

(Thí sinh không được sử dụng tài liệu)

Mã đề thi 107

Họ, tên thí sinh:..... SBD:.....

Câu 1. [2H2-1] Cho hình nón có bán kính đáy $r = \sqrt{3}$ và độ dài đường sinh $l = 4$. Tính diện tích xung quanh S của hình nón đã cho.

A. $S = 8\sqrt{3}\pi$.

B. $S = 24\pi$.

C. $S = 16\sqrt{3}\pi$.

D. $S = 4\sqrt{3}\pi$.

Câu 2. [1D2-2] Lớp 11B có 25 đoàn viên, trong đó có 10 nam và 15 nữ. Chọn ngẫu nhiên 3 đoàn viên trong lớp để tham dự hội trại ngày 26 tháng 3. Tính xác suất để 3 đoàn viên được chọn có 2 nam và 1 nữ.

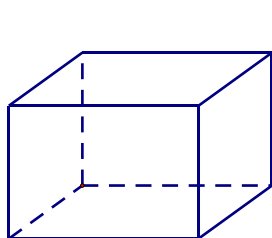
A. $\frac{7}{920}$.

B. $\frac{27}{92}$.

C. $\frac{3}{115}$.

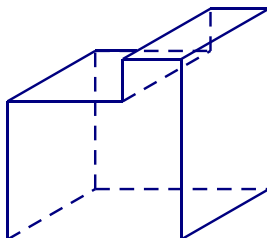
D. $\frac{9}{92}$.

Câu 3. [2H1-1] Mỗi hình sau gồm một số hữu hạn đa giác phẳng, tìm hình không là hình đa diện.



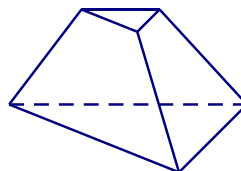
Hình 1

A. Hình 2.



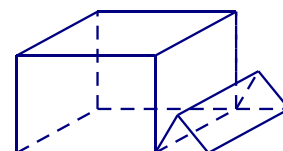
Hình 2

B. Hình 4.



Hình 3

C. Hình 1.



Hình 4

D. Hình 3.

Câu 4. [1H2-2] Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình bình hành. Gọi d là giao tuyến của hai mặt phẳng (SAD) và (SBC) . Khẳng định nào sau đây là khẳng định đúng?

A. d qua S và song song với BD .

B. d qua S và song song với BC .

C. d qua S và song song với AB .

D. d qua S và song song với DC .

Câu 5. [2D1-2] Tìm giá trị lớn nhất của hàm số $y = x^4 - 2x^2 - 15$ trên đoạn $[-3; 2]$.

A. $\max_{[-3;2]} y = 54$.

B. $\max_{[-3;2]} y = 7$.

C. $\max_{[-3;2]} y = 48$.

D. $\max_{[-3;2]} y = 16$.

Câu 6. [2D2-2] Tìm tập xác định D của hàm số $y = \sqrt{\log_{0,3}(x+3)}$.

A. $D = (-3; +\infty)$.

B. $D = (-3; -2)$.

C. $D = [-3; +\infty)$.

D. $D = (-3; -2]$.

Câu 7. [2D1-2] Cho hàm số $y = \frac{x-2}{x-1}$. Khẳng định nào dưới đây là khẳng định đúng?

A. Hàm số nghịch biến trên $\mathbb{R} \setminus \{1\}$.

B. Hàm số đồng biến trên $\mathbb{R} \setminus \{1\}$.

C. Hàm số đơn điệu trên $\mathbb{R}$.

D. Hàm số đồng biến trên các khoảng $(-\infty; 1)$ và $(1; +\infty)$.

Câu 8. [1D2-2] Hai xạ thủ cùng bắn mỗi người một viên đạn vào bia một cách độc lập với nhau. Xác suất bắn trúng bia của hai xạ thủ lần lượt là $\frac{1}{2}$ và $\frac{1}{3}$. Tính xác suất của biến cố có ít nhất một xạ thủ không bắn trúng bia.

A. $\frac{1}{3}$.

B. $\frac{5}{6}$.

C. $\frac{1}{2}$.

D. $\frac{2}{3}$.

Gốc: Đáp án B: $\frac{1}{6}$

Câu 9. [2D1-2] Đồ thị hàm số $y = x^3 - 3x^2 + 2x - 1$ cắt đồ thị hàm số $y = x^2 - 3x + 1$ tại hai điểm phân biệt A, B. Tính độ dài đoạn AB?

A. $AB = 3$.

B. $AB = 2\sqrt{2}$.

C. $AB = 1$.

D. $AB = \sqrt{2}$.

Câu 10. [2D1-3] Trong bốn hàm số $y = \frac{x+1}{x-2}$, $y = 3^x$, $y = \log_3 x$, $y = \sqrt{x^2 + x + 1} - x$. Có mấy hàm số mà đồ thị của nó có đường tiệm cận.

A. 4.

B. 3.

C. 1.

D. 2

Câu 11. [1D5-2] Cho hàm số $f(x) = |x-1|$. Khẳng định nào sau đây là khẳng định sai?

A. $f(1) = 0$.

B. $f(x)$ có đạo hàm tại $x = 1$.

C. $f(x)$ liên tục tại $x = 1$.

D. $f(x)$ đạt giá trị nhỏ nhất tại $x = 1$.

Câu 12. [2H2-2] Trong không gian, cho hình chữ nhật ABCD có $AB = 1$ và $AD = 2$. Gọi M, N lần lượt là trung điểm của AB và CD. Quay hình chữ nhật đó xung quanh trục MN, ta được một hình trụ. Tính thể tích V của khối trụ tạo bởi hình trụ đó

A. $\frac{\pi}{2}$.

B. π .

C. 2π .

D. 4π .

Câu 13. [2D2-1] Giải phương trình $\log_{2017}(13x+3) = \log_{2017} 16$.

A. $x = \frac{1}{2}$.

B. $x = 1$.

C. $x = 0$.

D. $x = 2$.

Câu 14. [1D1-2] Tìm nghiệm của phương trình lượng giác $\cos^2 x - \cos x = 0$ thỏa mãn điều kiện $0 < x < \pi$.

A. $x = \frac{\pi}{2}$.

B. $x = 0$.

C. $x = \pi$.

D. $x = \frac{\pi}{4}$.

Câu 15. [2D2-2] Tìm tất cả các giá trị thực của tham số a để biểu thức $B = \log_3(2-a)$ có nghĩa.

A. $a > 2$.

B. $a = 3$.

C. $a \leq 2$.

D. $a < 2$.

Câu 16. [2D2-2] Tìm tập nghiệm S của phương trình $\log_6[x(5-x)] = 1$.

A. $S = \{2; -6\}$.

B. $S = \{2; 3; 4\}$.

C. $S = \{2; 3\}$.

D. $S = \{2; 3; -1\}$.

Câu 17. [1D1-1] Phương trình nào sau đây vô nghiệm?

A. $\tan x = 3$.

B. $\sin x + 3 = 0$.

C. $3\sin x - 2 = 0$.

D. $2\cos^2 x - \cos x - 1 = 0$.

- Câu 18. [2H1-2]** Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình chữ nhật, $AB = a$, $AD = 2a$, cạnh bên SA vuông góc với đáy và thể tích khối chóp $S.ABCD$ bằng $\frac{2a^3}{3}$. Tính số đo góc giữa đường thẳng SB với mặt phẳng $(ABCD)$.
- A. 30° . B. 60° . C. 45° . D. 75° .
- Câu 19. [1D2-3]** Cho đa thức: $P(x) = (1+x)^8 + (1+x)^9 + (1+x)^{10} + (1+x)^{11} + (1+x)^{12}$. Khai triển và rút gọn ta được đa thức: $P(x) = a_0 + a_1x + a_2x^2 + \dots + a_{12}x^{12}$. Tìm hệ số a_8 .
- A. 720. B. 700. C. 715. D. 730.
- Câu 20. [2D1-1]** Hàm số $y = \frac{1}{3}x^3 - x^2 + x + 1$ có mấy điểm cực trị?
- A. 0. B. 1. C. 2. D. 3.
- Câu 21. [1D3-2]** Trong các dãy số sau, dãy số nào là dãy số giảm?
- A. $u_n = \frac{2n+1}{n-1}$. B. $u_n = n^3 - 1$. C. $u_n = n^2$. D. $u_n = 2n$.
- Câu 22. [0D1-3]** Cho ba điểm $A(1; -3)$, $B(-2; 6)$ và $C(4; -9)$. Tìm điểm M trên trục Ox sao cho vector $\vec{u} = \vec{MA} + \vec{MB} + \vec{MC}$ có độ dài nhỏ nhất.
- A. $M(2; 0)$. B. $M(4; 0)$. C. $M(3; 0)$. D. $M(1; 0)$.
- Câu 23. [2D1-2]** Tìm giá trị cực tiểu y_{CT} của hàm số $y = x^4 - 2x^2 - 3$.
- A. $y_{CT} = 4$. B. $y_{CT} = -3$. C. $y_{CT} = 3$. D. $y_{CT} = -4$.
- Câu 24. [2H1-1]** Cho hình chóp $S.ABC$ có $SA = SB = SC$ và tam giác ABC vuông tại C . Gọi H là hình chiếu vuông góc S lên mặt phẳng (ABC) . Khẳng định nào sau đây là khẳng định đúng?
- A. H là trung điểm của cạnh AB . B. H là trọng tâm tam giác ABC .
C. H là trực tâm tam giác ABC . D. H là trung điểm của cạnh AC .
- Câu 25. [2H2-2]** Cho hình trụ có hai đáy là hình tròn (O) và (O') , chiều cao $R\sqrt{3}$, bán kính đáy R và hình nón có đỉnh là O' , đáy là hình tròn $(O; R)$. Tính tỉ số giữa diện tích xung quanh của hình trụ và diện tích xung quanh của hình nón.
- A. 2. B. 3. C. $\sqrt{2}$. D. $\sqrt{3}$.
- Câu 26. [2H1-2]** Cho hình chóp $S.ABC$ có SA, SB, SC đôi một vuông góc và $SA = a$, $SB = a\sqrt{2}$, $SC = a\sqrt{3}$. Tính khoảng cách từ S đến mặt phẳng (ABC) .
- A. $\frac{11a}{6}$. B. $\frac{a\sqrt{66}}{6}$. C. $\frac{6a}{11}$. D. $\frac{a\sqrt{66}}{11}$.
- Câu 27. [2D1-1]** Đồ thị hàm số nào sau đây nằm phía dưới trục hoành?
- A. $y = -x^4 - 4x^2 + 1$. B. $y = x^4 + 5x^2 - 1$.
C. $y = -x^4 + 2x^2 - 2$. D. $y = -x^3 - 7x^2 - x - 1$.
- Câu 28. [2D2-1]** Tính đạo hàm của hàm số $y = \log_5(x^2 + 2)$.

A. $y' = \frac{1}{(x^2+2)\ln 5}$. B. $y' = \frac{2x}{x^2+2}$. C. $y' = \frac{2x \cdot \ln 5}{x^2+2}$. D. $y' = \frac{2x}{(x^2+2) \cdot \ln 5}$.

Câu 29. [1D3-2] Trong các dãy số sau, dãy nào là dãy số bị chặn?

