

ĐỀ THI THỬ LẦN 1 – THPT KIM LIÊN – HÀ NỘI

Câu 1: [1H3-2] Cho hình chóp $S.ABC$ có $SA = BC = 2a$. Gọi M, N lần lượt là trung điểm của AB , và SC , $MN = a\sqrt{3}$. Tính số đo góc giữa hai đường thẳng SA và BC .

A. 30° . B. 150° . C. 60° . D. 120° .

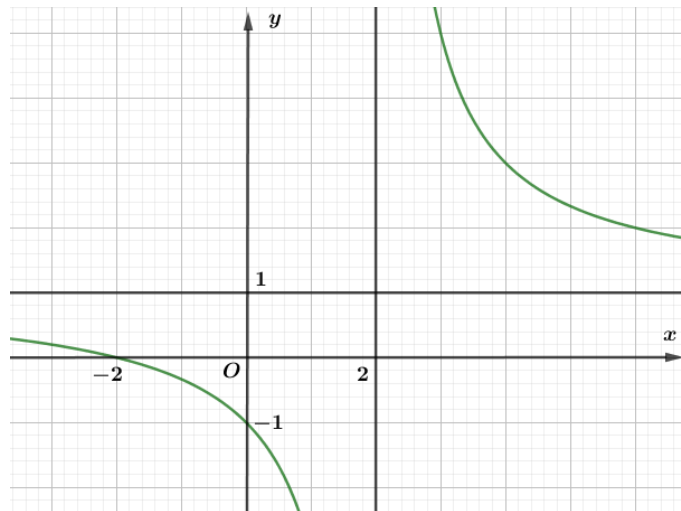
Câu 2: [2D1-1] Cho hàm số $y = f(x)$ có $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = 1$ và $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x) = -1$. Khẳng định nào sau đây là khẳng định đúng?

A. Đồ thị hàm số đã cho có hai tiệm cận ngang là $x = 1$ và $x = -1$.
B. Đồ thị hàm số đã cho có đúng một tiệm cận ngang.
C. Đồ thị hàm số đã cho không có tiệm cận ngang.
D. Đồ thị hàm số đã cho có hai đường tiệm cận ngang là $y = 1$ và $y = -1$.

Câu 3: [2D2-3] Cho hàm số $f(x) = (x^2 - 2x + 2)e^x$. Chọn mệnh đề **sai**?

- A. Hàm số có 1 điểm cực trị.
B. Hàm số đồng biến trên $\mathbb{R}$.
C. Hàm số không có giá trị lớn nhất và giá trị nhỏ nhất.
D. $f(-1) = \frac{5}{e}$.

Câu 4: [2D2-3] Đường cong ở hình bên là đồ thị hàm số $y = \frac{ax+2}{cx+b}$ với a, b, c là các số thực.



Mệnh đề nào sau đây đúng?

- A. $a = 2; b = 2; c = -1$. B. $a = 1; b = -2; c = 1$.
C. $a = 1; b = 2; c = 1$. D. $a = 1; b = 1; c = -1$.

Câu 5: [2H1-1] Khối đa diện có mười hai mặt đều có số đỉnh, số cạnh, số mặt lần lượt là:

- A. 30, 20, 12. B. 20, 12, 30. C. 12, 30, 20. D. 20, 30, 12.

Câu 6: [1D5-2] Cho hàm số $y = -x^3 + 2x^2$ có đồ thị (C) . Có bao nhiêu tiếp tuyến của đồ thị (C) song song với đường thẳng $y = x$.

- A. 2. B. 3. C. 1. D. 4.

Câu 7: [2H1-2] Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy là hình vuông cạnh a , hình chiếu vuông góc của S lên mặt phẳng $(ABCD)$ trùng với trung điểm của cạnh AD , cạnh SB hợp với đáy một góc 60° . Tính theo a thể tích V của khối chóp $S.ABCD$.

- A. $\frac{a^3\sqrt{15}}{2}$. B. $\frac{a^3\sqrt{15}}{6}$. C. $\frac{a^3\sqrt{5}}{4}$. D. $\frac{a^3\sqrt{15}}{6\sqrt{3}}$.

Câu 8: [2D1-2] Cho hàm số $y = x^3 - 2x^2 + ax + b$, $(a, b \in \mathbb{R})$ có đồ thị (C) . Biết đồ thị (C) có điểm cực trị là $A(1; 3)$. Tính giá trị của $P = 4a - b$.

- A. $P = 3$. B. $P = 2$. C. $P = 4$. D. $P = 1$.

Câu 9: [2D1-2] Cho hàm số $y = \frac{2x+3}{x+3}$ có đồ thị (C) và đường thẳng $d: y = 2x - 3$. Đường thẳng d cắt đồ thị (C) tại hai điểm A và B . Tìm tọa độ trung điểm I của đoạn thẳng AB .

- A. $I\left(-\frac{1}{4}; -\frac{7}{2}\right)$. B. $I\left(-\frac{1}{4}; -\frac{13}{4}\right)$. C. $I\left(-\frac{1}{8}; -\frac{13}{4}\right)$. D. $I\left(-\frac{1}{4}; -\frac{11}{4}\right)$.

Câu 10: [1H3-2] Cho hình lập phương $ABCD.A'B'C'D'$ có cạnh bằng a . Gọi O là tâm hình vuông $ABCD$ và điểm S thỏa mãn $\overrightarrow{OS} = \overrightarrow{OA} + \overrightarrow{OB} + \overrightarrow{OC} + \overrightarrow{OD} + \overrightarrow{OA'} + \overrightarrow{OB'} + \overrightarrow{OC'} + \overrightarrow{OD'}$. Tính độ dài đoạn OS theo a .

- A. $OS = 6a$. B. $OS = 4a$. C. $OS = a$. D. $OS = 2a$.

Câu 11: [2H2-1] Trong các hình đa diện sau, hình nào **không** nội tiếp được trong một mặt cầu?

- A. Hình tứ diện. B. Hình hộp chữ nhật.
C. Hình chóp ngũ giác đều. D. Hình chóp có đáy là hình thang vuông.

Câu 12: [2D1-1] Cho hàm số $y = \frac{2x+1}{1-x}$. Mệnh đề nào sau đây đúng?

- A. Hàm số nghịch biến trên $(-\infty; 1)$ và $(1; +\infty)$. B. Hàm số đồng biến trên $\mathbb{R} \setminus \{1\}$.
C. Hàm số đồng biến trên $(-\infty; 1)$ và $(1; +\infty)$. D. Hàm số đồng biến trên $(-\infty; 1) \cup (1; +\infty)$.

Câu 13: [2D2-2] Cho phương trình $\log_5(5^x - 1) \cdot \log_{25}(5^{x+1} - 5) = 1$. Khi đặt $t = \log_5(5^x - 1)$, ta được phương trình nào dưới đây?

- A. $t^2 - 1 = 0$. B. $t^2 + t - 2 = 0$. C. $t^2 - 2 = 0$. D. $2t^2 + 2t - 1 = 0$.

Câu 14: [2D1-2] Cho hàm số $y = f(x)$ xác định và liên tục trên $(-\infty; 0)$ và $(0; +\infty)$ có bảng biến thiên như hình bên.

x	$-\infty$	0	3	$+\infty$	
$f'(x)$	$-$	0	$-$	0	$+$
$f(x)$	2	$+\infty$	2	$+\infty$	

Mệnh đề nào sau đây đúng?

- A. $f(-3) > f(-2)$.

B. Hàm số đồng biến trên khoảng $(2; +\infty)$.

C. Đường thẳng $x = 2$ là tiệm cận đứng của đồ thị hàm số.

D. Hàm số có giá trị nhỏ nhất bằng 2.

Câu 15: [1D1-2] Gọi S là tổng các nghiệm thuộc khoảng $(0; 2\pi)$ của phương trình $3\cos x - 1 = 0$. Tính giá trị của S .

A. $S = 0$.

B. $S = 4\pi$.

C. $S = 3\pi$.

D. $S = 2\pi$.

Câu 16: [2D2-2] Cho 2 số thực dương a, b thỏa mãn $\sqrt{a} \neq b, a \neq 1, \log_a b = 2$. Tính $T = \log_{\frac{\sqrt{a}}{b}} \sqrt[3]{ba}$.

A. $T = -\frac{2}{5}$.

B. $T = \frac{2}{5}$.

C. $T = \frac{2}{3}$.

D. $T = -\frac{2}{3}$.

Câu 17: [2H1-2] Cho khối lăng trụ $ABCD.A'B'C'D'$ có thể tích bằng 36cm^3 . Gọi M là điểm bất kì thuộc mặt phẳng $(ABCD)$. Tính thể tích V của khối chóp $M.A'B'C'D'$.

A. $V = 12\text{cm}^3$.

B. $V = 24\text{cm}^3$.

C. $V = 16\text{cm}^3$.

D. $V = 18\text{cm}^3$.

Câu 18: [2H2-3] Cho tứ diện $ABCD$ có $AB = 4a, CD = 6a$, các cạnh còn lại có độ dài $a\sqrt{22}$. Tính bán kính R mặt cầu ngoại tiếp tứ diện $ABCD$.

A. $R = \frac{a\sqrt{79}}{3}$.

B. $R = \frac{5a}{2}$.

C. $R = \frac{a\sqrt{85}}{3}$.

D. $R = 3a$.

Câu 19: [1D2-2] Tìm số hạng không chứa x trong khai triển $\left(2x - \frac{1}{x^2}\right)^6, x \neq 0$.

A. 15.

B. 240.

C. -240.

D. -15.

Câu 20: [2D1-2] Tìm khoảng đồng biến của hàm số $y = -x^3 + 3x^2 - 1$.

A. $(0; 3)$.

B. $(-1; 3)$.

C. $(-2; 0)$.

D. $(0; 2)$.

Câu 21: [2D2-2] Tìm tập xác định D của hàm số $y = (3x^2 - 1)^{\frac{1}{3}}$.

A. $D = \left(-\infty; -\frac{1}{\sqrt{3}}\right] \cup \left[\frac{1}{\sqrt{3}}; +\infty\right)$.

B. $D = \left(-\infty; -\frac{1}{\sqrt{3}}\right) \cup \left(\frac{1}{\sqrt{3}}; +\infty\right)$.

C. $D = \mathbb{R} \setminus \left\{\pm \frac{1}{\sqrt{3}}\right\}$.

D. $D = \mathbb{R}$.

Câu 22: [1D2-3] Một lớp học có 30 bạn học sinh trong đó có 3 cán sự lớp. Hỏi có bao nhiêu cách cử 4 bạn học sinh đi dự đại hội đoàn trường sao cho trong 4 học sinh đó có ít nhất một cán sự lớp.

A. 23345.

B. 9585.

C. 12455.

D. 9855.

Câu 23: [1D2-2] Một hộp chứa 20 thẻ được đánh số từ 1 đến 20. Lấy ngẫu nhiên 1 thẻ từ hộp đó. Tính xác suất thẻ lấy được ghi số lẻ và chia hết cho 3.

A. 0,3.

B. 0,5.

C. 0,2.

D. 0,15.

Câu 24: [2D2-3] Gọi S là tập hợp các nghiệm nguyên của bất phương trình $\left(\frac{1}{3}\right)^{\sqrt{x^2-3x-10}} > 3^{2-x}$. Tìm số phần tử của S .

A. 11. B. 0. C. 9. D. 1.

Câu 25: [2D2-3] Cho $9^x + 9^{-x} = 14$; $\frac{6+3(3^x+3^{-x})}{2-3^{x+1}-3^{1-x}} = \frac{a}{b}$ ($\frac{a}{b}$ là phân số tối giản). Tính $P = a.b$.

A. $P = 10$. B. $P = -10$. C. $P = -45$. D. $P = 45$.

Câu 26: [1D1-2] Tìm tất cả các nghiệm của phương trình $\cos 3x + \sin 2x - \sin 4x = 0$.

- A. $x = \frac{\pi}{6} + k\frac{2\pi}{3}, k \in \mathbb{Z}$.
- B. $x = \frac{\pi}{6} + k\frac{\pi}{3}, k \in \mathbb{Z}$.
- C. $x = k\frac{\pi}{3}; x = \frac{\pi}{6} + k2\pi; x = \frac{5\pi}{6} + k2\pi, k \in \mathbb{Z}$.
- D. $x = \frac{\pi}{6} + k\frac{\pi}{3}; x = -\frac{\pi}{3} + k2\pi, k \in \mathbb{Z}$.

