

SỞ GD VÀ ĐT QUẢNG NAM
ĐỀ THI CHÍNH THỨC

ĐỀ KHẢO SÁT CHẤT LƯỢNG HK2
NĂM HỌC 2017-2018
MÔN: TOÁN 12
(Thời gian làm bài 90 phút)

Họ và tên thí sinh:.....SBD:.....

Mã đề thi 101

Câu 1: [2D1-1] Cho hàm số $y = f(x)$ có bảng biến thiên như sau:

x	$-\infty$	-1	2	$+\infty$			
y'		$-$	0	$+$	0	$-$	
y	$+\infty$		-3		4		$-\infty$

Hàm số $y = f(x)$ đồng biến trên khoảng nào dưới đây?

- A. $(-3; 4)$. B. $(-\infty; -1)$. C. $(2; +\infty)$. **D. $(-1; 2)$.**

Câu 2: [2H3-1] Trong không gian $Oxyz$, cho mặt phẳng $(P): x - 4y + 3z - 2 = 0$. Một vector pháp tuyến của mặt phẳng (P) là ?

- A. $\vec{n}_1 = (0; -4; 3)$. B. $\vec{n}_2 = (1; 4; 3)$. **C. $\vec{n}_3 = (-1; 4; -3)$.** D. $\vec{n}_4 = (-4; 3; -2)$.

Câu 3: [2D4-1] Tìm số phức liên hợp của số phức $z = 3 + 2i$.

- A. $\bar{z} = 3 - 2i$.** B. $\bar{z} = -3 - 2i$. C. $\bar{z} = 2 - 3i$. D. $\bar{z} = -2 - 3i$.

Câu 4: [2D3-1] Tìm $\int \frac{1}{x^2} dx$.

- A. $\int \frac{1}{x^2} dx = \frac{1}{x} + C$. **B. $\int \frac{1}{x^2} dx = -\frac{1}{x} + C$.** C. $\int \frac{1}{x^2} dx = \frac{1}{2x} + C$. D. $\int \frac{1}{x^2} dx = \ln x^2 + C$.

Câu 5: [1D2-1] Số cách chọn 3 học sinh từ 5 học sinh là

- A. C_5^3 .** B. A_5^3 . C. $3!$. D. 15.

Câu 6: [2H3-1] Trong không gian với hệ tọa độ $(O; \vec{i}; \vec{j}; \vec{k})$, cho hai vector $\vec{a} = (2; -1; 4)$ và $\vec{b} = \vec{i} - 3\vec{k}$.

Tính $\vec{a} \cdot \vec{b}$.

- A. $\vec{a} \cdot \vec{b} = -11$. B. $\vec{a} \cdot \vec{b} = -13$. C. $\vec{a} \cdot \vec{b} = 5$. **D. $\vec{a} \cdot \vec{b} = -10$.**

Câu 7: [2D3-1] Cho hai hàm số $y = f(x), y = g(x)$ liên tục trên đoạn $[a; b]$ và nhận giá trị bất kỳ. Diện tích của hình phẳng giới hạn bởi đồ thị hai hàm số đó và các đường thẳng $x = a; x = b$ được tính theo công thức

- A. $S = \int_a^b [f(x) - g(x)] dx$. B. $S = \int_a^b [g(x) - f(x)] dx$.
C. $S = \int_a^b |f(x) - g(x)| dx$. D. $S = \left| \int_a^b [f(x) - g(x)] dx \right|$.

Câu 8: [2D1-1] Cho hàm số $y = f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$ và có bảng xét dấu $f'(x)$ như sau

x	$-\infty$	-1	2	4	$+\infty$	
$f'(x)$		$+$	0	$-$	0	$+$

Hàm số $y = f(x)$ có bao nhiêu điểm cực trị?

- A. 0. B. 1. C. 2. D. 3.

Câu 9: [2H1-1] Tính thể tích V của khối hộp chữ nhật có đáy là hình vuông cạnh bằng 6 và chiều cao bằng 5.

- A. $V = 60$. B. $V = 180$. C. $V = 50$. D. $V = 150$.

Câu 10: [2D2-1] Cho a là số thực dương tùy ý. Mệnh đề nào sau đây đúng?

- A. $\log_3 \frac{3}{a^2} = 3 - \frac{1}{2} \log_3 a$. B. $\log_3 \frac{3}{a^2} = 3 - 2 \log_3 a$.
C. $\log_3 \frac{3}{a^2} = 1 - 2 \log_3 a$. D. $\log_3 \frac{3}{a^2} = 1 + 2 \log_3 a$.

Câu 11: [1D4-1] $\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{2x-1}{3-x}$ bằng.

- A. -2. B. $\frac{2}{3}$. C. 1. D. 2.

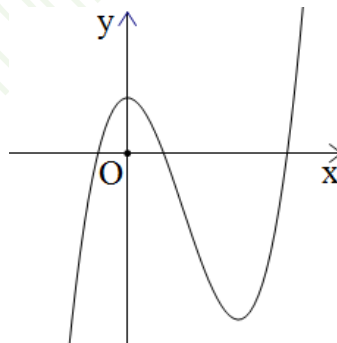
Câu 12: [2H2-1] Tính thể tích V của khối nón có bán kính đáy bằng 3 và chiều cao bằng 6.

- A. $V = 108\pi$. B. $V = 54\pi$. C. $V = 36\pi$. D. $V = 18\pi$.

Câu 13: [1D1-1] Tìm tất cả các nghiệm của phương trình $\sin\left(x + \frac{\pi}{6}\right) = 1$.

- A. $x = \frac{\pi}{3} + k\pi$ ($k \in \mathbb{Z}$). B. $x = -\frac{\pi}{6} + k2\pi$ ($k \in \mathbb{Z}$).
C. $x = \frac{\pi}{3} + k2\pi$ ($k \in \mathbb{Z}$). D. $x = \frac{5\pi}{6} + k2\pi$ ($k \in \mathbb{Z}$).

Câu 14: [2D1-1] Đường cong trong hình bên là đồ thị của hàm số nào dưới đây?



- A. $y = -x^3 + 3x^2 + 1$. B. $y = -x^3 - 3x^2 + 1$.
C. $y = x^3 + 3x^2 + 1$. D. $y = x^3 - 3x^2 + 1$.

Câu 15: [2D2-1] Tìm tập nghiệm S của bất phương trình $\log_{\frac{1}{2}}(x-3) \geq \log_{\frac{1}{2}} 4$.

- A. $S = (3; 7]$. B. $S = [3; 7]$.
C. $S = (-\infty; 7]$. D. $S = [7; +\infty)$.

Câu 16: [1H3-1] Phương trình tham số của đường thẳng đi qua điểm $M(3; -1; 2)$ và có vectơ chỉ phương $\vec{u} = (4; 5; -7)$ là:

A. $\begin{cases} x = 4 + 3t \\ y = 5 - t \\ z = -7 + 2t \end{cases}$. B. $\begin{cases} x = -4 + 3t \\ y = -5 - t \\ z = 7 + 2t \end{cases}$. C. $\begin{cases} x = 3 + 4t \\ y = -1 + 5t \\ z = 2 - 7t \end{cases}$. D. $\begin{cases} x = -3 + 4t \\ y = 1 + 5t \\ z = -2 - 7t \end{cases}$.

Câu 17: [2D1-1] Đường tiệm cận đứng của đồ thị hàm số $y = \frac{2x-3}{2x+1}$ là đường thẳng:

A. $x = \frac{3}{2}$. B. $x = -\frac{1}{2}$. C. $y = 1$. D. $y = -\frac{1}{2}$.

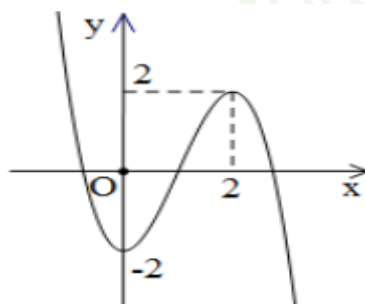
Câu 18: [2D1-2] Parabol (P): $y = x^2$ và đường cong (C): $y = x^4 - 3x^2 - 2$ có bao nhiêu giao điểm.

A. 0 . B. 1 . C. 2 . D. 4 .

Câu 19: [2D3-2] Tích phân $\int_0^{\frac{\pi}{3}} \cos 2x dx$ bằng.

A. $-\frac{\sqrt{3}}{2}$. B. $-\frac{\sqrt{3}}{4}$. C. $\frac{\sqrt{3}}{2}$. D. $\frac{\sqrt{3}}{4}$.

Câu 20: [2D1-2] Cho hàm số $y = f(x)$ có đồ thị trong hình bên. Phương trình $f(x) = 1$ có bao nhiêu nghiệm thực phân biệt lớn hơn 2.

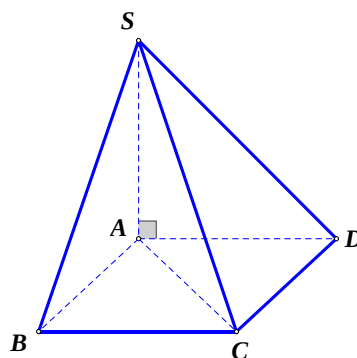


A. 0 . B. 1 . C. 2 . D. 3 .

Câu 21: [2D2-2] Tổng các nghiệm của phương trình $2^{x^2+2x} = 8^{2-x}$ bằng

A. 5 . B. -5 . C. 6 . D. -6 .

Câu 22: [1H3-2] Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình vuông, SA vuông góc với mặt đáy (tham khảo hình vẽ bên). Góc giữa hai mặt phẳng (SCD) và $(ABCD)$ bằng



