

Câu 1. [2H1-1] Mệnh đề nào dưới đây **sai**?

A. Hình chóp đều có các cạnh bên tạo với mặt phẳng đáy các góc bằng nhau.

B. Hình chóp đều có tất cả các cạnh bằng nhau.

C. Một hình chóp có đáy là một đa giác đều và có chân đường cao trùng với tâm của đa giác đáy đó là hình chóp đều.

D. Hình chóp đều có các mặt bên là các tam giác cân bằng nhau.

Lời giải

Chọn B.

Câu 2. [2D2-2] Tìm tập xác định của hàm số $y = \log_2(2^{3-6x} - 1)$.

A. $D = \left(-\infty; \frac{1}{2}\right)$.

B. $D = \left(-\infty; -\frac{1}{2}\right)$.

C. $D = \emptyset$.

D. $D = \left(\frac{1}{2}; +\infty\right)$.

Lời giải

Chọn A.

Điều kiện: $2^{3-6x} - 1 > 0 \Leftrightarrow 3 - 6x > 0 \Leftrightarrow x < \frac{1}{2}$.

Câu 3. [2D2-1] Tìm tập xác định của hàm số $y = (x^2 - 3)^{-2}$.

A. $D = \mathbb{R} \setminus \{-\sqrt{3}; \sqrt{3}\}$.

B. $D = (-\infty; -\sqrt{3}) \cup (\sqrt{3}; +\infty)$.

C. $D = \mathbb{R}$.

D. $D = \mathbb{R} \setminus \{-\sqrt{3}\}$.

Lời giải

Chọn A.

Điều kiện xác định: $x^2 - 3 \neq 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x \neq \sqrt{3} \\ x \neq -\sqrt{3} \end{cases}$.

Vậy TXĐ: $D = \mathbb{R} \setminus \{-\sqrt{3}; \sqrt{3}\}$.

Câu 4. [1D1-2] Phương trình $\sin 2x = -\frac{\sqrt{3}}{2}$ có hai công thức nghiệm dạng $\alpha + k\pi$, $\beta + k\pi$ ($k \in \mathbb{Z}$) với

α, β thuộc khoảng $\left(-\frac{\pi}{2}; \frac{\pi}{2}\right)$. Khi đó, $\alpha + \beta$ bằng

A. $\frac{\pi}{2}$.

B. $-\frac{\pi}{2}$.

C. π .

D. $-\frac{\pi}{3}$.

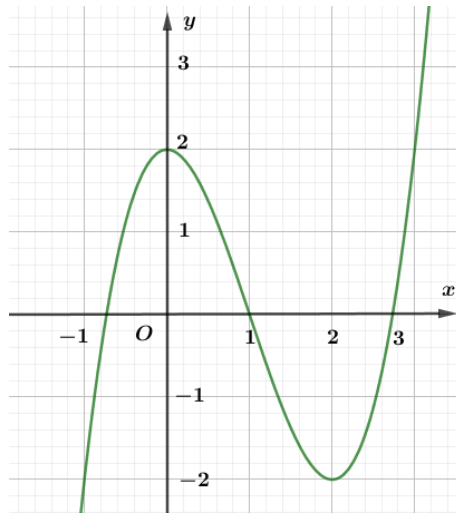
Lời giải

Chọn B.

Ta có: $\sin 2x = -\frac{\sqrt{3}}{2} = \sin\left(-\frac{\pi}{3}\right) \Leftrightarrow \begin{cases} 2x = -\frac{\pi}{3} + k2\pi \\ 2x = \frac{4\pi}{3} + k2\pi \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = -\frac{\pi}{6} + k\pi \\ x = \frac{2\pi}{3} + k\pi \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = -\frac{\pi}{6} + k\pi \\ x = -\frac{\pi}{3} + k\pi \end{cases}$.

Vậy $\alpha = -\frac{\pi}{6}$ và $\beta = -\frac{\pi}{3}$. Khi đó $\alpha + \beta = -\frac{\pi}{2}$.

Câu 5. [2D1-2] Đồ thị trong hình dưới là đồ thị của một trong bốn hàm số cho trong các phương án sau đây, đó là hàm số nào?



- A. $y = -x^3 + 3x^2 + 2$. B. $y = x^3 - 3x^2 + 2$. C. $y = x^3 - 3x + 2$. D. $y = x^3 - 3x^2 - 2$.

Lời giải

Chọn B.

Giả sử hàm số cần tìm có dạng $y = ax^3 + bx^2 + cx + d$ với $a \neq 0$.

Dựa vào đồ thị hàm số ta thấy $\lim_{x \rightarrow +\infty} y = +\infty$ nên suy ra $a > 0$. Vậy loại đáp án A.

Đồ thị hàm số cắt trục tung tại điểm có tọa độ là $(0; 2)$ nên suy ra $d = 2$. Vậy loại đáp án D.

Đồ thị hàm số đạt cực đại tại điểm có tọa độ là $(0; 2)$ nên phương trình $y' = 0$ phải có nghiệm

$$x = 0. \text{ Ta thấy chỉ có hàm số } y = x^3 - 3x^2 + 2 \text{ có } y' = 3x^2 - 6x = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 0 \\ x = 2 \end{cases}.$$

Vậy chọn B.

Câu 6. [2D2-2] Cho $a > 0$, $b > 0$ và biểu thức $T = 2(a+b)^{-1} \cdot (ab)^{\frac{1}{2}} \cdot \left[1 + \frac{1}{4} \left(\sqrt{\frac{a}{b}} - \sqrt{\frac{b}{a}} \right)^2 \right]^{\frac{1}{2}}$. Khi đó:

- A. $T = \frac{2}{3}$. B. $T = \frac{1}{3}$. C. $T = \frac{1}{2}$. D. $T = 1$.

Lời giải

Chọn D.

$$\begin{aligned} \text{Ta có: } T &= 2(a+b)^{-1} \cdot (ab)^{\frac{1}{2}} \cdot \left[1 + \frac{1}{4} \left(\frac{a}{b} - 2 + \frac{b}{a} \right) \right]^{\frac{1}{2}} = \frac{2}{a+b} \cdot \sqrt{ab} \cdot \left[\frac{4ab + a^2 + b^2 - 2ab}{4ab} \right]^{\frac{1}{2}} \\ &= \frac{2}{a+b} \cdot \sqrt{ab} \cdot \frac{\sqrt{(a+b)^2}}{2\sqrt{ab}} = \frac{a+b}{a+b} = 1. \end{aligned}$$

Câu 7. [2D2-1] Đạo hàm của hàm số $y = e^{1-2x}$ là:

- A. $y' = 2e^{1-2x}$. B. $y' = e^{1-2x}$. C. $y' = -2e^{1-2x}$. D. $y' = e^x$.

Lời giải

Chọn C.

Xét hàm số $y = e^{1-2x}$. Ta có: $y' = (1-2x)' e^{1-2x} = -2e^{1-2x}$.

Câu 8. [2H2-2] Xét hình trụ T có thiết diện qua trục của hình trụ là hình vuông có cạnh bằng a . Tính diện tích toàn phần S của hình trụ.

A. $S = \frac{3\pi a^2}{2}$.

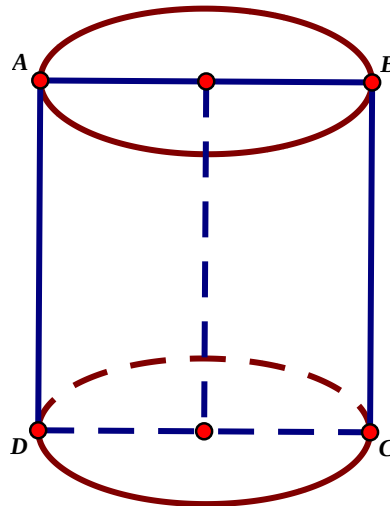
B. $S = \frac{\pi a^2}{2}$.

C. πa^2 .

D. $4\pi a^2$.

Lời giải

Chọn A.



Theo bài ra: $ABCD$ là hình vuông cạnh bằng a .

Vậy hình trụ T có bán kính $R = \frac{a}{2}$, chiều cao $h = a$.

Diện tích toàn phần S của hình trụ là: $S = 2\pi Rh + 2\pi R^2 = 2\pi \frac{a}{2}a + 2\pi \left(\frac{a}{2}\right)^2 = \frac{3\pi a^2}{2}$.

Câu 9. [2D1-3] Tìm tất cả các giá trị thực của tham số m để trên $(-1;1)$ hàm số $y = \frac{mx+6}{2x+m+1}$ nghịch biến:

A. $\begin{cases} -4 \leq m < -3 \\ 1 < m \leq 3 \end{cases}$.

B. $1 \leq m < 4$.

C. $-4 < m < 3$.

D. $\begin{cases} -4 < m \leq -3 \\ 1 \leq m < 3 \end{cases}$.

Lời giải

Chọn D.

Điều kiện xác định: $x \neq \frac{-m-1}{2}$.

Ta có $y' = \frac{m^2+m-12}{(2x+m+1)^2}$.

