

Họ và tên thí sinh:.....SBD:.....

Mã đề thi 271

Câu 1: [1D3-2] Cho cấp số cộng (u_n) có $u_1 = 3$ và công sai $d = 7$. Hỏi kể từ số hạng thứ mấy trở đi thì các số hạng của (u_n) đều lớn hơn 2018?

A. 287.

B. 289.

C. 288.

D. 286.

Câu 2: [1D1-1] Giải phương trình $2\cos x - 1 = 0$

A. $x = \pm \frac{\pi}{3} + k\pi, k \in \mathbb{Z}$.

B. $\begin{cases} x = \frac{\pi}{3} + k2\pi \\ x = \frac{2\pi}{3} + k2\pi \end{cases}, k \in \mathbb{Z}$.

C. $x = \pm \frac{\pi}{3} + k2\pi, k \in \mathbb{Z}$.

D. $\begin{cases} x = \frac{\pi}{3} + k\pi \\ x = \frac{2\pi}{3} + k\pi \end{cases}, k \in \mathbb{Z}$.

Câu 3: [2H3-2] Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, cho ba điểm $M(1;0;0)$, $N(0;-2;0)$ và $P(0;0;1)$. Tính khoảng cách h từ gốc tọa độ đến mặt phẳng (MNP) .

A. $h = \frac{1}{3}$.

B. $h = -\frac{2}{3}$.

C. $h = \frac{2}{3}$.

D. $h = \frac{2}{\sqrt{7}}$.

Câu 4: [2D1-3] Tìm tập hợp tất cả các giá trị của tham số m để đồ thị hàm số $y = \frac{1 + \sqrt{x+1}}{\sqrt{x^2 - mx - 3m}}$ có đúng hai tiệm cận đứng.

A. $\left(0; \frac{1}{2}\right]$.

B. $(0; +\infty)$.

C. $\left[\frac{1}{4}; \frac{1}{2}\right]$.

D. $\left(0; \frac{1}{2}\right)$.

Câu 5: [2H2-2] Cho khối trụ có chu vi đáy bằng $4\pi a$ và độ dài đường cao bằng a . Thể tích của khối trụ đã cho bằng

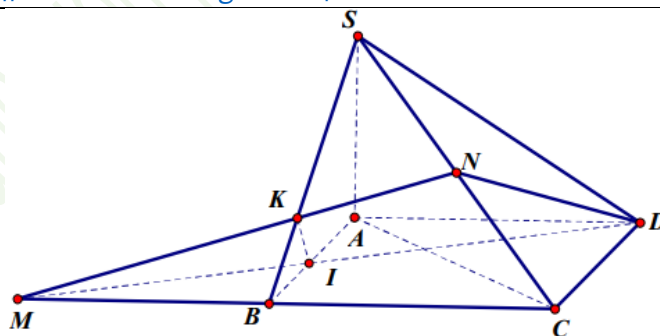
A. πa^2 .

B. $\frac{4}{3}\pi a^3$.

C. $4\pi a^3$.

D. $16\pi a^3$.

Câu 6: [2H1-3] Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình thoi cạnh a , $\angle BAD = 60^\circ$ và SA vuông góc với mặt phẳng $(ABCD)$. Góc giữa hai mặt phẳng (SBD) và $(ABCD)$ bằng 45° . Gọi M là điểm đối xứng của C qua B và N là trung điểm của SC . Mặt phẳng (MND) chia khối chóp $S.ABCD$ thành hai khối đa diện, trong đó khối đa diện chứa đỉnh S có thể tích V_1 , khối đa diện còn lại có thể tích V_2 (tham khảo hình vẽ bên).



Tính tỉ số $\frac{V_1}{V_2}$.

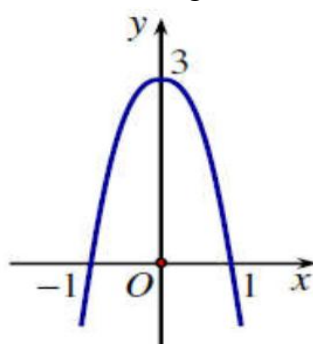
A. $\frac{V_1}{V_2} = \frac{12}{7}$.

B. $\frac{V_1}{V_2} = \frac{5}{3}$.

C. $\frac{V_1}{V_2} = \frac{1}{5}$.

D. $\frac{V_1}{V_2} = \frac{7}{5}$.

Câu 7: [2D1-2] Đồ thị hình bên là đồ thị hàm số nào trong các hàm số sau:



A. $y = x^3 + 3x^2 - 3$.

B. $y = -x^2 + 2x + 3$.

C. $y = x^4 + 2x^2 - 3$.

D. $y = -x^4 - 2x^2 + 3$.

Câu 8: [2D1-2] Hàm số nào đồng biến trên khoảng $(-\infty; +\infty)$.

A. $y = \sqrt{x+1}$.

B. $y = x^3 + x - 2$.

C. $y = -x^4 + 2x^2 + 1$.

D. $y = \frac{x-1}{x+1}$.

Câu 9: [2D3-2] Một người gửi 20 triệu đồng vào ngân hàng với lãi suất 0,8%/ tháng. Biết rằng nếu không rút tiền thì cứ sau mỗi tháng, số tiền lãi sẽ được cộng dồn vào vốn ban đầu để tính lãi cho tháng tiếp theo. Hỏi sau ít nhất bao nhiêu tháng, người đó lãnh được số tiền nhiều hơn 50 triệu đồng bao gồm cả tiền gốc và lãi, nếu trong thời gian này người đó không rút tiền và lãi suất không thay đổi?

A. 115 tháng.

B. 114 tháng.

C. 143 tháng.

D. 12 tháng.

Câu 10: [2D1-2] Có bao nhiêu giá trị nguyên âm của tham số m để hàm số $y = \frac{1}{3}x^3 + (m-1)x^2 + (2m-3)x - 1$ đồng biến trên khoảng $(1; +\infty)$.

A. 3.

B. 1.

C. 0.

D. Vô số.

Câu 11: [2H2-2] Cho hình nón (N) có bán kính đáy bằng a và diện tích xung quanh $S_{xp} = 2\pi a^2$. Tính thể tích V của khối chóp tứ giác đều $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ nội tiếp đáy của khối nón (N) và đỉnh S trùng với đỉnh của khối nón (N) .

A. $V = \frac{2\sqrt{5}a^3}{3}$.

B. $V = \frac{2\sqrt{2}a^3}{3}$.

C. $V = 2\sqrt{3}a^3$.

D. $V = \frac{2\sqrt{3}a^3}{3}$.

Câu 12: [1H3-2] Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy là hình vuông cạnh bằng a , SA vuông góc với mặt phẳng $(ABCD)$. Biết góc giữa SC và mặt phẳng $(ABCD)$ bằng 60° . Tính khoảng cách h từ B đến mặt phẳng (SCD) .

- A. $\frac{a\sqrt{10}}{5}$. B. $a\sqrt{2}$. C. a . D. $\frac{a\sqrt{42}}{7}$.

Câu 13: [2D1-1] Cho hàm số $y = f(x)$ có bảng biến thiên như sau:

x	$-\infty$	0	2	$+\infty$			
y'		+	0	-	0	+	
y	$-\infty$		4		$\frac{8}{3}$		$+\infty$

Giá trị cực đại của hàm số $y = f(x)$ là

- A. 4. B. 2. C. 0. D. $\frac{8}{3}$.

Câu 14: [2H3-2] Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho mặt phẳng $(P): 2x + y - 2z + 10 = 0$ và mặt cầu $(S): (x-2)^2 + (y-1)^2 + (z-3)^2 = 25$ cắt nhau theo giao tuyến là đường tròn (C) . Gọi V_1 là thể tích khối cầu (S) , V_2 là thể tích khối nón (N) có đỉnh là giao điểm của mặt cầu (S) với đường thẳng đi qua tâm mặt cầu (S) và vuông góc với mặt phẳng (P) , đáy là đường tròn (C) . Biết độ dài đường cao khối nón (N) lớn hơn bán kính của khối cầu (S) . Tính tỉ số $\frac{V_1}{V_2}$.

- A. $\frac{V_1}{V_2} = \frac{125}{32}$. B. $\frac{V_1}{V_2} = \frac{125}{8}$. C. $\frac{V_1}{V_2} = \frac{125}{96}$. D. $\frac{V_1}{V_2} = \frac{375}{32}$.

Câu 15: [2D3-1] Họ nguyên hàm của hàm số $f(x) = 3x^2 + \sin x$ là

- A. $x^3 + \cos x + C$. B. $x^3 + \sin x + C$. C. $x^3 - \cos x + C$. D. $3x^3 - \sin x + C$.

Câu 16: [2D1-2] Cho hàm số $y = f(x)$ có bản biến thiên như sau:

x	$-\infty$	-1	3	$+\infty$	
y'	$+$	0	$-$	0	$+$
y	$-\infty$	4	-2	$+\infty$	

Tìm tất cả các giá trị của tham số m để phương trình $f(x) = m$ có ba nghiệm phân biệt.

- A. $m < -2$. B. $-2 < m < 4$. C. $-2 \leq m \leq 4$. D. $m > 4$.

Câu 17: [2H1-2] Cho hình lập phương $ABCD.A'B'C'D'$ có đường chéo bằng $a\sqrt{3}$. Tính thể tích khối chóp $A'.ABCD$.

- A. $\frac{a^3}{3}$. B. $\frac{2\sqrt{2}a^3}{3}$. C. a^3 . D. $2\sqrt{2}a^3$.

Câu 18: [2D1-2] Tổng số đường tiệm cận đứng và tiệm cận ngang của đồ thị hàm số $y = \frac{2x+1}{\sqrt{4-x^2}}$ là

- A. 2. B. 1. C. 3. D. 4.

