

SỞ GD&ĐT HÀ NỘI
TRƯỜNG THPT
LƯƠNG THẾ VINH

KỲ THI THỬ THPT QUỐC GIA 2018 LẦN 1

Bài thi: TOÁN

Thời gian làm bài: 90 phút, không kể thời gian phát đề

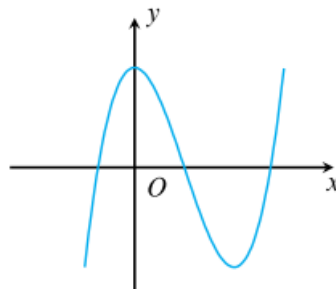
(Đề thi gồm 05 trang)

Mã đề thi 101

(Thí sinh không được sử dụng tài liệu)

- Câu 1.** [2D1-3] Đồ thị hàm số $y = \sqrt{4x^2 + 4x + 3} - \sqrt{4x^2 + 1}$ có bao nhiêu tiệm cận ngang?
A. 2. B. 0. C. 1. D. 3.
- Câu 2.** [2H1-2] Cho lăng trụ tam giác $ABC.A'B'C'$ có đáy là tam giác đều cạnh a . Độ dài cạnh bên bằng $4a$. Mặt phẳng $(BCC'B')$ vuông góc với đáy và $B'BC = 30^\circ$. Thể tích khối chóp $ACC'B'$ là:
A. $\frac{a^3\sqrt{3}}{2}$. B. $\frac{a^3\sqrt{3}}{12}$. C. $\frac{a^3\sqrt{3}}{18}$. D. $\frac{a^3\sqrt{3}}{6}$.
- Câu 3.** [2H3-2] Trong không gian $Oxyz$, cho mặt cầu $(S): (x-2)^2 + (y+1)^2 + (z+2)^2 = 4$ và mặt phẳng $(P): 4x - 3y - m = 0$. Tìm tất cả các giá trị thực của tham số m để mặt phẳng (P) và mặt cầu (S) có đúng 1 điểm chung.
A. $m = 1$. B. $m = -1$ hoặc $m = -21$.
C. $m = 1$ hoặc $m = 21$. D. $m = -9$ hoặc $m = 31$.
- Câu 4.** [2D3-1] Khẳng định nào sau đây là khẳng định sai?
A. $\int kf(x)dx = \int f(x)dx$ với $k \in \mathbb{R}$.
B. $\int [f(x) + g(x)]dx = \int f(x)dx + \int g(x)dx$ với $f(x); g(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$.
C. $\int x^\alpha dx = \frac{1}{\alpha+1} x^{\alpha+1}$ với $\alpha \neq -1$.
D. $(\int f(x)dx)' = f(x)$.
- Câu 5.** [2H1-2] Cho hình chóp $S.ABCD$ có thể tích V . Gọi M, N lần lượt là trung điểm của SA, MC . Thể tích của khối chóp $N.ABCD$ là
A. $\frac{V}{6}$. B. $\frac{V}{4}$. C. $\frac{V}{2}$. D. $\frac{V}{3}$.
- Câu 6.** [2D2-2] Tập nghiệm của bất phương trình $\log_{\frac{1}{3}}(x-1) + \log_3(11-2x) \geq 0$ là
A. $S = (1; 4]$. B. $S = (-\infty; 4]$. C. $S = \left(3; \frac{11}{2}\right)$. D. $S = (1; 4)$.

- Câu 7:** [2D3-2] Biết $\int_0^4 x \ln(x^2 + 9) dx = a \ln 5 + b \ln 3 + c$, trong đó a, b, c là các số nguyên. Giá trị của biểu thức $T = a + b + c$ là
A. $T = 10$. **B.** $T = 9$. **C.** $T = 8$. **D.** $T = 11$.
- Câu 8:** [2D1-2] Số điểm cực trị của hàm số $y = (x-1)^{2017}$ là
A. 0. **B.** 2017. **C.** 1. **D.** 2016.
- Câu 9:** [2H3-1] Trong không gian $Oxyz$, cho vector $\vec{a}$ biểu diễn của các vector đơn vị là $\vec{a} = 2\vec{i} + \vec{k} - 3\vec{j}$. Tọa độ của vector $\vec{a}$ là
A. $(1; 2; -3)$. **B.** $(2; -3; 1)$. **C.** $(2; 1; -3)$. **D.** $(1; -3; 2)$.
- Câu 10:** [2D2-1] Hàm số nào trong bốn hàm số liệt kê ở dưới nghịch biến trên các khoảng xác định của nó?
A. $y = \left(\frac{1}{3}\right)^{-x}$. **B.** $y = \left(\frac{e}{2}\right)^{-2x+1}$. **C.** $y = \left(\frac{3}{e}\right)^x$. **D.** $y = 2017^x$.
- Câu 11:** số $y = \frac{x+3}{x-1}$ tại hai điểm phân biệt A, B . Tính độ dài đoạn thẳng AB .
A. $AB = \sqrt{34}$. **B.** $AB = 8$. **C.** $AB = 6$. **D.** $AB = \sqrt{17}$.
- Câu 12:** [2D2-1] Tìm tập xác định D của hàm số $y = e^{x^2+2x}$.
A. $D = \mathbb{R}$. **B.** $D = [0; 2]$. **C.** $D = \mathbb{R} \setminus \{0; 2\}$. **D.** $D = \emptyset$.
- Câu 3:** [2D2-2] Tìm tập nghiệm S của phương trình $4^{\frac{x+1}{2}} - 5 \cdot 2^x + 2 = 0$.
A. $S = \{-1; 1\}$. **B.** $S = \{-1\}$. **C.** $S = \{1\}$. **D.** $S = (-1; 1)$.
- Câu 4:** [2D2-1] Giải phương trình $\log_{\frac{1}{2}}(x-1) = -2$.
A. $x = 2$. **B.** $x = \frac{5}{2}$. **C.** $x = \frac{3}{2}$. **D.** $x = 5$.
- Câu 5:** [2H3-2] Trong không gian $Oxyz$, phương trình của mặt phẳng (P) đi qua điểm $B(2; 1; -3)$, đồng thời vuông góc với hai mặt phẳng $(Q): x + y + 3z = 0$, $(R): 2x - y + z = 0$ là
A. $4x + 5y - 3z + 22 = 0$. **B.** $4x - 5y - 3z - 12 = 0$.
C. $2x + y - 3z - 14 = 0$. **D.** $4x + 5y - 3z - 22 = 0$.
- Câu 6:** [2D1-2] Đường cong trong hình vẽ bên là đồ thị của hàm số nào trong các hàm số dưới đây?



A. $y = -x^3 + 3x^2 + 2$. B. $y = x^3 - 3x + 2$. C. $y = -x^4 + 2x^2 - 2$. D. $y = x^3 - 3x^2 + 2$.

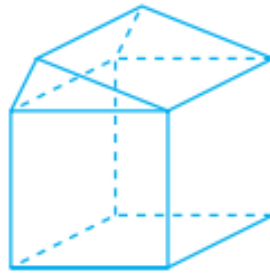
Câu 17. [2D2-2] Giá trị lớn nhất của hàm số $y = (x-2)^2 e^x$ trên $[1; 3]$ là

A. e . B. 0 . C. e^3 . D. e^4 .

Câu 18. [2D1-2] Tìm tất cả các giá trị thực của tham số m để hàm số $y = \frac{m}{3}x^3 - (m+1)x^2 + (m-2)x - 3m$ nghịch biến trên khoảng $(-\infty; +\infty)$.

A. $\frac{-1}{4} \leq m < 0$. B. $m \leq -\frac{1}{4}$. C. $m < 0$. D. $m > 0$.

Câu 19. [2H1-1] Hình vẽ bên dưới có bao nhiêu mặt



A. 10. B. 7. C. 9. D. 4.

Câu 20. [2D2-1] Tập nghiệm S của bất phương trình $5^{x+2} < \left(\frac{1}{25}\right)^{-x}$ là

A. $S = (-\infty; 2)$. B. $S = (-\infty; 1)$. C. $S = (1; +\infty)$. D. $S = (2; +\infty)$.

Câu 21. [2D3-3] Biết $f(x)$ là hàm liên tục trên $\mathbb{R}$ và $\int_0^9 f(x)dx = 9$. Khi đó giá trị của $\int_1^4 f(3x-3)dx$ là

A. 27. B. 3. C. 24. D. 0.

Câu 22. [2D1-1] Cho hàm số $y = \frac{2x+1}{x-2}$. Khẳng định nào dưới đây là đúng?

A. Đồ thị hàm số có tiệm cận đứng là $x = 2$. B. Hàm số có cực trị.
C. Đồ thị hàm số đi qua điểm $A(1; 3)$. D. Hàm số nghịch biến trên $(-\infty; 2) \cup (2; +\infty)$.

Câu 23. [2D1-1] Hàm số $y = x^3 - 3x$ nghịch biến trên khoảng nào?

A. $(-\infty; -1)$. B. $(-\infty; +\infty)$. C. $(-1; 1)$. D. $(0; +\infty)$.

Câu 24. [2D2-1] Hàm số $y = \log_2(x^2 - 2x)$ đồng biến trên

A. $(1; +\infty)$. B. $(-\infty; 0)$. C. $(-1; 1)$. D. $(0; +\infty)$.

Câu 21. [2D1-3] Cho hàm số $y = x^3 - 3x^2 + 6x + 5$. Tiếp tuyến của đồ thị hàm số có hệ số góc nhỏ nhất có phương trình là

A. $y = 3x + 9$. B. $y = 3x + 3$. C. $y = 3x + 12$. D. $y = 3x + 6$.

Câu 22: [2H2-2]. Tam giác ABC vuông cân đỉnh A có cạnh huyền là 2. Quay tam giác ABC quanh trục BC thì được khối tròn xoay có thể tích là

- A. $\frac{2\sqrt{2}}{3}\pi$. B. $\frac{4}{3}\pi$. C. $\frac{2}{3}\pi$. D. $\frac{1}{3}\pi$.

Câu 23: [2D3-3]. Có bao nhiêu số thực b thuộc khoảng $(\pi; 3\pi)$ sao cho $\int_{\pi}^b 4\cos 2x dx = 1$?

- A. 8. B. 2. C. 4. D. 6.

Câu 24: [2H2-3]. Cho hình trụ có diện tích toàn phần là 4π và có thiết diện cắt bởi mặt phẳng qua trục là hình vuông. Tính thể tích khối trụ?

- A. $\frac{\pi\sqrt{6}}{9}$. B. $\frac{4\pi\sqrt{6}}{9}$. C. $\frac{\pi\sqrt{6}}{12}$. D. $\frac{4\pi}{9}$.

Câu 25: [2D2-1] Tìm giá trị thực của tham số m để hàm số $y = (x^2 + m)^{\sqrt{2}}$ có tập xác định là $\mathbb{R}$.

- A. mọi giá trị m . B. $m \neq 0$. C. $m > 0$. D. $m \geq 0$.