Để hàm số nghịch biến trên khoảng $(-1;1)$ điều kiện là:

$$\begin{cases} \frac{-m-1}{2} \notin (-1; 1) \\ y' < 0, \forall x \in (-1; 1) \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m^2+m-12 < 0 \\ -m-1 \notin (-2; 2) \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m \in (-4; 3) \\ m \notin (-3; 1) \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} -4 < m \leq -3 \\ 1 \leq m < 3 \end{cases}$$

Câu 10. [1D2-2] Cho tập $A = \{0;1;2;3;4;5;6\}$ từ tập A có thể lập được bao nhiêu số tự nhiên có 5 chữ số và chia hết cho 2?

A. 8232.

B. 1230.

C. 1260.

D. 2880.

Lời giải

Chọn A.

Gọi số có 5 chữ số cần tìm là $x = \overline{a_1 a_2 a_3 a_4 a_5}$; $a_1, a_2, a_3, a_4, a_5 \in A$; $a_1 \neq 0$; $a_5 \in \{0; 2; 4; 6\}$.

Công việc thành lập số x được chia thành các bước:

- Chọn chữ số a_1 có 6 lựa chọn vì khác 0.
- Chọn các chữ số a_2, a_3, a_4 , mỗi chữ số có 7 lựa chọn.
- Chọn chữ số a_5 có 4 lựa chọn vì số tạo thành chia hết cho 2.

Số thỏa mãn yêu cầu bài toán là: $6 \cdot 7^3 \cdot 4 = 8232$ (số).

Câu 11. [1D4-3] Cho hàm số $f(x) = \begin{cases} \frac{\sqrt{2x+1} - \sqrt{x+5}}{x-4} & \text{khi } x \neq 4 \\ a+2 & \text{khi } x = 4 \end{cases}$. Tìm tất cả các giá trị thực của

tham số a để hàm số liên tục tại $x_0 = 4$.

A. $a = \frac{5}{2}$.

B. $a = -\frac{11}{6}$.

C. $a = 3$.

D. $a = 2$.

Lời giải

Chọn B.

$$\lim_{x \rightarrow 4} f(x) = \lim_{x \rightarrow 4} \frac{\sqrt{2x+1} - \sqrt{x+5}}{x-4} = \lim_{x \rightarrow 4} \frac{x-4}{(x-4)(\sqrt{2x+1} + \sqrt{x+5})} = \lim_{x \rightarrow 4} \frac{1}{\sqrt{2x+1} + \sqrt{x+5}} = \frac{1}{6}$$

$$f(4) = a + 2.$$

Hàm số liên tục tại $x_0 = 4$ khi: $\lim_{x \rightarrow 4} f(x) = f(4) \Leftrightarrow \frac{1}{6} = a + 2 \Leftrightarrow a = -\frac{11}{6}$.

Câu 12. [2D2-2] Biểu thức $T = \sqrt[5]{a^3 \sqrt[3]{a}}$. Viết T dưới dạng lũy thừa của số mũ hữu tỷ.

A. $a^{\frac{1}{3}}$.

B. $a^{\frac{1}{5}}$.

D. $a^{\frac{1}{15}}$.

D. $a^{\frac{4}{15}}$.

Lời giải

Chọn D.

$$T = \sqrt[5]{a^3 \sqrt[3]{a}} = \sqrt[5]{a^3 a^{\frac{1}{3}}} = \sqrt[5]{a^{\frac{4}{3}}} = a^{\frac{4}{15}}.$$

Câu 13. [1D4-2] Tính $\lim_{x \rightarrow 5} \frac{x^2 - 12x + 35}{25 - 5x}$.

A. $\frac{2}{5}$.

B. $-\frac{2}{5}$.

C. $-\infty$.

D. ∞ .

Lời giải

Chọn A.

$$\text{Ta có } \lim_{x \rightarrow 5} \frac{x^2 - 12x + 35}{25 - 5x} = \lim_{x \rightarrow 5} \frac{(x-7)(x-5)}{5(5-x)} = \lim_{x \rightarrow 5} \frac{7-x}{5} = \frac{2}{5}.$$

$$\text{Vậy } \lim_{x \rightarrow 5} \frac{x^2 - 12x + 35}{25 - 5x} = \frac{2}{5}.$$

Câu 14. [1D2-2] Ba xạ thủ cùng bắn vào một tấm bia một cách độc lập, xác suất bắn trúng đích lần lượt là 0,5; 0,6 và 0,7. Xác suất để có đúng hai người bắn trúng bia là:

A. 0,21.

B. 0,29.

C. 0,44.

D. 0,79.

Lời giải

Chọn C.

Gọi A_k là biến cố người thứ k bắn trúng bia với xác suất tương ứng là P_k ($k=1, 2, 3$).

Biến cố có đúng hai người bắn trúng bia là: $(\overline{A_1}.A_2.A_3) \cap (A_1.\overline{A_2}.A_3) \cap (A_1.A_2.\overline{A_3})$.

Xác suất của biến cố này là:

$$\begin{aligned} & (1-P_1).P_2.P_3 + P_1.(1-P_2).P_3 + P_1.P_2.(1-P_3) \\ &= (1-0,5).0,6.0,7 + 0,5(1-0,6).0,7 + 0,5.0,6.(1-0,7) \\ &= 0,44. \end{aligned}$$

Vậy xác suất để có đúng hai người bắn trúng bia là 0,44.

Câu 15. [2D2-2] Cho $a > 0$, $b > 0$ và $a^2 + b^2 = 7ab$. Chọn mệnh đề đúng.

A. $2(\ln a + \ln b) = \ln(7ab)$.

B. $3\ln(a+b) = \frac{1}{2}(\ln a + \ln b)$.

C. $\ln\left(\frac{a+b}{3}\right) = \frac{1}{2}(\ln a + \ln b)$.

D. $\ln(a+b) = \frac{3}{2}(\ln a + \ln b)$.

Lời giải

Chọn C.

Với $a > 0$, $b > 0$, ta có $a^2 + b^2 = 7ab \Leftrightarrow (a+b)^2 = 9ab$

$$\Leftrightarrow \left(\frac{a+b}{3}\right)^2 = ab \Leftrightarrow \ln\left(\frac{a+b}{3}\right)^2 = \ln(ab)$$

$$\Leftrightarrow 2\ln\left(\frac{a+b}{3}\right) = \ln a + \ln b \Leftrightarrow \ln\left(\frac{a+b}{3}\right) = \frac{1}{2}(\ln a + \ln b).$$

Câu 16. [1D5-2] Cho hàm số $y = -x^3 + 3x^2 + 2$ có đồ thị (C) . Phương trình tiếp tuyến của (C) mà có hệ số góc lớn nhất là:

A. $y = 3x + 1$.

B. $y = -3x - 1$.

C. $y = -3x + 1$.

D. $y = 3x - 1$.

Lời giải

Chọn A.

Phương trình tiếp tuyến của (C) tại điểm $M(x_0; y_0) \in (C)$ là $d: y = y'(x_0)(x - x_0) + y_0$.

Ta có $y' = -3x^2 + 6x$, hệ số góc $y'(x_0) = -3x_0^2 + 6x_0 = -3(x_0 - 1)^2 + 3 \leq 3$.

Dấu "=" xảy ra $\Leftrightarrow x_0 = 1 \Rightarrow$ hệ số góc $y'(x_0)$ có giá trị lớn nhất bằng 3.

Với $x_0 = 1 \Rightarrow y'(x_0) = 3$ và $y_0 = -1^3 + 3.1^2 + 2 = 4 \Rightarrow d: y = 3(x - 1) + 4 = 0 \Leftrightarrow y = 3x + 1$.

Câu 17. [2D1-1] Đồ thị hàm số $y = -x^3 - 3x^2 + 1$ có điểm cực đại là:

A. $x = 0$.

B. $(0; 1)$.

C. $x = -2$.

D. $(-2; -19)$.

Lời giải

Chọn B.

Tập xác định: $D = \mathbb{R}$

Ta có: $y' = -3x^2 - 6x$

$$\text{Cho } y' = 0 \Leftrightarrow -3x^2 - 6x = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 0 \Rightarrow y = 1 \\ x = -2 \Rightarrow y = -3 \end{cases}$$

Bảng biến thiên:

x	$-\infty$	-2	0	$+\infty$
y'	$-$	0	$+$	$-$
y	$+\infty$	-3	1	$-\infty$

Vậy điểm cực đại của đồ thị hàm số là $(0;1)$.

Câu 18. [1D2-2] Số hạng không chứa x trong khai triển của $\left(\sqrt[3]{x} - \frac{2}{\sqrt[4]{x}}\right)^{14}$ với $x > 0$ là:

A. $2^6 C_{14}^8$.

B. $2^6 C_{14}^6$.

C. $2^8 C_{14}^8$.

D. $-2^8 C_{14}^8$.

Lời giải

Chọn C.

Số hạng tổng quát trong khai triển là: $(-1)^k C_{14}^k \cdot (\sqrt[3]{x})^{14-k} \cdot \left(\frac{2}{\sqrt[4]{x}}\right)^k = (-1)^k C_{14}^k \cdot 2^k \cdot x^{\frac{56-7k}{12}}$

Cho $\frac{56-7k}{12} = 0 \Leftrightarrow k = 8$.

Vậy số hạng không chứa x trong khai triển là: $2^8 C_{14}^8$.