A. $u_n = \frac{2n+1}{n+1}$. B. $u_n = 2n + \sin(n)$. C. $u_n = n^2$. D. $u_n = n^3 - 1$.

Câu 30. [2D1-2] Hàm số nào trong bốn hàm số sau có bảng biến thiên như hình vẽ bên?

x	$-\infty$	0	2	$+\infty$	
y'	$+$	0	$-$	0	$+$
y	$-\infty$	2	-2	$+\infty$	

A. $y = x^3 - 3x + 2$. B. $y = -x^3 + 3x^2 - 1$. C. $y = x^3 - 3x^2 + 2$. D. $y = x^3 + 3x^2 - 1$.

Câu 31. [2D1-2] Cho hàm số $y = \frac{1}{3}x^3 - 3x^2 + x + 1$ có đồ thị (C). Trong các tiếp tuyến với đồ thị (C), hãy tìm phương trình tiếp tuyến có hệ số góc nhỏ nhất?

A. $y = -8x - 10$. B. $y = x - 10$. C. $y = -8x + 10$. D. $y = -x + 10$.

Đề gốc:

A. $y = -8x - 19$. B. $y = x - 19$. C. $y = -8x + 19$. D. $y = -x + 19$.

Câu 32. [2H1-2] Cho khối lăng trụ tam giác $ABC.A'B'C'$. Tính tỉ số thể tích giữa khối đa diện $A'B'C'BC$ và khối lăng trụ $ABC.A'B'C'$.

A. $\frac{2}{3}$. B. $\frac{1}{2}$. C. $\frac{5}{6}$. D. $\frac{1}{3}$.

Câu 33. [2D2-1] Tìm tập xác định D của hàm số $y = \left(\frac{1}{2}\right)^x$.

A. $D = (1; +\infty)$. B. $D = (-\infty; +\infty)$. C. $D = (0; +\infty)$. D. $(0; 1)$.

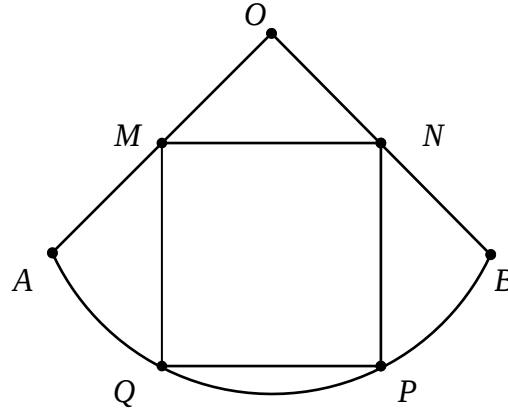
Câu 34. [1D2-3] Cho đa thức $P(x) = (1+x)^8 + (1+x)^9 + (1+x)^{10} + (1+x)^{11} + (1+x)^{12}$. Khai triển và rút gọn ta được đa thức $P(x) = a_0 + a_1x + \dots + a_{12}x^{12}$. Tính tổng các hệ số a_i , $i = 0; 1; 2; \dots; 12$.

A. 5. B. 7936. C. 0. D. 7920.

Câu 35. [2D2-2] Tìm tất cả các giá trị thực của tham số m để phương trình $4^x - 2m \cdot 2^x + m + 2 = 0$ có 2 nghiệm phân biệt

A. $-2 < m < 2$. B. $m > -2$. C. $m > 2$. D. $m < 2$.

Câu 36. [2H2-4] Cho tấm tôn hình nón có bán kính đáy là $r = \frac{2}{3}$, độ dài đường sinh $l = 2$. Người ta cắt theo một đường sinh và trải phẳng ra được một hình quạt. Gọi M , N thứ tự là trung điểm của OA , OB . Hỏi khi cắt hình quạt theo hình chữ nhật $MNPQ$ (hình vẽ) và tạo thành hình trụ đường PN trùng MQ (2 đáy làm riêng) thì được khối trụ có thể tích bằng bao nhiêu?



A. $\frac{3(\sqrt{13}-1)}{8\pi}$.

B. $\frac{3(\sqrt{13}-1)}{4\pi}$.

C. $\frac{5(\sqrt{13}-1)}{12\pi}$.

D. $\frac{\pi(\sqrt{13}-1)}{9}$.

Câu 37. [2D2-4] Cho x, y là các số thực dương thỏa mãn $\log_3 \frac{2x+y+1}{x+y} = x+2y$. Tìm giá trị nhỏ nhất

của biểu thức $T = \frac{1}{x} + \frac{2}{\sqrt{y}}$.

A. $3+\sqrt{3}$.

B. 4.

C. $3+2\sqrt{3}$.

D. 6.

Câu 38. [2D1-2] Giải phương trình $2\sin^2 x + \sqrt{3}\sin 2x = 3$

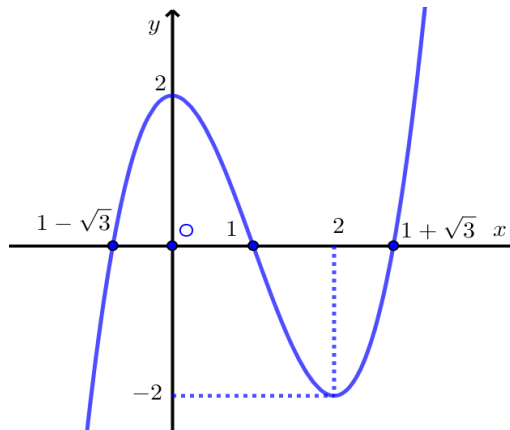
A. $x = -\frac{\pi}{3} + k\pi$.

B. $x = \frac{\pi}{3} + k\pi$.

C. $x = \frac{2\pi}{3} + k\pi$.

D. $x = \frac{5\pi}{3} + k\pi$.

Câu 39. [2D1-3] Cho hàm số $f(x) = x^3 - 3x^2 + 2$ có đồ thị là đường cong trong hình bên.



Hỏi phương trình $(x^3 - 3x^2 + 2)^3 - 3(x^3 - 3x^2 + 2)^2 + 2 = 0$ có bao nhiêu nghiệm thực dương phân biệt?

A. 3.

B. 5.

C. 7.

D. 1.

Câu 40. [2D1-3] Một người bán gạo muốn đóng một thùng tôn đựng gạo có thể tích không đổi bằng 8 m^3 , thùng tôn hình hộp chữ nhật có đáy là hình vuông, không nắp. Trên thị trường, giá tôn làm đáy thùng là $100000/\text{m}^2$, giá tôn làm thành xung quanh thùng là $50000/\text{m}^2$. Hỏi người bán gạo đó cần đóng thùng đựng gạo với cạnh đáy là bao nhiêu để chi phí mua nguyên liệu là nhỏ nhất?

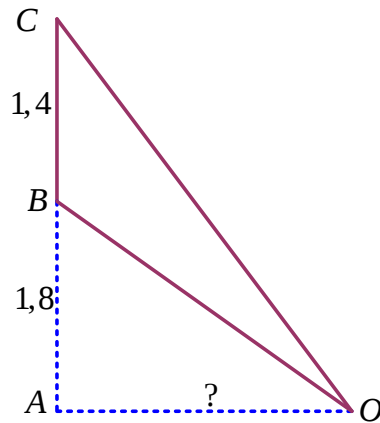
A. 3 m.

B. 1,5 m.

C. 2 m.

D. 1 m.

Câu 41. [2D1-3] Một màn ảnh hình chữ nhật cao 1,4 m được đặt ở độ cao 1,8 m so với tầm mắt (tính đầu mép dưới của màn hình). Để nhìn rõ nhất phải xác định vị trí đứng cách màn ảnh bao nhiêu sao cho góc nhìn lớn nhất. Hãy xác định khoảng cách đó.

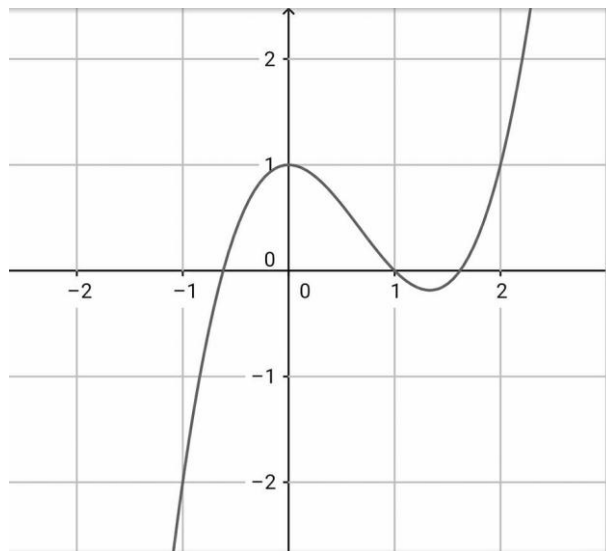


- A.** 2,4 m. **B.** 2,42 m. **C.** 2,46 m. **D.** 2,21 m.

Câu 42. [2H1-3] Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình bình hành. Điểm M di động trên cạnh SC , đặt $\frac{MC}{MS} = k$. Mặt phẳng qua A, M song song với BD cắt SB, SD thứ tự tại N, P . Thể tích khối chóp $C.APMN$ lớn nhất khi

- A.** $k = \sqrt{3}$. **B.** $k = 1$. **C.** $k = 2$. **D.** $k = \sqrt{2}$.

Câu 43. [2D1-3] Cho hàm số $f(x)$ với đạo hàm $f'(x)$ có đồ thị như hình vẽ. Hàm số $g(x) = f(x) - \frac{x^3}{3} + x^2 - x + 2$ đạt cực đại tại điểm nào?



- A.** $x = -1$. **B.** $x = 1$. **C.** $x = 0$. **D.** $x = 2$.

Câu 44. [2H1-3] Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình bình hành và có thể tích V . Gọi E là điểm trên cạnh SC sao cho $EC = 2ES$, (α) là mặt phẳng chứa đường thẳng AE và song song với đường thẳng BD , (α) cắt hai cạnh SB, SD lần lượt tại hai điểm M, N . Tính theo V thể tích khối chóp $S.AMEN$.

- A.** $\frac{V}{6}$. **B.** $\frac{V}{27}$. **C.** $\frac{V}{9}$. **D.** $\frac{V}{12}$.

