac{1}{2}; 0\right)$. B. $M\left(\frac{1}{2}; -\frac{3}{2}; 0\right)$. C. $M(0; 0; 5)$. D. $M(3; -4; 0)$.

Hướng dẫn giải

Chọn D.

Gọi điểm E thỏa $\overrightarrow{EA} - 2\overrightarrow{EB} = \vec{0}$. Suy ra B là trung điểm của AE , suy ra $E(3; -4; 5)$.

Khi đó: $MA^2 - 2MB^2 = (\overrightarrow{ME} + \overrightarrow{EA})^2 - 2(\overrightarrow{ME} + \overrightarrow{EB})^2 = -ME^2 + EA^2 - 2EB^2$.

Do đó $MA^2 - 2MB^2$ lớn nhất $\Leftrightarrow ME$ nhỏ nhất $\Leftrightarrow M$ là hình chiếu của $E(3; -4; 5)$ lên (Oxy)

$\Leftrightarrow M(3; -4; 0)$.

Chú ý: Ta có thể làm trắc nghiệm như sau

+ Loại C vì $M(0; 0; 5)$ không thuộc (Oxy) .

+ Lần lượt thay $M\left(\frac{3}{2}; \frac{1}{2}; 0\right)$, $M\left(\frac{1}{2}; -\frac{3}{2}; 0\right)$, $M(3; -4; 0)$ vào biểu thức $MA^2 - 2MB^2$ thì

$M(3; -4; 0)$ cho giá trị lớn nhất nên ta chọn $M(3; -4; 0)$.

Câu 43: [2D3-3] Cho hàm số $y = f(x)$ là hàm lẻ và liên tục trên $[-4; 4]$ biết $\int_{-2}^0 f(-x)dx = 2$ và

$\int_1^2 f(-2x)dx = 4$. Tính $I = \int_0^4 f(x)dx$.

- A. $I = -10$. B. $I = -6$. C. $I = 6$. D. $I = 10$.

Hướng dẫn giải

Chọn B.

Xét tích phân $\int_{-2}^0 f(-x)dx = 2$.

Đặt $-x = t \Rightarrow dx = -dt$.

Đổi cận: khi $x = -2$ thì $t = 2$; khi $x = 0$ thì $t = 0$ do đó

$$\int_{-2}^0 f(-x)dx = -\int_2^0 f(t)dt = \int_0^2 f(t)dt \Rightarrow \int_0^2 f(t)dt = 2 \Rightarrow \int_0^2 f(x)dx = 2.$$

Do hàm số $y = f(x)$ là hàm số lẻ nên $f(-2x) = -f(2x)$.

$$\text{Do đó } \int_1^2 f(-2x) dx = -\int_1^2 f(2x) dx \Rightarrow \int_1^2 f(2x) dx = -4.$$

$$\text{Xét } \int_1^2 f(2x) dx.$$

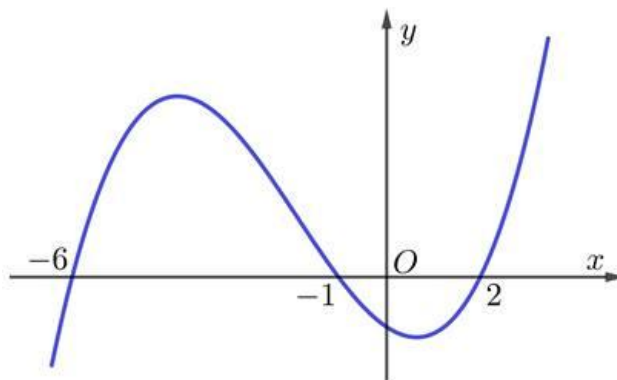
$$\text{Đặt } 2x = t \Rightarrow dx = \frac{1}{2} dt.$$

$$\text{Đổi cận: khi } x=1 \text{ thì } t=2; \text{ khi } x=2 \text{ thì } t=4 \text{ do đó } \int_1^2 f(2x) dx = \frac{1}{2} \int_2^4 f(t) dt = -4$$

$$\Rightarrow \int_2^4 f(t) dt = -8 \Rightarrow \int_2^4 f(x) dx = -8.$$

$$\text{Do } I = \int_0^4 f(x) dx = \int_0^2 f(x) dx + \int_2^4 f(x) dx = 2 - 8 = -6.$$

Câu 44: [2D1-3] Cho hàm số $y = f(x)$. Biết hàm số $y = f'(x)$ có đồ thị như hình vẽ bên dưới.