Câu 19. [2D2-2] Cho $\log 3 = m$; $\log 5 = n$. Khi đó $\log_9 45$ tính theo m , n là:

A. $1 - \frac{n}{2m}$.

B. $1 + \frac{n}{m}$.

C. $2 + \frac{n}{2m}$.

D. $1 + \frac{n}{2m}$.

Lời giải

Chọn D.

Ta có $\log_9 45 = \frac{\log 45}{\log 9} = \frac{\log 5 + \log 9}{\log 9} = \frac{\log 5 + 2\log 3}{2\log 3} = \frac{n + 2m}{2m} = 1 + \frac{n}{2m}$.

Câu 20. [2H1-2] Cho hình lập phương $ABCD.A'B'C'D'$ có diện tích tam giác ACD' bằng $a^2\sqrt{3}$. Tính thể tích V của hình lập phương.

A. $V = 8a^3$.

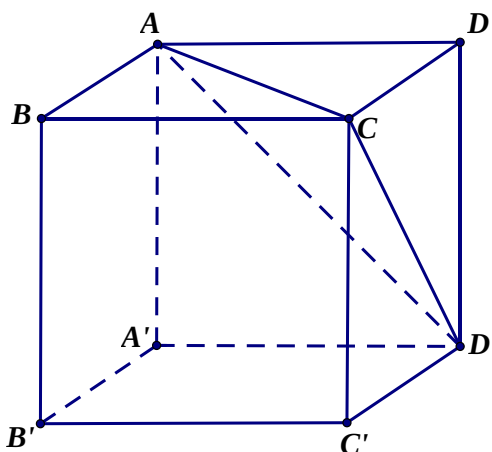
B. $V = a^3$.

C. $V = 2\sqrt{2}a^3$.

D. $V = 4\sqrt{2}a^3$.

Lời giải

Chọn C.



Ta có $AC = CD' = AD'$ (đường chéo hình vuông).

Tam giác ACD' đều nên $S_{ACD'} = \frac{1}{2} \cdot AC \cdot AD' \cdot \sin CAD' = \frac{AC^2 \sqrt{3}}{4}$.

Do đó $\frac{AC^2 \sqrt{3}}{4} = a^2 \sqrt{3} \Rightarrow AC = 2a$.

AC là đường chéo hình vuông nên $AC = \sqrt{2}AB \Rightarrow AB = \frac{AC}{\sqrt{2}} = \sqrt{2}a$.

Vậy thể tích của hình lập phương là $V_{ABCD.A'B'C'D'} = AB^3 \Rightarrow V = 2\sqrt{2}a^3$.

Câu 21. [2D1-2] Tìm mệnh đề **đúng** trong các mệnh đề sau :

A. $y = a^x$ với $0 < a < 1$ là hàm số đồng biến trên $(-\infty; +\infty)$.

B. Đồ thị hàm số $y = a^x$ với $0 < a, a \neq 1$ luôn đi qua điểm $(a; 1)$.

C. $y = a^x$ với $a > 1$ là hàm số nghịch biến trên $(-\infty; +\infty)$.

D. Đồ thị các hàm số $y = a^x$ và $y = \left(\frac{1}{a}\right)^x$ với $0 < a, a \neq 1$ đối xứng với nhau qua trục Oy .

Lời giải

Chọn D.

Trên $(-\infty; +\infty)$ thì hàm số $y = a^x$ nghịch biến khi $0 < a < 1$ và đồng biến khi $a > 1$. Do đó phương án **A** và **C** sai.

Xét hàm số $y = a^x$. Với $x = a \Rightarrow y = a^a \Rightarrow$ Đồ thị hàm số $y = a^x$ với $0 < a, a \neq 1$ đi qua điểm $(a; a^a)$ nên phương án **B** sai.

Câu 22. [2H1-1] Khối đa diện đều có 12 mặt thì có số cạnh là:

A. 60.

B. 30.

C. 12.

D. 24.

Lời giải

Chọn B.

Khối 12 mặt đều thì có 30 cạnh.

Câu 23. [2D1-1] Cho hàm số $y = -x^3 + 3x^2 + 9x - 1$. Mệnh đề nào sau đây **đúng**?

A. Hàm số đồng biến trên mỗi khoảng $(-\infty; -1)$, $(3; +\infty)$; nghịch biến trên $(-1; 3)$.

B. Hàm số đồng biến trên mỗi khoảng $(-\infty; -3)$, $(1; +\infty)$; nghịch biến trên $(-3; 1)$.

C. Hàm số đồng biến trên $(-1; 3)$; nghịch biến trên mỗi khoảng $(-\infty; -1)$, $(3; +\infty)$.

D. Hàm số đồng biến trên $(-1; 3)$; nghịch biến trên $(-\infty; -1) \cup (3; +\infty)$.

Lời giải

Chọn C.

Tập xác định $D = \mathbb{R}$. Đạo hàm $y' = -3x^2 + 6x + 9$; $y' = 0 \Leftrightarrow x = -1, x = 3$.

$y' > 0 \Leftrightarrow -1 < x < 3$; $y' < 0 \Leftrightarrow x < -1$ hoặc $x > 3$.

Vậy hàm số đồng biến trên $(-1; 3)$; nghịch biến trên mỗi khoảng $(-\infty; -1)$, $(3; +\infty)$.

Câu 24. [2H2-1] Cho mặt cầu có diện tích bằng $72\pi (\text{cm}^2)$. Bán kính R của khối cầu bằng:

A. $R = \sqrt{6} (\text{cm})$.

B. $R = 3\sqrt{2} (\text{cm})$.

C. $R = 6 (\text{cm})$.

D. $R = 3 (\text{cm})$.

Lời giải

Chọn B.

Theo công thức diện tích mặt cầu ta có: $S = 4\pi R^2$.

$$\text{Suy ra } R = \sqrt{\frac{S}{4\pi}} = \sqrt{\frac{72\pi}{4\pi}} = \sqrt{18} = 3\sqrt{2} \text{ (cm)}.$$

Câu 25. [2D2-2] Cho hàm số $y = \ln\left(\frac{1}{x+1}\right)$. Khẳng định nào sau đây **sai**?

A. $y' = -\frac{1}{x+1}$.

B. $x.y' + 1 = e^y$.

C. $x.y' + 1 = 0$.

D. $x.y' + 1 = \frac{1}{x+1}$.

Lời giải

Chọn C

$$\text{Ta có } y = \ln\left(\frac{1}{x+1}\right) \Rightarrow y' = (x+1) \left(-\frac{1}{(x+1)^2}\right) = -\frac{1}{x+1}.$$

$$x.y' + 1 = \frac{-x}{x+1} + 1 = \frac{1}{x+1} = e^y. \text{ Vậy chỉ có đáp án C sai}$$

Câu 26. [1D4-3] Cho dãy số (u_n) với $u_n = \frac{1}{1.3} + \frac{1}{3.5} + \dots + \frac{1}{(2n-1)(2n+1)}$. Tính $\lim u_n$.

A. $\frac{1}{2}$.

B. 0.

C. 1.

D. $\frac{1}{4}$.

Lời giải

Chọn A

$$\begin{aligned} \text{Ta có : } u_n &= \frac{1}{1.3} + \frac{1}{3.5} + \dots + \frac{1}{(2n-1)(2n+1)} = \frac{1}{2} \left(\frac{1}{1} - \frac{1}{3} + \frac{1}{3} - \frac{1}{5} + \dots + \frac{1}{2n-1} - \frac{1}{2n+1} \right) \\ &= \frac{1}{2} \left(1 - \frac{1}{2n+1} \right) = \frac{n}{2n+1} \end{aligned}$$

$$\text{Suy ra : } \lim u_n = \lim \frac{n}{2n+1} = \frac{1}{2}.$$

Câu 27. [2H2-2] Cho khối nón tròn xoay có đường cao $h = 15$ cm và đường sinh $l = 25$ cm. Thể tích V của khối nón là

A. $V = 2000\pi \text{ (cm}^3\text{)}$. **B.** $V = 4500\pi \text{ (cm}^3\text{)}$. **C.** $V = 6000\pi \text{ (cm}^3\text{)}$. **D.** $V = 1500\pi \text{ (cm}^3\text{)}$.

Lời giải

Chọn A.

$$\text{Ta có bán kính đáy của hình nón: } r = \sqrt{l^2 - h^2} = \sqrt{25^2 - 15^2} = 20 \text{ cm}.$$

$$\text{Khi đó thể tích của khối nón là } V = \frac{1}{3} \pi r^2 h = \frac{1}{3} \pi \cdot 20^2 \cdot 15 = 2000\pi \text{ (cm}^3\text{)}.$$

Câu 28. [1D1-3] Giá trị lớn nhất M và giá trị nhỏ nhất m của hàm số $y = \frac{12}{7-4\sin x}$ trên đoạn

$$\left[-\frac{\pi}{6}; \frac{5\pi}{6}\right] \text{ là}$$

A. $M = \frac{12}{5}, m = \frac{12}{7}$.

B. $M = 4, m = \frac{12}{11}$.

C. $M = \frac{12}{5}, m = \frac{4}{3}$.

D. $M = 4, m = \frac{4}{3}$.

Lời giải

Chọn D.

