

Họ và tên thí sinh:.....SBD:.....

- Câu 1:** [2H2-1] Diện tích xung quanh của mặt trụ có bán kính đáy R , chiều cao h là
A. $S_{xq} = \pi Rh$. B. $S_{xq} = 3\pi Rh$. C. $S_{xq} = 4\pi Rh$. D. $S_{xq} = 2\pi Rh$.
- Câu 2:** [2D2-2] Chu kỳ bán rã của nguyên tố phóng xạ poloni 210 là 138 ngày (nghĩa là sau 138 ngày khối lượng của nguyên tố đó chỉ còn 1 nửa). Tính khối lượng còn lại của 40 gam poloni 210 sau 7314 ngày (khoảng 20 năm).
A. $4,34.10^{-15}$ (gam). B. $4,44.10^{-15}$ (gam). C. $4,06.10^{-15}$ (gam). D. $4,6.10^{-15}$ (gam).
- Câu 3:** [2D1-3] Cho hàm số $y = \frac{x+1}{x+2}$ có đồ thị (C) và đường thẳng $d: y = -2x + m - 1$ (m là tham số thực). Gọi k_1, k_2 là hệ số góc của tiếp tuyến tại giao điểm của d và (C) . Khi đó $k_1.k_2$ bằng
A. 3. B. 4. C. $\frac{1}{4}$. D. 2.
- Câu 4:** [2H1-3] Cho hình chóp $S.ABC$ có tam giác ABC vuông cân tại B , $AB = a$. Gọi I là trung điểm của AC . Hình chiếu vuông góc của S lên mặt phẳng (ABC) là điểm H thỏa mãn $\overline{BI} = 3\overline{IH}$. Góc giữa hai mặt phẳng (SAB) và (SBC) là 60° . Thể tích của khối chóp $S.ABC$ là:
A. $V = \frac{a^3}{9}$. B. $V = \frac{a^3}{6}$. C. $V = \frac{a^3}{18}$. D. $V = \frac{a^3}{3}$.
- Câu 5:** [2H3-1] Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, mặt phẳng qua $A(1;2;-1)$ có một vector pháp tuyến $\vec{n}(2;0;0)$ có phương trình là
A. $y + z = 0$. B. $y + z - 1 = 0$. C. $x - 1 = 0$. D. $2x - 1 = 0$.
- Câu 6:** [2D2-1] Tích tất cả các nghiệm của phương trình $2^{x^2+x} = 4$ bằng:
A. 2. B. 3. C. -2. D. -1.
- Câu 7:** [2D2-3] Số nghiệm của phương trình $\sin 2x - \cos x = 1 + \log_2(\sin x)$ trên khoảng $\left(0; \frac{\pi}{2}\right)$ là:
A. 4. B. 3. C. 2. D. 1.
- Câu 8:** [1D2-3] Tập S gồm các số tự nhiên có 6 chữ số khác nhau được thành lập từ các chữ số 0; 1; 2; 3; 4; 5; 6; 7; 8. Chọn ngẫu nhiên một số từ tập S . Xác suất để số được chọn không có hai chữ số chẵn đứng cạnh nhau là:
A. $\frac{11}{70}$. B. $\frac{29}{140}$. C. $\frac{13}{80}$. D. $\frac{97}{560}$.
- Câu 9:** [2H3-2] Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, mặt phẳng $(P): x + \sqrt{2}y - z + 3 = 0$ cắt mặt cầu $(S): x^2 + y^2 + z^2 = 5$ theo giao tuyến là một đường tròn có diện tích là:
A. $\frac{11\pi}{4}$. B. $\frac{9\pi}{4}$. C. $\frac{15\pi}{4}$. D. $\frac{7\pi}{4}$.

Câu 10: [2H3-1] Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, khoảng cách từ $A(-2;1;-6)$ đến mặt phẳng (Oxy) là

- A. 6. B. 2. C. 1. D. $\frac{7}{\sqrt{41}}$.

Câu 11: [2D1-2] Cho hàm số $y = f(x)$ có bảng biến thiên như sau:

x	$-\infty$		-1		3		$+\infty$
$f'(x)$		+	0	-	0	+	
$f(x)$	$-\infty$		5		1		$+\infty$

Số nghiệm của phương trình $|f(x)| - 2 = 0$ là

- A. 2. B. 1. C. 3. D. 4.

Câu 12: [2D1-2] Có bao nhiêu giá trị nguyên của m để hàm số $y = (2m+3)\sin x + (2-m)x$ đồng biến trên $\mathbb{R}$?

- A. 4. B. 5. C. 3. D. 6.

Câu 13: [2H1-1] Thể tích hình lập phương cạnh $\sqrt{3}$ là:

- A. $\sqrt{3}$. B. 3. C. $6\sqrt{3}$. D. $3\sqrt{3}$.

Câu 14: [2D1-4] Cho các số thực x, y thỏa mãn $x + y + 1 = 2(\sqrt{x-2} + \sqrt{y+3})$. Giá trị lớn nhất của biểu thức $M = 3^{x+y-4} + (x+y+1) \cdot 2^{7-x-y} - 3(x^2 + y^2)$ bằng

- A. $-\frac{9476}{243}$. B. -76. C. $\frac{193}{3}$. D. $\frac{148}{3}$.

Câu 15: [2D3-4] Giả sử hàm số $y = f(x)$ liên tục, nhận giá trị dương trên $(0; +\infty)$ và thỏa mãn $f(1) = 1$, $f(x) = f'(x) \cdot \sqrt{3x+1}$, với mọi $x > 0$. Mệnh đề nào sau đây đúng?

- A. $2 < f(5) < 3$. B. $1 < f(5) < 2$. C. $4 < f(5) < 5$. D. $3 < f(5) < 4$.

Câu 16: [2D2-2] Tập xác định D của hàm số $y = \log_{2018}(2x-1)$ là

- A. $D = (0; +\infty)$. B. $D = \mathbb{R}$. C. $D = \left(\frac{1}{2}; +\infty\right)$. D. $\left[\frac{1}{2}; +\infty\right)$.

Câu 17: [1D2-2] Một hộp chứa 7 quả cầu xanh, 5 quả cầu vàng. Chọn ngẫu nhiên 3 quả. Xác suất để 3 quả được chọn có ít nhất 2 quả xanh là

- A. $\frac{7}{44}$. B. $\frac{4}{11}$. C. $\frac{7}{11}$. D. $\frac{21}{220}$.

Câu 18: [2H2-2] Cho hình trụ có hai đáy là hai hình tròn tâm O, O' , bán kính đáy bằng chiều cao và bằng a , trên đường tròn đáy tâm O lấy điểm A , trên đường tròn đáy tâm O' lấy điểm B sao cho $AB = 2a$. Thể tích tứ diện $OO'AB$ là

- A. $V = \frac{a^3\sqrt{3}}{24}$. B. $V = \frac{a^3\sqrt{3}}{6}$. C. $V = \frac{a^3\sqrt{3}}{12}$. D. $V = \frac{a^3\sqrt{3}}{3}$.

- Câu 19:** [2H1-1] Cho hình chóp $S.ABC$ có tam giác ABC vuông tại A , $AB = 2a$; $AC = a$; $SA = 3a$; $SA \perp (ABC)$. Thể tích của hình chóp là:
A. $V = 2a^3$. **B.** $V = 6a^3$. **C.** $V = a^3$. **D.** $V = 3a^3$.
- Câu 20:** [2H2-3] Một cốc nước hình trụ có chiều cao 9cm, đường kính 6cm. Mặt đáy phẳng dày 1cm, thành cốc dày 0,2cm. Đổ vào cốc 120 ml nước sau đó thả vào cốc 5 viên bi có đường kính 2cm. Mặt nước cách mép cốc gần nhất với giá trị bằng
A. 3,67(cm). **B.** 3,08(cm). **C.** 2,28(cm). **D.** 2,62(cm).
- Câu 21:** [2D2-4] Cho cấp số cộng (a_n) , cấp số nhân (b_n) thỏa mãn $a_2 > a_1 \geq 0$ và $b_2 > b_1 \geq 1$; và hàm số $f(x) = x^3 - 3x$ sao cho $f(a_2) + 2 = f(a_1)$ và $f(\log_2 b_2) + 2 = f(\log_2 b_1)$. Số nguyên dương n nhỏ nhất và lớn hơn 1 sao cho $b_n > 2018a_n$ là:
A. 16. **B.** 15. **C.** 17. **D.** 18.
- Câu 22:** [1D2-3] Hệ số của số hạng chứa x^8 trong khai triển $\left(\frac{1}{x^3} + \sqrt{x^5}\right)^n$; ($x > 0$) biết $C_{n+4}^{n+1} - C_{n+3}^n = 7(n+3)$ là
A. 1303. **B.** 313. **C.** 495. **D.** 13129.
- Câu 23:** [2H2-2] Cho hình nón có bán kính đáy bằng 2 (cm), góc ở đỉnh bằng 60° . Thể tích khối nón là
A. $V = \frac{8\pi\sqrt{3}}{9}(\text{cm}^3)$. **B.** $V = \frac{8\pi\sqrt{3}}{2}(\text{cm}^3)$. **C.** $V = 8\pi\sqrt{3}(\text{cm}^3)$. **D.** $V = \frac{8\pi\sqrt{3}}{3}(\text{cm}^3)$.
- Câu 24:** [1H3-3] Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình chữ nhật có $AB = 2a$, $AD = 4a$, $SA \perp (ABCD)$, cạnh SC tạo với đáy góc 60° . Gọi M là trung điểm của BC , N là điểm trên cạnh AD sao cho $DN = a$. Khoảng cách giữa MN và SB là
A. $\frac{2a\sqrt{285}}{19}$. **B.** $\frac{a\sqrt{285}}{19}$. **C.** $\frac{2a\sqrt{95}}{19}$. **D.** $\frac{8a}{\sqrt{19}}$.
- Câu 25:** [1H3-2] Cho hình chóp $S.ABC$ có tam giác ABC vuông cân tại B , $AB = BC = a$, $SA = a\sqrt{3}$, $SA \perp (ABC)$. Góc giữa hai mặt phẳng (SBC) và (ABC) là
A. 45° . **B.** 60° . **C.** 90° . **D.** 30° .
- Câu 26:** [2D2-1] Cho $a > 0$, $b > 0$ và x, y là các số thực bất kỳ. Đẳng thức nào sau đúng?
A. $(a+b)^x = a^x + b^x$. **B.** $\left(\frac{a}{b}\right)^x = a^x \cdot b^{-x}$. **C.** $a^{x+y} = a^x + a^y$. **D.** $a^x b^y = (ab)^{xy}$.
- Câu 27:** [2H2-2] Cho lăng trụ tam giác đều $ABC.A'B'C'$ có cạnh đáy bằng a , cạnh bên bằng $a\sqrt{3}$. Diện tích toàn phần của lăng trụ là
A. $S = 3a^2\sqrt{3}$. **B.** $S = \frac{7a^2\sqrt{3}}{2}$. **C.** $S = \frac{3a^2\sqrt{3}}{2}$. **D.** $S = \frac{13a^2\sqrt{3}}{4}$.
- Câu 28:** [2D3-1] Trong các khẳng định sau, khẳng định nào sai?
A. $\int dx = x + 2C$ (C là hằng số). **B.** $\int x^n dx = \frac{x^{n+1}}{n+1} + C$ (C là hằng số; $n \in \mathbb{Q}$).
C. $\int 0 dx = C$ (C là hằng số). **D.** $\int e^x dx = e^x - C$ (C là hằng số).