Hàm số $y = f(3 - x^2)$ đồng biến trên khoảng

A. $(2;3)$.

B. $(-2;-1)$.

C. $(-1;0)$.

D. $(0;1)$.

Hướng dẫn giải

Chọn C.

Cách 1:

Hàm số $y = f(3 - x^2)$ đồng biến khi $y' > 0 \Leftrightarrow -2xf'(3 - x^2) > 0 \Leftrightarrow 2xf'(3 - x^2) < 0$.

$$\text{TH1: } \begin{cases} x < 0 \\ f'(3 - x^2) > 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x < 0 \\ \begin{cases} 3 - x^2 > 2 \\ -6 < 3 - x^2 < -1 \end{cases} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x < 0 \\ \begin{cases} x^2 < 1 \\ 4 < x^2 < 9 \end{cases} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} -1 < x < 0 \\ -3 < x < -2 \end{cases}$$

$$\text{TH2: } \begin{cases} x > 0 \\ f'(3-x^2) < 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x > 0 \\ 3-x^2 < -6 \\ -1 < 3-x^2 < 2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x > 0 \\ x^2 > 9 \\ 1 < x^2 < 4 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x > 3 \\ 1 < x < 2 \end{cases}.$$

So sánh với đáp án chọn **C**.

Cách 2: Giải trắc nghiệm

$$\text{Từ đồ thị hàm số } y = f'(x) \text{ ta có } f'(x) > 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x > 2 \\ -6 < x < -1 \end{cases}; f'(x) < 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x < -6 \\ -1 < x < 2 \end{cases}$$

$$\text{Xét hàm số } y = f(3-x^2) \text{ ta có } y' = -2xf'(3-x^2).$$

Hàm số $y = f(3-x^2)$ đồng biến khi $y' > 0 \Leftrightarrow -2xf'(3-x^2) > 0 \Leftrightarrow 2xf'(3-x^2) < 0$ tức là hàm số $y = f(3-x^2)$ đồng biến khi x và $f'(3-x^2)$ trái dấu.

Dựa vào đồ thị $y = f'(x)$ ta có với $\forall x \in (-1; 0)$ thì $f'(3-x^2) > 0$ (do $2 < 3-x^2 < 3$) nên hàm số $y = f(3-x^2)$ đồng biến.

Câu 45: [2H3-4] Trong không gian $Oxyz$, cho mặt cầu (S_1) có tâm $I(2;1;1)$ có bán kính bằng 4 và mặt cầu (S_2) có tâm $J(2;1;5)$ có bán kính bằng 2. (P) là mặt phẳng thay đổi tiếp xúc với hai mặt cầu (S_1) , (S_2) . Đặt M , m lần lượt là giá trị lớn nhất, giá trị nhỏ nhất của khoảng cách từ điểm O đến (P) . Giá trị $M+m$ bằng

A. $\sqrt{15}$.

B. $8\sqrt{3}$.

C. 9.

D. 8.

Hướng dẫn giải

Chọn C.

Giả sử (P) tiếp xúc với (S_1) , (S_2) lần lượt tại A và B .

Gọi $IJ \cap (P) = M$. Do $\frac{IA}{JB} = \frac{MI}{MJ} = 2$ nên J là trung điểm của IM . Suy ra $M(2;1;9)$.

Gọi $\vec{n} = (a; b; c)$ với $a^2 + b^2 + c^2 \neq 0$ là vectơ pháp tuyến của mặt phẳng (P) .

$$\text{Ta có: } (P): a(x-2) + b(y-1) + c(z-9) = 0.$$

$$\text{Và: } \begin{cases} d(I, (P)) = R_1 \\ d(J, (P)) = R_2 \end{cases} \Rightarrow \frac{|c|}{\sqrt{a^2 + b^2 + c^2}} = \frac{1}{2} \Leftrightarrow a^2 + b^2 = 3c^2 \Leftrightarrow \left(\frac{a}{c}\right)^2 + \left(\frac{b}{c}\right)^2 = 3 \quad (1).$$

$$\text{Ta có: } d(O, (P)) = \frac{|2a + b + 9c|}{\sqrt{a^2 + b^2 + c^2}} = \frac{|2a + b + 9c|}{2|c|} = \frac{1}{2} \left| \frac{2a}{c} + \frac{b}{c} + 9 \right|.$$

Đặt $t = \frac{2a}{c} + \frac{b}{c} \Leftrightarrow \frac{b}{c} = t - \frac{2a}{c}$. Ta có: $d(O, (P)) = \frac{1}{2}|t+9|$.