A. Góc SDA . B. Góc SCA . C. Góc SCB . D. Góc ASD .

- Câu 23:** [2D4-2] Cho số phức z thỏa mãn $|z+3-4i|=5$. Biết rằng tập hợp điểm trong mặt phẳng tọa độ biểu diễn các số phức z là một đường tròn. Tìm tọa độ tâm I và bán kính R của đường tròn đó.
A. $I(3;-4), R=\sqrt{5}$. **B.** $I(-3;4), R=\sqrt{5}$. **C.** $I(3;-4), R=5$. **D.** $I(-3;4), R=5$.
- Câu 24:** [2D1-2] Giá trị nhỏ nhất của hàm số $y=x-3\ln x$ trên đoạn $[1;e]$ bằng
A. 1. **B.** $3-3\ln 3$. **C.** e . **D.** $e-3$.
- Câu 25:** [2D4-2] Tổng phần thực và phần ảo của số phức z thỏa mãn $iz+(1-i)\bar{z}=-2i$ bằng
A. 2. **B.** -2. **C.** 6. **D.** -6.
- Câu 26:** [2H3-2] Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho mặt cầu $(S): (x+3)^2+y^2+(z-1)^2=10$. Mặt phẳng nào trong các mặt phẳng dưới đây cắt mặt cầu (S) theo giao tuyến là đường tròn có bán kính bằng 3?
A. $(P_1): x+2y-2z+8=0$. **B.** $(P_1): x+2y-2z-8=0$.
C. $(P_1): x+2y-2z-2=0$. **D.** $(P_1): x+2y-2z-4=0$.
- Câu 27:** [1D2-2] Cho n là số nguyên dương thỏa mãn $5C_n^1 - C_n^2 = 5$. Tìm hệ số a của x^4 trong khai triển của biểu thức $\left(2x + \frac{1}{x^2}\right)^n$.
A. $a=11520$. **B.** $a=256$. **C.** $a=45$. **D.** $a=3360$.
- Câu 28:** [1D2-2] Một tổ gồm 9 học sinh gồm 4 học sinh nữ và 5 học sinh nam. Chọn ngẫu nhiên từ tổ đó ra 3 học sinh. Xác suất để trong 3 học sinh chọn ra có số học sinh nam nhiều hơn số học sinh nữ bằng:
A. $\frac{17}{42}$. **B.** $\frac{5}{42}$. **C.** $\frac{25}{42}$. **D.** $\frac{10}{21}$.
- Câu 29:** [2D2-2] Một người muốn gửi tiền vào ngân hàng để đến ngày 15/3/2020 rút được khoản tiền là 50 000 000 đồng (cả vốn ban đầu và lãi). Lãi suất ngân hàng là 0,55%/tháng, tính theo thể thức lãi kép. Hỏi vào ngày 15/4/2018 người đó phải gửi ngân hàng số tiền là bao nhiêu để đáp ứng nhu cầu trên, nếu lãi suất không thay đổi trong thời gian người đó gửi tiền (giá trị gần đúng làm tròn đến hàng nghìn)?
A. 43 593 000 đồng. **B.** 43 833 000 đồng.
C. 44 074 000 đồng. **D.** 44 316 000 đồng.
- Câu 30:** [2D3-2] Biết $\int x \cos 2x dx = ax \sin 2x + b \cos 2x + C$ với a, b là các số hữu tỉ. Tính tích ab ?
A. $ab = \frac{1}{8}$. **B.** $ab = \frac{1}{4}$. **C.** $ab = -\frac{1}{8}$. **D.** $ab = -\frac{1}{4}$.
- Câu 31:** [2H3-2] Gọi (α) là mặt phẳng đi qua $M(1;-1;2)$ và chứa trục Ox . Điểm nào trong các điểm sau đây thuộc mặt phẳng (α) ?
A. $M(0;4;-2)$. **B.** $N(2;2;-4)$. **C.** $P(-2;2;4)$. **D.** $Q(0;4;2)$.
- Câu 32:** [2D3-2] Gọi (H) là hình phẳng giới hạn bởi parabol $y=x^2$ và đường thẳng $y=2x$. Tính thể tích khối tròn xoay tạo thành khi quay hình (H) xung quanh trục hoành.

A. $\frac{64\pi}{15}$.

B. $\frac{16\pi}{15}$.

C. $\frac{20\pi}{3}$.

D. $\frac{4\pi}{3}$.

Câu 33: [2D1-2] Tìm tất cả các giá trị thực của tham số m để hàm số $y = \frac{1}{3}x^3 - \frac{1}{2}(2m+3)x^2 + (m^2+3m-4)x$ đạt cực tiểu tại $x=1$.

A. $m=2$.

B. $m=-3$.

C. $m=-3$ hoặc $m=2$.

D. $m=-2$ hoặc $m=3$.

Câu 34: [2D2-3] Tìm tất cả các giá trị thực của tham số m để phương trình $9^x - 2(m+3)3^x + 6m - 3 = 0$ có hai nghiệm trái dấu.

A. $m < 1$.

B. $m < \frac{1}{2}$.

C. $m > \frac{1}{2}$.

D. $\frac{1}{2} < m < 1$.

Câu 35: [2D1-3] Cho hàm số $y = \frac{2x-3}{x-2}$ có đồ thị (C) . Một tiếp tuyến của (C) cắt hai tiệm cận của (C) tại hai điểm A, B và $AB = 2\sqrt{2}$. Hệ số góc của tiếp tuyến đó bằng

A. $-\sqrt{2}$.

B. -2 .

C. $-\frac{1}{2}$.

D. -1 .

Câu 36: [2H3-3] Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, cho hai điểm $A(1;1;0)$, $B(0;-1;2)$. Biết rằng có hai mặt phẳng cùng đi qua hai điểm A, O và cùng cách B một khoảng bằng $\sqrt{3}$. Véc tơ nào trong các véc tơ dưới đây là một véc tơ pháp tuyến của một trong hai mặt phẳng đó.

A. $\vec{n} = (1;-1;-1)$.

B. $\vec{n} = (1;-1;-3)$.

C. $\vec{n} = (1;-1;5)$.

D. $\vec{n} = (1;-1;-5)$.

Câu 37: [2D1-3] Có bao nhiêu giá trị nguyên của tham số m để hàm số $y = x^3 - 3(m+2)x^2 + 3(m^2+4m)x + 1$ nghịch biến trên khoảng $(0;1)$.

A. 1.

B. 4.

C. 3.

D. 2.

Câu 38: [2H2-3] Hình nón (N) có đỉnh S , tâm đường tròn đáy là O , góc ở đỉnh bằng 120° . Một mặt phẳng qua S cắt hình nón (N) theo thiết diện là tam giác vuông SAB . Biết rằng khoảng cách giữa hai đường thẳng AB và SO bằng 3. Tính diện tích xung quanh S_{xq} của hình nón (N)

A. $S_{xq} = 36\sqrt{3}\pi$.

B. $S_{xq} = 27\sqrt{3}\pi$.

C. $S_{xq} = 18\sqrt{3}\pi$.

D. $S_{xq} = 9\sqrt{3}\pi$.

Câu 39: [1H3-3] Cho hình chóp $S.ABC$ có đáy ABC là tam giác đều cạnh a , SA vuông góc với mặt đáy và $SA = 3a$. Gọi M, N lần lượt là trung điểm AB, SC . Khoảng cách giữa hai đường thẳng CM và AN bằng

A. $\frac{3a}{\sqrt{37}}$.

B. $\frac{a}{2}$.

C. $\frac{3a\sqrt{37}}{74}$.

D. $\frac{a}{4}$.

Câu 40: [2D3-4] Cho hàm số chẵn $y = f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$ và $\int_{-1}^1 \frac{f(2x)}{1+2^x} dx = 8$. Tính $\int_0^2 f(x) dx$.

A. 2.

B. 4.

C. 8.

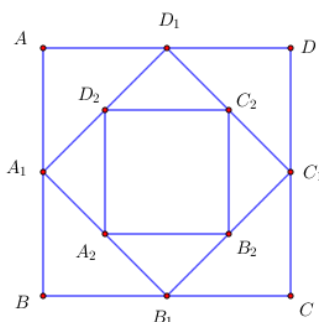
D. 16.

Câu 41: [2H3-3] Trong không gian với hệ tọa độ Oxy , cho mặt phẳng $(P): 2y - z + 3 = 0$ và điểm $A(2;0;0)$. Mặt phẳng (α) đi qua A , vuông góc với (P) , cách gốc tọa độ O một khoảng bằng

$\frac{4}{3}$ và cắt các tia Oy , Oz lần lượt tại các điểm B , C khác O . Thể tích khối tứ diện $OABC$ bằng

- A. 8. B. 16. C. $\frac{8}{3}$. D. $\frac{16}{3}$.

Câu 42: [1D3-3] Cho hình vuông $ABCD$ có cạnh bằng a và có diện tích S_1 . Nối 4 trung điểm A_1 , B_1 , C_1 , D_1 theo thứ tự của 4 cạnh AB , BC , CD , DA ta được hình vuông thứ hai có diện tích S_2 . Tiếp tục làm như thế, ta được hình vuông thứ ba là $A_2B_2C_2D_2$ có diện tích S_3 , ... và cứ tiếp tục làm như thế, ta tính được các hình vuông lần lượt có diện tích S_4 , S_5 , ..., S_{100} (tham khảo hình bên). Tính tổng $S = S_1 + S_2 + S_3 + \dots + S_{100}$.



- A. $S = \frac{a^2(2^{100}-1)}{2^{100}}$. B. $S = \frac{a^2(2^{100}-1)}{2^{99}}$. C. $S = \frac{a^2}{2^{100}}$. D. $S = \frac{a^2(2^{99}-1)}{2^{98}}$.

Câu 43: [2D1-3] Có bao nhiêu giá trị thực của tham số m để giá trị lớn nhất của hàm số $y = |x^2 + 2x + m - 4|$ trên đoạn $[-2; 1]$ bằng 4?

- A. 1. B. 2. C. 3. D. 4.

Câu 44: [2D2-4] Có bao nhiêu giá trị nguyên thuộc khoảng $(-9; 9)$ của tham số m để bất phương trình $3\log x \leq 2\log(m\sqrt{x-x^2} - (1-x)\sqrt{1-x})$ có nghiệm thực?

- A. 6. B. 7. C. 10. D. 11.

Câu 45: [2H1-4] Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình vuông cạnh a , mặt bên SAB là tam giác đều, mặt bên SCD là tam giác vuông cân tại S . Gọi M là điểm thuộc đường thẳng CD sao cho BM vuông góc với SA . Tính thể tích V của khối chóp $S.BDM$.

- A. $V = \frac{a^3\sqrt{3}}{16}$. B. $V = \frac{a^3\sqrt{3}}{24}$. C. $V = \frac{a^3\sqrt{3}}{32}$. D. $V = \frac{a^3\sqrt{3}}{48}$.