Câu 29: [2D2-2] Mệnh đề nào sau đây **sai**?

A. Đồ thị của hàm số $y = \ln x$ có tiệm cận đứng.

B. Đồ thị của hàm số $y = 2^{-x}$ có tiệm cận đứng.

C. Đồ thị của hàm số $y = \ln(-x)$ không có tiệm cận ngang.

D. Đồ thị của hàm số $y = 2^x$ có tiệm cận ngang.

Câu 30: [2D1-2] Đồ thị của hàm số $y = \frac{x-1}{x+1}$ cắt hai trục Ox và Oy tại A và B . Khi đó diện tích tam giác OAB (O là gốc tọa độ bằng)

A. 1.

B. $\frac{1}{4}$.

C. 2.

D. $\frac{1}{2}$.

Câu 31: [1D2-2] Một lớp có 48 học sinh. Số cách chọn 2 học sinh trực nhật là

A. 2256.

B. 2304.

C. 1128.

D. 96.

Câu 32: [2D3-3] Cho tích phân $I = \int_0^4 \frac{dx}{3 + \sqrt{2x+1}} = a + b \ln \frac{2}{3}$ với $a, b \in \mathbb{Q}$. Mệnh đề nào sau đây đúng?

A. $a - b = 3$.

B. $a - b = 5$.

C. $a + b = 5$.

D. $a + b = 3$.

Câu 33: [2D2-1] Tập xác định của hàm số $y = x^{2018}$ là

A. $(0; +\infty)$.

B. $(-\infty; +\infty)$.

C. $(-\infty; 0)$.

D. $[0; +\infty)$.

Câu 34: [1H3-3] Cho lăng trụ $ABC.A'B'C'$ có đáy là tam giác đều cạnh a . Hình chiếu vuông góc của B' lên mặt phẳng (ABC) trùng với trọng tâm G của tam giác ABC . Cạnh bên hợp với (ABC) góc 60° . Sin của góc giữa AB và mặt phẳng $(BCC'B')$.

A. $\frac{3}{\sqrt{13}}$.

B. $\frac{3}{2\sqrt{13}}$.

C. $\frac{1}{\sqrt{13}}$.

D. $\frac{2}{\sqrt{13}}$.

Câu 35: [1D5-2] Gọi đường thẳng $y = ax + b$ là phương trình tiếp tuyến của đồ thị hàm số $y = \frac{2x-1}{x+1}$ tại điểm có hoành độ $x = 1$. Tính $S = a - b$.

A. $S = \frac{1}{2}$.

B. $S = 2$.

C. $S = -1$.

D. $S = 1$.

Câu 36: [2D3-1] Cho $\int f(x)dx = F(x) + C$. Khi đó với $a \neq 0$, a, b là hằng số ta có $\int f(ax+b)dx$ bằng.

A. $\int f(ax+b)dx = \frac{1}{a} F(ax+b) + C$.

B. $\int f(ax+b)dx = \frac{1}{a+b} F(ax+b) + C$.

C. $\int f(ax+b)dx = F(ax+b) + C$.

D. $\int f(ax+b)dx = aF(ax+b) + C$.

Câu 37: [2H3-3] Trong không gian với hệ trục $Oxyz$, cho hai điểm $M(1; 2; 1)$; $N(-1; 0; -1)$. Có bao nhiêu mặt phẳng qua M, N cắt trục Ox , trục Oy lần lượt tại A, B ($A \neq B$) sao cho $AM = \sqrt{3}BN$.

A. 1.

B. 2.

C. 3.

D. Vô số.

Câu 38: [2D2-3] Phương trình $\log_{49} x^2 + \frac{1}{2} \log_7 (x-1)^2 = \log_7 (\log_{\sqrt{3}} 3)$ có bao nhiêu nghiệm?

A. 2.

B. 3.

C. 1.

D. 4.

Câu 39: [2D3-2] Tất cả các nguyên hàm của hàm số $f(x) = -\cos 2x$ là.

A. $F(x) = \frac{1}{2} \sin 2x + C.$

B. $F(x) = -\frac{1}{2} \sin 2x.$

C. $F(x) = -\sin 2x + C.$

D. $F(x) = -\frac{1}{2} \sin 2x + C.$

Câu 40: [1D3-1] $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{2n^4 - 2n + 2}{4n^4 + 2n + 5}$ bằng

A. $\frac{2}{11}.$

B. $\frac{1}{2}.$

C. $+\infty.$

D. 0.

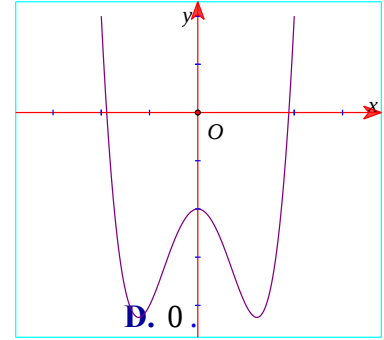
Câu 41: [2D1-1] Đường cong trong hình bên là đồ thị của hàm số nào dưới đây?

A. $y = -x^4 + 8x^2 - 2.$

B. $y = x^4 - 8x^2 - 2.$

C. $y = x^3 - 3x^2 - 2.$

D. $y = -x^3 + 3x^2 - 2.$



Câu 42: [2D1-1] Số tiệm cận của đồ thị của hàm số $y = \frac{2x+1}{x-1}$ là

A. 2.

B. 1.

C. 3.

D. 0.

Câu 43: [2D1-2] Giá trị nhỏ nhất của hàm số $f(x) = x^3 + 3x$ trên đoạn $[-1; 2]$ bằng

A. 4.

B. -4.

C. 14.

D. -2.

Câu 44: [2D3-3] Giả sử $S = (a, b]$ là tập nghiệm của bất phương trình $5x + \sqrt{6x^2 + x^3 - x^4} \log_2 x > (x^2 - x) \log_2 x + 5 + 5\sqrt{6 + x - x^2}$. Khi đó $b - a$ bằng

A. $\frac{1}{2}.$

B. $\frac{7}{2}.$

C. $\frac{5}{2}.$

D. 2.

Câu 45: [2H3-3] Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho hai điểm $A(-2; 2; -2)$; $B(3; -3; 3)$. Điểm M trong không gian thỏa mãn $\frac{MA}{MB} = \frac{2}{3}$. Khi đó độ dài OM lớn nhất bằng

A. $6\sqrt{3}.$

B. $12\sqrt{3}.$

C. $\frac{5\sqrt{3}}{2}.$

D. $5\sqrt{3}.$

Câu 46: [2D1-4] Cho $a, b \in \mathbb{R}$; $a, b > 0$ thỏa mãn $2(a^2 + b^2) + ab = (a + b)(ab + 2)$. Giá trị nhỏ nhất của biểu thức $P = 4\left(\frac{a^3}{b^3} + \frac{b^3}{a^3}\right) - 9\left(\frac{a^2}{b^2} + \frac{b^2}{a^2}\right)$ bằng

A. -10.

B. $-\frac{21}{4}.$

C. $-\frac{23}{4}.$

D. $\frac{23}{4}.$

Câu 47: [2D2-4] Cho các số thực $x \neq 0$, $y \neq 0$ thỏa mãn $2^x = 3^y$. Mệnh đề nào sau đây sai?

A. $\frac{x}{y} = \log_2 3.$

B. $xy > 0.$

C. $4^x = 6^y.$

D. $2^{\frac{1}{y}} = 3^{\frac{1}{x}}.$

Câu 48: [2D1-1] Cho hàm số $y = f(x)$ có bảng biến thiên như sau

x	$-\infty$		2		3		$+\infty$
y'		-	0	+	0	-	
y	$+\infty$				1		$-\infty$

Diagram showing the function's behavior: A purple arrow points from $y = +\infty$ at $x = -\infty$ down to $y = -5$ at $x = 2$. Another purple arrow points from $y = -5$ at $x = 2$ up to $y = 1$ at $x = 3$. A third purple arrow points from $y = 1$ at $x = 3$ down to $y = -\infty$ at $x = +\infty$.

Hàm số đạt cực tiểu tại điểm

A. $x = -5$.

B. $x = 2$.

C. $x = 3$.

D. $x = 1$.

Câu 49: [2D1-1] Cho hàm số $y = f(x)$ có bảng biến thiên như sau

x	$-\infty$		-1		0		1		$+\infty$
y'		-	0	+	0	-	0	+	
y	$+\infty$				0				$+\infty$

Diagram showing the function's behavior: A purple arrow points from $y = +\infty$ at $x = -\infty$ down to $y = 1$ at $x = -1$. Another purple arrow points from $y = 1$ at $x = -1$ up to $y = 0$ at $x = 0$. A third purple arrow points from $y = 0$ at $x = 0$ down to $y = 1$ at $x = 1$. A fourth purple arrow points from $y = 1$ at $x = 1$ up to $y = +\infty$ at $x = +\infty$.

Hàm số $y = f(x)$ đồng biến trên khoảng nào dưới đây?

A. $(-\infty; -1)$.

B. $(-1; +\infty)$.

C. $(0; 1)$.

D. $(-1; 0)$.

Câu 50: [2D2-1] Cho $a > 0$; $b > 0$ và $a \neq 1$, $x \in \mathbf{R}$. Đẳng thức nào sau đây sai?

A. $\log_a a = 1$.

B. $a^{\log_a b} = b$.

C. $\log_a b = x \Leftrightarrow a = b^x$.

D. $\log_a 1 = 0$.

-----HẾT-----

ĐÁP ÁN THAM KHẢO

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20	21	22	23	24	25
D	B	B	A	C	C	D	D	A	A	D	B	D	D	D	C	C	C	C	C	A	C	D	A	B

26	27	28	29	30	31	32	33	34	35	36	37	38	39	40	41	42	43	44	45	46	47	48	49	50
B	B	B	B	D	C	C	B	A	D	A	B	A	D	B	B	A	B	A	B	C	C	B	D	C

HƯỚNG DẪN GIẢI

Câu 1: [2H2-1] Diện tích xung quanh của mặt trụ có bán kính đáy R , chiều cao h là

- A. $S_{xq} = \pi Rh$. B. $S_{xq} = 3\pi Rh$. C. $S_{xq} = 4\pi Rh$. D. $S_{xq} = 2\pi Rh$.

Hướng dẫn giải

Chọn D.

Câu 2: [2D2-2] Chu kì bán rã của nguyên tố phóng xạ poloni 210 là 138 ngày (nghĩa là sau 138 ngày khối lượng của nguyên tố đó chỉ còn 1 nửa). Tính khối lượng còn lại của 40 gam poloni 210 sau 7314 ngày (khoảng 20 năm).

- A. $4,34.10^{-15}$ (gam). B. $4,44.10^{-15}$ (gam). C. $4,06.10^{-15}$ (gam). D. $4,6.10^{-15}$ (gam).

Hướng dẫn giải

Chọn B.

Ta có 7314 ngày tương ứng 53 chu kì.