Thay $\frac{b}{c} = t - \frac{2a}{c}$ vào (1), ta được $\left(\frac{a}{c}\right)^2 + \left(t - \frac{2a}{c}\right)^2 = 3 \Leftrightarrow 5\left(\frac{a}{c}\right)^2 - 4\frac{a}{c} \cdot t + t^2 - 3 = 0$.

Để phương trình có nghiệm với ẩn $\frac{a}{c}$ thì $4t^2 - 5t^2 + 15 \geq 0 \Leftrightarrow -\sqrt{15} \leq t \leq \sqrt{15}$

$$\Leftrightarrow 0 < 9 - \sqrt{15} \leq t + 9 \leq 9 + \sqrt{15} \Rightarrow \frac{9 - \sqrt{15}}{2} \leq d(O, (P)) \leq \frac{9 + \sqrt{15}}{2}.$$

$$\Rightarrow M = \frac{9 + \sqrt{15}}{2} \text{ và } m = \frac{9 - \sqrt{15}}{2}. \text{ Vậy } M + m = 9.$$

Câu 46: [2D2-4] Số các giá trị nguyên nhỏ hơn 2018 của tham số m để phương trình $\log_6(2018x + m) = \log_4(1009x)$ có nghiệm là

A. 2020.

B. 2017.

C. 2019.

D. 2018.

Hướng dẫn giải

Chọn A.

$$\text{Đặt } \log_6(2018x + m) = \log_4(1009x) = t \Rightarrow \begin{cases} 2018x + m = 6^t \\ 1009x = 4^t \end{cases} \Rightarrow 2 \cdot 4^t + m = 6^t \Leftrightarrow m = -2 \cdot 4^t + 6^t.$$

Đặt $f(t) = -2 \cdot 4^t + 6^t$. Ta có: $f'(t) = 6^t \ln 6 - 2 \cdot 4^t \ln 4$.

$$\text{Xét } f'(t) = 0 \Rightarrow \left(\frac{3}{2}\right)^t = \frac{2 \ln 4}{\ln 6} = \log_6 16 \Leftrightarrow t = \log_{\frac{3}{2}}(\log_6 16).$$

Bảng biến thiên:

t	$-\infty$	$\log_{\frac{3}{2}}(\log_6 16)$	$+\infty$
$f'(t)$	-	0	+
$f(t)$	$+\infty$	$f\left(\log_{\frac{3}{2}}(\log_6 16)\right)$	$+\infty$

Phương trình $f(t) = m$ có nghiệm khi và chỉ khi $m \geq f\left(\log_{\frac{3}{2}}(\log_6 16)\right) \approx -2,01$.

Mà $\begin{cases} m < 2018 \\ m \in \mathbb{Z} \end{cases}$ nên ta có: $\begin{cases} -2 \leq m \leq 2017 \\ m \in \mathbb{Z} \end{cases}$. Vậy có 2020 giá trị m thỏa mãn yêu cầu bài toán.

Câu 47: [2D3-4] Cho khối trụ có hai đáy là hai hình tròn $(O; R)$ và $(O'; R)$, $OO' = 4R$. Trên đường tròn $(O; R)$ lấy hai điểm A, B sao cho $AB = a\sqrt{3}$. Mặt phẳng (P) đi qua A, B cắt đoạn OO' và tạo với đáy một góc 60° , (P) cắt khối trụ theo thiết diện là một phần của elip. Diện tích thiết diện đó bằng

A. $\left(\frac{4\pi}{3} + \frac{\sqrt{3}}{2}\right)R^2$. **B.** $\left(\frac{2\pi}{3} - \frac{\sqrt{3}}{4}\right)R^2$. **C.** $\left(\frac{2\pi}{3} + \frac{\sqrt{3}}{4}\right)R^2$. **D.** $\left(\frac{4\pi}{3} - \frac{\sqrt{3}}{2}\right)R^2$.