Câu 46: [2D3-3] Cho hàm số $f(x)$ có đạo hàm liên tục trên đoạn $[0; 1]$, $f(x)$ và $f'(x)$ đều nhận giá trị dương trên đoạn $[0; 1]$ và thỏa mãn $f(0) = 2$,

$$\int_0^1 [f'(x) \cdot [f(x)]^2 + 1] dx = 2 \int_0^1 \sqrt{f'(x)} \cdot f(x) dx. \text{ Tính } \int_0^1 [f(x)]^3 dx.$$

- A. $\frac{15}{4}$. B. $\frac{15}{2}$. C. $\frac{17}{2}$. D. $\frac{19}{2}$.

Câu 47: [1H3-3] Cho hình lăng trụ $ABC.A'B'C'$ có đáy ABC là tam giác vuông tại A , $AB = a$, $AC = a\sqrt{3}$. Hình chiếu vuông góc của A' lên mặt phẳng (ABC) là trung điểm H của BC , $A'H = a\sqrt{3}$. Gọi φ là góc giữa hai đường thẳng $A'B$ và $B'C$. Tính $\cos \varphi$.

- A. $\cos \varphi = \frac{1}{2}$. B. $\cos \varphi = \frac{\sqrt{6}}{8}$. C. $\cos \varphi = \frac{\sqrt{6}}{4}$. D. $\cos \varphi = \frac{\sqrt{3}}{2}$.

Câu 48: [2H3-4] Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho mặt phẳng $(P): x + y - 4z = 0$, đường thẳng $d: \frac{x-1}{2} = \frac{y+1}{-1} = \frac{z-3}{1}$ và điểm $A(1; 3; 1)$ thuộc mặt phẳng (P) . Gọi Δ là đường thẳng đi qua A , nằm trong mặt phẳng (P) và cách đường thẳng d một khoảng cách lớn nhất. Gọi $\vec{u} = (a; b; 1)$ là một véc tơ chỉ phương của đường thẳng Δ . Tính $a + 2b$.

- A. $a + 2b = -3$. B. $a + 2b = 0$. C. $a + 2b = 4$. D. $a + 2b = 7$.

Câu 49: [1D2-3] Hai bạn Bình và Lan cùng dự thi trong Kỳ thi THPT Quốc Gia năm 2018 và ở hai phòng thi khác nhau. Mỗi phòng thi có 24 thí sinh, mỗi môn thi có 24 mã đề khác nhau. Đề thi được sắp xếp và phát cho thí sinh một cách ngẫu nhiên. Xác suất để trong hai môn thi Toán và Tiếng Anh, Bình và Lan có chung đúng một mã đề thi.

- A. $\frac{32}{235}$. B. $\frac{46}{2209}$. C. $\frac{23}{288}$. D. $\frac{23}{576}$.

Câu 50: [2D4-4] Cho số phức z thỏa mãn $|z| \leq 2$. Giá trị nhỏ nhất của biểu thức $P = 2|z+1| + 2|z-1| + |z-\bar{z}-4i|$ bằng:

- A. $4 + 2\sqrt{3}$. B. $2 + \sqrt{3}$. C. $4 + \frac{14}{\sqrt{15}}$. D. $2 + \frac{7}{\sqrt{15}}$.

-----HẾT-----

ĐÁP ÁN THAM KHẢO

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20	21	22	23	24	25
D	C	A	B	A	D	C	C	B	C	A	D	C	D	A	C	B	C	D	B	B	A	D	D	C
26	27	28	29	30	31	32	33	34	35	36	37	38	39	40	41	42	43	44	45	46	47	48	49	50
A	A	C	C	A	B	A	B	D	D	C	B	C	A	D	C	B	B	B	D	D	B	A	C	A

HƯỚNG DẪN GIẢI

Câu 1: [2D1-1] Cho hàm số $y = f(x)$ có bảng biến thiên như sau:

x	$-\infty$	-1	2	$+\infty$			
y'		$-$	0	$+$	0	$-$	
y	$+\infty$		-3		4		$-\infty$

Hàm số $y = f(x)$ đồng biến trên khoảng nào dưới đây?

- A. $(-3; 4)$. B. $(-\infty; -1)$. C. $(2; +\infty)$. **D. $(-1; 2)$.**

Lời giải

Chọn D.

Câu 2: [2H3-1] Trong không gian $Oxyz$, cho mặt phẳng $(P): x - 4y + 3z - 2 = 0$. Một vector pháp tuyến của mặt phẳng (P) là ?

- A. $\vec{n}_1 = (0; -4; 3)$. B. $\vec{n}_2 = (1; 4; 3)$. **C. $\vec{n}_3 = (-1; 4; -3)$.** D. $\vec{n}_4 = (-4; 3; -2)$.

Lời giải

Chọn C.

(P) có vector pháp tuyến là $\vec{n} = (1; -4; 3)$ nên $\vec{n}_3 = (-1; 4; -3) = -\vec{n}$ cũng là vector pháp tuyến.

Câu 3: [2D4-1] Tìm số phức liên hợp của số phức $z = 3 + 2i$.

- A. $\bar{z} = 3 - 2i$.** B. $\bar{z} = -3 - 2i$. C. $\bar{z} = 2 - 3i$. D. $\bar{z} = -2 - 3i$.

Lời giải

Chọn A.

$\bar{z} = 3 - 2i$.

Câu 4: [2D3-1] Tìm $\int \frac{1}{x^2} dx$.

- A. $\int \frac{1}{x^2} dx = \frac{1}{x} + C$. **B. $\int \frac{1}{x^2} dx = -\frac{1}{x} + C$.** C. $\int \frac{1}{x^2} dx = \frac{1}{2x} + C$. D. $\int \frac{1}{x^2} dx = \ln x^2 + C$.

Lời giải

Chọn B.

$\int \frac{1}{x^2} dx = -\frac{1}{x} + C$.

Câu 5: [1D2-1] Số cách chọn 3 học sinh từ 5 học sinh là

- A. C_5^3 .** B. A_5^3 . C. $3!$. D. 15.

Lời giải

Chọn A.

Số cách chọn 3 học sinh từ 5 học sinh là C_5^3 .

Câu 6: [2H3-1] Trong không gian với hệ tọa độ $(O; \vec{i}; \vec{j}; \vec{k})$, cho hai vectơ $\vec{a} = (2; -1; 4)$ và $\vec{b} = \vec{i} - 3\vec{k}$.

Tính $\vec{a} \cdot \vec{b}$.

A. $\vec{a} \cdot \vec{b} = -11$.

B. $\vec{a} \cdot \vec{b} = -13$.

C. $\vec{a} \cdot \vec{b} = 5$.

D. $\vec{a} \cdot \vec{b} = -10$.

Lời giải

Chọn D.

Ta có $\vec{b} = (1; 0; -3)$ nên $\vec{a} \cdot \vec{b} = 2 - 12 = -10$.

Câu 7: [2D3-1] Cho hai hàm số $y = f(x), y = g(x)$ liên tục trên đoạn $[a; b]$ và nhận giá trị bất kỳ. Diện tích của hình phẳng giới hạn bởi đồ thị hai hàm số đó và các đường thẳng $x = a; x = b$ được tính theo công thức

A. $S = \int_a^b [f(x) - g(x)] dx$.

B. $S = \int_a^b [g(x) - f(x)] dx$.

C. $S = \int_a^b |f(x) - g(x)| dx$.

D. $S = \left| \int_a^b [f(x) - g(x)] dx \right|$.

Lời giải

Chọn C.

Theo lý thuyết thì diện tích được tính theo công thức $S = \int_a^b |f(x) - g(x)| dx$

Câu 8: [2D1-1] Cho hàm số $y = f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$ và có bảng xét dấu $f'(x)$ như sau

x	$-\infty$	-1	2	4	$+\infty$
$f'(x)$	$+$	0	$-$	0	$+$

Hàm số $y = f(x)$ có bao nhiêu điểm cực trị?

A. 0.

B. 1.

C. 2.

D. 3.

Lời giải

Chọn C.

Dựa vào bảng biến thiên ta thấy hàm số $y = f(x)$ có 2 điểm cực trị.

Câu 9: [2H1-1] Tính thể tích V của khối hộp chữ nhật có đáy là hình vuông cạnh bằng 6 và chiều cao bằng 5.

A. $V = 60$.

B. $V = 180$.

C. $V = 50$.

D. $V = 150$.

Lời giải

Chọn B.

Thể tích $V = S.h = 6^2.5 = 180$.

Câu 10: [2D2-1] Cho a là số thực dương tùy ý. Mệnh đề nào sau đây đúng?

A. $\log_3 \frac{3}{a^2} = 3 - \frac{1}{2} \log_3 a$.

B. $\log_3 \frac{3}{a^2} = 3 - 2 \log_3 a$.

C. $\log_3 \frac{3}{a^2} = 1 - 2 \log_3 a$.

D. $\log_3 \frac{3}{a^2} = 1 + 2 \log_3 a$.

Lời giải

Chọn C.

Ta có $\log_3 \frac{3}{a^2} = \log_3 3 - \log_3 a^2 = 1 - 2\log_3 a$.

Câu 11: [1D4-1] $\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{2x-1}{3-x}$ bằng.

A. -2 .

B. $\frac{2}{3}$.

C. 1 .

D. 2 .

Lời giải

Chọn A.

Ta có: $\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{2x-1}{3-x} = \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{2 - \frac{1}{x}}{\frac{3}{x} - 1} = -2$.

Câu 12: [2H2-1] Tính thể tích V của khối nón có bán kính đáy bằng 3 và chiều cao bằng 6.

A. $V = 108\pi$.

B. $V = 54\pi$.

C. $V = 36\pi$.

D. $V = 18\pi$.

Lời giải

Chọn D.

Ta có $V = \frac{1}{3}\pi R^2 h = \frac{1}{3}\pi \cdot 3^2 \cdot 6 = 18\pi$.

Câu 13: [1D1-1] Tìm tất cả các nghiệm của phương trình $\sin\left(x + \frac{\pi}{6}\right) = 1$.

A. $x = \frac{\pi}{3} + k\pi \ (k \in \mathbb{Z})$.

B. $x = -\frac{\pi}{6} + k2\pi \ (k \in \mathbb{Z})$.

C. $x = \frac{\pi}{3} + k2\pi \ (k \in \mathbb{Z})$.

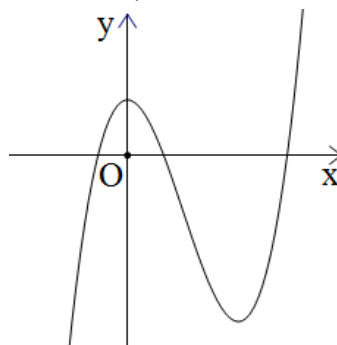
D. $x = \frac{5\pi}{6} + k2\pi \ (k \in \mathbb{Z})$.