Nên khối lượng còn lại của 40 gam poloni 210 sau 7314 ngày bằng:

$$40 \left(\frac{1}{2} \right)^{53} = 4,44.10^{-15} \text{ (gam)}.$$

Câu 3: [2D1-3] Cho hàm số $y = \frac{x+1}{x+2}$ có đồ thị (C) và đường thẳng $d: y = -2x + m - 1$ (m là tham số thực). Gọi k_1, k_2 là hệ số góc của tiếp tuyến tại giao điểm của d và (C) . Khi đó $k_1.k_2$ bằng

- A. 3. B. 4. C. $\frac{1}{4}$. D. 2.

Hướng dẫn giải

Chọn B.

$$\text{Ta có } y = \frac{x+1}{x+2} \Rightarrow y' = \frac{1}{(x+2)^2}.$$

Hoành độ giao điểm của d và (C) là nghiệm của phương trình:

$$\frac{x+1}{x+2} = -2x + m - 1 \Leftrightarrow 2x^2 + (6-m)x + 3-m = 0. \quad (1) \quad (\text{luôn có hai nghiệm phân biệt}).$$

Gọi x_1, x_2 là hai nghiệm phân biệt của phương trình (1) thì
$$\begin{cases} x_1 + x_2 = \frac{1}{2}(m-6) \\ x_1 x_2 = \frac{1}{2}(3-2m) \end{cases}.$$

Khi đó hệ số góc $k_1 = y'(x_1) = \frac{1}{(x_1+2)^2}$, $k_2 = y'(x_2) = \frac{1}{(x_2+2)^2}$.

Nên $k_1 k_2 = \frac{1}{[(x_1+2)(x_2+2)]^2} = \frac{1}{\left(\frac{3}{2} - m + m - 6 + 4\right)^2} = 4$.

Câu 4: [2H1-3] Cho hình chóp $S.ABC$ có tam giác ABC vuông cân tại B , $AB = a$. Gọi I là trung điểm của AC . Hình chiếu vuông góc của S lên mặt phẳng (ABC) là điểm H thỏa mãn $\overrightarrow{BI} = 3\overrightarrow{IH}$. Góc giữa hai mặt phẳng (SAB) và (SBC) là 60° . Thể tích của khối chóp $S.ABC$ là:

A. $V = \frac{a^3}{9}$.

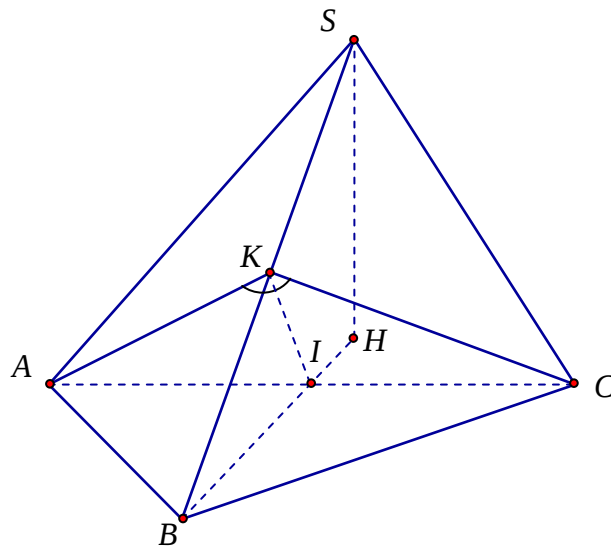
B. $V = \frac{a^3}{6}$.

C. $V = \frac{a^3}{18}$.

D. $V = \frac{a^3}{3}$.

Hướng dẫn giải

Chọn A.



Cách 1:

Để thấy hai tam giác SAB và SAC bằng nhau (cạnh chung SB), gọi K là chân đường cao hạ từ A trong tam giác SAB suy ra $((SAB), (SBC)) = \angle AKC$.

TH1: $\angle AKC = 60^\circ$ kết hợp I là trung điểm AC suy ra $\angle IKC = 30^\circ$.

Ta có $IB = IC = \frac{AC}{2} = \frac{a\sqrt{2}}{2}$, $BH = \frac{4}{3}BI = \frac{2a\sqrt{2}}{3}$.

Từ giả thiết tam giác ABC vuông cân tại B ta được $AC \perp BI \Rightarrow IC \perp IK$.

Trong tam giác ICK vuông tại I có $\tan IKC = \frac{IC}{IK} \Leftrightarrow IK = \frac{IC}{\tan 30^\circ} = \frac{a\sqrt{6}}{2}$.

Như vậy $IK > IB$ (vô lý).

TH2: $AKC = 120^\circ$ tương tự phần trên ta có $\tan IKC = \frac{IC}{IK} \Leftrightarrow IK = \frac{IC}{\tan 60^\circ} = \frac{a\sqrt{6}}{6}$.

Do $SB \perp (AKC) \Rightarrow SB \perp IK$ nên tam giác BIK vuông tại K và $BK = \sqrt{IB^2 - IK^2} = \frac{a\sqrt{3}}{3}$.

Như vậy tam giác BKI đồng dạng với tam giác BHS suy ra: $SH = \frac{IK \cdot BH}{BK} = \frac{2a}{3}$.

Vậy thể tích của khối chóp $S.ABC$ là: $V_{S.ABC} = \frac{1}{3} \cdot \frac{a^2}{2} \cdot \frac{2a}{3} = \frac{a^3}{9}$.

Cách 2: dùng phương pháp tọa độ hóa.

Câu 5: [2H3-1] Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, mặt phẳng qua $A(1; 2; -1)$ có một vectơ pháp tuyến $\vec{n}(2; 0; 0)$ có phương trình là

- A. $y + z = 0$. B. $y + z - 1 = 0$. C. $x - 1 = 0$. D. $2x - 1 = 0$.

Hướng dẫn giải

Chọn C.

Phương trình mặt phẳng: $2(x - 1) = 0 \Leftrightarrow x - 1 = 0$.

Câu 6: [2D2-1] Tích tất cả các nghiệm của phương trình $2^{x^2+x} = 4$ bằng:

- A. 2. B. 3. C. -2. D. -1.

Hướng dẫn giải

Chọn C.

Ta có $2^{x^2+x} = 4 \Leftrightarrow x^2 + x - 2 = 0$. Vậy tích các nghiệm của phương trình là $x_1 x_2 = -2$.

Câu 7: [2D2-3] Số nghiệm của phương trình $\sin 2x - \cos x = 1 + \log_2(\sin x)$ trên khoảng $\left(0; \frac{\pi}{2}\right)$ là:

- A. 4. B. 3. C. 2. D. 1.

Hướng dẫn giải

Chọn D.

Vì $\sin x > 0$ và $\cos x > 0$, $\forall x \in \left(0; \frac{\pi}{2}\right)$ nên phương trình đã cho tương đương

$$\sin 2x - \cos x + \log_2(\cos x) = 1 + \log_2(\sin x) + \log_2(\cos x)$$

$$\Leftrightarrow \log_2(\cos x) - \cos x = \log_2(\sin 2x) - \sin 2x \quad (*)$$

Xét hàm số $f(t) = \log_2 t - t$, với $t \in (0;1)$ ta có $f'(t) = \frac{1}{t \ln 2} - 1 > 0, \forall t \in (0;1)$.

Do đó, hàm số $f(t)$ đồng biến trên khoảng $(0;1)$.

Từ phương trình (*), ta có $f(\cos x) = f(\sin 2x) \Leftrightarrow \cos x = \sin 2x \Leftrightarrow \sin x = \frac{1}{2}$ hay $x = \frac{\pi}{6}$.

Câu 8: [1D2-3] Tập S gồm các số tự nhiên có 6 chữ số khác nhau được thành lập từ các chữ số 0; 1; 2; 3; 4; 5; 6; 7; 8. Chọn ngẫu nhiên một số từ tập S . Xác suất để số được chọn không có hai chữ số chẵn đứng cạnh nhau là:

A. $\frac{11}{70}$.

B. $\frac{29}{140}$.

C. $\frac{13}{80}$.

D. $\frac{97}{560}$.

Hướng dẫn giải

Chọn D.

Số phần tử của S là $8.A_8^5 = 53760$. Do đó, chọn ngẫu nhiên một số từ tập S có 53760 (cách).

Vì số được chọn có 6 chữ số nên ít nhất phải có hai chữ số chẵn, và vì không có hai chữ số chẵn đứng cạnh nhau nên số được chọn có tối đa 3 chữ số chẵn.

TH1: Số được chọn có đúng 2 chữ số chẵn, khi đó gọi số cần tìm là $\overline{abcdef}$

Xếp 4 số lẻ trước ta có $4!$ cách.

	lẻ		lẻ		lẻ		lẻ	
--	----	--	----	--	----	--	----	--

Xếp 2 số chẵn vào 5 khe trống của các số lẻ có $C_5^2.A_5^2 - 4.C_4^1$ cách.

Trong trường hợp này có $4!(C_5^2.A_5^2 - 4.C_4^1) = 4416$ (số).

TH2: Số được chọn có đúng 3 chữ số chẵn, khi đó gọi số cần tìm là $\overline{abcdef}$

Xếp 3 chữ số lẻ trước ta có A_4^3 cách.

	lẻ		lẻ		lẻ	
--	----	--	----	--	----	--

Xếp 3 chữ số chẵn vào 4 khe trống của các số lẻ có $C_4^3.A_5^3 - C_3^2.A_4^2$ cách.

Trong trường hợp này có $A_4^3.(C_4^3.A_5^3 - C_3^2.A_4^2) = 4896$ (số).

Vậy có tất cả 9312 số có 6 chữ số sao cho không có hai chữ số chẵn đứng cạnh nhau.

Xác suất cần tìm là $\frac{9312}{53760} = \frac{97}{560}$.

Câu 9: [2H3-2] Trong không gian với hệ trục tọa độ Oxyz, mặt phẳng $(P): x + \sqrt{2}y - z + 3 = 0$ cắt mặt cầu $(S): x^2 + y^2 + z^2 = 5$ theo giao tuyến là một đường tròn có diện tích là:

A. $\frac{11\pi}{4}$.

B. $\frac{9\pi}{4}$.

C. $\frac{15\pi}{4}$.

D. $\frac{7\pi}{4}$.

Hướng dẫn giải

Chọn A.

Mặt cầu $(S): x^2 + y^2 + z^2 = 5$ có tâm $O(0;0)$ và bán kính $R = \sqrt{5}$.

Ta có $d(O;(P)) = \frac{3}{2}$, suy ra bán kính đường tròn giao tuyến là $r = \sqrt{R^2 - d^2} = \frac{\sqrt{11}}{2}$.

Do đó, diện tích của đường tròn giao tuyến là $S = \pi r^2 = \frac{11\pi}{4}$.

Câu 10: [2H3-1] Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, khoảng cách từ $A(-2;1;-6)$ đến mặt phẳng (Oxy) là

- A. 6. B. 2. C. 1. D. $\frac{7}{\sqrt{41}}$.

Hướng dẫn giải

Chọn A.

Khoảng cách từ $A(-2;1;-6)$ đến mặt phẳng (Oxy) là: $d(A,(Oxy)) = \frac{|-6|}{1} = 6$.

Câu 11: [2D1-2] Cho hàm số $y = f(x)$ có bảng biến thiên như sau:

x	$-\infty$	-1	3	$+\infty$	
$f'(x)$	$+$	0	$-$	0	$+$
$f(x)$	$-\infty$	5	1	$+\infty$	

Số nghiệm của phương trình $|f(x)| - 2 = 0$ là

- A. 2. B. 1. C. 3. D. 4.