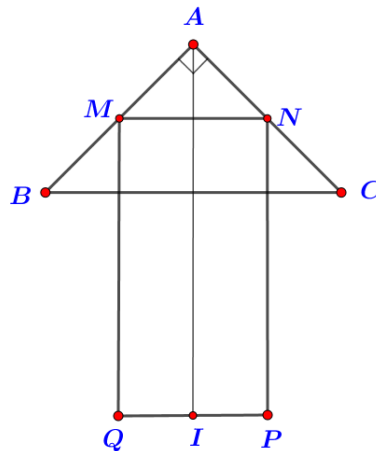
Câu 19: [2D3-1] Cho hàm số $f(x)$ liên tục trên $[a; b]$ và $F(x)$ là một nguyên hàm của $f(x)$. Tìm khẳng định sai.

- A. $\int_a^b f(x)dx = F(a) - F(b)$. B. $\int_a^a f(x)dx = 0$.
C. $\int_a^b f(x)dx = -\int_b^a f(x)dx$. D. $\int_a^b f(x)dx = F(b) - F(a)$.

Câu 20: [2H3-2] Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, cho điểm $A(-1; 2; 1)$ và mặt phẳng $(P): 2x - y + z - 3 = 0$. Gọi (Q) là mặt phẳng qua A và song song với (P) . Điểm nào sau đây không nằm trên mặt phẳng (Q) ?

- A. $K(3; 1; -8)$. B. $N(2; 1; -1)$. C. $I(0; 2; -1)$. D. $M(1; 0; -5)$.

Câu 21: [2H2-3] Cho tam giác vuông cân ABC có $AB = AC = a\sqrt{2}$ và hình chữ nhật $MNPQ$ với $MQ = 2MN$ được xếp chồng lên nhau sao cho M, N lần lượt là trung điểm của AB, AC (như hình vẽ). Tính thể tích V của vật thể tròn xoay khi quay mô hình trên quanh trục AI , với I là trung điểm PQ .



- A. $V = \frac{11\pi a^3}{6}$. B. $V = \frac{5\pi a^3}{6}$. C. $V = \frac{11\pi a^3}{8}$. D. $V = \frac{17\pi a^3}{24}$.

Câu 22: [1D2-3] Với n là số nguyên dương thỏa mãn $3C_{n+1}^3 - 3A_n^2 = 52(n-1)$. Trong khai triển biểu thức $(x^3 + 2y^2)^n$, gọi T_k là số hạng mà tổng số mũ của x và y của số hạng đó bằng 34. Hệ số của T_k là

- A. 54912. B. 1287. C. 2574. D. 41184.

Câu 23: [1D1-3] Cho phương trình $3\sqrt{\tan x + 1}(\sin x + 2\cos x) = m(\sin x + 3\cos x)$. Có tất cả bao nhiêu giá trị nguyên tham số m thuộc đoạn $[-2018; 2018]$ để phương trình trên có nghiệm duy nhất $x \in \left(0; \frac{\pi}{2}\right)$?

A. 2018.

B. 2015.

C. 4036.

D. 2016.

Câu 24: [1D2-2] Một tổ có 10 học sinh. Hỏi có bao nhiêu cách chọn ra 2 học sinh từ tổ đó để giữ hai chức vụ tổ trưởng và tổ phó.

A. A_{10}^2 .

B. C_{10}^2 .

C. A_{10}^8 .

D. 10^2 .

Câu 25: [2D2-2] Biết nghiệm của phương trình $2^x \cdot 15^{x+1} = 3^{x+3}$ được viết dưới dạng $x = 2\log a - \log b$, với a, b là các số nguyên dương nhỏ hơn 10. Tính $S = 2017a^3 - 2018b^2$.

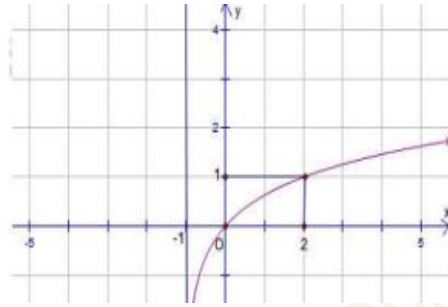
A. $S = 4009$.

B. $S = 2014982$.

C. $S = 1419943$.

D. -197791 .

Câu 26: [2D3-1] Đồ thị cho bởi hình bên là của hàm số nào?



A. $y = \log_2 x + 1$.

B. $y = \log_3(x+1)$.

C. $y = \log_3 x$.

D. $y = \log_2(x+1)$.

Câu 27: [2D1-2] Gọi M, m lần lượt là giá trị lớn nhất và giá trị nhỏ nhất của hàm số $f(x) = \frac{2x-1}{x+1}$ trên đoạn $[0; 3]$. Tính giá trị $M - m$.

A. $M - m = -\frac{9}{4}$.

B. $M - m = 3$.

C. $M - m = \frac{9}{4}$.

D. $M - m = \frac{1}{4}$.

Câu 28: [2H3-2] Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho tứ diện $ABCD$ có tọa độ đỉnh $A(2; 0; 0)$, $B(0; 4; 0)$, $C(0; 0; 6)$, $A(2; 4; 6)$. Gọi (S) là mặt cầu ngoại tiếp tứ diện $ABCD$. Viết phương trình mặt cầu (S') có tâm trùng với tâm của mặt cầu (S) và có bán kính gấp 2 lần bán kính của mặt cầu (S) .

A. $(x-1)^2 + (y-2)^2 + (z-3)^2 = 56$.

B. $x^2 + y^2 + z^2 - 2x - 4y - 6z = 0$.

C. $(x+1)^2 + (y+2)^2 + (z+3)^2 = 14$.

D. $x^2 + y^2 + z^2 - 2x + 4y + 6z - 12 = 0$.

Câu 29: [2D2-2] Gọi S là tập nghiệm của bất phương trình $\log_2(2x+5) > \log_2(x-1)$. Hỏi trong tập S có bao nhiêu phần tử là số nguyên dương bé hơn 10?

A. 9.

B. 15.

C. 8.

D. 10.

Câu 30: [1D4-2] Giới hạn $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{x-2}{x^2-4}$ bằng

A. 2.

B. 4.

C. $\frac{1}{4}$.

D. 0.

Câu 31: [2D3-3] Biết $\int_0^1 \frac{(x^2 + 5x + 6)e^x}{x + 2 + e^{-x}} dx = ae - b - \ln \frac{ae + c}{3}$ với a, b, c là các số nguyên và e là cơ số của logarit tự nhiên. Tính $S = 2a + b + c$.

A. $S = 10$.

B. $S = 0$.

C. $S = 5$.

D. $S = 9$.

Câu 32: [2D3-1] Tích phân $I = \int_0^{2018} 2^x dx$ bằng

A. $2^{2018} - 1$.

B. $\frac{2^{2018} - 1}{\ln 2}$.

C. $\frac{2^{2018}}{\ln 2}$.

D. 2^{2018} .

Câu 33: [2D2-3] Có bao nhiêu giá trị nguyên của tham số m để phương trình $9^{1+\sqrt{1-x^2}} - (m+3)3^{1+\sqrt{1-x^2}} + 2m+1 = 0$ có nghiệm thực?

A. 5.

B. 7.

C. Vô số.

D. 3.

Câu 34: [1D5-4] Cho hàm số $y = x^3 - 3x$ có đồ thị (C) . Gọi S là tập hợp tất cả giá trị thực của k để đường thẳng $d: y = k(x+1) + 2$ cắt đồ thị (C) tại ba điểm phân biệt M, N, P sao cho các tiếp tuyến của (C) tại N và P vuông góc với nhau. Biết $M(-1; 2)$, tính tích tất cả các phần tử của tập S .

A. $\frac{1}{9}$.

B. $-\frac{2}{9}$.

C. $\frac{1}{3}$.

D. -1 .

Câu 35: [2H1-1] Cho một khối chóp có chiều cao bằng h và diện tích đáy bằng B . Nếu giữ nguyên chiều cao h , còn diện tích đáy tăng lên 3 lần thì ta được một khối chóp mới có thể tích là:

A. $V = Bh$.

B. $V = \frac{1}{6}Bh$.

C. $V = \frac{1}{2}Bh$.

D. $V = \frac{1}{3}Bh$.

Câu 36: [2D3-2] Cho hàm số $f(x)$ xác định trên $\mathbb{R} \setminus \left\{\frac{1}{2}\right\}$ thỏa mãn $f'(x) = \frac{2}{2x-1}$ và $f(0) = 1$. Giá trị của biểu thức $f(-1) + f(3)$ bằng

A. $4 + \ln 15$.

B. $3 + \ln 15$.

C. $2 + \ln 15$.

D. $\ln 15$.

Câu 37: [1D2-3] Gọi S là tập hợp các số tự nhiên có 9 chữ số đôi một khác nhau. Chọn ngẫu nhiên một số trong tập S . Tính xác suất để số được chọn có đúng bốn chữ số lẻ sao cho số 0 luôn đứng giữa hai chữ số lẻ.

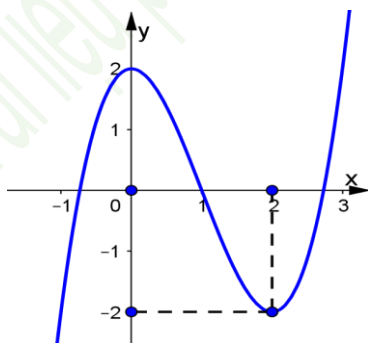
A. $\frac{5}{54}$.

B. $\frac{5}{648}$.

C. $\frac{5}{42}$.

D. $\frac{20}{189}$.

Câu 38: [2D1-2] Cho hàm số $f(x) = ax^3 + bx^2 + cx + d$ có đồ thị là đường cong như hình vẽ.



Tính tổng $S = a + b + c + d$.

