

SỞ GD VÀ ĐT THỪA THIÊN HUẾ  
TRƯỜNG THPT  
PHAN ĐĂNG LƯU

ĐỀ THI THỬ THPTQG NĂM HỌC 2017-2018

MÔN: TOÁN  
(Thời gian làm bài 90 phút)

Họ và tên thí sinh:.....SBD:.....

Mã đề thi 132

**Câu 1.** [1H3-2] Cho tứ diện  $ABCD$  có tam giác  $BCD$  đều cạnh  $a$ ,  $AB$  vuông góc với  $mp(BCD)$ ,  $AB = 2a$ .  $M$  là trung điểm đoạn  $AD$ , gọi  $\varphi$  là góc giữa  $CM$  với  $mp(BCD)$ , khi đó:

- A.  $\tan \varphi = \frac{\sqrt{3}}{2}$ . B.  $\tan \varphi = \frac{2\sqrt{3}}{3}$ . C.  $\tan \varphi = \frac{3\sqrt{2}}{2}$ . D.  $\tan \varphi = \frac{\sqrt{6}}{3}$ .

**Câu 2.** [1H3-2] Hình chóp  $S.ABCD$  có đáy là hình thoi cạnh  $a$ , góc  $BAC = 60^\circ$ ,  $SA$  vuông góc với  $mp(ABCD)$  góc giữa hai mặt phẳng  $(SBC)$  và  $(ABCD)$  bằng  $60^\circ$ . Khoảng cách từ  $A$  đến  $mp(SBC)$  bằng:

- A.  $\frac{a\sqrt{2}}{3}$ . B.  $2a$ . C.  $\frac{3a}{4}$ . D.  $a$ .

**Câu 3.** [1D4-2] Tính giới hạn  $L = \lim_{x \rightarrow 1} \frac{1-x}{\sqrt{2-x}-1}$ .

- A.  $L = -6$ . B.  $L = -4$ . C.  $L = 2$ . D.  $L = -2$ .

**Câu 4.** [2D2-2] Cho hàm số  $y = \ln x$ . Mệnh đề nào dưới đây đúng?

- A. Miền giá trị của hàm số là khoảng  $(0; +\infty)$ .  
B. Đồ thị hàm số không có đường tiệm cận đứng khi  $x \rightarrow 0^+$ .  
C. Hàm số có tập xác định là  $\mathbf{R}$ .  
D. Hàm số đồng biến trong khoảng  $(0; +\infty)$

**Câu 5.** [2H2-2] Thiết diện qua trục của một hình nón  $(N)$  là một tam giác vuông cân, có cạnh góc vuông bằng  $a$ , diện tích toàn phần của hình nón  $(N)$  bằng:

- A.  $\frac{\pi\sqrt{2}a^2}{2}$ . B.  $\frac{\pi(1+\sqrt{2})a^2}{2}$ . C.  $\frac{\pi(1+\sqrt{3})a^2}{2}$ . D.  $\frac{\pi a^2}{2}$ .

**Câu 6.** [1D3-2] Xen giữa số 3 và số 768 là 7 số để được một cấp số nhân có  $u_1 = 3$ . Khi đó  $u_5$  là:

- A. 72. B. -48. C.  $\pm 48$ . D. 48.

**Câu 7.** [2H1-2] Số cạnh của hình 12 mặt đều là:

- A. 30. B. 16. C. 12. D. 20.

**Câu 8.** [1D2-2] Biết rằng hệ số của  $x^4$  trong khai triển nhị thức Newton  $(2-x)^n$ ,  $(n \in \mathbb{N}^*)$  bằng 280, tìm  $n$ ?

- A.  $n = 8$ . B.  $n = 6$ . C.  $n = 7$ . D.  $n = 5$ .

**Câu 9.** [2H2-3] Trong tất cả các hình chóp tứ giác đều nội tiếp hình cầu có bán kính bằng 9. Tính thể tích  $V$  của khối chóp có thể tích lớn nhất.

- A.  $576\sqrt{2}$ . B. 576. C.  $144\sqrt{2}$ . D. 144.

**Câu 10.** [1D1-2] Giải phương trình  $3\sin^2 x - 2\cos x + 2 = 0$ .

A.  $x = \frac{\pi}{2} + k\pi, k \in \mathbb{Z}$ . B.  $x = k\pi, k \in \mathbb{Z}$ . C.  $x = k2\pi, k \in \mathbb{Z}$ . D.  $x = \frac{\pi}{2} + k2\pi, k \in \mathbb{Z}$ .

**Câu 11.** [2H2-3] Cho hình nón  $(N)$  có đường cao  $SO = h$  và bán kính đáy bằng  $R$ , gọi  $M$  là điểm trên đoạn  $SO$ , đặt  $OM = x$ ,  $0 < x < h$ .  $(C)$  là thiết diện của mặt phẳng  $(P)$  vuông góc với trục  $SO$  tại  $M$ , với hình nón  $(N)$ . Tìm  $x$  để thể tích khối nón đỉnh  $O$  đáy là  $(C)$  lớn nhất.

A.  $\frac{h}{2}$ . B.  $\frac{h\sqrt{2}}{2}$ . C.  $\frac{h\sqrt{3}}{2}$ . D.  $\frac{h}{3}$ .

**Câu 12.** [2H2-2] Cho Hình nón  $(N)$  có bán kính đáy bằng 3 và diện tích xung quanh bằng  $15\pi$ . Tính thể tích  $V$  của khối nón  $(N)$  là:

A.  $12\pi$ . B.  $20\pi$ . C.  $36\pi$ . D.  $60\pi$ .

**Câu 13.** [1D4-2] Cho bốn hàm số  $f_1(x) = 2x^3 - 3x + 1$ ,  $f_2(x) = \frac{3x+1}{x-2}$ ,  $f_3(x) = \cos x + 3$  và  $f_4(x) = \log_3 x$ . Hỏi có bao nhiêu hàm số liên tục trên tập  $\mathbb{R}$ ?

A. 1. B. 3. C. 4. D. 2.

**Câu 14.** [2D2-2] Cho hàm số  $f(x) = \ln(x^2 - 5x)$ . Tìm tập nghiệm  $S$  của phương trình  $f'(x) = 0$ .

A.  $S = \emptyset$ . B.  $S = \left\{\frac{5}{2}\right\}$ . C.  $S = \{0; 5\}$ . D.  $S = (-\infty; 0) \cup (5; +\infty)$ .

**Câu 15.** [1D2-2] Số hạng không chứa  $x$  trong khai triển  $\left(x - \frac{2}{x^2}\right)^6$  là:

A. 110. B. 240. C. 60. D. 420.

**Câu 16.** [2H1-2] Cho  $(H)$  là khối lăng trụ đứng tam giác đều có tất cả các cạnh đều bằng  $a$ . Thể tích của  $(H)$  bằng:

A.  $\frac{a^3}{2}$ . B.  $\frac{a^3\sqrt{3}}{2}$ . C.  $\frac{a^3\sqrt{3}}{4}$ . D.  $\frac{a^3\sqrt{2}}{3}$ .

**Câu 17.** [1D2-3] Từ các chữ số 1, 2, 3, 4, 5, 6 có thể lập được bao nhiêu số tự nhiên lẻ có 6 chữ số khác nhau và trong mỗi số đó tổng của ba chữ số đầu lớn hơn tổng của ba chữ số cuối một đơn vị

A. 32. B. 72. C. 36. D. 24.

**Câu 18.** [2D1-1] Cho hàm số  $y = f(x) = \frac{2x-1}{x+1}$ . Trong các mệnh đề dưới đây, mệnh đề nào đúng?

A. Hàm số đồng biến trên tập xác định của nó.

B. Hàm số nghịch biến trên tập  $\mathbb{R}$ .

**C. Hàm số đồng biến trên  $(-\infty; -1)$  và  $(-1; +\infty)$ .**

**D. Hàm số nghịch biến trên  $\mathbb{R} \setminus \{-1\}$ .**

**Câu 19. [1D1-1]** Phương trình  $2 \cos x - \sqrt{2} = 0$  có tất cả các nghiệm là

**A.** 
$$\begin{cases} x = \frac{3\pi}{4} + k2\pi \\ x = -\frac{3\pi}{4} + k2\pi \end{cases}, k \in \mathbb{Z}.$$

**B.** 
$$\begin{cases} x = \frac{\pi}{4} + k2\pi \\ x = -\frac{\pi}{4} + k2\pi \end{cases}, k \in \mathbb{Z}.$$

**C.** 
$$\begin{cases} x = \frac{\pi}{4} + k2\pi \\ x = \frac{3\pi}{4} + k2\pi \end{cases}, k \in \mathbb{Z}.$$

**D.** 
$$\begin{cases} x = \frac{7\pi}{4} + k2\pi \\ x = -\frac{7\pi}{4} + k2\pi \end{cases}, k \in \mathbb{Z}.$$

**Câu 20. [1D2-3]** Khối chóp  $O.ABC$  có  $OB = OC = a$ ,  $AOB = AOC = 45^\circ$ ,  $BOC = 60^\circ$ ,  $OA = a\sqrt{2}$ . Khi đó thể tích khối tứ diện  $O.ABC$  bằng:

**A.**  $\frac{a^2}{12}$ .

**B.**  $\frac{a^3\sqrt{2}}{12}$ .

**C.**  $\frac{a^3\sqrt{3}}{12}$ .

**D.**  $\frac{a^3}{6}$ .

**Câu 21. [2H2-2]** Hình trụ bán kính đáy  $r$ . Gọi  $O$  và  $O'$  là tâm của hai đường tròn đáy với  $OO' = 2r$ . Một mặt cầu tiếp xúc với hai đáy của hình trụ tại  $O$  và  $O'$ . Gọi  $V_C$  và  $V_T$  lần lượt là thể tích của khối cầu và khối trụ. Khi đó  $\frac{V_C}{V_T}$  là

**A.**  $\frac{1}{2}$ .

**B.**  $\frac{3}{4}$ .

**C.**  $\frac{2}{3}$ .

**D.**  $\frac{3}{5}$ .

**Câu 22. [1D4-2]** Hàm số  $f(x) = \begin{cases} x^2 + 1 & \text{khi } x \leq 1 \\ x + m & \text{khi } x > 1 \end{cases}$  liên tục tại điểm  $x_0 = 1$  khi  $m$  nhận giá trị

**A.**  $m = -2$ .

**B.**  $m = 2$ .

**C.**  $m = -1$ .

**D.**  $m = 1$ .

**Câu 23. [1D2-2]** Một hộp chứa 20 viên bi xanh và 15 viên bi đỏ. Lấy ngẫu nhiên 4 bi. Tính xác suất để 4 bi lấy được có đủ hai màu.

**A.**  $\frac{4610}{5236}$ .

**B.**  $\frac{4615}{5236}$ .

**C.**  $\frac{4651}{5236}$ .

**D.**  $\frac{4615}{5236}$ .

**Câu 24. [1D1-2]** Tìm tất cả các nghiệm của phương trình  $\tan x + \sqrt{3} \cot x - \sqrt{3} - 1 = 0$  là:

**A.** 
$$\begin{cases} x = \frac{\pi}{4} + k\pi \\ x = \frac{\pi}{3} + k\pi \end{cases}, k \in \mathbb{Z}.$$

**B.** 
$$\begin{cases} x = -\frac{\pi}{4} + k\pi \\ x = \frac{\pi}{6} + k\pi \end{cases}, k \in \mathbb{Z}.$$

**C.** 
$$\begin{cases} x = \frac{\pi}{4} + k2\pi \\ x = \frac{\pi}{6} + k2\pi \end{cases}, k \in \mathbb{Z}.$$

**D.** 
$$\begin{cases} x = \frac{\pi}{4} + k\pi \\ x = \frac{\pi}{6} + k\pi \end{cases}, k \in \mathbb{Z}.$$

**Câu 25. [1D2-2]** Có 14 người gồm 8 nam và 6 nữ. Số cách chọn 6 người trong đó có đúng 2 nữ là

**A.** 1078.

**B.** 1414.

**C.** 1050.

**D.** 1386.

**Câu 26. [2H2-2]** Hình trụ có bán kính đáy bằng  $a$  và thiết diện qua trục là hình vuông, diện tích xung quanh hình trụ đó bằng

A.  $\frac{\pi a^2}{2}$ .

B.  $\pi a^2$ .

C.  $3\pi a^2$ .

D.  $4\pi a^2$ .

**Câu 27:** [2D2-3] Cho phương trình  $(m-1)\log_{\frac{1}{3}}(x+1)^2 + 4(m-5)\log_{\frac{1}{3}}\frac{1}{x+1} + 4m-4=0$  (1). Hỏi có bao nhiêu giá trị  $m$  nguyên âm để phương trình (1) có nghiệm thực trong đoạn  $\left[-\frac{2}{3}; 2\right]$ ?