Lời giải

Chọn C.

Ta có $\sin\left(x + \frac{\pi}{6}\right) = 1 \Leftrightarrow x + \frac{\pi}{6} = \frac{\pi}{2} + k2\pi \Leftrightarrow x = \frac{\pi}{3} + k2\pi \ (k \in \mathbb{Z})$.

Câu 14: [2D1-1] Đường cong trong hình bên là đồ thị của hàm số nào dưới đây?



A. $y = -x^3 + 3x^2 + 1$.

B. $y = -x^3 - 3x^2 + 1$.

C. $y = x^3 + 3x^2 + 1$.

D. $y = x^3 - 3x^2 + 1$.

Lời giải

Chọn D.

Dựa vào đồ thị ta có hàm số là hàm bậc ba $y = ax^3 + bx^2 + cx + d$ có hệ số $a > 0$. Đồng thời $y' = 0$ có nghiệm $x_1 = 0$ và nghiệm $x_2 > 0$.

Do đó, ta có hàm số thỏa mãn là $y = x^3 - 3x^2 + 1$.

Câu 15: [2D2-1] Tìm tập nghiệm S của bất phương trình $\log_{\frac{1}{2}}(x-3) \geq \log_{\frac{1}{2}} 4$.

A. $S = (3; 7]$.

B. $S = [3; 7]$.

C. $S = (-\infty; 7]$.

D. $S = [7; +\infty)$.

Lời giải

Chọn A.

Ta có: $\log_{\frac{1}{2}}(x-3) \geq \log_{\frac{1}{2}} 4 \Leftrightarrow 0 < x-3 \leq 4 \Leftrightarrow 3 < x \leq 7$.

Vậy tập nghiệm của bất phương trình là $S = (3; 7]$.

Câu 16: [1H3-1] Phương trình tham số của đường thẳng đi qua điểm $M(3; -1; 2)$ và có vector chỉ phương $\vec{u} = (4; 5; -7)$ là:

A. $\begin{cases} x = 4 + 3t \\ y = 5 - t \\ z = -7 + 2t \end{cases}$.

B. $\begin{cases} x = -4 + 3t \\ y = -5 - t \\ z = 7 + 2t \end{cases}$.

C. $\begin{cases} x = 3 + 4t \\ y = -1 + 5t \\ z = 2 - 7t \end{cases}$.

D. $\begin{cases} x = -3 + 4t \\ y = 1 + 5t \\ z = -2 - 7t \end{cases}$.

Lời giải

Chọn C.

Câu 17: [2D1-1] Đường tiệm cận đứng của đồ thị hàm số $y = \frac{2x-3}{2x+1}$ là đường thẳng:

A. $x = \frac{3}{2}$.

B. $x = -\frac{1}{2}$.

C. $y = 1$.

D. $y = -\frac{1}{2}$.

Lời giải

Chọn B.

Ta có: $\lim_{x \rightarrow -\frac{1}{2}^+} \frac{2x-3}{2x+1} = -\infty \Rightarrow x = -\frac{1}{2}$ là đường tiệm cận đứng của đồ thị hàm số.

Câu 18: [2D1-2] Parabol $(P): y = x^2$ và đường cong $(C): y = x^4 - 3x^2 - 2$ có bao nhiêu giao điểm.

A. 0.

B. 1.

C. 2.

D. 4.

Lời giải

Chọn C.

Ta có phương trình hoành độ giao điểm: $x^4 - 4x^2 - 2 = 0 \Leftrightarrow x^2 = 2 + \sqrt{6} \Leftrightarrow x = \pm\sqrt{2 + \sqrt{6}}$.

Vậy (P) và (C) có 2 giao điểm.

Câu 19: [2D3-2] Tích phân $\int_0^{\frac{\pi}{3}} \cos 2x dx$ bằng.

A. $-\frac{\sqrt{3}}{2}$.

B. $-\frac{\sqrt{3}}{4}$.

C. $\frac{\sqrt{3}}{2}$.

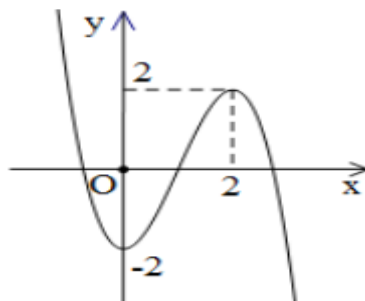
D. $\frac{\sqrt{3}}{4}$.

Lời giải

Chọn D.

Ta có: $\int_0^{\frac{\pi}{3}} \cos 2x dx = \frac{1}{2} \sin 2x \Big|_0^{\frac{\pi}{3}} = \frac{\sqrt{3}}{4}.$

Câu 20: [2D1-2] Cho hàm số $y = f(x)$ có đồ thị trong hình bên. Phương trình $f(x) = 1$ có bao nhiêu nghiệm thực phân biệt lớn hơn 2.



A. 0.

B. 1.

C. 2.

D. 3.

Lời giải

Chọn B.

Đường thẳng $y = 1$ cắt đồ thị hàm số $y = f(x)$ tại ba điểm trong đó có đúng một điểm có hoành độ lớn hơn 2.

Vậy phương trình $f(x) = 1$ có đúng 1 nghiệm thực phân biệt lớn hơn 2.

Câu 21: [2D2-2] Tổng các nghiệm của phương trình $2^{x^2+2x} = 8^{2-x}$ bằng

A. 5.

B. -5.

C. 6.

D. -6.

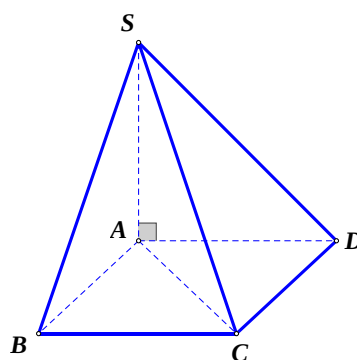
Lời giải

Chọn B.

Phương trình đã cho tương đương: $2^{x^2+2x} = 2^{3(2-x)} \Leftrightarrow x^2 + 2x = 6 - 3x \Leftrightarrow x^2 + 5x - 6 = 0.$

Do đó tổng các nghiệm của phương trình là: $S = -\frac{b}{a} = -5.$

Câu 22: [1H3-2] Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình vuông, SA vuông góc với mặt đáy (tham khảo hình vẽ bên). Góc giữa hai mặt phẳng (SCD) và $(ABCD)$ bằng



A. Góc $SDA.$

B. Góc $SCA.$

C. Góc $SCB.$

D. Góc $ASD.$

Lời giải

Chọn A.

Ta có $\begin{cases} CD \perp (SAD) \\ (ABCD) \cap (SCD) = CD \end{cases} \Rightarrow ((ABCD), (SCD)) = SDA.$

Câu 23: [2D4-2] Cho số phức z thỏa mãn $|z+3-4i|=5$. Biết rằng tập hợp điểm trong mặt phẳng tọa độ biểu diễn các số phức z là một đường tròn. Tìm tọa độ tâm I và bán kính R của đường tròn đó.

- A. $I(3;-4), R=\sqrt{5}$. B. $I(-3;4), R=\sqrt{5}$. C. $I(3;-4), R=5$. D. $I(-3;4), R=5$.

Lời giải

Chọn D.

Đặt $z = x + yi$ ($x, y \in \mathbb{R}$). Khi đó $|z+3-4i|=5 \Leftrightarrow (x+3)^2 + (y-4)^2 = 25$.

Vậy tập điểm biểu diễn số phức z là đường tròn tâm $I(-3;4)$, bán kính $R=5$.

Câu 24: [2D1-2] Giá trị nhỏ nhất của hàm số $y = x - 3\ln x$ trên đoạn $[1;e]$ bằng

- A. 1. B. $3-3\ln 3$. C. e . D. $e-3$.

Lời giải

Chọn D.

Ta có $y' = 1 - \frac{3}{x}$, $y' = 0 \Leftrightarrow x = 3 \notin [1;e]$. Khi đó $\begin{cases} y(1) = 1 \\ y(e) = e - 3 \end{cases}$.

Vậy GTNN của hàm số trên đoạn $[1;e]$ là: $\min_{[1;e]} y = y(e) = e - 3$.

Câu 25: [2D4-2] Tổng phần thực và phần ảo của số phức z thỏa mãn $iz + (1-i)\bar{z} = -2i$ bằng

- A. 2. B. -2. C. 6. D. -6.

Lời giải

Chọn C.

Đặt $z = x + yi$ ($x, y \in \mathbb{R}$). Khi đó $iz + (1-i)\bar{z} = -2i \Leftrightarrow i(x+yi) + (1-i)(x-yi) = -2i$

$$\Leftrightarrow (x-2y) - yi = -2i \Leftrightarrow \begin{cases} x-2y=0 \\ y=2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x=4 \\ y=2 \end{cases}, \text{ suy ra } x+y=6.$$

Câu 26: [2H3-2] Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho mặt cầu $(S): (x+3)^2 + y^2 + (z-1)^2 = 10$.

Mặt phẳng nào trong các mặt phẳng dưới đây cắt mặt cầu (S) theo giao tuyến là đường tròn có bán kính bằng 3?

- A. $(P_1): x+2y-2z+8=0$. B. $(P_1): x+2y-2z-8=0$.
C. $(P_1): x+2y-2z-2=0$. D. $(P_1): x+2y-2z-4=0$.

Lời giải

Chọn A.

Mặt cầu (S) có tâm $I(-3;0;1)$, bán kính $R=\sqrt{10}$.

Do đường tròn giao tuyến có bán kính bằng 3 nên $d(I;(P)) = \sqrt{10-9} = 1$.

Có $d(I,(P_1)) = 1$ nên mặt phẳng cần tìm là $(P_1): x+2y-2z+8=0$.

Câu 27: [1D2-2] Cho n là số nguyên dương thỏa mãn $5C_n^1 - C_n^2 = 5$. Tìm hệ số a của x^4 trong khai

triển của biểu thức $\left(2x + \frac{1}{x^2}\right)^n$.

- A. $a=11520$. B. $a=256$. C. $a=45$. D. $a=3360$.

Lời giải

Chọn A.