A. $S = 0$.

B. $S = 6$.

C. $S = -4$.

D. $S = 2$.

Câu 39: [1D2-4] Với n là số tự nhiên lớn hơn 2, đặt $S_n = \frac{1}{C_3^3} + \frac{1}{C_4^3} + \frac{1}{C_5^3} + \dots + \frac{1}{C_n^3}$. Tính $\lim S_n$

A. 1. B. $\frac{3}{2}$. C. 3. D. $\frac{1}{3}$.

Câu 40: [2H3-3] Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho điểm $A(1;0;-1)$ và mặt phẳng $(P): x+y-z-3=0$. Gọi (S) là mặt cầu có tâm I nằm trên mặt phẳng (P) , đi qua điểm A và gốc tọa độ O sao cho diện tích tam giác OIA bằng $\frac{\sqrt{17}}{2}$. Tính bán kính R của mặt cầu (S) .

A. $R=3$. B. $R=9$. C. $R=1$. D. $R=5$.

Câu 41: [2H3-1] Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, cho điểm $A(3;-1;1)$. Gọi A' là hình chiếu của A lên trục Oy . Tính độ dài đoạn OA' .

A. $OA'=-1$. B. $OA'=\sqrt{10}$. C. $OA'=\sqrt{11}$. D. $OA'=1$.

Câu 42: [1D5-3] Cho hàm số $y = x^3 - mx^2 - mx + 2m - 3$ có đồ thị là (C) , với m là tham số thực. Gọi T là tập tất cả các giá trị nguyên của m để mọi đường thẳng tiếp xúc với (C) đều có hệ số góc dương. Tính tổng các phần tử của T .

A. 3. B. 6. C. -6. D. -3.

Câu 43: [1H3-2] Cho tứ diện $S.ABC$ có đáy ABC là tam giác vuông tại B và SA vuông góc với mặt phẳng (ABC) . Gọi M, N lần lượt là hình chiếu vuông góc của A trên cạnh SB và SC . Khẳng định nào sau đây sai?

A. $AM \perp SC$. B. $AM \perp MN$. C. $AN \perp SB$. D. $SA \perp BC$.

Câu 44: [2D3-3] Cho hàm số $y = f(x)$ có đạo hàm và liên tục trên $\left[0; \frac{\pi}{4}\right]$ thỏa mãn $f\left(\frac{\pi}{4}\right) = 3$, $\int_0^{\frac{\pi}{4}} \frac{f(x)}{\cos x} dx = 1$ và $\int_0^{\frac{\pi}{4}} [\sin x \cdot \tan x \cdot f(x)] dx = 2$. Tích phân $\int_0^{\frac{\pi}{4}} \sin x \cdot f'(x) dx$ bằng:

A. 4. B. $\frac{2+3\sqrt{2}}{2}$. C. $\frac{1+3\sqrt{2}}{2}$. D. 6.

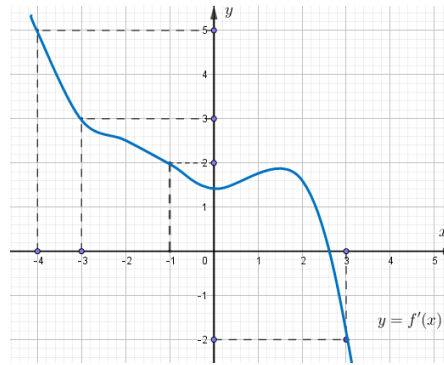
Câu 45: [2D1-4] Cho hai số thực x, y thỏa mãn: $2y^3 + 7y + 2x\sqrt{1-x} = 3\sqrt{1-x} + 3(2y^2 + 1)$. Tìm giá trị lớn nhất của biểu thức $P = x + 2y$.

A. $P=10$ B. $P=4$. C. $P=6$. D. $P=8$.

Câu 46: [2H3-3] Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình vuông có độ dài đường chéo bằng $a\sqrt{2}$ và SA vuông góc với mặt phẳng $(ABCD)$. Gọi α là góc giữa hai mặt phẳng (SBD) và $(ABCD)$. Nếu $\tan \alpha = \sqrt{2}$ thì góc giữa hai mặt phẳng (SAC) và (SBC) bằng

A. 30° . B. 60° . C. 45° . D. 90° .

Câu 47: [2D1-3] Cho hàm số $f(x)$. Biết hàm số $y = f'(x)$ có đồ thị như hình bên. Trên đoạn $[-4; 3]$, hàm số $g(x) = 2f(x) + (1-x)^2$ đạt giá trị nhỏ nhất tại điểm



A. $x_0 = -4$.

B. $x_0 = -1$.

C. $x_0 = 3$.

D. $x_0 = -3$.

Câu 48: [1D4-2] Tìm giá trị của tham số m để hàm số $f(x) = \begin{cases} \frac{\sqrt{3x+1}-2}{x-1} & \text{khi } x \neq 1 \\ m & \text{khi } x = 1 \end{cases}$ liên tục tại điểm $x_0 = 1$.

A. $m = 3$.

B. $m = 1$.

C. $m = \frac{3}{4}$.

D. $m = \frac{1}{2}$.

Câu 49: [2H3-1] Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, cho mặt phẳng $(P): 2x + y - 1 = 0$. Mặt phẳng (P) có một vector pháp tuyến là

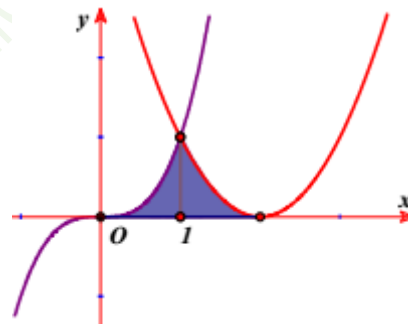
A. $\vec{n} = (-2; -1; 1)$.

B. $\vec{n} = (2; 1; -1)$.

C. $\vec{n} = (1; 2; 0)$.

D. $\vec{n} = (2; 1; 0)$.

Câu 50: [2D3-2] Cho hình (H) là hình phẳng giới hạn bởi parabol $y = x^2 - 4x + 4$, đường cong $y = x^3$ và trục hoành (phần tô đậm trong hình vẽ). Tính diện tích S của hình (H) .



A. $S = \frac{11}{2}$.

B. $S = \frac{7}{12}$.

C. $S = \frac{20}{3}$.

D. $S = -\frac{11}{2}$.

-----HẾT-----

ĐÁP ÁN THAM KHẢO

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20	21	22	23	24	25
B	C	C	A	C	D	D	B	A	C	D	D	A	A	C	B	A	A	A	B	D	D	A	A	A
26	27	28	29	30	31	32	33	34	35	36	37	38	39	40	41	42	43	44	45	46	47	48	49	50
B	A	A	C	C	D	B	B	A	A	C	A	A	B	A	D	D	C	B	B	B	B	C	D	B

HƯỚNG DẪN GIẢI

Câu 1: [1D3-2] Cho cấp số cộng (u_n) có $u_1 = 3$ và công sai $d = 7$. Hỏi kể từ số hạng thứ mấy trở đi thì các số hạng của (u_n) đều lớn hơn 2018?

A. 287.

B. 289.

C. 288.

D. 286.

Lời giải

Chọn B.

Ta có: $u_n = u_1 + (n-1)d = 3 + 7(n-1) = 7n - 4$

$$u_n > 2018 \Leftrightarrow 7n - 4 > 2018 \Leftrightarrow n > \frac{2022}{7}$$

Vậy $n = 289$.

Câu 2: [1D1-1] Giải phương trình $2\cos x - 1 = 0$

A. $x = \pm \frac{\pi}{3} + k\pi, k \in \mathbb{Z}$.

B. $\begin{cases} x = \frac{\pi}{3} + k2\pi \\ x = \frac{2\pi}{3} + k2\pi \end{cases}, k \in \mathbb{Z}$.

C. $x = \pm \frac{\pi}{3} + k2\pi, k \in \mathbb{Z}$.

D. $\begin{cases} x = \frac{\pi}{3} + k\pi \\ x = \frac{2\pi}{3} + k\pi \end{cases}, k \in \mathbb{Z}$.

Lời giải

Chọn C.

TXĐ: $D = \mathbb{R}$.

$$2\cos x - 1 = 0 \Leftrightarrow \cos x = \frac{1}{2} \Leftrightarrow x = \pm \frac{\pi}{3} + k2\pi, k \in \mathbb{Z}$$

Câu 3: [2H3-2] Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, cho ba điểm $M(1;0;0)$, $N(0;-2;0)$ và $P(0;0;1)$. Tính khoảng cách h từ gốc tọa độ đến mặt phẳng (MNP) .

A. $h = \frac{1}{3}$.

B. $h = -\frac{2}{3}$.

C. $h = \frac{2}{3}$.

D. $h = \frac{2}{\sqrt{7}}$.

Lời giải

Chọn C.

$$(MNP): \frac{x}{1} + \frac{y}{-2} + \frac{z}{1} = 1 \Leftrightarrow (MNP): 2x - y + 2z + 2 = 0$$

$$h = \frac{|2 \cdot 0 - 0 + 2 \cdot 0 + 2|}{\sqrt{2^2 + (-1)^2 + 2^2}} = \frac{2}{3}$$

Câu 4: [2D1-3] Tìm tập hợp tất cả các giá trị của tham số m để đồ thị hàm số $y = \frac{1 + \sqrt{x+1}}{\sqrt{x^2 - mx - 3m}}$ có

đúng hai tiệm cận đứng.

A. $\left(0; \frac{1}{2}\right]$.

B. $(0; +\infty)$.

C. $\left[\frac{1}{4}; \frac{1}{2}\right]$.

D. $\left(0; \frac{1}{2}\right)$.

Lời giải

Chọn A.