Câu 26: [2D1-1] Hàm số nào trong bốn hàm số được liệt kê dưới đây không có cực trị?

- A. $y = \frac{2x-1}{x+1}$. B. $y = x^4$. C. $y = -x^3 + x$. D. $y = |x|$.

Câu 27: [2D3-4] Một ô tô chuyển động nhanh dần đều với vận tốc $v(t) = 7t$ (m/s). Đi được 5 (s) người lái xe phát hiện chướng ngại vật và phanh gấp, ô tô tiếp tục chuyển động chậm dần đều với gia tốc $a = -35$ (m/s²). Tính quãng đường của ô tô đi được từ lúc bắt đầu chuyển bánh cho đến khi dừng hẳn?

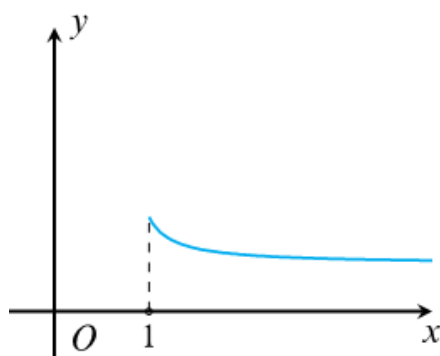
- A. 87.5 mét. B. 96.5 mét. C. 102.5 mét. D. 105 mét.

Câu 28: [2D3-3] Cho hàm số $y = f(x) = 2018 \ln \left(e^{\frac{x}{2018}} + \sqrt{e} \right)$. Tính giá trị biểu thức

$$T = f'(1) + f'(2) + \dots + f'(2017).$$

- A. $T = \frac{2019}{2}$. B. $T = 1009$. C. $T = \frac{2017}{2}$. D. $T = 1008$.

Câu 33: [2H3-1] Hỏi có bao nhiêu cặp số nguyên dương $(a; b)$ để hàm số $y = \frac{2x-a}{4x-b}$ có đồ thị trên $(1; +\infty)$ như hình vẽ dưới đây?



A. 1. B. 4. C. 2. D. 3.

Câu 34. [2H3-1] Cho hình chóp tứ giác đều $S.ABCD$ có cạnh đáy bằng a . Tam giác SAB có diện tích bằng $2a^2$. Thể tích của khối nón có đỉnh S và đường tròn đáy nội tiếp tứ giác $ABCD$.

A. $\frac{\pi a^3 \sqrt{7}}{8}$. B. $\frac{\pi a^3 \sqrt{7}}{7}$. C. $\frac{\pi a^3 \sqrt{7}}{4}$. D. $\frac{\pi a^3 \sqrt{15}}{24}$.

Câu 35. [2H3-1] Cho $a, b, c > 1$. Biết rằng biểu thức $P = \log_a(bc) + \log_b(ac) + 4\log_c(ab)$ đạt giá trị nhất m khi $\log_b c = n$. Tính giá trị $m+n$.

A. $m+n=12$. B. $m+n=\frac{25}{2}$. C. $m+n=14$. D. $m+n=10$.

Câu 36. [2H3-2] Tìm tất cả các giá trị thực của tham số m để phương trình $x^3 - 3x^2 - m^3 + 3m^2 = 0$ có ba nghiệm phân biệt.

A. $m=2$. B. $m \in (-1; 3)$. C. $m \in (-1; +\infty)$. D. $m \in (-1; 3) \setminus \{0, 2\}$.

Câu 37. [2D1-3] Cho hàm số $y = x^4 - 3x^2 - 2$. Tìm số thực dương m để đường thẳng $y = m$ cắt đồ thị hàm số tại 2 điểm phân biệt A, B sao cho tam giác OAB vuông tại O , trong đó O là gốc tọa độ.

A. $m=2$. B. $m=\frac{3}{2}$. C. $m=3$. D. $m=1$.

Câu 38. [2D2-3] Số giá trị nguyên của m để phương trình $(m+1).16^x - 2(2m-3).4^x + 6m+5 = 0$ có 2 nghiệm trái dấu là

A. 2. B. 0. C. 1. D. 3.

Câu 39. Cho hàm số $y = \frac{x-1}{2x-3}$. Gọi I là giao điểm của hai tiệm cận của đồ thị hàm số. Khoảng cách từ I đến tiếp tuyến của đồ thị hàm số đã cho đạt giá trị lớn nhất bằng

A. $d = \frac{1}{\sqrt{2}}$. B. $d=1$. C. $d=\sqrt{2}$. D. $d=\sqrt{5}$.

Câu 40. [2H1-2] Cho hình chóp $S.ABCD$ có $SA \perp (ABCD)$, $ABCD$ là hình chữ nhật. $SA = AD = 2a$. Góc giữa (SBC) và mặt đáy $(ABCD)$ là 60° . Gọi G là trọng tâm tam giác SBC . Tính thể tích khối chóp $S.AGD$ là

A. $\frac{32a^3\sqrt{3}}{27}$. B. $\frac{8a^3\sqrt{3}}{27}$. C. $\frac{4a^3\sqrt{3}}{9}$. D. $\frac{16a^3}{9\sqrt{3}}$.

Câu 7: [2D3-3] Biết $\int_1^e \frac{(x+1)\ln x + 2}{1+x\ln x} dx = a.e + b\ln\left(\frac{e+1}{e}\right)$ trong đó a, b là các số nguyên. Khi đó tỷ số $\frac{a}{b}$ là:

A. $\frac{1}{2}$. B. 1. C. 3. D. 2.

Câu 8: [2H2-4] Cho hình chóp $S.ABC$ có $SA = SB = SC = 2a$ và tam giác ABC có góc A bằng 120° và $BC = 2a$. Tính bán kính mặt cầu ngoại tiếp hình chóp theo a .

A. $\frac{a\sqrt{3}}{2}$. B. $\frac{2a\sqrt{3}}{3}$. C. $\frac{a\sqrt{6}}{6}$. D. $\frac{a\sqrt{6}}{2}$.

Câu 9: [2H3-3] Trong không gian $Oxyz$, cho mặt phẳng (P) đi qua điểm $M(1;2;3)$ và cắt các trục Ox , Oy , Oz lần lượt tại các điểm A , B , C (khác O). Viết phương trình mặt phẳng (P) sao cho M là trọng tâm của tam giác ABC .

A. $6x+3y-2z-6=0$.

B. $x+2y+3z-14=0$.

C. $x+2y+3z-11=0$.

D. $\frac{x}{1}+\frac{y}{2}+\frac{z}{3}=3$.

Câu 10: [2H2-4] Cho hình trụ có đáy là hai đường tròn tâm O và O' , bán kính đáy bằng chiều cao và bằng $2a$. Trên đường tròn đáy có tâm O lấy điểm A , trên đường tròn tâm O' lấy điểm B . Đặt α là góc giữa AB và đáy. Biết rằng thể tích khối tứ diện $OO'AB$ đạt giá trị lớn nhất. Khẳng định nào sau đây đúng?

A. $\tan \alpha = \sqrt{2}$.

B. $\tan \alpha = \frac{1}{\sqrt{2}}$.

C. $\tan \alpha = \frac{1}{2}$.

D. $\tan \alpha = 1$.

Câu 45: [2D1-4] Biết rằng phương trình $\sqrt{2-x}+\sqrt{2+x}-\sqrt{4-x^2}=m$ có nghiệm khi m thuộc $[a;b]$ với $a, b \in \mathbb{R}$. Khi đó giá trị của $T=(a+2)\sqrt{2}+b$ là?

A. $T=3\sqrt{2}+2$.

B. $T=6$.

C. $T=8$.

D. $T=0$.

Câu 46: [2H3-4] Trong không gian $Oxyz$, cho ba điểm $A(-2;3;1)$, $B(2;1;0)$, $C(-3;-1;1)$. Tìm tất cả các điểm D sao cho $ABCD$ là hình thang có đáy AD và $S_{ABCD}=3S_{ABC}$.

A. $D(8;7;-1)$.

B. $\begin{bmatrix} D(-8;-7;1) \\ D(12;1;-3) \end{bmatrix}$.

C. $\begin{bmatrix} D(8;7;-1) \\ D(-12;-1;3) \end{bmatrix}$.

D. $D(-12;-1;3)$.

Câu 47: [2H3-3] Trong không gian $Oxyz$, cho ba điểm $A(0;0;-1)$, $B(-1;1;0)$, $C(1;0;1)$. Tìm điểm M sao cho $3MA^2+2MB^2-MC^2$ đạt giá trị nhỏ nhất.

A. $M\left(\frac{3}{4};\frac{1}{2};-1\right)$.

B. $M\left(-\frac{3}{4};\frac{1}{2};2\right)$.

C. $M\left(-\frac{3}{4};\frac{3}{2};-1\right)$.

D. $M\left(-\frac{3}{4};\frac{1}{2};-1\right)$.

Câu 48: [2D1-3] Cho hàm số $y=x^4-2x^2+2$. Diện tích S của tam giác có ba đỉnh là ba điểm cực trị của đồ thị hàm số đã cho có giá trị là

A. $S=3$.

B. $S=\frac{1}{2}$.

C. $S=1$.

D. $S=2$.

Câu 49: [2D1-3] Trên đồ thị hàm số $y=\frac{2x-5}{3x-1}$ có bao nhiêu điểm có tọa độ là các số nguyên?

A. 4.

B. Vô số.

C. 2.

D. 0.

Câu 50: [2H3-4] Trong không gian $Oxyz$, cho điểm $A(1;-6;1)$ và mặt phẳng $(P):x+y+7=0$. Điểm B thay đổi thuộc Oz ; điểm C thay đổi thuộc mặt phẳng (P) . Biết rằng tam giác ABC có chu vi nhỏ nhất. Tọa độ điểm B là.

A. $B(0;0;1)$.

B. $B(0;0;-2)$.

C. $B(0;0;-1)$.

D. $B(0;0;2)$.

ĐÁP ÁN

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
A	D	C	A	B	A	C	A	B	B

11	12	13	14	15	16	17	18	19	20
A	A	A	D	D	D	C	B	C	D

21	22	23	24	25	26	27	28	29	30
B	A	C	B	D	C	C	B	C	A

31	32	33	34	35	36	37	38	39	40
D	C	A	A	A	D	A	A	A	B

41	42	43	44	45	46	47	48	49	50
B	D	B	B	B	D	D	C	C	A

Câu 1. [2D1-3] Đồ thị hàm số $y = \sqrt{4x^2 + 4x + 3} - \sqrt{4x^2 + 1}$ có bao nhiêu tiệm cận ngang?

A. 2.

B. 0.

C. 1.

D. 3.

Lời giải

Chọn A.

TXĐ: $D = \mathbb{R}$.