Câu 27: [2D1-2] Cho hàm số $y = (m+1)x^4 - mx^2 + 3$. Tìm tất cả các giá trị thực của tham số m để hàm số có ba điểm cực trị.

- A. $m \in (-\infty; -1) \cup [0; +\infty)$. B. $m \in (-1; 0)$.
- C. $m \in (-\infty; -1] \cup [0; +\infty)$. D. $m \in (-\infty; -1) \cup (0; +\infty)$.

Câu 28: [2H1-1] Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình vuông. Biết hai mặt phẳng (SAB) và (SAD) cùng vuông góc với mặt đáy. Hình chóp này có bao nhiêu mặt phẳng đối xứng?

- A. 4. B. 1. C. 0. D. 2.

Câu 29: [1D1-3] Hàm số $y = 2\cos 3x + 3\sin 3x - 2$ có tất cả bao nhiêu giá trị nguyên?

- A. 7. B. 3. C. 5. D. 6.

Câu 30: [2D1-2] Tìm tất cả các giá trị thực của tham số m để giá trị nhỏ nhất của hàm số $y = \frac{x+2m^2-m}{x-3}$ trên đoạn $[0;1]$ bằng -2 .

- A. $m = 1$ hoặc $m = -\frac{1}{2}$. B. $m = 3$ hoặc $m = -\frac{5}{2}$.
- C. $m = -1$ hoặc $m = \frac{3}{2}$. D. $m = 2$ hoặc $m = -\frac{3}{2}$.

Câu 31: [2D2-3] Phương trình $2^{\sin^2 x} + 3^{\cos^2 x} = 4.3^{\sin^2 x}$ có bao nhiêu nghiệm thuộc $[-2017; 2017]$.

- A. 1284. B. 4034. C. 1285. D. 4035.

Câu 32: [2D2-1] Tính đạo hàm của hàm số $y = \log_3(3x+1)$.

- A. $y' = \frac{3}{3x+1}$. B. $y' = \frac{1}{3x+1}$. C. $y' = \frac{3}{(3x+1)\ln 3}$. D. $y' = \frac{1}{(3x+1)\ln 3}$.

Câu 33: [1D1-2] Gọi x_0 là nghiệm dương nhỏ nhất của phương trình $3\sin^2 x + 2\sin x \cos x - \cos^2 x = 0$. Chọn khẳng định đúng?

A. $x_0 \in \left(\frac{3\pi}{2}; 2\pi\right)$. B. $x_0 \in \left(\pi; \frac{3\pi}{2}\right)$. C. $x_0 \in \left(\frac{\pi}{2}; \pi\right)$. D. $x_0 \in \left(0; \frac{\pi}{2}\right)$.

Câu 34: [2D2-4] Ngân hàng BIDV Việt Nam đang áp dụng hình thức lãi kép với mức lãi suất: không kỳ hạn là 0,2%/năm, kỳ hạn 3 tháng là 4,8%/năm. Ông A đến ngân hàng BIDV để gửi tiết kiệm với số tiền ban đầu là 300 triệu đồng. Nếu gửi không kỳ hạn mà ông A muốn thu về cả vốn và lãi bằng hoặc vượt quá 305 triệu đồng thì ông A phải gửi ít nhất n tháng ($n \in \mathbb{N}^*$). Hỏi nếu cùng số tiền ban đầu và cũng số tháng đó, ông A gửi tiết kiệm có kỳ hạn 3 tháng thì ông A sẽ nhận được số tiền cả vốn lẫn lãi là bao nhiêu (giả sử rằng trong suốt thời gian đó lãi suất ngân hàng không đổi và nếu chưa đến kỳ hạn mà rút tiền thì số tháng dư so với kỳ hạn sẽ được tính theo lãi suất không kỳ hạn)

A. 444.785.421 đồng. B. 446.490.147 đồng. C. 444.711.302 đồng. D. 447.190.465 đồng.

Câu 35: [2H2-2] Cho tam giác ABC có $\angle ABC = 45^\circ$, $\angle ACB = 30^\circ$, $AB = \frac{\sqrt{2}}{2}$. Quay tam giác ABC xung quanh cạnh BC ta được khối tròn xoay có thể tích V bằng:

A. $V = \frac{\pi\sqrt{3}(1+\sqrt{3})}{2}$. B. $V = \frac{\pi(1+\sqrt{3})}{24}$. C. $V = \frac{\pi(1+\sqrt{3})}{8}$. D. $V = \frac{\pi(1+\sqrt{3})}{3}$.

Câu 36: [2H1-3] Cho hình chóp $S.ABC$ có đáy ABC là tam giác đều cạnh a , SA vuông góc với mặt đáy. Gọi M là trung điểm BC . Mặt phẳng (P) đi qua A và vuông góc với SM cắt SB , SC lần lượt tại E , F . Biết $V_{S.AEF} = \frac{1}{4}V_{S.ABC}$. Tính thể tích V của khối chóp $S.ABC$.

A. $V = \frac{a^3}{2}$. B. $V = \frac{a^3}{8}$. C. $V = \frac{2a^3}{5}$. D. $V = \frac{a^3}{12}$.

Câu 37: [2H1-2] Cho khối tứ diện có thể tích V . Gọi V' là thể tích khối đa diện có các đỉnh là trung điểm các cạnh của khối tứ diện đã cho. Tính tỉ số $\frac{V'}{V}$.

A. $\frac{V'}{V} = \frac{2}{3}$. B. $\frac{V'}{V} = \frac{1}{4}$. C. $\frac{V'}{V} = \frac{5}{8}$. D. $\frac{V'}{V} = \frac{1}{2}$.

Câu 38: [1D2-2] Việt và Nam chơi cờ. Trong một ván cờ, xác suất Việt thắng Nam là 0,3 và Nam thắng Việt là 0,4. Hai bạn dừng chơi khi có người thắng, người thua. Tính xác suất để hai bạn dừng chơi sau hai ván cờ.

A. 0,12. B. 0,7. C. 0,9. D. 0,21.

Câu 39: [2H1-3] Cho lăng trụ tam giác đều $ABC.A'B'C'$ có cạnh đáy bằng a và $AB' \perp BC'$. Tính thể tích V của khối lăng trụ đã cho.

A. $V = \frac{7a^3}{8}$. B. $V = a^3\sqrt{6}$. C. $V = \frac{a^3\sqrt{6}}{8}$. D. $V = \frac{a^3\sqrt{6}}{4}$.

Câu 40: [2D1-3] Cho hàm số $y = \frac{mx+2}{2x+m}$, m là tham số thực. Gọi S là tập hợp tất cả các giá trị nguyên của tham số m để hàm số nghịch biến trên khoảng $(0;1)$. Tìm số phần tử của S .

A. 1. B. 5. C. 2. D. 3.

Câu 41: [2D1-3] Đồ thị hàm số $y = \frac{5x+1-\sqrt{x+1}}{x^2-2x}$ có tất cả bao nhiêu đường tiệm cận?

- A. 3. B. 0. C. 1. D. 2.

Câu 42: [2H2-3] Trên bàn có một cốc nước hình trụ chứa đầy nước, có chiều cao bằng 3 lần đường kính của đáy ; một viên bi và một khối nón đều bằng thủy tinh. Biết viên bi là một khối cầu có đường kính bằng của cốc nước. Người ta từ từ thả vào cốc nước viên bi và khối nón đó (như hình vẽ) thì thấy nước trong cốc tràn ra ngoài. Tính tỉ số thể tích của lượng nước còn lại trong cốc và lượng nước ban đầu (bỏ qua bề dày của lớp vỏ thủy tinh).



- A. $\frac{5}{9}$. B. $\frac{2}{3}$. C. $\frac{1}{2}$. D. $\frac{4}{9}$.

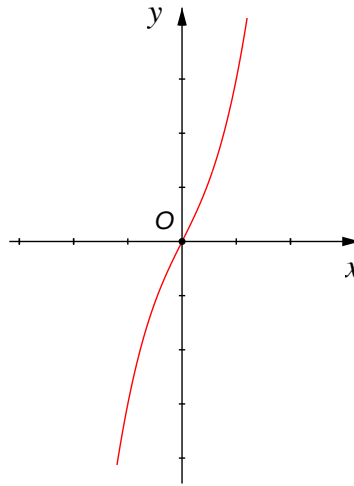
Câu 43: [2D1-3] Cho hàm số $y = f(x) = ax^3 + bx^2 + cx + d$, ($a, b, c, d \in \mathbb{R}, a \neq 0$) có bảng biến thiên như hình vẽ sau:

x	$-\infty$		0		1		$+\infty$
y'		+	0	-	0	+	
y			1				$+\infty$
	$-\infty$				0		

Tìm tất cả các giá trị của tham số m để phương trình $|f(x)| = m$ có bốn nghiệm phân biệt thỏa mãn $x_1 < x_2 < x_3 < \frac{1}{2} < x_4$.

- A. $0 < m < 1$. B. $\frac{1}{2} < m < 1$. C. $0 < m \leq 1$. D. $\frac{1}{2} \leq m < 1$.

Câu 44: [2D1-2] Cho hàm số $y = f(x) = ax^4 + bx^2 + c$, ($a, b, c \in \mathbb{R}, a \neq 0$) có đồ thị (C). Biết rằng (C) không cắt trục Ox và đồ thị hàm số $y = f'(x)$ cho bởi hình vẽ bên. Hàm số đã cho có thể là hàm số nào trong các hàm số dưới đây?



A. $y = -4x^4 - x^2 - 1$. **B.** $y = 2x^4 - x^2 + 2$. **C.** $y = x^4 + x^2 - 2$. **D.** $y = \frac{1}{4}x^4 + x^2 + 1$.

Câu 45: [2H1-3] Cho hình lăng trụ đứng $ABC.A'B'C'$ có đáy là tam giác vuông và $AB = BC = a$, $AA' = a\sqrt{2}$, M là trung điểm của BC . Tính khoảng cách d của hai đường thẳng AM và $B'C$.

A. $d = \frac{a\sqrt{2}}{2}$. **B.** $d = \frac{a\sqrt{6}}{6}$. **C.** $d = \frac{a\sqrt{7}}{7}$. **D.** $d = \frac{a\sqrt{3}}{3}$.

Câu 46: [2D2-3] Tìm số nguyên dương n thỏa mãn

$$\log_a 2017 + \frac{1}{2^2} \log_{\sqrt{a}} 2017 + \frac{1}{2^4} \log_{\sqrt[4]{a}} 2017 + \frac{1}{2^6} \log_{\sqrt[6]{a}} 2017 \dots + \frac{1}{2^{2n}} \log_{\sqrt[2n]{a}} 2017$$

$$= \log_a 2017^2 - \frac{\log_a 2017}{2^{2018}}, \text{ với } 0 < a \neq 1.$$

A. $n = 2016$. **B.** $n = 2018$. **C.** $n = 2017$. **D.** $n = 2019$.

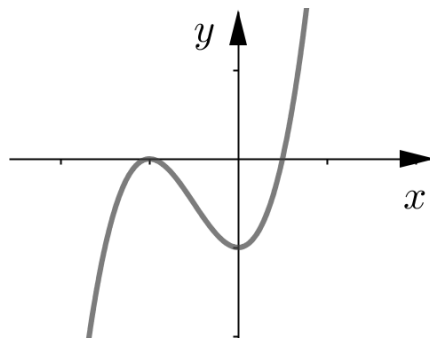
Câu 47: [2D1-4] Cho x, y là hai số thực thỏa mãn điều kiện $x^2 + y^2 + xy + 4 = 4y + 3x$. Tìm giá trị lớn nhất của biểu thức $P = 3(x^3 - y^3) + 20x^2 + 2xy + 5y^2 + 39x$.

A. 100. **B.** $\frac{\sqrt{5}}{3}$. **C.** $\frac{\sqrt{5}}{5}$. **D.** $\sqrt{5}$.

Câu 48: [2H1-4] Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy là hình thang vuông tại A và B ; $AB = BC = \frac{1}{2}AD = a$. Biết SA vuông góc với mặt phẳng đáy, $SA = a\sqrt{2}$. Tính theo a khoảng cách d từ B đến mặt phẳng (SCD) .

A. $d = \frac{1}{2}a$. **B.** $d = \frac{1}{4}a$. **C.** $d = a$. **D.** $d = \frac{\sqrt{2}}{2}a$.

Câu 49: [2D1-3] Cho hàm số $f(x) = ax^3 + bx^2 + cx + d$ ($a, b, c, d \in \mathbb{R}$, $a \neq 0$) có đồ thị như hình vẽ bên. Mệnh đề nào sau đây đúng?