TXĐ: $D = [-1; +\infty)$

$$\sqrt{x^2 - mx - 3m} = 0 \Leftrightarrow x^2 - mx - 3m = 0 \quad (1)$$

$$\Leftrightarrow x^2 = m(x+3)$$

$$\Leftrightarrow \frac{x^2}{x+3} = m$$

YBCT $\Leftrightarrow (1)$ có 2 nghiệm phân biệt lớn hơn hoặc bằng -1

Đặt $f(x) = \frac{x^2}{x+3}, \forall x \in [-1; +\infty)$

$$\Rightarrow f'(x) = \frac{x^2 + 6x}{(x+3)^2}, \forall x \in (-1; +\infty)$$

$$f'(x) = 0 \Leftrightarrow x^2 + 6x = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 0 \\ x = -6 \end{cases} \Leftrightarrow x = 0$$

x	-1	0	$+\infty$
y'		$-$	0
y	$\frac{1}{2}$	0	$+\infty$

Từ bảng biến thiên, ta có: YCBT $\Leftrightarrow 0 < m \leq \frac{1}{2}$.

Câu 5: [2H2-2] Cho khối trụ có chu vi đáy bằng $4\pi a$ và độ dài đường cao bằng a . Thể tích của khối trụ đã cho bằng

A. πa^2 .

B. $\frac{4}{3}\pi a^3$.

C. $4\pi a^3$.

D. $16\pi a^3$.

Lời giải

Chọn C.

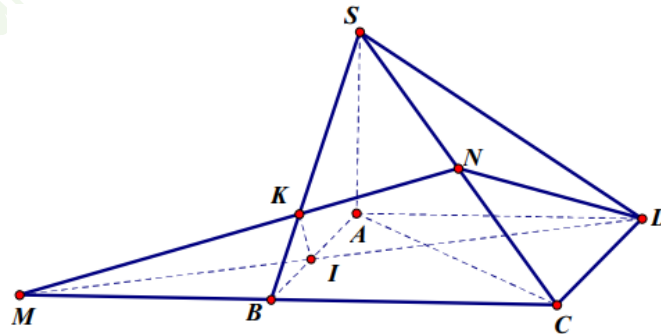
Gọi chu vi đáy là P

Ta có: $P = 2\pi R \Leftrightarrow 4\pi a = 2\pi R \Leftrightarrow R = 2a$

$$V = \pi R^2 h = \pi (2a)^2 \cdot a = 4\pi a^3.$$

Câu 6: [2H1-3] Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình thoi cạnh a , $BAD = 60^\circ$ và SA vuông góc với mặt phẳng $(ABCD)$. Góc giữa hai mặt phẳng (SBD) và $(ABCD)$ bằng 45° . Gọi M

là điểm đối xứng của C qua B và N là trung điểm của SC . Mặt phẳng (MND) chia khối chóp $S.ABCD$ thành hai khối đa diện, trong đó khối đa diện chứa đỉnh S có thể tích V_1 , khối đa diện còn lại có thể tích V_2 (tham khảo hình vẽ bên).



Tính tỉ số $\frac{V_1}{V_2}$.

A. $\frac{V_1}{V_2} = \frac{12}{7}$.

B. $\frac{V_1}{V_2} = \frac{5}{3}$.

C. $\frac{V_1}{V_2} = \frac{1}{5}$.

D. $\frac{V_1}{V_2} = \frac{7}{5}$.

Lời giải

Chọn D.

Goi $O = AC \cap BD$.

Khi đó góc giữa hai mặt phẳng (SBD) và $(ABCD)$ bằng $45^\circ \Leftrightarrow SOA = 45^\circ$.

$$\Delta BAD \text{ đều} \Rightarrow AO = \frac{a\sqrt{3}}{2} \Rightarrow SA = AO \cdot \tan 45^\circ = \frac{a\sqrt{3}}{2} \cdot \frac{\sqrt{2}}{2} = \frac{a\sqrt{6}}{4}.$$

$$\text{Thể tích khối chóp } S.ABCD \text{ bằng: } V = \frac{1}{3} SA \cdot 2S_{\Delta ABD} = \frac{2}{3} \cdot \frac{a\sqrt{6}}{4} \cdot \frac{a^2\sqrt{3}}{4} = \frac{a^3\sqrt{2}}{8}.$$

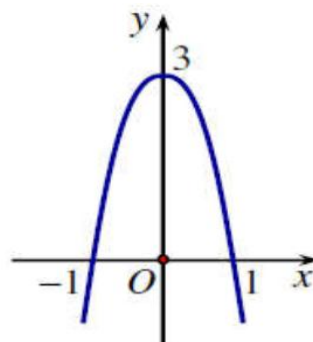
$$\text{Thể tích khối chóp } N.MCD \text{ bằng thể tích khối chóp } N.ABCD \text{ bằng: } V' = \frac{1}{2} V = \frac{a^3\sqrt{2}}{16}.$$

$$\text{Thể tích khối chóp } KMIB \text{ bằng: } V'' = \frac{1}{3} \cdot \frac{1}{3} SA \cdot S_{\Delta MBI} = \frac{1}{9} \cdot \frac{a\sqrt{6}}{4} \cdot \frac{a^2\sqrt{3}}{8} = \frac{a^3\sqrt{2}}{96}.$$

$$\text{Khi đó: } V_2 = V' - V'' = \frac{a^3\sqrt{2}}{16} - \frac{a^3\sqrt{2}}{96} = \frac{5\sqrt{2}a^3}{96}; V_1 = V - V_2 = \frac{a^3\sqrt{2}}{8} - \frac{5\sqrt{2}a^3}{96} = \frac{7a^3\sqrt{2}}{96}.$$

$$\text{Vậy } \frac{V_1}{V_2} = \frac{7}{5}.$$

Câu 7: [2D1-2] Đồ thị hình bên là đồ thị hàm số nào trong các hàm số sau:



A. $y = x^3 + 3x^2 - 3$.

B. $y = -x^2 + 2x + 3$.

C. $y = x^4 + 2x^2 - 3$.

D. $y = -x^4 - 2x^2 + 3$.

Lời giải

Chọn D.

- ☐ Đồ thị cắt Oy tại điểm có tung độ dương nên chọn **B** hoặc **D**.
☐ Đồ thị cắt Ox tại hai điểm có hoành độ -1 và 1 nên chọn **D**.

Câu 8: **[2D1-2]** Hàm số nào đồng biến trên khoảng $(-\infty; +\infty)$.

- A.** $y = \sqrt{x+1}$. **B.** $y = x^3 + x - 2$. **C.** $y = -x^4 + 2x^2 + 1$. **D.** $y = \frac{x-1}{x+1}$.

Lời giải

Chọn B.

Ta có $y = x^3 + x - 2 \Rightarrow y' = 3x^2 + 1 > 0 \forall x$. Vậy hàm số đồng biến trên khoảng $(-\infty; +\infty)$.

Câu 9: **[2D3-2]** Một người gửi 20 triệu đồng vào ngân hàng với lãi suất 0,8%/ tháng. Biết rằng nếu không rút tiền thì cứ sau mỗi tháng, số tiền lãi sẽ được cộng dồn vào vốn ban đầu để tính lãi cho tháng tiếp theo. Hỏi sau ít nhất bao nhiêu tháng, người đó lãnh được số tiền nhiều hơn 50 triệu đồng bao gồm cả tiền gốc và lãi, nếu trong thời gian này người đó không rút tiền và lãi suất không thay đổi?

- A.** 115 tháng. **B.** 114 tháng. **C.** 143 tháng. **D.** 12 tháng.

Lời giải

Chọn A.

Giả sử sau n tháng người đó thu được số tiền hơn 50 triệu đồng.

Ta có: $20 \cdot 10^6 (1 + 0,008)^n > 50 \cdot 10^6 \Leftrightarrow n > 114,994$.

Vậy sau ít nhất 115 tháng người đó lãnh được số tiền nhiều hơn 50 triệu đồng bao gồm cả tiền gốc và lãi.

Câu 10: **[2D1-2]** Có bao nhiêu giá trị nguyên âm của tham số m để hàm số $y = \frac{1}{3}x^3 + (m-1)x^2 + (2m-3)x - 1$ đồng biến trên khoảng $(1; +\infty)$.

- A.** 3. **B.** 1. **C.** 0. **D.** Vô số.

Lời giải

Chọn C.

Ta có $y' = x^2 + 2(m-1)x + 2m-3$; $y' = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = -1 \\ x = 3-2m \end{cases}$.

TH1: Với $-1 < 3-2m \Leftrightarrow m < 2$.

Hàm số đồng biến trên khoảng $(1; +\infty) \Leftrightarrow 1 \geq 3-2m \Leftrightarrow m \geq 1$.

Hay $1 \leq m < 2$ thì thỏa đề.

TH2: Với $-1 > 3-2m \Leftrightarrow m > 2$.

Hàm số đồng biến trên khoảng $(-1; +\infty)$ nên đồng biến trên khoảng $(1; +\infty)$ với mọi m .

TH3: Với $-1 = 3-2m \Leftrightarrow m = 2$.

Ta có $y' \geq 0$.

Vậy không có giá trị nguyên âm thỏa đề.

Câu 11: **[2H2-2]** Cho hình nón (N) có bán kính đáy bằng a và diện tích xung quanh $S_{xp} = 2\pi a^2$. Tính thể tích V của khối chóp tứ giác đều $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ nội tiếp đáy của khối nón (N) và đỉnh S trùng với đỉnh của khối nón (N) .

A. $V = \frac{2\sqrt{5}a^3}{3}$.

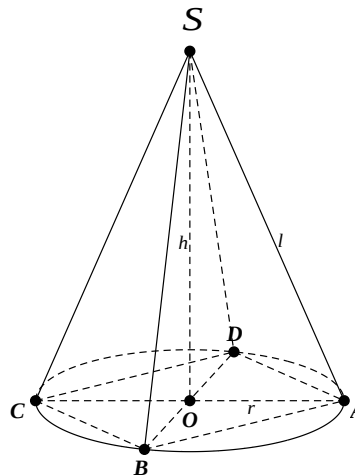
B. $V = \frac{2\sqrt{2}a^3}{3}$.

C. $V = 2\sqrt{3}a^3$.

D. $V = \frac{2\sqrt{3}a^3}{3}$.

Lời giải

Chọn D.