Hướng dẫn giải

Chọn D.

Từ bảng biến thiên của hàm số $y = f(x)$ ta có bảng biến thiên của hàm số $y = |f(x)|$ như sau:

x	$-\infty$	x_0	-1	3	$+\infty$			
$f'(x)$		-	+	0	-	0	+	
$f(x)$	$+\infty$			5			1	$+\infty$

Gọi x_0 là giá trị thỏa mãn $f(x_0) = 0$.

Dựa vào bảng biến thiên của hàm số $y = |f(x)|$ ta đưa ra kết luận về số nghiệm của phương trình $|f(x)| - 2 = 0$ là 4 nghiệm.

Câu 12: [2D1-2] Có bao nhiêu giá trị nguyên của m để hàm số $y = (2m+3)\sin x + (2-m)x$ đồng biến trên $\mathbb{R}$?

A. 4.

B. 5.

C. 3.

D. 6.

Hướng dẫn giải

Chọn B.

Ta có: $y' = (2m+3)\cos x + 2 - m$.

Để hàm số đồng biến trên $\mathbb{R}$ thì $y' \geq 0, \forall x \in \mathbb{R} \Leftrightarrow (2m+3)\cos x + 2 - m \geq 0, \forall x \in \mathbb{R}$

Vì $m \in \mathbb{R}$ nên $2m+3 \neq 0$ do đó ta có hai trường hợp sau:

TH1: $2m+3 > 0 \Leftrightarrow m > -\frac{3}{2}$ thì: $\cos x \geq \frac{m-2}{2m+3}, \forall x \in \mathbb{R}$ mà $-1 \leq \cos x \leq 1$ do đó: $\frac{m-2}{2m+3} \leq -1$

$\Leftrightarrow \frac{3m+1}{2m+3} \leq 0 \Leftrightarrow -\frac{3}{2} < m \leq -\frac{1}{3}$, do $m \in \mathbb{R}$ nên $m = -1$.

TH2: $2m+3 < 0 \Leftrightarrow m < -\frac{3}{2}$ thì: $\cos x \leq \frac{m-2}{2m+3}, \forall x \in \mathbb{R}$ mà $-1 \leq \cos x \leq 1$ do đó: $\frac{m-2}{2m+3} \geq 1$

$\Leftrightarrow \frac{-m-5}{2m+3} \geq 0 \Leftrightarrow -5 \leq m < -\frac{3}{2}$ do $m \in \mathbb{R}$ nên $m \in \{-5; -4; -3; -2\}$.

Vậy $m \in \{-5; -4; -3; -2; -1\}$.

Câu 13: [2H1-1] Thể tích hình lập phương cạnh $\sqrt{3}$ là:

A. $\sqrt{3}$.

B. 3.

C. $6\sqrt{3}$.

D. $3\sqrt{3}$.

Hướng dẫn giải

Chọn D.

Thể tích hình lập phương cạnh $\sqrt{3}$ là: $V = (\sqrt{3})^3 = 3\sqrt{3}$.

Câu 14: [2D1-4] Cho các số thực x, y thỏa mãn $x+y+1=2(\sqrt{x-2}+\sqrt{y+3})$. Giá trị lớn nhất của

biểu thức $M = 3^{x+y-4} + (x+y+1) \cdot 2^{7-x-y} - 3(x^2+y^2)$ bằng

A. $-\frac{9476}{243}$.

B. -76.

C. $\frac{193}{3}$.

D. $\frac{148}{3}$.

Hướng dẫn giải

Chọn D.

Điều kiện $x \geq 2; y \geq -3$.

$x+y+1=2(\sqrt{x-2}+\sqrt{y+3}) \Leftrightarrow (x+y+1)^2 = 4(x+y+1+2\sqrt{x-2}\sqrt{y+3}).(*)$

Vì $2\sqrt{x-2}\sqrt{y+3} \leq x+y+1$ nên từ (*) suy ra $(x+y+1)^2 \leq 8(x+y+1) \Leftrightarrow x+y \leq 7$.

Vì $2\sqrt{x-2}\sqrt{y+3} \geq 0$ nên từ (*) suy ra

$(x+y+1)^2 \geq 4(x+y+1) \Leftrightarrow \begin{cases} x+y+1 \leq 0 \\ x+y+1 \geq 4 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x+y+1=0 \\ x+y+1 \geq 4 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x+y=-1 \\ x+y \geq 3 \end{cases}$

Do $x \geq 2$ nên $x^2 \geq 2x, y^2+1 \geq 2y$, suy ra $x^2+y^2+1 \geq 2(x+y)$. Từ đó ta có

$M = 3^{x+y-4} + (x+y+1) \cdot 2^{7-x-y} - 3(x^2+y^2) \leq 3^{x+y-4} + (x+y+1) \cdot 2^{7-x-y} - 6(x+y) + 3$.

Đặt $t = x+y$ với $t = -1$ hoặc $3 \leq t \leq 7$.

Xét hàm số $f(t) = 3^{t-4} + (t+1)2^{7-t} - 6t + 3$, ta có $f(-1) = \frac{2188}{243}$.

$$f'(t) = 3^{t-4} \ln 3 + 2^{7-t} - (t+1) \cdot 2^{7-t} \ln 2 - 6.$$

$$f''(t) = 3^{t-4} \ln^2 3 + [(t+1) \ln 2 - 2] 2^{7-t} \cdot \ln 2 > 0, \forall t \in [3; 7].$$

Suy ra $f'(t)$ đồng biến trên $(3; 7)$, mà $f'(t)$ liên tục trên $[3; 7]$ và $f'(3) \cdot f'(7) < 0$ nên phương trình $f'(t) = 0$ có nghiệm duy nhất $t_0 \in (3; 7)$.

t	3	t_0	7
$f'(t)$	-	0	+
$f(t)$	$\frac{148}{3}$	$f(t_0)$	-4

Suy ra $M = 3^{x+y-4} + (x+y+1) \cdot 2^{7-x-y} - 3(x^2 + y^2) \leq \frac{148}{3}$. Đẳng thức xảy ra khi $x = 2, y = 1$.

Câu 15: [2D3-4] Giả sử hàm số $y = f(x)$ liên tục, nhận giá trị dương trên $(0; +\infty)$ và thỏa mãn $f(1) = 1, f(x) = f'(x) \cdot \sqrt{3x+1}$, với mọi $x > 0$. Mệnh đề nào sau đây đúng?

- A. $2 < f(5) < 3$. B. $1 < f(5) < 2$. C. $4 < f(5) < 5$. D. $3 < f(5) < 4$.

Hướng dẫn giải

Chọn D.

Ta có

$$f(x) = f'(x) \cdot \sqrt{3x+1} \Leftrightarrow \frac{f'(x)}{f(x)} = \frac{1}{\sqrt{3x+1}} \Rightarrow \int \frac{f'(x)}{f(x)} dx = \int \frac{1}{\sqrt{3x+1}} dx$$

$$\Leftrightarrow \int \frac{d(f(x))}{f(x)} = \int \frac{1}{\sqrt{3x+1}} dx \Leftrightarrow \ln f(x) = \frac{2}{3} \sqrt{3x+1} + C \Leftrightarrow f(x) = e^{\frac{2}{3} \sqrt{3x+1} + C}$$

Mà $f(1) = 1$ nên $e^{\frac{4}{3} + C} = 1 \Leftrightarrow C = -\frac{4}{3}$. Suy ra $f(5) = e^{\frac{4}{3}} \approx 3,794$.

Câu 16: [2D2-2] Tập xác định D của hàm số $y = \log_{2018}(2x-1)$ là

- A. $D = (0; +\infty)$. B. $D = \emptyset$. C. $D = \left(\frac{1}{2}; +\infty\right)$. D. $D = \left[\frac{1}{2}; +\infty\right)$.

Hướng dẫn giải

Chọn C.

Điều kiện: $2x-1 > 0 \Leftrightarrow x > \frac{1}{2}$.

Vậy tập xác định của hàm số là: $D = \left(\frac{1}{2}; +\infty\right)$.

Câu 17: [1D2-2] Một hộp chứa 7 quả cầu xanh, 5 quả cầu vàng. Chọn ngẫu nhiên 3 quả. Xác suất để 3 quả được chọn có ít nhất 2 quả xanh là

- A. $\frac{7}{44}$. B. $\frac{4}{11}$. C. $\frac{7}{11}$. D. $\frac{21}{220}$.

Hướng dẫn giải

Chọn C.

Chọn ngẫu nhiên 3 quả trong 12 quả có $n(\Omega) = C_{12}^3 = 220$.

Chọn 3 quả trong đó có ít nhất 2 quả xanh là: $n(A) = C_7^3 + C_7^2 C_5^1 = 140$.

Xác suất để 3 quả được chọn có ít nhất 2 quả xanh là: $P(A) = \frac{n(A)}{n(\Omega)} = \frac{140}{220} \int x^n dx = \frac{x^{n+1}}{n+1} + C$.

Câu 18: [2H2-2] Cho hình trụ có hai đáy là hai hình tròn tâm O, O' , bán kính đáy bằng chiều cao và bằng a , trên đường tròn đáy tâm O lấy điểm A , trên đường tròn đáy tâm O' lấy điểm B sao cho $AB = 2a$. Thể tích tứ diện $OO'AB$ là

A. $V = \frac{a^3 \sqrt{3}}{24}$.

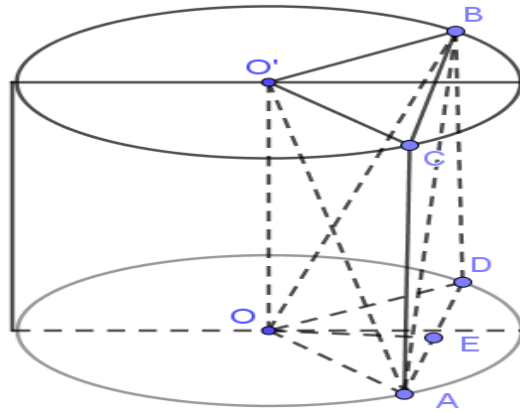
B. $V = \frac{a^3 \sqrt{3}}{6}$.

C. $V = \frac{a^3 \sqrt{3}}{12}$.

D. $V = \frac{a^3 \sqrt{3}}{3}$.

Hướng dẫn giải

Chọn C.



Dựng hình chữ nhật $ADBC$, ta có: $AD = a\sqrt{3}$, $OA = OD = a$, $OE = \frac{a}{2}$.

$$V_{OO'AB} = \frac{1}{3} V_{OAD.O'CB} = \frac{1}{3} \cdot S_{OAD} \cdot OO' = \frac{1}{3} \cdot \frac{1}{2} \cdot AD \cdot OE \cdot OO' = \frac{1}{6} \cdot a\sqrt{3} \cdot \frac{a}{2} \cdot a = \frac{a^3 \sqrt{3}}{12}.$$

Câu 19: [2H1-1] Cho hình chóp $S.ABC$ có tam giác ABC vuông tại A , $AB = 2a$; $AC = a$; $SA = 3a$; $SA \perp (ABC)$. Thể tích của hình chóp là:

A. $V = 2a^3$.

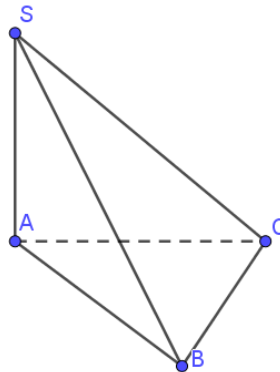
B. $V = 6a^3$.