- Câu 45. [2D1-2]** Cho hàm số $f(x) = x^3 + (m-1)x^2 + 3x + 2$. Tìm tất cả các giá trị thực của tham số m để $f'(x) > 0, \forall x \in \mathbb{R}$
- A. $(-\infty; -2) \cup (4; +\infty)$. B. $[-2; 4]$. C. $(-\infty; -2] \cup [4; +\infty)$. **D. $(-2; 4)$.**
- Câu 46. [2D1-1]** Cho hàm số $y = f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$ và có đạo hàm
- $$f'(x) = (x-1)(x-2)^2(x-3)^{2017}.$$
- Khẳng định nào dưới đây đúng?
- A. Hàm số đồng biến trên các khoảng $(1; 2)$ và $(3; +\infty)$.
 B. Hàm số có ba điểm cực trị.
C. Hàm số nghịch biến trên khoảng $(1; 3)$.
 D. Hàm số đạt cực đại tại $x = 2$ và đạt cực tiểu tại $x = 1$ và $x = 3$.
- Câu 47. [2D1-3]** Gọi $M(a; b)$ là điểm trên đồ thị hàm số $y = \frac{2x+1}{x+2}$ mà có khoảng cách đến đường thẳng $d: y = 3x + 6$ nhỏ nhất. Khi đó
- A. $a + 2b = 1$. B. $a + b = 2$. **C. $a + b = -2$.** D. $a + 2b = 3$.
- Câu 48. [2D1-3]** Tìm tất cả các giá trị thực của tham số m để hàm số $y = \frac{mx+1}{x+m^2}$ có giá trị lớn nhất trên đoạn $[-2; 3]$ bằng $\frac{5}{6}$.
- A. $m = 3$ hoặc $m = \frac{2}{5}$. B. $m = 2$ hoặc $m = \frac{2}{5}$. C. $m = 3$ hoặc $m = \frac{3}{5}$. **D. $m = 3$.**
- Câu 49. [2D2-2]** Đặt $a = \log_{12} 6$, $b = \log_{12} 7$. Hãy biểu diễn $\log_2 7$ theo a và b .
- A. $\frac{b}{a+1}$. **B. $\frac{b}{1-a}$.** C. $\frac{a}{b-1}$. D. $\frac{a}{b+1}$.
- Câu 50. [2H2-2]** Cho hình chóp $S.ABC$ có đáy ABC là tam giác vuông cân tại B , $BC = a$, cạnh bên SA vuông góc với mặt phẳng (ABC) . Gọi H ; K lần lượt là hình chiếu vuông góc của A lên SB và SC . Tính thể tích khối cầu tạo bởi mặt cầu ngoại tiếp hình chóp $A.HKB$.
- A. $\sqrt{2}\pi a^3$. B. $\frac{\pi a^3}{6}$. C. $\frac{\pi a^3}{2}$. **D. $\frac{\sqrt{2}\pi a^3}{3}$.**

-----HẾT-----

BẢNG ĐÁP ÁN

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20	21	22	23	24	25
D	B	B	B	C	D	D	B	C	A	B	A	B	A	D	C	B	C	C	A	A	D	D	A	D
26	27	28	29	30	31	32	33	34	35	36	37	38	39	40	41	42	43	44	45	46	47	48	49	50
D	C	D	A	C	C	A	B	B	C	A	A	B	B	C	A	D	B	A	D	C	C	D	B	D

HƯỚNG DẪN GIẢI

Câu 1. [2H2-1] Cho hình nón có bán kính đáy $r = \sqrt{3}$ và độ dài đường sinh $l = 4$. Tính diện tích xung quanh S của hình nón đã cho.

- A. $S = 8\sqrt{3}\pi$. B. $S = 24\pi$. C. $S = 16\sqrt{3}\pi$. **D. $S = 4\sqrt{3}\pi$.**

Lời giải

Chọn D.

Ta có $S = \pi rl = 4\sqrt{3}\pi$.

Câu 2. [1D2-2] Lớp 11B có 25 đoàn viên, trong đó có 10 nam và 15 nữ. Chọn ngẫu nhiên 3 đoàn viên trong lớp để tham dự hội trại ngày 26 tháng 3. Tính xác suất để 3 đoàn viên được chọn có 2 nam và 1 nữ.

- A. $\frac{7}{920}$. **B. $\frac{27}{92}$.** C. $\frac{3}{115}$. D. $\frac{9}{92}$.

Lời giải

Chọn B.

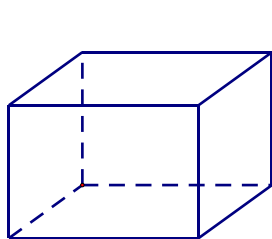
Số phần tử của không gian mẫu $n(\Omega) = C_{25}^3$.

Gọi A là biến cố “3 đoàn viên được chọn có 2 nam và 1 nữ”.

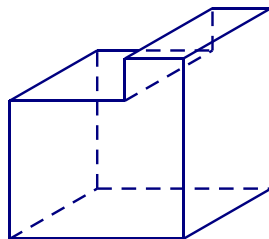
Số phần tử của A là $n(A) = C_{10}^2 \cdot C_{15}^1$.

Vậy xác suất của biến cố A là: $P(A) = \frac{n(A)}{n(\Omega)} = \frac{C_{10}^2 \cdot C_{15}^1}{C_{25}^3} = \frac{27}{92}$.

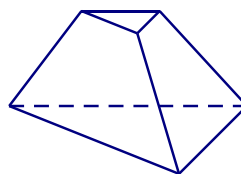
Câu 3. [2H1-1] Mỗi hình sau gồm một số hữu hạn đa giác phẳng, tìm hình không là hình đa diện.



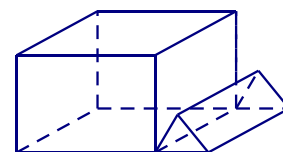
Hình 1



Hình 2



Hình 3



Hình 4

A. Hình 2.

B. Hình 4.

C. Hình 1.

D. Hình 3.

Lời giải

Chọn B.

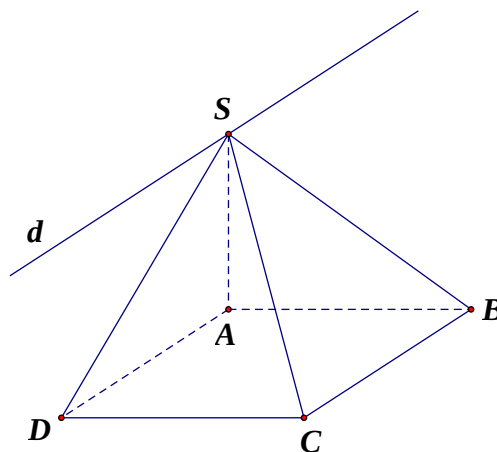
Hình 4 không phải là hình đa diện.

Câu 4. [1H2-2] Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình bình hành. Gọi d là giao tuyến của hai mặt phẳng (SAD) và (SBC) . Khẳng định nào sau đây là khẳng định đúng?

- A. d qua S và song song với BD . **B. d qua S và song song với BC .**
C. d qua S và song song với AB . D. d qua S và song song với DC .

Lời giải

Chọn B.



Ta có $ABCD$ là hình bình hành nên $AD \parallel BC$.

Theo giả thiết d là giao tuyến của hai mặt phẳng (SAD) và (SBC) nên $d \parallel AD \parallel BC$.

Mặt khác hai mặt phẳng (SAD) và (SBC) có điểm chung là $S \Rightarrow S \in d$.

Vậy d qua S và song song với BC .

Câu 5. [2D1-2] Tìm giá trị lớn nhất của hàm số $y = x^4 - 2x^2 - 15$ trên đoạn $[-3; 2]$.

A. $\max_{[-3;2]} y = 54$.

B. $\max_{[-3;2]} y = 7$.

C. $\max_{[-3;2]} y = 48$.

D. $\max_{[-3;2]} y = 16$.

Lời giải

Chọn C.

Hàm số đã cho đã xác định và liên tục trên đoạn $[-3; 2]$.

$$\text{Ta có } \begin{cases} x \in (-3; 2) \\ y' = 4x^3 - 4x = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 0 \\ x = \pm 1 \end{cases}$$

$$\text{Tính } y(-3) = 48; y(2) = -7; y(0) = -15; y(\pm 1) = -16 \Rightarrow \max_{[-3;2]} y = y(-3) = 48.$$

Câu 6. [2D2-2] Tìm tập xác định D của hàm số $y = \sqrt{\log_{0,3}(x+3)}$.

A. $D = (-3; +\infty)$.

B. $D = (-3; -2)$.

C. $D = [-3; +\infty)$.

D. $D = (-3; -2]$.

Lời giải

Chọn D.

Hàm số đã cho xác định

$$\Leftrightarrow \begin{cases} x+3 > 0 \\ \log_{0,3}(x+3) \geq 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x > -3 \\ x+3 \leq 1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x > -3 \\ x \leq -2 \end{cases} \Leftrightarrow -3 < x \leq -2 \Leftrightarrow x \in (-3; -2].$$

Vậy tập xác định của hàm số đã cho là $D = (-3; -2]$.

Câu 7. [2D1-2] Cho hàm số $y = \frac{x-2}{x-1}$. Khẳng định nào dưới đây là khẳng định đúng?

A. Hàm số nghịch biến trên $\mathbb{R} \setminus \{1\}$.

B. Hàm số đồng biến trên $\mathbb{R} \setminus \{1\}$.

C. Hàm số đơn điệu trên $\mathbb{R}$.

D. Hàm số đồng biến trên các khoảng $(-\infty; 1)$ và $(1; +\infty)$.

Lời giải

Chọn D.

Tập xác định $D = \mathbb{R} \setminus \{1\}$.

Ta có $y' = \frac{1}{(x-1)^2} > 0, \forall x \neq 1$.

Do đó hàm số đồng biến trên các khoảng $(-\infty; 1)$ và $(1; +\infty)$.

Câu 8. [1D2-2] Hai xạ thủ cùng bắn mỗi người một viên đạn vào bia một cách độc lập với nhau. Xác suất bắn trúng bia của hai xạ thủ lần lượt là $\frac{1}{2}$ và $\frac{1}{3}$. Tính xác suất của biến cố có ít nhất một xạ thủ không bắn trúng bia.

A. $\frac{1}{3}$.

B. $\frac{5}{6}$.

C. $\frac{1}{2}$.

D. $\frac{2}{3}$.

Gốc: Đáp án B: $\frac{1}{6}$

Lời giải

Chọn B

Gọi A là biến cố: “ có ít nhất một xạ thủ không bắn trúng bia ”.

Khi đó $\overline{A}$ là biến cố: “ cả hai xạ thủ đều bắn trúng bia ”.

$$P(\overline{A}) = \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{3} = \frac{1}{6} \Rightarrow P(A) = 1 - \frac{1}{6} = \frac{5}{6}.$$

Câu 9. [2D1-2] Đồ thị hàm số $y = x^3 - 3x^2 + 2x - 1$ cắt đồ thị hàm số $y = x^2 - 3x + 1$ tại hai điểm phân biệt A, B . Tính độ dài đoạn AB ?

A. $AB = 3$.

B. $AB = 2\sqrt{2}$.

C. $AB = 1$.

D. $AB = \sqrt{2}$.

Lời giải

Chọn C.

Ta có phương trình hoành độ giao điểm $x^3 - 3x^2 + 2x - 1 = x^2 - 3x + 1$

$$\Leftrightarrow x^3 - 4x^2 + 5x - 2 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 2 \\ x = 1 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} y = -1 \\ y = -1 \end{cases}$$

Vậy ta có $A(2; -1), B(1; -1)$. Suy ra $\overline{AB} = (-1; 0) \Rightarrow AB = 1$.

Câu 10. [2D1-3] Trong bốn hàm số $y = \frac{x+1}{x-2}$, $y = 3^x$, $y = \log_3 x$, $y = \sqrt{x^2 + x + 1} - x$. Có mấy hàm số mà đồ thị của nó có đường tiệm cận.

A. 4.

B. 3.

C. 1.

D. 2

Lời giải

Chọn A.

Ta có ba hàm số $y = \frac{x+1}{x-2}$ đồ thị có tiệm cận đứng $x = 2$, tiệm cận ngang $y = 1$.

$y = 3^x$ đồ thị có tiệm cận ngang $y = 0$.

$y = \log_3 x$ đồ thị có tiệm cận đứng $x = 0$.