Ta có: Diện tích xung quanh $S_{xp} = 2\pi a^2 \Rightarrow \pi r l = 2\pi a^2 \Rightarrow l = 2a \Rightarrow h = \sqrt{l^2 - r^2} = a\sqrt{3}$.

Đáy ABCD nội tiếp đáy của khối nón (N) có bán kính đáy bằng $a \Rightarrow AB = a\sqrt{2}$.

Vậy: $V = \frac{1}{3} S_{ABCD} h = \frac{2\sqrt{3}a^3}{3}$.

Câu 12: [1H3-2] Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy là hình vuông cạnh bằng a , SA vuông góc với mặt phẳng $(ABCD)$. Biết góc giữa SC và mặt phẳng $(ABCD)$ bằng 60° . Tính khoảng cách h từ B đến mặt phẳng (SCD) .

A. $\frac{a\sqrt{10}}{5}$.

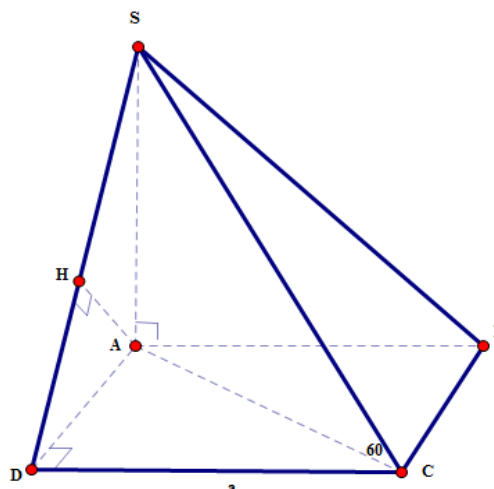
B. $a\sqrt{2}$.

C. a .

D. $\frac{a\sqrt{42}}{7}$.

Lời giải

Chọn D.



Ta có $AB \parallel (SCD)$ nên $h = d(B, (SCD)) = d(A, (SCD)) = AH$

Vì $CD \perp (SAD) \Rightarrow (SCD) \perp (SAD)$ theo giao tuyến SD , dựng $AH \perp SD \Rightarrow AH \perp (SCD)$.

Theo đề góc giữa SC và mặt phẳng $(ABCD)$ bằng 60° nên $SCA = 60^\circ$.

Ta có: $\tan 60^\circ = \frac{SA}{AC} \Rightarrow SA = a\sqrt{6}$

Và $\frac{1}{AH^2} = \frac{1}{SA^2} + \frac{1}{AD^2} \Rightarrow AH = \frac{a\sqrt{42}}{7}$.

Câu 13: [2D1-1] Cho hàm số $y = f(x)$ có bảng biến thiên như sau:

x	$-\infty$		0		2		$+\infty$
y'		+	0	-	0	+	
y	$-\infty$		4		$\frac{8}{3}$		$+\infty$

Giá trị cực đại của hàm số $y = f(x)$ là

- A. 4. B. 2. C. 0. D. $\frac{8}{3}$.

Lời giải

Chọn A.

Giá trị cực đại của hàm số $y = f(x)$ là 4.

Câu 14: [2H3-2] Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho mặt phẳng $(P): 2x + y - 2z + 10 = 0$ và mặt cầu $(S): (x-2)^2 + (y-1)^2 + (z-3)^2 = 25$ cắt nhau theo giao tuyến là đường tròn (C) . Gọi V_1 là thể tích khối cầu (S) , V_2 là thể tích khối nón (N) có đỉnh là giao điểm của mặt cầu (S) với đường thẳng đi qua tâm mặt cầu (S) và vuông góc với mặt phẳng (P) , đáy là đường tròn (C) . Biết độ dài đường cao khối nón (N) lớn hơn bán kính của khối cầu (S) . Tính tỉ số $\frac{V_1}{V_2}$.

- A. $\frac{V_1}{V_2} = \frac{125}{32}$. B. $\frac{V_1}{V_2} = \frac{125}{8}$. C. $\frac{V_1}{V_2} = \frac{125}{96}$. D. $\frac{V_1}{V_2} = \frac{375}{32}$.

Lời giải

Chọn A.

Mặt cầu (S) có tâm $I(2;1;3)$ và bán kính $R=5 \Rightarrow V_1 = \frac{4}{3}\pi R^3 = \frac{500}{3}\pi$.

Ta có: $d = d(I; (P)) = 3 \Rightarrow$ Bán kính của (C) là $r = \sqrt{R^2 - d^2} = 4$.

Đài đường cao khối nón (N) là $h = R + d = 8$

Suy ra: $V_2 = \frac{1}{3}\pi r^2 h = \frac{128}{3}\pi$.

Vậy: $\frac{V_1}{V_2} = \frac{125}{32}$.

Câu 15: [2D3-1] Họ nguyên hàm của hàm số $f(x) = 3x^2 + \sin x$ là

- A. $x^3 + \cos x + C$. B. $x^3 + \sin x + C$. C. $x^3 - \cos x + C$. D. $3x^3 - \sin x + C$.

Lời giải

Chọn C.

Họ nguyên hàm của hàm số $f(x) = 3x^2 + \sin x$ là $x^3 - \cos x + C$.

Câu 16: [2D1-2] Cho hàm số $y = f(x)$ có bản biến thiên như sau:

x	$-\infty$	-1	3	$+\infty$	
y'	$+$	0	$-$	0	$+$
y	$-\infty$	4	-2	$+\infty$	

Tìm tất cả các giá trị của tham số m để phương trình $f(x) = m$ có ba nghiệm phân biệt.

A. $m < -2$.

B. $-2 < m < 4$.

C. $-2 \leq m \leq 4$.

D. $m > 4$.

Lời giải

Chọn B.

Ta có số nghiệm của phương trình $f(x) = m$ bằng số giao điểm của đồ thị hàm số $y = f(x)$ và đường thẳng $y = m$.

Do đó, dựa vào bảng biến thiên ta thấy, phương trình $f(x) = m$ có ba nghiệm phân biệt khi và chỉ khi $-2 < m < 4$.

Câu 17: [2H1-2] Cho hình lập phương $ABCD.A'B'C'D'$ có đường chéo bằng $a\sqrt{3}$. Tính thể tích khối chóp $A'.ABCD$.

A. $\frac{a^3}{3}$.

B. $\frac{2\sqrt{2}a^3}{3}$.

C. a^3 .

D. $2\sqrt{2}a^3$.

Lời giải

Chọn A.

Gọi x là cạnh của hình lập phương.

Đường chéo hình lập phương $a\sqrt{3} \Leftrightarrow x\sqrt{3} = a\sqrt{3} \Leftrightarrow x = a$.

Suy ra $V_{A'.ABCD} = \frac{1}{3} S_{ABCD} \cdot AA' = \frac{1}{3} a^3$.

Câu 18: [2D1-2] Tổng số đường tiệm cận đứng và tiệm cận ngang của đồ thị hàm số $y = \frac{2x+1}{\sqrt{4-x^2}}$ là

A. 2.

B. 1.

C. 3.

D. 4.

Lời giải

Chọn A.

TXĐ: $D = (-2; 2)$.

Ta có: $\lim_{x \rightarrow 2^-} y = \lim_{x \rightarrow 2^-} \frac{2x+1}{\sqrt{4-x^2}} = +\infty$; $\lim_{x \rightarrow -2^+} y = \lim_{x \rightarrow -2^+} \frac{2x+1}{\sqrt{4-x^2}} = -\infty$.

Suy ra đồ thị hàm số có 2 đường tiệm cận đứng là $x = \pm 2$.

Do hàm số có tập xác định $D = (-2; 2)$ suy ra đồ thị hàm số không có tiệm cận ngang.

Vậy đồ thị hàm số có tổng số đường tiệm cận là: 2.

Câu 19: [2D3-1] Cho hàm số $f(x)$ liên tục trên $[a; b]$ và $F(x)$ là một nguyên hàm của $f(x)$. Tìm khẳng định sai.

A. $\int_a^b f(x)dx = F(a) - F(b).$

B. $\int_a^a f(x)dx = 0.$

C. $\int_a^b f(x)dx = -\int_b^a f(x)dx.$

D. $\int_a^b f(x)dx = F(b) - F(a).$

Lời giải

Chọn A.

Định nghĩa và tính chất của tích phân.

Câu 20: **[2H3-2]** Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, cho điểm $A(-1;2;1)$ và mặt phẳng $(P): 2x - y + z - 3 = 0$. Gọi (Q) là mặt phẳng qua A và song song với (P) . Điểm nào sau đây **không** nằm trên mặt phẳng (Q) ?

A. $K(3;1;-8).$

B. $N(2;1;-1).$

C. $I(0;2;-1).$

D. $M(1;0;-5).$

Lời giải

Chọn B.

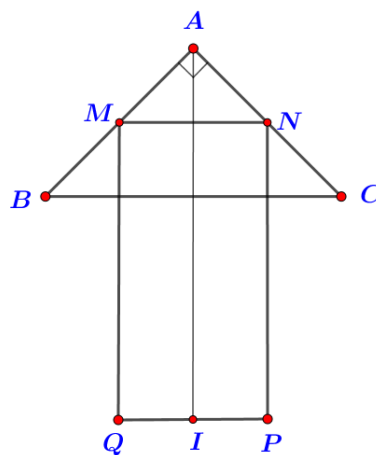
Do $(Q) \parallel (P)$ nên phương trình mặt phẳng (Q) có dạng: $2x - y + z + C = 0, (C \neq -3)$.

Mặt phẳng (Q) đi qua $A(-1;2;1)$ nên: $2 \cdot (-1) - 2 + 1 + C = 0 \Leftrightarrow C = 3$.

Suy ra phương trình mặt phẳng $(Q): 2x - y + z + 3 = 0$.