C. $V = a^3$.

D. $V = 3a^3$.

Hướng dẫn giải

Chọn C.



$$\text{Thể tích của hình chóp là: } V = \frac{1}{3} \cdot \frac{1}{2} \cdot AB \cdot AC \cdot SA = \frac{1}{3} \cdot \frac{1}{2} \cdot 2a \cdot a \cdot 3a = a^3.$$

- Câu 20:** [2H2-3] Một cốc nước hình trụ có chiều cao 9cm, đường kính 6cm. Mặt đáy phẳng dày 1cm, thành cốc dày 0,2cm. Đổ vào cốc 120 ml nước sau đó thả vào cốc 5 viên bi có đường kính 2cm. Mặt nước cách mép cốc gần nhất với giá trị bằng
- A. 3,67(cm). B. 3,08(cm). **C. 2,28(cm).** D. 2,62(cm).

Hướng dẫn giải

Chọn C.

Thể tích của cốc nước là: $V = \pi \cdot (2,8)^2 \cdot 8 = 62,72\pi (\text{cm}^3)$.

Thể tích của 5 viên bi là: $V_1 = 5 \cdot \frac{4}{3} \cdot \pi \cdot 1^3 = \frac{20}{3} \cdot \pi (\text{cm}^3)$.

Thể tích còn lại sau khi đổ vào cốc 120 ml nước và thả vào cốc 5 viên bi là:

$$V_2 = V - V_1 - 120 = 62,72\pi - \frac{20}{3} \cdot \pi - 120 \approx 56,10 (\text{cm}^3).$$

$$\text{Chiều cao phần còn lại là: } h = \frac{V_2}{\pi \cdot (2,8)^2} \approx \frac{56,10}{\pi \cdot (2,8)^2} \approx 2,28 (\text{cm}).$$

- Câu 21:** [2D2-4] Cho cấp số cộng (a_n) , cấp số nhân (b_n) thỏa mãn $a_2 > a_1 \geq 0$ và $b_2 > b_1 \geq 1$; và hàm số $f(x) = x^3 - 3x$ sao cho $f(a_2) + 2 = f(a_1)$ và $f(\log_2 b_2) + 2 = f(\log_2 b_1)$. Số nguyên dương n nhỏ nhất và lớn hơn 1 sao cho $b_n > 2018a_n$ là:
- A. 16. **B. 15.** C. 17. D. 18.

Hướng dẫn giải

Chọn B.

Hàm số $f(x) = x^3 - 3x$ có bảng biến thiên như sau:

x	$-\infty$	-1	0	1	$+\infty$		
y'		$+$	0	$-$	0	$+$	
y	$-\infty$	$\nearrow$	2	$\searrow$	-2	$\nearrow$	$+\infty$

Theo giả thiết

$$\begin{cases} f(a_2) + 2 = f(a_1) \\ a_2 > a_1 \geq 0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} f(a_2) < f(a_1) \\ a_2 > a_1 \geq 0 \end{cases}.$$

Từ đó suy ra $\begin{cases} 0 \leq a_1 < a_2 \leq 1 \\ 0 \leq a_1 \leq 1 < a_2 \end{cases}$, hơn nữa $f(x) + 2 \geq 0 \forall x \geq 0$. Ta xét các trường hợp:

$$\square \text{ Nếu } 0 \leq a_1 < a_2 \leq 1 \text{ thì } \begin{cases} f(a_2) + 2 \geq 0 \\ f(a_1) \leq 0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} f(a_2) = -2 \\ f(a_1) = 0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} a_2 = 1 \\ a_1 = 0 \end{cases}.$$

$$\square \text{ Nếu } 0 \leq a_1 \leq 1 < a_2 \text{ thì } \begin{cases} f(a_2) + 2 > 0 \\ f(a_1) \leq 0 \end{cases} \text{ điều này là không thể.}$$

Do đó chỉ xảy ra trường hợp $a_1 = 0; a_2 = 1$.

Từ đó suy ra $a_n = n-1 (n \geq 1)$.

Tương tự vì $b_2 > b_1 \geq 1$ nên $\log_2 b_2 > \log_2 b_1 \geq 0$, suy ra

$$\begin{cases} \log_2 b_2 = 1 \\ \log_2 a_1 = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} b_2 = 1 \\ b_1 = 1 \end{cases} \Rightarrow b_n = 2^{n-1} (n \geq 1).$$

Xét hàm số $g(x) = 2^x - 2018x$ trên nửa khoảng $[0; +\infty)$, ta có bảng biến thiên

x	0	$\log_2 \frac{2018}{\ln 2}$	$+\infty$
g'	-	0	+
g	1	$g(\log_2 \frac{2018}{\ln 2})$	$+\infty$

$$\text{Ta có } \begin{cases} g\left(\log_2 \frac{2018}{\ln 2}\right) < 0 \\ \log_2 \frac{2018}{\ln 2} > 11 \\ g(12) = -20120 \\ g(13) = -18042 \\ g(14) = -11868 \\ g(15) = 2498 > 0 \end{cases} \quad \text{ nên số nguyên dương nhỏ nhất } n \text{ thỏa } g(n-1) > 0$$

là $n-1=15 \Leftrightarrow n=16$.

Ta chọn đáp án **A**.

Câu 22: **[1D2-3]** Hệ số của số hạng chứa x^8 trong khai triển $\left(\frac{1}{x^3} + \sqrt{x^5}\right)^n; (x > 0)$ biết

$$C_{n+4}^{n+1} - C_{n+3}^n = 7(n+3) \text{ là}$$

A. 1303.

B. 313.

C. 495.

D. 13129.

Hướng dẫn giải

Chọn C.

Điều kiện: $n \in \mathbb{N}$

Ta có

$$\begin{aligned} C_{n+4}^{n+1} - C_{n+3}^n &= 7(n+3) \Leftrightarrow \frac{(n+4)!}{(n+1)!3!} - \frac{(n+3)!}{n!3!} = 7(n+3) \\ \Leftrightarrow \frac{(n+4)(n+3)(n+2)}{6} - \frac{(n+3)(n+2)(n+1)}{6} &= 7(n+3) \\ \Leftrightarrow 3n &= 36 \Leftrightarrow n = 12. \end{aligned}$$

Xét khai triển

$$\left(\frac{1}{x^3} + \sqrt{x^5}\right)^{12} = \sum_{k=0}^{12} C_{12}^k \left(\frac{1}{x^3}\right)^k \left(\sqrt{x^5}\right)^{12-k} \quad (0 \leq k \leq 12, k \in \mathbb{N})$$

$$= \sum_{k=0}^{12} C_{12}^k x^{\frac{60-11k}{2}}.$$

Để số hạng chứa x^8 thì $\frac{60-11k}{2} = 8 \Leftrightarrow k = 4$.

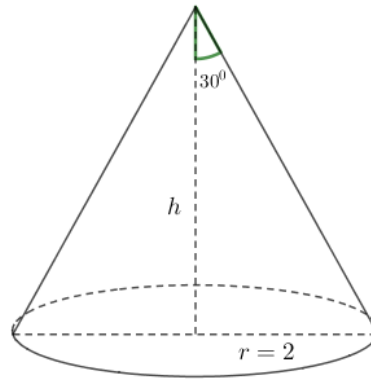
Vậy hệ số chứa x^8 trong khai triển trên là $C_{12}^4 = 495$.

Câu 23: [2H2-2] Cho hình nón có bán kính đáy bằng 2 (cm), góc ở đỉnh bằng 60° . Thể tích khối nón là

A. $V = \frac{8\pi\sqrt{3}}{9}(\text{cm}^3)$. **B.** $V = \frac{8\pi\sqrt{3}}{2}(\text{cm}^3)$. **C.** $V = 8\pi\sqrt{3}(\text{cm}^3)$. **D.** $V = \frac{8\pi\sqrt{3}}{3}(\text{cm}^3)$.

Hướng dẫn giải

Chọn D.



Ta có bán kính đáy $r = 2$, đường cao $h = \frac{r}{\tan 30^\circ} \Rightarrow h = 2\sqrt{3}$.

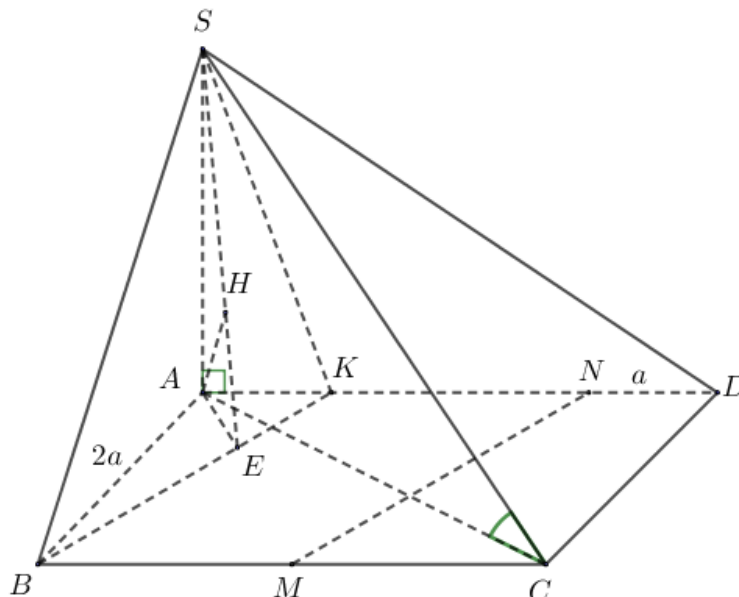
Vậy thể tích khối nón $V = \frac{1}{3}\pi r^2 h = \frac{1}{3}\pi \cdot 4 \cdot 2\sqrt{3} = \frac{8\pi\sqrt{3}}{3}(\text{cm}^3)$.

Câu 24: [1H3-3] Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình chữ nhật có $AB = 2a$, $AD = 4a$, $SA \perp (ABCD)$, cạnh SC tạo với đáy góc 60° . Gọi M là trung điểm của BC , N là điểm trên cạnh AD sao cho $DN = a$. Khoảng cách giữa MN và SB là

A. $\frac{2a\sqrt{285}}{19}$. **B.** $\frac{a\sqrt{285}}{19}$. **C.** $\frac{2a\sqrt{95}}{19}$. **D.** $\frac{8a}{\sqrt{19}}$.

Hướng dẫn giải

Chọn A.



Lấy K trên AD sao cho $AK = a$ thì $MN \parallel (SBK)$. $AC = 2a\sqrt{5}$.

$$\Rightarrow d(MN, SB) = d(MN, (SBK)) = d(N, (SBK)) = 2d(A, (SBK)).$$

Về $AE \perp BK$ tại E, $AH \perp SE$ tại H.