Ta có

$$\begin{aligned} \lim_{x \rightarrow +\infty} y &= \lim_{x \rightarrow +\infty} \left(\sqrt{4x^2 + 4x + 3} - \sqrt{4x^2 + 1} \right) = \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{4x + 2}{\sqrt{4x^2 + 4x + 3} + \sqrt{4x^2 + 1}} \\ &= \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{4 + \frac{2}{x}}{\sqrt{4 + \frac{4}{x} + \frac{3}{x^2}} + \sqrt{4 + \frac{1}{x^2}}} = 1 \text{ suy ra đường thẳng } y = 1 \text{ là tiệm cận ngang.} \end{aligned}$$

Ta có

$$\begin{aligned} \lim_{x \rightarrow -\infty} y &= \lim_{x \rightarrow -\infty} \left(\sqrt{4x^2 + 4x + 3} - \sqrt{4x^2 + 1} \right) = \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{4x + 2}{\sqrt{4x^2 + 4x + 3} + \sqrt{4x^2 + 1}} \\ &= \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{4 + \frac{2}{x}}{-\sqrt{4 + \frac{4}{x} + \frac{3}{x^2}} - \sqrt{4 + \frac{1}{x^2}}} = -1 \text{ suy ra đường thẳng } y = -1 \text{ là tiệm cận ngang.} \end{aligned}$$

Vậy đồ thị hàm số có 2 tiệm cận ngang.

Câu 2. [2H1-2] Cho lăng trụ tam giác $ABC.A'B'C'$ có đáy là tam giác đều cạnh a . Độ dài cạnh bên bằng $4a$. Mặt phẳng $(BCC'B')$ vuông góc với đáy và $B'BC = 30^\circ$. Thể tích khối chóp $ACC'B'$ là:

A. $\frac{a^3\sqrt{3}}{2}$.

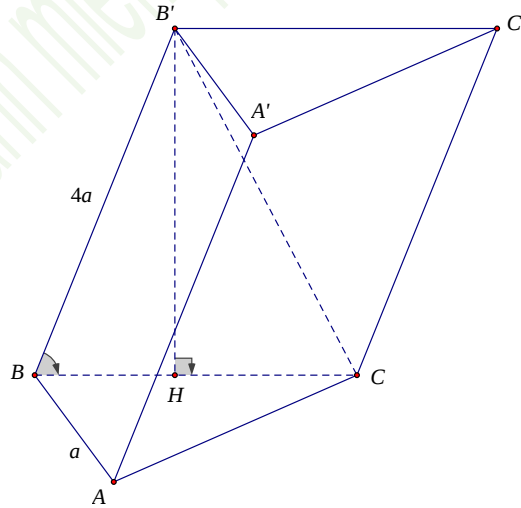
B. $\frac{a^3\sqrt{3}}{12}$.

C. $\frac{a^3\sqrt{3}}{18}$.

D. $\frac{a^3\sqrt{3}}{6}$.

Lời giải

Chọn D.



Gọi H là hình chiếu của B' trên BC . Từ giả thiết suy ra: $B'H \perp (ABC)$.

$$S_{BB'C} = \frac{1}{2} BB' \cdot BC \cdot \sin B'BC = \frac{1}{2} 4a \cdot a \cdot \sin 30^\circ = a^2.$$

$$\text{Mặt khác: } S_{BB'C} = \frac{1}{2} B'H \cdot BC \Rightarrow B'H = \frac{2S_{BB'C}}{BC} = \frac{2a^2}{a} = 2a.$$

$$V_{LT} = B'H \cdot S_{ABC} = 2a \cdot \frac{a^2 \sqrt{3}}{4} = \frac{a^3 \sqrt{3}}{2}.$$

$$V_{A.CC'B'} = \frac{1}{2} V_{A.CC'B'B} = \frac{1}{2} \cdot \frac{2}{3} V_{LT} = \frac{1}{3} V_{LT} = \frac{1}{3} \cdot \frac{a^3 \sqrt{3}}{2} = \frac{a^3 \sqrt{3}}{6}.$$

Câu 3. [2H3-2] Trong không gian $Oxyz$, cho mặt cầu $(S): (x-2)^2 + (y+1)^2 + (z+2)^2 = 4$ và mặt phẳng $(P): 4x - 3y - m = 0$. Tìm tất cả các giá trị thực của tham số m để mặt phẳng (P) và mặt cầu (S) có đúng 1 điểm chung.

A. $m = 1$.

B. $m = -1$ hoặc $m = -21$.

C. $m = 1$ hoặc $m = 21$.

D. $m = -9$ hoặc $m = 31$.

Lời giải

Chọn C.

Mặt cầu (S) có tâm $I(2; -1; -2)$, bán kính $R = 2$.

Mặt phẳng (P) và mặt cầu (S) có đúng 1 điểm chung khi: $d(I; (P)) = R$.

$$\Leftrightarrow \frac{|11 - m|}{5} = 2 \Leftrightarrow \begin{cases} m = 1 \\ m = 21 \end{cases}.$$

Câu 4. [2D3-1] Khẳng định nào sau đây là khẳng định sai?

A. $\int k f(x) dx = \int f(x) dx$ với $k \in \mathbb{R}$.

B. $\int [f(x) + g(x)] dx = \int f(x) dx + \int g(x) dx$ với $f(x); g(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$.

C. $\int x^\alpha dx = \frac{1}{\alpha + 1} x^{\alpha + 1}$ với $\alpha \neq -1$.

D. $(\int f(x) dx)' = f(x)$.

Lời giải

Chọn A.

Ta có $\int kf(x)dx = \int f(x)dx$ với $k \in \mathbb{R}$ sai vì tính chất đúng khi $k \in \mathbb{R} \setminus \{0\}$.

Câu 5: [2H1-2] Cho hình chóp $S.ABCD$ có thể tích V . Gọi M , N lần lượt là trung điểm của SA , MC . Thể tích của khối chóp $N.ABCD$ là

A. $\frac{V}{6}$.

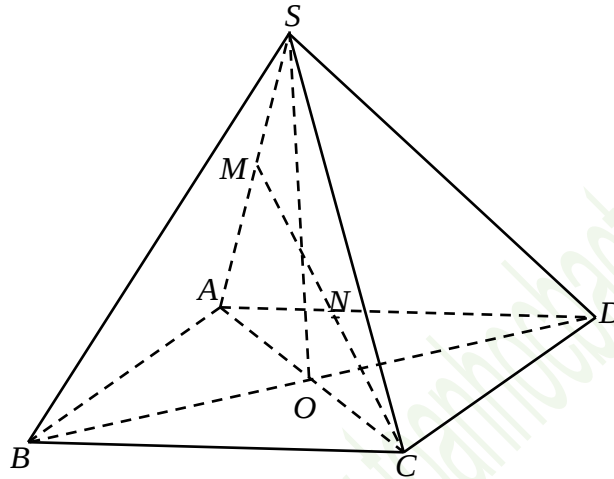
B. $\frac{V}{4}$.

C. $\frac{V}{2}$.

D. $\frac{V}{3}$.

Lời giải

Chọn B.



Đặt $B = S_{ABCD}$, $d(S; (ABCD)) = h$. Suy ra $V = \frac{1}{3}Bh$.

Vì M là trung điểm của SA nên $d(M; (ABCD)) = \frac{1}{2}d(S; (ABCD))$,

Lại vì N là trung điểm của MC nên $d(N; (ABCD)) = \frac{1}{2}d(M; (ABCD))$. Suy ra

$$d(N; (ABCD)) = \frac{1}{4}d(S; (ABCD)) = \frac{1}{4}h. \text{ Từ đó ta có}$$

$$V_{N.ABCD} = \frac{1}{3}d(N; (ABCD)).B = \frac{1}{4} \cdot \frac{1}{3}Bh = \frac{V}{4}.$$

Câu 6: [2D2-2] Tập nghiệm của bất phương trình $\log_{\frac{1}{3}}(x-1) + \log_3(11-2x) \geq 0$ là

A. $S = (1; 4]$.

B. $S = (-\infty; 4]$.

C. $S = \left(3; \frac{11}{2}\right)$.

D. $S = (1; 4)$.

Lời giải

Chọn A.

$$\text{Bất phương trình} \Leftrightarrow \log_3(11-2x) \geq \log_3(x-1) \Leftrightarrow \begin{cases} x-1 > 0 \\ 11-2x \geq x-1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x > 1 \\ x \leq 4 \end{cases}. \text{ Vậy } S = (1; 4].$$

Câu 7: [2D3-2] Biết $\int_0^4 x \ln(x^2 + 9) dx = a \ln 5 + b \ln 3 + c$, trong đó a, b, c là các số nguyên. Giá trị của

biểu thức $T = a + b + c$ là

A. $T = 10$.

B. $T = 9$.

C. $T = 8$.

D. $T = 11$.

Lời giải

Chọn C.

$$\text{Đặt } \begin{cases} u = \ln(x^2 + 9) \\ dv = x dx \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} du = \frac{2x}{x^2 + 9} dx \\ v = \frac{x^2 + 9}{2} \end{cases}$$

$$\text{Suy ra } \int_0^4 x \ln(x^2 + 9) dx = \frac{x^2 + 9}{2} \ln(x^2 + 9) \Big|_0^4 - \int_0^4 \frac{x^2 + 9}{2} \cdot \frac{2x}{x^2 + 9} dx = 25 \ln 5 - 9 \ln 3 - 8.$$

Do đó $a = 25$, $b = -9$, $c = -8$ nên $T = 8$.

Câu 8: [2D1-2] Số điểm cực trị của hàm số $y = (x-1)^{2017}$ là

- A. 0. B. 2017. C. 1. D. 2016.

Lời giải

Chọn A.

Tập xác định $D = \mathbb{R}$.

Ta có $y' = 2017(x-1)^{2016} \geq 0, \forall x$ nên hàm số không có cực trị.

Câu 9: [2H3-1] Trong không gian Oxyz, cho vector $\vec{a}$ biểu diễn của các vector đơn vị là $\vec{a} = 2\vec{i} + \vec{k} - 3\vec{j}$. Tọa độ của vector $\vec{a}$ là

- A. (1; 2; -3). B. (2; -3; 1). C. (2; 1; -3). D. (1; -3; 2).

Lời giải

Chọn B.

$\vec{a} = 2\vec{i} + \vec{k} - 3\vec{j} = 2\vec{i} - 3\vec{j} + \vec{k}$ nên $\vec{a} = (2; -3; 1)$.

Câu 10: [2D2-1] Hàm số nào trong bốn hàm số liệt kê ở dưới nghịch biến trên các khoảng xác định của nó?

- A. $y = \left(\frac{1}{3}\right)^{-x}$. B. $y = \left(\frac{e}{2}\right)^{-2x+1}$. C. $y = \left(\frac{3}{e}\right)^x$. D. $y = 2017^x$.

Lời giải

Chọn C.

Ta có $y = \left(\frac{e}{2}\right)^{-2x+1} \Rightarrow y' = -2 \cdot \left(\frac{e}{2}\right)^{-2x+1} \cdot \ln \frac{e}{2} < 0$.

Câu 11: [2D1-2] Đường thẳng $y = x + 1$ cắt đồ thị hàm số $y = \frac{x+3}{x-1}$ tại hai điểm phân biệt A, B.

Tính độ dài đoạn thẳng AB.