Từ đây, suy ra điểm **không** nằm trên mặt phẳng (Q) là: $N(2;1;-1)$ vì $2 \cdot 2 - 1 - 1 + 3 = 5 \neq 0$.

Câu 21: **[2H2-3]** Cho tam giác vuông cân ABC có $AB = AC = a\sqrt{2}$ và hình chữ nhật $MNPQ$ với $MQ = 2MN$ được xếp chồng lên nhau sao cho M, N lần lượt là trung điểm của AB, AC (như hình vẽ). Tính thể tích V của vật thể tròn xoay khi quay mô hình trên quanh trục AI , với I là trung điểm PQ .



A. $V = \frac{11\pi a^3}{6}.$

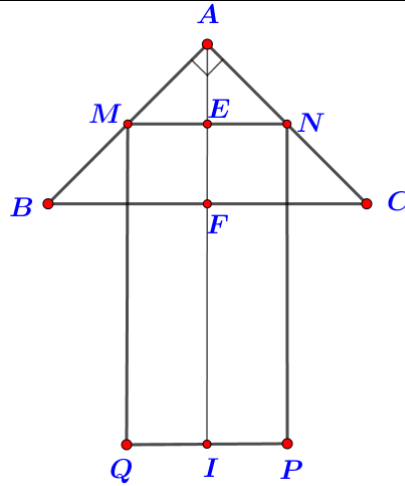
B. $V = \frac{5\pi a^3}{6}.$

C. $V = \frac{11\pi a^3}{8}.$

D. $V = \frac{17\pi a^3}{24}.$

Lời giải

Chọn D.



Ta có: $BC = \sqrt{AB^2 + AC^2} = 2a$.

$\Rightarrow MN = a, MQ = 2a$.

Gọi E, F lần lượt là trung điểm MN và BC .

$AF = a, EF = \frac{a}{2} \Rightarrow IF = \frac{3}{2}a$.

Vậy, thể tích cần tìm $V = \frac{1}{3}\pi \cdot AF \cdot FB^2 + \pi \cdot IF \cdot IQ^2 = \frac{1}{3}\pi \cdot a \cdot a^2 + \pi \cdot \frac{3}{2}a \cdot \left(\frac{a}{2}\right)^2 = \frac{17}{24}\pi a^3$.

Câu 22: [1D2-3] Với n là số nguyên dương thỏa mãn $3C_{n+1}^3 - 3A_n^2 = 52(n-1)$. Trong khai triển biểu thức $(x^3 + 2y^2)^n$, gọi T_k là số hạng mà tổng số mũ của x và y của số hạng đó bằng 34. Hệ số của T_k là

A. 54912.

B. 1287.

C. 2574.

D. 41184.

Lời giải

Chọn D.

Điều kiện: $n \geq 2, n \in \mathbb{N}^*$.

$$3C_{n+1}^3 - 3A_n^2 = 52(n-1) \Leftrightarrow 3 \cdot \frac{(n+1)!}{3!(n-2)!} - 3 \cdot \frac{n!}{(n-2)!} = 52(n-1)$$

$$\Leftrightarrow \frac{(n-1)n(n+1)}{2} - 3n(n-1) = 52(n-1) \Leftrightarrow n^2 + n - 6n = 104 \Leftrightarrow n^2 - 5n - 104 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} n = 13 \\ n = -8 \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow n = 13.$$

$$(x^3 + 2y^2)^{13} = \sum_{k=0}^{13} C_{13}^k (x^3)^{13-k} (2y^2)^k = \sum_{k=0}^{13} C_{13}^k 2^k x^{39-3k} y^{2k}.$$

Ta có: $39 - 3k + 2k = 34 \Leftrightarrow k = 5$. Vậy hệ số $C_{13}^5 2^5 = 41184$.

Câu 23: [1D1-3] Cho phương trình $3\sqrt{\tan x + 1}(\sin x + 2\cos x) = m(\sin x + 3\cos x)$. Có tất cả bao nhiêu giá trị nguyên tham số m thuộc đoạn $[-2018; 2018]$ để phương trình trên có nghiệm duy nhất

$$x \in \left(0; \frac{\pi}{2}\right)?$$

A. 2018.

B. 2015.

C. 4036.

D. 2016.

Lời giải

Chọn A.

Với $x \in \left(0; \frac{\pi}{2}\right)$ thì $\cos x > 0$, chia hai vế cho $\cos x$, ta được:

$$3\sqrt{\tan x + 1}(\sin x + 2\cos x) = m(\sin x + 3\cos x) \Leftrightarrow 3\sqrt{\tan x + 1}(\tan x + 2) = m(\tan x + 3)$$

$$\Leftrightarrow \frac{3\sqrt{\tan x + 1}(\tan x + 2)}{\tan x + 3} = m. (1)$$

Đặt $t = \sqrt{\tan x + 1}$, $x \in \left(0; \frac{\pi}{2}\right) \Rightarrow t \in (0; +\infty)$. Khi đó: $(1) \Leftrightarrow g(t) = \frac{3t(t^2 + 1)}{t^2 + 2} = m. (2)$

Xét hàm $g(t) = \frac{3t(t^2 + 1)}{t^2 + 2}$ trên $(0; +\infty)$. $g'(t) = \frac{3t^4 + 15t^2 + 6}{(t^2 + 2)^2} > 0, \forall t > 0$.

Suy ra để thỏa yêu cầu bài toán $\Leftrightarrow m > g(0) = 0$. Mà $\begin{cases} m \in \mathbb{Q} \\ m \in [-2018; 2018] \end{cases}$. Suy ra $m = 1; 2; 3; \dots; 2018$.

Câu 24: [1D2-2] Một tổ có 10 học sinh. Hỏi có bao nhiêu cách chọn ra 2 học sinh từ tổ đó để giữ hai chức vụ tổ trưởng và tổ phó.

A. A_{10}^2 .

B. C_{10}^2 .

C. A_{10}^8 .

D. 10^2 .

Lời giải

Chọn A.

Chọn ra 2 học sinh từ một tổ có 10 học sinh và phân công giữ chức vụ tổ trưởng, tổ phó là một chỉnh hợp chập 2 của 10 phần tử. Số cách chọn là A_{10}^2 cách.

Câu 25: [2D2-2] Biết nghiệm của phương trình $2^x \cdot 15^{x+1} = 3^{x+3}$ được viết dưới dạng $x = 2\log a - \log b$, với a, b là các số nguyên dương nhỏ hơn 10. Tính $S = 2017a^3 - 2018b^2$.

A. $S = 4009$.

B. $S = 2014982$.

C. $S = 1419943$.

D. -197791 .

Lời giải

Chọn A.

$$2^x \cdot 15^{x+1} = 3^{x+3} \Leftrightarrow 2^x \cdot 5^{x+1} = 3^2 \Leftrightarrow 10^x = \frac{9}{5} \Leftrightarrow x = \log \frac{9}{5} = \log 9 - \log 5 \Leftrightarrow x = 2\log 3 - \log 5.$$

Ta có $a = 3, b = 5$. Vậy $S = 2017 \cdot 3^3 - 2018 \cdot 5^2 = 4009$.

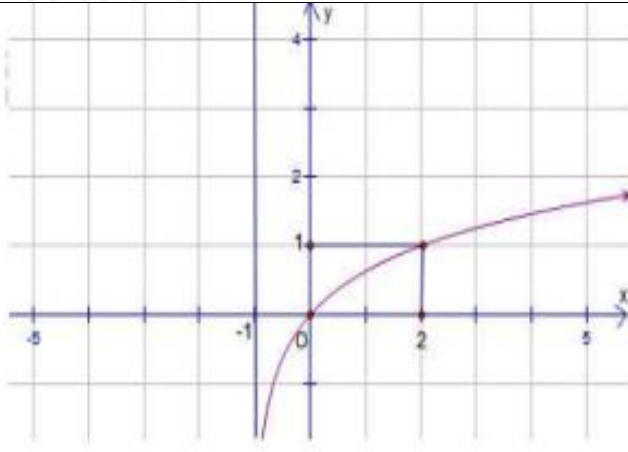
Câu 26: [2D3-1] Đồ thị cho bởi hình bên là của hàm số nào?

A. $y = \log_2 x + 1$.

B. $y = \log_3(x+1)$.

C. $y = \log_3 x$.

D. $y = \log_2(x+1)$.



Lời giải

Chọn B.

Dựa vào đồ thị ta thấy khi $x=0$ thì $y=0$ và khi $x=2$ thì $y=1$. Nên ta thấy đáp án B thỏa mãn.

Câu 27: [2D1-2] Gọi M, m lần lượt là giá trị lớn nhất và giá trị nhỏ nhất của hàm số $f(x) = \frac{2x-1}{x+1}$ trên đoạn $[0;3]$. Tính giá trị $M-m$.

A. $M-m = -\frac{9}{4}$.

B. $M-m = 3$.

C. $M-m = \frac{9}{4}$.

D. $M-m = \frac{1}{4}$.

Lời giải

Chọn A.

Hàm số xác định và liên tục trên đoạn $[0;3]$.

$$f'(x) = \frac{3}{(x+1)^2} > 0, \forall x \in [0;3] \text{ nên } m = f(0) = -1, M = f(3) = \frac{5}{4} \Rightarrow M-m = -\frac{9}{4}.$$

Câu 28: [2H3-2] Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho tứ diện $ABCD$ có tọa độ đỉnh $A(2; 0; 0)$, $B(0; 4; 0)$, $C(0; 0; 6)$, $D(2; 4; 6)$. Gọi (S) là mặt cầu ngoại tiếp tứ diện $ABCD$. Viết phương trình mặt cầu (S') có tâm trùng với tâm của mặt cầu (S) và có bán kính gấp 2 lần bán kính của mặt cầu (S) .

A. $(x-1)^2 + (y-2)^2 + (z-3)^2 = 56$.

B. $x^2 + y^2 + z^2 - 2x - 4y - 6z = 0$.

C. $(x+1)^2 + (y+2)^2 + (z+3)^2 = 14$.

D. $x^2 + y^2 + z^2 - 2x + 4y + 6z - 12 = 0$.

Lời giải

Chọn A.