A. 6.

B. 5.

C. 2.

D. 3.

**Câu 28:** [2D2-1] Cho hai hàm số  $y=e^x$  và  $y=\ln x$ . Xét các mệnh đề sau:

(I). Đồ thị hai hàm số đối xứng qua đường thẳng  $y=x$ .

(II). Tập xác định của hai hàm số trên là  $\mathbb{R}$ .

(III). Đồ thị hai hàm số cắt nhau tại đúng một điểm.

(IV). Hai hàm số đều đồng biến trên tập xác định của nó.

Có bao nhiêu mệnh đề **sai** trong các mệnh đề trên?

A. 2.

B. 3.

C. 1.

D. 4.

**Câu 29:** [2H1-3] Xét khối tứ diện  $ABCD$  có cạnh  $AB=x$ , các cạnh còn lại đều bằng  $2\sqrt{3}$ . Tìm  $x$  để thể tích khối tứ diện  $ABCD$  đạt giá trị lớn nhất.

A.  $x=\sqrt{6}$ .

B.  $x=\sqrt{14}$ .

C.  $x=3\sqrt{2}$ .

D.  $x=2\sqrt{3}$ .

**Câu 30:** [2D1-1] Cho hàm số  $f(x)$  có bảng biến thiên như sau. Mệnh đề nào dưới đây là đúng?

|      |           |      |     |           |      |     |           |
|------|-----------|------|-----|-----------|------|-----|-----------|
| $x$  | $-\infty$ | $-1$ | $0$ | $+\infty$ |      |     |           |
| $y'$ |           | $+$  | $0$ | $-$       | $  $ | $+$ |           |
| $y$  |           |      | $1$ |           | $0$  |     | $+\infty$ |
|      | $-\infty$ |      |     |           |      |     |           |

A. Hàm số có hai điểm cực trị.

B. Hàm số có giá trị lớn nhất bằng 3.

C. Hàm số có một điểm cực trị.

D. Hàm số có giá trị nhỏ nhất bằng 0.

**Câu 31:** [2H2-2] Hình chóp  $S.ABCD$  có đáy là hình vuông cạnh  $a$ ,  $SA$  vuông góc với mặt phẳng  $(ABCD)$  và  $SA=2a$ . Diện tích mặt cầu ngoại tiếp hình chóp  $S.ABCD$  bằng:

A.  $2\pi a^2$ .

B.  $\pi a^2$ .

C.  $3\pi a^2$ .

D.  $6\pi a^2$ .

**Câu 32:** [2D2-1] Nghiệm của phương trình:  $\log_2(3-2x)=3$  là:

A.  $x=1$ .

B.  $x=-2$ .

C.  $x=-\frac{5}{2}$ .

D.  $x=-\frac{3}{2}$ .

**Câu 33:** [1D1-2] Phương trình  $\sin x + \sqrt{3}\cos x = 1$  có tập nghiệm là:

A.  $\left\{-\frac{\pi}{6} + k\pi; -\frac{\pi}{2} + k\pi\right\}$ , với  $k \in \mathbb{Z}$ .

B.  $\left\{-\frac{\pi}{6} + k2\pi; \frac{\pi}{2} + k2\pi\right\}$ , với  $k \in \mathbb{Z}$ .

C.  $\left\{-\frac{\pi}{6} + k2\pi; -\frac{\pi}{2} + k2\pi\right\}$ , với  $k \in \mathbb{Z}$ .

D.  $\left\{\frac{7\pi}{6} + k2\pi; \frac{\pi}{2} + k2\pi\right\}$ , với  $k \in \mathbb{Z}$ .

**Câu 34:** [2D2-1] Cho phương trình  $25^x - 20.5^{x-1} + 3 = 0$ . Khi đặt  $t=5^x$ , ta được phương trình nào sau đây?

A.  $t^2 - 3 = 0$ .

B.  $t^2 - 4t + 3 = 0$ .

C.  $t^2 - 20t + 3 = 0$ .

D.  $t - 20\frac{1}{t} + 3 = 0$ .

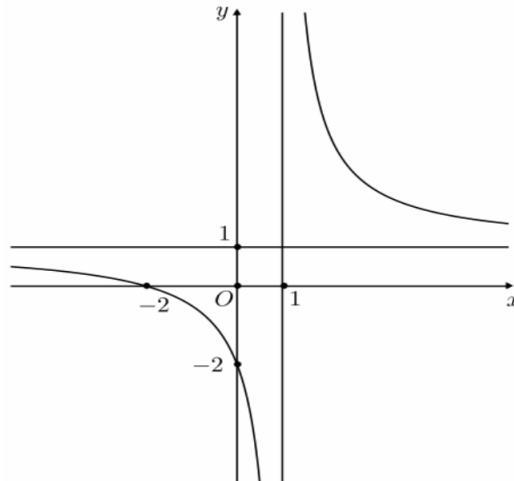
**Câu 35:** [1D1-3] Số nghiệm của phương trình  $\frac{\sin x \sin 2x + 2 \sin x \cos^2 x + \sin x + \cos x}{\sin x + \cos x} = \sqrt{3} \cos 2x$  trong khoảng  $(-\pi; \pi)$  là:

- A. 2. B. 4. C. 3. D. 5.

**Câu 36:** [2D2-1] Rút gọn biểu thức  $P = x^{\frac{1}{3}} \cdot \sqrt[4]{x}$ , với  $x$  là số thực dương.

- A.  $P = x^{\frac{1}{12}}$ . B.  $P = x^{\frac{7}{12}}$ . C.  $P = x^{\frac{2}{3}}$ . D.  $P = x^{\frac{2}{7}}$ .

**Câu 37:** [2D1-2] Cho hàm số  $y = \frac{ax-b}{x-1}$  có đồ thị như hình vẽ bên dưới. Mệnh đề nào dưới đây đúng?



- A.  $a < 0; b < 0$ . B.  $0 < b < a$ . C.  $b < 0 < a$ . D.  $a < b < 0$ .

**Câu 38:** [1D5-2] Tìm phương trình tiếp tuyến của đồ thị hàm số  $y = \frac{x+2}{x-1}$ , biết tiếp tuyến vuông góc với đường thẳng  $y = \frac{1}{3}x - 5$  và tiếp điểm có hoành độ dương.

- A.  $y = -3x + 10$ . B.  $y = -3x + 2$ . C.  $y = -3x + 6$ . D.  $y = -3x - 2$ .

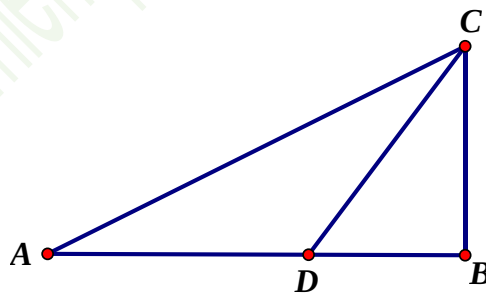
**Câu 39:** [1D3-2] Cho cấp số cộng  $(u_n)$ , biết  $u_1 = -5$ ,  $d = 2$ . Số 81 là số hạng thứ bao nhiêu?

- A. 100. B. 50. C. 75. D. 44.

**Câu 40:** [1D3-2] Cho hình chóp  $S.ABC$  có  $SA \perp (ABC)$ , góc giữa  $SB$  và  $(ABC)$  là  $60^\circ$ ,  $\Delta ABC$  đều cạnh  $a$ . Thể tích khối chóp bằng

- A.  $a\sqrt{3}$ . B.  $\frac{a^3}{4}$ . C.  $\frac{a^3}{2}$ . D.  $a^3$ .

**Câu 41:** [2D1-4] Một người cần đi từ khách sạn  $A$  bên bờ biển đến hòn đảo  $C$ . Biết rằng khoảng cách từ đảo  $C$  đến bờ biển là 10km, khoảng cách từ khách sạn  $A$  đến điểm  $B$  trên bờ gần đảo  $C$  nhất là 40km. Người đó có thể đi đường thủy hoặc đi đường bộ rồi đi đường thủy (như hình vẽ bên). Biết kinh phí đi đường thủy là 5 USD/km, đi đường bộ là 3 USD/km. Hỏi người đó phải đi đường bộ một khoảng bao nhiêu để kinh phí nhỏ nhất? ( $AB = 40$ km,  $BC = 10$ km)



A. 10 km.

B.  $\frac{65}{2}$  km.

C. 40 km.

D.  $\frac{15}{2}$  km.

**Câu 42:** [2D2-3] Gọi  $x, y$  là các số thực dương thỏa mãn điều kiện  $\log_9 x = \log_{12} y = \log_{16} (x+y)$  và

$$\frac{x}{y} = \frac{-a + \sqrt{b}}{2}, \text{ với } a, b \text{ là hai số nguyên dương. Tính } P = a.b.$$

A.  $P = 6$ .

B.  $P = 5$ .

C.  $P = 8$ .

D.  $P = 4$ .

**Câu 43:** [2H1-2] Lăng trụ  $ABC.A'B'C'$  có đáy là tam giác vuông cân tại  $A$ ,  $AB = a$ , biết thể tích của lăng trụ  $ABC.A'B'C'$  là  $V = \frac{4a^3}{3}$ . Tính khoảng cách  $h$  giữa  $AB$  và  $B'C'$ .

A.  $h = \frac{8a}{3}$ .

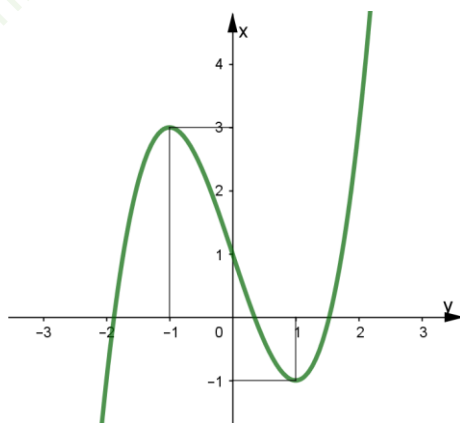
B.  $h = \frac{3a}{8}$ .

C.  $h = \frac{2a}{3}$ .

D.  $h = \frac{a}{3}$ .

$$V = S_{\triangle ABC} \cdot h \Leftrightarrow h = \frac{V}{S_{\triangle ABC}} = \frac{\frac{4a^3}{3}}{\frac{a^2}{2}} = \frac{8a}{3}.$$

**Câu 44:** [2D2-2] Cho hàm số  $y = f(x)$  có đồ thị như hình vẽ bên. Có bao nhiêu giá trị nguyên dương của tham số  $m$  để phương trình  $f(x) = \log_2 m$  có đúng ba nghiệm thực phân biệt?



A. 5.

B. 8.

C. 6.

D. 7.

**Câu 45:** [2D2-3] Gọi  $x_1, x_2$  là hai nghiệm của phương trình  $9^{x+1} - 20 \cdot 3^x + 8 = 0$ . Trong các khẳng định sau đây, khẳng định nào đúng?

A.  $x_1 + x_2 = \log_3 \frac{8}{9}$ .

B.  $x_1 + x_2 = \frac{20}{9}$ .

C.  $x_1 x_2 = \log_3 \frac{8}{9}$ .

D.  $x_1 x_2 = \frac{8}{9}$ .

**Câu 46:** [2D2-1] Tính đạo hàm của hàm số  $y = \log_2 (x^2 + x + 1)$ .

A.  $y' = -\frac{2x+1}{(x^2+x+1)\ln 2}$ .

B.  $y' = \frac{2x+1}{(x^2+x+1)\ln 2}$ .

C.  $y' = \frac{2x+2}{(x^2+x+1)\ln 2}$ .

D.  $y' = \frac{x+1}{(x^2+x+1)\ln 2}$ .

**Câu 47. [2D1-3]** Gọi  $A, B$  là hai điểm cực trị của đồ thị hàm số  $f(x) = -x^3 + 3x - 4$  và  $M(x_0; 0)$  là điểm trên trục hoành sao cho tam giác  $MAB$  có chu vi nhỏ nhất, đặt  $T = 4x_0 + 2015$ . Trong các khẳng định dưới đây, khẳng định nào đúng?