Kiểm tra hàm số thứ tư $y = \sqrt{x^2 + x + 1} - x$ có tập xác định là $D = \mathbb{R}$.

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} y = \lim_{x \rightarrow +\infty} (\sqrt{x^2 + x + 1} - x)$$

$$= \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{x+1}{\sqrt{x^2+x+1}+x} = \frac{1}{2}.$$

Suy ra đồ thị hàm số có có đường tiệm cận ngang bên phải $y = \frac{1}{2}$.

Câu 11. [1D5-2] Cho hàm số $f(x) = |x-1|$. Khẳng định nào sau đây là khẳng định sai?

A. $f(1) = 0$.

B. $f(x)$ có đạo hàm tại $x=1$.

C. $f(x)$ liên tục tại $x=1$.

D. $f(x)$ đạt giá trị nhỏ nhất tại $x=1$.

Lời giải

Chọn B.

Ta có $f(1) = 0$.

$$\lim_{x \rightarrow 1^-} \frac{f(x) - f(1)}{x-1} = \lim_{x \rightarrow 1^-} \frac{1-x-0}{x-1} = -1 \text{ và } \lim_{x \rightarrow 1^+} \frac{f(x) - f(1)}{x-1} = \lim_{x \rightarrow 1^+} \frac{x-1-0}{x-1} = 1.$$

Do đó hàm số không có đạo hàm tại $x=1$.

Câu 12. [2H2-2] Trong không gian, cho hình chữ nhật $ABCD$ có $AB=1$ và $AD=2$. Gọi M, N lần lượt là trung điểm của AB và CD . Quay hình chữ nhật đó xung quanh trục MN , ta được một hình trụ. Tính thể tích V của khối trụ tạo bởi hình trụ đó

A. $\frac{\pi}{2}$.

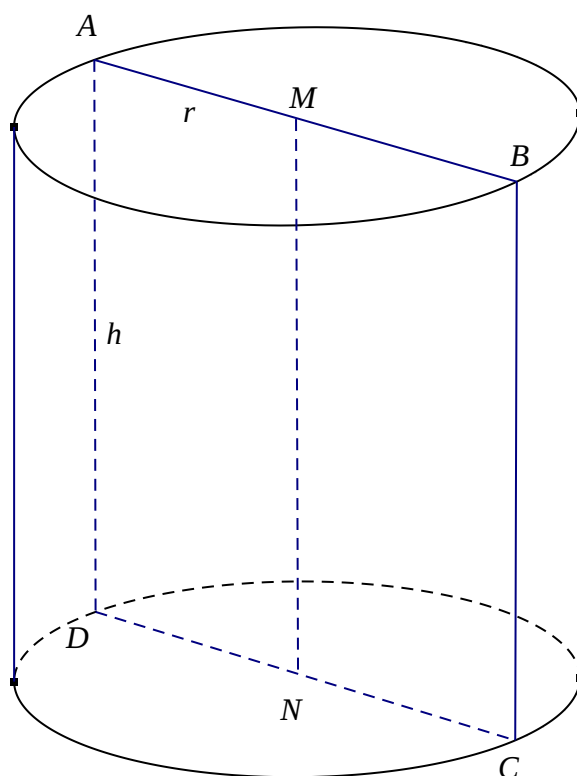
B. π .

C. 2π .

D. 4π .

Lời giải

Chọn A.



Quay hình chữ nhật xung quanh trục MN ta được hình trụ có bán kính đáy $r = AM = \frac{1}{2}$, chiều

cao $h = AD = 2$. Thể tích khối trụ tương ứng bằng $V = \pi r^2 h = \pi \cdot \left(\frac{1}{2}\right)^2 \cdot 2 = \frac{\pi}{2}$.

Câu 13. [2D2-1] Giải phương trình $\log_{2017}(13x+3) = \log_{2017} 16$.

A. $x = \frac{1}{2}$.

B. $x = 1$.

C. $x = 0$.

D. $x = 2$.

Lời giải

Chọn B.

Ta có $\log_{2017}(13x+3) = \log_{2017} 16 \Leftrightarrow 13x+3=16 \Leftrightarrow x=1$.

Vậy phương trình có nghiệm duy nhất $x=1$.

Câu 14. [1D1-2] Tìm nghiệm của phương trình lượng giác $\cos^2 x - \cos x = 0$ thỏa mãn điều kiện $0 < x < \pi$.

A. $x = \frac{\pi}{2}$.

B. $x = 0$.

C. $x = \pi$.

D. $x = \frac{\pi}{4}$.

Lời giải

Chọn A.

Ta có $\cos^2 x - \cos x = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} \cos x = 0 \\ \cos x = 1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = \frac{\pi}{2} + k\pi \\ x = k2\pi \end{cases} (k \in \mathbb{Z}).$

Với $x = \frac{\pi}{2} + k\pi$, do $0 < x < \pi$ nên ta được $x = \frac{\pi}{2}$.

Với $x = k2\pi$, do $0 < x < \pi$ nên không có x nào thỏa mãn.

Câu 15. [2D2-2] Tìm tất cả các giá trị thực của tham số a để biểu thức $B = \log_3(2-a)$ có nghĩa.

A. $a > 2$.

B. $a = 3$.

C. $a \leq 2$.

D. $a < 2$.

Lời giải

Chọn D.

Biểu thức $B = \log_3(2-a)$ có nghĩa khi $2-a > 0 \Leftrightarrow a < 2$.

Câu 16. [2D2-2] Tìm tập nghiệm S của phương trình $\log_6[x(5-x)] = 1$.

A. $S = \{2; -6\}$.

B. $S = \{2; 3; 4\}$.

C. $S = \{2; 3\}$.

D. $S = \{2; 3; -1\}$.

Lời giải

Chọn C.

Ta có: $\log_6[x(5-x)] = 1 \Leftrightarrow x(5-x) = 6 \Leftrightarrow -x^2 + 5x - 6 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 3 \\ x = 2 \end{cases}$.

Vậy: $S = \{2; 3\}$.

Câu 17. [1D1-1] Phương trình nào sau đây vô nghiệm?

A. $\tan x = 3$.

B. $\sin x + 3 = 0$.

C. $3\sin x - 2 = 0$.

D. $2\cos^2 x - \cos x - 1 = 0$.

Lời giải

Chọn B.

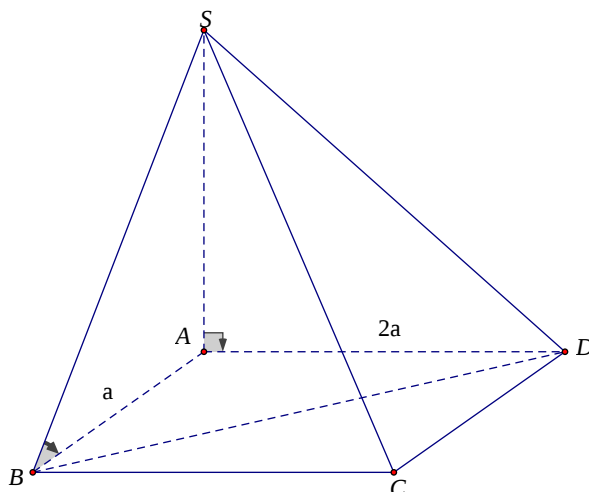
Ta có: $-1 \leq \sin x \leq 1$ nên phương trình $\sin x + 3 = 0 \Leftrightarrow \sin x = -3$ vô nghiệm.

Câu 18. [2H1-2] Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình chữ nhật, $AB = a$, $AD = 2a$, cạnh bên SA vuông góc với đáy và thể tích khối chóp $S.ABCD$ bằng $\frac{2a^3}{3}$. Tính số đo góc giữa đường thẳng SB với mặt phẳng $(ABCD)$.

A. 30° .B. 60° .C. 45° .D. 75° .

Lời giải

Chọn C.



$$SA \perp (ABCD) \Rightarrow V_{S.ABCD} = \frac{1}{3} SA \cdot S_{ABCD} \Rightarrow SA = \frac{3V_{S.ABCD}}{S_{ABCD}} = a \Rightarrow \triangle SAB \text{ vuông cân tại } A.$$

A là hình chiếu của S trên (ABCD) nên AB là hình chiếu của SB trên (ABCD).

$$\Rightarrow (SB, (ABCD)) = (SB, AB) = \angle SBA = 45^\circ.$$

Câu 19. [1D2-3] Cho đa thức: $P(x) = (1+x)^8 + (1+x)^9 + (1+x)^{10} + (1+x)^{11} + (1+x)^{12}$. Khai triển và rút gọn ta được đa thức: $P(x) = a_0 + a_1x + a_2x^2 + \dots + a_{12}x^{12}$. Tìm hệ số a_8 .

A. 720.

B. 700.

C. 715.

D. 730.

Lời giải

Chọn C.

Ta có $(1+x)^8 = C_8^0 + C_8^1x + \dots + C_8^8x^8$ suy ra hệ số chứa x^8 là C_8^8 .

Lại có $(1+x)^9 = C_9^0 + C_9^1x + \dots + C_9^8x^8 + C_9^9x^9$ suy ra hệ số của x^8 là C_9^8 .

Tương tự trong khai triển $(1+x)^{10}$ có hệ số của x^8 là C_{10}^8 .

$(1+x)^{11}$ có hệ số của x^8 là C_{11}^8 .

$(1+x)^{12}$ có hệ số của x^8 là C_{12}^8 .

Suy ra hệ số của x^8 trong $P(x)$ là $a_8 = C_8^8 + C_9^8 + C_{10}^8 + C_{11}^8 + C_{12}^8 = 715$.

Câu 20. [2D1-1] Hàm số $y = \frac{1}{3}x^3 - x^2 + x + 1$ có mấy điểm cực trị?

A. 0.

B. 1.

C. 2.

D. 3.

Lời giải

Chọn A.

TXĐ: $D = \mathbb{R}$.

Ta có $y' = x^2 - 2x + 1 = (x-1)^2 \geq 0$ với $\forall x \in \mathbb{R}$ nên hàm số đồng biến trên $\mathbb{R}$.

Suy ra hàm số không có cực trị.

Câu 21. [1D3-2] Trong các dãy số sau, dãy số nào là dãy số giảm?

A. $u_n = \frac{2n+1}{n-1}$.

B. $u_n = n^3 - 1$.

C. $u_n = n^2$.

D. $u_n = 2n$.

Lời giải

Chọn A.

Với mọi $n \in \mathbb{N}$, $n > 1$. Ta có

$$\begin{aligned} u_{n+1} - u_n &= \frac{2(n+1)+1}{(n+1)-1} - \frac{2n+1}{n-1} = \frac{2n+3}{n} - \frac{2n+1}{n-1} \\ &= \frac{(2n+3)(n-1) - n(2n+1)}{n(n-1)} = \frac{(2n+3)(n-1) - n(2n+1)}{n(n-1)} = \frac{-3}{n(n-1)} < 0, \text{ với mọi } n \in \mathbb{N}, n > 1. \end{aligned}$$

Suy ra dãy số giảm.

Câu 22. **[0D1-3]** Cho ba điểm $A(1;-3)$, $B(-2;6)$ và $C(4;-9)$. Tìm điểm M trên trục Ox sao cho vector $\vec{u} = \vec{MA} + \vec{MB} + \vec{MC}$ có độ dài nhỏ nhất.

A. $M(2;0)$.

B. $M(4;0)$.

C. $M(3;0)$.

D. $M(1;0)$.

Lời giải

Chọn D.