- A. $AB = \sqrt{34}$. B. $AB = 8$. C. $AB = 6$. D. $AB = \sqrt{17}$.

Lời giải

Chọn A.

Phương trình hoành độ giao điểm $\frac{x+3}{x-1} = x+1 \Leftrightarrow x^2 - x - 4 = 0 \Leftrightarrow x = \frac{1 \pm \sqrt{17}}{2}$.

Khi đó $A\left(\frac{1+\sqrt{17}}{2}; \frac{3+\sqrt{17}}{2}\right)$; $B\left(\frac{1-\sqrt{17}}{2}; \frac{3-\sqrt{17}}{2}\right)$

Vậy $AB = \sqrt{(-\sqrt{17})^2 + (-\sqrt{17})^2} = \sqrt{34}$.

Câu 12: [2D2-1] Tìm tập xác định D của hàm số $y = e^{x^2+2x}$.

- A. $D = \mathbb{R}$. B. $D = [0; 2]$. C. $D = \mathbb{R} \setminus \{0; 2\}$. D. $D = \emptyset$.

Lời giải

Chọn A.

Hàm số $y = e^{x^2+2x}$ có tập xác định $D = \mathbb{R}$.

Câu 13: [2D2-2] Tìm tập nghiệm S của phương trình $4^{x+\frac{1}{2}} - 5 \cdot 2^x + 2 = 0$.

A. $S = \{-1; 1\}$.

B. $S = \{-1\}$.

C. $S = \{1\}$.

D. $S = (-1; 1)$.

Lời giải

Chọn A.

$$\text{Ta có } 4^{x+\frac{1}{2}} - 5 \cdot 2^x + 2 = 0 \Leftrightarrow 2 \cdot 2^{2x} - 5 \cdot 2^x + 2 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} 2^x = 2 \\ 2^x = \frac{1}{2} = 2^{-1} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 1 \\ x = -1. \end{cases}$$

Vậy tập nghiệm của phương trình $S = \{-1; 1\}$.

Câu 14: [2D2-1] Giải phương trình $\log_{\frac{1}{2}}(x-1) = -2$.

A. $x = 2$.

B. $x = \frac{5}{2}$.

C. $x = \frac{3}{2}$.

D. $x = 5$.

Lời giải

Chọn D.

$$\text{Ta có } \log_{\frac{1}{2}}(x-1) = -2 \Leftrightarrow x-1 = \left(\frac{1}{2}\right)^{-2} \Leftrightarrow x = 5.$$

Câu 15: [2H3-2] Trong không gian $Oxyz$, phương trình của mặt phẳng (P) đi qua điểm $B(2;1;-3)$, đồng thời vuông góc với hai mặt phẳng $(Q): x+y+3z=0$, $(R): 2x-y+z=0$ là

A. $4x+5y-3z+22=0$.

B. $4x-5y-3z-12=0$.

C. $2x+y-3z-14=0$.

D. $4x+5y-3z-22=0$.

Lời giải

Chọn D.

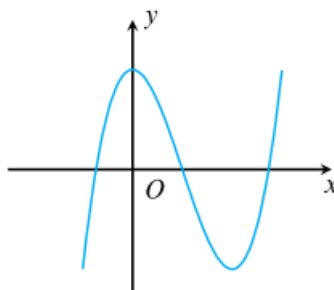
Mặt phẳng $(Q): x+y+3z=0$, $(R): 2x-y+z=0$ có các vector pháp tuyến lần lượt là $\vec{n}_1 = (1;1;3)$ và $\vec{n}_2 = (2;-1;1)$.

Vì (P) vuông góc với hai mặt phẳng (Q) , (R) nên (P) có vector pháp tuyến là

$$\vec{n} = [\vec{n}_1, \vec{n}_2] = (4;5;-3).$$

Ta lại có (P) đi qua điểm $B(2;1;-3)$ nên $(P): 4(x-2)+5(y-1)-3(z+3)=0$
 $\Leftrightarrow 4x+5y-3z-22=0$.

Câu 16: [2D1-2] Đường cong trong hình vẽ bên là đồ thị của hàm số nào trong các hàm số dưới đây?



A. $y = -x^3 + 3x^2 + 2$. **B.** $y = x^3 - 3x + 2$. **C.** $y = -x^4 + 2x^2 - 2$. **D.** $y = x^3 - 3x^2 + 2$.

Lời giải

Chọn D.

Dựa vào đồ thị ta thấy ngay đây là đồ thị hàm số bậc ba với hệ số $a > 0$, do đó loại A và C. Hàm số có điểm cực trị $x = 0$.

Xét hàm số $y = x^3 - 3x + 2$, ta có $y' = 3x^2 - 3$; $y' = 0 \Leftrightarrow x = \pm 1$. Suy ra hàm số này không thỏa mãn.

Vậy ta chọn hàm số $y = x^3 - 3x^2 + 2$.

Câu 17. [2D2-2] Giá trị lớn nhất của hàm số $y = (x-2)^2 e^x$ trên $[1;3]$ là

A. e . **B.** 0 . **C.** e^3 . **D.** e^4 .

Lời giải

Chọn C.

$$y' = 2(x-2)e^x + (x-2)^2 e^x = e^x (x^2 - 2x).$$

$$y' = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 0 \\ x = 2 \end{cases}. \text{ Ta có: } y(1) = 3; y(3) = e^3; y(2) = 0.$$

Vậy GTLN của hàm số $y = (x-2)^2 e^x$ trên $[1;3]$ là e^3 .

Câu 18. [2D1-2] Tìm tất cả các giá trị thực của tham số m để hàm số

$$y = \frac{m}{3}x^3 - (m+1)x^2 + (m-2)x - 3m \text{ nghịch biến trên khoảng } (-\infty; +\infty).$$

A. $-\frac{1}{4} \leq m < 0$. **B.** $m \leq -\frac{1}{4}$. **C.** $m < 0$. **D.** $m > 0$.

Lời giải

Chọn B.

TXĐ $D = \mathbb{R}$.

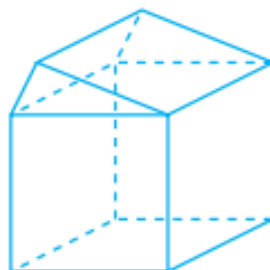
$$y' = mx^2 - 2(m+1)x + (m-2).$$

Hàm số nghịch biến trên $\mathbb{R} \Leftrightarrow y' \leq 0 \forall x \in \mathbb{R}$.

TH1: $m = 0$ ta có $y' = -2x - 2$ (không thỏa mãn)

$$\text{TH2: } m \neq 0 \text{ ta có } y' \leq 0 \Leftrightarrow \begin{cases} m < 0 \\ \Delta' \leq 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m < 0 \\ (m+1)^2 - m(m-2) \leq 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m < 0 \\ 1 + 4m \leq 0 \end{cases} \Leftrightarrow m \leq -\frac{1}{4}.$$

Câu 19. [2H1-1] Hình vẽ bên dưới có bao nhiêu mặt



A. 10.

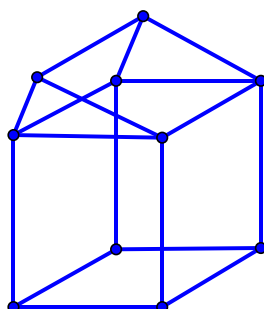
B. 7.

C. 9.

D. 4.

Lời giải

Chọn C.



Từ hình vẽ 1 suy ra có 9 mặt.

Câu 20. [2D2-1] Tập nghiệm S của bất phương trình $5^{x+2} < \left(\frac{1}{25}\right)^{-x}$ là

A. $S = (-\infty; 2)$.

B. $S = (-\infty; 1)$.

C. $S = (1; +\infty)$.

D. $S = (2; +\infty)$.

Lời giải

Chọn D.

$$5^{x+2} < \left(\frac{1}{25}\right)^{-x} \Leftrightarrow 5^{x+2} < (5)^{2x} \Leftrightarrow 2 < x.$$

Câu 21. [2D3-3] Biết $f(x)$ là hàm liên tục trên $\mathbb{R}$ và $\int_0^9 f(x)dx = 9$. Khi đó giá trị của $\int_1^4 f(3x-3)dx$ là

A. 27.

B. 3.

C. 24.

D. 0.

Lời giải

Chọn B

$$\text{Gọi } I = \int_1^4 f(3x-3)dx.$$

$$\text{Đặt } t = 3x-3 \Rightarrow dt = 3dx \Rightarrow dx = \frac{1}{3}dt. \text{ Đổi cận: } x=1 \Rightarrow t=0; x=4 \Rightarrow t=9.$$

$$\text{Khi đó: } I = \frac{1}{3} \int_0^9 f(t)dt = \frac{1}{3} \cdot 9 = 3.$$

Câu 22. [2D1-1] Cho hàm số $y = \frac{2x+1}{x-2}$. Khẳng định nào dưới đây là đúng?

A. Đồ thị hàm số có tiệm cận đứng là $x=2$.

B. Hàm số có cực trị.

C. Đồ thị hàm số đi qua điểm $A(1;3)$.

D. Hàm số nghịch biến trên $(-\infty; 2) \cup (2; +\infty)$.

Lời giải

Chọn A

Tập xác định: $D = \mathbb{R} \setminus \{2\}$.

Ta có $\lim_{x \rightarrow 2^+} y = \lim_{x \rightarrow 2^+} \frac{2x+1}{x-2} = +\infty$ nên hàm số đã cho có tiệm cận đứng là $x = 2$.

Câu 23. [2D1-1] Hàm số $y = x^3 - 3x$ nghịch biến trên khoảng nào?

A. $(-\infty; -1)$.

B. $(-\infty; +\infty)$.

C. $(-1; 1)$.

D. $(0; +\infty)$.

Lời giải

Chọn C

Tập xác định $D = \mathbb{R}$.

Ta có $y' = 3x^2 - 3$; $y' = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = -1 \\ x = 1 \end{cases}$.

Ta có bảng xét dấu y' :

x	$-\infty$		-1		1		$+\infty$
y'		$-$	0	$+$	0	$-$	

Từ bảng xét dấu ta thấy hàm số nghịch biến trên khoảng $(-1; 1)$.

Câu 24. [2D2-1] Hàm số $y = \log_2(x^2 - 2x)$ đồng biến trên

A. $(1; +\infty)$.

B. $(-\infty; 0)$.

C. $(-1; 1)$.

D. $(0; +\infty)$.

Lời giải

Chọn B

Tập xác định $D = (-\infty; 0) \cup (2; +\infty)$.

Ta có $y' = \frac{1}{(x^2 - 2x) \ln 2} > 0, \forall x \in (-\infty; 0) \text{ và } (2; +\infty)$.

Nên hàm số đã cho đồng biến trên khoảng **$(-\infty; 0)$.**

Câu 25: [2D1-3]. Cho hàm số $y = x^3 - 3x^2 + 6x + 5$. Tiếp tuyến của đồ thị hàm số có hệ số góc nhỏ nhất có phương trình là

A. $y = 3x + 9$.

B. $y = 3x + 3$.

C. $y = 3x + 12$.

D. $y = 3x + 6$.

Lời giải

Chọn D.