A.  $T = 2017$ .

B.  $T = 2019$ .

C.  $T = 2016$ .

D.  $T = 2018$ .

**Câu 48. [2D1-1]** Đồ thị hàm số  $y = f(x) = \frac{3x+2}{-2x+1}$  có bao nhiêu đường tiệm cận?

A. 1.

B. 0.

C. 3.

D. 2.

**Câu 49. [1D1-2]** Tìm giá trị lớn nhất  $M$  của hàm số  $y = f(x) = x^5 - 5x^3 - 20x + 2$  trên đoạn  $[-1; 3]$ .

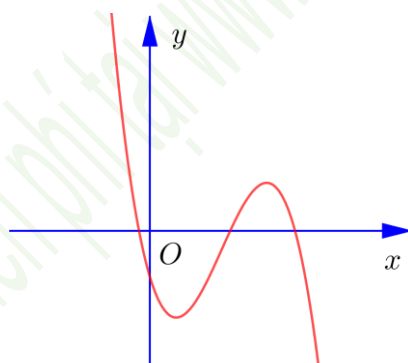
A.  $M = 26$ .

B.  $M = 46$ .

C.  $M = -46$ .

D.  $M = 50$ .

**Câu 50. [2D1-3]** Cho hàm số bậc ba  $y = ax^3 + bx^2 + cx + d$  có đồ thị như hình vẽ.



Dấu của  $a, b, c, d$  là

A.  $a < 0, b < 0, c < 0, d < 0$ .

B.  $a < 0, b < 0, c > 0, d < 0$ .

C.  $a < 0, b > 0, c < 0, d < 0$ .

D.  $a > 0, b > 0, c > 0, d < 0$ .

### BẢNG ĐÁP ÁN

|   |   |   |   |   |   |   |   |   |    |    |    |    |    |    |    |    |    |    |    |    |    |    |    |    |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|----|----|----|----|----|----|----|----|----|----|----|----|----|----|----|----|
| 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 | 9 | 10 | 11 | 12 | 13 | 14 | 15 | 16 | 17 | 18 | 19 | 20 | 21 | 22 | 23 | 24 | 25 |
| B | C | C | D | B | D | A | C | B | C  | D  | A  | D  | A  | C  | C  | B  | C  | B  | B  | C  | D  | D  | A  | C  |

|    |    |    |    |    |    |    |    |    |    |    |    |    |    |    |    |    |    |    |    |    |    |    |    |    |
|----|----|----|----|----|----|----|----|----|----|----|----|----|----|----|----|----|----|----|----|----|----|----|----|----|
| 26 | 27 | 28 | 29 | 30 | 31 | 32 | 33 | 34 | 35 | 36 | 37 | 38 | 39 | 40 | 41 | 42 | 43 | 44 | 45 | 46 | 47 | 48 | 49 | 50 |
| D  | D  | A  | C  | A  | D  | C  | B  | B  | A  | B  | C  | A  | D  | B  | B  | B  | A  | D  | A  | B  | A  | D  | D  | B  |

### HƯỚNG DẪN GIẢI

**Câu 1. [1H3-2]** Cho tứ diện  $ABCD$  có tam giác  $BCD$  đều cạnh  $a$ ,  $AB$  vuông góc với  $mp(BCD)$ ,  $AB = 2a$ .  $M$  là trung điểm đoạn  $AD$ , gọi  $\varphi$  là góc giữa  $CM$  với  $mp(BCD)$ . khi đó:

A.  $\tan \varphi = \frac{\sqrt{3}}{2}$ .

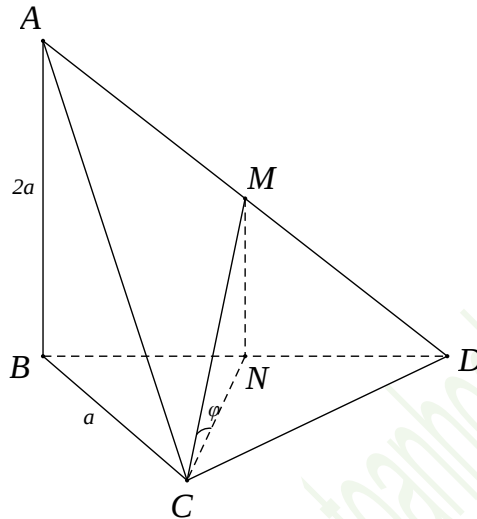
B.  $\tan \varphi = \frac{2\sqrt{3}}{3}$ .

C.  $\tan \varphi = \frac{3\sqrt{2}}{2}$ .

D.  $\tan \varphi = \frac{\sqrt{6}}{3}$ .

Lời giải.

Chọn B.



Gọi  $N$  là trung điểm  $BC$ . Ta có góc giữa  $CM$  với  $mp(BCD)$  bằng góc  $MCN$ .

+  $MN = \frac{AB}{2} = a$ .

+  $CN = \frac{a\sqrt{3}}{2}$ .

Vậy  $\tan \varphi = \frac{MN}{CN} = a \cdot \frac{2}{a\sqrt{3}} = \frac{2\sqrt{3}}{3}$ .

**Câu 2. [1H3-2]** Hình chóp  $S.ABCD$  có đáy là hình thoi cạnh  $a$ , góc  $BAC = 60^\circ$ ,  $SA$  vuông góc với  $mp(ABCD)$  góc giữa hai mặt phẳng  $(SBC)$  và  $(ABCD)$  bằng  $60^\circ$ . Khoảng cách từ  $A$  đến  $mp(SBC)$  bằng:

A.  $\frac{a\sqrt{2}}{3}$ .

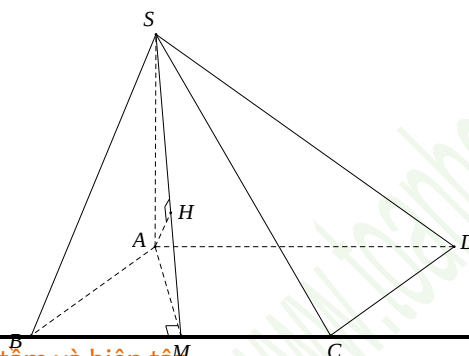
B.  $2a$ .

C.  $\frac{3a}{4}$ .

D.  $a$ .

Lời giải.

Chọn C.



+  $ABCD$  là hình thoi, góc  $BAC = 60^\circ$  nên ta có tam giác  $ABC$  đều.

+ Gọi  $M$  là trung điểm  $BC$  ta có góc giữa  $(SBC)$  và đáy  $(ABCD)$  bằng góc  $SMA = 60^\circ$ .

+ Gọi  $H$  là hình chiếu vuông góc của  $A$  lên  $SM$  ta có:

$$+ \begin{cases} BC \perp SA \\ BC \perp AM \end{cases} \Rightarrow BC \perp (SAM) \Rightarrow BC \perp AH.$$

Lại có:  $AH \perp SM \Rightarrow AH \perp (SBC) \Rightarrow d(A, (SBC)) = AH$ .

$$+ AM = \frac{a\sqrt{3}}{2}, \frac{AH}{AM} = \sin 60^\circ = \frac{\sqrt{3}}{2} \Rightarrow AH = \frac{a\sqrt{3}}{2} \cdot \frac{\sqrt{3}}{2} = \frac{3a}{4}.$$

**[1D4-2]** Tính

**Câu 3.** Giới hạn  $L = \lim_{x \rightarrow 1} \frac{1-x}{\sqrt{2-x}-1}$ .

**A.**  $L = -6$ .

**B.**  $L = -4$ .

**C.**  $L = 2$ .

**D.**  $L = -2$ .

**Lời giải.**

**Chọn C.**

$$L = \lim_{x \rightarrow 1} \frac{1-x}{\sqrt{2-x}-1} = \lim_{x \rightarrow 1} \frac{(1-x)(\sqrt{2-x}+1)}{-x+1} = \lim_{x \rightarrow 1} (\sqrt{2-x}+1) = 2.$$

**Câu 4.** **[2D2-2]** Cho hàm số  $y = \ln x$ . Mệnh đề nào dưới đây đúng?

**A.** Miền giá trị của hàm số là khoảng  $(0; +\infty)$ .

**B.** Đồ thị hàm số không có đường tiệm cận đứng khi  $x \rightarrow 0^+$ .

**C.** Hàm số có tập xác định là  $\mathbf{R}$ .

**D.** Hàm số đồng biến trong khoảng  $(0; +\infty)$

**Lời giải.**

**Chọn D.**

Hàm số  $y = \ln x$  có tập xác định  $(0; +\infty)$  và có cơ số  $e > 1 \Rightarrow$  **Chọn D.**

**Câu 5.** **[2H2-2]** Thiết diện qua trục của một hình nón  $(N)$  là một tam giác vuông cân, có cạnh góc vuông bằng  $a$ , diện tích toàn phần của hình nón  $(N)$  bằng:

**A.**  $\frac{\pi\sqrt{2}a^2}{2}$ .

**B.**  $\frac{\pi(1+\sqrt{2})a^2}{2}$ .

**C.**  $\frac{\pi(1+\sqrt{3})a^2}{2}$ .

**D.**  $\frac{\pi a^2}{2}$ .

**Lời giải**

**Chọn B.**

Ta có  $S_p = \pi Rl + \pi R^2$ , trong đó  $R = \frac{a\sqrt{2}}{2}$ ,  $l = a$  nên

$$S_p = \pi \cdot \frac{a\sqrt{2}}{2} \cdot a + \pi \cdot \left(\frac{a\sqrt{2}}{2}\right)^2 = \frac{\pi(1+\sqrt{2})a^2}{2}.$$

**Câu 6.** **[1D3-2]** Xen giữa số 3 và số 768 là 7 số để được một cấp số nhân có  $u_1 = 3$ . Khi đó  $u_5$  là:

**A.** 72.

**B.** -48.

**C.**  $\pm 48$ .

**D.** 48.

**Lời giải**

**Chọn D.**

Ta có  $u_1 = 3$  và  $u_9 = 768$  nên  $768 = 3.q^8 \Rightarrow q^8 = 256 \Rightarrow q = \pm 2$ .

Do đó  $u_5 = u_1.q^4 = 3.2^4 = 48$ .

**Câu 7.** [2H1-2] Số cạnh của hình 12 mặt đều là:

**A. 30.**

**B. 16.**

**C. 12.**

**D. 20.**

**Lời giải**

**Chọn A.**

Ta có số cạnh của hình mười hai mặt đều là 30.

**Câu 8.** [1D2-2] Biết rằng hệ số của  $x^4$  trong khai triển nhị thức Newton  $(2-x)^n$ ,  $(n \in \mathbb{N}^*)$  bằng 280, tìm  $n$  ?

**A.  $n = 8$ .**

**B.  $n = 6$ .**

**C.  $n = 7$ .**

**D.  $n = 5$ .**

**Lời giải**

**Chọn C.**

Ta có  $(2-x)^n = \sum_{k=0}^n C_n^k 2^{n-k} \cdot (-1)^k \cdot x^k$ .

Hệ số của  $x^4$  tương đương với  $k = 4$  là

$$C_n^4 2^{n-4} \cdot (-1)^4 = 280 \Leftrightarrow \frac{n(n-1)(n-2)(n-3)}{24} 2^{n-4} = 280$$

$$\Leftrightarrow n(n-1)(n-2)(n-3) = \frac{6720}{2^{n-4}} = \frac{2^6 \cdot 3 \cdot 5 \cdot 7}{2^{n-4}}$$

Vì  $n$  là số tự nhiên nên  $n-4 \leq 6 \Rightarrow 4 \leq n \leq 10$ .

Lập bảng giá trị được  $n = 7$ .

**Câu 9.** [2H2-3] Trong tất cả các hình chóp tứ giác đều nội tiếp hình cầu có bán kính bằng 9. Tính thể tích  $V$  của khối chóp có thể tích lớn nhất.