* Cách 1: Ta có ba điểm A, B, C không thẳng hàng (do hai vector $\vec{AB}$ và $\vec{BC}$ không cùng phương). Gọi $M(m; 0) \in Ox$ và G là trọng tâm $\triangle ABC$ suy ra $G(1;-2)$. Khi đó

$$\vec{u} = \vec{MA} + \vec{MB} + \vec{MC} = 3\vec{MG} = 3(1-m; -2)$$

Do đó $|\vec{u}| = 3|\vec{MG}| = 3\sqrt{(1-m)^2 + 4} \geq 3 \cdot 2 = 6$. Suy ra $|\vec{u}|$ đạt giá trị nhỏ nhất bằng 6 khi và chỉ khi $m=1$.

Vậy $M(1;0)$.

* Cách 2: Gọi $M(m; 0) \in Ox$, ta có $\vec{MA} = (1-m; -3)$, $\vec{MB} = (-2-m; 6)$, $\vec{MC} = (4-m; -9)$.

$\vec{u} = \vec{MA} + \vec{MB} + \vec{MC} = (3-3m; -6) \Rightarrow |\vec{u}| = \sqrt{(3-3m)^2 + 36} \geq 6$. Suy ra $|\vec{u}|$ đạt giá trị nhỏ nhất bằng 6 khi và chỉ khi $m=1$.

Câu 23. **[2D1-2]** Tìm giá trị cực tiểu y_{CT} của hàm số $y = x^4 - 2x^2 - 3$.

A. $y_{CT} = 4$.

B. $y_{CT} = -3$.

C. $y_{CT} = 3$.

D. $y_{CT} = -4$.

Lời giải

Chọn D.

Tập xác định $D = \mathbb{R}$; $y' = 4x^3 - 4x = 4x(x^2 - 1)$;

$$y' = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 0 \\ x = \pm 1 \end{cases}$$

Bảng xét dấu y'

x	$-\infty$	-1	0	1	$+\infty$
y'	$-$	0	$+$	0	$-$

Từ bảng xét dấu suy ra $y_{CT} = y(\pm 1) = -4$

Câu 24. **[2H1-1]** Cho hình chóp $S.ABC$ có $SA = SB = SC$ và tam giác ABC vuông tại C . Gọi H là hình chiếu vuông góc S lên mặt phẳng (ABC) . Khẳng định nào sau đây là khẳng định đúng?

A. H là trung điểm của cạnh AB .

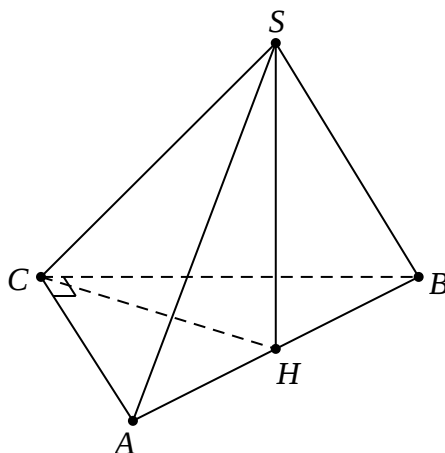
B. H là trọng tâm tam giác ABC .

C. H là trực tâm tam giác ABC .

D. H là trung điểm của cạnh AC .

Lời giải

Chọn A.



Do $SA = SB = SC$ nên hình chiếu vuông góc của điểm S trên (ABC) trùng với tâm H của đường tròn ngoại tiếp tam giác ABC .

Mặt khác tam giác ABC vuông tại C nên H là trung điểm của AB .

Câu 25. [2H2-2] Cho hình trụ có hai đáy là hình tròn (O) và (O') , chiều cao $R\sqrt{3}$, bán kính đáy R và hình nón có đỉnh là O' , đáy là hình tròn $(O; R)$. Tính tỉ số giữa diện tích xung quanh của hình trụ và diện tích xung quanh của hình nón.

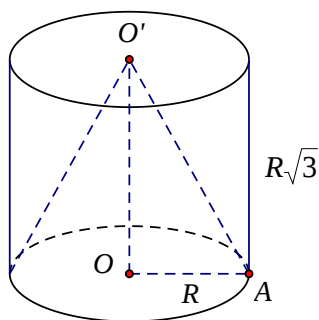
A. 2.

B. 3.

C. $\sqrt{2}$.

D. $\sqrt{3}$.

Lời giải



Chọn D.

• Diện tích xung quanh hình trụ là $S_1 = 2\pi Rh = 2\sqrt{3}\pi R^2$.

• $O'A = \sqrt{OA^2 + OO'^2} = 2R$. Diện tích xung quanh hình nón là $S_2 = \pi Rl = 2\pi R^2$.

• Tỉ số: $\frac{S_1}{S_2} = \frac{2\sqrt{3}\pi R^2}{2\pi R^2} = \sqrt{3}$.

Câu 26. [2H1-2] Cho hình chóp $S.ABC$ có SA, SB, SC đôi một vuông góc và $SA = a, SB = a\sqrt{2}, SC = a\sqrt{3}$. Tính khoảng cách từ S đến mặt phẳng (ABC) .

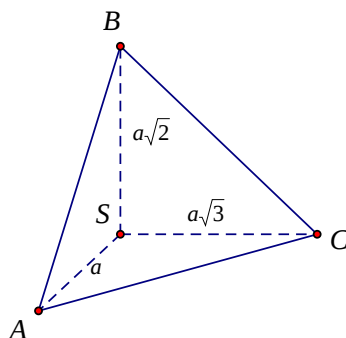
A. $\frac{11a}{6}$.

B. $\frac{a\sqrt{66}}{6}$.

C. $\frac{6a}{11}$.

D. $\frac{a\sqrt{66}}{11}$.

Lời giải



Chọn D.

- Thể tích khối chóp: $V = \frac{1}{6} SA \cdot SB \cdot SC = \frac{a^3 \sqrt{6}}{6}$.
- $AB = \sqrt{SA^2 + SB^2} = a\sqrt{3}$; $AC = \sqrt{SA^2 + SC^2} = 2a$; $BC = \sqrt{SB^2 + SC^2} = a\sqrt{5}$;
- $S_{ABC} = \sqrt{p(p-AB)(p-AC)(p-BC)} = \frac{a^2 \sqrt{11}}{2}$, với $p = \frac{AB+AC+BC}{2}$.
- Suy ra: $d(S, (ABC)) = \frac{3V}{S_{ABC}} = \frac{a\sqrt{66}}{11}$.

Câu 27. [2D1-1] Đồ thị hàm số nào sau đây nằm phía dưới trục hoành?

A. $y = -x^4 - 4x^2 + 1$.

B. $y = x^4 + 5x^2 - 1$.

C. $y = -x^4 + 2x^2 - 2$.

D. $y = -x^3 - 7x^2 - x - 1$.

Lời giải

Chọn C.

Cách 1:

Loại đáp án B do đây là hàm trùng phương có hệ số $a = 1 > 0$.

Loại đáp án D do đây là hàm bậc ba.

Loại đáp án A vì đây là hàm trùng phương có hệ số $c = 1 > 0$.

Cách 2:

Ta có: $y = -x^4 + 2x^2 - 2 = -(x^2 - 1)^2 - 3 < 0; \forall x \in \mathbb{R}$ nên đồ thị hàm số nằm phía dưới trục Ox .

Câu 28. [2D2-1] Tính đạo hàm của hàm số $y = \log_5(x^2 + 2)$.

A. $y' = \frac{1}{(x^2 + 2) \ln 5}$.

B. $y' = \frac{2x}{x^2 + 2}$.

C. $y' = \frac{2x \cdot \ln 5}{x^2 + 2}$.

D. $y' = \frac{2x}{(x^2 + 2) \ln 5}$.

Lời giải

Chọn D.

Ta có: $y' = \frac{(x^2 + 2)'}{(x^2 + 2) \cdot \ln 5} = \frac{2x}{(x^2 + 2) \cdot \ln 5}$.

Câu 29. [1D3-2] Trong các dãy số sau, dãy nào là dãy số bị chặn?

A. $u_n = \frac{2n+1}{n+1}$.

B. $u_n = 2n + \sin(n)$.

C. $u_n = n^2$.

D. $u_n = n^3 - 1$.

Lời giải

Chọn A.

Xét dãy số $u_n = \frac{2n+1}{n+1}$ ta có:

* $u_n = \frac{2n+1}{n+1} > 0; \forall n \in \mathbb{N}^* \Rightarrow$ dãy (u_n) bị chặn dưới bởi giá trị 0.

* $u_n = \frac{2n+1}{n+1} = 2 - \frac{1}{n+1} < 2; \forall n \in \mathbb{N}^* \Rightarrow$ dãy (u_n) bị chặn trên bởi giá trị 2.

$\Rightarrow$ dãy (u_n) là dãy bị chặn.

Câu 30. [2D1-2] Hàm số nào trong bốn hàm số sau có bảng biến thiên như hình vẽ bên?

x	$-\infty$	0	2	$+\infty$	
y'	$+$	0	$-$	0	$+$
y	$-\infty$	$\nearrow 2$	$\searrow -2$	$\nearrow +\infty$	

A. $y = x^3 - 3x + 2$. B. $y = -x^3 + 3x^2 - 1$. C. $y = x^3 - 3x^2 + 2$. D. $y = x^3 + 3x^2 - 1$.

Lời giải

Chọn C.

* Từ BBT ta thấy đây là BBT của hàm bậc ba $y = ax^3 + bx^2 + cx + d$.

* Nhánh đầu tiên đi lên nên $a > 0$ ta loại trừ đáp án B.

* Phương trình $y' = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 0 \\ x = 2 \end{cases}$ ta loại trừ đáp án A và D.

Đáp án đúng là C.

Câu 31. [2D1-2] Cho hàm số $y = \frac{1}{3}x^3 - 3x^2 + x + 1$ có đồ thị (C). Trong các tiếp tuyến với đồ thị (C),

hãy tìm phương trình tiếp tuyến có hệ số góc nhỏ nhất?

A. $y = -8x - 10$. B. $y = x - 10$. C. $y = -8x + 10$. D. $y = -x + 10$.

Đề gốc:

A. $y = -8x - 19$. B. $y = x - 19$. C. $y = -8x + 19$. D. $y = -x + 19$.

Lời giải

Chọn C.

Tập xác định: $D = \mathbb{R}$.

$$y' = x^2 - 6x + 1$$

Gọi $(x_0; y_0)$ là tiếp điểm.

Tiếp tuyến có hệ số góc là $k = y'(x_0) = x_0^2 - 6x_0 + 1 = (x_0 - 3)^2 - 8 \geq -8$.

Do đó tiếp tuyến có hệ số góc nhỏ nhất là $k = -8$ khi $x_0 = 3 \Rightarrow y_0 = -14$.