Gọi phương trình mặt cầu (S) có dạng: $x^2 + y^2 + z^2 - 2ax - 2by - 2cz + d = 0$.

Vì (S) là mặt cầu ngoại tiếp tứ diện $ABCD$ nên ta có:

$$\begin{cases} 2^2 + 0^2 + 0^2 - 2.a.2 - 2.b.0 - 2.c.0 + d = 0 \\ 0^2 + 4^2 + 0^2 - 2.a.0 - 2.b.4 - 2.c.0 + d = 0 \\ 0^2 + 0^2 + 6^2 - 2.a.0 - 2.b.0 - 2.c.6 + d = 0 \\ 2^2 + 4^2 + 6^2 - 2.a.2 - 2.b.4 - 2.c.6 + d = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} -4a + d = -4 \\ -8b + d = -16 \\ -12c + d = -36 \\ -4a - 8b - 12c + d = -56 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a = 1 \\ b = 2 \\ c = 3 \\ d = 0 \end{cases}$$

$$\Rightarrow x^2 + y^2 + z^2 - 2x - 4y - 6z = 0 \Rightarrow I(1; 2; 3) \text{ và } R = \sqrt{14}.$$

$$\Rightarrow R' = 2\sqrt{14}.$$

$$\text{Vậy: mặt cầu } (S') \text{ có tâm } I(1; 2; 3) \text{ và } R' = 2\sqrt{14}: (x-1)^2 + (y-2)^2 + (z-3)^2 = 56.$$

Câu 29: [2D2-2] Gọi S là tập nghiệm của bất phương trình $\log_2(2x+5) > \log_2(x-1)$. Hỏi trong tập S có bao nhiêu phân tử là số nguyên dương bé hơn 10?

A. 9. B. 15. C. 8. D. 10.

Lời giải

Chọn C.

$$\text{Điều kiện: } \begin{cases} 2x+5 > 0 \\ x-1 > 0 \end{cases} \Leftrightarrow x > 1.$$

$$\log_2(2x+5) > \log_2(x-1) \Leftrightarrow 2x+5 > x-1 \Leftrightarrow x > -6.$$

Kết hợp với điều kiện ta có tập nghiệm của bất phương trình: $S = (1; +\infty)$. Vậy trong tập S có 8 phân tử là số nguyên dương bé hơn 10.

Câu 30: [1D4-2] Giới hạn $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{x-2}{x^2-4}$ bằng

A. 2. B. 4. C. $\frac{1}{4}$. D. 0.

Lời giải

Chọn C.

$$\lim_{x \rightarrow 2} \frac{x-2}{x^2-4} = \lim_{x \rightarrow 2} \frac{x-2}{(x-2)(x+2)} = \lim_{x \rightarrow 2} \frac{1}{x+2} = \frac{1}{4}.$$

Câu 31: [2D3-3] Biết $\int_0^1 \frac{(x^2+5x+6)e^x}{x+2+e^{-x}} dx = ae - b - \ln \frac{ae+c}{3}$ với a, b, c là các số nguyên và e là cơ số

của logarit tự nhiên. Tính $S = 2a + b + c$.

A. $S = 10$. B. $S = 0$. C. $S = 5$. D. $S = 9$.

Lời giải

Chọn D.

$$\text{Ta có: } I = \int_0^1 \frac{(x^2+5x+6)e^x}{x+2+e^{-x}} dx = \int_0^1 \frac{(x+2)(x+3)e^{2x}}{(x+2)e^x+1} dx.$$

$$\text{Đặt } t = (x+2)e^x \Rightarrow dt = (x+3)e^x dx.$$

$$\text{Đổi cận: } x=0 \Rightarrow t=2, x=1 \Rightarrow t=3e.$$

$$I = \int_2^{3e} \frac{tdt}{t+1} = \int_2^{3e} \left(1 - \frac{1}{t+1}\right) dt = (t - \ln|t+1|) \Big|_2^{3e} = 3e - 2 - \ln \frac{3e+1}{3}.$$

$$\text{Vậy } a=3, b=2, c=1 \Rightarrow S=9.$$

Câu 32: [2D3-1] Tích phân $I = \int_0^{2018} 2^x dx$ bằng

A. $2^{2018} - 1$.

B. $\frac{2^{2018} - 1}{\ln 2}$.

C. $\frac{2^{2018}}{\ln 2}$.

D. 2^{2018} .

Lời giải

Chọn D.

$$I = \int_0^{2018} 2^x dx = \frac{2^x}{\ln 2} \Big|_0^{2018} = \frac{2^{2018} - 1}{\ln 2}.$$

Câu 33: [2D2-3] Có bao nhiêu giá trị nguyên của tham số m để phương trình $9^{1+\sqrt{1-x^2}} - (m+3)3^{1+\sqrt{1-x^2}} + 2m+1 = 0$ có nghiệm thực?

A. 5.

B. 7.

C. Vô số.

D. 3.

Lời giải

Chọn B.

Điều kiện: $-1 \leq x \leq 1$.

Đặt $t = 3^{1+\sqrt{1-x^2}}$. Ta có $x \in [-1; 1]$ nên $t \in [3; 9]$ (do $0 \leq \sqrt{1-x^2} \leq 1$).

Phương trình trở thành:

$$t^2 - (m+3)t + 2m+1 = 0 \Leftrightarrow m(t-2) = t^2 - 3t + 1 \Leftrightarrow m = \frac{t^2 - 3t + 1}{t-2} \quad (\text{do } t-2 \neq 0, \forall t \in [3; 9]) \quad (1).$$

Xét hàm số $f(t) = \frac{t^2 - 3t + 1}{t-2}, t \in [3; 9]$.

$$f'(t) = \frac{t^2 - 4t + 7}{(t-2)^2} > 0, \forall t \in [3; 9].$$

Vậy $f(3) \leq f(t) \leq f(9)$ hay $1 \leq f(t) \leq \frac{55}{7}, \forall t \in [3; 9]$.

Phương trình đã cho có nghiệm $\Leftrightarrow$ phương trình (1) có nghiệm $t \in [3; 9] \Leftrightarrow 1 \leq m \leq \frac{55}{7}$.

Vậy $m \in \{1; 2; 3; 4; 5; 6; 7\}$.

Câu 34: [1D5-4] Cho hàm số $y = x^3 - 3x$ có đồ thị (C) . Gọi S là tập hợp tất cả giá trị thực của k để đường thẳng $d: y = k(x+1) + 2$ cắt đồ thị (C) tại ba điểm phân biệt M, N, P sao cho các tiếp tuyến của (C) tại N và P vuông góc với nhau. Biết $M(-1; 2)$, tính tích tất cả các phần tử của tập S .

A. $\frac{1}{9}$.

B. $-\frac{2}{9}$.

C. $\frac{1}{3}$.

D. -1 .

Lời giải

Chọn A.

Phương trình hoành độ giao điểm của (C) và d :

$$x^3 - 3x = k(x+1) + 2 \Leftrightarrow (x+1)(x^2 - x - 2 - k) = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = -1 \Rightarrow y = 2 \\ x^2 - x - 2 - k = 0(1) \end{cases}$$

d cắt (C) tại ba điểm phân biệt $\Leftrightarrow$ phương trình (1) có hai nghiệm phân biệt khác -1

$$\Leftrightarrow \begin{cases} \Delta_{(1)} > 0 \\ g(-1) \neq 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} k > -\frac{9}{4} \\ k \neq 0 \end{cases}$$

Khi đó, d cắt (C) tại $M(-1; 2)$, $N(x_1; y_1)$, $P(x_2; y_2)$ với x_1, x_2 là nghiệm của (1).

Theo định lý Viet:
$$\begin{cases} S = x_1 + x_2 = 1 \\ P = x_1 x_2 = -k - 2 \end{cases}$$

Tiếp tuyến tại N và P vuông góc với nhau $\Leftrightarrow y'(x_1) \cdot y'(x_2) = -1 \Leftrightarrow (3x_1^2 - 3)(3x_2^2 - 3) = -1$

$$\Leftrightarrow 9x_1^2 x_2^2 - 9(x_1^2 + x_2^2) + 9 = -1 \Leftrightarrow 9P^2 + 18P - 9S^2 + 9 = -1$$

$$\Leftrightarrow 9k^2 + 18k + 1 = 0 \Leftrightarrow k = \frac{-3 \pm 2\sqrt{3}}{3}$$

Vậy tích các phân tử trong S là $\frac{1}{9}$.

Câu 35: [2H1-1] Cho một khối chóp có chiều cao bằng h và diện tích đáy bằng B . Nếu giữ nguyên chiều cao h , còn diện tích đáy tăng lên 3 lần thì ta được một khối chóp mới có thể tích là:

A. $V = Bh$. **B.** $V = \frac{1}{6} Bh$. **C.** $V = \frac{1}{2} Bh$. **D.** $V = \frac{1}{3} Bh$.

Lời giải

Chọn A.

Ta có $B' = 3B$ nên thể tích khối chóp mới là $V = \frac{1}{3} B'h = Bh$.

Câu 36: [2D3-2] Cho hàm số $f(x)$ xác định trên $\mathbb{R} \setminus \left\{ \frac{1}{2} \right\}$ thỏa mãn $f'(x) = \frac{2}{2x-1}$ và $f(0) = 1$. Giá

trị của biểu thức $f(-1) + f(3)$ bằng

A. $4 + \ln 15$. **B.** $3 + \ln 15$. **C.** $2 + \ln 15$. **D.** $\ln 15$.

Lời giải

Chọn C.