**A.  $576\sqrt{2}$ .**

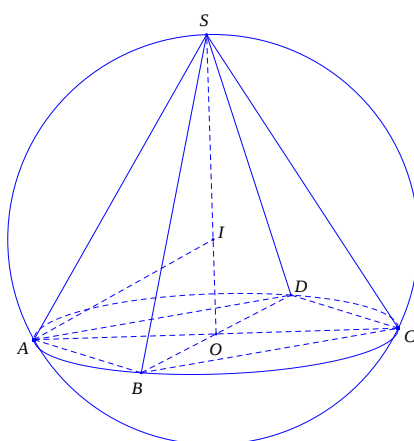
**B. 576.**

**C.  $144\sqrt{2}$ .**

**D. 144.**

**Lời giải**

**Chọn B.**



Gọi  $(S)$  là mặt cầu có tâm  $I$  và bán kính  $R = 9$ .

Xét hình chóp tứ giác đều  $S.ABCD$  có đáy  $ABCD$  là hình vuông tâm  $O$ , cạnh  $a$ ,  $(0 < a \leq 9\sqrt{2})$

$$\text{Ta có } OA = \frac{AC}{2} = \frac{a\sqrt{2}}{2} \Rightarrow OI = \sqrt{IA^2 - OA^2} = \sqrt{81 - \frac{a^2}{2}}.$$

$$\text{Mặt khác ta lại có } SO = SI + IO = 9 + \sqrt{81 - \frac{a^2}{2}}.$$

$$\text{Thể tích của khối chóp } S.ABCD \text{ là } V = \frac{1}{3}a^2 \left( 9 + \sqrt{81 - \frac{a^2}{2}} \right) = 3a^2 + \frac{1}{3}a^2 \sqrt{81 - \frac{a^2}{2}}.$$

$$\text{Đặt } a^2 = t, \text{ do } 0 < a \leq 9\sqrt{2} \text{ nên } 0 < t \leq 162$$

$$\text{Xét hàm số } f(t) = 3t + \frac{1}{3}t \left( 9 + \sqrt{81 - \frac{t}{2}} \right), \text{ với } 0 < t \leq 162 \text{ ta có } f'(t) = 3 + \frac{324 - 3t}{12\sqrt{81 - \frac{t}{2}}};$$

$$f'(t) = 0 \Leftrightarrow \sqrt{81 - \frac{t}{2}} = \frac{t}{12} - 9 \Leftrightarrow \begin{cases} t \geq 108 \\ 81 - \frac{t}{2} = \left( \frac{t}{12} - 9 \right)^2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} t \geq 108 \\ t = 0 \\ t = 144 \end{cases} \Leftrightarrow t = 144.$$

Ta có bảng biến thiên

|         |   |     |     |
|---------|---|-----|-----|
| $t$     | 0 | 144 | 162 |
| $f'(t)$ | + | 0   | -   |
| $f(t)$  |   |     |     |

Từ bảng biến thiên ta có  $V_{\max} = 576$  khi  $t = 144$  hay  $a = 12$ .

**Câu 10. [1D1-2]** Giải phương trình  $3\sin^2 x - 2\cos x + 2 = 0$ .

**A.**  $x = \frac{\pi}{2} + k\pi, k \in \mathbb{Z}$ . **B.**  $x = k\pi, k \in \mathbb{Z}$ . **C.**  $x = k2\pi, k \in \mathbb{Z}$ . **D.**  $x = \frac{\pi}{2} + k2\pi, k \in \mathbb{Z}$ .

**Lời giải**

**Chọn C.**

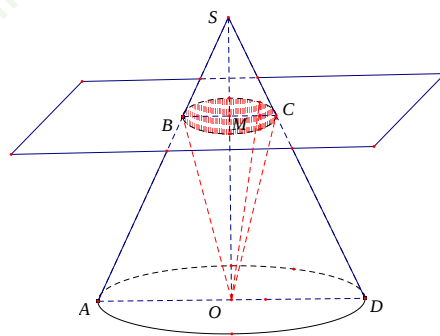
$$\text{Ta có } 3\sin^2 x - 2\cos x + 2 = 0 \Leftrightarrow 3\cos^2 x + 2\cos x - 5 = 0 \Rightarrow \cos x = 1 \Leftrightarrow x = k2\pi, k \in \mathbb{Z}.$$

**Câu 11. [2H2-3]** Cho hình nón  $(N)$  có đường cao  $SO = h$  và bán kính đáy bằng  $R$ , gọi  $M$  là điểm trên đoạn  $SO$ , đặt  $OM = x$ ,  $0 < x < h$ .  $(C)$  là thiết diện của mặt phẳng  $(P)$  vuông góc với trục  $SO$  tại  $M$ , với hình nón  $(N)$ . Tìm  $x$  để thể tích khối nón đỉnh  $O$  đáy là  $(C)$  lớn nhất.

**A.**  $\frac{h}{2}$ . **B.**  $\frac{h\sqrt{2}}{2}$ . **C.**  $\frac{h\sqrt{3}}{2}$ . **D.**  $\frac{h}{3}$ .

**Lời giải**

**Chọn D.**



Ta có  $BM$  là bán kính đường tròn  $(C')$ .

$$\text{Do tam giác } \triangle SBM \sim \triangle SAO \text{ nên } \frac{BM}{AO} = \frac{SM}{SO} \Leftrightarrow BM = \frac{AO \cdot SM}{SO} \Leftrightarrow BM = \frac{R(h-x)}{h}.$$

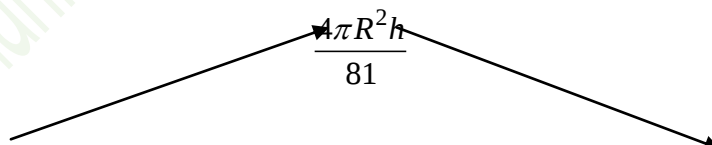
Thể tích của khối nón đỉnh  $O$  đáy là  $(C')$  là:

$$V = \frac{1}{3} \pi BM^2 \cdot OM = \frac{1}{3} \pi \left[ \frac{R(h-x)}{h} \right]^2 x = \frac{1}{3} \pi \frac{R^2}{h^2} (h-x)^2 x.$$

Xét hàm số  $f(x) = \frac{1}{3} \pi \frac{R^2}{h^2} (h-x)^2 x$ ,  $(0 < x < h)$  ta có

$$\text{Ta có } f'(x) = \frac{1}{3} \pi \frac{R^2}{h^2} (h-x)(h-3x); f'(x) = 0 \Leftrightarrow \frac{1}{3} \pi \frac{R^2}{h^2} (h-x)(h-3x) \Leftrightarrow x = \frac{h}{3}.$$

Lập bảng biến thiên ta có

|         |                                                                                      |               |     |
|---------|--------------------------------------------------------------------------------------|---------------|-----|
| $x$     | 0                                                                                    | $\frac{h}{3}$ | $h$ |
| $f'(x)$ | +                                                                                    | 0             | −   |
| $f(x)$  |  |               |     |

Từ bảng biến ta có thể tích khối nón đỉnh  $O$  đáy là  $(C')$  lớn nhất khi  $x = \frac{h}{3}$ .

**Câu 12.** [2H2-2] Cho Hình nón  $(N)$  có bán kính đáy bằng 3 và diện tích xung quanh bằng  $15\pi$ . Tính thể tích  $V$  của khối nón  $(N)$  là:

**A.**  $12\pi$ .

**B.**  $20\pi$ .

**C.**  $36\pi$ .

**D.**  $60\pi$ .

**Lời giải**

**Chọn A.**

Ta có diện tích xung quanh của hình nón là  $S_{xq} = \pi r l$   $15\pi = \pi \cdot 3 \cdot l \Leftrightarrow l = 5$ .

Chiều cao của khối nón là  $h = \sqrt{l^2 - r^2} = \sqrt{5^2 - 3^2} = 4$ .

Thể tích của khối nón là  $V = \frac{1}{3} \pi r^2 h = \frac{1}{3} \pi \cdot 3^2 \cdot 4 = 12\pi$ .

**Câu 13. [1D4-2]** Cho bốn hàm số  $f_1(x) = 2x^3 - 3x + 1$ ,  $f_2(x) = \frac{3x+1}{x-2}$ ,  $f_3(x) = \cos x + 3$  và  $f_4(x) = \log_3 x$ . Hỏi có bao nhiêu hàm số liên tục trên tập  $\mathbb{R}$ ?

A. 1.

B. 3.

C. 4.

**D. 2.**

**Lời giải**

**Chọn D.**

\* Ta có hai hàm số  $f_2(x) = \frac{3x+1}{x-2}$  và  $f_4(x) = \log_3 x$  có tập xác định không phải là tập  $\mathbb{R}$  nên không thỏa yêu cầu.

\* Cả hai hàm số  $f_1(x) = 2x^3 - 3x + 1$  và  $f_3(x) = \cos x + 3$  đều có tập xác định là  $\mathbb{R}$  đồng thời liên tục trên  $\mathbb{R}$ .

**Câu 14. [2D2-2]** Cho hàm số  $f(x) = \ln(x^2 - 5x)$ . Tìm tập nghiệm  $S$  của phương trình  $f'(x) = 0$ .

**A.  $S = \emptyset$ .**

B.  $S = \left\{ \frac{5}{2} \right\}$ .

C.  $S = \{0; 5\}$ .

D.  $S = (-\infty; 0) \cup (5; +\infty)$ .

**Lời giải**

**Chọn A.**

\* Hàm số xác định khi và chỉ khi  $x^2 - 5x > 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x < 0 \\ x > 5 \end{cases}$ .

\* Ta có  $f'(x) = \frac{2x-5}{x^2-5x}$ ;  $f'(x) = 0 \Leftrightarrow 2x-5=0 \Leftrightarrow x = \frac{5}{2}$  (loại).

\* Vậy  $S = \emptyset$ .

**Câu 15. [1D2-2]** Số hạng không chứa  $x$  trong khai triển  $\left(x - \frac{2}{x^2}\right)^6$  là:

A. 110.

B. 240.

**C. 60.**

D. 420.

**Lời giải**

**Chọn C.**

\* Số hạng tổng quát trong khai triển  $\left(x - \frac{2}{x^2}\right)^6$  là  $C_6^k x^{6-k} \left(-\frac{2}{x^2}\right)^k = C_6^k (-2)^k x^{6-3k}$  với  $k \in \mathbb{N}$ ,  $0 \leq k \leq 6$ .

\* Số hạng không chứa  $x$  nên  $6-3k=0 \Leftrightarrow k=2$  suy ra hệ số cần tìm là  $C_6^2(-2)^2=60$ .

**Câu 16. [2H1-2]** Cho  $(H)$  là khối lăng trụ đứng tam giác đều có tất cả các cạnh đều bằng  $a$ . Thể tích của  $(H)$  bằng:

A.  $\frac{a^3}{2}$ .

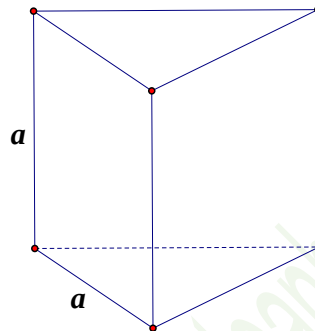
B.  $\frac{a^3\sqrt{3}}{2}$ .

C.  $\frac{a^3\sqrt{3}}{4}$ .

D.  $\frac{a^3\sqrt{2}}{3}$ .

Lời giải

Chọn C.



\* Đáy lăng trụ là tam giác đều cạnh  $a$  nên có diện tích là  $S = \frac{a^2\sqrt{3}}{4}$ , đường cao  $h = a$ .

\* Vậy thể tích khối lăng trụ  $V = S.h = \frac{a^3\sqrt{3}}{4}$ .

**Câu 17. [1D2-3]** Từ các chữ số 1, 2, 3, 4, 5, 6 có thể lập được bao nhiêu số tự nhiên lẻ có 6 chữ số khác nhau và trong mỗi số đó tổng của ba chữ số đầu lớn hơn tổng của ba chữ số cuối một đơn vị

A. 32.

B. 72.

C. 36.

D. 24.

Lời giải

Chọn B.