Ta có:

$$-\frac{\pi}{6} \leq x \leq \frac{5\pi}{6} \Rightarrow -\frac{1}{2} \leq \sin x \leq 1 \Rightarrow -1 \leq -\sin x \leq \frac{1}{2} \Rightarrow -4 \leq -4\sin x \leq 2 \Rightarrow 3 \leq 7 - 4\sin x \leq 9$$
$$\Rightarrow \frac{4}{3} \leq \frac{12}{7 - 4\sin x} \leq 4. \text{ Hay } \frac{4}{3} \leq y \leq 4.$$

$$\text{Vậy } M = 4, m = \frac{4}{3}.$$

Câu 29. [2D1-2] Xét hàm số $y = \frac{x-1}{2x+1}$ trên $[0;1]$, Khẳng định nào sau đây **đúng** ?

A. $\max_{[0;1]} y = 0.$

B. $\min_{[0;1]} y = \frac{1}{2}.$

C. $\min_{[0;1]} y = -\frac{1}{2}.$

D. $\max_{[0;1]} y = 1.$

Lời giải

Chọn D

$$\text{Ta có: } y' = \frac{3}{2x+1} > 0 \forall x \neq -\frac{1}{2} \Rightarrow \text{hàm số } y = \frac{x-1}{2x+1} \text{ đồng biến trên } [0;1].$$

$$\Rightarrow \max_{[0;1]} y = 1.$$

Câu 30. [1D2-3] Trong một chiếc hộp có 20 viên bi, trong đó có 9 viên bi màu đỏ, 6 viên bi màu xanh và 5 viên bi màu vàng. Lấy ngẫu nhiên đồng thời 3 viên bi. Tìm xác suất để 3 viên bi lấy ra có không quá 2 màu.

A. $\frac{183}{190}.$

B. $\frac{9}{38}.$

C. $\frac{82}{95}.$

D. $\frac{29}{38}.$

Lời giải

Chọn D

Lấy 3 viên bi bất kỳ trong 20 viên bi có C_{20}^3 (cách chọn).

$$\Rightarrow n(\Omega) = C_{20}^3.$$

+ Chọn 3 viên bi có đúng một màu:

- Chọn được 3 viên bi màu đỏ có C_9^3 (cách chọn).

- Chọn được 3 viên bi màu xanh có C_6^3 (cách chọn).

- Chọn được 3 viên bi màu vàng có C_5^3 (cách chọn).

Vậy có tất cả $C_9^3 + C_6^3 + C_5^3 = 114$ (cách chọn 3 viên bi có đúng một màu).

+ Chọn 3 viên bi có đúng hai màu:

- Chọn được 3 viên bi có màu đỏ và xanh có $C_{15}^3 - C_9^3 - C_6^3$ (cách chọn).

- Chọn được 3 viên bi có màu đỏ và vàng có $C_{15}^3 - C_9^3 - C_5^3$ (cách chọn).

- Chọn được 3 viên bi có màu vàng và xanh có $C_{15}^3 - C_5^3 - C_6^3$ (cách chọn).

Vậy có tất cả $C_{15}^3 + C_{14}^3 + C_{11}^3 - 2(C_9^3 + C_6^3 + C_5^3)$ (cách chọn 3 viên bi có đúng hai màu).

Gọi A là biến cố: "3 viên bi lấy ra có không quá 2 màu".

$$\Rightarrow n(A) = C_{15}^3 + C_{14}^3 + C_{11}^3 - 2(C_9^3 + C_6^3 + C_5^3) + C_9^3 + C_6^3 + C_5^3 = 870.$$

$$\Rightarrow P(A) = \frac{n(A)}{n(\Omega)} = \frac{29}{38}.$$

Câu 31. [2H2-3] Một đội xây dựng cần hoàn thiện một hệ thống cột tròn của một cửa hàng kinh doanh gồm 10 chiếc. Trước khi hoàn thiện mỗi chiếc cột là một khối bê tông cốt thép hình lăng trụ lục giác đều có cạnh $20cm$; sau khi hoàn thiện (bằng cách trát thêm vữa vào xung quanh) mỗi cột là một khối trụ có đường kính đáy bằng $42cm$. Chiều cao của mỗi cột trước và sau khi hoàn thiện là $4m$. Biết lượng xi măng cần dùng chiếm 80% lượng vữa và cứ một bao xi măng $50kg$ thì tương đương với $64000cm^3$ xi măng. Hỏi cần ít nhất bao nhiêu bao xi măng loại $50kg$ để hoàn thiện toàn bộ hệ thống cột?

A. 22 bao.

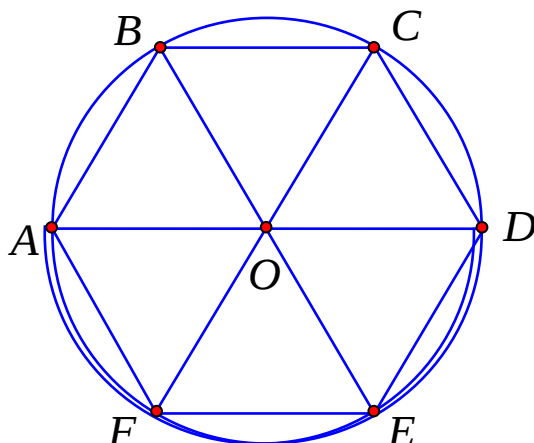
B. 17 bao.

C. 18 bao.

D. 25 bao.

Lời giải

Chọn C.



Hình vẽ trên là đáy của mỗi cột khi chưa trát thêm vữa. Gọi S_1 là diện tích lục giác đều $ABCDEF$ cạnh $20cm$, S_2 là diện tích hình tròn ngoại tiếp lục giác đều $ABCDEF$ (bán kính $r_1 = 20cm$) và S_3 là diện tích hình tròn đáy của mỗi trụ sau khi hoàn thiện (đường kính đáy $42cm$ nên bán kính hình tròn này là $r_2 = 21cm$).

Ta có $S_1 = 6 \cdot \frac{20^2 \sqrt{3}}{4} = 600\sqrt{3}cm^2$, $S_2 = 20^2 \pi = 400\pi cm^2$ và $S_3 = 21^2 \pi = 441\pi cm^2$.

Sau khi hoàn thiện thì chiều cao của cột và trụ là $4m = 400cm$ nên thể tích vữa cần sử dụng là:

$$[(S_3 - S_2) + (S_2 - S_1)] 400 = 138484,75 cm^3.$$

Biết lượng xi măng cần dùng chiếm 80% lượng vữa và cứ một bao xi măng $50kg$ thì tương đương với $64000cm^3$ xi măng nên số bao xi măng cần dùng là:

$$\frac{80 \cdot 138484,75}{100 \cdot 6400} = 17,31, \text{ do đó cần dùng 18 bao xi măng.}$$

Câu 32. [2D1-3] Tìm tất cả giá trị thực của tham số m để đồ thị hàm số $y = \frac{x-2}{x^2 - mx + 1}$ có đúng 3 đường tiệm cận.

A. $\begin{cases} m > 2 \\ m < -2 \end{cases}$.

B. $-2 < m < 2$.

C. $\begin{cases} m > 2 \\ m < -2 \\ m \neq -\frac{5}{2} \end{cases}$.

D. $\begin{cases} m > 2 \\ m \neq \frac{5}{2} \\ m < -2 \end{cases}$.

Lời giải

Chọn D.

Đồ thị có một tiệm cận ngang vì $\lim_{x \rightarrow \pm\infty} y = \lim_{x \rightarrow \pm\infty} \frac{x-2}{x^2 - mx + 1} = 0$.

Để đồ thị hàm số đã cho có hai tiệm cận đứng thì phương trình $x^2 - mx + 1 = 0$ phải có hai

nghiệm phân biệt khác 2, do đó: $\begin{cases} m^2 - 4 > 0 \\ 4 - 2m + 1 \neq 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m > 2 \\ m \neq \frac{5}{2} \\ m < -2 \end{cases}$.

Câu 33. [2D2-3] Tính đến đầu năm 2011, dân số toàn thành phố A đạt xấp xỉ 905.300 người. Mỗi năm dân số thành phố tăng thêm 1,37%. Để thành phố A thực hiện tốt chủ trương 100% trẻ em đúng độ tuổi đều vào lớp 1 thì đến năm học 2024–2025 số phòng học cần chuẩn bị cho học sinh lớp 1 (mỗi phòng 35 học sinh) gần nhất với số nào sau đây; biết rằng sự di cư đến, đi khỏi thành phố và số trẻ tử vong trước 6 tuổi đều không đáng kể, ngoài ra trong năm sinh của lứa học sinh lớp 1 đó toàn thành phố có 2400 người chết.

A. 322.

B. 321.

C. 459.

D. 458.

Lời giải

Chọn D.

* Dân số thành phố sau n năm tính từ năm 2011 được tính theo công thức:

$$S(n) = S_{2011} \cdot e^{0,0137 \cdot n}; S_{2011} = 905.300 \text{ (người)}.$$

* Học sinh học lớp 1 năm học 2024–2025 sẽ sinh ra ở năm: $2024 - 6 = 2018$.

* Số dân của thành phố ở năm 2018 là: $S(7) = 905.300 \cdot e^{0,0137 \cdot 7} \approx 996418$ (người).

* Số dân của thành phố ở năm 2017 là: $S(6) = 905.300 \cdot e^{0,0137 \cdot 6} \approx 982860$ (người).