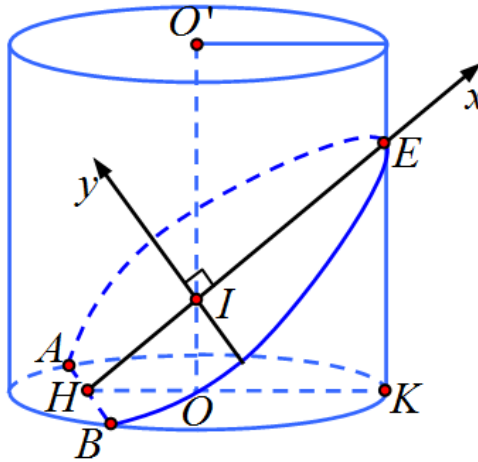
B. $\left(\frac{2\pi}{3} - \frac{\sqrt{3}}{4}\right) R^2.$

C. $\left(\frac{2\pi}{3} + \frac{\sqrt{3}}{4}\right) R^2.$

D. $\left(\frac{4\pi}{3} - \frac{\sqrt{3}}{2}\right)R^2.$

Hướng dẫn giải

Chọn A.



Cách 1:

Gọi I, H, K, E là các điểm như hình vẽ.

* Ta có: $IHO = 60^\circ$

$$OH^2 = OB^2 - BH^2 = R^2 - \frac{3R^2}{4} = \frac{R^2}{4} \Rightarrow OH = \frac{R}{2} \Rightarrow OI = OH \cdot \tan 60^\circ = \frac{R\sqrt{3}}{2},$$

$$IH = \frac{OH}{\cos 60^\circ} = R, \Delta IOH \sim \Delta EKH \text{ nên ta có: } \frac{IE}{IH} = \frac{OK}{OH} = 2 \Rightarrow IE = 2R.$$

* Chọn hệ trục tọa độ Ixy như hình vẽ ta có elip (E) có bán trục lớn là $a = IE = 2R$ và (E) đi

qua $A\left(-R; \frac{R\sqrt{3}}{2}\right)$ nên (E) có phương trình là: $(E): \frac{x^2}{4R^2} + \frac{y^2}{R^2} = 1$.

* Diện tích của thiết diện là: $S = 2 \int_{-R}^{2R} R \sqrt{1 - \frac{x^2}{4R^2}} dx = 2R \int_{-R}^{2R} \sqrt{1 - \frac{x^2}{4R^2}} dx$

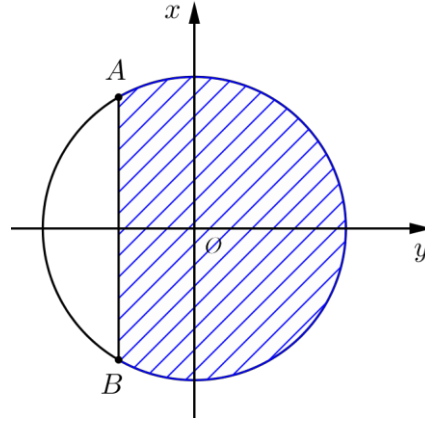
* Xét tích phân: $I = \int_{-R}^{2R} \sqrt{1 - \frac{x^2}{4R^2}} dx$, đặt $x = 2R \cdot \sin t$; $t \in \left[-\frac{\pi}{2}; \frac{\pi}{2}\right]$ ta được

$$I = \frac{R}{2} \int_{-\frac{\pi}{6}}^{\frac{\pi}{2}} (1 + \cos 2t) dt = \frac{R}{2} \left(t + \frac{\sin 2t}{2} \right) \bigg|_{-\frac{\pi}{6}}^{\frac{\pi}{2}} = \left(\frac{2\pi}{3} + \frac{\sqrt{3}}{8} \right) R \Rightarrow S = \left(\frac{4\pi}{3} + \frac{\sqrt{3}}{4} \right) R^2.$$

Cách 2:

$$\cos AOB = \frac{OA^2 + OB^2 - AB^2}{2.OA.OB} = -\frac{1}{2} \Rightarrow AOB = 120^0 \Rightarrow OH = \frac{R}{2}.$$

Chọn hệ trục tọa độ Oxy như hình vẽ



$\Rightarrow$ Phương trình đường tròn đầy là:

$$x^2 + y^2 = R^2 \Leftrightarrow y = \pm \sqrt{R^2 - x^2}.$$

Hình chiếu của phần elip xuống đáy là miền sọc xanh như hình vẽ.