Ta có: $y' = 3x^2 - 6x + 6 = 3(x-1)^2 + 3 \geq 3$. Dấu "=" xảy ra khi $x = 1 \Rightarrow y = 9$.

Do đó, tiếp tuyến của đồ thị có hệ số góc nhỏ nhất bằng 3 và là tiếp tuyến tại điểm $M(1; 9)$.

Phương trình tiếp tuyến là: $y = 3(x-1) + 9 \Leftrightarrow y = 3x + 6$.

Câu 26: [2H2-2]. Tam giác ABC vuông cân đỉnh A có cạnh huyền là 2. Quay tam giác ABC quanh trục BC thì được khối tròn xoay có thể tích là

A. $\frac{2\sqrt{2}}{3}\pi$.

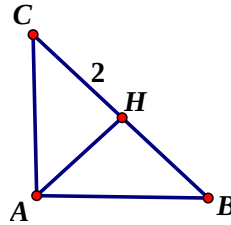
B. $\frac{4}{3}\pi$.

C. $\frac{2}{3}\pi$.

D. $\frac{1}{3}\pi$.

Lời giải

Chọn C.



Ta có: $AB = AC = \sqrt{2}$.

Gọi H là trung điểm của cạnh AB thì $AH \perp BC$ và $AH = 1$.

Quay tam giác ABC quanh trục BC thì được khối tròn xoay có thể tích là:

$$V = 2 \cdot \frac{1}{3} HB \cdot \pi AH^2 = \frac{2\pi}{3}.$$

Câu 27: [2D3-3]. Có bao nhiêu số thực b thuộc khoảng $(\pi; 3\pi)$ sao cho $\int_{\pi}^b 4 \cos 2x dx = 1$?

A. 8.

B. 2.

C. 4.

D. 6.

Lời giải

Chọn C.

$$\text{Ta có: } \int_{\pi}^b 4 \cos 2x dx = 1 \Leftrightarrow 2 \sin 2x \Big|_{\pi}^b = 1 \Leftrightarrow \sin 2b = \frac{1}{2} \Leftrightarrow \begin{cases} b = \frac{\pi}{12} + k\pi \\ b = \frac{5\pi}{12} + k\pi \end{cases}.$$

Do đó, có 4 số thực b thỏa mãn yêu cầu bài toán.

Câu 28: [2H2-3]. Cho hình trụ có diện tích toàn phần là 4π và có thiết diện cắt bởi mặt phẳng qua trục là hình vuông. Tính thể tích khối trụ?

A. $\frac{\pi\sqrt{6}}{9}$.

B. $\frac{4\pi\sqrt{6}}{9}$.

C. $\frac{\pi\sqrt{6}}{12}$.

D. $\frac{4\pi}{9}$.

Lời giải

Chọn B.

Vì thiết diện cắt bởi mặt phẳng qua trục là hình vuông nên khối trụ có chiều cao bằng $2r$.

$$\text{Ta có: } S_{tp} = 4\pi \Leftrightarrow 2\pi r^2 + 2\pi r l = 4\pi \Leftrightarrow 6\pi r^2 = 4\pi.$$

$$\Rightarrow r = \sqrt{\frac{2}{3}}$$

Tính thể tích khối trụ là: $V = \pi r^2 h = 2\pi r^3 = 2\pi \frac{2\sqrt{2}}{3\sqrt{3}} = \frac{4\pi\sqrt{6}}{9}$.

Câu 29: [2D2-1] Tìm giá trị thực của tham số m để hàm số $y = (x^2 + m)^{\sqrt{2}}$ có tập xác định là $\mathbb{R}$.

- A. mọi giá trị m . B. $m \neq 0$. C. $m > 0$. D. $m \geq 0$.

Lời giải

Chọn C.

Để hàm số $y = (x^2 + m)^{\sqrt{2}}$ có tập xác định là $\mathbb{R}$ thì $x^2 + m > 0 \Leftrightarrow m > 0$.

Câu 30: [2D1-1] Hàm số nào trong bốn hàm số được liệt kê dưới đây không có cực trị?

- A. $y = \frac{2x-1}{x+1}$. B. $y = x^4$. C. $y = -x^3 + x$. D. $y = |x|$.

Lời giải

Chọn A.

Xét hàm số $y = \frac{2x-1}{x+1}$ ta có $y' = \frac{3}{(x+1)^2} > 0$ với $x \neq -1$ nên hàm số không có cực trị.

Câu 31: [2D3-4] Một ô tô chuyển động nhanh dần đều với vận tốc $v(t) = 7t$ (m/s). Đi được 5 (s) người lái xe phát hiện chướng ngại vật và phanh gấp, ô tô tiếp tục chuyển động chậm dần đều với gia tốc $a = -35$ (m/s²). Tính quãng đường của ô tô đi được từ lúc bắt đầu chuyển bánh cho đến khi dừng hẳn?

- A. 87.5 mét. B. 96.5 mét. C. 102.5 mét. D. 105 mét.

Lời giải

Chọn D.

Quãng đường ô tô đi được trong 5 (s) đầu là $s_1 = \int_0^5 7t dt = 7 \frac{t^2}{2} \Big|_0^5 = 87,5$ (mét).

Phương trình vận tốc của ô tô khi người lái xe phát hiện chướng ngại vật là $v_{(2)}(t) = 35 - 35t$ (m/s). Khi xe dừng lại hẳn thì $v_{(2)}(t) = 0 \Leftrightarrow 35 - 35t = 0 \Leftrightarrow t = 1$.

Quãng đường ô tô đi được từ khi phanh gấp đến khi dừng lại hẳn là

$$s_2 = \int_0^1 (35 - 35t) dt = \left(35t - 35 \frac{t^2}{2} \right) \Big|_0^1 = 17.5 \text{ (mét)}.$$

Vậy quãng đường của ô tô đi được từ lúc bắt đầu chuyển bánh cho đến khi dừng hẳn là $s = s_1 + s_2 = 87.5 + 17.5 = 105$ (mét).

Câu 32: [2D3-3] Cho hàm số $y = f(x) = 2018 \ln \left(e^{\frac{x}{2018}} + \sqrt{e} \right)$. Tính giá trị biểu thức

$$T = f'(1) + f'(2) + \dots + f'(2017).$$

- A. $T = \frac{2019}{2}$. B. $T = 1009$. C. $T = \frac{2017}{2}$. D. $T = 1008$.

Lời giải

Chọn C.

Xét hàm số $g(t) = \frac{e^t}{e^t + \sqrt{e}}$ ta có $g(1-t) = \frac{e^{1-t}}{e^{1-t} + \sqrt{e}} = \frac{\frac{e}{e^t}}{\frac{e}{e^t} + \sqrt{e}} = \frac{\sqrt{e}}{\sqrt{e} + e^t}$.

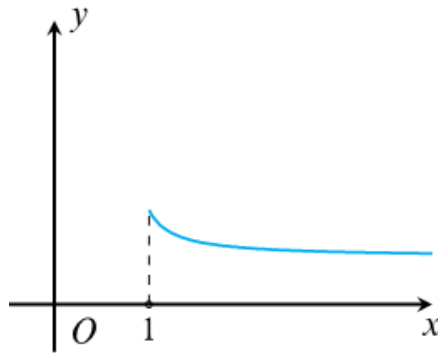
Khi đó $g(t) + g(1-t) = \frac{e^t}{e^t + \sqrt{e}} + \frac{\sqrt{e}}{\sqrt{e} + e^t} = 1. (*)$

Xét hàm số $y = f(x) = 2018 \ln \left(e^{\frac{x}{2018}} + \sqrt{e} \right)$ ta có $y' = f'(x) = \frac{e^{\frac{x}{2018}}}{e^{\frac{x}{2018}} + \sqrt{e}}$.

Do $\frac{1}{2018} + \frac{2017}{2018} = 1$ nên theo (*) ta có $f'(1) + f'(2017) = f'\left(\frac{1}{2018}\right) + f'\left(\frac{2017}{2018}\right) = 1$.

Khi đó ta có $T = f'(1) + f'(2) + \dots + f'(2017)$
 $= [f'(1) + f'(2017)] + [f'(2) + f'(2016)] + \dots + [f'(1008) + f'(1010)] + f'(1009)$
 $= 1 + 1 + \dots + 1 + \frac{e^{\frac{1009}{2018}}}{e^{\frac{1009}{2018}} + \sqrt{e}} = 1008 + \frac{1}{2} = \frac{2017}{2}$

Câu 33. [2H3-1] Hỏi có bao nhiêu cặp số nguyên dương $(a; b)$ để hàm số $y = \frac{2x-a}{4x-b}$ có đồ thị trên $(1; +\infty)$ như hình vẽ dưới đây?



A. 1.

B. 4.

C. 2.

D. 3.

Lời giải

Chọn A.

Hàm số không xác định tại điểm $x = \frac{b}{4}$. Theo đồ thị ta có tiệm cận đứng nhỏ hơn 1

$$\Leftrightarrow \frac{b}{4} < 1 \Leftrightarrow b < 4. \text{ Do } b \text{ nguyên dương nên } b \in \{1, 2, 3\}.$$

Ta có $y' = \frac{4a-2b}{(4x-b)^2}$. Hàm số nghịch biến nên $4a-2b < 0 \Leftrightarrow b > 2a$. Do a là số nguyên dương và $b \in \{1, 2, 3\}$ nên ta có một cặp (a, b) thỏa mãn là $(1, 3)$.

Câu 34. [2H3-1] Cho hình chóp tứ giác đều $S.ABCD$ có cạnh đáy bằng a . Tam giác SAB có diện tích bằng $2a^2$. Thể tích của khối nón có đỉnh S và đường tròn đáy nội tiếp tứ giác $ABCD$.

A. $\frac{\pi a^3 \sqrt{7}}{8}$.

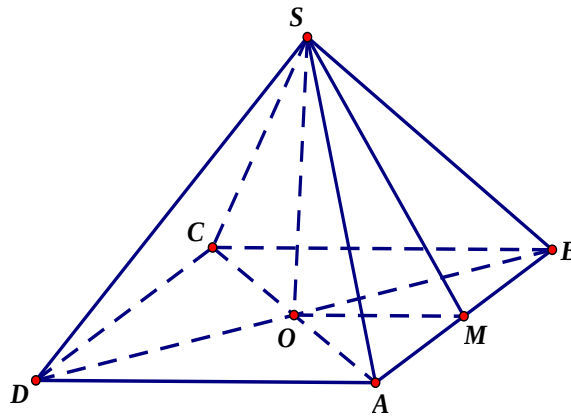
B. $\frac{\pi a^3 \sqrt{7}}{7}$.

C. $\frac{\pi a^3 \sqrt{7}}{4}$.

D. $\frac{\pi a^3 \sqrt{15}}{24}$.

Lời giải

Chọn A.



Gọi $O = AC \cap BD$ và M là trung điểm AB . Hình nón có đỉnh S và đường tròn đáy nội tiếp tứ giác $ABCD$ có bán kính đáy là $R = OM = \frac{a}{2}$ và có chiều cao là $h = SO$.