* Số dân của thành phố tăng thêm ở năm 2018 là: $S(7) - S(6) \approx 13558$ (người).

* Số người sinh ra ở thành năm 2018 là: $13558 + 2400 = 15958$ (người).

* Số phòng học phải chuẩn bị ở năm học 2024–2025 là: $15958 : 35 \approx 456$ (phòng).

Đáp án là D.

Câu 34. [1H3-3] Cho hình lập phương $ABCD.A'B'C'D'$. Gọi M , N lần lượt là trung điểm của AD , BB' . Cosin của góc hợp bởi MN và AC' bằng

A. $\frac{\sqrt{3}}{3}$.

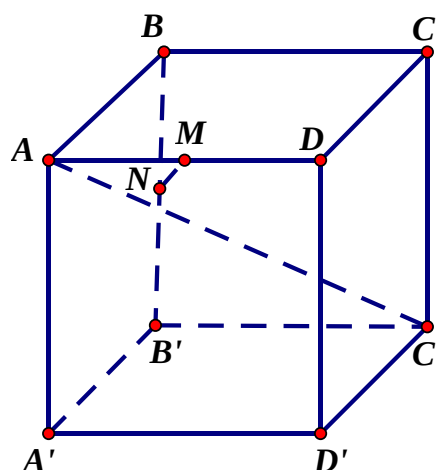
B. $\frac{\sqrt{2}}{3}$.

C. $\frac{\sqrt{5}}{3}$.

D. $\frac{\sqrt{2}}{4}$.

Lời giải

Chọn B.



* Xét hình lập phương $ABCD.A'B'C'D'$ cạnh a .

* Đặt $\vec{a} = \overrightarrow{AB}$, $\vec{b} = \overrightarrow{AD}$, $\vec{c} = \overrightarrow{AA'}$ $\Rightarrow |\vec{a}| = |\vec{b}| = |\vec{c}| = a$, $\vec{a} \cdot \vec{b} = \vec{b} \cdot \vec{c} = \vec{a} \cdot \vec{c} = 0$.

* Ta có:

$$\overrightarrow{MN} = \overrightarrow{AN} - \overrightarrow{AM} = \overrightarrow{AB} + \overrightarrow{BN} - \overrightarrow{AM} = \vec{a} - \frac{1}{2}\vec{b} + \frac{1}{2}\vec{c} \Rightarrow |\overrightarrow{MN}| = \sqrt{a^2 + \frac{1}{4}a^2 + \frac{1}{4}a^2} = \frac{a\sqrt{3}}{\sqrt{2}}$$

$$\overrightarrow{AC'} = \overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AD} + \overrightarrow{AA'} = \vec{a} + \vec{b} + \vec{c} \Rightarrow |\overrightarrow{AC'}| = \sqrt{a^2 + a^2 + a^2} = a\sqrt{3}$$

$$\overrightarrow{AC'} \cdot \overrightarrow{MN} = a^2 - \frac{1}{2}a^2 + \frac{1}{2}a^2 = a^2$$

$$\cos(MN; AC') = \left| \cos(\overrightarrow{MN}; \overrightarrow{AC'}) \right| = \frac{|\overrightarrow{MN} \cdot \overrightarrow{AC'}|}{|\overrightarrow{MN}| \cdot |\overrightarrow{AC'}|} = \frac{\sqrt{2}}{3}.$$

Câu 35. [2D1-3] Tìm tất cả giá trị thực của tham số m để đường thẳng $(d): y = mx - m - 1$ cắt đồ thị $(C): y = x^3 - 3x^2 + 1$ tại 3 điểm A, B, C phân biệt (B thuộc đoạn AC), sao cho tam giác AOC cân tại O (với O là gốc tọa độ).

A. $m = -2$.

B. $m = 2$.

C. $m = -1$.

D. $m = 1$.

Lời giải

Chọn D.

Phương trình hoành độ giao điểm của (d) và (C)

$$x^3 - 3x^2 + 1 = mx - m - 1 \Leftrightarrow x^3 - 3x^2 - mx + m - 2 = 0 \Leftrightarrow (x-1)(x^2 - 2x - m - 2) = 0 (*)$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} x-1=0 \\ x^2 - 2x - m - 2 = 0 (**) \end{cases}$$

Để (d) cắt (C) tại ba điểm phân biệt phân biệt A, B, C (B thuộc đoạn AC) thì phương trình $(*)$ có ba nghiệm phân biệt $\Leftrightarrow$ phương trình $(**)$ có hai nghiệm phân biệt khác 1.

$$\Leftrightarrow \begin{cases} \Delta' = 1 + m + 2 > 0 \\ 1 - 2 - m - 2 \neq 0 \end{cases} \Leftrightarrow m > -3. \text{ Khi đó } (**) \text{ có hai nghiệm là } x_1 = 1 - \sqrt{m+3}; x_2 = 1 + \sqrt{m+3}.$$

Rõ ràng $1 - \sqrt{m+3} < 1 < 1 + \sqrt{m+3}$ nên hoành độ của A và C là hai nghiệm của phương trình $(**)$. Đến đây ta dùng phương pháp thử là nhanh nhất.

$$\text{Với } m=1 \text{ thì phương trình } (**) \text{ trở thành } x^2 - 2x - 3 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x=-1 \\ x=3 \end{cases} \Rightarrow A(-1; -3); C(3; 1). \text{ Khi}$$

$$\text{đó } OA = \sqrt{10} = OC.$$

Vậy $m=1$ thỏa yêu cầu bài.

Câu 36. [2D1-3] Giá trị thực của tham số m để đồ thị hàm số $y = x^4 - 2mx^2 + m^4 + 2m$ có ba điểm cực trị là ba đỉnh của một tam giác có diện tích bằng $4\sqrt{2}$ thỏa mãn điều kiện nào dưới đây?

A. $m > 4$.

B. $m < -3$.

C. $0 < m < 4$.

D. $-3 < m < 0$.

Lời giải

Chọn C.

$$\text{Ta có } y' = 4x^3 - 4mx, y' = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x=0 \\ x^2=m \end{cases}. \text{ Hàm số có ba điểm cực trị khi và chỉ khi } m > 0.$$

Giả sử ba điểm cực trị của đồ thị hàm số là $A(0; m^4 + 2m)$, $B(-\sqrt{m}; m^4 - m^2 + 2m)$ và $C(\sqrt{m}; m^4 - m^2 + 2m)$. Gọi I là trung điểm của $BC \Rightarrow I(0; m^4 - m^2 + 2m)$. Diện tích tam giác ABC bằng $4\sqrt{2}$ nên

$$\frac{1}{2} AI \cdot BC = 4\sqrt{2} \text{ hay } \frac{1}{2} m^2 \cdot 2\sqrt{m} = 4\sqrt{2} \Leftrightarrow m^2 \sqrt{m} = 4\sqrt{2} \Leftrightarrow m = 2.$$

Câu 37 38 chuyên Trần Phú Hải Phòng – GV Hồ Thị Bình

Câu 37. [2H1-3] Xét khối lăng trụ tam giác $ABC.A'B'C'$. Mặt phẳng đi qua C' và các trung điểm của AA' , BB' chia khối lăng trụ thành hai phần có tỉ số thể tích bằng:

A. $\frac{1}{2}$.

B. $\frac{1}{3}$.

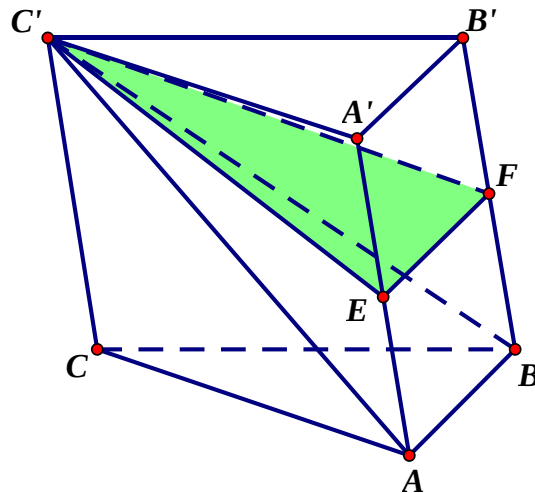
C. $\frac{2}{3}$.

D. 1.

Lời giải:

Chọn A.

Gọi thể tích khối lăng trụ $ABC.A'B'C'$ là $V = V_{ABC.A'B'C'} = S_{ABC} \cdot d(C'; (ABC))$, gọi trung điểm của AA' , BB' là E , F .



$$\text{Thể tích khối chóp } V_{C'.ABC} = \frac{1}{3} S_{ABC} \cdot d(C'; (ABC)) = \frac{V}{3}.$$

$$\text{Suy ra thể tích khối chóp } V_{C'.ABB'A'} = V_{ABC.A'B'C'} - V_{C'.ABC} = \frac{2V}{3}.$$

$$\text{Ta có: } S_{EFA'B'} = \frac{1}{2} S_{ABB'A'} \text{ nên } V_{C'.EFA'B'} = \frac{1}{2} V_{C'.ABB'A'} = \frac{V}{3}.$$

$$\text{Suy ra } V_{C'.CEFAB} = V_{ABC.A'B'C'} - V_{C'.EFA'B'} = \frac{2V}{3}. \text{ Vậy tỉ số thể tích hai phần bằng } \frac{1}{2}.$$

Câu 38. [2H2-2] Cho hình hộp chữ nhật $ABCD.A'B'C'D'$ có đáy là hình vuông cạnh a và cạnh bên bằng $2a$. Tính diện tích xung quanh S_{xq} của hình nón có đỉnh là tâm O của hình vuông $A'B'C'D'$ và đáy là hình tròn nội tiếp hình vuông $ABCD$.