Ta có $(SAE) \perp (SBK)$, $(SAE) \cap (SBK) = SE$, $AH \perp SE$

$$\Rightarrow AH \perp (SBK) \Rightarrow d(A, (SBK)) = AH. SA = AC \cdot \sqrt{3} = 2a\sqrt{15}.$$

$$\frac{1}{AH^2} = \frac{1}{SA^2} + \frac{1}{AE^2} = \frac{1}{SA^2} + \frac{1}{AK^2} + \frac{1}{AB^2} = \frac{1}{(2a\sqrt{15})^2} + \frac{1}{a^2} + \frac{1}{4a^2} = \frac{1}{(2a\sqrt{15})^2} + \frac{1}{a^2} + \frac{1}{4a^2}$$

$$\Rightarrow AH = \frac{a\sqrt{285}}{19} \Rightarrow d(MN, SB) = \frac{2a\sqrt{285}}{19}.$$

Câu 25: [1H3-2] Cho hình chóp $S.ABC$ có tam giác ABC vuông cân tại B , $AB = BC = a$, $SA = a\sqrt{3}$, $SA \perp (ABC)$. Góc giữa hai mặt phẳng (SBC) và (ABC) là

A. 45° .

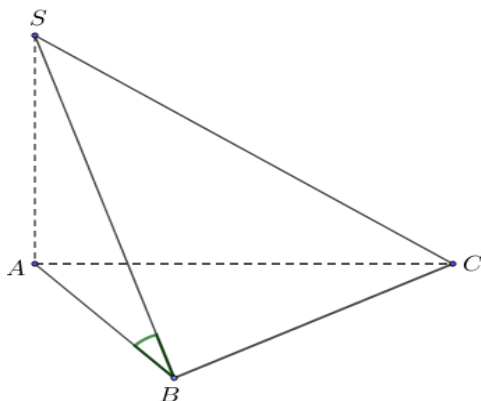
B. 60° .

C. 90° .

D. 30° .

Hướng dẫn giải

Chọn B.



Ta có $BC \perp (SAB) \Rightarrow BC \perp SA$. Góc giữa hai mặt phẳng (SBC) và (ABC) là góc SBA .

$$\tan SBA = \frac{SA}{AB} = \frac{a\sqrt{3}}{a} = \sqrt{3} \Rightarrow SBA = 60^\circ.$$

Câu 26: [2D2-1] Cho $a > 0$, $b > 0$ và x, y là các số thực bất kỳ. Đẳng thức nào sau đúng?

- A. $(a+b)^x = a^x + b^x$.. B. $\left(\frac{a}{b}\right)^x = a^x \cdot b^{-x}$. C. $a^{x+y} = a^x + a^y$. D. $a^x b^y = (ab)^{xy}$.

Hướng dẫn giải

Chọn B.

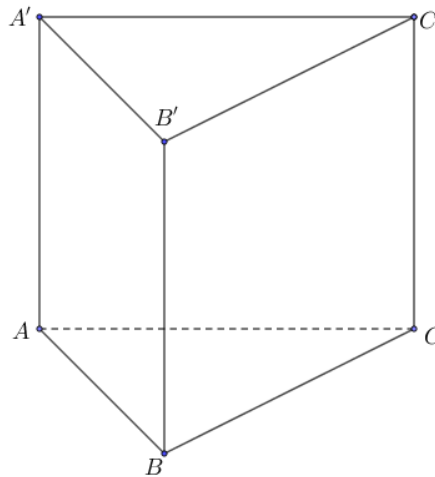
Ta có $\left(\frac{a}{b}\right)^x = \frac{a^x}{b^x} = a^x \cdot b^{-x}$.

Câu 27: [2H2-2] Cho lăng trụ tam giác đều $ABC.A'B'C'$ có cạnh đáy bằng a , cạnh bên bằng $a\sqrt{3}$. Diện tích toàn phần của lăng trụ là

- A. $S = 3a^2\sqrt{3}$. B. $S = \frac{7a^2\sqrt{3}}{2}$. C. $S = \frac{3a^2\sqrt{3}}{2}$. D. $S = \frac{13a^2\sqrt{3}}{4}$.

Hướng dẫn giải

Chọn B.



Diện tích đáy $S_{ABC} = \frac{a^2\sqrt{3}}{4}$, diện tích một mặt bên $S_{ABB'A'} = a^2\sqrt{3}$.

Vậy diện tích toàn phần của lăng trụ $S = 2 \cdot \frac{a^2\sqrt{3}}{4} + 3 \cdot a^2\sqrt{3} = \frac{7a^2\sqrt{3}}{2}$.

Câu 28: [2D3-1] Trong các khẳng định sau, khẳng định nào sai?

- A. $\int dx = x + 2C$ (C là hằng số). B. $\int x^n dx = \frac{x^{n+1}}{n+1} + C$ (C là hằng số; $n \in \mathbb{Q}$). C. $\int 0 dx = C$ (C là hằng số). D. $\int e^x dx = e^x - C$ (C là hằng số).

Hướng dẫn giải

Chọn B.

Đáp án B sai vì công thức trên chỉ đúng khi bổ sung thêm điều kiện $n \neq -1$.

Câu 29: [2D2-2] Mệnh đề nào sau đây sai?

- A. Đồ thị của hàm số $y = \ln x$ có tiệm cận đứng.
B. Đồ thị của hàm số $y = 2^{-x}$ có tiệm cận đứng.
C. Đồ thị của hàm số $y = \ln(-x)$ không có tiệm cận ngang.
D. Đồ thị của hàm số $y = 2^x$ có tiệm cận ngang.

Hướng dẫn giải

Chọn B.

Đáp án A đúng, vì: $\lim_{x \rightarrow 0^+} y = \lim_{x \rightarrow 0^+} \ln x = -\infty$ nên đồ thị hàm số có Oy là tiệm cận đứng.

Đáp án B sai, vì: $\lim_{x \rightarrow +\infty} y = \lim_{x \rightarrow +\infty} 2^{-x} = 0$ nên đồ thị hàm số chỉ có Ox là tiệm cận ngang.

Đáp án C đúng, vì: $\lim_{x \rightarrow -\infty} y = \lim_{x \rightarrow -\infty} \ln(-x) = +\infty$ nên đồ thị hàm số không có tiệm cận ngang.

Đáp án D đúng, vì: $\lim_{x \rightarrow -\infty} y = \lim_{x \rightarrow -\infty} 2^x = 0$ nên đồ thị hàm số có Ox là tiệm cận ngang.

Câu 30: [2D1-2] Đồ thị của hàm số $y = \frac{x-1}{x+1}$ cắt hai trục Ox và Oy tại A và B . Khi đó diện tích tam giác OAB (O là gốc tọa độ bằng)

A. 1.

B. $\frac{1}{4}$.

C. 2.

D. $\frac{1}{2}$.

Hướng dẫn giải

Chọn D.

Đồ thị của hàm số $y = \frac{x-1}{x+1}$ cắt hai trục Ox tại điểm $A(1;0)$.

Đồ thị của hàm số $y = \frac{x-1}{x+1}$ cắt hai trục Oy tại điểm $B(0;-1)$.

Tam giác OAB vuông tại O nên $S_{OAB} = \frac{1}{2}OA \cdot OB = \frac{1}{2} \cdot |1| \cdot |-1| = \frac{1}{2}$.

Câu 31: [1D2-2] Một lớp có 48 học sinh. Số cách chọn 2 học sinh trực nhật là

A. 2256.

B. 2304.

C. 1128.

D. 96.

Hướng dẫn giải

Chọn C.

Mỗi cách chọn 2 học sinh trong 48 là một tổ hợp chập 2 của 48 phần tử.

Suy ra số cách chọn là $C_{48}^2 = 1128$.

Câu 32: [2D3-3] Cho tích phân $I = \int_0^4 \frac{dx}{3 + \sqrt{2x+1}} = a + b \ln \frac{2}{3}$ với $a, b \in \mathbb{Q}$. Mệnh đề nào sau đây đúng?

A. $a - b = 3$.

B. $a - b = 5$.

C. $a + b = 5$.

D. $a + b = 3$.

Hướng dẫn giải

Chọn C.

Đặt $t = \sqrt{2x+1} \Rightarrow t^2 = 2x+1 \Rightarrow dx = t dt$.

Đổi cận: $x=0 \Rightarrow t=1$

$x=4 \Rightarrow t=3$

Khi đó $I = \int_0^4 \frac{dx}{3 + \sqrt{2x+1}} = \int_1^3 \frac{t dt}{3+t} = \int_1^3 \left(1 - \frac{3}{t+3}\right) dt$

$= (t - 3 \ln|t+3|) \Big|_1^3 = 2 + 3 \ln \frac{2}{3}$

Do đó $a + b = 5$.

Câu 33: [2D2-1] Tập xác định của hàm số $y = x^{2018}$ là

A. $(0; +\infty)$.

B. $(-\infty; +\infty)$.

C. $(-\infty; 0)$.

D. $[0; +\infty)$.

Hướng dẫn giải

Chọn B.

Hàm số lũy thừa với số mũ nguyên dương có tập xác định là $D = (-\infty; +\infty)$.

Câu 34: [1H3-3] Cho lăng trụ $ABC.A'B'C'$ có đáy là tam giác đều cạnh a . Hình chiếu vuông góc của B' lên mặt phẳng (ABC) trùng với trọng tâm G của tam giác ABC . Cạnh bên hợp với (ABC) góc 60° . Sin của góc giữa AB và mặt phẳng $(BCC'B')$.

A. $\frac{3}{\sqrt{13}}$.

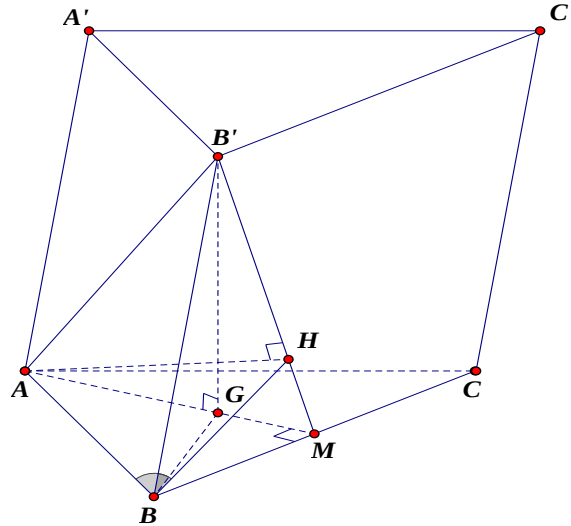
B. $\frac{3}{2\sqrt{13}}$.

C. $\frac{1}{\sqrt{13}}$.

D. $\frac{2}{\sqrt{13}}$.

Hướng dẫn giải

Chọn A.



Ta có $B'G \perp (ABC)$ nên BG là hình chiếu của BB' lên mặt phẳng (ABC) .

$$\Rightarrow (BB', (ABC)) = (BB', BG) = B'BG = 60^\circ.$$

Gọi M là trung điểm BC và H là hình chiếu của A lên $B'M$, ta có

$$\begin{cases} BC \perp AM \\ BC \perp B'G \end{cases} \Rightarrow BC \perp (AB'M) \Rightarrow BC \perp AH.$$

Mà $AH \perp B'M$ nên $AH \perp (BCC'B')$.