Thể tích khối nón $V = \frac{1}{3}Bh$ trong đó $B = \pi R^2 = \frac{\pi a^2}{4}$.

Diện tích tam giác SAB là $2a^2$ nên $\frac{1}{2}SM \cdot AB = 2a^2 \Leftrightarrow SM = 4a$.

Trong tam giác vuông SOM ta có $SO = \sqrt{SM^2 - OM^2} = \sqrt{16a^2 - \frac{a^2}{4}} = \frac{3a\sqrt{7}}{2}$ hay $h = \frac{3a\sqrt{7}}{2}$.

Vậy thể tích của khối nón $V = \frac{\pi a^3 \sqrt{7}}{8}$.

Câu 35. [2H3-1] Cho $a, b, c > 1$. Biết rằng biểu thức $P = \log_a(bc) + \log_b(ac) + 4\log_c(ab)$ đạt giá trị nhất m khi $\log_b c = n$. Tính giá trị $m+n$.

- A.** $m+n=12$. **B.** $m+n=\frac{25}{2}$. **C.** $m+n=14$. **D.** $m+n=10$.

Lời giải

Chọn A.

Ta có $P = \log_a b + \log_a c + \log_b a + \log_b c + 4\log_c a + 4\log_c b \Leftrightarrow$

$$P = \left(\log_a b + \frac{1}{\log_a b} \right) + \left(\log_a c + \frac{4}{\log_a c} \right) + \left(\log_b c + \frac{4}{\log_b c} \right) \geq 2 + 4 + 4 = 10 \Rightarrow m = 10.$$

Dấu đẳng xảy ra khi $\log_a b = 1, \log_a c = 2, \log_b c = 2 \Rightarrow n = 2$.

Vậy $m+n=12$.

Câu 36. [2H3-2] Tìm tất cả các giá trị thực của tham số m để phương trình $x^3 - 3x^2 - m^3 + 3m^2 = 0$ có ba nghiệm phân biệt.

- A.** $m = 2$. **B.** $m \in (-1; 3)$. **C.** $m \in (-1; +\infty)$. **D.** $m \in (-1; 3) \setminus \{0, 2\}$.

Lời giải

Chọn D.

Phương trình tương đương $x^3 - 3x^2 = m^3 - 3m^2$. Phương trình có ba nghiệm phân biệt khi và chỉ khi đường thẳng $d: y = m^3 - 3m^2$ có ba điểm chung với đồ thị hàm số $f(x) = x^3 - 3x^2$.

Ta có $f'(x) = 3x^2 - 6x$, $f'(x) = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 0 \\ x = 2 \end{cases}$.

Bảng biến thiên :

x	$-\infty$	0	2	$+\infty$			
y'		$+$	0	$-$	0	$+$	
y	$-\infty$		0		-4		$+\infty$

Ta có $f(-1) = 4$ và $f(3) = 0$. Phương trình có ba nghiệm phân biệt $\Leftrightarrow -4 < m^3 - 3m^2 < 0$
 $\Leftrightarrow -4 < f(m) < 0$. Dựa vào bảng biến thiên ta được: $m \in (-1; 3) \setminus \{0, 2\}$.

Câu 37. [2D1-3] Cho hàm số $y = x^4 - 3x^2 - 2$. Tìm số thực dương m để đường thẳng $y = m$ cắt đồ thị hàm số tại 2 điểm phân biệt A, B sao cho tam giác OAB vuông tại O , trong đó O là gốc tọa độ.

A. $m = 2$.

B. $m = \frac{3}{2}$.

C. $m = 3$.

D. $m = 1$.

Lời giải

Chọn A.

Hoành độ giao điểm của hai đồ thị hàm số là nghiệm của phương trình:

$$x^4 - 3x^2 - 2 = m \Leftrightarrow x^4 - 3x^2 - 2 - m = 0 \quad (1).$$

Vì $m > 0 \Leftrightarrow -2 - m < 0$ hay phương trình (1) luôn có hai nghiệm phân biệt thỏa mãn:

$$x^2 = \frac{3 + \sqrt{4m+17}}{2} \Rightarrow x_1 = \sqrt{\frac{3 + \sqrt{4m+17}}{2}} \text{ và } x_2 = -\sqrt{\frac{3 + \sqrt{4m+17}}{2}}.$$

Khi đó: $A(x_1; m)$, $B(x_2; m)$.

Ta có tam giác OAB vuông tại O , trong đó O là gốc tọa độ $\Leftrightarrow \overrightarrow{OA} \cdot \overrightarrow{OB} = 0 \Leftrightarrow x_1 x_2 + m^2 = 0$.

$$\Leftrightarrow \frac{3 + \sqrt{4m+17}}{2} = m^2 \Leftrightarrow \begin{cases} 2m^2 - 3 \geq 0 \\ 4m^4 - 12m^2 - 4m - 8 = 0 \end{cases} \xleftarrow[m^2 - 3 \geq 0]{m > 0} m = 2.$$

Vậy $m = 2$ là giá trị cần tìm.

Câu 38. [2D2-3] Số giá trị nguyên của m để phương trình $(m+1) \cdot 16^x - 2(2m-3) \cdot 4^x + 6m+5 = 0$ có 2 nghiệm trái dấu là

A. 2.

B. 0.

C. 1.

D. 3.

Lời giải

Chọn A.

Đặt $t = 4^x$, $t > 0$, khi đó phương trình trở thành: $(m+1)t^2 - 2(2m-3)t + 6m+5 = 0$. (*)

Đề phương trình đã cho có hai nghiệm trái dấu thì phương trình (*) có hai nghiệm dương và số 1 nằm giữa khoảng hai

$$\begin{cases} (m+1)f(1) < 0 \\ t_1 + t_2 = \frac{2(2m-3)}{m+1} > 0 \\ t_1 t_2 = \frac{6m+5}{m+1} > 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} (m+1)(3m+12) < 0 \\ \frac{2(2m-3)}{m+1} > 0 \\ \frac{6m+5}{m+1} > 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} -4 < m < -1 \\ m > \frac{3}{2} \\ m < -1 \\ m > -\frac{5}{6} \\ m < -1 \end{cases} \Leftrightarrow -4 < m < -1$$

nghiệm.

Vì $m \in \mathbb{Q} \Rightarrow m \in \{-3; -2\}$.

Câu 39.

Cho hàm số $y = \frac{x-1}{2x-3}$. Gọi I là giao điểm của hai tiệm cận của đồ thị hàm số. Khoảng cách từ I đến tiếp tuyến của đồ thị hàm số đã cho đạt giá trị lớn nhất bằng

A. $d = \frac{1}{\sqrt{2}}$.

B. $d = 1$.

C. $d = \sqrt{2}$.

D. $d = \sqrt{5}$.

Lời giải

Chọn A.

Tọa độ giao điểm $I = \left(\frac{3}{2}; \frac{1}{2}\right)$.

Gọi tọa độ tiếp điểm là $\left(x_0; \frac{x_0-1}{2x_0-3}\right)$. Khi đó phương trình tiếp tuyến Δ với đồ thị hàm số tại

điểm $\left(x_0; \frac{x_0-1}{2x_0-3}\right)$ là:

$$y = -\frac{1}{(2x_0-3)^2}(x-x_0) + \frac{x_0-1}{2x_0-3} \Leftrightarrow x + (2x_0-3)^2 y - 2x_0^2 + 4x_0 - 3 = 0.$$

$$\text{Khi đó: } d(I, \Delta) = \frac{\left|\frac{3}{2} + \frac{1}{2}(2x_0-3)^2 - 2x_0^2 + 4x_0 - 3\right|}{\sqrt{1+(2x_0-3)^4}} = \frac{|-2x_0+3|}{\sqrt{1+(2x_0-3)^4}} \leq \frac{|2x_0-3|}{\sqrt{2(2x_0-3)^2}} = \frac{1}{\sqrt{2}}$$

(Theo bất đẳng thức Cô si)

$$\text{Dấu "=" xảy ra khi và chỉ khi } (2x_0-3)^2 = 1 \Leftrightarrow \begin{cases} 2x_0-3=1 \\ 2x_0-3=-1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x_0=2 \\ x_0=1 \end{cases}.$$

$$\text{Vậy } \max d(I, \Delta) = \frac{1}{\sqrt{2}}.$$

Câu 40.

[2H1-2] Cho hình chóp $S.ABCD$ có $SA \perp (ABCD)$, $ABCD$ là hình chữ nhật. $SA = AD = 2a$. Góc giữa (SBC) và mặt đáy $(ABCD)$ là 60° . Gọi G là trọng tâm tam giác SBC . Tính thể tích khối chóp $S.AGD$ là

A. $\frac{32a^3\sqrt{3}}{27}$.

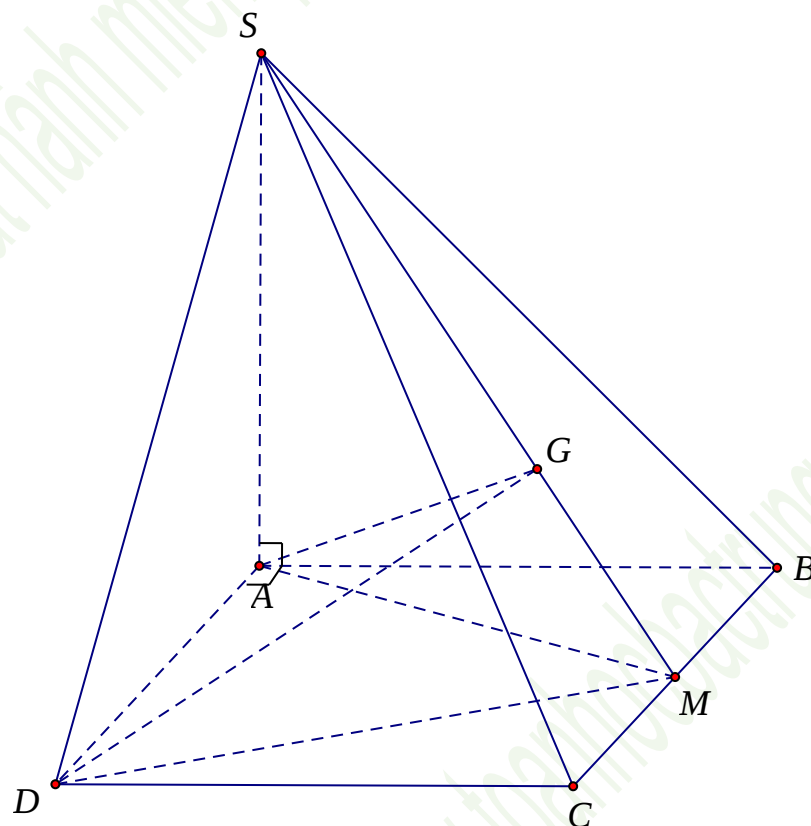
B. $\frac{8a^3\sqrt{3}}{27}$.