Điều kiện $n \in \mathbb{N}$, $n \geq 2$.

$$\text{Có } 5C_n^1 - C_n^2 = 5 \Rightarrow 5n - \frac{n(n-1)}{2} = 5 \Leftrightarrow n^2 - 11n + 10 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} n=1 \\ n=10 \end{cases}$$

Do $n \geq 2 \Rightarrow n=10$.

$$\text{Xét khai triển: } \left(2x + \frac{1}{x^2}\right)^{10} = \sum_{k=0}^{10} C_{10}^k (2x)^{10-k} \cdot \left(\frac{1}{x^2}\right)^k = \sum_{k=0}^{10} C_{10}^k 2^{10-k} x^{10-3k}$$

Hệ số a của x^4 trong khai triển tương ứng với $10-3k=4 \Leftrightarrow k=2$.

Vậy hệ số cần tìm là $a = C_{10}^2 \cdot 2^8 = 11520$.

Câu 28: [1D2-2] Một tổ gồm 9 học sinh gồm 4 học sinh nữ và 5 học sinh nam. Chọn ngẫu nhiên từ tổ đó ra 3 học sinh. Xác suất để trong 3 học sinh chọn ra có số học sinh nam nhiều hơn số học sinh nữ bằng:

A. $\frac{17}{42}$.

B. $\frac{5}{42}$.

C. $\frac{25}{42}$.

D. $\frac{10}{21}$.

Lời giải

Chọn C.

Có $C_9^3 = 84$ cách chọn 3 học sinh bất kì.

Chọn 3 học sinh mà số học sinh nam nhiều hơn số học sinh nữ có các trường hợp

+ Có 3 học sinh nam: Có $C_5^3 = 10$ cách chọn

+ Có 2 học sinh nam, 1 học sinh nữ: Có $C_5^2 \cdot C_4^1 = 40$ cách chọn

$$\text{Xác suất cần tìm là } P = \frac{10+40}{84} = \frac{25}{42}.$$

Câu 29: [2D2-2] Một người muốn gửi tiền vào ngân hàng để đến ngày 15/3/2020 rút được khoản tiền là 50 000 000 đồng (cả vốn ban đầu và lãi). Lãi suất ngân hàng là 0,55%/tháng, tính theo thể thức lãi kép. Hỏi vào ngày 15/4/2018 người đó phải gửi ngân hàng số tiền là bao nhiêu để đáp ứng nhu cầu trên, nếu lãi suất không thay đổi trong thời gian người đó gửi tiền (giá trị gần đúng làm tròn đến hàng nghìn)?

A. 43 593 000 đồng.

B. 43 833 000 đồng.

C. 44 074 000 đồng.

D. 44 316 000 đồng.

Lời giải

Chọn C.

Gọi A là số tiền gửi ban đầu (gửi ngày 15/4/2018)

Số tiền cả vốn lẫn lãi nhận được đến ngày 15/3/2020 là $T = A(1+r)^n$, trong đó

$T = 50\,000\,000$ đồng, $r = 0,55\% = 0,0055$ và $n = 23$

$$\Rightarrow 50\,000\,000 = A \cdot 1,0055^{23} \Leftrightarrow A = \frac{50\,000\,000}{1,0055^{23}} \approx 44\,074\,000 \text{ đồng.}$$

Câu 30: [2D3-2] Biết $\int x \cos 2x dx = ax \sin 2x + b \cos 2x + C$ với a, b là các số hữu tỉ. Tính tích ab ?

A. $ab = \frac{1}{8}$.

B. $ab = \frac{1}{4}$.

C. $ab = -\frac{1}{8}$.

D. $ab = -\frac{1}{4}$.

Lời giải

Chọn A.

$$\text{Đặt } \begin{cases} u = x \\ dv = \cos 2x dx \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} du = dx \\ v = \frac{1}{2} \sin 2x \end{cases}$$

$$\text{Khi đó } \int x \cos 2x dx = \frac{1}{2} x \sin 2x - \frac{1}{2} \int \sin 2x dx = \frac{1}{2} x \sin 2x + \frac{1}{4} \cos 2x + C$$

$$\Rightarrow a = \frac{1}{2}, b = \frac{1}{4}.$$

$$\text{Vậy } ab = \frac{1}{8}.$$

Câu 31: [2H3-2] Gọi (α) là mặt phẳng đi qua $M(1; -1; 2)$ và chứa trục Ox . Điểm nào trong các điểm sau đây thuộc mặt phẳng (α) ?

A. $M(0; 4; -2)$.

B. $N(2; 2; -4)$.

C. $P(-2; 2; 4)$.

D. $Q(0; 4; 2)$.

Lời giải

Chọn B.

Gọi $\vec{n}$ là một véc tơ pháp tuyến của mặt phẳng (α) khi đó ta có $\vec{n} = [\overrightarrow{OM}, \vec{i}]$. Với $\overrightarrow{OM} = (1; -1; 2)$, $\vec{i} = (1; 0; 0) \Rightarrow \vec{n} = (0; 2; 1)$.

Phương trình mặt phẳng (α) đi qua điểm $O(0; 0; 0)$ và có một véc tơ pháp tuyến $\vec{n} = (0; 2; 1)$ là $2y + z = 0$.

Do $2 \cdot 2 + (-4) = 0$ nên điểm $N(2; 2; -4)$ thuộc mặt phẳng (α) .

Câu 32: [2D3-2] Gọi (H) là hình phẳng giới hạn bởi parabol $y = x^2$ và đường thẳng $y = 2x$. Tính thể tích khối tròn xoay tạo thành khi quay hình (H) xung quanh trục hoành.

A. $\frac{64\pi}{15}$.

B. $\frac{16\pi}{15}$.

C. $\frac{20\pi}{3}$.

D. $\frac{4\pi}{3}$.

Lời giải

Chọn A.

Xét phương trình hoành độ giao điểm của parabol $y = x^2$ và đường thẳng $y = 2x$ ta có

$$x^2 = 2x \Leftrightarrow x^2 - 2x = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 0 \\ x = 2 \end{cases}.$$

Do $x^2 - 2x < 0$ với $0 < x < 2$ nên $2x - x^2 > 0$ với $0 < x < 2$.

Gọi V là thể tích khối tròn xoay tạo thành khi quay hình (H) xung quanh trục hoành thì

$$V = \pi \int_0^2 \left((2x)^2 - (x^2)^2 \right) dx = \pi \left(\frac{4}{3} x^3 - \frac{x^5}{5} \right) \Big|_0^2 = \frac{64\pi}{15}.$$

Câu 33: [2D1-2] Tìm tất cả các giá trị thực của tham số m để hàm số

$$y = \frac{1}{3} x^3 - \frac{1}{2} (2m+3)x^2 + (m^2+3m-4)x \text{ đạt cực tiểu tại } x=1.$$

A. $m = 2$.

B. $m = -3$.

C. $m = -3$ hoặc $m = 2$.

D. $m = -2$ hoặc $m = 3$.

Lời giải

Chọn B.

Ta có $y' = x^2 - (2m+3)x + (m^2 + 3m + 4)$; $y'' = 2x - 2m - 3$.

Do phương trình $y' = 0 \Leftrightarrow x^2 - (2m+3)x + m^2 + 3m + 4 = 0$ có $\Delta = 25 > 0$ nên phương trình $y' = 0$ có hai nghiệm phân biệt.

$$\text{Để hàm số đạt cực tiểu tại } x = -1 \text{ thì } \begin{cases} y'(1) = 0 \\ y''(1) > 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m^2 + m - 6 = 0 \\ 2 \cdot 1 - 2m - 3 > 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m = 2 \\ m = -3 \\ m < -\frac{1}{2} \end{cases} \Leftrightarrow m = -3.$$

Câu 34: [2D2-3] Tìm tất cả các giá trị thực của tham số m để phương trình $9^x - 2(m+3)3^x + 6m - 3 = 0$ có hai nghiệm trái dấu.

- A. $m < 1$. B. $m < \frac{1}{2}$. C. $m > \frac{1}{2}$. D. $\frac{1}{2} < m < 1$.

Lời giải

Chọn D.

Đặt $3^x = t$, ($t > 0$) ta được phương trình $t^2 - 2(m+1)t + 6m - 3 = 0$.

Để $9^x - 2(m+3)3^x + 6m - 3 = 0$ có hai nghiệm trái dấu thì phương trình $t^2 - 2(m+1)t + 6m - 3 = 0$ có hai nghiệm phân biệt t_1, t_2 thỏa mãn

$$0 < t_1 < 1 < t_2 \Leftrightarrow \begin{cases} \Delta' > 0 \\ t_1 + t_2 > 0 \\ t_1 t_2 > 0 \\ (t_1 - 1)(t_2 - 1) < 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} (m+1)^2 - (6m-3) > 0 \\ m+1 > 0 \\ 6m-3 > 0 \\ 6m-3-2(m+1)+1 < 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m^2 - 4m + 4 > 0 \\ m > -1 \\ m > \frac{1}{2} \\ 4m < 4 \end{cases} \\ \Leftrightarrow \frac{1}{2} < m < 1.$$

Câu 35: [2D1-3] Cho hàm số $y = \frac{2x-3}{x-2}$ có đồ thị (C) . Một tiếp tuyến của (C) cắt hai tiệm cận của (C) tại hai điểm A, B và $AB = 2\sqrt{2}$. Hệ số góc của tiếp tuyến đó bằng

- A. $-\sqrt{2}$. B. -2 . C. $-\frac{1}{2}$. D. -1 .

Lời giải

Chọn D.

Ta có $y' = \frac{-1}{(x-2)^2}$. Đường tiệm cận đứng là $x = 2$; đường tiệm cận ngang là $y = 2$.

Gọi $M\left(x_0; 2 + \frac{1}{x_0-2}\right) \in (C)$.

Phương trình tiếp tuyến của (C) tại M có phương trình $d: y = -\frac{1}{(x_0-2)^2}(x-x_0) + 2 + \frac{1}{x_0-2}$.

Gọi A là giao điểm của tiếp tuyến với đường tiệm cận đứng thì $A\left(2; 2 + \frac{2}{x_0-2}\right)$.

Gọi B là giao điểm của tiếp tuyến với đường tiệm cận ngang thì $B(2x_0 - 2; 2)$.