Gọi  $\overline{a_1a_2a_3a_4a_5a_6}$  là số cần tìm

Ta có  $a_6 \in \{1;3;5\}$  và  $(a_1+a_2+a_3)-(a_4+a_5+a_6)=1$

○ Với  $a_6=1$  thì  $(a_1+a_2+a_3)-(a_4+a_5)=2 \Rightarrow \begin{cases} a_1, a_2, a_3 \in \{2,3,6\} \\ a_4, a_5 \in \{4,5\} \end{cases}$  hoặc  $\begin{cases} a_1, a_2, a_3 \in \{2,4,5\} \\ a_4, a_5 \in \{3,6\} \end{cases}$

○ Với  $a_6=3$  thì  $(a_1+a_2+a_3)-(a_4+a_5)=4 \Rightarrow \begin{cases} a_1, a_2, a_3 \in \{2;4;5\} \\ a_4, a_5 \in \{1,6\} \end{cases}$  hoặc  $\begin{cases} a_1, a_2, a_3 \in \{1,4,6\} \\ a_4, a_5 \in \{2,5\} \end{cases}$

○ Với  $a_6=5$  thì  $(a_1+a_2+a_3)-(a_4+a_5)=6 \Rightarrow \begin{cases} a_1, a_2, a_3 \in \{2,3,6\} \\ a_4, a_5 \in \{1,4\} \end{cases}$  hoặc  $\begin{cases} a_1, a_2, a_3 \in \{1,4,6\} \\ a_4, a_5 \in \{2,3\} \end{cases}$

Mỗi trường hợp có  $3!.2!=12$  số thỏa mãn yêu cầu

Vậy có tất cả  $6.12=72$  số cần tìm.

**Câu 18. [2D1-1]** Cho hàm số  $y = f(x) = \frac{2x-1}{x+1}$ . Trong các mệnh đề dưới đây, mệnh đề nào đúng?

- A. Hàm số đồng biến trên tập xác định của nó.
- B. Hàm số nghịch biến trên tập  $\mathbb{R}$ .
- C. Hàm số đồng biến trên  $(-\infty; -1)$  và  $(-1; +\infty)$ .
- D. Hàm số nghịch biến trên  $\mathbb{R} \setminus \{-1\}$ .

**Lời giải**

**Chọn C.**

Tập xác định  $D = \mathbb{R} \setminus \{-1\}$ .

$$y' = \frac{3}{(x+1)^2} > 0, \forall x \in D.$$

$\Rightarrow$  hàm số luôn đồng biến trên các khoảng  $(-\infty; -1)$  và  $(-1; +\infty)$ .

**Câu 19. [1D1-1]** Phương trình  $2\cos x - \sqrt{2} = 0$  có tất cả các nghiệm là

A.  $\begin{cases} x = \frac{3\pi}{4} + k2\pi \\ x = -\frac{3\pi}{4} + k2\pi \end{cases}, k \in \mathbb{Z}.$

B.  $\begin{cases} x = \frac{\pi}{4} + k2\pi \\ x = -\frac{\pi}{4} + k2\pi \end{cases}, k \in \mathbb{Z}.$

C.  $\begin{cases} x = \frac{\pi}{4} + k2\pi \\ x = \frac{3\pi}{4} + k2\pi \end{cases}, k \in \mathbb{Z}.$

D.  $\begin{cases} x = \frac{7\pi}{4} + k2\pi \\ x = -\frac{7\pi}{4} + k2\pi \end{cases}, k \in \mathbb{Z}.$

**Lời giải**

**Chọn B.**

$$2\cos x - \sqrt{2} = 0 \Leftrightarrow \cos x = \frac{\sqrt{2}}{2} \Leftrightarrow \begin{cases} x = \frac{\pi}{4} + k2\pi \\ x = -\frac{\pi}{4} + k2\pi \end{cases}, k \in \mathbb{Z}.$$

**Câu 20. [1D2-3]** Khối chóp  $O.ABC$  có  $OB = OC = a$ ,  $AOB = AOC = 45^\circ$ ,  $BOC = 60^\circ$ ,  $OA = a\sqrt{2}$ . Khi đó thể tích khối tứ diện  $O.ABC$  bằng:

A.  $\frac{a^2}{12}$ .

B.  $\frac{a^3\sqrt{2}}{12}$ .

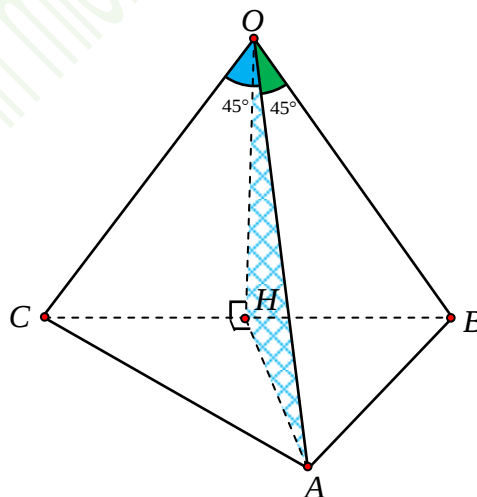
C.  $\frac{a^3\sqrt{3}}{12}$ .

D.  $\frac{a^3}{6}$ .

**Lời giải**

**Chọn B.**

**Cách 1:**



○ Tam giác  $OBC$  có  $OB = OC = a$ ,  $BOC = 60^\circ \Rightarrow OBC$  là tam giác đều  $\Rightarrow BC = a$ .

○ Tam giác  $OAC$  và  $OAB$  bằng nhau  $\Rightarrow AB = AC$

○ Áp dụng định lí cosin trong tam giác  $OAB$  ta có:

$$AB^2 = OA^2 + OB^2 - 2.OA.OB.\cos 45^\circ \Leftrightarrow AB^2 = a^2 \Leftrightarrow AB = AC = a.$$

Khi đó tam giác  $ABC$  đều.

$$\text{Gọi } H \text{ là trung điểm } BC \text{ thì } OH = AH = \frac{a\sqrt{3}}{2} \text{ và } \cos OHA = \frac{OH^2 + AH^2 - OA^2}{2.OH.AH} = \frac{-1}{3}$$

$$\Rightarrow \sin OHA = \frac{2\sqrt{2}}{3} \Rightarrow S_{OAH} = \frac{1}{2} OH.AH.\sin OHA = \frac{a^2\sqrt{2}}{4}.$$

$$\text{Ta có } \begin{cases} BC \perp OH \\ BC \perp AH \end{cases} \Rightarrow BC \perp (OAH).$$

$$V_{O.ABC} = 2V_{B.OAH} \Leftrightarrow V_{O.ABC} = 2 \cdot \frac{1}{3} . BH . S_{OAH} \Leftrightarrow V_{O.ABC} = \frac{a^3\sqrt{2}}{12}.$$

**Cách 2:** Áp dụng công thức giải nhanh

$$\text{Khối tứ diện } OABC \text{ có } \begin{cases} OA = a, OB = b, OC = c \\ AOB = \alpha, AOC = \beta, BOC = \gamma \end{cases} \text{ thì}$$

$$V_{OABC} = \frac{abc}{6} \sqrt{1 - \cos^2 \alpha - \cos^2 \beta - \cos^2 \gamma + 2 \cos \alpha . \cos \beta . \cos \gamma} = \frac{a^3\sqrt{2}}{12}.$$

**Câu 21.** [2H2-2] Hình trụ bán kính đáy  $r$ . Gọi  $O$  và  $O'$  là tâm của hai đường tròn đáy với  $OO' = 2r$ . Một mặt cầu tiếp xúc với hai đáy của hình trụ tại  $O$  và  $O'$ . Gọi  $V_C$  và  $V_T$  lần lượt là thể tích của khối cầu và khối trụ. Khi đó  $\frac{V_C}{V_T}$  là

A.  $\frac{1}{2}$ .

B.  $\frac{3}{4}$ .

C.  $\frac{2}{3}$ .

D.  $\frac{3}{5}$ .

Lời giải

**Chọn C.**

$$\text{Ta có thể tích của khối cầu là } V_C = \frac{4}{3} \pi r^3.$$

Thể tích của khối trụ là  $V_T = \pi r^2 l = 2\pi r^3$ .

Khi đó  $\frac{V_C}{V_T} = \frac{2}{3}$ .

**Câu 22. [1D4-2]** Hàm số  $f(x) = \begin{cases} x^2 + 1 & \text{khi } x \leq 1 \\ x + m & \text{khi } x > 1 \end{cases}$  liên tục tại điểm  $x_0 = 1$  khi  $m$  nhận giá trị

A.  $m = -2$ .

B.  $m = 2$ .

C.  $m = -1$ .

D.  $m = 1$ .

**Lời giải**

**Chọn D.**

Ta có  $\lim_{x \rightarrow 1^+} f(x) = \lim_{x \rightarrow 1^+} (x^2 + 1) = 2$ ;  $\lim_{x \rightarrow 1^-} f(x) = \lim_{x \rightarrow 1^-} (x + m) = 1 + m$ . Để hàm số liên tục tại  $x_0 = 1$  thì  $\lim_{x \rightarrow 1^+} f(x) = \lim_{x \rightarrow 1^-} f(x) \Leftrightarrow 2 = m + 1 \Leftrightarrow m = 1$ .

**Câu 23. [1D2-2]** Một hộp chứa 20 viên bi xanh và 15 viên bi đỏ. Lấy ngẫu nhiên 4 bi. Tính xác suất để 4 bi lấy được có đủ hai màu.

A.  $\frac{4610}{5236}$ .

B.  $\frac{4615}{5236}$ .

C.  $\frac{4651}{5236}$ .

D.  $\frac{4615}{5236}$ .

**Lời giải**

**Chọn D.**

Số phần tử không gian mẫu là  $|\Omega| = C_{35}^4 = 5236$ .

Số phần tử của biến cố lấy được 4 bi màu xanh là  $C_{20}^4$ .

Số phần tử của biến cố lấy được 4 bi màu đỏ là  $C_{15}^4$ .

Suy ra xác suất của biến cố 4 bi lấy được có đủ hai màu là  $p = 1 - \frac{C_{20}^4 + C_{15}^4}{5236} = \frac{4615}{5236}$ .

**Câu 24. [1D1-2]** Tìm tất cả các nghiệm của phương trình  $\tan x + \sqrt{3} \cot x - \sqrt{3} - 1 = 0$  là:

A.  $\begin{cases} x = \frac{\pi}{4} + k\pi \\ x = \frac{\pi}{3} + k\pi \end{cases}, k \in \mathbb{Z}$ .

B.  $\begin{cases} x = -\frac{\pi}{4} + k\pi \\ x = \frac{\pi}{6} + k\pi \end{cases}, k \in \mathbb{Z}$ .

C.  $\begin{cases} x = \frac{\pi}{4} + k2\pi \\ x = \frac{\pi}{6} + k2\pi \end{cases}, k \in \mathbb{Z}$ .

D.  $\begin{cases} x = \frac{\pi}{4} + k\pi \\ x = \frac{\pi}{6} + k\pi \end{cases}, k \in \mathbb{Z}$ .

**Lời giải**

**Chọn A.**

ĐK  $\begin{cases} \sin x \neq 0 \\ \cos x \neq 0 \end{cases} \Leftrightarrow \sin 2x \neq 0 \Leftrightarrow x \neq \frac{k\pi}{2}, k \in \mathbb{Z}$ .

Phương

trình

tương

đương

$$\tan^2 x - (\sqrt{3} + 1)\tan x + \sqrt{3} = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} \tan x = 1 \\ \tan x = \sqrt{3} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = \frac{\pi}{4} + k\pi \\ x = \frac{\pi}{3} + k\pi \end{cases}, k \in \mathbb{Z}.$$

**Câu 25: [1D2-2]** Có 14 người gồm 8 nam và 6 nữ. Số cách chọn 6 người trong đó có đúng 2 nữ là

A. 1078.

B. 1414.

C. 1050.

D. 1386.

**Lời giải**

**Chọn C.**

Số cách chọn 6 người trong đó có đúng 2 nữ là  $C_6^2 \cdot C_8^4 = 1050$  cách.

**Câu 26:** [2H2-2] Hình trụ có bán kính đáy bằng  $a$  và thiết diện qua trục là hình vuông, diện tích xung quanh hình trụ đó bằng

A.  $\frac{\pi a^2}{2}$ .

B.  $\pi a^2$ .

C.  $3\pi a^2$ .

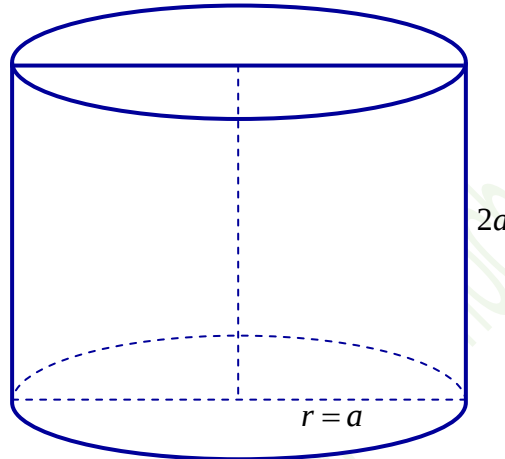
D.  $4\pi a^2$ .