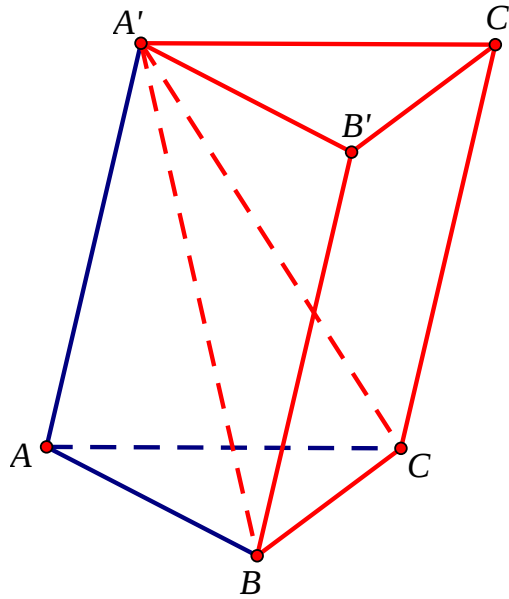
Vậy phương trình tiếp tuyến cần tìm là: $y = -8(x - 3) - 14 \Rightarrow y = -8x + 10$

Câu 32. [2H1-2] Cho khối lăng trụ tam giác $ABC.A'B'C'$. Tính tỉ số thể tích giữa khối đa diện $A'B'C'BC$ và khối lăng trụ $ABC.A'B'C'$.

A. $\frac{2}{3}$. B. $\frac{1}{2}$. C. $\frac{5}{6}$. D. $\frac{1}{3}$.

Lời giải

Chọn A.



Ta có: $V_{A'.ABC} = \frac{1}{3} \cdot S_{\Delta ABC} \cdot d(A', (ABC))$, $V_{A'B'C'.ABC} = S_{\Delta ABC} \cdot d(A', (ABC))$.

$$\Rightarrow V_{A'.ABC} = \frac{1}{3} V_{A'B'C'.ABC}.$$

Ta có: $V_{A'.ABC} + V_{A'B'C'.BC} = V_{A'B'C'.ABC} \Rightarrow V_{A'B'C'.BC} = \frac{2}{3} V_{A'B'C'.ABC}.$

Câu 33. [2D2-1] Tìm tập xác định D của hàm số $y = \left(\frac{1}{2}\right)^x$.

- A.** $D = (1; +\infty)$. **B.** $D = (-\infty; +\infty)$. **C.** $D = (0; +\infty)$. **D.** $(0; 1)$.

Lời giải

Chọn B.

Hàm số $y = \left(\frac{1}{2}\right)^x$ là hàm số mũ nên có tập xác định $D = (-\infty; +\infty)$.

Câu 34. [1D2-3] Cho đa thức $P(x) = (1+x)^8 + (1+x)^9 + (1+x)^{10} + (1+x)^{11} + (1+x)^{12}$. Khai triển và rút gọn ta được đa thức $P(x) = a_0 + a_1x + \dots + a_{12}x^{12}$. Tính tổng các hệ số a_i , $i = 0; 1; 2; \dots; 12$.

- A.** 5. **B.** 7936. **C.** 0. **D.** 7920.

Lời giải

Chọn B.

Ta có

$$P(x) = (1+x)^8 + (1+x)^9 + (1+x)^{10} + (1+x)^{11} + (1+x)^{12}.$$

Áp dụng khai triển

$$(1+x)^n = C_n^0 + C_n^1x + C_n^2x^2 + \dots + C_n^nx^n.$$

Cho $x=1$, ta có $C_n^0 + C_n^1 + C_n^2 + \dots + C_n^n = 2^n$.

Do đó ta có tổng hệ số của $P(x)$ là:

$$S = 2^8 + 2^9 + 2^{10} + 2^{11} + 2^{12} = 2^8(1+2+4+8+16) = 31 \cdot 2^8 = 7936.$$

Câu 35-36

Câu 35. [2D2-2] Tìm tất cả các giá trị thực của tham số m để phương trình $4^x - 2m \cdot 2^x + m + 2 = 0$ có 2 nghiệm phân biệt

A. $-2 < m < 2$.

B. $m > -2$.

C. $m > 2$.

D. $m < 2$.

Lời giải

Chọn C.

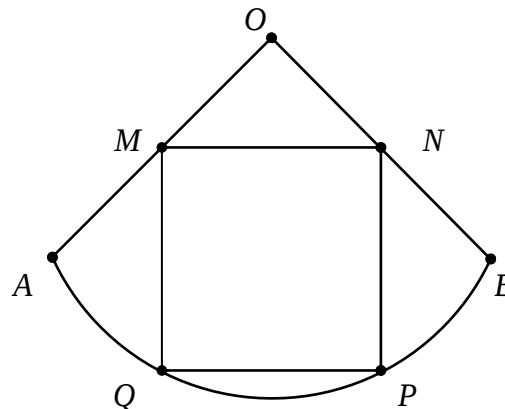
Đặt $t = 2^x$ ($t > 0$).

Phương trình trở thành $t^2 - 2mt + m + 2 = 0$.

Yêu cầu bài toán tương đương với phương trình trên có hai nghiệm dương phân biệt.

$$\text{Khi đó: } \begin{cases} \Delta' > 0 \\ S > 0 \\ P > 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m^2 - (m+2) > 0 \\ 2m > 0 \\ m+2 > 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m > 2 \\ m < -1 \\ m > 0 \\ m > -2 \end{cases} \Leftrightarrow m > 2.$$

Câu 36. [2H2-4] Cho tấm tôn hình nón có bán kính đáy là $r = \frac{2}{3}$, độ dài đường sinh $l = 2$. Người ta cắt theo một đường sinh và trải phẳng ra được một hình quạt. Gọi M , N thứ tự là trung điểm của OA , OB . Hòì khi cắt hình quạt theo hình chữ nhật $MNPQ$ (hình vẽ) và tạo thành hình trụ đường PN trùng MQ (2 đáy làm riêng) thì được khối trụ có thể tích bằng bao nhiêu?



A. $\frac{3(\sqrt{13}-1)}{8\pi}$.

B. $\frac{3(\sqrt{13}-1)}{4\pi}$.

C. $\frac{5(\sqrt{13}-1)}{12\pi}$.

D. $\frac{\pi(\sqrt{13}-1)}{9}$.

Lời giải

Chọn A.

Độ dài cung AB trong hình quạt trên bằng chu vi đáy của hình nón và bằng $2\pi \cdot \frac{2}{3} = \frac{4\pi}{3}$.

Số đo góc AOB : $AOB = \frac{l_{AB}}{2\pi} = \frac{4\pi}{3 \cdot 2\pi} = \frac{2\pi}{3}$.

Áp dụng định lí cosin trong tam giác OAB , ta được

$$AB^2 = OA^2 + OB^2 - 2OA \cdot OB \cdot \cos AOB = 4 + 4 - 8 \cdot \cos \frac{2\pi}{3} = 12.$$

Ta có $AB = 2\sqrt{3}$ $AB = 2\sqrt{3} \Rightarrow MN = \sqrt{3}$.

Ta có $ONM = 30^\circ \Rightarrow ONP = 120^\circ$.

Áp dụng định lí cosin trong tam giác ONP , ta được

$$OP^2 = ON^2 + NP^2 - 2ON \cdot NP \cdot \cos ONP \Leftrightarrow 4 = 1 + NP^2 + NP$$

$$\Leftrightarrow NP^2 + NP - 3 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} NP = \frac{-1 + \sqrt{13}}{2} \\ NP = \frac{-1 - \sqrt{13}}{2} \end{cases} \Leftrightarrow NP = \frac{-1 + \sqrt{13}}{2}.$$

Khi đó hình chữ nhật $MNPQ$ được cuộn thành mặt trụ có chiều cao $NP = \frac{\sqrt{13}-1}{2}$, bán kính

$$\text{đáy: } R = \frac{MN}{2\pi} = \frac{\sqrt{3}}{2\pi}.$$

$$\text{Thể tích khối trụ: } V = h \cdot \pi \cdot R^2 = \frac{\sqrt{13}-1}{2} \cdot \pi \cdot \left(\frac{\sqrt{3}}{2\pi}\right)^2 = \frac{3(\sqrt{13}-1)}{8\pi}.$$

Câu 37. [2D2-4] Cho x, y là các số thực dương thỏa mãn $\log_3 \frac{2x+y+1}{x+y} = x+2y$. Tìm giá trị nhỏ nhất

$$\text{của biểu thức } T = \frac{1}{x} + \frac{2}{\sqrt{y}}.$$

A. $3 + \sqrt{3}$.

B. 4.

C. $3 + 2\sqrt{3}$.

D. 6.

Lời giải

Chọn D.

$$\text{Ta có } \log_3 \frac{2x+y+1}{x+y} = x+2y \Leftrightarrow \log_3 (2x+y+1) - \log_3 (x+y) = x+2y$$

$$\Leftrightarrow \log_3 (2x+y+1) = \log_3 (3x+3y) + x+2y-1$$

$$\Leftrightarrow \log_3 (2x+y+1) + 2x+y+1 = \log_3 (3x+3y) + 3x+3y \quad (*)$$

Xét hàm số $f(t) = \log_3 t + t$ với $t > 0$.

Khi đó $f'(t) = \frac{1}{t \ln 3} + 1 > 0, \forall t > 0$, suy ra hàm số $f(t)$ liên tục và đồng biến trên $(0; +\infty)$.

$$\text{Do đó } (*) \Leftrightarrow 2x+y+1 = 3x+3y \Leftrightarrow x+2y=1 \Leftrightarrow x=1-2y.$$

$$\text{Vì } x, y > 0 \Rightarrow 0 < y < \frac{1}{2}.$$

$$\text{Xét } T = \frac{1}{x} + \frac{2}{\sqrt{y}} = \frac{1}{1-2y} + \frac{2}{\sqrt{y}} = \frac{1}{1-2y} + \frac{1}{\sqrt{y}} + \frac{1}{\sqrt{y}}$$

$$\text{Áp dụng bất đẳng thức Cô si ta có } T \geq 3 \cdot \sqrt[3]{\frac{1}{y(1-2y)}} = 3 \cdot \sqrt[3]{\frac{2}{2y(1-2y)}} \geq 3 \cdot \sqrt[3]{8} = 6.$$

$$\text{Dấu "=" xảy ra } \Leftrightarrow \begin{cases} x=1-2y \\ 1-2y=\sqrt{y} \\ 2y=1-2y \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x=\frac{1}{2} \\ y=\frac{1}{4} \end{cases}.$$

Câu 38. [2D1-2] Giải phương trình $2\sin^2 x + \sqrt{3}\sin 2x = 3$

A. $x = -\frac{\pi}{3} + k\pi$.

B. $x = \frac{\pi}{3} + k\pi$.

C. $x = \frac{2\pi}{3} + k\pi$.

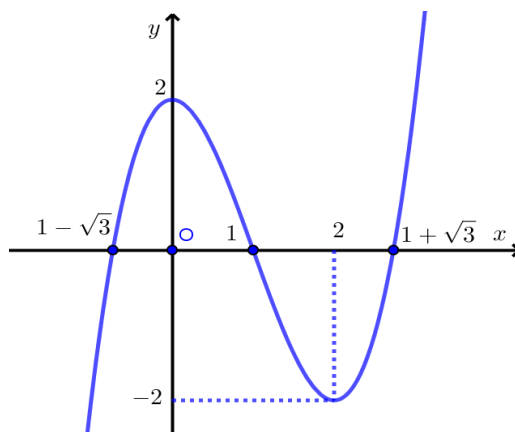
D. $x = \frac{5\pi}{3} + k\pi$.

Lời giải

Chọn B.