Theo đề bài ta có $AB = 2\sqrt{2}$ nên $(2x_0 - 4)^2 + \left(\frac{2}{x_0 - 2}\right)^2 = 8 \Leftrightarrow (x_0 - 2)^2 = 1 \Leftrightarrow \begin{cases} x_0 = 3 \\ x_0 = 1 \end{cases}$.

Với $x_0 = 3$ thì $y'(3) = -1$.

Với $x_0 = 1$ thì $y'(1) = -1$.

Vậy hệ số góc của tiếp tuyến là $k = -1$.

Câu 36: [2H3-3] Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, cho hai điểm $A(1;1;0)$, $B(0;-1;2)$. Biết rằng có hai mặt phẳng cùng đi qua hai điểm A , O và cùng cách B một khoảng bằng $\sqrt{3}$. Vectơ nào trong các vectơ dưới đây là một vectơ pháp tuyến của một trong hai mặt phẳng đó.

A. $\vec{n} = (1; -1; -1)$. B. $\vec{n} = (1; -1; -3)$. C. $\vec{n} = (1; -1; 5)$. D. $\vec{n} = (1; -1; -5)$.

Lời giải

Chọn C.

Phương trình đường thẳng qua hai điểm A , O có dạng $\begin{cases} x = t \\ y = t \\ z = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x - y = 0 \\ z = 0 \end{cases}$.

Gọi (P) là mặt phẳng cùng đi qua hai điểm A , O nên $(P): m(x - y) + nz = 0$, $m^2 + n^2 > 0$.

Khi đó vectơ pháp tuyến của (P) có dạng $\vec{n} = (m; -m; n)$.

Ta có $d(B, (P)) = \sqrt{3} \Leftrightarrow \frac{|m + 2n|}{\sqrt{m^2 + m^2 + n^2}} = \sqrt{3} \Leftrightarrow 5m^2 - 4mn - n^2 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} \frac{m}{n} = 1 \\ \frac{m}{n} = -\frac{1}{5} \end{cases}$.

Vậy một vectơ pháp tuyến của một trong hai mặt phẳng đó là $\vec{n} = \left(\frac{1}{5}n; -\frac{1}{5}n; n\right) = \frac{n}{5}(1; -1; 5)$.

Câu 37: [2D1-3] Có bao nhiêu giá trị nguyên của tham số m để hàm số $y = x^3 - 3(m + 2)x^2 + 3(m^2 + 4m)x + 1$ nghịch biến trên khoảng $(0; 1)$.

A. 1. B. 4. C. 3. D. 2.

Lời giải

Chọn B.

$\square y = x^3 - 3(m + 2)x^2 + 3(m^2 + 4m)x + 1 \Rightarrow y' = 3x^2 - 6(m + 2)x + 3(m^2 + 4m)$

$\square y' = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = m \\ x = m + 4 \end{cases}$

$\square$ Để hàm số nghịch biến trên khoảng $(0; 1)$ thì $m \leq 0 < 1 \leq m + 4 \Leftrightarrow \begin{cases} m \leq 0 \\ m \geq -3 \end{cases}$.

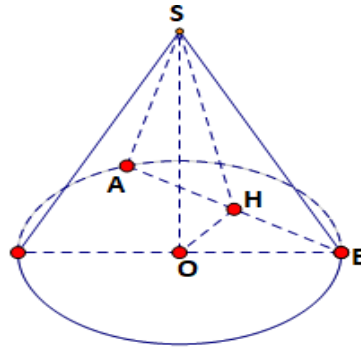
$\square$ Do $m \in \square \Rightarrow m \in \{0; -1; -2; -3\}$

Câu 38: [2H2-3] Hình nón (N) có đỉnh S , tâm đường tròn đáy là O , góc ở đỉnh bằng 120° . Một mặt phẳng qua S cắt hình nón (N) theo thiết diện là tam giác vuông SAB . Biết rằng khoảng cách giữa hai đường thẳng AB và SO bằng 3. Tính diện tích xung quanh S_{xq} của hình nón (N)

A. $S_{xq} = 36\sqrt{3}\pi$. B. $S_{xq} = 27\sqrt{3}\pi$. C. $S_{xq} = 18\sqrt{3}\pi$. D. $S_{xq} = 9\sqrt{3}\pi$.

Lời giải

Chọn C.



Theo bài ra ta có tam giác SAB vuông tại S và $OH = 3$; và $BSO = 60^\circ$.

Gọi r là bán kính đường tròn đáy của hình nón thì đường sinh $l = SB = \frac{r}{\sin 60^\circ} \Rightarrow l = \frac{2r}{\sqrt{3}}$.

Suy ra $BH = \frac{1}{2}AB = \frac{r\sqrt{6}}{3}$.

Xét tam giác OBH vuông tại H , ta có $9 + \frac{6r^2}{9} = r^2 \Leftrightarrow r = 3\sqrt{3}$.

Diện tích xung quanh S_{xq} của hình nón (N) là $S_{xq} = \pi \cdot r \cdot l = \pi \cdot 3\sqrt{3} \cdot \frac{6\sqrt{3}}{\sqrt{3}} = 18\pi\sqrt{3}$.

Câu 39: [1H3-3] Cho hình chóp $S.ABC$ có đáy ABC là tam giác đều cạnh a , SA vuông góc với mặt đáy và $SA = 3a$. Gọi M , N lần lượt là trung điểm AB , SC . Khoảng cách giữa hai đường thẳng CM và AN bằng

A. $\frac{3a}{\sqrt{37}}$.

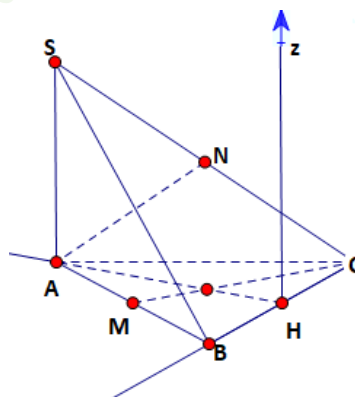
B. $\frac{a}{2}$.

C. $\frac{3a\sqrt{37}}{74}$.

D. $\frac{a}{4}$.

Lời giải

Chọn A.



Chọn trung điểm H của BC là gốc tọa độ tia HB là trục hoành, HA là trục tung.

Ta có $A\left(0; a\frac{\sqrt{3}}{2}; 0\right)$, $B\left(\frac{a}{2}; 0; 0\right)$, $M\left(\frac{a}{4}; \frac{a\sqrt{3}}{4}; 0\right)$, $C\left(-\frac{a}{2}; 0; 0\right)$, $S\left(0; \frac{a\sqrt{3}}{2}; 3a\right)$,

$$N\left(-\frac{a}{4}; \frac{a\sqrt{3}}{4}; \frac{3a}{2}\right)$$

$$\overrightarrow{CM} = \left(\frac{3a}{4}; \frac{a\sqrt{3}}{4}; 0 \right); \overrightarrow{AN} = \left(-\frac{a}{4}; -\frac{a\sqrt{3}}{4}; \frac{3a}{2} \right); \overrightarrow{AC} = \left(-\frac{a}{2}; -\frac{a\sqrt{3}}{2}; 0 \right)$$

$$d(CM, AN) = \frac{\left| \left[\overrightarrow{CM}, \overrightarrow{AN} \right] \cdot \overrightarrow{AC} \right|}{\left| \left[\overrightarrow{CM}, \overrightarrow{AN} \right] \right|} = \frac{3a}{\sqrt{37}}.$$

Câu 40: [2D3-4] Cho hàm số chẵn $y = f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$ và $\int_{-1}^1 \frac{f(2x)}{1+2^x} dx = 8$. Tính $\int_0^2 f(x) dx$.

A. 2.

B. 4.

C. 8.

D. 16.

Lời giải

Chọn D.

$$\text{Ta có } \int_{-1}^1 \frac{f(2x)}{1+2^x} dx = 8 \Leftrightarrow \int_{-2}^2 \frac{f(x)}{1+\sqrt{2}^x} dx = 16.$$

$$\text{Đặt } t = -x \Rightarrow dt = -dx, \text{ khi đó } 16 = I = \int_{-2}^2 \frac{f(x)}{1+\sqrt{2}^x} dx = - \int_2^{-2} \frac{f(-t)}{1+\sqrt{2}^{-t}} dt = \int_2^{-2} \frac{\sqrt{2}^t f(t)}{1+\sqrt{2}^t} dt.$$

$$\text{Suy ra } 2I = \int_{-2}^2 \frac{f(x)}{1+\sqrt{2}^x} dx + \int_2^{-2} \frac{\sqrt{2}^x f(x)}{1+\sqrt{2}^x} dx = \int_{-2}^2 f(x) dx = 2 \int_0^2 f(x) dx.$$

$$\text{Vậy } \int_0^2 f(x) dx = 16.$$

Câu 41: [2H3-3] Trong không gian với hệ tọa độ Oxy , cho mặt phẳng $(P): 2y - z + 3 = 0$ và điểm $A(2; 0; 0)$. Mặt phẳng (α) đi qua A , vuông góc với (P) , cách gốc tọa độ O một khoảng bằng $\frac{4}{3}$ và cắt các tia Oy , Oz lần lượt tại các điểm B , C khác O . Thể tích khối tứ diện $OABC$ bằng

A. 8.

B. 16.

C. $\frac{8}{3}$.

D. $\frac{16}{3}$.

Lời giải

Chọn C.

Giả sử $B(0; b; 0)$ và $C(0; 0; c)$, với $b, c > 0$.

Khi đó phương trình mặt phẳng (α) là: $\frac{x}{2} + \frac{y}{b} + \frac{z}{c} = 1$.

Vì $(\alpha) \perp (P)$ nên $\frac{2}{b} - \frac{1}{c} = 0 \Leftrightarrow \frac{1}{c} = 2 \cdot \frac{1}{b}$.