A. $S_{xq} = \pi a^2 \sqrt{17}$.

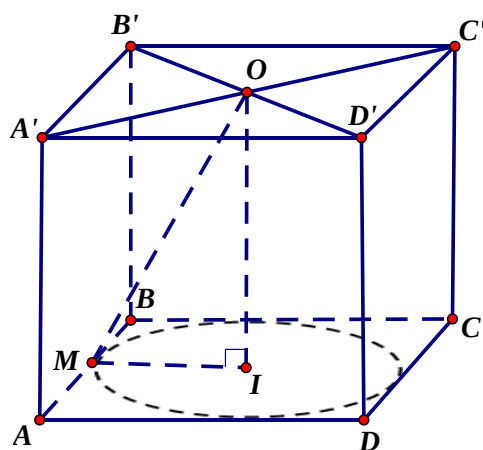
B. $S_{xq} = \frac{\pi a^2 \sqrt{17}}{2}$.

C. $S_{xq} = \frac{\pi a^2 \sqrt{17}}{4}$.

D. $S_{xq} = 2\pi a^2 \sqrt{17}$.

Lời giải:

Chọn C.

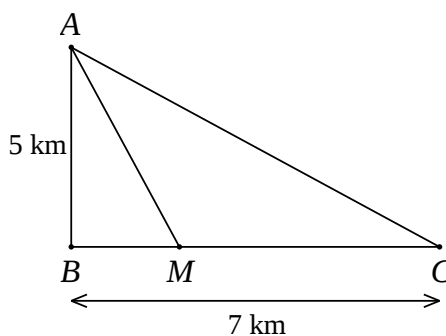


Bán kính đáy của hình nón: $R = \frac{a}{2}$.

Đường sinh của hình nón: $l = OM \Leftrightarrow l = \sqrt{MI^2 + OI^2} \Leftrightarrow l = \sqrt{\left(\frac{a}{2}\right)^2 + 4a^2} \Leftrightarrow l = a \frac{\sqrt{17}}{2}$.

Diện tích xung quanh của hình nón là $S = \pi \cdot R \cdot l \Leftrightarrow S = \pi \cdot \frac{a}{2} \cdot a \frac{\sqrt{17}}{2} \Leftrightarrow S = \frac{\pi a^2 \sqrt{17}}{4}$.

Câu 39. [2D1-4] Một ngọn hải đăng được đặt tại vị trí A cách bờ biển một khoảng $AB = 5$ km. Trên bờ biển có một cái kho ở vị trí C cách B một khoảng 7 km. Người canh hải đăng có thể chèo đò từ A đến địa điểm M trên bờ biển với vận tốc 4 km/h, rồi đi bộ đến C với vận tốc 6 km/h. Hỏi cần đặt vị trí của M cách B một khoảng bằng bao nhiêu km để người đó đến kho nhanh nhất?



A. 4,5 km.

B. 5,5 km.

C. $2\sqrt{5}$ km.

D. $\sqrt{5}$ km.

Lời giải

Chọn C.

Đặt $BM = x$ (đơn vị là km, $0 < x < 7$).

Thời gian chèo đò từ A đến M là $t_1 = \frac{AM}{4} = \frac{\sqrt{x^2 + 25}}{4}$.

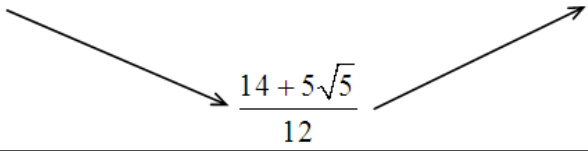
Thời gian đi bộ từ M đến C là $t_2 = \frac{MC}{6} = \frac{7-x}{6}$.

Tổng thời gian cần thiết là $t = t_1 + t_2 = \frac{\sqrt{x^2 + 25}}{4} + \frac{7-x}{6} = f(x)$.

Ta có $f'(x) = \frac{x}{4\sqrt{x^2 + 25}} - \frac{1}{6}$; $f'(x) = 0 \Leftrightarrow \frac{x}{4\sqrt{x^2 + 25}} = \frac{1}{6} \Leftrightarrow 2\sqrt{x^2 + 25} = 3x$

$$\Leftrightarrow 4x^2 + 100 = 9x^2 \Leftrightarrow x^2 = 20 \Leftrightarrow x = 2\sqrt{5}.$$

Bảng biến thiên:

t	0	$2\sqrt{5}$	7
$f'(t)$	-	0	+
$f(t)$			

Dựa vào bảng biến thiên ta suy ra: hàm số $f(x)$ đạt giá trị nhỏ nhất khi $x = 2\sqrt{5}$.

Vậy cần đặt vị trí của M cách B một khoảng là $2\sqrt{5}$ km.

Câu 40. [1H2-3] Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy là hình bình hành tâm O . Gọi M, N, P lần lượt là trung điểm của SB, SD và OC . Gọi giao điểm của (MNP) với SA là K . Tỉ số $\frac{KS}{KA}$ là:

A. $\frac{2}{5}$.

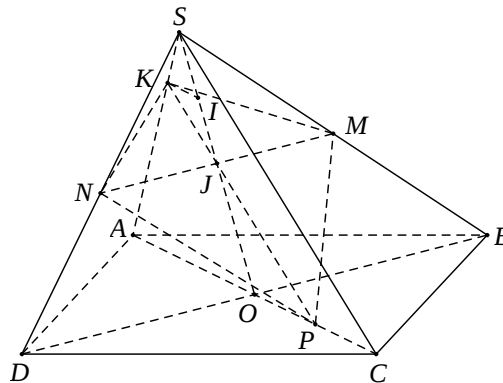
B. $\frac{1}{3}$.

C. $\frac{1}{4}$.

D. $\frac{1}{2}$.

Lời giải

Chọn B.



Gọi $J = SO \cap MN$, $K = SA \cap PJ$ thì $K = SA \cap (MNP)$.

Vì M, N lần lượt là trung điểm của SB, SD nên J là trung điểm của SO .

Áp dụng định lí Menelaus vào tam giác SAO với cát tuyến là KP , ta có:

$$\frac{SK}{KA} \cdot \frac{AP}{PO} \cdot \frac{OJ}{JS} = 1 \Leftrightarrow \frac{SK}{KA} \cdot 3 \cdot 1 = 1 \Leftrightarrow \frac{KS}{KA} = \frac{1}{3}.$$

Vậy $\frac{KS}{KA} = \frac{1}{3}$.

Câu 41. [1H3-3] Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình thoi cạnh a . Biết rằng tứ diện $SABD$ là tứ diện đều cạnh a . Tính khoảng cách giữa 2 đường thẳng BD và SC .

A. $\frac{3a\sqrt{3}}{4}$.

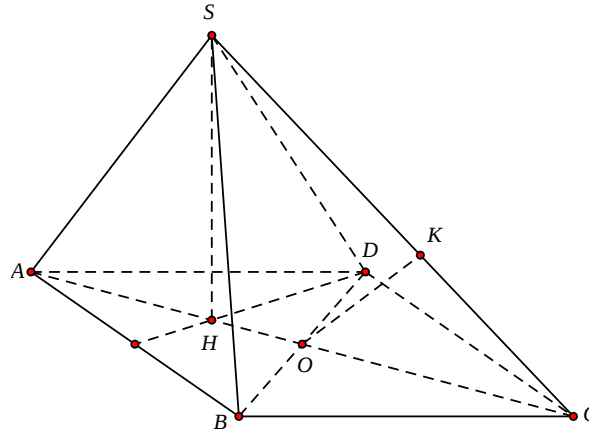
B. $\frac{a}{2}$.

C. $\frac{a\sqrt{3}}{4}$.

D. $\frac{a\sqrt{3}}{2}$.

Lời giải

Chọn B.



• Gọi H là tâm tam giác đều ABD , $O = AC \cap BD$.

Ta có $SH \perp (ABCD) \Rightarrow$ Ta có $\begin{cases} BD \perp AC \\ BD \perp SH \end{cases} \Rightarrow BD \perp (SAC)$.

Do đó kẻ OK vuông góc với SC tại K thì OK là đoạn vuông góc chung của BD và SC
 $\Rightarrow d(BD; SC) = OK$.

$$\bullet \sin SCH = \frac{SH}{SC} = \frac{OK}{OC} \Rightarrow OK = \frac{OC \cdot SH}{SC}.$$

$$AO = \frac{a\sqrt{3}}{2} \Rightarrow OC = \frac{a\sqrt{3}}{2}$$

$$AH = \frac{2}{3}AO = \frac{2}{3} \cdot \frac{a\sqrt{3}}{2} = \frac{a\sqrt{3}}{3} \Rightarrow SH^2 = a^2 - \frac{3a^2}{9} = \frac{6a^2}{9} \Rightarrow SH = \frac{a\sqrt{6}}{3}.$$

$$HC = OH + OC = \frac{4}{3}OC = \frac{4}{3} \cdot \frac{a\sqrt{3}}{2} = \frac{2a\sqrt{3}}{3} \Rightarrow SC^2 = \frac{6a^2}{9} + \frac{12a^2}{9} = 2a^2 \Rightarrow SC = a\sqrt{2}.$$

$$\text{Vậy } d(BD; SC) = OK = \frac{a\sqrt{3}}{2} \cdot \frac{a\sqrt{6}}{3} \cdot \frac{1}{a\sqrt{2}} = \frac{a}{2}.$$

Câu 42. [1D1-3] Phương trình $\frac{\sin x}{x} = \frac{1}{2}$ có bao nhiêu nghiệm ?