**Lời giải**

**Chọn D.**

Hình trụ có bán kính đáy bằng  $a$  và thiết diện qua trục là hình vuông nên độ dài đường sinh của hình trụ là  $l = 2a$ .

Diện tích xung quanh của hình trụ bằng  $S = 2\pi rl = 2\pi \cdot a \cdot 2a = 4\pi a^2$ .



**Câu 27:** [2D2-3] Cho phương trình  $(m-1)\log_{\frac{2}{3}}(x+1)^2 + 4(m-5)\log_{\frac{1}{3}}\frac{1}{x+1} + 4m - 4 = 0$  (1). Hỏi có

bao nhiêu giá trị  $m$  nguyên âm để phương trình (1) có nghiệm thực trong đoạn  $\left[-\frac{2}{3}; 2\right]$ ?

A. 6.

B. 5.

C. 2.

D. 3.

**Lời giải**

**Chọn D.**

Trên đoạn  $\left[-\frac{2}{3}; 2\right]$  thì phương trình luôn xác định.

Với  $m$  nguyên âm ta có  $m \neq 1$ , do đó

$$(1) \Leftrightarrow 4(m-1)\log_{\frac{2}{3}}(x+1) - 4(m-5)\log_{\frac{1}{3}}(x+1) + 4m - 4 = 0$$

$$\Leftrightarrow (m-1)\log_{\frac{2}{3}}(x+1) - (m-5)\log_{\frac{1}{3}}(x+1) + m - 1 = 0$$

Đặt  $t = \log_{\frac{1}{3}}(x+1)$ , với  $x \in \left[-\frac{2}{3}; 2\right]$  thì  $-1 \leq t \leq 1$ . Ta có phương trình:

$$(m-1)t^2 - (m-5)t + m - 1 = 0 \Leftrightarrow m(t^2 - t + 1) = t^2 - 5t + 1$$

$$\Leftrightarrow m = \frac{t^2 - 5t + 1}{t^2 - t + 1} \quad (2)$$

Xét hàm số  $f(t) = \frac{t^2 - 5t + 1}{t^2 - t + 1}$  với  $-1 \leq t \leq 1$ .

$$\text{Ta có } f'(t) = \frac{4t^2 - 4}{(t^2 - t + 1)^2} = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} t = 1 \\ t = -1 \end{cases}$$

$$f(-1) = \frac{7}{3}, f(1) = -3$$

$$\text{Do đó } \min_{[-1;1]} f(t) = -3 \text{ và } \max_{[-1;1]} f(t) = \frac{7}{3}.$$

Phương trình đã cho có nghiệm thực trong đoạn  $\left[-\frac{2}{3}; 2\right]$  khi và chỉ khi phương trình (2) có

$$\text{nghiệm } t \in [-1;1] \Leftrightarrow \min_{[-1;1]} f(t) \leq m \leq \max_{[-1;1]} f(t) \Leftrightarrow -3 \leq m \leq \frac{7}{3}.$$

Như vậy, các giá trị nguyên âm  $m$  để phương trình (1) có nghiệm thực trong đoạn  $\left[-\frac{2}{3}; 2\right]$  là  $\{-3; -2; -1\}$ .

**Câu 28:** [2D2-1] Cho hai hàm số  $y = e^x$  và  $y = \ln x$ . Xét các mệnh đề sau:

(I). Đồ thị hai hàm số đối xứng qua đường thẳng  $y = x$ .

(II). Tập xác định của hai hàm số trên là  $\mathbb{R}$ .

(III). Đồ thị hai hàm số cắt nhau tại đúng một điểm.

(IV). Hai hàm số đều đồng biến trên tập xác định của nó.

Có bao nhiêu mệnh đề **sai** trong các mệnh đề trên?

**A. 2.**

**B. 3.**

**C. 1.**

**D. 4.**

**Lời giải**

**Chọn A.**

Hai hàm số  $y = e^x$  và  $y = \ln x$  là hai hàm số ngược nhau nên đồ thị của chúng đối xứng nhau qua đường thẳng  $y = x$ , nên mệnh đề (I) đúng.

Hàm số  $y = \ln x$  có tập xác định là  $(0; +\infty)$  nên mệnh đề (II) sai.

Đồ thị hai hàm số  $y = e^x$  và  $y = \ln x$  không cắt nhau, nên mệnh đề (III) sai.

Hai hàm số  $y = e^x$  và  $y = \ln x$  là hai hàm số đồng biến trên tập xác định của nó, nên mệnh đề (IV) đúng.

Vậy, có 2 mệnh đề sai.

**Câu 29:** [2H1-3] Xét khối tứ diện  $ABCD$  có cạnh  $AB = x$ , các cạnh còn lại đều bằng  $2\sqrt{3}$ . Tìm  $x$  để thể tích khối tứ diện  $ABCD$  đạt giá trị lớn nhất.

**A.  $x = \sqrt{6}$ .**

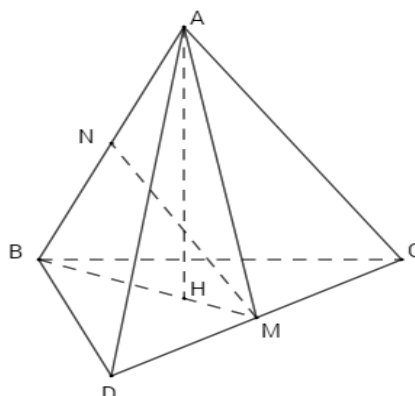
**B.  $x = \sqrt{14}$ .**

**C.  $x = 3\sqrt{2}$ .**

**D.  $x = 2\sqrt{3}$ .**

**Lời giải**

**Chọn C.**



Gọi  $M$ ,  $N$  lần lượt là trung điểm  $CD$  và  $AB$ ;  $H$  là hình chiếu vuông góc của  $A$  lên  $BM$ .

Ta có:  $\left. \begin{array}{l} CD \perp BM \\ CD \perp AM \end{array} \right\} \Rightarrow CD \perp (ABM) \Rightarrow (ABM) \perp (ABC).$

Mà  $AH \perp BM$ ;  $BM = (ABM) \cap (ABC) \Rightarrow AH \perp (ABC).$

Do  $ACD$  và  $BCD$  là hai tam giác đều cạnh  $2\sqrt{3} \Rightarrow AM = BM = \frac{\sqrt{3}}{2} \cdot 2\sqrt{3} = 3.$

Tam giác  $AMN$  vuông tại  $N$ , có:  $MN = \sqrt{AM^2 - AN^2} = \sqrt{9 - \frac{x^2}{4}}.$

Lại có:

$$S_{BCD} = \frac{\sqrt{3}}{4} (2\sqrt{3})^2 = 3\sqrt{3}.$$

$$V_{ABCD} = \frac{1}{3} AH \cdot S_{BCD} = \frac{1}{3} \cdot \frac{x\sqrt{36-x^2}}{6} \cdot 3\sqrt{3} = \frac{\sqrt{3}}{6} x\sqrt{36-x^2}.$$

$$\text{Ta có: } V_{ABCD} = \frac{\sqrt{3}}{6} x\sqrt{36-x^2} \leq \frac{\sqrt{3}}{6} \cdot \frac{x^2 + 36 - x^2}{2} = 3\sqrt{3}.$$

Suy ra  $V_{ABCD}$  lớn nhất bằng  $3\sqrt{3}$  khi  $x^2 = 36 - x^2 \Rightarrow x = 3\sqrt{2}.$

**Câu 30:** [2D1-1] Cho hàm số  $f(x)$  có bảng biến thiên như sau. Mệnh đề nào dưới đây là đúng?

|      |           |      |     |           |     |     |           |
|------|-----------|------|-----|-----------|-----|-----|-----------|
| $x$  | $-\infty$ | $-1$ | $0$ | $+\infty$ |     |     |           |
| $y'$ |           | $+$  | $0$ | $-$       | $0$ | $+$ |           |
| $y$  | $-\infty$ |      | $1$ |           | $0$ |     | $+\infty$ |

**A.** Hàm số có hai điểm cực trị.

**B.** Hàm số có giá trị lớn nhất bằng 3.

**C.** Hàm số có một điểm cực trị.

**D.** Hàm số có giá trị nhỏ nhất bằng 0.

**Lời giải**

**Chọn A.**

Dựa vào bảng biến thiên ta thấy hàm số có đạo hàm cấp 1 và  $y' = 0$  tại  $x = -1$  và không xác định tại  $x = 0$ , đồng thời  $y'$  đổi dấu khi đi qua các điểm  $x = -1$  và  $x = 0$ .

Do đó hàm số có hai điểm cực trị là  $x = -1$  và  $x = 0$ .

**Câu 31:** [2H2-2] Hình chóp  $S.ABCD$  có đáy là hình vuông cạnh  $a$ ,  $SA$  vuông góc với mặt phẳng  $(ABCD)$  và  $SA = 2a$ . Diện tích mặt cầu ngoại tiếp hình chóp  $S.ABCD$  bằng:

**A.**  $2\pi a^2$ .

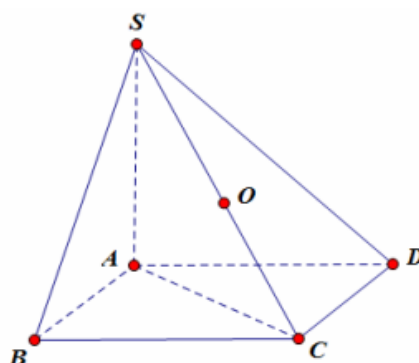
**B.**  $\pi a^2$ .

**C.**  $3\pi a^2$ .

**D.**  $6\pi a^2$ .

**Lời giải**

**Chọn D.**



Ta chứng minh được:

- ♦  $BC \perp (SAB) \Rightarrow BC \perp SB \Rightarrow \Delta SBC$  vuông tại  $B$ .
- ♦  $CD \perp (SAD) \Rightarrow CD \perp SD \Rightarrow \Delta SCD$  vuông tại  $D$ .
- ♦  $SA \perp (ABCD) \Rightarrow SA \perp AC \Rightarrow \Delta SAC$  vuông tại  $A$ .

Gọi  $O$  là trung điểm cạnh  $SC$ . Khi đó:  $OA = OC = OD = OB = OS = \frac{1}{2}SC$ .

Do đó  $O$  là tâm mặt cầu ngoại tiếp khối chóp  $S.ABCD$ .

Bán kính mặt cầu là:  $R = \frac{1}{2}SC = \frac{1}{2}\sqrt{SA^2 + AC^2} = \frac{1}{2}\sqrt{4a^2 + 2a^2} = \frac{a\sqrt{6}}{2}$ .

Diện tích mặt cầu:  $S = 4\pi R^2 = 4\pi \cdot \frac{3a^2}{2} = 6\pi a^2$ .

**Câu 32:** [2D2-1] Nghiệm của phương trình:  $\log_2(3-2x) = 3$  là:

A.  $x = 1$ .

B.  $x = -2$ .

C.  $x = -\frac{5}{2}$ .

D.  $x = -\frac{3}{2}$ .

**Lời giải**

**Chọn C.**

Ta có:  $\log_2(3-2x) = 3 \Leftrightarrow \begin{cases} 3-2x > 0 \\ 3-2x = 8 \end{cases} \Leftrightarrow x = -\frac{5}{2}$ .

**Câu 33:** [1D1-2] Phương trình  $\sin x + \sqrt{3}\cos x = 1$  có tập nghiệm là:

A.  $\left\{-\frac{\pi}{6} + k\pi; -\frac{\pi}{2} + k\pi\right\}$ , với  $k \in \mathbb{Z}$ .

B.  $\left\{-\frac{\pi}{6} + k2\pi; \frac{\pi}{2} + k2\pi\right\}$ , với  $k \in \mathbb{Z}$ .

C.  $\left\{-\frac{\pi}{6} + k2\pi; -\frac{\pi}{2} + k2\pi\right\}$ , với  $k \in \mathbb{Z}$ .

D.  $\left\{\frac{7\pi}{6} + k2\pi; \frac{\pi}{2} + k2\pi\right\}$ , với  $k \in \mathbb{Z}$ .

**Lời giải**

**Chọn B.**

Ta có  $\sin x + \sqrt{3}\cos x = 1 \Leftrightarrow \frac{1}{2}\sin x + \frac{\sqrt{3}}{2}\cos x = \frac{1}{2} \Leftrightarrow \sin\left(x + \frac{\pi}{3}\right) = \sin \frac{\pi}{6}$

$\Leftrightarrow \begin{cases} x + \frac{\pi}{3} = \frac{\pi}{6} + k2\pi \\ x + \frac{\pi}{3} = \pi - \frac{\pi}{6} + k2\pi \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = -\frac{\pi}{6} + k2\pi \\ x = \frac{\pi}{2} + k2\pi \end{cases} \quad (k \in \mathbb{Z}).$

**Câu 34:** [2D2-1] Cho phương trình  $25^x - 20.5^{x-1} + 3 = 0$ . Khi đặt  $t = 5^x$ , ta được phương trình nào sau đây?