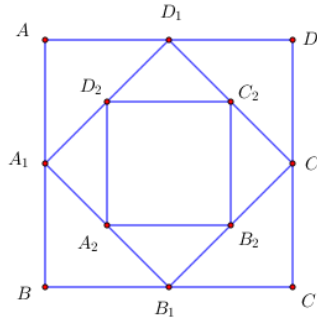
Mặt

khác

$$d(O, (\alpha)) = \frac{4}{3} \Leftrightarrow \frac{1}{\sqrt{\left(\frac{1}{2}\right)^2 + \left(\frac{1}{b}\right)^2 + \left(\frac{1}{c}\right)^2}} = \frac{4}{3} \Leftrightarrow \frac{5}{b^2} = \frac{5}{16} \Leftrightarrow b^2 = 16 \Leftrightarrow b = 4 \Rightarrow c = 2.$$

$$\text{Vậy } V_{O.ABC} = \frac{1}{6} \cdot OA \cdot OB \cdot OC = \frac{8}{3}.$$

Câu 42: [1D3-3] Cho hình vuông $ABCD$ có cạnh bằng a và có diện tích S_1 . Nối 4 trung điểm A_1, B_1, C_1, D_1 theo thứ tự của 4 cạnh AB, BC, CD, DA ta được hình vuông thứ hai có diện tích S_2 . Tiếp tục làm như thế, ta được hình vuông thứ ba là $A_2B_2C_2D_2$ có diện tích $S_3, \dots$ và cứ tiếp tục làm như thế, ta tính được các hình vuông lần lượt có diện tích $S_4, S_5, \dots, S_{100}$ (tham khảo hình bên). Tính tổng $S = S_1 + S_2 + S_3 + \dots + S_{100}$.



A. $S = \frac{a^2(2^{100} - 1)}{2^{100}}$.

B. $S = \frac{a^2(2^{100} - 1)}{2^{99}}$.

C. $S = \frac{a^2}{2^{100}}$.

D. $S = \frac{a^2(2^{99} - 1)}{2^{98}}$.

Lời giải

Chọn B.

Ta có $S_1 = a^2$; $S_2 = \frac{1}{2}a^2$; $S_3 = \frac{1}{4}a^2, \dots$

Do đó $S_1, S_2, S_3, \dots, S_{100}$ là cấp số nhân với số hạng đầu $u_1 = S_1 = a^2$ và công bội $q = \frac{1}{2}$.

$$\text{Suy ra } S = S_1 + S_2 + S_3 + \dots + S_{100} = S_1 \cdot \frac{1 - q^n}{1 - q} = \frac{a^2(2^{100} - 1)}{2^{99}}.$$

Câu 43: [2D1-3] Có bao nhiêu giá trị thực của tham số m để giá trị lớn nhất của hàm số $y = |x^2 + 2x + m - 4|$ trên đoạn $[-2; 1]$ bằng 4?

A. 1.

B. 2.

C. 3.

D. 4.

Lời giải

Chọn B.

$f(x) = x^2 + 2x + m - 4$ có $f'(x) = 2x + 2$, $f'(x) = 0 \Leftrightarrow x = -1$. Do đó

$$\max_{[-2; 1]} |x^2 + 2x + m - 4| = \max \{|m - 1|; |m - 4|; |m - 5|\}.$$

Ta thấy $m - 5 < m - 4 < m - 1$ với mọi $m \in \mathbb{R}$, suy ra $\max_{[-2; 1]} y$ chỉ có thể là $|m - 5|$ hoặc $|m - 1|$.

$$\text{Nếu } \max_{[-2; 1]} y = |m - 5| \text{ thì } \begin{cases} |m - 5| = 4 \\ |m - 5| \geq |m - 1| \end{cases} \Leftrightarrow m = 1.$$

$$\text{Nếu } \max_{[-2; 1]} y = |m - 1| \text{ thì } \begin{cases} |m - 1| = 4 \\ |m - 1| \geq |m - 5| \end{cases} \Leftrightarrow m = 5.$$

Vậy $m \in \{1; 5\}$.

Câu 44: [2D2-4] Có bao nhiêu giá trị nguyên thuộc khoảng $(-9;9)$ của tham số m để bất phương trình

$$3\log x \leq 2\log \left(m\sqrt{x-x^2} - (1-x)\sqrt{1-x} \right) \text{ có nghiệm thực?}$$

A. 6.

B. 7.

C. 10.

D. 11.

Lời giải

Chọn B.

$$\text{Điều kiện } \begin{cases} 0 < x < 1 \\ m\sqrt{x-x^2} - (1-x)\sqrt{1-x} > 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 0 < x < 1 \\ m\sqrt{x} - (1-x) > 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 0 < x < 1 \\ m > \frac{(1-x)}{\sqrt{x}} > 0 \end{cases}.$$

Bất phương trình đã cho tương đương

$$\log x^3 \leq \log \left(m\sqrt{x-x^2} - (1-x)\sqrt{1-x} \right)^2$$

$$\Leftrightarrow x^3 \leq \left(m\sqrt{x-x^2} - (1-x)\sqrt{1-x} \right)^2$$

$$\Leftrightarrow x\sqrt{x} \leq \left(m\sqrt{x-x^2} - (1-x)\sqrt{1-x} \right)$$

$$\Leftrightarrow m \geq \frac{x\sqrt{x} + (1-x)\sqrt{1-x}}{\sqrt{x-x^2}} = \frac{x}{\sqrt{1-x}} + \frac{1-x}{\sqrt{x}}.$$

Áp dụng bất đẳng thức cô si ta có

$$\left(\frac{x}{\sqrt{1-x}} + \sqrt{1-x} \right) + \left(\frac{1-x}{\sqrt{x}} + \sqrt{x} \right) \geq 2\sqrt{x} + 2\sqrt{1-x}.$$

Vì vậy $m \geq \sqrt{x} + \sqrt{1-x}$.

Khảo sát hàm số $f(x) = \sqrt{x} + \sqrt{1-x}$ trên $(0;1)$ ta được $f(x) \geq \sqrt{2} \approx 1,414$.

Vậy m có thể nhận được các giá trị 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8.

Câu 45: [2H1-4] Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình vuông cạnh a , mặt bên SAB là tam giác đều, mặt bên SCD là tam giác vuông cân tại S . Gọi M là điểm thuộc đường thẳng CD sao cho BM vuông góc với SA . Tính thể tích V của khối chóp $S.BDM$.

A. $V = \frac{a^3\sqrt{3}}{16}$.

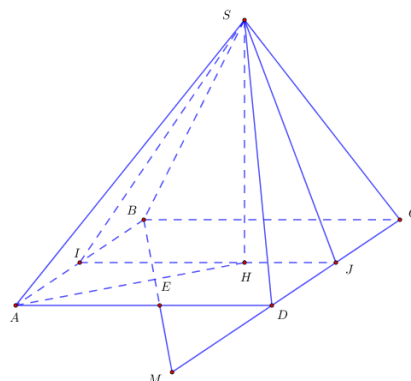
B. $V = \frac{a^3\sqrt{3}}{24}$.

C. $V = \frac{a^3\sqrt{3}}{32}$.

D. $V = \frac{a^3\sqrt{3}}{48}$.

Lời giải

Chọn D.



Gọi I, J lần lượt là trung điểm của AB và CD .

Gọi H là hình chiếu của S lên IJ . Ta có $SI = \frac{a\sqrt{3}}{2}$, $SJ = \frac{a}{2}$, $IJ = a$.

Khi đó $SI^2 + SJ^2 = IJ^2$ suy ra tam giác SIJ vuông tại S .

Ta có $SH = \frac{SI \cdot SJ}{\sqrt{SI^2 + SJ^2}} = \frac{\sqrt{3}}{4}a \Rightarrow HI = \sqrt{SI^2 - SH^2} = \frac{3a}{4}$ và $AH = \sqrt{SA^2 - SH^2} = \frac{\sqrt{13}}{4}a$.

$$\begin{cases} AB \perp SI \\ AB \perp IJ \end{cases} \Rightarrow AB \perp (SIJ) \Rightarrow AB \perp SH.$$

Do đó $\begin{cases} SH \perp AB \\ SH \perp IJ \end{cases} \Rightarrow SH \perp (ABCD) \Rightarrow SH \perp (BDM).$

Gọi $E = AH \cap BM$. Ta có $\begin{cases} BM \perp SA \\ BM \perp SH \end{cases} \Rightarrow BM \perp AH$.

Ta có $\triangle ABE$ đồng dạng với $\triangle AHI$ (vì $\hat{I} = \hat{E} = 90^\circ$ và A chung) nên ta có $\frac{AE}{AI} = \frac{AB}{AH} \Rightarrow AE = \frac{AB \cdot AI}{AH} = \frac{2a}{\sqrt{13}}$.

Ta có $\triangle ABE$ đồng dạng với $\triangle BMC$ (vì $\hat{C} = \hat{E} = 90^\circ$ và $B = M$) nên ta có $\frac{AB}{BM} = \frac{AE}{BC} \Rightarrow BM = \frac{AB \cdot BC}{AE} = \frac{\sqrt{13}a}{2}$.

$$S_{\triangle BMD} = S_{\triangle BMC} - S_{\triangle BDC} = \frac{1}{2} \cdot a \cdot \frac{3a}{2} - \frac{1}{2} \cdot a \cdot a = \frac{a^2}{4}$$

Thể tích V của khối chóp $S.BDM$ là $V = \frac{1}{3} \cdot SH \cdot S_{\triangle BMD} = \frac{1}{3} \cdot \frac{\sqrt{3}}{4}a \cdot \frac{1}{4}a^2 = \frac{\sqrt{3}}{48}a^3$.

Câu 46: [2D3-3] Cho hàm số $f(x)$ có đạo hàm liên tục trên đoạn $[0;1]$, $f(x)$ và $f'(x)$ đều nhận giá trị dương trên đoạn $[0;1]$ và thỏa mãn $f(0) = 2$,

$$\int_0^1 [f'(x) \cdot [f(x)]^2 + 1] dx = 2 \int_0^1 \sqrt{f'(x)} \cdot f(x) dx. \text{ Tính } \int_0^1 [f(x)]^3 dx.$$

A. $\frac{15}{4}$.

B. $\frac{15}{2}$.

C. $\frac{17}{2}$.

D. $\frac{19}{2}$.

Lời giải

Chọn D.

$$\text{Theo giả thiết, ta có } \int_0^1 [f'(x) \cdot [f(x)]^2 + 1] dx = 2 \int_0^1 \sqrt{f'(x)} \cdot f(x) dx$$

$$\Leftrightarrow \int_0^1 [f'(x) \cdot [f(x)]^2 + 1] dx - 2 \int_0^1 \sqrt{f'(x)} \cdot f(x) dx = 0$$

$$\Leftrightarrow \int_0^1 [f'(x) \cdot [f(x)]^2 - 2\sqrt{f'(x)} \cdot f(x) + 1] dx = 0 \Leftrightarrow \int_0^1 [\sqrt{f'(x)} \cdot f(x) - 1]^2 dx = 0$$

$$\Rightarrow \sqrt{f'(x)} \cdot f(x) - 1 = 0 \Rightarrow f^2(x) \cdot f'(x) = 1 \Rightarrow \frac{f^3(x)}{3} = x + C. \text{ Mà } f(0) = 2 \Rightarrow C = \frac{8}{3}.$$

$$\text{Vậy } f^3(x) = 3x + 8.$$

$$\text{Vậy } \int_0^1 [f(x)]^3 dx = \int_0^1 (3x+8) dx = \left(\frac{3x^2}{2} + 8x \right) \Big|_0^1 = \frac{19}{2}.$$

Câu 47: [1H3-3] Cho hình lăng trụ $ABC.A'B'C'$ có đáy ABC là tam giác vuông tại A , $AB=a$, $AC=a\sqrt{3}$. Hình chiếu vuông góc của A' lên mặt phẳng (ABC) là trung điểm H của BC , $A'H=a\sqrt{3}$. Gọi φ là góc giữa hai đường thẳng $A'B$ và $B'C$. Tính $\cos \varphi$.