A. $a > 0, b > 0, c > 0, d < 0.$

B. $a < 0, b < 0, c = 0, d < 0.$

C. $a > 0, b > 0, c = 0, d < 0.$

D. $a > 0, b < 0, c = 0, d < 0.$

Câu 50: [2D3-4] Tìm tất cả các giá trị thực của tham số m để phương trình $5x^2 + 12x + 16 = m(x+2)\sqrt{x^2+2}$ có hai nghiệm thực phân biệt thỏa mãn điều kiện $2017^{2x+\sqrt{x+1}} - 2017^{2+\sqrt{x+1}} + 2018x \leq 2018.$

A. $m \in (2\sqrt{6}; 3\sqrt{3}].$

B. $m \in [2\sqrt{6}; 3\sqrt{3}].$

C. $m \in \left(3\sqrt{3}; \frac{11}{3}\sqrt{3}\right) \cup \{2\sqrt{6}\}.$

D. $m \in \left(2\sqrt{6}; \frac{11}{3}\sqrt{3}\right).$

BẢNG ĐÁP ÁN

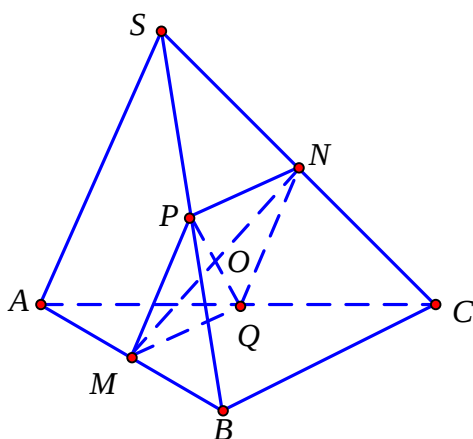
1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20	21	22	23	24	25
C	D	A	B	D	C	B	D	A	B	D	C	B	A	D	D	A	C	B	D	B	D	D	C	C
26	27	28	29	30	31	32	33	34	35	36	37	38	39	40	41	42	43	44	45	46	47	48	49	50
B	D	B	A	C	C	C	D	A	B	B	D	D	C	C	D	A	B	D	C	D	A	A	C	A

HƯỚNG DẪN GIẢI

- Câu 1:** [1H3-2] Cho hình chóp $S.ABC$ có $SA = BC = 2a$. Gọi M, N lần lượt là trung điểm của AB , và SC , $MN = a\sqrt{3}$. Tính số đo góc giữa hai đường thẳng SA và BC .
- A. 30° . B. 150° . C. 60° . D. 120° .

Lời giải

Chọn C.



Gọi P, Q lần lượt là trung điểm của SB, AC . Khi đó MP, NQ, MQ, PN lần lượt là đường trung bình của tam giác SAB, SAC, ABC, SBC nên $MP \parallel NQ \parallel SA$; $PN \parallel MQ \parallel BC$ và $MP = NQ = \frac{1}{2}SA = a$; $PN = MQ = \frac{1}{2}BC = a$. Suy ra góc giữa hai đường thẳng SA và BC là góc PMQ và tứ giác $MPNQ$ là hình thoi.

Xét hình thoi $MPNQ$: gọi O giao điểm của hai đường chéo; vì $MN = a\sqrt{3}$ nên $MO = \frac{a\sqrt{3}}{2}$;

trong tam giác vuông MOQ thì $OQ = \sqrt{a^2 - \frac{3a^2}{4}} = \frac{a}{2} \Rightarrow PQ = a$, khi đó tam giác PMQ đều

hay $PMQ = 60^\circ$.

- Câu 2:** [2D1-1] Cho hàm số $y = f(x)$ có $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = 1$ và $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x) = -1$. Khẳng định nào sau đây là khẳng định đúng?

- A. Đồ thị hàm số đã cho có hai tiệm cận ngang là $x = 1$ và $x = -1$.
 B. Đồ thị hàm số đã cho có đúng một tiệm cận ngang.
 C. Đồ thị hàm số đã cho không có tiệm cận ngang.
 D. Đồ thị hàm số đã cho có hai đường tiệm cận ngang là $y = 1$ và $y = -1$.

Lời giải

Chọn D.

Hàm số $y = f(x)$ có $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = 1$ và $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x) = -1$ suy ra đồ thị hàm số đã cho có hai đường tiệm cận ngang là $y = 1$ và $y = -1$.

Câu 3: [2D2-3] Cho hàm số $f(x) = (x^2 - 2x + 2)e^x$. Chọn mệnh đề **sai**?

A. Hàm số có 1 điểm cực trị.

B. Hàm số đồng biến trên $\mathbb{R}$.

C. Hàm số không có giá trị lớn nhất và giá trị nhỏ nhất.

D. $f(-1) = \frac{5}{e}$.

Lời giải

Chọn A.

Tập xác định: $D = \mathbb{R}$. Đạo hàm: $f'(x) = e^x(2x - 2 + x^2 - 2x + 2) = e^x x^2$.

Phương trình $f'(x) = 0 \Leftrightarrow e^x x^2 = 0$ có nghiệm kép $x = 0$ và $f'(x) \geq 0, \forall x \in \mathbb{R}$.

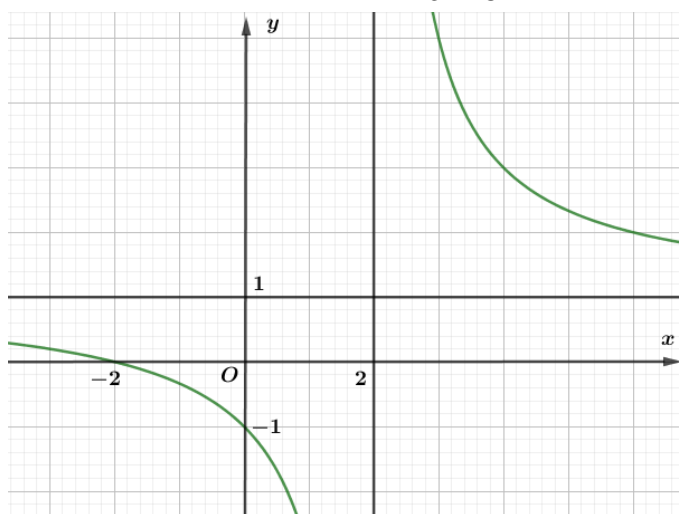
Suy ra hàm số đã cho đồng biến trên $\mathbb{R}$ và không có cực trị.

Vậy A sai và B đúng.

Ta có: $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x) = 0$ và $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = +\infty$ nên hàm số đã cho không có giá trị lớn nhất và giá trị nhỏ nhất. Vậy C đúng.

Ta có: $f(-1) = [(-1)^2 - 2 \cdot (-1) + 2]e^{-1} = \frac{5}{e}$. Vậy D đúng.

Câu 4: [2D2-3] Đường cong ở hình bên là đồ thị hàm số $y = \frac{ax+2}{cx+b}$ với a, b, c là các số thực.



Mệnh đề nào sau đây đúng?

A. $a = 2; b = 2; c = -1$.

B. $a = 1; b = -2; c = 1$.

C. $a = 1; b = 2; c = 1$.

D. $a = 1; b = 1; c = -1$.

Lời giải

Chọn B.

Đồ thị hàm số đã cho cắt trục hoành tại điểm có tọa độ $(-2; 0)$ nên ta có:

$$\frac{-2a+2}{-2c+b} = 0 \Rightarrow a = 1. \text{ Vậy loại A}$$

Đồ thị hàm số đã cho có tiệm cận ngang là đường thẳng $y = 1 \Rightarrow \frac{a}{c} = 1 \Rightarrow c = a = 1$. Vậy loại D

Đồ thị hàm số đã cho có tiệm cận đứng là đường thẳng $x = 2 \Rightarrow -\frac{b}{c} = 2 \Rightarrow b = -2c = -2$.

Câu 5: [2H1-1] Khối đa diện có mười hai mặt đều có số đỉnh, số cạnh, số mặt lần lượt là:

- A. 30, 20, 12. B. 20, 12, 30. C. 12, 30, 20. **D. 20, 30, 12.**

Lời giải

Chọn D.

Câu 6: [1D5-2] Cho hàm số $y = -x^3 + 2x^2$ có đồ thị (C) . Có bao nhiêu tiếp tuyến của đồ thị (C) song song với đường thẳng $y = x$.

- A. 2. B. 3. **C. 1.** D. 4.

Lời giải

Chọn C.

Ta có $y' = -3x^2 + 4x$.

Gọi $M(x_0; -x_0^3 + 2x_0^2)$ là tiếp điểm. Hệ số góc tiếp tuyến của (C) tại M là: $k = -3x_0^2 + 4x_0$.

Vì tiếp tuyến của (C) tại M song song với đường thẳng $y = x$ nên ta có:

$$-3x_0^2 + 4x_0 = 1 \Leftrightarrow \begin{cases} x_0 = 1 \\ x_0 = \frac{1}{3} \end{cases}$$

Tại $x_0 = 1 \Rightarrow M(1; 1)$: Phương trình tiếp tuyến là: $y = x$ (loại).

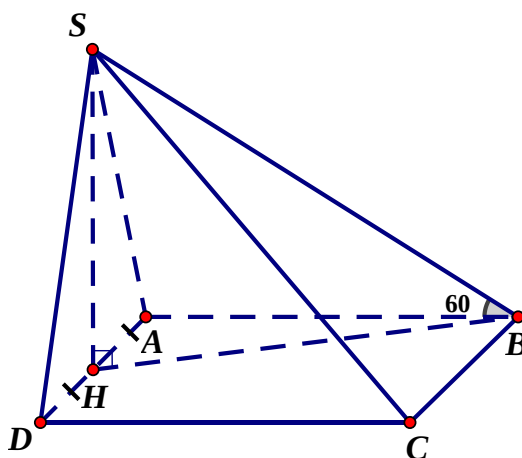
Tại $x_0 = \frac{1}{3} \Rightarrow M\left(\frac{1}{3}; \frac{5}{27}\right)$: Phương trình tiếp tuyến là: $y = x - \frac{4}{27}$ (thỏa mãn).

Câu 7: [2H1-2] Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy là hình vuông cạnh a , hình chiếu vuông góc của S lên mặt phẳng $(ABCD)$ trùng với trung điểm của cạnh AD , cạnh SB hợp với đáy một góc 60° . Tính theo a thể tích V của khối chóp $S.ABCD$.

- A. $\frac{a^3 \sqrt{15}}{2}$. **B. $\frac{a^3 \sqrt{15}}{6}$.** C. $\frac{a^3 \sqrt{5}}{4}$. D. $\frac{a^3 \sqrt{15}}{6\sqrt{3}}$.

Lời giải

Chọn B.



Gọi H là trung điểm của cạnh AD .

Do H là hình chiếu của S lên mặt phẳng $ABCD$ nên $SH \perp (ABCD)$.

Cạnh SB hợp với đáy một góc 60° , do đó: $SBH = 60^\circ$.

$$\text{Xét tam giác } AHB \text{ vuông tại } A: HB = \sqrt{AH^2 + AB^2} = \sqrt{a^2 + \left(\frac{a}{2}\right)^2} = \frac{a\sqrt{5}}{2}.$$

Xét tam giác SBH vuông tại H:

$$\tan SBH = \frac{SH}{BH} \Leftrightarrow SH = BH \cdot \tan SBH \Leftrightarrow SH = \frac{a\sqrt{5}}{2} \tan 60^\circ = \frac{a\sqrt{15}}{2}.$$

Diện tích đáy ABCD là: $S_{ABCD} = a^2$.

$$\text{Thể tích khối chóp } S.ABCD \text{ là: } V_{S.ABCD} = \frac{1}{3} \cdot S_{ABCD} \cdot SH = \frac{1}{3} a^2 \frac{a\sqrt{15}}{2} = \frac{a^3\sqrt{15}}{6}.$$

Câu 8: [2D1-2] Cho hàm số $y = x^3 - 2x^2 + ax + b$, ($a, b \in \mathbb{R}$) có đồ thị (C). Biết đồ thị (C) có điểm cực trị là $A(1;3)$. Tính giá trị của $P = 4a - b$.

A. $P = 3$.

B. $P = 2$.

C. $P = 4$.

D. $P = 1$.

Lời giải

Chọn D.