A.  $t^2 - 3 = 0$ .

B.  $t^2 - 4t + 3 = 0$ .

C.  $t^2 - 20t + 3 = 0$ .

D.  $t - 20\frac{1}{t} + 3 = 0$ .

**Lời giải**

**Chọn B.**

Phương trình  $25^x - 20.5^{x-1} + 3 = 0 \Leftrightarrow 5^{2x} - 4.5^x + 3 = 0$ .

Đặt  $t = 5^x$ ,  $t > 0$ .

Khi đó, ta được phương trình  $t^2 - 4t + 3 = 0$ .

- Câu 35:** [1D1-3] Số nghiệm của phương trình  $\frac{\sin x \sin 2x + 2 \sin x \cos^2 x + \sin x + \cos x}{\sin x + \cos x} = \sqrt{3} \cos 2x$  trong khoảng  $(-\pi; \pi)$  là:
- A. 2.                      B. 4.                      C. 3.                      D. 5.

**Lời giải**

**Chọn A.**

Điều kiện  $\sin x + \cos x \neq 0 \Leftrightarrow \sin\left(x + \frac{\pi}{4}\right) \neq 0 \Leftrightarrow x + \frac{\pi}{4} \neq k\pi \Leftrightarrow x \neq -\frac{\pi}{4} + k\pi, (k \in \mathbb{Z})$ .

Ta có:  $\frac{\sin x \sin 2x + 2 \sin x \cos^2 x + \sin x + \cos x}{\sin x + \cos x} = \sqrt{3} \cos 2x$

$$\Leftrightarrow \frac{\sin 2x (\sin x + \cos x) + \sin x + \cos x}{\sin x + \cos x} = \sqrt{3} \cos 2x$$

$$\Leftrightarrow \frac{(\sin 2x + 1)(\sin x + \cos x)}{\sin x + \cos x} = \sqrt{3} \cos 2x$$

$$\Leftrightarrow \sin 2x - \sqrt{3} \cos 2x = -1 \Leftrightarrow \sin\left(2x - \frac{\pi}{3}\right) = \sin\left(-\frac{\pi}{6}\right)$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} 2x - \frac{\pi}{3} = -\frac{\pi}{6} + k2\pi \\ 2x - \frac{\pi}{3} = \pi + \frac{\pi}{6} + k2\pi \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = \frac{\pi}{12} + k\pi \\ x = \frac{3\pi}{4} + k\pi \end{cases} (k \in \mathbb{Z}).$$

Thử lại điều kiện, phương trình đã cho có nghiệm là:  $x = \frac{\pi}{12} + k\pi (k \in \mathbb{Z})$ .

Trên  $(-\pi; \pi)$  phương trình đã cho có các nghiệm là:  $\frac{\pi}{12}; -\frac{11\pi}{12}$ .

- Câu 36:** [2D2-1] Rút gọn biểu thức  $P = x^{\frac{1}{3}} \cdot \sqrt[4]{x}$ , với  $x$  là số thực dương.

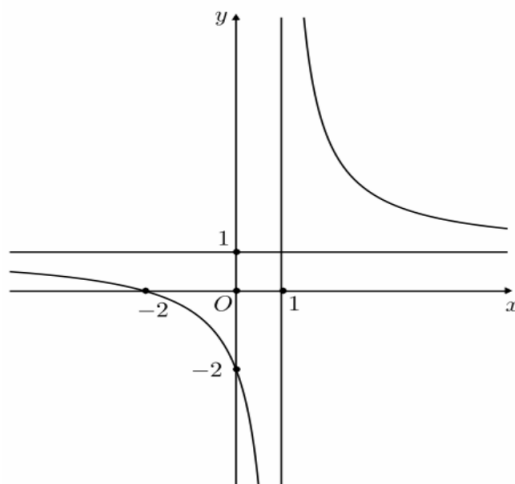
- A.  $P = x^{\frac{1}{12}}$ .                      B.  $P = x^{\frac{7}{12}}$ .                      C.  $P = x^{\frac{2}{3}}$ .                      D.  $P = x^{\frac{2}{7}}$ .

**Lời giải**

**Chọn B.**

$$P = x^{\frac{1}{3}} \cdot \sqrt[4]{x} = x^{\frac{1}{3}} \cdot x^{\frac{1}{4}} = x^{\frac{7}{12}}.$$

- Câu 37.** [2D1-2] Cho hàm số  $y = \frac{ax-b}{x-1}$  có đồ thị như hình vẽ bên dưới. Mệnh đề nào dưới đây đúng?



- A.  $a < 0; b < 0$ .      B.  $0 < b < a$ .      C.  $b < 0 < a$ .      D.  $a < b < 0$ .

**Lời giải**

**Chọn C.**

Dựa vào đồ thị ta có:

+ Đồ thị hàm số có tiệm cận ngang  $y = a = 1 > 0$ .

+ Đồ thị hàm số đi qua điểm  $(0; -2) \Rightarrow b = -2 < 0$ .

+ Hàm số nghịch biến trên từng khoảng xác định nên  $y' < 0 \Rightarrow -a + b < 0 \Rightarrow b < a$ .

Vậy  $b < 0 < a$ .

**Câu 38. [1D5-2]** Tìm phương trình tiếp tuyến của đồ thị hàm số  $y = \frac{x+2}{x-1}$ , biết tiếp tuyến vuông góc với đường thẳng  $y = \frac{1}{3}x - 5$  và tiếp điểm có hoành độ dương.

- A.  $y = -3x + 10$ .      B.  $y = -3x + 2$ .      C.  $y = -3x + 6$ .      D.  $y = -3x - 2$ .

**Lời giải**

**Chọn A.**

Gọi  $x_0$  là hoành độ tiếp điểm ( $x_0 > 0$ ).

Vì tiếp tuyến vuông góc với đường thẳng  $y = \frac{1}{3}x - 5$  nên ta có:  $y'(x_0) = -3$

$$\Leftrightarrow \frac{-3}{(x_0 - 1)^2} = -3 \Leftrightarrow (x_0 - 1)^2 = 1 \Leftrightarrow x_0^2 - 2x_0 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x_0 = 0 \text{ (loại)} \\ x_0 = 2 \end{cases} \Leftrightarrow x_0 = 2 \Rightarrow y_0 = 4.$$

Vậy phương trình tiếp tuyến cần tìm là:  $y = -3(x - 2) + 4 = -3x + 10$ .

**Câu 39. [1D3-2]** Cho cấp số cộng  $(u_n)$ , biết  $u_1 = -5$ ,  $d = 2$ . Số 81 là số hạng thứ bao nhiêu?

- A. 100.      B. 50.      C. 75.      D. 44.

**Lời giải**

**Chọn D.**

Ta có  $u_n = u_1 + (n-1)d \Leftrightarrow 81 = -5 + (n-1)2 \Leftrightarrow n = 44$ .

Vậy 81 là số hạng thứ 44.

**Câu 40. [1D3-2]** Cho hình chóp  $S.ABC$  có  $SA \perp (ABC)$ , góc giữa  $SB$  và  $(ABC)$  là  $60^\circ$ ,  $\Delta ABC$  đều cạnh  $a$ . Thể tích khối chóp bằng

A.  $a\sqrt{3}$ .

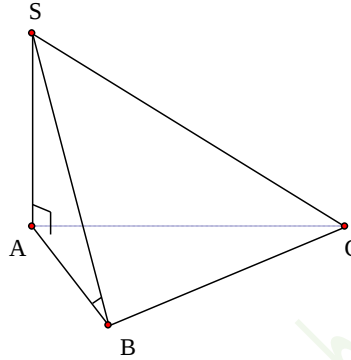
B.  $\frac{a^3}{4}$ .

C.  $\frac{a^3}{2}$ .

D.  $a^3$ .

Lời giải

**Chọn B.**



Diện tích  $\Delta ABC$  là  $S_{\Delta ABC} = \frac{a^2\sqrt{3}}{4}$ .

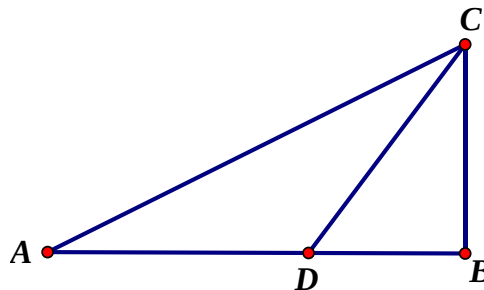
$SA \perp (ABC)$  nên  $AB$  là hình chiếu của  $SB$  lên  $(ABC)$ .

$\Rightarrow (SB, (ABC)) = (SB, AB) = SBA = 60^\circ$ .

$\Delta SAB$  vuông tại  $A$  có  $SBA = 60^\circ$ , ta có  $SA = AB \cdot \tan SBA = a\sqrt{3}$ .

Thể tích khối chóp là  $V = \frac{1}{3} \cdot S_{\Delta ABC} \cdot SA = \frac{1}{3} \cdot \frac{a^2\sqrt{3}}{4} \cdot a\sqrt{3} = \frac{a^3}{4}$ .

**Câu 41. [2D1-4]** Một người cần đi từ khách sạn  $A$  bên bờ biển đến hòn đảo  $C$ . Biết rằng khoảng cách từ đảo  $C$  đến bờ biển là 10km, khoảng cách từ khách sạn  $A$  đến điểm  $B$  trên bờ gần đảo  $C$  nhất là 40km. Người đó có thể đi đường thủy hoặc đi đường bộ rồi đi đường thủy (như hình vẽ bên). Biết kinh phí đi đường thủy là 5 USD/km, đi đường bộ là 3 USD/km. Hỏi người đó phải đi đường bộ một khoảng bao nhiêu để kinh phí nhỏ nhất? ( $AB = 40$  km,  $BC = 10$  km)



A. 10 km.

B.  $\frac{65}{2}$  km.

C. 40 km.

D.  $\frac{15}{2}$  km.

Lời giải

**Chọn B.**

Đặt  $AD = x$  km,  $x \in [0; 40] \Rightarrow BD = 40 - x \Rightarrow CD = \sqrt{(40 - x)^2 + 10^2}$ .

Tổng kinh phí đi từ A đến C là  $f(x) = x.3 + \sqrt{(40-x)^2 + 10^2} .5$ .

$$f(x) = 3x + 5\sqrt{x^2 - 80x + 1700}.$$

$$f'(x) = 3 + 5 \frac{2x - 80}{2\sqrt{x^2 - 80x + 1700}} \Leftrightarrow f'(x) = \frac{3\sqrt{x^2 - 80x + 1700} + 5x - 200}{\sqrt{x^2 - 80x + 1700}}.$$

$$f'(x) = 0 \Leftrightarrow 3\sqrt{x^2 - 80x + 1700} = 200 - 5x \Leftrightarrow x = \frac{65}{2}.$$

Bảng biến thiên

|         |                                                                                   |                |    |
|---------|-----------------------------------------------------------------------------------|----------------|----|
| $x$     | 0                                                                                 | $\frac{65}{2}$ | 40 |
| $f'(x)$ | -                                                                                 | 0              | +  |
| $f(x)$  |  |                |    |

**Câu 42. [2D2-3]** Gọi  $x, y$  là các số thực dương thỏa mãn điều kiện  $\log_9 x = \log_{12} y = \log_{16} (x + y)$  và

$$\frac{x}{y} = \frac{-a + \sqrt{b}}{2}, \text{ với } a, b \text{ là hai số nguyên dương. Tính } P = a.b.$$

**A.**  $P = 6$ .

**B.**  $P = 5$ .

**C.**  $P = 8$ .

**D.**  $P = 4$ .

**Lời giải**

**Chọn B.**

$$\text{Đặt } t = \log_9 x = \log_{12} y = \log_{16} (x + y).$$

$$\Rightarrow x = 9^t, y = 12^t, x + y = 16^t.$$

$$\Rightarrow 9^t + 12^t = 16^t \Leftrightarrow \left(\frac{3}{4}\right)^{2t} + \left(\frac{3}{4}\right)^t = 1 \Leftrightarrow \begin{cases} \left(\frac{3}{4}\right)^t = \frac{-1 - \sqrt{5}}{2} \text{ (loại)} \\ \left(\frac{3}{4}\right)^t = \frac{-1 + \sqrt{5}}{2} \end{cases}.$$

$$\text{Vậy } \frac{x}{y} = \left(\frac{3}{4}\right)^t = \frac{-1 + \sqrt{5}}{2} \Rightarrow \begin{cases} a = 1 \\ b = 5 \end{cases} \Rightarrow a.b = 5.$$

**Câu 43. [2H1-2]** Lăng trụ  $ABC.A'B'C'$  có đáy là tam giác vuông cân tại A,  $AB = a$ , biết thể tích của

lăng trụ  $ABC.A'B'C'$  là  $V = \frac{4a^3}{3}$ . Tính khoảng cách  $h$  giữa  $AB$  và  $B'C'$ .