A. Vô số nghiệm.

B. Vô nghiệm.

C. 3 nghiệm phân biệt.

D. 2 nghiệm phân biệt.

Lời giải

Chọn D.

Điều kiện $x \neq 0$. Phương trình $\Leftrightarrow 2\sin x = x$. Do $-1 \leq \sin x \leq 1 \Rightarrow x \in [-2; 2] \setminus \{0\}$.

Đặt $f(x) = 2\sin x - x$ có $f'(x) = 2\cos x - 1$; $f'(x) = 0 \Leftrightarrow \cos x = \frac{1}{2} \Leftrightarrow x = \pm \frac{\pi}{3} + k2\pi$.

Do $x \in [-2; 2] \setminus \{0\}$ nên phương trình $f'(x) = 0$ có 2 nghiệm $x = \pm \frac{\pi}{3} \Rightarrow$ phương trình

$f(x) = 0$ có tối đa 3 nghiệm.

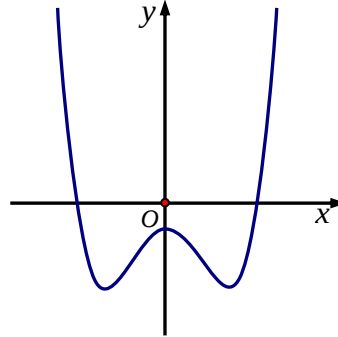
Ta có $f(0) = 0$; $f\left(\frac{\pi}{2}\right) = 2 - \frac{\pi}{2} > 0$; $f(2) = 2\sin 2 - 2 < 0 \Rightarrow f\left(\frac{\pi}{2}\right) \cdot f(2) < 0 \Rightarrow$ phương trình

$f(x) = 0$ có ít nhất 1 nghiệm $x_1 \in \left(\frac{\pi}{2}; 2\right)$.

Tương tự $f\left(-\frac{\pi}{2}\right) = \frac{\pi}{2} - 2 < 0$; $f(-2) = 2 - 2\sin 2 > 0$ nên phương trình $x_2 \in \left(-2; -\frac{\pi}{2}\right)$.

Do $x \neq 0$ nên phương trình $\frac{\sin x}{x} = \frac{1}{2}$ có đúng 2 nghiệm phân biệt.

Câu 43. [2D1-2] Từ đồ thị hàm số $y = ax^4 + bx^2 + c$ (a khác 0) được cho dạng như hình vẽ, ta có



A. $a > 0, b < 0, c < 0$.

B. $a > 0, b > 0, c < 0$.

C. $a < 0, b > 0, c < 0$.

D. $a > 0, b < 0, c > 0$.

Lời giải

Chọn A.

Đồ thị có dạng quay lên nên $a > 0$.

Đồ thị hàm số cắt trục tung tại điểm có tung độ nhỏ hơn 0 nên $c < 0$.

Do đồ thị hàm số có ba điểm cực trị nên $a.b < 0 \Rightarrow b < 0$.

Câu 44. [2H1-2] Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình thoi cạnh a , góc $BAD = 60^\circ$, gọi I là giao điểm của AC và BD . Hình chiếu vuông góc của S trên mặt phẳng $(ABCD)$ là trung điểm H của đoạn BI . Góc giữa SC và $(ABCD)$ bằng 45° . Thể tích khối chóp $S.ABCD$ là

A. $\frac{a^3\sqrt{39}}{12}$.

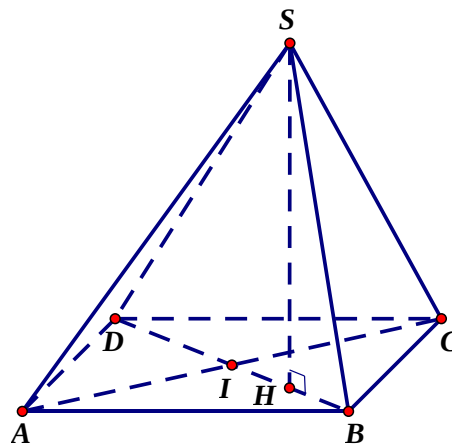
B. $\frac{a^3\sqrt{39}}{24}$.

C. $\frac{a^3\sqrt{39}}{8}$.

D. $\frac{a^3\sqrt{39}}{48}$.

Lời giải

Chọn B.



Tam giác BAD cân có $BAD = 60^\circ$ nên $\triangle BAD$ đều cạnh a . Từ đó suy ra $AI = CI = \frac{a\sqrt{3}}{2}$ và

$$IH = \frac{1}{2}BI = \frac{a}{4}.$$

Trong tam giác vuông CIH có $CH = \sqrt{CI^2 + IH^2} = \sqrt{\frac{3a^2}{4} + \frac{a^2}{16}} = \frac{a\sqrt{13}}{4}$.

Do $SH \perp (ABCD)$ nên góc giữa SC và $(ABCD)$ là góc $SCH \Rightarrow SCH = 45^\circ$. Vậy tam giác

SHC vuông cân $\Rightarrow SH = CH = \frac{a\sqrt{13}}{4}$.

Vậy $V_{S.ABCD} = \frac{1}{3} \cdot SH \cdot S_{ABCD} = \frac{1}{3} \cdot \frac{a\sqrt{13}}{4} \cdot \frac{1}{2} \cdot a \cdot a \cdot \sin 60^\circ = \frac{a^3\sqrt{39}}{24}$.

Câu 45. [2D2-2] Cho hàm số $y = x[\cos(\ln x) + \sin(\ln x)]$. Khẳng định nào sau đây **đúng**?

A. $x^2 y'' + xy' - 2y = 0$.

B. $x^2 y'' - xy' - 2y = 0$.

C. $x^2 y'' - xy' + 2y = 0$.

D. $x^2 y' - xy'' + 2y = 0$.

Lời giải

Chọn C.

Ta có: $y' = \cos(\ln x) + \sin(\ln x) + x \left[-\frac{\sin(\ln x)}{x} + \frac{\cos(\ln x)}{x} \right]$

$= \cos(\ln x) + \sin(\ln x) - \sin(\ln x) + \cos(\ln x) = 2\cos(\ln x)$.

Suy ra: $y'' = -\frac{2\sin(\ln x)}{x}$.

Ta có:

➤ $x^2 y'' + xy' - 2y = -2x\sin(\ln x) + 2x\cos(\ln x) - 2x[\cos(\ln x) + \sin(\ln x)] = -4x\sin(\ln x)$.

Vậy A sai.

➤ $x^2 y'' - xy' - 2y = -2x\sin(\ln x) - 2x\cos(\ln x) - 2x[\cos(\ln x) + \sin(\ln x)]$
 $= -4x[\cos(\ln x) + \sin(\ln x)]$.

Vậy B sai.

➤ $x^2 y'' - xy' + 2y = -2x\sin(\ln x) - 2x\cos(\ln x) + 2x[\cos(\ln x) + \sin(\ln x)] = 0$.

Vậy C đúng.

➤ $x^2 y' - xy'' + 2y = 2x^2 \cos(\ln x) + 2\sin(\ln x) + 2x[\cos(\ln x) + \sin(\ln x)] \neq 0$.

Vậy D sai.

Câu 46. [2D1-3] Tìm tất cả giá trị thực của tham số m để phương trình $|x^3 - 3x^2 + 2| - m = 1$ có 6 nghiệm phân biệt.

A. $-2 < m < 0$.

B. $1 < m < 3$.

C. $0 < m < 2$.

D. $-1 < m < 1$.

Lời giải

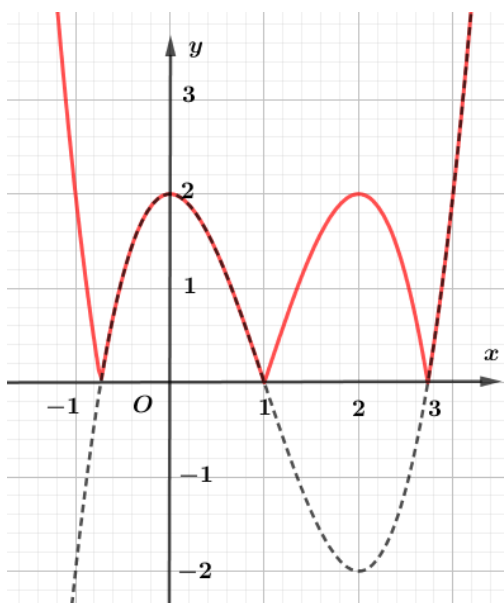
Chọn D.

Ta có: $|x^3 - 3x^2 + 2| - m = 1 \Leftrightarrow |x^3 - 3x^2 + 2| = m + 1 (*)$.