Để đồ thị (C) có điểm cực trị $A(1;3)$ điều kiện là:

$$\begin{cases} y'(1) = 0 \\ y(1) = 3 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 3 \cdot 1^2 - 4 \cdot 1 + a = 0 \\ 1^3 - 2 \cdot 1^2 + a \cdot 1 + b = 3 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a = 1 \\ b = 3 \end{cases} \Rightarrow P = 4a - b = 1.$$

Câu 9: [2D1-2] Cho hàm số $y = \frac{2x+3}{x+3}$ có đồ thị (C) và đường thẳng $d: y = 2x - 3$. Đường thẳng d cắt đồ thị (C) tại hai điểm A và B. Tìm tọa độ trung điểm I của đoạn thẳng AB.

A. $I\left(-\frac{1}{4}; -\frac{7}{2}\right)$.

B. $I\left(-\frac{1}{4}; -\frac{13}{4}\right)$.

C. $I\left(-\frac{1}{8}; -\frac{13}{4}\right)$.

D. $I\left(-\frac{1}{4}; -\frac{11}{4}\right)$.

Lời giải

Chọn A.

Phương trình hoành độ giao điểm là $\frac{2x+3}{x+3} = 2x-3 \Leftrightarrow 2x^2 + x - 12 = 0 (1) (x \neq -3)$.

Gọi x_1, x_2 là hoành độ của A và B. Theo định lý Viet suy ra: $\begin{cases} x_1 + x_2 = -\frac{1}{2} \\ x_1 \cdot x_2 = -6 \end{cases}$.

Ta có: $x_I = \frac{x_1 + x_2}{2} = -\frac{1}{4}$. Suy ra $y_I = 2x_I - 3 = -\frac{7}{2}$.

Vậy $I\left(-\frac{1}{4}; -\frac{7}{2}\right)$.

Câu 10: [1H3-2] Cho hình lập phương ABCD.A'B'C'D' có cạnh bằng a. Gọi O là tâm hình vuông ABCD và điểm S thỏa mãn $\overrightarrow{OS} = \overrightarrow{OA} + \overrightarrow{OB} + \overrightarrow{OC} + \overrightarrow{OD} + \overrightarrow{OA'} + \overrightarrow{OB'} + \overrightarrow{OC'} + \overrightarrow{OD'}$. Tính độ dài đoạn OS theo a.

A. $OS = 6a$.

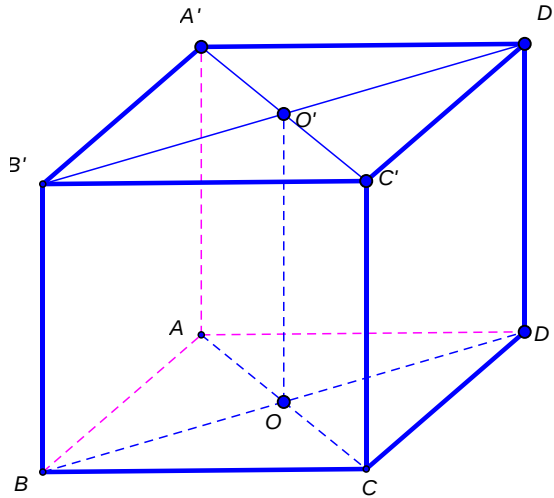
B. $OS = 4a$.

C. $OS = a$.

D. $OS = 2a$.

Lời giải

Chọn B.



$\overrightarrow{OS} = \overrightarrow{OA} + \overrightarrow{OB} + \overrightarrow{OC} + \overrightarrow{OD} + \overrightarrow{OA'} + \overrightarrow{OB'} + \overrightarrow{OC'} + \overrightarrow{OD'} = 4\overrightarrow{OO'}$. Với O' là tâm của mặt $A'B'C'D'$.
Suy ra $OS = |\overrightarrow{OS}| = |4\overrightarrow{OO'}| = 4OO' = 4a$.

Câu 11: [2H2-1] Trong các hình đa diện sau, hình nào **không** nội tiếp được trong một mặt cầu?

A. Hình tứ diện.

B. Hình hộp chữ nhật.

C. Hình chóp ngũ giác đều.

D. Hình chóp có đáy là hình thang vuông.

Lời giải

Chọn D.

Vì hình thang vuông không nội tiếp được trong một đường tròn nên hình chóp có đáy là hình thang vuông không nội tiếp được trong một mặt cầu.

Câu 12: [2D1-1] Cho hàm số $y = \frac{2x+1}{1-x}$. Mệnh đề nào sau đây đúng?

A. Hàm số nghịch biến trên $(-\infty; 1)$ và $(1; +\infty)$. B. Hàm số đồng biến trên $\mathbb{R} \setminus \{1\}$.

C. Hàm số đồng biến trên $(-\infty; 1)$ và $(1; +\infty)$. D. Hàm số đồng biến trên $(-\infty; 1) \cup (1; +\infty)$.

Lời giải

Chọn C.

Tập xác định $D = \mathbb{R} \setminus \{1\}$. Ta có $y = \frac{2x+1}{-x+1}$. Đạo hàm: $y' = \frac{3}{(-x+1)^2} > 0, \forall x \in D$.

Vậy hàm số đồng biến trên $(-\infty; 1)$ và $(1; +\infty)$.

Câu 13: [2D2-2] Cho phương trình $\log_5(5^x - 1) \cdot \log_{25}(5^{x+1} - 5) = 1$. Khi đặt $t = \log_5(5^x - 1)$, ta được phương trình nào dưới đây?

A. $t^2 - 1 = 0$.

B. $t^2 + t - 2 = 0$.

C. $t^2 - 2 = 0$.

D. $2t^2 + 2t - 1 = 0$.

Lời giải

Chọn B.

$$\log_5(5^x - 1) \cdot \log_{25}(5^{x+1} - 5) = 1 \quad (1)$$

$$\text{TXĐ: } D = (0; +\infty).$$

$$\text{Ta có } \log_{25}(5^{x+1} - 5) = \log_{5^2}(5 \cdot 5^x - 5) = \frac{1}{2}(\log_5(5^x - 1) + 1).$$

$$\text{Đặt } t = \log_5(5^x - 1) \quad (t > 0).$$

Phương trình (1) trở thành $t \cdot \frac{1}{2}(t+1) = 1 \Leftrightarrow t^2 + t - 2 = 0$.

Câu 14: [2D1-2] Cho hàm số $y = f(x)$ xác định và liên tục trên $(-\infty; 0)$ và $(0; +\infty)$ có bảng biến thiên như hình bên.

x	$-\infty$	0	3	$+\infty$
$f'(x)$		$-$	0	$+$
$f(x)$	2	$+\infty$	2	$+\infty$

Mệnh đề nào sau đây đúng?

A. $f(-3) > f(-2)$.

B. Hàm số đồng biến trên khoảng $(2; +\infty)$.

C. Đường thẳng $x = 2$ là tiệm cận đứng của đồ thị hàm số.

D. Hàm số có giá trị nhỏ nhất bằng 2.

Lời giải

Chọn A.

Theo bảng biến thiên hàm số nghịch biến trên khoảng $(-\infty; 0) \Rightarrow f(-3) > f(-2)$.

Câu 15: [1D1-2] Gọi S là tổng các nghiệm thuộc khoảng $(0; 2\pi)$ của phương trình $3\cos x - 1 = 0$. Tính giá trị của S .

A. $S = 0$.

B. $S = 4\pi$.

C. $S = 3\pi$.

D. $S = 2\pi$.

Lời giải

Chọn D.

Ta có: $3\cos x - 1 = 0 \Leftrightarrow \cos x = \frac{1}{3} \Leftrightarrow x = \pm \arccos \frac{1}{3} + k2\pi, k \in \mathbb{Z}$.

Trong khoảng $(0; 2\pi)$ phương trình $3\cos x - 1 = 0$ có hai nghiệm là $x_1 = -\arccos \frac{1}{3}$ và $x_2 = \arccos \frac{1}{3}$.

Vậy tổng các nghiệm là $S = x_1 + x_2 = -\arccos \frac{1}{3} + \arccos \frac{1}{3} = 0$.

Câu 16: [2D2-2] Cho 2 số thực dương a, b thỏa mãn $\sqrt{a} \neq b, a \neq 1, \log_a b = 2$. Tính $T = \log_{\frac{\sqrt{a}}{b}} \sqrt[3]{ba}$.

A. $T = -\frac{2}{5}$.

B. $T = \frac{2}{5}$.

C. $T = \frac{2}{3}$.

D. $T = -\frac{2}{3}$.

Lời giải

Chọn D.

Ta có: $\log_a b = 2 \Rightarrow \log_b a = \frac{1}{2}$.

$T = \log_{\frac{\sqrt{a}}{b}} \sqrt[3]{ba} = \log_{\frac{\sqrt{a}}{b}} \sqrt[3]{b} + \log_{\frac{\sqrt{a}}{b}} \sqrt[3]{a}$.

$$\begin{aligned}
&= \frac{1}{\log_{\sqrt[3]{b}} \frac{\sqrt{a}}{b}} + \frac{1}{\log_{\sqrt[3]{a}} \frac{\sqrt{a}}{b}} \\
&= \frac{1}{\log_{\sqrt[3]{b}} \sqrt{a} - \log_{\sqrt[3]{b}} b} + \frac{1}{\log_{\sqrt[3]{a}} \sqrt{a} - \log_{\sqrt[3]{a}} b} \\
&= \frac{1}{\frac{3}{2} \log_b a - 3} + \frac{1}{\frac{3}{2} - 3 \log_a b} \\
&= \frac{1}{\frac{3}{2} \cdot \frac{1}{2} - 3} + \frac{1}{\frac{3}{2} - 3 \cdot 2} = -\frac{2}{3}.
\end{aligned}$$

Câu 17: [2H1-2] Cho khối lăng trụ $ABCD.A'B'C'D'$ có thể tích bằng 36cm^3 . Gọi M là điểm bất kì thuộc mặt phẳng $(ABCD)$. Tính thể tích V của khối chóp $M.A'B'C'D'$.

- A.** $V = 12\text{cm}^3$. **B.** $V = 24\text{cm}^3$. **C.** $V = 16\text{cm}^3$. **D.** $V = 18\text{cm}^3$.

Lời giải

Chọn A.

Gọi h là chiều cao của lăng trụ, $S = S_{A'B'C'D'}$.

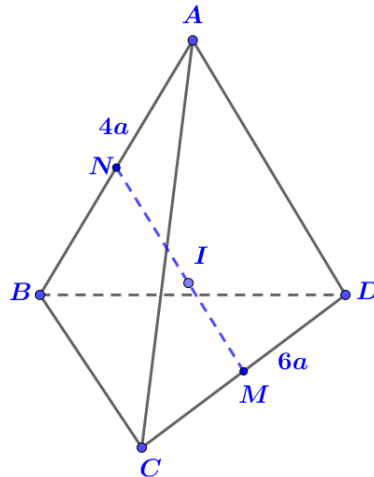
Ta có: $V_{ABCD.A'B'C'D'} = h.S$; $V = V_{M.A'B'C'D'} = \frac{1}{3}h.S = \frac{V_{ABCD.A'B'C'D'}}{3} = 12\text{cm}^3$.

Câu 18: [2H2-3] Cho tứ diện $ABCD$ có $AB = 4a$, $CD = 6a$, các cạnh còn lại có độ dài $a\sqrt{22}$. Tính bán kính R mặt cầu ngoại tiếp tứ diện $ABCD$.

- A.** $R = \frac{a\sqrt{79}}{3}$. **B.** $R = \frac{5a}{2}$. **C.** $R = \frac{a\sqrt{85}}{3}$. **D.** $R = 3a$.

Lời giải

Chọn C.



Gọi M , N lần lượt là trung điểm CD và AB .

Ta có: $\begin{cases} AB \perp CN \\ AB \perp DN \end{cases} \Rightarrow AB \perp MN$; tương tự $CD \perp MN$. Suy ra MN là đường trung trực và là

đoạn vuông góc chung của AB và CD .

Gọi I là tâm mặt cầu ngoại tiếp $ABCD$ thì I thuộc MN .

Xét tam giác ANC vuông tại N có: $CN = \sqrt{AC^2 - NA^2} = \sqrt{22a^2 - 4a^2} = 3\sqrt{2}a$.

Xét tam giác CMN vuông tại M có: $MN = \sqrt{CN^2 - CM^2} = \sqrt{18a^2 - 9a^2} = 3a$.

Lại

có:

$$\begin{cases} IM + IN = 3a \\ IM^2 + MC^2 = IN^2 + NA^2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} IM + IN = 3a \\ IM^2 - IN^2 = NA^2 - MC^2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} IM + IN = 3a \\ (IM + IN)(IM - IN) = -5a^2 \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} IM + IN = 3a \\ IM - IN = -\frac{5}{3}a \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} IM = \frac{2}{3}a \\ IN = \frac{7}{3}a \end{cases}.$$

Vậy bán kính cần tìm là $R = \sqrt{IM^2 + MC^2} = \sqrt{\frac{4}{9}a^2 + 9a^2} = \frac{\sqrt{85}}{3}a$.