Do đó HB là hình chiếu của AB lên mặt phẳng $(BCC'B')$.

$$\Rightarrow (AB, (BCC'B')) = (AB, HB) = ABH.$$

Xét tam giác ABH vuông tại H có $\sin ABH = \frac{AH}{AB}$.

$$B'G = BG \cdot \tan 60^\circ = a \cdot \frac{\sqrt{3}}{2} \cdot \frac{2}{3} \cdot \sqrt{3} = a.$$

$$B'M = \sqrt{B'G^2 + GM^2} = \sqrt{a^2 + \left(\frac{a\sqrt{3}}{2} \cdot \frac{1}{3}\right)^2} = \frac{a\sqrt{39}}{6}.$$

$$\text{Ta có } \triangle AHM \sim \triangle B'GM \Rightarrow AH = \frac{AM \cdot B'G}{B'M} = \frac{a \cdot \frac{a\sqrt{3}}{2}}{\frac{a\sqrt{39}}{6}} = \frac{3a}{\sqrt{13}}.$$

$$\text{Vậy } \sin ABH = \frac{\frac{3a}{\sqrt{13}}}{a} = \frac{3}{\sqrt{13}}.$$

Câu 35: [1D5-2] Gọi đường thẳng $y = ax + b$ là phương trình tiếp tuyến của đồ thị hàm số $y = \frac{2x-1}{x+1}$ tại điểm có hoành độ $x=1$. Tính $S = a - b$.

A. $S = \frac{1}{2}$.

B. $S = 2$.

C. $S = -1$.

D. $S = 1$.

Bài giải

Chọn D.

Ta có:

$$x_0 = 1 \Rightarrow y_0 = \frac{1}{2}.$$

$$y' = \frac{3}{(x+1)^2} \Rightarrow f'(1) = \frac{3}{4}$$

$$\text{Phương trình tiếp tuyến có dạng: } y = \frac{3}{4}(x-1) + \frac{1}{2} \Rightarrow y = \frac{3}{4}x - \frac{1}{4}$$

$$\Rightarrow \begin{cases} a = \frac{3}{4} \\ b = -\frac{1}{4} \end{cases} \Rightarrow S = a - b = 1.$$

Câu 36: [2D3-1] Cho $\int f(x)dx = F(x) + C$. Khi đó với $a \neq 0$, a, b là hằng số ta có $\int f(ax+b)dx$ bằng.

A. $\int f(ax+b)dx = \frac{1}{a}F(ax+b) + C$.

B. $\int f(ax+b)dx = \frac{1}{a+b}F(ax+b) + C$.

C. $\int f(ax+b)dx = F(ax+b) + C$.

D. $\int f(ax+b)dx = aF(ax+b) + C$.

Bài giải

Chọn A.

$$\text{Theo công thức nguyên hàm mở rộng ta có: } \int f(ax+b)dx = \frac{1}{a}F(ax+b) + C.$$

Câu 37: [2H3-3] Trong không gian với hệ trục Oxyz, cho hai điểm $M(1;2;1)$; $N(-1;0;-1)$. Có bao nhiêu mặt phẳng qua M, N cắt trục Ox, trục Oy lần lượt tại A, B ($A \neq B$) sao cho $AM = \sqrt{3}BN$.

A. 1.

B. 2.

C. 3.

D. Vô số.

Bài giải

Chọn B.

Gọi $\vec{n} = (A; B; C)$, $A^2 + B^2 + C^2 \neq 0$ là vector pháp tuyến của $\text{mp}(P)$ thỏa yêu cầu bài toán.

• $\text{mp}(P)$ qua $N(-1;0;-1)$ nên phương trình mặt phẳng có dạng:

$$A(x+1) + By + C(z+1) = 0 \Leftrightarrow Ax + By + Cz + A + C = 0.$$

• $\text{mp}(P)$ qua $M(1;2;1)$ suy ra $A + 2B + C + A + C = 0 \Leftrightarrow A + B + C = 0 \Leftrightarrow A + C = -B$ (1).

• $\text{mp}(P)$ cắt trục Ox tại $A(a;0;0)$ suy ra $Aa + A + C = 0 \Leftrightarrow Aa - B = 0$.

$$\Rightarrow a = \frac{B}{A} \text{ (Do nếu } A=0 \Rightarrow B=0 \Rightarrow C=0 \text{ nên } A \neq 0). \text{ Suy ra } A \left(\frac{B}{A}; 0; 0 \right)$$

$$\bullet \text{ mp}(P) \text{ cắt trục } Oy \text{ tại } B(0; b; 0) \text{ suy ra } B.b + A + C = 0 \Leftrightarrow B.b - B = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} B = 0 \\ b = 1 \end{cases}.$$

TH1: $B = 0 \Rightarrow A + C = 0 \Rightarrow A = -C$. Chọn $C = 1 \Rightarrow A = -1$.

Phương trình mặt phẳng (P) có dạng: $x - z = 0$.

$\Rightarrow A \equiv B \equiv O(0; 0; 0)$ không thỏa yêu cầu.

TH2: $b = 1 \Rightarrow B(0; 1; 0)$

$$AM = \sqrt{\left(1 - \frac{B}{A}\right)^2 + 5}; \quad BN = \sqrt{3}$$

$$AM = \sqrt{3}BN \Leftrightarrow \sqrt{\left(1 - \frac{B}{A}\right)^2 + 5} = 3$$

$$\Leftrightarrow \left(1 - \frac{B}{A}\right)^2 + 5 = 9 \Leftrightarrow \begin{cases} 1 - \frac{B}{A} = 2 \\ 1 - \frac{B}{A} = -2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} \frac{B}{A} = -1 \\ \frac{B}{A} = 3 \end{cases}$$

$$\bullet \frac{B}{A} = -1 \Rightarrow B = -A \Rightarrow C = 0. \text{ Chọn } A = 1 \Rightarrow B = -1.$$

Phương trình mp $(P): x - y + 1 = 0$

$$\bullet \frac{B}{A} = 3 \Rightarrow B = 3A \Rightarrow C = -4A. \text{ Chọn } A = 1 \Rightarrow B = 3 \Rightarrow C = -4.$$

Phương trình mp $(P): x + 3y - 4z - 3 = 0$

Vậy có hai mặt phẳng thỏa yêu cầu.

Câu 38: [2D2-3] Phương trình $\log_{49} x^2 + \frac{1}{2} \log_7 (x-1)^2 = \log_7 (\log_{\sqrt{3}} 3)$ có bao nhiêu nghiệm?

A. 2.

B. 3.

C. 1.

D. 4.

Hướng dẫn giải

Chọn A.

$$\text{Điều kiện } \begin{cases} x \neq 0 \\ x \neq 1 \end{cases}.$$

$$\log_{49} x^2 + \frac{1}{2} \log_7 (x-1)^2 = \log_7 (\log_{\sqrt{3}} 3) \Leftrightarrow \log_7 |x| + \log_7 |x-1| = \log_7 2$$

$$\Leftrightarrow \log_7 |x(x-1)| = \log_7 2 \Leftrightarrow \begin{cases} x(x-1) = 2 \\ x(x-1) = -2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x^2 - x - 2 = 0 \\ x^2 - x + 2 = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 2 \\ x = -1 \end{cases}.$$

Câu 39: [2D3-2] Tất cả các nguyên hàm của hàm số $f(x) = -\cos 2x$ là.

A. $F(x) = \frac{1}{2} \sin 2x + C.$

B. $F(x) = -\frac{1}{2} \sin 2x.$

C. $F(x) = -\sin 2x + C$.

D. $F(x) = -\frac{1}{2}\sin 2x + C$.

Hướng dẫn giải

Chọn D.

Áp dụng công thức nguyên hàm cơ bản ta có

$$\int f(x) dx = \int (-\cos 2x) dx = -\int \cos 2x dx = -\frac{1}{2}\sin 2x + C.$$

Câu 40: [1D3-1] $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{2n^4 - 2n + 2}{4n^4 + 2n + 5}$ bằng

A. $\frac{2}{11}$.

B. $\frac{1}{2}$.

C. $+\infty$.

D. 0.

Hướng dẫn giải

Chọn B.

$$\text{Ta có } \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{2n^4 - 2n + 2}{4n^4 + 2n + 5} = \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{2 - \frac{2}{n^3} + \frac{2}{n^4}}{4 + \frac{2}{n^3} + \frac{5}{n^4}} = \frac{1}{2}.$$

Câu 41: [2D1-1] Đường cong trong hình bên là đồ thị của hàm số nào dưới đây?

A. $y = -x^4 + 8x^2 - 2$.

B. $y = x^4 - 8x^2 - 2$.

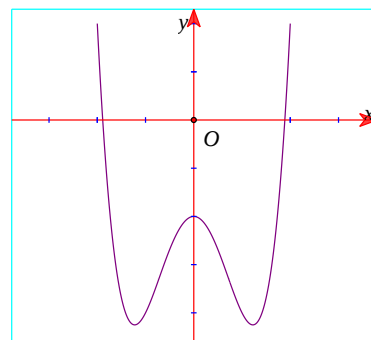
C. $y = x^3 - 3x^2 - 2$.

D. $y = -x^3 + 3x^2 - 2$.

Hướng dẫn giải

Chọn B.

Từ đồ thị ta thấy đây là đồ thị của hàm số trùng phương với hệ số $a > 0$.



Câu 42: [2D1-1] Số tiệm cận của đồ thị của hàm số $y = \frac{2x+1}{x-1}$ là

A. 2.

B. 1.

C. 3.

D. 0.

Hướng dẫn giải

Chọn A.

$$\text{Ta có } \lim_{x \rightarrow +\infty} y = \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{2x+1}{x-1} = \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{2 + \frac{1}{x}}{1 - \frac{1}{x}} = 2;$$

$$\lim_{x \rightarrow -\infty} y = \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{2x+1}{x-1} = \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{2 + \frac{1}{x}}{1 - \frac{1}{x}} = 2 \text{ nên đường thẳng } y = 2 \text{ là đường tiệm cận ngang.}$$

$\lim_{x \rightarrow 1^-} y = \lim_{x \rightarrow 1^-} \frac{2x+1}{x-1} = -\infty$; $\lim_{x \rightarrow 1^+} y = \lim_{x \rightarrow 1^+} \frac{2x+1}{x-1} = +\infty$ nên đường thẳng $x=1$ là đường tiệm cận đứng.

Câu 43: [2D1-2] Giá trị nhỏ nhất của hàm số $f(x) = x^3 + 3x$ trên đoạn $[-1; 2]$ bằng

A. 4.

B. -4 .

C. 14.

D. -2 .

Hướng dẫn giải

Chọn B.

$D = \square$. Hàm số liên tục trên $[-1; 2]$

$f'(x) = 3x^2 + 3 > 0 \forall x \in \mathbb{R}$ vậy hàm số luôn đồng biến trên tập xác định.

$$\text{Vậy } \min_{[-1;2]} f(x) = f(-1) = -4.$$

Câu 44: [2D3-3] Giả sử $S = (a, b]$ là tập nghiệm của bất phương trình

$5x + \sqrt{6x^2 + x^3 - x^4} \log_2 x > (x^2 - x) \log_2 x + 5 + 5\sqrt{6 + x - x^2}$. Khi đó $b - a$ bằng

A. $\frac{1}{2}$.

B. $\frac{7}{2}$.

C. $\frac{5}{2}$.

D. 2.

Hướng dẫn giải

Chọn A.