A. $\cos \varphi = \frac{1}{2}$.

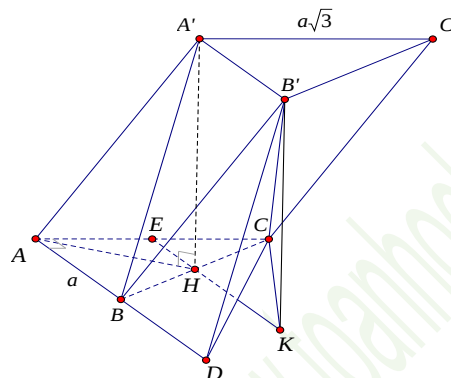
B. $\cos \varphi = \frac{\sqrt{6}}{8}$.

C. $\cos \varphi = \frac{\sqrt{6}}{4}$.

D. $\cos \varphi = \frac{\sqrt{3}}{2}$.

Lời giải

Chọn B.



Gọi E là trung điểm của AC ; D và K là các điểm thỏa $\overrightarrow{BD} = \overrightarrow{HK} = \overrightarrow{A'B'}$.

Ta có $B'K \perp (ABC)$ và $B'D \parallel A'B \Rightarrow (A'B, B'C) = (B'D, B'C) = DB'C$.

Ta tính được $BC = 2a \Rightarrow BH = a$; $B'D = A'B = \sqrt{(a\sqrt{3})^2 + a^2} = 2a$.

$$CD = \sqrt{AC^2 + AD^2} = \sqrt{3a^2 + 4a^2} = a\sqrt{7}; \quad CK = \sqrt{CE^2 + EK^2} = \sqrt{\frac{3a^2}{4} + \frac{9a^2}{4}} = a\sqrt{3}.$$

$$B'C = \sqrt{B'K^2 + CK^2} = \sqrt{3a^2 + 3a^2} = a\sqrt{6}.$$

$$\cos CB'D = \frac{B'D^2 + B'C^2 - CD^2}{2 \cdot B'D \cdot B'C} = \frac{4a^2 + 6a^2 - 7a^2}{2 \cdot 2a \cdot a\sqrt{6}} = \frac{\sqrt{6}}{8}.$$

Câu 48: [2H3-4] Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho mặt phẳng $(P): x + y - 4z = 0$, đường thẳng $d: \frac{x-1}{2} = \frac{y+1}{-1} = \frac{z-3}{1}$ và điểm $A(1; 3; 1)$ thuộc mặt phẳng (P) . Gọi Δ là đường thẳng đi qua A , nằm trong mặt phẳng (P) và cách đường thẳng d một khoảng cách lớn nhất. Gọi $\vec{u} = (a; b; 1)$ là một véc tơ chỉ phương của đường thẳng Δ . Tính $a + 2b$.

A. $a + 2b = -3$.

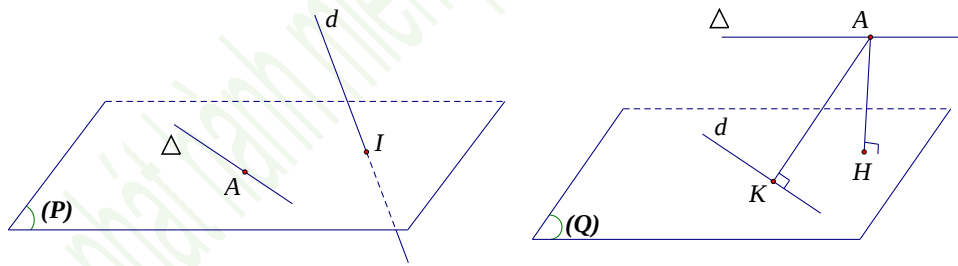
B. $a + 2b = 0$.

C. $a + 2b = 4$.

D. $a + 2b = 7$.

Lời giải

Chọn A.



Đường thẳng d đi qua $M(1; -1; 3)$ và có véc tơ chỉ phương $\vec{u}_1 = (2; -1; 1)$.

Nhận xét rằng, $A \notin d$ và $d \cap (P) = I(-7; 3; -1)$.

Gọi (Q) là mặt phẳng chứa d và song song với Δ . Khi đó $d(\Delta, d) = d(\Delta, (Q)) = d(A, (Q))$.

Gọi H, K lần lượt là hình chiếu vuông góc của A lên (Q) và d . Ta có $AH \leq AK$.

Do đó, $d(\Delta, d)$ lớn nhất $\Leftrightarrow d(A, (Q))$ lớn nhất $\Leftrightarrow AH_{\max} \Leftrightarrow H \equiv K$. Suy ra AH chính là đoạn vuông góc chung của d và Δ .

Mặt phẳng (R) chứa A và d có véc tơ pháp tuyến là $\vec{n}_{(R)} = [\vec{AM}, \vec{u}_1] = (-2; 4; 8)$.

Mặt phẳng (Q) chứa d và vuông góc với (R) nên có véc tơ pháp tuyến là $\vec{n}_{(Q)} = [\vec{n}_{(R)}, \vec{u}_1] = (12; 18; -6)$.

Đường thẳng Δ chứa trong mặt phẳng (P) và song song với mặt phẳng (Q) nên có véc tơ chỉ phương là $\vec{u} = [\vec{n}_{(P)}, \vec{n}_{(Q)}] = (66; -42; 6) = 6(11; -7; 1)$.

Suy ra, $a = 11; b = -7$. Vậy $a + 2b = -3$.

Câu 49: [1D2-3] Hai bạn Bình và Lan cùng dự thi trong Kỳ thi THPT Quốc Gia năm 2018 và ở hai phòng thi khác nhau. Mỗi phòng thi có 24 thí sinh, mỗi môn thi có 24 mã đề khác nhau. Đề thi được sắp xếp và phát cho thí sinh một cách ngẫu nhiên. Xác suất để trong hai môn thi Toán và Tiếng Anh, Bình và Lan có chung đúng một mã đề thi.

A. $\frac{32}{235}$.

B. $\frac{46}{2209}$.

C. $\frac{23}{288}$.

D. $\frac{23}{576}$.

Lời giải

Chọn C.

Mỗi môn thi, Bình và Lan đều có 24 cách chọn một mã đề. Do đó, số phần tử của không gian mẫu là $n(\Omega) = 24^4$.

Gọi A là biến cố: “Trong hai môn thi Toán và Tiếng Anh, Bình và Lan có chung đúng một mã đề thi”.

Ta xét hai trường hợp sau:

TH1: Bình và Lan có chung đúng một mã đề thi môn Toán, có 24.1.24.23 (cách).

TH2: Bình và Lan có chung đúng một mã đề thi môn Tiếng Anh, có 24.23.24.1 (cách).

Suy ra, số trường hợp thuận lợi cho biến cố A là $n(A) = 2.(24.1.24.23)$.

Xác suất cần tìm là $P(A) = \frac{n(A)}{n(\Omega)} = \frac{2.(24.1.24.23)}{24^4} = \frac{23}{288}$.

Câu 50: [2D4-4] Cho số phức z thỏa mãn $|z| \leq 2$. Giá trị nhỏ nhất của biểu thức

$P = 2|z+1| + 2|z-1| + |z-\bar{z}-4i|$ bằng:

A. $4 + 2\sqrt{3}$.

B. $2 + \sqrt{3}$.

C. $4 + \frac{14}{\sqrt{15}}$.

D. $2 + \frac{7}{\sqrt{15}}$.

Lời giải

Chọn A.

Gọi $z = x + yi$, ($x, y \in \mathbb{R}$). Theo giả thiết, ta có $|z| \leq 2 \Leftrightarrow x^2 + y^2 \leq 4$.

Suy ra $-2 \leq x, y \leq 2$.

$$\text{Khi đó, } P = 2|z+1| + 2|z-1| + |z-\bar{z}-4i| = 2\left(\sqrt{(x+1)^2 + y^2} + \sqrt{(x-1)^2 + y^2} + |y-2|\right)$$

$$\Leftrightarrow P = 2\left(\sqrt{(x+1)^2 + y^2} + \sqrt{(1-x)^2 + y^2} + |y-2|\right) \geq 2\left(2\sqrt{1+y^2} + 2-y\right).$$

Dấu “=” xảy ra khi $x = 0$.

Xét hàm số $f(y) = 2\sqrt{1+y^2} + 2-y$ trên đoạn $[-2; 2]$, ta có:

$$f'(y) = \frac{2y}{\sqrt{1+y^2}} - 1 = \frac{2y - \sqrt{1+y^2}}{\sqrt{1+y^2}}; \quad f'(y) = 0 \Leftrightarrow y = \frac{1}{\sqrt{3}}.$$

$$\text{Ta có } f\left(\frac{1}{\sqrt{3}}\right) = 2 + \sqrt{3}; \quad f(-2) = 4 + 2\sqrt{5}; \quad f(2) = 2\sqrt{5}.$$

$$\text{Suy ra } \min_{[-2; 2]} f(y) = 2 + \sqrt{3} \text{ khi } y = \frac{1}{\sqrt{3}}.$$

$$\text{Do đó } P \geq 2\left(2 + \sqrt{3}\right) = 4 + 2\sqrt{3}. \text{ Vậy } P_{\min} = 4 + 2\sqrt{3} \text{ khi } z = \frac{1}{\sqrt{3}}i.$$

-----HẾT-----