C. $\frac{4a^3\sqrt{3}}{9}$.

D. $\frac{16a^3}{9\sqrt{3}}$.

Lời giải

Chọn B.



Vì góc giữa (SBC) và mặt đáy $(ABCD)$ là 60° nên $SBA = 60^\circ \Rightarrow AB = \frac{SA}{\tan 60^\circ} = \frac{2a}{\sqrt{3}}$.

Khi đó: $S_{ABCD} = AB \cdot AD = \frac{2a}{\sqrt{3}} \cdot 2a = \frac{4a^2\sqrt{3}}{3}$.

Gọi M là trung điểm BC , khi đó: $S_{ADM} = \frac{1}{2} S_{ABCD} = \frac{2a^2\sqrt{3}}{3}$.

$\Rightarrow V_{S.ADG} = \frac{2}{3} V_{S.ADM} = \frac{2}{3} \cdot \frac{1}{3} \cdot 2a \cdot \frac{2a^2\sqrt{3}}{3} = \frac{8a^3\sqrt{3}}{27}$.

Câu 41. [2D1-4] Biết rằng phương trình $\sqrt{2-x} + \sqrt{2+x} - \sqrt{4-x^2} = m$ có nghiệm khi m thuộc $[a; b]$ với $a, b \in \mathbb{R}$. Khi đó giá trị của $T = (a+2)\sqrt{2} + b$ là ?

A. $T = 3\sqrt{2} + 2$.

B. $T = 6$.

C. $T = 8$.

D. $T = 0$.

Lời giải

Chọn B.

Điều kiện: $-2 \leq x \leq 2$.

Đặt $t = \sqrt{2-x} + \sqrt{2+x} \geq 0 \Rightarrow t^2 = 4 + 2\sqrt{4-x^2} \Rightarrow \sqrt{4-x^2} = \frac{t^2-4}{2}$.

Phương trình đã cho thành $t - \frac{t^2-4}{2} = m$.

Xét hàm số $f(x) = \sqrt{2-x} + \sqrt{2+x}$, với $x \in [-2; 2]$ ta có

$$f'(x) = -\frac{1}{2\sqrt{2-x}} + \frac{1}{2\sqrt{2+x}}; \begin{cases} x \in (-2; 2) \\ f'(x) = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x \in (-2; 2) \\ 2-x = 2+x \end{cases} \Leftrightarrow x = 0.$$

Hàm số $f(x)$ liên tục trên $[-2; 2]$ và $f(-2) = 2$; $f(2) = 2$; $f(0) = 2\sqrt{2}$

$$\Rightarrow \min_{[-2; 2]} f(x) = 2 \text{ và } \max_{[-2; 2]} f(x) = 2\sqrt{2} \Rightarrow 2 \leq f(x) \leq 2\sqrt{2} \Rightarrow t \in [2; 2\sqrt{2}].$$

Xét hàm số $f(t) = t - \frac{t^2 - 4}{2}$, với $t \in [2; 2\sqrt{2}]$ ta có $f'(t) = 1 - t < 0$, $\forall t \in (2; 2\sqrt{2})$.

Bảng biến thiên:

t	2	$2\sqrt{2}$
$f'(t)$		-
$f(t)$	2	$2\sqrt{2} - 2$

YCBT $\Leftrightarrow$ trên $[-2; 2]$ đồ thị hàm số $y = f(t)$ cắt đường thẳng $y = m \Leftrightarrow 2\sqrt{2} - 2 \leq m \leq 2$.

$$\text{Khi đó } \begin{cases} a = 2\sqrt{2} - 2 \\ b = 2 \end{cases} \Rightarrow T = (a + 2)\sqrt{2} + b = 6.$$

Câu 42. [2H3-4] Trong không gian $Oxyz$, cho ba điểm $A(-2; 3; 1)$, $B(2; 1; 0)$, $C(-3; -1; 1)$. Tìm tất cả các điểm D sao cho $ABCD$ là hình thang có đáy AD và $S_{ABCD} = 3S_{ABC}$.

- A. $D(8; 7; -1)$. B. $\begin{bmatrix} D(-8; -7; 1) \\ D(12; 1; -3) \end{bmatrix}$. C. $\begin{bmatrix} D(8; 7; -1) \\ D(-12; -1; 3) \end{bmatrix}$. **D. $D(-12; -1; 3)$.**

Lời giải

Chọn D.

Ta có $AD \parallel BC \Rightarrow AD$ nhận $\overrightarrow{CB} = (5; 2; -1)$ là một VTCP.

$$\text{Kết hợp với } AD \text{ qua } A(-2; 3; 1) \Rightarrow AD: \begin{cases} x = -2 + 5t \\ y = 3 + 2t \\ z = 1 - t \end{cases} (t \in \mathbb{R}) \Rightarrow D(5t - 2; 2t + 3; 1 - t).$$

$$\text{Biến đổi } S_{ABCD} = 3S_{ABC} \Leftrightarrow S_{ACD} = 2S_{ABC} \quad (1)$$

$$\text{Ta có } \begin{cases} \overrightarrow{AB} = (4; -2; -1) \\ \overrightarrow{AC} = (-1; -4; 0) \\ \overrightarrow{AD} = (5t; 2t; -t) \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} [\overrightarrow{AB}; \overrightarrow{AC}] = (-4; 1; -18) \\ [\overrightarrow{AC}; \overrightarrow{AD}] = (4t; -t; 18t) \end{cases}$$

$$\Rightarrow \begin{cases} S_{ABC} = \frac{1}{2} [\overline{AB}; \overline{AC}] = \frac{1}{2} \sqrt{(-4)^2 + 1^2 + (-18)^2} = \frac{\sqrt{341}}{2} \\ S_{ACD} = \frac{1}{2} [\overline{AC}; \overline{AD}] = \frac{1}{2} \sqrt{(4t)^2 + (-t)^2 + (18t)^2} = \frac{|t|\sqrt{341}}{2} \end{cases}$$

Kết hợp với (1) ta được $\frac{|t|\sqrt{341}}{2} = \sqrt{341} \Leftrightarrow \begin{cases} t = 2 \Rightarrow D(8; 7; -1) \\ t = -2 \Rightarrow D(-12; -1; 3) \end{cases}$

Với $D(8; 7; -1) \Rightarrow \overline{AD} = (10; 4; -2) = 2\overline{CB} = -2\overline{BC}$.

Với $D(-12; -1; 3) \Rightarrow \overline{AD} = (-10; -4; 2) = -2\overline{CB} = 2\overline{BC}$.

Hình thang $ABCD$ có đáy AD thì $\overline{AD} = k\overline{BC}$ với $k > 0$.

Do đó chỉ có $D(-12; -1; 3)$ thỏa mãn.

Câu 43. [2H3-3] Trong không gian $Oxyz$, cho ba điểm $A(0; 0; -1)$, $B(-1; 1; 0)$, $C(1; 0; 1)$. Tìm điểm M sao cho $3MA^2 + 2MB^2 - MC^2$ đạt giá trị nhỏ nhất.

A. $M\left(\frac{3}{4}; \frac{1}{2}; -1\right)$. **B.** $M\left(-\frac{3}{4}; \frac{1}{2}; 2\right)$. **C.** $M\left(-\frac{3}{4}; \frac{3}{2}; -1\right)$. **D.** $M\left(-\frac{3}{4}; \frac{1}{2}; -1\right)$.

Lời giải

Chọn D.

Giả sử $M(x; y; z) \Rightarrow \begin{cases} \overline{AM} = (x; y; z+1) \\ \overline{BM} = (x+1; y-1; z) \\ \overline{CM} = (x-1; y; z-1) \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} AM^2 = x^2 + y^2 + (z+1)^2 \\ BM^2 = (x+1)^2 + (y-1)^2 + z^2 \\ CM^2 = (x-1)^2 + y^2 + (z-1)^2 \end{cases}$

$$\Rightarrow 3MA^2 + 2MB^2 - MC^2 = 3[x^2 + y^2 + (z+1)^2] + 2[(x+1)^2 + (y-1)^2 + z^2] - [(x-1)^2 + y^2 + (z-1)^2]$$

$$= 4x^2 + 4y^2 + 4z^2 + 6x - 4y + 8z + 6 = \left(2x + \frac{3}{2}\right)^2 + (2y-1)^2 + (2z+2)^2 - \frac{5}{4} \geq -\frac{5}{4}.$$

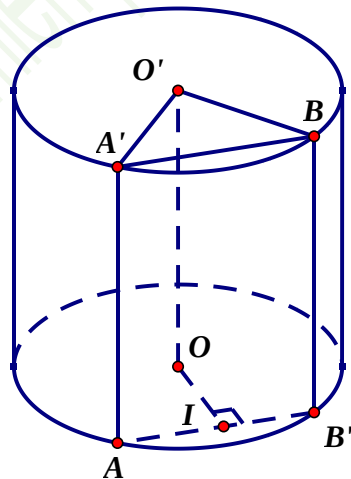
Dấu "=" xảy ra $\Leftrightarrow x = -\frac{3}{4}, y = \frac{1}{2}, z = -1$, khi đó $M\left(-\frac{3}{4}; \frac{1}{2}; -1\right)$.

Câu 44. [2H2-4] Cho hình trụ có đáy là hai đường tròn tâm O và O' , bán kính đáy bằng chiều cao và bằng $2a$. Trên đường tròn đáy có tâm O lấy điểm A , trên đường tròn tâm O' lấy điểm B . Đặt α là góc giữa AB và đáy. Biết rằng thể tích khối tứ diện $OO'AB$ đạt giá trị lớn nhất. Khẳng định nào sau đây đúng?

A. $\tan \alpha = \sqrt{2}$. **B.** $\tan \alpha = \frac{1}{\sqrt{2}}$. **C.** $\tan \alpha = \frac{1}{2}$. **D.** $\tan \alpha = 1$.

Lời giải

Chọn B.



Gọi A' là hình chiếu của A lên mặt phẳng chứa đường tròn tâm O' .

Gọi B' là hình chiếu của B lên mặt phẳng chứa đường tròn tâm O .

Gọi R là bán kính của đường tròn tâm O , suy ra: $R = 2a$. Ta có: $\alpha = \angle BAB'$.

Suy ra: $AB' = 2R \tan \alpha$. Gọi I là trung điểm của $AB' \Rightarrow OI \perp AB'$.

Ta có: $OI = \sqrt{OB'^2 - IB'^2} = \sqrt{R^2 - R^2 \tan^2 \alpha} = R \sqrt{1 - \tan^2 \alpha}$.

Và: $S_{\triangle OAB'} = \frac{1}{2} OI \cdot AB' = \frac{1}{2} R \cdot \sqrt{1 - \tan^2 \alpha} \cdot 2R \tan \alpha = R^2 \tan \alpha \cdot \sqrt{1 - \tan^2 \alpha}$.

Suy ra: $V_{OO'AB} = \frac{1}{3} V_{OAB' \cdot O'A'B} = \frac{1}{3} OO' \cdot S_{\triangle OAB'} = \frac{1}{3} \cdot 2R \cdot R^2 \tan \alpha \cdot \sqrt{1 - \tan^2 \alpha}$.