Điều kiện: $\begin{cases} x > 0 \\ 6 + x - x^2 \geq 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x > 0 \\ -2 \leq x \leq 3 \end{cases}$

$$D = (0; 3].$$

$$5x + \sqrt{6x^2 + x^3 - x^4} \log_2 x > (x^2 - x) \log_2 x + 5 + 5\sqrt{6 + x - x^2}$$

$$\Leftrightarrow 5x + x\sqrt{6+x-x^2} \log_2 x > x(x-1) \log_2 x + 5 + 5\sqrt{6+x-x^2}$$

$$\Leftrightarrow (x-1)(5-x\log_2 x) + \sqrt{6+x-x^2}(x\log_2 x-5) > 0$$

$$\Leftrightarrow (5 - x \log_2 x) \left(x - 1 - \sqrt{6 + x - x^2} \right) > 0$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} \begin{cases} 5 - x \log_2 x > 0 \\ x - 1 - \sqrt{6 + x - x^2} > 0 \end{cases} & (I) \\ \begin{cases} 5 - x \log_2 x < 0 \\ x - 1 - \sqrt{6 + x - x^2} < 0 \end{cases} & (II) \end{cases}.$$

□ Giải hệ (I).

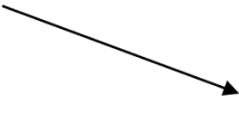
$$\begin{cases} 5 - x \log_2 x > 0 (1) \\ x - 1 - \sqrt{6 + x - x^2} > 0 (2) \end{cases}$$

Giải (1) $5 - x \log_2 x > 0$.

Xét hàm số $f(x) = x\left(\frac{5}{x} - \log_2 x\right) = xg(x)$ với $x \in (0; 3]$

Ta có $g'(x) = -\frac{5}{x^2} - \frac{1}{x \ln 2} < 0 \forall x \in (0; 3]$.

Lập bảng biến thiên

x	0	3
$g'(x)$	—	
$g(x)$	 $\frac{5}{3} - \log_2 3 \approx 0,08$	

Vậy $f(x) = x \left(\frac{5}{x} - \log_2 x \right) > 0 \forall x \in (0; 3]$.

Xét bất phương trình (2): $\sqrt{6+x-x^2} < x-1 \Leftrightarrow \begin{cases} 6+x-x^2 < (x-1)^2 \\ x > 1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 2x^2-3x-5 > 0 \\ x > 1 \end{cases}$

$\Leftrightarrow \begin{cases} x < -1 \\ x > \frac{5}{2} \\ x > 1 \end{cases} \Leftrightarrow x > \frac{5}{2}.$

Vậy nghiệm của hệ (I) là $D = \left(\frac{5}{2}; 3 \right]$.

□ Hệ (II) vô nghiệm.

Vậy $S = \left(\frac{5}{2}; 3 \right]$.

$b-a = 3 - \frac{5}{2} = \frac{1}{2}.$

Câu 45: [2H3-3] Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho hai điểm $A(-2; 2; -2)$; $B(3; -3; 3)$. Điểm

M trong không gian thỏa mãn $\frac{MA}{MB} = \frac{2}{3}$. Khi đó độ dài OM lớn nhất bằng

- A. $6\sqrt{3}$. B. $12\sqrt{3}$. C. $\frac{5\sqrt{3}}{2}$. D. $5\sqrt{3}$.

Hướng dẫn giải

Chọn B.

Gọi $M(x; y; z)$.

Ta có $\frac{MA}{MB} = \frac{2}{3} \Leftrightarrow 3MA = 2MB \Leftrightarrow 9MA^2 = 4MB^2$

$\Leftrightarrow 9[(x+2)^2 + (y-2)^2 + (z+2)^2] = 4[(x-3)^2 + (y+3)^2 + (z-3)^2]$

$\Leftrightarrow x^2 + y^2 + z^2 + 12x - 12y + 12z = 0$

$\Leftrightarrow (x+6)^2 + (y-6)^2 + (z+6)^2 = 108.$

Như vậy, điểm M thuộc mặt cầu (S) tâm $I(-6; 6; -6)$ và bán kính $R = \sqrt{108} = 6\sqrt{3}$.

Do đó OM lớn nhất bằng $OI + R = \sqrt{(-6)^2 + 6^2 + (-6)^2} + 6\sqrt{3} = 12\sqrt{3}$.

Câu 46: [2D1-4] Cho $a, b \in \mathbb{R}$; $a, b > 0$ thỏa mãn $2(a^2 + b^2) + ab = (a+b)(ab+2)$. Giá trị nhỏ nhất

của biểu thức $P = 4\left(\frac{a^3}{b^3} + \frac{b^3}{a^3}\right) - 9\left(\frac{a^2}{b^2} + \frac{b^2}{a^2}\right)$ bằng

A. -10.

B. $-\frac{21}{4}$.

C. $-\frac{23}{4}$.

D. $\frac{23}{4}$.

Hướng dẫn giải

Chọn C.

Đặt $t = \frac{a}{b} + \frac{b}{a}$ ($t \geq 2$). Ta có:

$$P = 4\left(\frac{a^3}{b^3} + \frac{b^3}{a^3}\right) - 9\left(\frac{a^2}{b^2} + \frac{b^2}{a^2}\right) = 4\left[\left(\frac{a}{b} + \frac{b}{a}\right)^3 - 3 \cdot \frac{a}{b} \cdot \frac{b}{a} \left(\frac{a}{b} + \frac{b}{a}\right)\right] - 9\left[\left(\frac{a}{b} + \frac{b}{a}\right)^2 - 2 \cdot \frac{a}{b} \cdot \frac{b}{a}\right]$$

$$= 4t^3 - 9t^2 - 12t + 18.$$

Ta có

$$2(a^2 + b^2) + ab = (a+b)(ab+2) \Leftrightarrow 2\left(\frac{a}{b} + \frac{b}{a}\right) + 1 = (a+b)\left(1 + \frac{2}{ab}\right)$$

$$\Leftrightarrow 2\left(\frac{a}{b} + \frac{b}{a}\right) + 1 = (a+b) + 2\left(\frac{1}{a} + \frac{1}{b}\right)$$

Theo bất đẳng thức Cô-si ta có

$$(a+b) + 2\left(\frac{1}{a} + \frac{1}{b}\right) \geq 2\sqrt{(a+b) \cdot 2\left(\frac{1}{a} + \frac{1}{b}\right)} = 2\sqrt{2\left(\frac{a}{b} + \frac{b}{a} + 2\right)}$$

$$\text{Suy ra } \Leftrightarrow 2\left(\frac{a}{b} + \frac{b}{a}\right) + 1 \geq 2\sqrt{2\left(\frac{a}{b} + \frac{b}{a} + 2\right)} \Rightarrow \frac{a}{b} + \frac{b}{a} \geq \frac{5}{2}.$$

$$\text{Hay } t = \left(\frac{a}{b} + \frac{b}{a}\right) \geq \frac{5}{2}.$$

Xét hàm số $f(t) = 4t^3 - 9t^2 - 12t + 18$ với $t \geq \frac{5}{2}$.

$$\text{Ta có } f'(t) = 12t^2 - 18t - 12; f'(t) = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} t = 2 < \frac{5}{2} \\ t = -\frac{1}{2} < \frac{5}{2} \end{cases}.$$

Ta có $f'(t) > 0, \forall t \geq \frac{5}{2}$, nên hàm số $f(t)$ đồng biến trên $\left[\frac{5}{2}; +\infty\right)$.

$$\text{Bởi vậy: } \min_{[4\sqrt{2}-1; +\infty)} f(t) = f\left(\frac{5}{2}\right) = -\frac{23}{4}.$$

Hay $\min P = -\frac{23}{4}$ khi $a=2; b=1$ hoặc $a=1; b=2$.

Câu 47: [2D2-4] Cho các số thực $x \neq 0, y \neq 0$ thỏa mãn $2^x = 3^y$. Mệnh đề nào sau đây **sai**?

A. $\frac{x}{y} = \log_2 3$.

B. $xy > 0$.

C. $4^x = 6^y$.

D. $2^{\frac{1}{y}} = 3^{\frac{1}{x}}$.

Hướng dẫn giải

Chọn C.

Với các số thực $x \neq 0, y \neq 0$ thỏa mãn $2^x = 3^y$, ta có

□ $\frac{x}{y} = \log_2 3 \Leftrightarrow 2^{\frac{x}{y}} = 3 \Leftrightarrow \left(2^{\frac{x}{y}}\right)^y = 3^y \Leftrightarrow 2^x = 3^y$, nên mệnh đề: “ $\frac{x}{y} = \log_2 3$ ” đúng.

□ Từ $2^x = 3^y \Rightarrow (2^x)^y = 3^{y^2} > 1, \forall y \neq 0 \Rightarrow 2^{xy} > 1 \Rightarrow xy > 0$, nên mệnh đề: “ $xy > 0$ ” đúng.

□ $2^{\frac{1}{y}} = 3^{\frac{1}{x}} \Rightarrow \left(2^{\frac{1}{y}}\right)^{xy} = \left(3^{\frac{1}{x}}\right)^{xy} \Leftrightarrow 2^x = 3^y$, nên mệnh đề: “ $2^{\frac{1}{y}} = 3^{\frac{1}{x}}$ ” đúng/

□ Từ $2^x = 3^y$, ta có $4^x = 6^y \Leftrightarrow (3^y)^2 = 3^y \cdot 2^y \Leftrightarrow 3^y = 2^y \Leftrightarrow \left(\frac{3}{2}\right)^y = 1 \Leftrightarrow y = 0$, trái giả thiết, nên mệnh đề “ $4^x = 6^y$ ” sai.

Câu 48: [2D1-1] Cho hàm số $y = f(x)$ có bảng biến thiên như sau

x	$-\infty$	2	3	$+\infty$	
y'	-	0	+	0	-
y	$+\infty$		1		$-\infty$

Diagram showing the function values at critical points: y decreases from $+\infty$ to -5 at $x=2$, increases from -5 to 1 at $x=3$, and decreases from 1 to $-\infty$ as $x \rightarrow +\infty$.

Hàm số đạt cực tiểu tại điểm

A. $x = -5$.

B. $x = 2$.

C. $x = 3$.

D. $x = 1$.

Hướng dẫn giải

Chọn B.

Dựa vào bảng biến thiên ta thấy hàm số đạt cực tiểu tại điểm $x = 2$.

Câu 49: [2D1-1] Cho hàm số $y = f(x)$ có bảng biến thiên như sau

x	$-\infty$	-1	0	1	$+\infty$		
y'	-	0	+	0	-	0	+
y	$+\infty$		0		1		$+\infty$

Diagram showing the function values at critical points: y decreases from $+\infty$ to 1 at $x=-1$, increases from 1 to 0 at $x=0$, decreases from 0 to 1 at $x=1$, and increases from 1 to $+\infty$ as $x \rightarrow +\infty$.

Hàm số $y = f(x)$ đồng biến trên khoảng nào dưới đây?

A. $(-\infty; -1)$.

B. $(-1; +\infty)$.

C. $(0; 1)$.

D. $(-1; 0)$.

Hướng dẫn giải

Chọn D.

Dựa vào bảng biến thiên ta thấy hàm số đồng biến trên $(-1; 0)$.

Câu 50: [2D2-1] Cho $a > 0$; $b > 0$ và $a \neq 1$, $x \in \mathbf{R}$. Đẳng thức nào sau đây sai?

A. $\log_a a = 1$.

B. $a^{\log_a b} = b$.

C. $\log_a b = x \Leftrightarrow a = b^x$.

D. $\log_a 1 = 0$.

Hướng dẫn giải

Chọn C.

Ta có: $\log_a b = x \Leftrightarrow b = a^x$.

-----HẾT-----