**A.**  $h = \frac{8a}{3}$ .

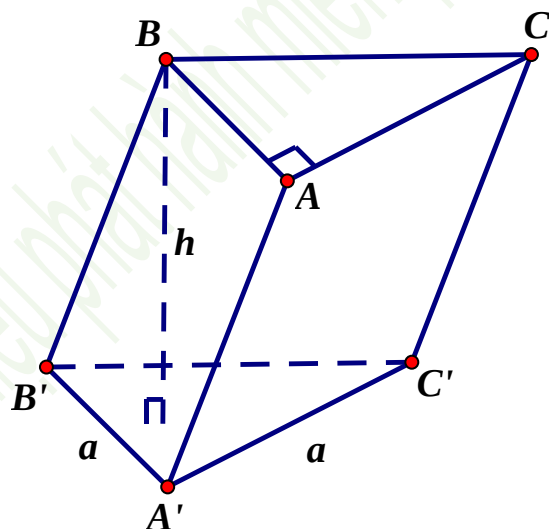
**B.**  $h = \frac{3a}{8}$ .

**C.**  $h = \frac{2a}{3}$ .

**D.**  $h = \frac{a}{3}$ .

**Lời giải**

**Chọn A.**

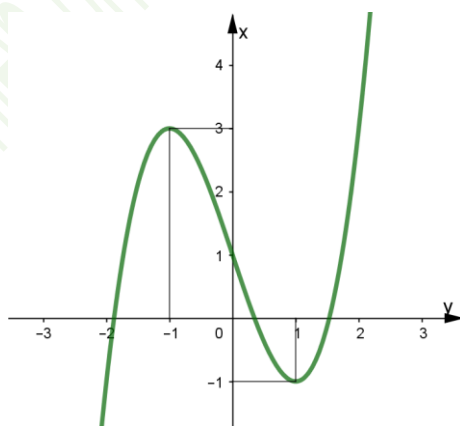


Ta có  $AB \perp (A'B'C') \Rightarrow d(AB, B'C') = d(AB, (A'B'C')) = d(B, (A'B'C'))$ .

$$S_{\triangle ABC} = \frac{a^2}{2}.$$

$$V = S_{\triangle ABC} \cdot h \Leftrightarrow h = \frac{V}{S_{\triangle ABC}} = \frac{\frac{4a^3}{3}}{\frac{a^2}{2}} = \frac{8a}{3}.$$

**Câu 44. [2D2-2]** Cho hàm số  $y = f(x)$  có đồ thị như hình vẽ bên. Có bao nhiêu giá trị nguyên dương của tham số  $m$  để phương trình  $f(x) = \log_2 m$  có đúng ba nghiệm thực phân biệt?



A. 5.

B. 8.

C. 6.

**D. 7.**

**Lời giải**

**Chọn D.**

Dựa vào đồ thị hàm số, phương trình  $f(x) = \log_2 m$  có đúng ba nghiệm thực phân biệt khi và

$$\text{chỉ khi } \begin{cases} m > 0 \\ -1 < \log_2 m < 3 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m > 0 \\ \frac{1}{2} < m < 8 \end{cases} \Leftrightarrow \frac{1}{2} < m < 8.$$

Do  $m$  là số nguyên dương nên  $m \in \{1; 2; 3; 4; 5; 6; 7\}$ .

**Câu 45. [2D2-2]** Gọi  $x_1, x_2$  là hai nghiệm của phương trình  $9^{x+1} - 20 \cdot 3^x + 8 = 0$ . Trong các khẳng định sau đây, khẳng định nào đúng ?

- A.**  $x_1 + x_2 = \log_3 \frac{8}{9}$ . **B.**  $x_1 + x_2 = \frac{20}{9}$ . **C.**  $x_1 x_2 = \log_3 \frac{8}{9}$ . **D.**  $x_1 x_2 = \frac{8}{9}$ .

**Lời giải**

**Chọn A.**

Ta có:  $9^{x+1} - 20 \cdot 3^x + 8 = 0 \Leftrightarrow 9 \cdot 9^x - 20 \cdot 3^x + 8 = 0$ .

Đặt  $t = 3^x$  với  $t > 0$ , khi đó phương trình đã cho trở thành:  $9t^2 - 20t + 8 = 0$ .

Gọi  $x_1, x_2$  là hai nghiệm của phương trình đã cho, ta có:  $t_1 = 3^{x_1}$  và  $t_2 = 3^{x_2}$ .

Theo định lí Vi – ét, ta có:  $t_1 + t_2 = 3^{x_1} + 3^{x_2} = \frac{20}{9}$ .

Và:  $t_1 t_2 = 3^{x_1} \cdot 3^{x_2} = \frac{8}{9} \Leftrightarrow x_1 + x_2 = \log_3 \frac{8}{9}$ .

**Câu 46. [2D2-1]** Tính đạo hàm của hàm số  $y = \log_2(x^2 + x + 1)$ .

- A.**  $y' = -\frac{2x+1}{(x^2+x+1)\ln 2}$ . **B.**  $y' = \frac{2x+1}{(x^2+x+1)\ln 2}$ .  
**C.**  $y' = \frac{2x+2}{(x^2+x+1)\ln 2}$ . **D.**  $y' = \frac{x+1}{(x^2+x+1)\ln 2}$ .

**Lời giải**

**Chọn B.**

Ta có:  $y' = \frac{(x^2+x+1)'}{(x^2+x+1)\ln 2} = \frac{2x+1}{(x^2+x+1)\ln 2}$ .

**Câu 47. [2D1-3]** Gọi  $A, B$  là hai điểm cực trị của đồ thị hàm số  $f(x) = -x^3 + 3x - 4$  và  $M(x_0; 0)$  là điểm trên trục hoành sao cho tam giác  $MAB$  có chu vi nhỏ nhất, đặt  $T = 4x_0 + 2015$ . Trong các khẳng định dưới đây, khẳng định nào đúng ?

- A.**  $T = 2017$ . **B.**  $T = 2019$ . **C.**  $T = 2016$ . **D.**  $T = 2018$ .

**Lời giải**

**Chọn A.**

Tập xác định:  $D = \mathbb{R}$ . Đạo hàm:  $f'(x) = -3x^2 + 3$ .

Xét  $f'(x) = 0 \Leftrightarrow -3x^2 + 3 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x=1 \Rightarrow y=-2 \\ x=-1 \Rightarrow y=-6 \end{cases}$ . Đặt  $A(1; -2)$  và  $B(-1; -6)$ .

Ta thấy hai điểm  $A$  và  $B$  nằm cùng phía với trục hoành.

Gọi  $A'(1; 2)$  là điểm đối xứng với điểm  $A$  qua trục hoành. Chu vi tam giác  $MAB$  đạt giá trị nhỏ nhất khi và chỉ khi ba điểm  $B, M$  và  $A'$  thẳng hàng.

Ta có:  $\overrightarrow{A'M} = (x_0 - 1; -2)$  và  $\overrightarrow{A'B} = (-2; -8) \Rightarrow \frac{x_0 - 1}{-2} = \frac{-2}{-8} \Leftrightarrow x_0 = \frac{1}{2} \Rightarrow M\left(\frac{1}{2}; 0\right)$ .

Vậy  $T = 4 \cdot \frac{1}{2} + 2015 = 2017$ .

**Câu 48. [2D1-1]** Đồ thị hàm số  $y = f(x) = \frac{3x+2}{-2x+1}$  có bao nhiêu đường tiệm cận ?

- A. 1.                      B. 0.                      C. 3.                      **D. 2.**

**Lời giải**

**Chọn D.**

Ta có  $\lim_{x \rightarrow (\frac{1}{2})^+} \frac{3x+2}{-2x+1} = +\infty$ ,  $\lim_{x \rightarrow (\frac{1}{2})^-} \frac{3x+2}{-2x+1} = -\infty$  nên đồ thị hàm số nhận đường thẳng  $x = \frac{1}{2}$  là tiệm cận đứng.

$\lim_{x \rightarrow \pm\infty} \frac{3x+2}{-2x+1} = \frac{-3}{2}$  nên đồ thị hàm số nhận đường thẳng  $y = \frac{-3}{2}$  là tiệm cận ngang.

Vậy đồ thị hàm số có 2 đường tiệm cận.

**Câu 49. [1D1-2]** Tìm giá trị lớn nhất  $M$  của hàm số  $y = f(x) = x^5 - 5x^3 - 20x + 2$  trên đoạn  $[-1; 3]$ .

- A.  $M = 26$ .                      B.  $M = 46$ .                      C.  $M = -46$ .                      **D.  $M = 50$ .**

**Lời giải**

**Chọn D.**

Ta có  $f'(x) = 5x^4 - 15x^2 - 20$ ,

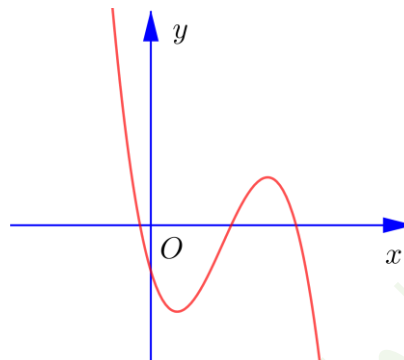
$$f'(x) = 0 \Leftrightarrow 5x^4 - 15x^2 - 20 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x^2 = 4 \\ x^2 = -1 \end{cases}. \text{ Do } x^2 \geq 0 \Rightarrow x^2 = 4 \Rightarrow x = \pm 2.$$

Mà  $x \in [-1; 3]$  nên  $x = 2$ .

Ta có  $f(-1) = 26$ ,  $f(2) = -46$ ,  $f(3) = 50$ .

So sánh các giá trị ta được giá trị lớn nhất của hàm số là  $M = 50$ .

**Câu 50. [2D1-3]** Cho hàm số bậc ba  $y = ax^3 + bx^2 + cx + d$  có đồ thị như hình vẽ.



Dấu của  $a, b, c, d$  là

- A.  $a < 0, b < 0, c < 0, d < 0$ .                      **B.  $a < 0, b < 0, c > 0, d < 0$ .**  
C.  $a < 0, b > 0, c < 0, d < 0$ .                      D.  $a > 0, b > 0, c > 0, d < 0$ .

**Lời giải**

**Chọn B.**

Ta thấy nhánh ngoài cùng bên phải của đồ thị hướng xuống dưới nên  $a < 0$ .

Đồ thị cắt trục tung tại điểm có tung độ âm nên  $d < 0$

Ta có  $y' = 3ax^2 + 2bx + c$ ,  $y' = 0 \Leftrightarrow 3ax^2 + 2bx + c = 0$

Hàm số có hai điểm cực trị  $x_1 > 0, x_2 > 0$

Suy ra  $x_1 + x_2 > 0 \Rightarrow -\frac{2b}{3a} > 0$ . Mà  $a < 0$  nên  $b > 0$ .

$x_1 x_2 > 0 \Rightarrow \frac{c}{3a} > 0$ . Mà  $a < 0$  nên  $c < 0$ .

Vậy  $a < 0, b > 0, c < 0, d < 0$ .