Ta có: $V_{OO'AB}$ đạt giá trị lớn nhất khi và chỉ khi $\tan \alpha \cdot \sqrt{1 - \tan^2 \alpha}$ đạt giá trị lớn nhất.

Xét hàm số $f(t) = t \cdot \sqrt{1 - t^2}$ với $t \in [0; 1]$ có $f'(t) = \sqrt{1 - t^2} + \frac{t \cdot (-t)}{\sqrt{1 - t^2}} = \frac{1 - 2t^2}{\sqrt{1 - t^2}}$ với $t \in (0; 1)$.

Xét $f'(t) = 0 \Leftrightarrow 1 - 2t^2 = 0 \Leftrightarrow t = \pm \frac{1}{\sqrt{2}}$.

Vì $0^\circ < \alpha < 90^\circ$ nên $\tan \alpha > 0 \Rightarrow t = \frac{1}{\sqrt{2}}$.

Bảng biến thiên:

t	0	$\frac{1}{\sqrt{2}}$	1
$f'(t)$	0	+	0
$f(t)$	0	y_{CD}	0

Dựa vào bảng biến thiên, ta có $V_{\max}$ khi $t = \frac{1}{\sqrt{2}}$ hay $\tan \alpha = \frac{1}{\sqrt{2}}$.

Câu 45: [2D1-4] Biết rằng phương trình $\sqrt{2-x} + \sqrt{2+x} - \sqrt{4-x^2} = m$ có nghiệm khi m thuộc $[a; b]$ với $a, b \in \mathbb{Q}$. Khi đó giá trị của $T = (a+2)\sqrt{2} + b$ là?

A. $T = 3\sqrt{2} + 2$.

B. $T = 6$.

C. $T = 8$.

D. $T = 0$.

Lời giải

Chọn B.

Điều kiện: $-2 \leq x \leq 2$.

$$\text{Đặt } t = \sqrt{2-x} + \sqrt{2+x} \geq 0 \Rightarrow t^2 = 4 + 2\sqrt{4-x^2} \Rightarrow \sqrt{4-x^2} = \frac{t^2-4}{2}.$$

$$\text{Phương trình đã cho thành } t - \frac{t^2-4}{2} = m.$$

Xét hàm số $f(x) = \sqrt{2-x} + \sqrt{2+x}$, với $x \in [-2; 2]$ ta có

$$f'(x) = -\frac{1}{2\sqrt{2-x}} + \frac{1}{2\sqrt{2+x}}; \begin{cases} x \in (-2; 2) \\ f'(x) = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x \in (-2; 2) \\ 2-x = 2+x \end{cases} \Leftrightarrow x = 0.$$

Hàm số $f(x)$ liên tục trên $[-2; 2]$ và $f(-2) = 2$; $f(2) = 2$; $f(0) = 2\sqrt{2}$

$$\Rightarrow \min_{[-2; 2]} f(x) = 2 \text{ và } \max_{[-2; 2]} f(x) = 2\sqrt{2} \Rightarrow 2 \leq f(x) \leq 2\sqrt{2} \Rightarrow t \in [2; 2\sqrt{2}].$$

Xét hàm số $f(t) = t - \frac{t^2-4}{2}$, với $t \in [2; 2\sqrt{2}]$ ta có $f'(t) = 1-t < 0$, $\forall t \in (2; 2\sqrt{2})$.

Bảng biến thiên:

t	2	$2\sqrt{2}$
$f'(t)$		-
$f(t)$	2	$2\sqrt{2}-2$

$y = m$

YCBT $\Leftrightarrow$ trên $[-2; 2]$ đồ thị hàm số $y = f(t)$ cắt đường thẳng $y = m \Leftrightarrow 2\sqrt{2}-2 \leq m \leq 2$.

$$\text{Khi đó } \begin{cases} a = 2\sqrt{2}-2 \\ b = 2 \end{cases} \Rightarrow T = (a+2)\sqrt{2} + b = 6.$$

Câu 46: [2H3-4] Trong không gian $Oxyz$, cho ba điểm $A(-2; 3; 1)$, $B(2; 1; 0)$, $C(-3; -1; 1)$. Tìm tất cả các điểm D sao cho $ABCD$ là hình thang có đáy AD và $S_{ABCD} = 3S_{ABC}$.

- A. $D(8; 7; -1)$. B. $\begin{bmatrix} D(-8; -7; 1) \\ D(12; 1; -3) \end{bmatrix}$. C. $\begin{bmatrix} D(8; 7; -1) \\ D(-12; -1; 3) \end{bmatrix}$. **D. $D(-12; -1; 3)$.**

Lời giải

Chọn D.

Ta có $AD \parallel BC \Rightarrow AD$ nhận $\overrightarrow{CB} = (5; 2; -1)$ là một VTCP.

$$\text{Kết hợp với } AD \text{ qua } A(-2; 3; 1) \Rightarrow AD: \begin{cases} x = -2 + 5t \\ y = 3 + 2t \\ z = 1 - t \end{cases} (t \in \mathbb{R}) \Rightarrow D(5t-2; 2t+3; 1-t).$$

$$\text{Biến đổi } S_{ABCD} = 3S_{ABC} \Leftrightarrow S_{ACD} = 2S_{ABC} \quad (1)$$

$$\text{Ta có } \begin{cases} \overrightarrow{AB} = (4; -2; -1) \\ \overrightarrow{AC} = (-1; -4; 0) \\ \overrightarrow{AD} = (5t; 2t; -t) \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} [\overrightarrow{AB}; \overrightarrow{AC}] = (-4; 1; -18) \\ [\overrightarrow{AC}; \overrightarrow{AD}] = (4t; -t; 18t) \end{cases}$$

$$\Rightarrow \begin{cases} S_{ABC} = \frac{1}{2} |[\overrightarrow{AB}; \overrightarrow{AC}]| = \frac{1}{2} \sqrt{(-4)^2 + 1^2 + (-18)^2} = \frac{\sqrt{341}}{2} \\ S_{ACD} = \frac{1}{2} |[\overrightarrow{AC}; \overrightarrow{AD}]| = \frac{1}{2} \sqrt{(4t)^2 + (-t)^2 + (18t)^2} = \frac{|t|\sqrt{341}}{2} \end{cases}$$

$$\text{Kết hợp với (1) ta được } \frac{|t|\sqrt{341}}{2} = \sqrt{341} \Leftrightarrow \begin{cases} t = 2 \Rightarrow D(8; 7; -1) \\ t = -2 \Rightarrow D(-12; -1; 3) \end{cases}$$

$$\text{Với } D(8; 7; -1) \Rightarrow \overrightarrow{AD} = (10; 4; -2) = 2\overrightarrow{CB} = -2\overrightarrow{BC}.$$

$$\text{Với } D(-12; -1; 3) \Rightarrow \overrightarrow{AD} = (-10; -4; 2) = -2\overrightarrow{CB} = 2\overrightarrow{BC}.$$

Hình thang $ABCD$ có đáy AD thì $\overrightarrow{AD} = k\overrightarrow{BC}$ với $k > 0$.

Do đó chỉ có $D(-12; -1; 3)$ thỏa mãn.

Câu 47: [2H3-3] Trong không gian $Oxyz$, cho ba điểm $A(0; 0; -1)$, $B(-1; 1; 0)$, $C(1; 0; 1)$. Tìm điểm M sao cho $3MA^2 + 2MB^2 - MC^2$ đạt giá trị nhỏ nhất.

A. $M\left(\frac{3}{4}; \frac{1}{2}; -1\right)$. **B.** $M\left(-\frac{3}{4}; \frac{1}{2}; 2\right)$. **C.** $M\left(-\frac{3}{4}; \frac{3}{2}; -1\right)$. **D.** $M\left(-\frac{3}{4}; \frac{1}{2}; -1\right)$.

Lời giải

Chọn D.

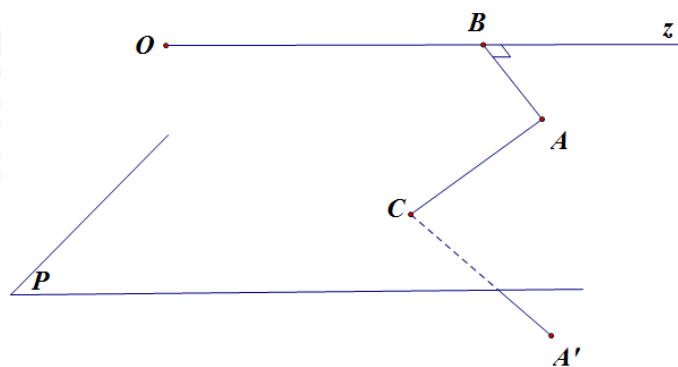
$$\text{Giả sử } M(x; y; z) \Rightarrow \begin{cases} \overrightarrow{AM} = (x; y; z+1) \\ \overrightarrow{BM} = (x+1; y-1; z) \\ \overrightarrow{CM} = (x-1; y; z-1) \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} AM^2 = x^2 + y^2 + (z+1)^2 \\ BM^2 = (x+1)^2 + (y-1)^2 + z^2 \\ CM^2 = (x-1)^2 + y^2 + (z-1)^2 \end{cases}$$

$$\Rightarrow 3MA^2 + 2MB^2 - MC^2 = 3[x^2 + y^2 + (z+1)^2] + 2[(x+1)^2 + (y-1)^2 + z^2] - [(x-1)^2 + y^2 + (z-1)^2]$$

$$= 4x^2 + 4y^2 + 4z^2 + 6x - 4y + 8z + 6 = \left(2x + \frac{3}{2}\right)^2 + (2y-1)^2 + (2z+2)^2 - \frac{5}{4} \geq -\frac{5}{4}.$$

$$\text{Dấu "=" xảy ra } \Leftrightarrow x = -\frac{3}{4}, y = \frac{1}{2}, z = -1, \text{ khi đó } M\left(-\frac{3}{4}; \frac{1}{2}; -1\right).$$

Câu 48. [2D1-3] Cho hàm số $y = x^4 - 2x^2 + 2$. Diện tích S của tam giác có ba đỉnh là ba điểm cực trị của đồ thị hàm số đã cho có giá trị là



Trước hết ta nhận thấy $Oz \parallel (P)$ và $(x_O + y_O + 7)(x_A + y_A + 7) > 0$ nên A và Oz nằm về một phía của mặt phẳng (P) .

Gọi A' là điểm đối xứng của A qua (P) . Gọi p là chu vi tam giác ABC .

Ta có $p = AB + BC + CA = AB + BC + A'C \geq AB + A'B$.

Do $Oz \parallel (P)$ nên $AA' \perp Oz$. Gọi K là hình chiếu vuông góc của A lên Oz , ta có $Oz \perp A'K$.

Lúc đó $\begin{cases} AB \geq AK \\ A'B \geq A'K \end{cases} \Rightarrow p_{\min} \text{ khi } K \equiv B$.

Vậy $B(0;0;1)$.