Ta có $2\sin^2 x + \sqrt{3}\sin 2x = 3 \Leftrightarrow 1 - \cos 2x + \sqrt{3}\sin 2x = 3$
 $\Leftrightarrow \sqrt{3}\sin 2x - \cos 2x = 2 \Leftrightarrow \frac{\sqrt{3}}{2}\sin 2x - \frac{1}{2}\cos 2x = 1$
 $\Leftrightarrow \sin\left(2x - \frac{\pi}{6}\right) = 1 \Leftrightarrow 2x - \frac{\pi}{6} = \frac{\pi}{2} + k2\pi \Leftrightarrow x = \frac{\pi}{3} + k\pi.$

Câu 39. [2D1-3] Cho hàm số $f(x) = x^3 - 3x^2 + 2$ có đồ thị là đường cong trong hình bên.



Hỏi phương trình $(x^3 - 3x^2 + 2)^3 - 3(x^3 - 3x^2 + 2)^2 + 2 = 0$ có bao nhiêu nghiệm thực dương phân biệt?

A. 3.

B. 5.

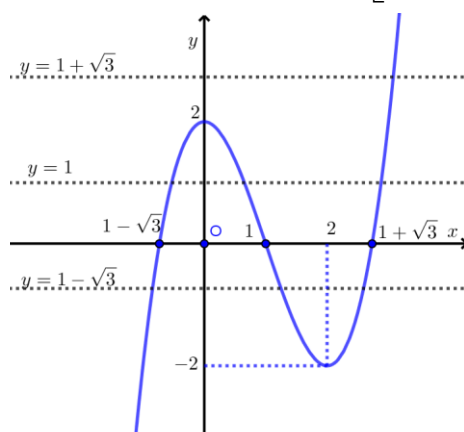
C. 7.

D. 1.

Lời giải

Chọn B.

Đặt $t = x^3 - 3x^2 + 2$, ta có phương trình $t^3 - 3t^2 + 2 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} t = 1 \\ t = 1 + \sqrt{3} \\ t = 1 - \sqrt{3} \end{cases}$



Với $t = 1 \Rightarrow f(x) = 1$. Quan sát đồ thị hàm số $y = f(x)$, ta thấy đường thẳng $y = 1$ cắt đồ thị hàm số $y = f(x)$ tại 3 điểm phân biệt trong đó có hai điểm có hoành độ dương nên phương trình $t = 1$ có hai nghiệm x dương phân biệt.

Với $t = 1 + \sqrt{3}$. Quan sát đồ thị hàm số $y = f(x)$, ta thấy đường thẳng $y = 1 + \sqrt{3}$ cắt đồ thị hàm số $y = f(x)$ tại một điểm và là điểm có hoành độ dương nên phương trình $t = 1 + \sqrt{3}$ có một nghiệm x dương.

Với $t = 1 - \sqrt{3}$. Quan sát đồ thị hàm số $y = f(x)$, ta thấy đường thẳng $y = 1 - \sqrt{3}$ cắt đồ thị hàm số $y = f(x)$ tại 3 điểm phân biệt trong đó có hai điểm có hoành độ dương nên phương trình $t = 1 - \sqrt{3}$ có hai nghiệm x dương phân biệt.
 Vậy phương trình bài ra có 5 nghiệm phân biệt dương.

- Câu 40.** [2D1-3] Một người bán gạo muốn đóng một thùng tôn đựng gạo có thể tích không đổi bằng 8 m^3 , thùng tôn hình hộp chữ nhật có đáy là hình vuông, không nắp. Trên thị trường, giá tôn làm đáy thùng là $100000/\text{m}^2$, giá tôn làm thành xung quanh thùng là $50000/\text{m}^2$. Hỏi người bán gạo đó cần đóng thùng đựng gạo với cạnh đáy là bao nhiêu để chi phí mua nguyên liệu là nhỏ nhất?
- A. 3 m. B. 1,5 m. C. 2 m. D. 1 m.

Lời giải

Chọn C.

Gọi cạnh đáy và cạnh bên của thùng tôn là a và b (điều kiện: $a > 0$ và $b > 0$).

Ta có thể tích thùng tôn là: $V = a^2b = 8$. Suy ra: $b = \frac{8}{a^2}$.

Chi phí để sản xuất thùng tôn là: $4ab.50000 + 100000a^2 = \frac{1600000}{a} + 100000a^2$.

Cách 1: Áp dụng bất đẳng thức cô-si cho ba số dương ta có:

$$\frac{1600000}{a} + 100000a^2 = \frac{800000}{a} + \frac{800000}{a} + 100000a^2 \geq 3\sqrt{\frac{800000}{a} \cdot \frac{800000}{a} \cdot 100000a^2} = 12 \cdot 10^5.$$

Dấu bằng xảy ra khi $\frac{800000}{a} = 100000a^2 \Leftrightarrow a = 2$.

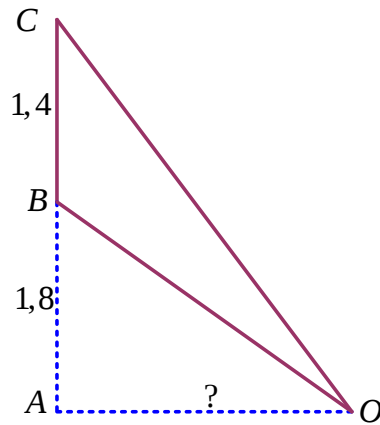
Cách 2: Khảo sát hàm $y = \frac{1600000}{a} + 100000a^2$ với $a > 0$.

Suy ra: $y' = -\frac{1600000}{a^2} + 200000a = 0 \Leftrightarrow a = 2$. Khi đó, ta có bảng biến thiên sau:

x	0	2	$+\infty$
y'	-	0	+
y	$+\infty$	$y(2)$	$+\infty$

Dựa vào bảng biến thiên ta có $y_{\min} \Leftrightarrow a = 2$.

- Câu 41.** [2D1-3] Một màn ảnh hình chữ nhật cao 1,4 m được đặt ở độ cao 1,8 m so với tầm mắt (tính đầu mép dưới của màn hình). Để nhìn rõ nhất phải xác định vị trí đứng cách màn ảnh bao nhiêu sao cho góc nhìn lớn nhất. Hãy xác định khoảng cách đó.



A. 2,4 m.

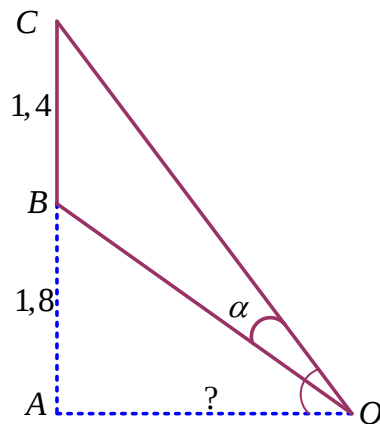
B. 2,42 m.

C. 2,46 m.

D. 2,21 m.

Lời giải

Chọn A.



Đặt $BOC = \alpha \in \left(0; \frac{\pi}{2}\right)$, $AOC = a$, $AOB = b$, $x = OA$. Khi đó ta có $\tan a = \frac{AC}{x} = \frac{3,2}{x}$,

$$\tan b = \frac{AB}{x} = \frac{1,8}{x}, \quad \tan \alpha = \tan(a - b) = \frac{\tan a - \tan b}{1 + \tan a \cdot \tan b} = \frac{\frac{3,2}{x} - \frac{1,8}{x}}{1 + \frac{3,2}{x} \cdot \frac{1,8}{x}} = \frac{1,4x}{x^2 + 5,76}.$$

Ta có hàm $\tan \alpha$

là hàm đồng biến khi $\alpha \in \left(0; \frac{\pi}{2}\right)$ nên α càng lớn thì $\tan \alpha = \frac{1,4x}{x^2 + 5,76}$ càng lớn.

Xét $\tan \alpha = \frac{1,4x}{x^2 + 5,76}$: Áp dụng bất đẳng thức cô si với hai số thực dương ta có

$$x^2 + 5,76 \geq 2x \cdot 2,4$$

Suy ra $\tan \alpha = \frac{1,4x}{x^2 + 5,76} \leq \frac{1,4x}{2x \cdot 2,4} = \frac{7}{24}$. Dấu "=" xảy ra khi $x = \sqrt{5,76} = 2,4$.

Câu 42. [2H1-3] Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình bình hành. Điểm M di động trên cạnh SC , đặt $\frac{MC}{MS} = k$. Mặt phẳng qua A, M song song với BD cắt SB, SD thứ tự tại N, P .

Thể tích khối chóp $C.APMN$ lớn nhất khi

A. $k = \sqrt{3}$.

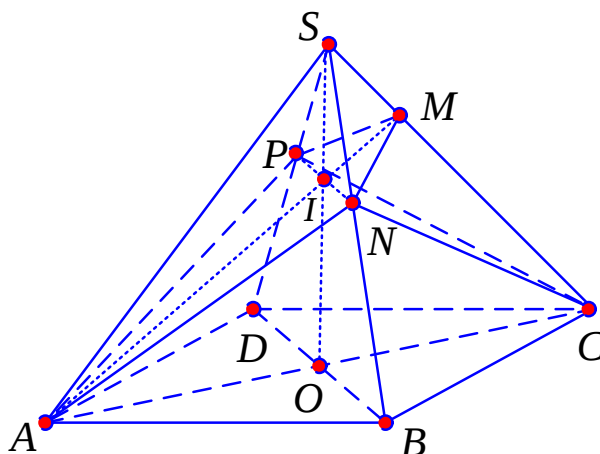
B. $k = 1$.

C. $k = 2$.

D. $k = \sqrt{2}$.

Lời giải

Chọn D.



Giả sử mặt phẳng (α) đi qua A, M và song song với BD nên $(\alpha) \cap (SBD) = PN // BD$ suy ra

$\frac{SP}{SD} = \frac{SN}{SB} = x$; $V = V_{S.ABCD}$. Gọi O là giao điểm hai đường chéo BD và AC , I là giao điểm của SO và NP .