Câu 19: [1D2-2] Tìm số hạng không chứa x trong khai triển $\left(2x - \frac{1}{x^2}\right)^6$, $x \neq 0$.

A. 15.

B. 240.

C. -240.

D. -15.

Lời giải

Chọn B.

Số hạng tổng quát của khai triển là $T_{k+1} = C_6^k \cdot (2x)^k \cdot \left(-\frac{1}{x^2}\right)^{6-k} = C_6^k 2^k \cdot (-1)^{6-k} \cdot x^{3k-12}$.

$$3k - 12 = 0 \Rightarrow k = 4.$$

Số hạng không chứa x là $T_5 = C_6^4 \cdot 2^4 \cdot (-1)^2 = 240$.

Câu 20: [2D1-2] Tìm khoảng đồng biến của hàm số $y = -x^3 + 3x^2 - 1$.

A. (0;3).

B. (-1;3).

C. (-2;0).

D. (0;2).

Lời giải

Chọn D.

TXĐ: $D = \mathbb{R}$.

$$y' = -3x^2 + 6x; y' = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 0 \\ x = 2 \end{cases}.$$

$y' > 0 \Leftrightarrow 0 < x < 2$. Vậy hàm số đồng biến trên khoảng (0;2).

Câu 21: [2D2-2] Tìm tập xác định D của hàm số $y = (3x^2 - 1)^{\frac{1}{3}}$.

A. $D = \left(-\infty; -\frac{1}{\sqrt{3}}\right] \cup \left[\frac{1}{\sqrt{3}}; +\infty\right)$.

B. $D = \left(-\infty; -\frac{1}{\sqrt{3}}\right) \cup \left(\frac{1}{\sqrt{3}}; +\infty\right)$.

C. $D = \mathbb{R} \setminus \left\{\pm \frac{1}{\sqrt{3}}\right\}$.

D. $D = \mathbb{R}$.

Lời giải

Chọn B.

* Hàm số xác định khi và chỉ khi $3x^2 - 1 > 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x < -\frac{1}{\sqrt{3}} \\ x > \frac{1}{\sqrt{3}} \end{cases}$.

* Vậy tập xác định của hàm số là $D = \left(-\infty; -\frac{1}{\sqrt{3}}\right) \cup \left(\frac{1}{\sqrt{3}}; +\infty\right)$.

- Câu 22:** [1D2-3] Một lớp học có 30 bạn học sinh trong đó có 3 cán sự lớp. Hỏi có bao nhiêu cách cử 4 bạn học sinh đi dự đại hội đoàn trường sao cho trong 4 học sinh đó có ít nhất một cán sự lớp.
A. 23345. **B.** 9585. **C.** 12455. **D.** 9855.

Lời giải

Chọn D.

* Số cách cử 4 bạn học sinh trong 30 bạn là: $C_{30}^4 = 27405$.

* Số cách cử 4 bạn học sinh trong 27 bạn trong đó không có cán sự lớp là: $C_{27}^4 = 17550$.

* Vậy số cách cử 4 bạn học sinh trong đó có ít nhất một cán sự lớp là: $27405 - 17550 = 9855$.

- Câu 23:** [1D2-2] Một hộp chứa 20 thẻ được đánh số từ 1 đến 20. Lấy ngẫu nhiên 1 thẻ từ hộp đó. Tính xác suất thẻ lấy được ghi số lẻ và chia hết cho 3.
A. 0,3. **B.** 0,5. **C.** 0,2. **D.** 0,15.

Lời giải

Chọn D.

Ta có: $n(\Omega) = C_{20}^1 = 20$.

Gọi A là biến cố lấy được một tấm thẻ ghi số lẻ và chia hết cho 3 $\Rightarrow A = \{3; 9; 15\}$.

Do đó $n(A) = 3 \Rightarrow P(A) = \frac{3}{20} = 0,15$.

- Câu 24:** [2D2-3] Gọi S là tập hợp các nghiệm nguyên của bất phương trình $\left(\frac{1}{3}\right)^{\sqrt{x^2-3x-10}} > 3^{2-x}$. Tìm số phần tử của S .
A. 11. **B.** 0. **C.** 9. **D.** 1.

Lời giải

Chọn C.

Ta có $\left(\frac{1}{3}\right)^{\sqrt{x^2-3x-10}} > 3^{2-x} \Leftrightarrow 3^{-\sqrt{x^2-3x-10}} > 3^{2-x} \Leftrightarrow -\sqrt{x^2-3x-10} > 2-x \Leftrightarrow \sqrt{x^2-3x-10} < x-2$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} x^2-3x-10 \geq 0 \\ x-2 > 0 \\ x^2-3x-10 < x^2-4x+4 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x \leq -2 \\ x \geq 5 \\ 14 > x > 2 \end{cases} \Leftrightarrow 5 \leq x < 14.$$

Do đó $S = \{5; 6; 7; 8; 9; 10; 11; 12; 13\}$ nên số phần tử của S là 9.

- Câu 25:** [2D2-3] Cho $9^x + 9^{-x} = 14$; $\frac{6+3(3^x+3^{-x})}{2-3^{x+1}-3^{1-x}} = \frac{a}{b}$ ($\frac{a}{b}$ là phân số tối giản). Tính $P = a.b$.
A. $P = 10$. **B.** $P = -10$. **C.** $P = -45$. **D.** $P = 45$.

Lời giải

Chọn C.

Ta có: $9^x + 9^{-x} = 14 \Leftrightarrow (3^x + 3^{-x})^2 = 16 \Leftrightarrow 3^x + 3^{-x} = 4$

$$\Rightarrow \frac{6+3(3^x+3^{-x})}{2-3^{x+1}-3^{1-x}} = \frac{6+3(3^x+3^{-x})}{2-3 \cdot (3^x+3^{-x})} = \frac{6+3 \cdot 4}{2-3 \cdot 4} = -\frac{9}{5} \Rightarrow \begin{cases} a = -9 \\ b = 5 \\ a = 9 \\ b = -5 \end{cases}$$

$$\Rightarrow P = a.b = -45.$$

Câu 26: [1D1-2] Tìm tất cả các nghiệm của phương trình $\cos 3x + \sin 2x - \sin 4x = 0$.

A. $x = \frac{\pi}{6} + k\frac{2\pi}{3}, k \in \mathbb{Z}$.

B. $x = \frac{\pi}{6} + k\frac{\pi}{3}, k \in \mathbb{Z}$.

C. $x = k\frac{\pi}{3}; x = \frac{\pi}{6} + k2\pi; x = \frac{5\pi}{6} + k2\pi, k \in \mathbb{Z}$.

D. $x = \frac{\pi}{6} + k\frac{\pi}{3}; x = -\frac{\pi}{3} + k2\pi, k \in \mathbb{Z}$.

Lời giải

Chọn B.

Ta có: $\cos 3x + \sin 2x - \sin 4x = 0 \Leftrightarrow \cos 3x - 2\cos 3x \cdot \sin x = 0 \Leftrightarrow \cos 3x(1 - 2\sin x) = 0$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} \cos 3x = 0 \\ 1 - 2\sin x = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} \cos 3x = 0 \\ \sin x = \frac{1}{2} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = \frac{\pi}{6} + k\frac{\pi}{3} \\ x = \frac{\pi}{6} + k2\pi, k \in \mathbb{Z} \\ x = \frac{5\pi}{6} + k2\pi \end{cases} \Leftrightarrow x = \frac{\pi}{6} + k\frac{\pi}{3}, k \in \mathbb{Z}.$$

Câu 27: [2D1-2] Cho hàm số $y = (m+1)x^4 - mx^2 + 3$. Tìm tất cả các giá trị thực của tham số m để hàm số có ba điểm cực trị.

A. $m \in (-\infty; -1) \cup [0; +\infty)$.

B. $m \in (-1; 0)$.

C. $m \in (-\infty; -1] \cup [0; +\infty)$.

D. $m \in (-\infty; -1) \cup (0; +\infty)$.

Lời giải

Chọn D.

Để hàm số có ba điểm cực trị thì $(m+1)m > 0 \Leftrightarrow \begin{cases} m < -1 \\ m > 0 \end{cases}$. Vậy $m \in (-\infty; -1) \cup (0; +\infty)$.

Câu 28: [2H1-1] Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình vuông. Biết hai mặt phẳng (SAB) và (SAD) cùng vuông góc với mặt đáy. Hình chóp này có bao nhiêu mặt phẳng đối xứng?

A. 4.

B. 1.

C. 0.

D. 2.

Lời giải

Chọn B.

Theo giả thiết hai mặt phẳng (SAB) và (SAD) cùng vuông góc với mặt đáy suy ra $SA \perp (ABCD)$. Mặt khác đáy $ABCD$ là hình vuông nên hình chóp $S.ABCD$ chỉ có một mặt phẳng đối xứng là (SAC) .

Câu 29: [1D1-3] Hàm số $y = 2\cos 3x + 3\sin 3x - 2$ có tất cả bao nhiêu giá trị nguyên?

A. 7.

B. 3.

C. 5.

D. 6.

Lời giải

Chọn A.

TXD: $D = \mathbb{R}$

$$y = 2\cos 3x + 3\sin 3x - 2 = \sqrt{13} \left(\frac{2}{\sqrt{13}} \cos 3x + \frac{3}{\sqrt{13}} \sin 3x \right) - 2$$

$$\Leftrightarrow y = \sqrt{13} \sin \left(3x + \arccos \frac{3}{\sqrt{13}} \right) - 2$$

$$\text{Để hàm số } y \text{ có giá trị nguyên} \Leftrightarrow \sqrt{13} \sin \left(3x + \arccos \frac{3}{\sqrt{13}} \right) \text{ nguyên}$$

$$\Leftrightarrow \sin \left(3x + \arccos \frac{3}{\sqrt{13}} \right) = \frac{n}{\sqrt{13}} \text{ (với } n \text{ là một số nguyên)}$$

$$\text{Mà: } \sin \left(3x + \arccos \frac{3}{\sqrt{13}} \right) \in [-1; 1]$$

$$\Rightarrow -1 \leq \frac{n}{\sqrt{13}} \leq 1 \Leftrightarrow -\sqrt{13} \leq n \leq \sqrt{13}$$

Mà: $n \in \mathbb{Z}$

$$\Rightarrow n = \{0; \pm 1; \pm 2\}$$

$\Rightarrow y$ có 7 giá trị nguyên.

Câu 30: [2D1-2] Tìm tất cả các giá trị thực của tham số m để giá trị nhỏ nhất của hàm số

$$y = \frac{x + 2m^2 - m}{x - 3} \text{ trên đoạn } [0; 1] \text{ bằng } -2.$$

A. $m = 1$ hoặc $m = -\frac{1}{2}$.

B. $m = 3$ hoặc $m = -\frac{5}{2}$.

C. $m = -1$ hoặc $m = \frac{3}{2}$.

D. $m = 2$ hoặc $m = -\frac{3}{2}$.

Lời giải

Chọn C.

$$y = \frac{x + 2m^2 - m}{x - 3} \Rightarrow y' = \frac{-3 - 2m^2 + m}{(x - 3)^2} < 0$$

$$\Rightarrow y_{\min} = y_{(1)} = \frac{2m^2 - m + 1}{-2}$$

$$\Rightarrow y_{\min} = -2 \Leftrightarrow \frac{2m^2 - m + 1}{-2} = -2 \Leftrightarrow 2m^2 - m + 1 = 4$$

$$\Leftrightarrow 2m^2 - m - 3 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} m = -1 \\ m = \frac{3}{2} \end{cases}$$

Câu 31: [2D2-3] Phương trình $2^{\sin^2 x} + 3^{\cos^2 x} = 4.3^{\sin^2 x}$ có bao nhiêu nghiệm thuộc $[-2017; 2017]$.

A. 1284.

B. 4034.

C. 1285.

D. 4035.

Lời giải

Chọn**C.**

Ta có $2^{\sin^2 x} + 3^{\cos^2 x} = 4.3^{\sin^2 x} \Leftrightarrow 2^{\sin^2 x} + 3^{1-\sin^2 x} = 4.3^{\sin^2 x}$

Đặt $\sin^2 x = t$ với $t \in [0; 1]$, ta có phương trình

$$2^t + \frac{3}{3^t} = 4.3^t \Leftrightarrow \left(\frac{2}{3}\right)^t + 3.\left(\frac{1}{9}\right)^t = 4. \text{ Vì hàm số } f(t) = \left(\frac{2}{3}\right)^t + 3.\left(\frac{1}{9}\right)^t \text{ nghịch biến với } t \in [0; 1]$$

nên phương trình có nghiệm duy nhất $t = 0$. Do đó $\sin x = 0 \Leftrightarrow x = k\pi, k \in \mathbb{Z}$.