Số nghiệm của phương trình (*) bằng số điểm chung giữa đồ thị (C) của hàm số

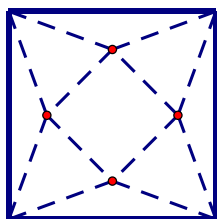
$y = |x^3 - 3x^2 + 2|$ và đường thẳng $d: y = m + 1$.

Đồ thị hàm số (C) có được bằng cách lấy đối xứng phần đồ thị hàm số $y = x^3 - 3x^2 + 2$ nằm phía dưới trục hoành qua trục hoành, ta được đồ thị hàm số (nét liền) như hình vẽ bên dưới.



Dựa vào đồ thị hàm số ta thấy đường thẳng $y = m + 1$ có 6 điểm chung với đồ thị hàm số (C) khi và chỉ khi $0 < m + 1 < 2 \Leftrightarrow -1 < m < 1$.

Câu 47. [2H1-4] Cho một tấm bìa hình vuông cạnh 50cm. Để làm một mô hình kim tự tháp Ai cập , người ta cắt bỏ 4 tam giác cân bằng nhau có cạnh đáy chính là cạnh của hình vuông rồi gấp lên , ghép lại thành một hình chóp tứ giác đều . Để mô hình có thể tích lớn nhất thì cạnh đáy của mô hình bằng :



A. $20\sqrt{2}$ cm.

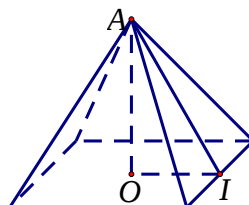
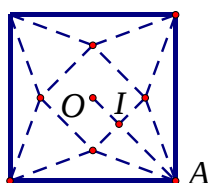
B. $15\sqrt{2}$ cm.

C. $10\sqrt{2}$ cm.

D. $25\sqrt{2}$ cm.

Lời giải

Chọn A.



Gọi cạnh đáy của mô hình là x với $x > 0$. Ta có $AI = AO - IO = 25\sqrt{2} - \frac{x}{2}$.

Chiều cao của hình chóp : $h = \sqrt{AI^2 - OI^2} = \sqrt{\left(25\sqrt{2} - \frac{x}{2}\right)^2 - \left(\frac{x}{2}\right)^2} = \sqrt{1250 - 25\sqrt{2}x}$.

Thể tích của khối chóp bằng $V = \frac{1}{3} \cdot x^2 \cdot \sqrt{1250 - 25\sqrt{2}x} = \frac{1}{3} \cdot \sqrt{1250x^4 - 25\sqrt{2}x^5}$.

Điều kiện $1250 - 25\sqrt{2}x > 0 \Rightarrow x < 25\sqrt{2}$.

Xét hàm số $y = \frac{1}{3} \cdot \sqrt{1250x^4 - 25\sqrt{2}x^5}$ với $0 < x < 25\sqrt{2}$.

Ta có $y' = \frac{1}{3} \cdot \frac{5000x^3 - 125\sqrt{2}x^4}{2\sqrt{1250x^4 - 25\sqrt{2}x^3}}$.

Có $y' = 0 \Rightarrow 5000x^3 - 125\sqrt{2}x^4 = 0 \Rightarrow x = 20\sqrt{2}$.

Bảng biến thiên

x	0	$20\sqrt{2}$	$25\sqrt{2}$
y'		+	-
y	0	$\frac{4000\sqrt{10}}{3}$	0

Vậy để mô hình có thể tích lớn nhất thì cạnh đáy của mô hình bằng $20\sqrt{2}$ cm.

Câu 48. [1H3-3] Cho hình chóp $S.ABCD$ với đáy $ABCD$ là hình thang vuông tại A , đáy lớn $AD = 8$, đáy nhỏ $BC = 6$. SA vuông góc với đáy, $SA = 6$. Gọi M là trung điểm của AB . (P) là mặt phẳng qua M và vuông góc với AB . Thiết diện của hình chóp $S.ABCD$ cắt bởi mặt phẳng (P) có diện tích bằng:

A. 20.

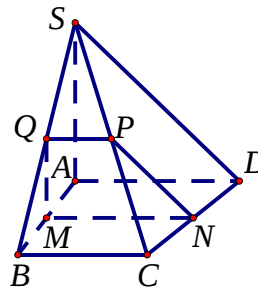
B. 15.

C. 30.

D. 16.

Lời giải

Chọn B.



Ta có $\left. \begin{matrix} AB \perp SA \\ AB \perp AD \end{matrix} \right\} \Rightarrow AB \perp (SAD)$. Mà (P) qua M và vuông góc với AB nên $(P) \parallel (SAD)$

$\Rightarrow (P) \parallel SA, (P) \parallel AD$ và $(P) \parallel SD$.

Trong mặt phẳng (SAB) kẻ $MQ \parallel SA$ với $Q \in SB$.

Trong mặt phẳng $(ABCD)$ kẻ $MN \parallel AD$ với $N \in CD$.

Trong mặt phẳng (SCD) kẻ $NP \parallel SD$ với $P \in SC$.

Vì M là trung điểm của AB nên N, P, Q lần lượt là trung điểm của các cạnh CD, SC, SB . Do đó thiết diện là hình thang $MNPQ$ vuông tại Q và M .

Ta có $MN = \frac{1}{2}(AD + BC) = \frac{1}{2}(8 + 6) = 7$, $MQ = \frac{1}{2}SA = 3$ và $PQ = \frac{1}{2}BC = 3$.

Vậy diện tích của thiết diện là: $S_{MNPQ} = \frac{(MN + PQ) \cdot QM}{2} = \frac{(7 + 3) \cdot 3}{2} = 15$.

Câu 49. [1H2-3] Cho hình hộp $ABCD.A'B'C'D'$, gọi M là trung điểm CD , (P) là mặt phẳng đi qua M và song song với $B'D$ và CD' . Thiết diện của hình hộp cắt bởi mặt phẳng (P) là hình gì?

A. Ngũ giác.

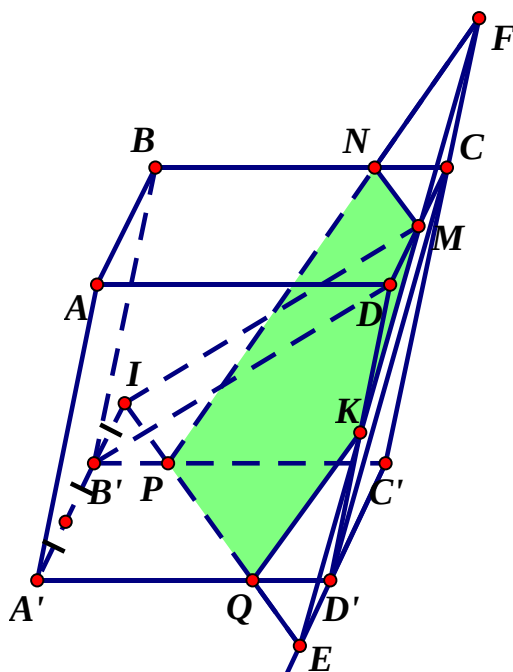
B. Tứ giác.

C. Tam giác.

D. Lục giác.

Lời giải

Chọn D.



* Gọi I là điểm thuộc $A'B'$ sao cho $\overline{AI} = \frac{3}{2} \overline{A'B'}$, gọi K là trung điểm của DD' . Ta có:

$$\begin{cases} MI \parallel DB' \\ MK \parallel CD' \end{cases} \Rightarrow (P) \equiv (MIK)$$

* Gọi $E = MK \cap C'D'$, $F = MK \cap CC'$.

* Gọi $P = IE \cap B'C'$, $Q = IE \cap A'D'$, $N = PF \cap BC$.

* Thiết diện của hình hộp $ABCD.A'B'C'D'$ cắt bởi mặt phẳng (P) là ngũ giác $MNPQK$.

Câu 50. [2D1-2] Tìm tất cả giá trị thực của tham số m để đồ thị hàm số $y = \frac{x-2}{x^2-mx+1}$ có đúng 3 đường tiệm cận.

A. $\begin{cases} m > 2 \\ m \neq \frac{5}{2} \\ m < -2 \end{cases}$

B. $\begin{cases} m > 2 \\ m < -2 \\ m \neq -\frac{5}{2} \end{cases}$

C. $\begin{cases} m > 2 \\ m < -2 \end{cases}$

D. $-2 < m < 2$.

Lời giải

Chọn A.

* ĐKXĐ: $x^2 - mx + 1 \neq 0$.

* Ta có: $\lim_{x \rightarrow \infty} y = 0 \Rightarrow y = 0$ luôn là đường tiệm cận ngang của đồ thị hàm số.

* Để đồ thị hàm số có ba đường tiệm cận $\Leftrightarrow$ Đồ thị hàm số có 2 đường tiệm cận đứng $\Leftrightarrow$ phương trình $x^2 - mx + 1 = 0$ có hai nghiệm phân biệt đều khác 2 $\Leftrightarrow$ Điều kiện là:

$$\begin{cases} \Delta = m^2 - 4 > 0 \\ 4 - 2m + 1 \neq 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m > 2 \\ m \neq \frac{5}{2} \\ m < -2 \end{cases}$$

-----HẾT-----