Ta có $S = 2 \int_{-\frac{R}{2}}^R \sqrt{R^2 - x^2} dx$. Đặt $x = R \sin t \Rightarrow S = \left(\frac{2\pi}{3} + \frac{\sqrt{3}}{4} \right) R^2$.

Gọi diện tích phần elip cần tính là S' .

Theo công thức hình chiếu, ta có $S' = \frac{S}{\cos 60^\circ} = 2S = \left(\frac{4\pi}{3} + \frac{\sqrt{3}}{2} \right) R^2$.

Câu 48: [2H3-3] Cho lăng trụ tam giác đều $ABC.A'B'C'$ có cạnh bên bằng cạnh đáy. Đường thẳng MN ($M \in A'C$; $N \in BC'$) là đường vuông góc chung của $A'C$ và BC' . Tỷ số $\frac{NB}{NC'}$ bằng

A. $\frac{\sqrt{5}}{2}$.

B. $\frac{3}{2}$.

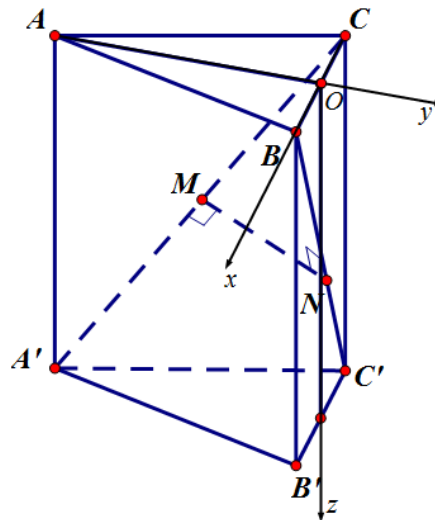
C. $\frac{2}{3}$.

D. 1.

Hướng dẫn giải

Chọn B.

* Kết quả bài toán sẽ không thay đổi nếu ta xét lăng trụ đều $ABC.A'B'C'$ có cạnh bên bằng cạnh đáy bằng 2.



* Chọn hệ trục tọa độ $Oxyz$ như hình vẽ (O là trung điểm của BC). Ta có: $A'(0; -\sqrt{3}; 2)$, $B(1; 0; 0)$, $C(-1; 0; 0)$, $C'(-1; 0; 2)$, $\overrightarrow{CA'} = (1; -\sqrt{3}; 2)$, $\overrightarrow{BC'} = (-2; 0; 2)$.

* Do $\begin{cases} \overrightarrow{CM} = m\overrightarrow{CA'} \\ \overrightarrow{BN} = n\overrightarrow{BC'} \end{cases}$ nên ta có $M(-1+m; -\sqrt{3}m; 2m), N(1-2n; 0; 2n)$

$$\Rightarrow \overrightarrow{MN} = (-m-2n+2; \sqrt{3}m; 2n-2m).$$

* Đường thẳng MN là đường vuông góc chung của $A'C$ và BC' nên:

$$\begin{cases} \overrightarrow{MN} \cdot \overrightarrow{CA'} = 0 \\ \overrightarrow{MN} \cdot \overrightarrow{BC'} = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} -4m+2n=-1 \\ -m+4n=2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m=\frac{2}{5} \\ n=\frac{3}{5} \end{cases} \Rightarrow \frac{BN}{BC'} = n = \frac{3}{5} \Rightarrow \frac{NB}{NC'} = \frac{3}{2}.$$

Câu 49: [2D1-4] Cho phương trình $\sqrt{x-512} + \sqrt{1024-x} = 16 + 4\sqrt[8]{(x-512)(1024-x)}$ có bao nhiêu nghiệm?

A. 4 nghiệm.

B. 3 nghiệm.

C. 8 nghiệm.

D. 2 nghiệm.

Hướng dẫn giải.