Vì $x \in [-2017; 2017]$ nên ta có $-2017 \leq k\pi \leq 2017 \Leftrightarrow \frac{-2017}{\pi} \leq k \leq \frac{2017}{\pi}$ nên có 1285 giá trị nguyên của k thỏa mãn. Vậy có 1285 nghiệm.

Câu 32: [2D2-1] Tính đạo hàm của hàm số $y = \log_3(3x+1)$.

A. $y' = \frac{3}{3x+1}$.

B. $y' = \frac{1}{3x+1}$.

C. $y' = \frac{3}{(3x+1)\ln 3}$.

D. $y' = \frac{1}{(3x+1)\ln 3}$.

Lời giải**Chọn C.**

$$y = \log_3(3x+1) \Rightarrow y' = \frac{3}{(3x+1)\ln 3}.$$

Câu 33: [1D1-2] Gọi x_0 là nghiệm dương nhỏ nhất của phương trình $3\sin^2 x + 2\sin x \cos x - \cos^2 x = 0$. Chọn khẳng định đúng?

A. $x_0 \in \left(\frac{3\pi}{2}; 2\pi\right)$.

B. $x_0 \in \left(\pi; \frac{3\pi}{2}\right)$.

C. $x_0 \in \left(\frac{\pi}{2}; \pi\right)$.

D. $x_0 \in \left(0; \frac{\pi}{2}\right)$.

Lời giải**Chọn D.**

Ta thấy $\cos x = 0$ không thỏa phương trình. Chia hai vế phương trình cho $\cos^2 x \neq 0$ ta được:

$$3\tan^2 x + 2\tan x - 1 = 0$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} \tan x = -1 \\ \tan x = \frac{1}{3} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = -\frac{\pi}{4} + k\pi \\ x = \arctan \frac{1}{3} + l\pi \end{cases}, (k, l \in \mathbb{Z}).$$

Vậy nghiệm dương nhỏ nhất của phương trình là $\arctan \frac{1}{3} \in \left(0; \frac{\pi}{2}\right)$.

Câu 34: [2D2-4] Ngân hàng BIDV Việt Nam đang áp dụng hình thức lãi kép với mức lãi suất: không kỳ hạn là 0,2%/năm, kỳ hạn 3 tháng là 4,8%/năm. Ông A đến ngân hàng BIDV để gửi tiết kiệm với số tiền ban đầu là 300 triệu đồng. Nếu gửi không kỳ hạn mà ông A muốn thu về cả vốn và lãi bằng hoặc vượt quá 305 triệu đồng thì ông A phải gửi ít nhất n tháng ($n \in \mathbb{N}^*$). Hỏi nếu cùng số tiền ban đầu và cùng số tháng đó, ông A gửi tiết kiệm có kỳ hạn 3 tháng thì ông A sẽ nhận được số tiền cả vốn lẫn lãi là bao nhiêu (giả sử rằng trong suốt thời gian đó lãi suất ngân hàng không đổi và nếu chưa đến kỳ hạn mà rút tiền thì số tháng dư so với kỳ hạn sẽ được tính theo lãi suất không kỳ hạn)

A. 444.785.421 đồng.

B. 446.490.147 đồng.

C. 444.711.302 đồng.

D. 447.190.465 đồng.

Lời giải**Chọn A.**

Áp dụng công thức lãi kép: $T_n = a(1+r)^n$

Với $T_n \geq 305$ triệu đồng là số tiền cả vốn lẫn lãi sau n kỳ hạn.

$a = 300$ triệu đồng là số tiền gửi ban đầu, n là số kỳ hạn tính lãi, r (%) là lãi suất định kỳ.

$$\text{Ta được } 300 \left(1 + \frac{0,2\%}{12}\right)^n \geq 305 \Leftrightarrow n \geq \log_{\left(1 + \frac{0,2\%}{12}\right)} \left(\frac{305}{300}\right) \approx 99,18.$$

Như vậy, khi gửi không kỳ hạn để được số tiền gồm cả vốn lẫn lãi lớn hơn hoặc bằng 305 triệu đồng thì ông A phải gửi tối thiểu là 100 tháng.

Với $a = 300$ triệu đồng và số tháng là 100 tháng thì khi gửi tiết kiệm với kỳ hạn 3 tháng thì ông A sẽ gửi được 33 định kỳ và 1 tháng cuối là gửi không kỳ hạn.

$$\text{Nên số tiền ông A có được sau 33 định kỳ là: } T = 300 \cdot \left(1 + \frac{4,8\%}{4}\right)^{33} \text{ triệu đồng.}$$

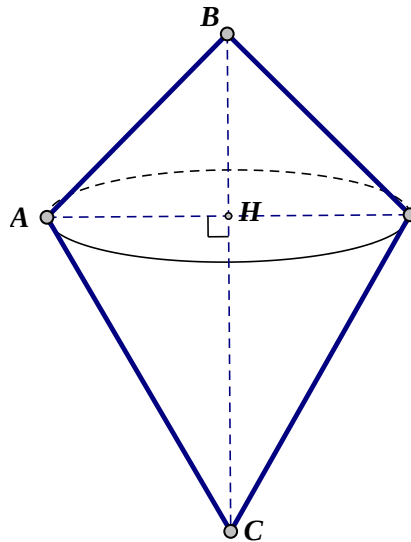
$$\text{Vậy số tiền ông A có được sau 100 tháng là } S = T \left(1 + \frac{0,2\%}{12}\right) = 444.785.421 \text{ đồng.}$$

Câu 35: [2H2-2] Cho tam giác ABC có $\angle ABC = 45^\circ$, $\angle ACB = 30^\circ$, $AB = \frac{\sqrt{2}}{2}$. Quay tam giác ABC xung quanh cạnh BC ta được khối tròn xoay có thể tích V bằng:

A. $V = \frac{\pi\sqrt{3}(1+\sqrt{3})}{2}$. B. $V = \frac{\pi(1+\sqrt{3})}{24}$. C. $V = \frac{\pi(1+\sqrt{3})}{8}$. D. $V = \frac{\pi(1+\sqrt{3})}{3}$.

Lời giải

Chọn B.



$$\text{Ta có } \frac{AB}{\sin 30^\circ} = \frac{AC}{\sin 45^\circ} = \frac{BC}{\sin 105^\circ} \Rightarrow \begin{cases} AC = 1 \\ BC = \sqrt{2} \sin \frac{5\pi}{12} = \frac{1+\sqrt{3}}{2} \end{cases}$$

$$\text{Gọi } H \text{ là chân đường cao kẻ từ đỉnh } A. \text{ Ta có } AH \cdot BC = AB \cdot AC \cdot \sin 105^\circ \Rightarrow AH = \frac{1}{2}.$$

$$\text{Suy ra thể tích khối tròn xoay cần tìm là } V = \frac{1}{3} \pi \cdot AH^2 \cdot BC = \frac{\pi(1+\sqrt{3})}{24}.$$

Câu 36: [2H1-3] Cho hình chóp $S.ABC$ có đáy ABC là tam giác đều cạnh a , SA vuông góc với mặt đáy. Gọi M là trung điểm BC . Mặt phẳng (P) đi qua A và vuông góc với SM cắt SB , SC lần lượt tại E , F . Biết $V_{S.AEF} = \frac{1}{4} V_{S.ABC}$. Tính thể tích V của khối chóp $S.ABC$.

A. $V = \frac{a^3}{2}$.

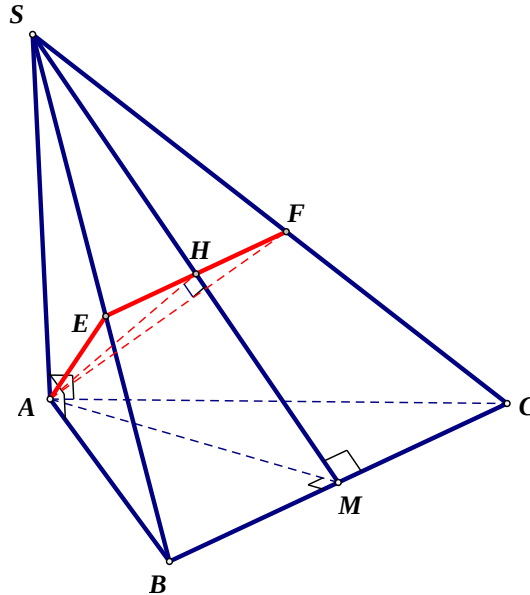
B. $V = \frac{a^3}{8}$.

C. $V = \frac{2a^3}{5}$.

D. $V = \frac{a^3}{12}$.

Lời giải

Chọn B.



Ta có $BC \perp SM$. Gọi H là hình chiếu vuông góc của A trên SM . Do $FE = (P) \cap (SBC) \Rightarrow FE \perp SM \Rightarrow FE \parallel BC$ và FE đi qua H .

$$V_{S.AEF} = \frac{1}{4} V_{S.ABC} \Leftrightarrow \frac{SE}{SB} \cdot \frac{SF}{SC} = \frac{1}{4} \Leftrightarrow \left(\frac{SH}{SM} \right)^2 = \frac{1}{4} \Rightarrow \frac{SH}{SM} = \frac{1}{2}. \text{ Vậy } H \text{ là trung điểm cạnh } SM.$$

$$\text{Suy ra } \triangle SAM \text{ vuông cân tại } A \Rightarrow SA = \frac{a\sqrt{3}}{2}.$$

$$\text{Vậy } V_{SABC} = \frac{1}{3} \cdot \frac{a\sqrt{3}}{2} \cdot \frac{a^2\sqrt{3}}{4} = \frac{a^3}{8}.$$

Câu 37: [2H1-2] Cho khối tứ diện có thể tích V . Gọi V' là thể tích khối đa diện có các đỉnh là trung điểm các cạnh của khối tứ diện đã cho. Tính tỉ số $\frac{V'}{V}$.

A. $\frac{V'}{V} = \frac{2}{3}$.

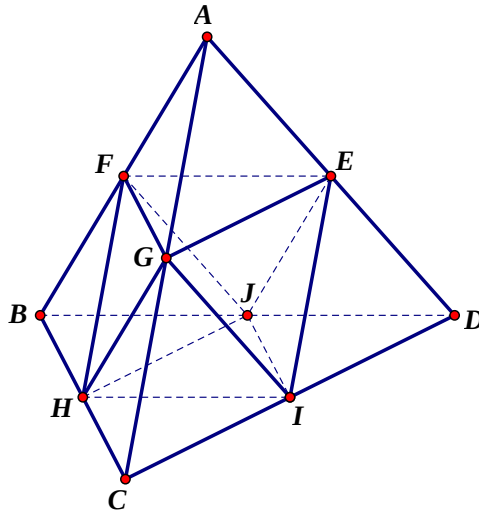
B. $\frac{V'}{V} = \frac{1}{4}$.

C. $\frac{V'}{V} = \frac{5}{8}$.

D. $\frac{V'}{V} = \frac{1}{2}$.

Lời giải

Chọn D.



Gọi khối tứ diện đã cho là $ABCD$.

Gọi E, F, G, H, I, J lần lượt là trung điểm của AD, AB, AC, BC, CD, BD .

Khi đó ta có: $V = V' + 4.V_{A.FEG}$.

Mặt khác $V_{A.FEG} = \frac{1}{8}V$.

Suy ra $V = V' + \frac{1}{2}V \Rightarrow \frac{V'}{V} = \frac{1}{2}$.

Câu 38: [1D2-2] Việt và Nam chơi cờ. Trong một ván cờ, xác suất Việt thắng Nam là 0,3 và Nam thắng Việt là 0,4. Hai bạn dừng chơi khi có người thắng, người thua. Tính xác suất để hai bạn dừng chơi sau hai ván cờ.

A. 0,12.

B. 0,7.

C. 0,9.

D. 0,21.

Lời giải

Chọn D.

Ván 1: Xác suất Việt và Nam hòa là $1 - (0,3 + 0,4) = 0,3$.

Ván 2: Xác suất Việt thắng hoặc thắng là $0,3 + 0,4 = 0,7$.