Trong tam giác SAC với trung tuyến SO , $AM \cap SO = \{I\}$ ta chứng minh được

$$\frac{SA}{SA} + \frac{SC}{SM} = 2 \frac{SO}{SI}.$$

Trong tam giác SBD với trung tuyến SO , $BD \cap SO = \{I\}$ ta chứng minh được

$$\frac{SB}{SN} + \frac{SD}{SP} = 2 \frac{SO}{SI}.$$

$$\Rightarrow \frac{SA}{SA} + \frac{SC}{SM} = \frac{SB}{SN} + \frac{SD}{SP} \Leftrightarrow 1 + (k+1) = \frac{2}{x} \Rightarrow x = \frac{2}{k+2}$$

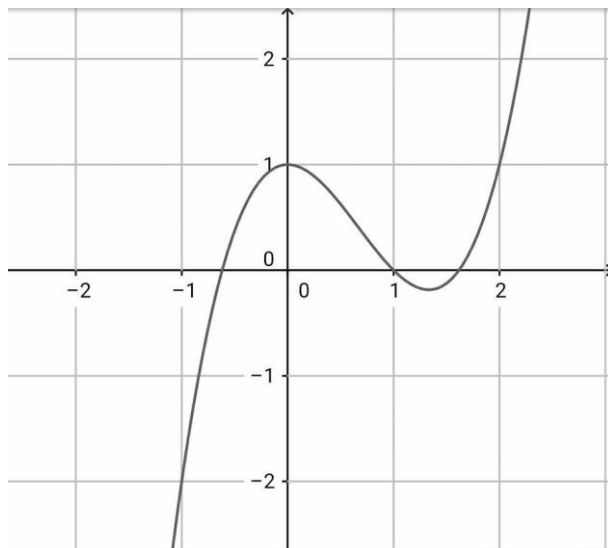
$$\text{Ta có } V_{S.APMN} = 2V_{S.AMN} = 2 \frac{SM}{SC} \cdot \frac{SN}{SB} \cdot V_{S.ABC} = \frac{1}{k+1} \cdot x \cdot V = \frac{2}{(k+1)(k+2)} \cdot V$$

$$\text{mà } \frac{V_{S.APMN}}{V_{C.APMN}} = \frac{MS}{MC} = \frac{1}{k} \Rightarrow V_{C.APMN} = k \cdot V_{S.APMN}$$

$$\Rightarrow V_{C.APMN} = \frac{2k}{(k+1)(k+2)} \cdot V = \frac{2V}{k + \frac{2}{k} + 3} \leq \frac{2V}{2\sqrt{2} + 3}. \text{ Dấu "=" xảy ra } \Leftrightarrow k = \frac{2}{k} \Leftrightarrow k = \sqrt{2}.$$

Câu 43. [2D1-3] Cho hàm số $f(x)$ với đạo hàm $f'(x)$ có đồ thị như hình vẽ. Hàm số

$$g(x) = f(x) - \frac{x^3}{3} + x^2 - x + 2 \text{ đạt cực đại tại điểm nào?}$$



A. $x = -1$.

B. $x = 1$.

C. $x = 0$.

D. $x = 2$.

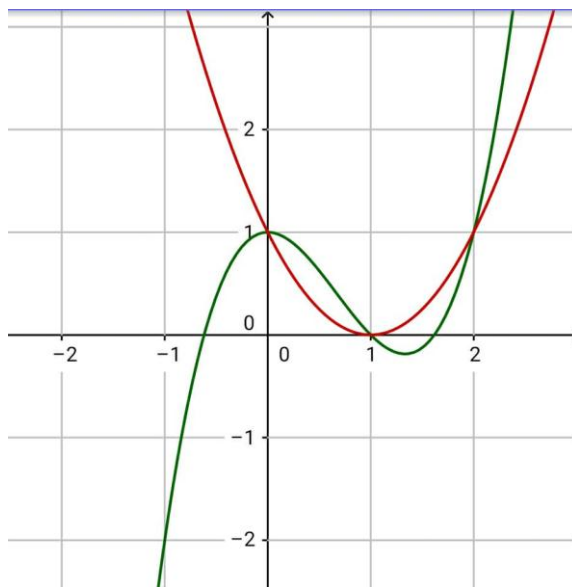
Lời giải

Chọn B.

Ta có $g'(x) = f'(x) - (x-1)^2$

Điểm cực trị của hàm số $y = g(x)$ là nghiệm của phương trình $g'(x) = 0$ tức là nghiệm của phương trình $f'(x) = (x-1)^2$ suy ra điểm cực trị của hàm số $y = g(x)$ cũng là hoành độ giao điểm của các đồ thị hàm số $y = f'(x); y = x^2 - 2x + 1$.

Vẽ đồ thị của các hàm số $y = f'(x); y = x^2 - 2x + 1$ trên cùng một hệ trục tọa độ như hình vẽ sau:



Dựa vào đồ thị trên ta có BBT của hàm số $y = g(x)$ như sau:

x	$-\infty$		0		1		2		$+\infty$
$g'(x)$		-	0	+	0	-	0	+	
$g(x)$		↘		↗		↘		↗	

Dựa vào BBT ta thấy hàm số $y = g(x)$ có điểm cực đại $x = 1$.

B. Hàm số có ba điểm cực trị.

C. Hàm số nghịch biến trên khoảng $(1; 3)$.

D. Hàm số đạt cực đại tại $x = 2$ và đạt cực tiểu tại $x = 1$ và $x = 3$.

Lời giải

Chọn C.

TXĐ : $D = \mathbb{R}$.

$$\text{Ta có : } f'(x) = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 1 \\ x = 2 \\ x = 3 \end{cases}$$

Bảng xét dấu $f'(x)$

x	$-\infty$	1	2	3	$+\infty$
y'	+	0	-	0	+

Từ xét dấu ta có : hàm số nghịch biến trên khoảng $(1; 3)$.

Câu 47. **[2D1-3]** Gọi $M(a; b)$ là điểm trên đồ thị hàm số $y = \frac{2x+1}{x+2}$ mà có khoảng cách đến đường thẳng $d: y = 3x + 6$ nhỏ nhất. Khi đó

A. $a + 2b = 1$.

B. $a + b = 2$.

C. $a + b = -2$.

D. $a + 2b = 3$.

Lời giải

Chọn C.

$$\text{Gọi } M\left(x_0; \frac{2x_0+1}{x_0+2}\right) \in (C), \text{ ta có } d(M, d) = \frac{\left|3x_0 - \frac{2x_0+1}{x_0+2} + 6\right|}{\sqrt{1^2+3^2}} = \frac{\left|3x_0 - 2 + \frac{3}{x_0+2} + 6\right|}{\sqrt{1^2+3^2}}$$

$$d(M, d) = \frac{\left|3(x_0+2) + \frac{3}{x_0+2} - 2\right|}{\sqrt{1^2+3^2}} \geq \frac{|6-2|}{\sqrt{10}} = \frac{4}{\sqrt{10}} \quad (\text{Áp dụng bất đẳng thức Côsi}).$$

$$\text{Dấu bằng xảy ra: } x_0 + 2 = \frac{1}{x_0 + 2} \Leftrightarrow (x_0 + 2)^2 = 1 \Leftrightarrow \begin{cases} x_0 + 2 = 1 \\ x_0 + 2 = -1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x_0 = -1, y_0 = -1 \\ x_0 = -3, y_0 = 5 \end{cases}$$

Khi đó: $M(-1; -1)$ thỏa $a + b = -2$.

Câu 48. **[2D1-3]** Tìm tất cả các giá trị thực của tham số m để hàm số $y = \frac{mx+1}{x+m^2}$ có giá trị lớn nhất trên đoạn $[-2; 3]$ bằng $\frac{5}{6}$.

A. $m = 3$ hoặc $m = \frac{2}{5}$. **B.** $m = 2$ hoặc $m = \frac{2}{5}$. **C.** $m = 3$ hoặc $m = \frac{3}{5}$. **D.** $m = 3$.

Lời giải

Chọn D.

$$y' = \frac{m^3 - 1}{(x + m^2)^2}$$

$$\text{Ta có } f(-2) = \frac{1-2m}{m^2-2}; \quad f(3) = \frac{1+3m}{3+m^2}$$

Giá trị $m = \frac{3}{5}$ không đúng. Theo mình đáp án là **D**.

Hàm số xác định trên $[-2; 3]$ khi $-m^2 \notin [-2; 3] \Leftrightarrow m^2 > 2$

$$\text{Tính } y' = \frac{m^3 - 1}{(x + m^2)^2}.$$

Xét 2 trường hợp:

Nếu $m^3 - 1 > 0 \Leftrightarrow m > 1$ hàm số đồng biến trên $[-2; 3]$, nên $\max_{[-2; 3]} y = y(3)$.

$$\frac{1+3m}{3+m^2} = \frac{5}{6} \Leftrightarrow 6+18m = 15+5m^2 \Leftrightarrow 5m^2 - 18m + 9 = 0 \Leftrightarrow m = 3, m = \frac{3}{5}. \text{ Vậy } m = 3.$$

Nếu $m^3 - 1 < 0 \Leftrightarrow m < 1$, hàm số nghịch biến trên $[-2; 3]$ nên $\max_{[-2; 3]} y = y(-2)$.

$$\frac{1-2m}{m^2-2} = \frac{5}{6} \Leftrightarrow 6-12m = 5m^2-10 \Leftrightarrow 5m^2+12m-16 = 0 \Leftrightarrow m = \frac{-6 \pm 2\sqrt{29}}{5}.$$

Dựa vào điều kiện không có giá trị m thỏa điều kiện.

Vậy $m = 3$.

Câu 49. [2D2-2] Đặt $a = \log_{12} 6$, $b = \log_{12} 7$. Hãy biểu diễn $\log_2 7$ theo a và b .

A. $\frac{b}{a+1}$.

B. $\frac{b}{1-a}$.

C. $\frac{a}{b-1}$.

D. $\frac{a}{b+1}$.

Lời giải

Chọn B.

$$\text{Ta có: } \log_2 7 = \frac{\log_{12} 7}{\log_{12} 2} = \frac{\log_{12} 7}{\log_{12} \left(\frac{12}{6}\right)} = \frac{\log_{12} 7}{1 - \log_{12} 6} = \frac{b}{1-a}.$$

Câu 50. [2H2-2] Cho hình chóp $S.ABC$ có đáy ABC là tam giác vuông cân tại B , $BC = a$, cạnh bên SA vuông góc với mặt phẳng (ABC) . Gọi H ; K lần lượt là hình chiếu vuông góc của A lên SB và SC . Tính thể tích khối cầu tạo bởi mặt cầu ngoại tiếp hình chóp $A.HKB$.

A. $\sqrt{2}\pi a^3$.

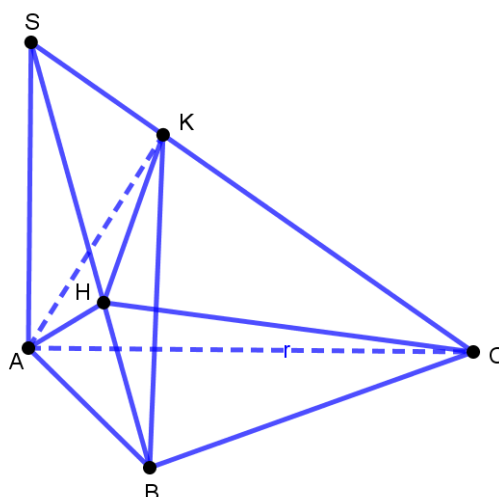
B. $\frac{\pi a^3}{6}$.

C. $\frac{\pi a^3}{2}$.

D. $\frac{\sqrt{2}\pi a^3}{3}$.

Lời giải

Chọn D.



Ta có: $\left. \begin{matrix} BC \perp AB \\ BC \perp SA \end{matrix} \right\} \Rightarrow BC \perp (SAB) \Rightarrow BC \perp AH$ mà $AH \perp SB$ nên $AH \perp (SBC) \Rightarrow AH \perp HC$

Do đó: $\angle AHC = 90^\circ$.

Mặt khác $AK \perp KC \Rightarrow \angle AKC = 90^\circ$; $\angle ABC = 90^\circ$. Vậy năm điểm A, B, C, H, K cùng thuộc mặt cầu đường kính AC . Bán kính mặt cầu này là: $R = \frac{AC}{2} = \frac{a\sqrt{2}}{2}$.

Thể tích khối cầu tạo bởi mặt cầu ngoại tiếp hình chóp $A.HKB$ là:

$$V = \frac{4}{3}\pi R^3 = \frac{4}{3}\pi \left(\frac{a\sqrt{2}}{2}\right)^3 = \frac{\sqrt{2}\pi a^3}{3}.$$