Chọn B.

Phương trình $\sqrt{x-512} + \sqrt{1024-x} = 16 + 4\sqrt[8]{(x-512)(1024-x)}$ (1).

Điều kiện: $x \in [512; 1024]$.

Bình phương hai vế của phương trình (1) ta có:

$$512 + 2\sqrt{(x-512)(1024-x)} = 256 + 128\sqrt[8]{(x-512)(1024-x)} + 16^4\sqrt[8]{(x-512)(1024-x)} \quad (2).$$

Đặt $t = \sqrt[8]{(x-512)(1024-x)}$ điều kiện $0 \leq t \leq 4$.

$$(2) \Leftrightarrow t^4 - 8t^2 - 64t + 128 = 0 \Leftrightarrow (t-4)(t^3 + 4t^2 + 8t - 32) = 0.$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} t = 4 \\ t^3 + 4t^2 + 8t - 32 = 0 \end{cases}.$$

□ Với $t = 4 \Leftrightarrow \sqrt[8]{(x-512)(1024-x)} = 4$.

Áp dụng BĐT - Cauchy: $\sqrt{(x-512)(1024-x)} \leq \frac{x-512+1024-x}{2} = 256$.

Suy ra $\sqrt[8]{(x-512)(1024-x)} \leq 4$, dấu "=" xảy ra khi và chỉ khi $x = 768 \Rightarrow$ phương trình có 1 nghiệm.

□ Với $t^3 + 4t^2 + 8t - 32 = 0$.

Xét hàm số $f(t) = t^3 + 4t^2 + 8t - 32$ với $0 \leq t \leq 4$.

Ta có $f'(t) = 3t^2 + 8t + 8 > 0 \quad \forall t \in [0; 4]$.

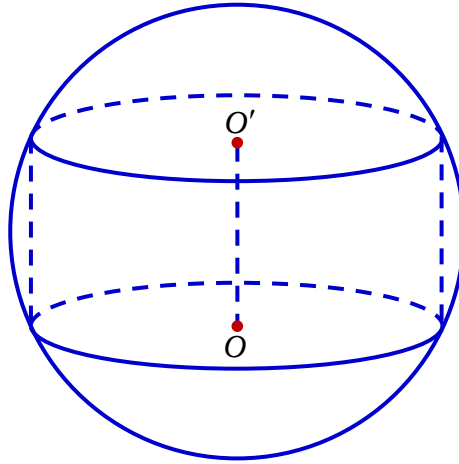
Mà $f(0) \cdot f(4) = -32 \cdot 128 < 0$.

Suy ra $t^3 + 4t^2 + 8t - 32 = 0$ có một nghiệm duy nhất trong khoảng $(0; 4)$.

Phương trình $\sqrt[3]{(x-512)(1024-x)} = m$ có hai nghiệm khi $m \in (0; 4)$.

Vậy phương trình (1) có 3 nghiệm.

Câu 50: [2H2-3] Cho khối cầu (S) tâm I , bán kính R không đổi. Một khối trụ thay đổi có chiều cao h và bán kính đáy r nội tiếp khối cầu. Tính chiều cao h theo R sao cho thể tích của khối trụ lớn nhất.



A. $h = \frac{2R\sqrt{3}}{3}$.

B. $h = \frac{R\sqrt{2}}{2}$.

C. $h = \frac{R\sqrt{3}}{2}$.

D. $h = R\sqrt{2}$.

Hướng dẫn giải.

Chọn A.

Ta có $r^2 = R^2 - \frac{h^2}{4}$.

Thể tích của khối trụ: $V = \pi \left(R^2 - \frac{h^2}{4} \right) h \Leftrightarrow V = \pi R^2 h - \frac{\pi h^3}{4}$.

Ta có $V' = \pi R^2 - \frac{3\pi}{4} h^2, \Rightarrow V' = 0 \Leftrightarrow h = \frac{2R\sqrt{3}}{3}$.

Bảng biến thiên:

h	0	$\frac{2R\sqrt{3}}{3}$	$+\infty$	
V'		+	0	-
V			$V_{\max}$	

Vậy thể tích khối trụ lớn nhất khi $h = \frac{2R\sqrt{3}}{3}$.

-----HẾT-----