Xác suất để hai bạn dừng chơi sau hai ván cờ là: $P = 0,3 \cdot 0,7 = 0,21$.

Câu 39: [2H1-3] Cho lăng trụ tam giác đều $ABC.A'B'C'$ có cạnh đáy bằng a và $AB' \perp BC'$. Tính thể tích V của khối lăng trụ đã cho.

A. $V = \frac{7a^3}{8}$.

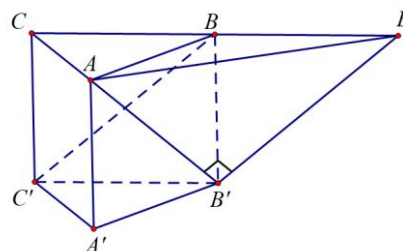
B. $V = a^3\sqrt{6}$.

C. $V = \frac{a^3\sqrt{6}}{8}$.

D. $V = \frac{a^3\sqrt{6}}{4}$.

Lời giải

Chọn C.



Gọi E là điểm đối xứng của C qua điểm B . Khi đó tam giác ACE vuông tại A .

$\Rightarrow AE = \sqrt{4a^2 - a^2} = a\sqrt{3}$.

Mặt khác, ta có $BC' = B'E = AB'$ nên tam giác $AB'E$ vuông cân tại B' .

$$\Rightarrow AB' = \frac{AE}{\sqrt{2}} = \frac{a\sqrt{3}}{\sqrt{2}} = \frac{a\sqrt{6}}{2}.$$

$$\text{Suy ra: } AA' = \sqrt{\left(\frac{a\sqrt{6}}{2}\right)^2 - a^2} = \frac{a\sqrt{2}}{2}.$$

$$\text{Vậy } V = \frac{a\sqrt{2}}{2} \cdot \frac{a^2\sqrt{3}}{4} = \frac{a^3\sqrt{6}}{8}.$$

Câu 40: [2D1-3] Cho hàm số $y = \frac{mx+2}{2x+m}$, m là tham số thực. Gọi S là tập hợp tất cả các giá trị nguyên của tham số m để hàm số nghịch biến trên khoảng $(0;1)$. Tìm số phần tử của S .

A. 1.

B. 5.

C. 2.

D. 3.

Lời giải

Chọn C.

$$\text{Tập xác định } D = \mathbb{R} \setminus \left\{-\frac{m}{2}\right\}$$

$$y' = \frac{m^2 - 4}{(2x+m)^2}.$$

$$\text{Yêu cầu bài toán} \Leftrightarrow \begin{cases} m^2 - 4 < 0 \\ -\frac{m}{2} \notin (0;1) \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} -2 < m < 2 \\ \begin{cases} -\frac{m}{2} \leq 0 \\ -\frac{m}{2} \geq 1 \end{cases} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} -2 < m < 2 \\ \begin{cases} m \geq 0 \\ m \leq -2 \end{cases} \end{cases} \Leftrightarrow 0 \leq m < 2.$$

Câu 41: [2D1-3] Đồ thị hàm số $y = \frac{5x+1-\sqrt{x+1}}{x^2-2x}$ có tất cả bao nhiêu đường tiệm cận?

A. 3.

B. 0.

C. 1.

D. 2.

Lời giải

Chọn D.

$$\text{Tập xác định: } D = [-1; +\infty) \setminus \{0; 2\}.$$

• $\lim_{x \rightarrow +\infty} y = \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{5x+1-\sqrt{x+1}}{x^2-2x} = \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{\frac{5}{x} + \frac{1}{x^2} - \sqrt{\frac{1}{x^3} + \frac{1}{x^4}}}{x^2-2x} = 0 \Rightarrow y=0$ là đường tiệm cận ngang của đồ thị hàm số.

• $\lim_{x \rightarrow 2^+} y = \lim_{x \rightarrow 2^+} \frac{5x+1-\sqrt{x+1}}{x^2-2x} = +\infty$ và $\lim_{x \rightarrow 2^-} y = \lim_{x \rightarrow 2^-} \frac{5x+1-\sqrt{x+1}}{x^2-2x} = -\infty \Rightarrow x=2$ là đường tiệm cận đứng của đồ thị hàm số.

$$\begin{aligned} \bullet \lim_{x \rightarrow 0} y &= \lim_{x \rightarrow 0} \frac{5x+1-\sqrt{x+1}}{x^2-2x} = \lim_{x \rightarrow 0} \frac{(5x+1)^2 - x - 1}{(x^2-2x)(5x+1+\sqrt{x+1})} = \lim_{x \rightarrow 0} \frac{25x^2 + 9x}{(x^2-2x)(5x+1+\sqrt{x+1})} \\ &= \lim_{x \rightarrow 0} \frac{25x+9}{(x-2)(5x+1+\sqrt{x+1})} = \frac{-9}{4} \Rightarrow x=0 \text{ không là đường tiệm cận đứng của đồ thị hàm số.} \end{aligned}$$

Vậy đồ thị hàm số có tất cả 2 đường tiệm cận.

Câu 42: [2H2-3] Trên bàn có một cốc nước hình trụ chứa đầy nước, có chiều cao bằng 3 lần đường kính của đáy ; một viên bi và một khối nón đều bằng thủy tinh. Biết viên bi là một khối cầu có đường kính bằng của cốc nước. Người ta từ từ thả vào cốc nước viên bi và khối nón đó (như hình vẽ) thì thấy nước trong cốc tràn ra ngoài. Tính tỉ số thể tích của lượng nước còn lại trong cốc và lượng nước ban đầu (bỏ qua bề dày của lớp vỏ thủy tinh).



A. $\frac{5}{9}$.

B. $\frac{2}{3}$.

C. $\frac{1}{2}$.

D. $\frac{4}{9}$.

Lời giải

Chọn A.

Gọi bán kính đường tròn đáy của hình trụ là R .

Theo giả thiết và hình vẽ thì:

- Hình trụ có bán kính đường tròn đáy là R , chiều cao là $6R$.
- Mặt cầu có bán kính là R .
- Hình nón có bán kính đường tròn đáy là R , chiều cao là $4R$.

Thể tích lượng nước ban đầu V bằng thể tích khối trụ nên $V = \pi R^2 \cdot 6R = 6\pi R^3$.

Thể tích lượng nước tràn ra V_1 bằng tổng thể tích khối nón và khối cầu nên

$$V_1 = \frac{1}{3} \pi R^2 \cdot 4R + \frac{4}{3} \pi R^3 = \frac{8\pi R^3}{3}.$$

$$\text{Thể tích lượng nước còn lại trong cốc là } V_2 = V - V_1 = 6\pi R^3 - \frac{8\pi R^3}{3} = \frac{10\pi R^3}{3}.$$

$$\text{Do đó tỉ số thể tích của lượng nước còn lại và lượng nước ban đầu là: } \frac{V_2}{V} = \frac{\frac{10\pi R^3}{3}}{6\pi R^3} = \frac{5}{9}.$$

Câu 43: [2D1-3] Cho hàm số $y = f(x) = ax^3 + bx^2 + cx + d$, ($a, b, c, d \in \mathbb{R}$, $a \neq 0$) có bảng biến thiên như hình vẽ sau:

x	$-\infty$	0	1	$+\infty$	
y'	+	0	-	0	+
y	$-\infty$	1	0	$+\infty$	

Tìm tất cả các giá trị của tham số m để phương trình $|f(x)| = m$ có bốn nghiệm phân biệt thỏa

$$\text{mãn } x_1 < x_2 < x_3 < \frac{1}{2} < x_4.$$

A. $0 < m < 1$.

B. $\frac{1}{2} < m < 1$.

C. $0 < m \leq 1$.

D. $\frac{1}{2} \leq m < 1$.

Lời giải

Chọn B.

• Ta đi tìm biểu thức xác định của hàm số $f(x)$.

Ta có $y' = 3ax^2 + 2bx + c$.

Hàm số đạt cực trị tại các điểm $x = 0, x = 1$ nên ta có $\begin{cases} y'(0) = 0 \\ y'(1) = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} c = 0 \\ 3a + 2b = 0 \end{cases} \quad (1)$

Tọa độ các điểm cực trị là $(0;1)$ và $(1;0)$ nên ta có $\begin{cases} y(0) = 1 \\ y(1) = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} d = 1 \\ a + b = -1 \end{cases} \quad (2)$

Từ (1) và (2) ta suy ra $a = 2, b = -3, c = 0, d = 1$.

Như vậy $f(x) = 2x^3 - 3x^2 + 1$.

• Xét phương trình $2x^3 - 3x^2 + 1 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = -\frac{1}{2} \\ x = 1 \end{cases}$.

Từ đó ta có bảng biến thiên của hàm số $g(x) = |f(x)|$ như sau:

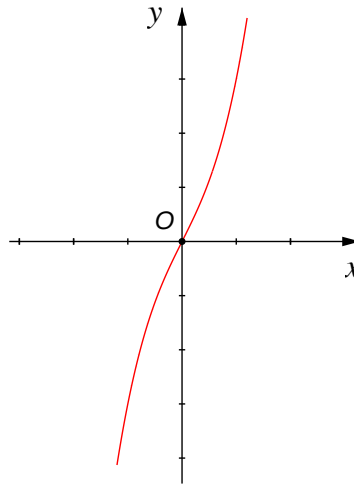
x	$-\infty$	$-\frac{1}{2}$	0	$\frac{1}{2}$	1	$+\infty$
y'		$-$	$+$	0	$-$	$+$
y	$+\infty$		1		$\frac{1}{2}$	$+\infty$

• Từ bảng biến thiên trên ta suy ra phương trình $|f(x)| = m$ có bốn nghiệm phân biệt thỏa mãn

$x_1 < x_2 < x_3 < \frac{1}{2} < x_4$ thì điều kiện của m là $\frac{1}{2} < m < 1$.

Vậy giá trị cần tìm của m là $\frac{1}{2} < m < 1$.

Câu 44: [2D1-2] Cho hàm số $y = f(x) = ax^4 + bx^2 + c$, ($a, b, c \in \mathbb{R}, a \neq 0$) có đồ thị (C) . Biết rằng (C) không cắt trục Ox và đồ thị hàm số $y = f'(x)$ cho bởi hình vẽ bên. Hàm số đã cho có thể là hàm số nào trong các hàm số dưới đây?



A. $y = -4x^4 - x^2 - 1$.

B. $y = 2x^4 - x^2 + 2$.

C. $y = x^4 + x^2 - 2$.

D. $y = \frac{1}{4}x^4 + x^2 + 1$.

Lời giải

Chọn D.

Ta có $y' = 4ax^3 + 2bx$, $y'' = 12ax^2 + 2b$.

Vì hàm số $y = f(x)$ luôn đồng biến trên $\mathbb{R}$ nên $y' > 0$, $\forall x \in \mathbb{R}$, do đó $a > 0$ và $b > 0$.

Lại do đồ thị hàm số $y = f(x)$ không cắt trục Ox nên suy ra hàm số cần tìm là

$y = \frac{1}{4}x^4 + x^2 + 1$ (hàm số $y = x^4 + x^2 - 2$ cắt trục Ox tại hai điểm phân biệt do $ac < 0$).

Vậy hàm số cần tìm là $y = \frac{1}{4}x^4 + x^2 + 1$.

Câu 45: [2H1-3] Cho hình lăng trụ đứng $ABC.A'B'C'$ có đáy là tam giác vuông và $AB = BC = a$, $AA' = a\sqrt{2}$, M là trung điểm của BC . Tính khoảng cách d của hai đường thẳng AM và $B'C$.

A. $d = \frac{a\sqrt{2}}{2}$.

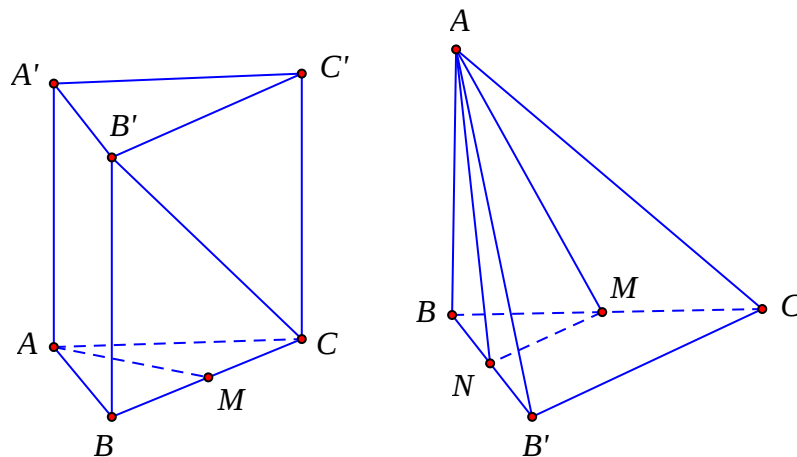
B. $d = \frac{a\sqrt{6}}{6}$.

C. $d = \frac{a\sqrt{7}}{7}$.

D. $d = \frac{a\sqrt{3}}{3}$.

Lời giải

Chọn C.



Tam giác ABC vuông và $AB = BC = a$ nên $\triangle ABC$ chỉ có thể vuông tại B .

$$\text{Ta có } \begin{cases} AB \perp BC \\ AB \perp BB' \end{cases} \Rightarrow AB \perp (BCB').$$

$$\text{Kẻ } MN \parallel B'C \Rightarrow B'C \parallel (AMN)$$

$$\Rightarrow d = d(B'C, MN) = d(B'C, (AMN)) = d(C, (AMN)) = d(B, (AMN)).$$

Tứ diện $BAMN$ là tứ diện vuông

$$\Rightarrow \frac{1}{d^2} = \frac{1}{BA^2} + \frac{1}{BM^2} + \frac{1}{BN^2} = \frac{1}{a^2} + \frac{1}{\left(\frac{a}{2}\right)^2} + \frac{1}{\left(\frac{a\sqrt{2}}{2}\right)^2} = \frac{7}{a^2} \Rightarrow d = \frac{a\sqrt{7}}{7}.$$

Câu 46: [2D2-3] Tìm số nguyên dương n thỏa mãn

$$\log_a 2017 + \frac{1}{2^2} \log_{\sqrt{a}} 2017 + \frac{1}{2^4} \log_{\sqrt[4]{a}} 2017 + \frac{1}{2^6} \log_{\sqrt[6]{a}} 2017 + \dots + \frac{1}{2^{2n}} \log_{\sqrt[2n]{a}} 2017$$

$$= \log_a 2017^2 - \frac{\log_a 2017}{2^{2018}}, \text{ với } 0 < a \neq 1.$$

A. $n = 2016$.

B. $n = 2018$.

C. $n = 2017$.

D. $n = 2019$.

Lời giải

Chọn D.

Gọi vế trái và vế phải của hệ thức đề bài cho lần lượt là A và B .

$$\text{Ta có } \frac{1}{2^{2n}} \log_{\sqrt[2n]{a}} 2017 = \frac{1}{2^{2n}} \log_a 2017^{2n} = \frac{2n}{2^{2n}} \cdot \log_a 2017.$$

$$\text{Do đó } A = \log_a 2017 + \frac{2}{2^2} \log_a 2017 + \frac{4}{2^4} \log_a 2017 + \frac{8}{2^6} \log_a 2017 + \frac{2n}{2^{2n}} \log_a 2017$$

$$= \left(1 + \frac{2}{2^2} + \frac{4}{2^4} + \frac{8}{2^6} + \dots + \frac{2n}{2^{2n}}\right) \log_a 2017.$$

Dãy số $1 + \frac{2}{2^2} + \frac{4}{2^4} + \frac{8}{2^6} + \dots + \frac{2n}{2^{2n}}$ lập thành một cấp số nhân với công bội $q = \frac{2}{2^2} = \frac{1}{2}$

$$\Rightarrow 1 + \frac{2}{2^2} + \frac{4}{2^4} + \frac{8}{2^6} + \dots + \frac{2n}{2^{2n}} = u_1 \cdot \frac{1 - q^n}{1 - q} = 1 \cdot \frac{1 - \left(\frac{1}{2}\right)^n}{1 - \frac{1}{2}} = 2 - \frac{2}{2^n}.$$

$$\text{Như vậy } A = \left(2 - \frac{2}{2^n}\right) \log_a 2017 = B = \log_a 2017^2 - \frac{\log_a 2017}{2^{2018}} = 2 \log_a 2017 - \frac{1}{2^{2018}} \log_a 2017$$

$$\Rightarrow 2 - \frac{2}{2^n} = 2 - \frac{1}{2^{2018}} \Rightarrow n = 2019.$$

Câu 47: [2D1-4] Cho x, y là hai số thực thỏa mãn điều kiện $x^2 + y^2 + xy + 4 = 4y + 3x$. Tìm giá trị lớn nhất của biểu thức $P = 3(x^3 - y^3) + 20x^2 + 2xy + 5y^2 + 39x$.

A. 100.

B. $\frac{\sqrt{5}}{3}$.

C. $\frac{\sqrt{5}}{5}$.

D. $\sqrt{5}$.

Lời giải

Chọn A.

$$x^2 + y^2 + xy + 4 = 4y + 3x \Leftrightarrow y^2 + y(x - 4) + x^2 - 3x + 4 = 0$$

$$\Delta = (x - 4)^2 - 4(x^2 - 3x + 4) = -3x^2 + 4x \geq 0 \Leftrightarrow 0 \leq x \leq \frac{4}{3}.$$

$$x^2 + y^2 + xy + 4 = 4y + 3x \Leftrightarrow x^2 + y^2 + xy = 4y + 3x - 4$$

$$P = 3(x^3 - y^3) + 20x^2 + 2xy + 5y^2 + 39x = 3(x - y)(x^2 + y^2 + xy) + 20x^2 + 2xy + 5y^2 + 39x$$

$$= 29x^2 - 7y^2 + 5xy + 27x + 12y \leq -7y^2 + 5 \cdot \frac{4}{3}y + 27 \cdot \frac{4}{3} + 12y + 29 \cdot \left(\frac{4}{3}\right)^2 = -7\left(y - \frac{4}{3}\right)^2 + 100.$$

Vậy giá trị lớn nhất của hàm số là 100 khi $x = y = \frac{4}{3}$.

Câu 48: [2H1-4] Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy là hình thang vuông tại A và B ; $AB = BC = \frac{1}{2}AD = a$. Biết SA vuông góc với mặt phẳng đáy, $SA = a\sqrt{2}$. Tính theo a khoảng cách d từ B đến mặt phẳng (SCD) .

A. $d = \frac{1}{2}a$.

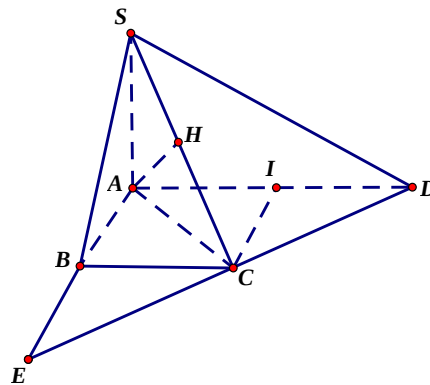
B. $d = \frac{1}{4}a$.

C. $d = a$.

D. $d = \frac{\sqrt{2}}{2}a$.

Lời giải

Chọn A.



Gọi I là trung điểm của đoạn AD .

Ta có $AI \parallel BC$ và $AI = BC$ nên tứ giác

$ABCI$ là hình vuông hay

$$CI = a = \frac{1}{2}AD \Rightarrow \triangle ACD \text{ là tam giác vuông tại } C.$$

Kẻ $AH \perp SC$

$$\text{Ta có } \begin{cases} AC \perp CD \\ AC \perp SA \end{cases} \Rightarrow CD \perp (SCA)$$

hay $CD \perp AH$ nên $AH \perp (SCD)$

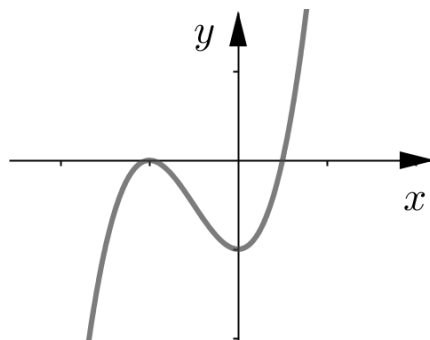
$$\Rightarrow d(A, (SCD)) = AH; AC = \sqrt{AB^2 + BC^2} = a\sqrt{2}.$$

$$AH = \frac{SA \cdot AC}{\sqrt{SA^2 + AC^2}} = \frac{a\sqrt{2} \cdot a\sqrt{2}}{\sqrt{2a^2 + 2a^2}} = a.$$

Gọi $AB \cap CD = E$, mặt khác $\frac{EB}{EA} = \frac{BC}{AD} = \frac{1}{2}$ nên B là trung điểm của đoạn AE .

$$\frac{d(B, (SCD))}{d(A, (SCD))} = \frac{1}{2} = \frac{a}{2}. \text{ Vậy } d = \frac{1}{2}a.$$

Câu 49: [2D1-3] Cho hàm số $f(x) = ax^3 + bx^2 + cx + d$ ($a, b, c, d \in \mathbb{R}, a \neq 0$) có đồ thị như hình vẽ bên. Mệnh đề nào sau đây đúng?



A. $a > 0, b > 0, c > 0, d < 0$.

C. $a > 0, b > 0, c = 0, d < 0$.

B. $a < 0, b < 0, c = 0, d < 0$.

D. $a > 0, b < 0, c = 0, d < 0$.

Lời giải

Chọn C.

Dựa vào đồ thị suy ra $a > 0$ và $d < 0$, $f'(x) = 0$ có một nghiệm âm và một nghiệm bằng 0 nên suy ra $c = 0$ và $b > 0$.

Câu 50: [2D3-4] Tìm tất cả các giá trị thực của tham số m để phương trình $5x^2 + 12x + 16 = m(x+2)\sqrt{x^2+2}$ có hai nghiệm thực phân biệt thỏa mãn điều kiện $2017^{2x+\sqrt{x+1}} - 2017^{2+\sqrt{x+1}} + 2018x \leq 2018$.

A. $m \in (2\sqrt{6}; 3\sqrt{3}]$.

B. $m \in [2\sqrt{6}; 3\sqrt{3}]$.

C. $m \in \left(3\sqrt{3}; \frac{11}{3}\sqrt{3}\right) \cup \{2\sqrt{6}\}$.

D. $m \in \left(2\sqrt{6}; \frac{11}{3}\sqrt{3}\right)$.

Lời giải

Chọn A.

Ta có $2017^{2x+\sqrt{x+1}} - 2017^{2+\sqrt{x+1}} + 2018x \leq 2018$

$$\Leftrightarrow 2017^{2x+\sqrt{x+1}} + 1009(2 + \sqrt{x+1}) \leq 2017^{2+\sqrt{x+1}} + 1009(2 + \sqrt{x+1})$$

$$\Leftrightarrow f(2x + \sqrt{x+1}) \leq f(2 + \sqrt{x+1}).$$

Xét hàm số $f(u) = 2017^u + 1009u$

Ta có $f'(t) = 2017^t \ln 2017 + 1009 > 0, \forall u \Rightarrow f(u)$ đồng biến.

$$\text{Nên } 2x + \sqrt{x+1} \leq 2 + \sqrt{x+1} \Leftrightarrow -1 \leq x \leq 1.$$

$$\text{Ta lại có } 5x^2 + 12x + 16 = m(x+2)\sqrt{x^2+2} \Leftrightarrow 3(x+2)^2 + 2(x^2+2) = m(x+2)\sqrt{x^2+2}$$

$$\Rightarrow 3\left(\frac{x+2}{\sqrt{x^2+2}}\right)^2 + 2 = m \cdot \frac{x+2}{\sqrt{x^2+2}}.$$

$$\text{Xét } t = \frac{x+2}{\sqrt{x^2+2}} \Rightarrow t'(x) = \frac{2-2x}{(\sqrt{x^2+2})^3} \geq 0, \forall x \in [-1; 1]$$

$$\text{Nên } \frac{\sqrt{3}}{3} \leq t \leq \sqrt{3}.$$

$$\text{Khi đó phương trình trở thành } 3t^2 + 2 = mt \Leftrightarrow 3t + \frac{2}{t} = m.$$

$$\text{Xét hàm số } f(t) = 3t + \frac{2}{t}, \text{ ta có } f'(t) = 3 - \frac{2}{t^2} = \frac{3t^2 - 2}{t^2}.$$

Cho $f'(t)=0 \Rightarrow t=\frac{\sqrt{6}}{3}$.

Bảng biến thiên

x	$\frac{\sqrt{3}}{3}$	$\frac{\sqrt{6}}{3}$	$\sqrt{3}$
$f'(t)$	- +		
$f(t)$	$3\sqrt{3}$ $2\sqrt{6}$ $\frac{11\sqrt{3}}{3}$		

Dựa vào bảng biến thiên suy ra $2\sqrt{6} < m \leq 3\sqrt{3}$.