Ta có $f(x) = \int f'(x) dx = \int \frac{2}{2x-1} dx = \int \frac{2 \cdot \frac{1}{2} d(2x-1)}{2x-1} = \ln|2x-1| + c$.

$$f(0) = 1 \Leftrightarrow \ln|2 \times 0 - 1| + c = 1 \Leftrightarrow c = 1 \Leftrightarrow f(x) = \ln|2x-1| + 1.$$

$$\begin{cases} f(-1) = \ln 3 + 1 \\ f(3) = \ln 5 + 1 \end{cases} \Leftrightarrow f(-1) + f(3) = 2 + \ln 15.$$

Câu 37: [1D2-3] Gọi S là tập hợp các số tự nhiên có 9 chữ số đôi một khác nhau. Chọn ngẫu nhiên một số trong tập S . Tính xác suất để số được chọn có đúng bốn chữ số lẻ sao cho số 0 luôn đứng giữa hai chữ số lẻ.

A. $\frac{5}{54}$. **B.** $\frac{5}{648}$. **C.** $\frac{5}{42}$. **D.** $\frac{20}{189}$.

Lời giải

Chọn A.

Gọi số cần lập là $\overline{abcdefghi}$.

Không gian mẫu : Tập hợp số có 9 chữ số đôi một khác nhau.

Vì $a \neq 0 \Leftrightarrow$ có 9 cách chọn a .

$\overline{bcdefghi}$ không có chữ số ở $a \Leftrightarrow$ có 9! cách chọn.

Vậy $n(\Omega) = 9 \times 9!$.

Biến cố A : Số được chọn có đúng 4 chữ số lẻ sao cho số 0 luôn đứng giữa hai chữ số lẻ.

☐ Số 0 luôn đứng giữa hai chữ số lẻ nên số 0 không thể đứng ở a hoặc i .

$\Leftrightarrow$ có 7 cách sắp xếp chữ số 0.

☐ Chọn hai số lẻ đặt bên cạnh số 0 (có sắp xếp) có A_5^2 cách chọn.

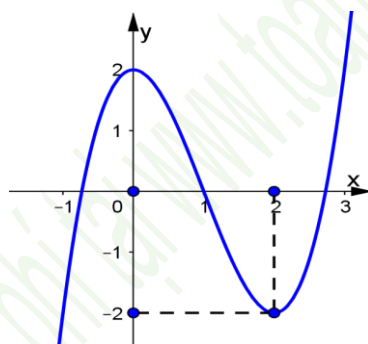
☐ Tiếp tục chọn hai số lẻ khác và sắp xếp vào 2 trong 6 vị trí còn lại có $C_3^2 \times A_6^2 = 90$ cách chọn.

☐ Còn lại 4 vị trí, chọn từ 4 số chẵn $\{2; 4; 6; 8\}$ có $4! = 24$ cách chọn.

Vậy $n(A) = 7 \times A_5^2 \times 90 \times 24 = 302400$ cách chọn.

Xác suất để xảy ra biến cố A là $p(A) = \frac{n(A)}{n(\Omega)} = \frac{302400}{9 \times 9!} = \frac{5}{54}$.

Câu 38: [2D1-2] Cho hàm số $f(x) = ax^3 + bx^2 + cx + d$ có đồ thị là đường cong như hình vẽ.



Tính tổng $S = a + b + c + d$.

A. $S = 0$.

B. $S = 6$.

C. $S = -4$.

D. $S = 2$.

Lời giải

Chọn A.

Ta có $f'(x) = 3ax^2 + 2bx + c$. Hàm số $f(x) = ax^3 + bx^2 + cx + d$ liên tục trên $\mathbb{R}$; đồ thị hàm số có hai điểm cực trị là $(2; -2)$ và $(0; 2)$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} f(2) = -2 \\ f'(2) = 0 \\ f(0) = 2 \\ f'(0) = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 8a + 4b + 2c + d = -2 \\ 12a + 4b + c = 0 \\ d = 2 \\ c = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a = 1 \\ b = -3 \\ c = 0 \\ d = 2 \end{cases} \Rightarrow S = 0.$$

Câu 39: [1D2-4] Với n là số tự nhiên lớn hơn 2, đặt $S_n = \frac{1}{C_3^3} + \frac{1}{C_4^3} + \frac{1}{C_5^4} + \dots + \frac{1}{C_n^3}$. Tính $\lim S_n$

A. 1.

B. $\frac{3}{2}$.

C. 3.

D. $\frac{1}{3}$.

Lời giải

Chọn B.

$$\text{Ta có } C_n^3 = \frac{n!}{3!(n-3)!} = \frac{(n-3)!(n-2)(n-1)n}{(n-3)! \times 6} = \frac{n(n-1)(n-2)}{6} \Rightarrow \frac{1}{C_n^3} = \frac{6}{n(n-1)(n-2)}$$

$$\text{Vậy ta có } S_n = \frac{6}{1.2.3} + \frac{6}{2.3.4} + \frac{6}{3.4.5} + \dots + \frac{6}{n(n-1)(n-2)}$$

$$\text{Nhận xét } \frac{2}{1.2.3} = \frac{1}{1.2} - \frac{1}{2.3}; \frac{2}{2.3.4} = \frac{1}{2.3} - \frac{1}{3.4}; \dots; \frac{2}{(n-2)(n-1)n} = \frac{1}{(n-2)(n-1)} - \frac{1}{(n-1)n}$$

$$\Rightarrow S_n = 3 \left(\frac{1}{1.2} - \frac{1}{2.3} + \frac{1}{2.3} - \frac{1}{3.4} + \dots + \frac{1}{n-2} - \frac{1}{n-1} + \frac{1}{n-1} - \frac{1}{n} \right) = 3 \left(\frac{1}{2} - \frac{1}{n} \right) = 3 \left(\frac{n-2}{2n} \right) = \frac{3n-6}{2n}$$

$$\text{Vậy } \lim S_n = \lim \left(\frac{3n-6}{2n} \right) = \lim \left(\frac{3 - \frac{6}{n}}{2} \right) = \frac{3}{2}.$$

Câu 40: [2H3-3] Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho điểm $A(1;0;-1)$ và mặt phẳng $(P): x+y-z-3=0$. Gọi (S) là mặt cầu có tâm I nằm trên mặt phẳng (P) , đi qua điểm A và gốc tọa độ O sao cho diện tích tam giác OIA bằng $\frac{\sqrt{17}}{2}$. Tính bán kính R của mặt cầu (S) .

A. $R=3$.

B. $R=9$.

C. $R=1$.

D. $R=5$.

Lời giải

Chọn A.

Gọi $I(a;b;c)$

Ta có $IA=IO=R \Leftrightarrow$ hình chiếu của I lên OA là trung điểm $H\left(\frac{1}{2};0;\frac{-1}{2}\right)$ của OA .

$$S_{\Delta OIA} = \frac{1}{2} IH.OA = \frac{1}{2} \sqrt{\left(a - \frac{1}{2}\right)^2 + b^2 + \left(c + \frac{1}{2}\right)^2} \cdot \sqrt{1^2 + 0^2 + (-1)^2}$$

$$\Leftrightarrow \frac{\sqrt{17}}{2} = \frac{1}{2} \sqrt{a^2 + b^2 + c^2 - a + c + \frac{1}{2}} \cdot \sqrt{2} \Leftrightarrow 17 = 2a^2 + 2b^2 + 2c^2 - 2a + 2c + 1$$

$$\Leftrightarrow 2a^2 + 2b^2 + 2c^2 - 2a + 2c - 16 = 0.$$

$$\text{Theo bài ra ta có } \begin{cases} OI = IA \\ S_{\Delta OIA} = \frac{\sqrt{17}}{2} \\ I \in (P) \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} \sqrt{a^2 + b^2 + c^2} = \sqrt{(a-1)^2 + b^2 + (c+1)^2} \\ 2a^2 + 2b^2 + 2c^2 - 2a + 2c - 16 = 0 \\ a + b - c - 3 = 0 \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} a - c - 1 = 0 & (1) \\ a^2 + b^2 + c^2 - a + c - 8 = 0 & (2) \\ a + b - c - 3 = 0 & (3) \end{cases}$$

$$\text{Từ (1) và (3) ta có } \begin{cases} a - c = 1 \\ b = 2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a = 1 + c \\ b = 2 \end{cases} \text{ thế vào (2) ta có}$$

$$(c+1)^2 + 4 + c^2 - (c+1) + c - 8 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} c = -2 \\ c = 1 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} I(-1; 2; -2) \\ I(2; 2; 1) \end{cases} \Rightarrow OI = R = 3.$$

Câu 41: [2H3-1] Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, cho điểm $A(3; -1; 1)$. Gọi A' là hình chiếu của A lên trục Oy . Tính độ dài đoạn OA' .

- A. $OA' = -1$. B. $OA' = \sqrt{10}$. C. $OA' = \sqrt{11}$. D. $OA' = 1$.

Lời giải

Chọn D.

Vì A' là hình chiếu của A lên trục Oy nên $A'(0; -1; 0) \Rightarrow OA' = 1$.

Câu 42: [1D5-3] Cho hàm số $y = x^3 - mx^2 - mx + 2m - 3$ có đồ thị là (C) , với m là tham số thực. Gọi T là tập tất cả các giá trị nguyên của m để mọi đường thẳng tiếp xúc với (C) đều có hệ số góc dương. Tính tổng các phần tử của T .

- A. 3. B. 6. C. -6. D. -3.

Lời giải

Chọn D.

Ta có: $y' = 3x^2 - 2mx - m$. Gọi $M(x_0; y_0) \in (C)$ suy ra hệ số góc của tiếp tuyến của (C) tại

$$M \text{ có hệ số góc là } k = y'(x_0) = 3x_0^2 - 2mx_0 - m = 3\left(x_0 - \frac{m}{3}\right)^2 - \left(\frac{m^2}{3} + m\right) \geq -\left(\frac{m^2 + 3m}{3}\right).$$

Để mọi đường thẳng tiếp xúc với (C) đều có hệ số góc dương thì :

$$-\left(\frac{m^2 + 3m}{3}\right) > 0 \Leftrightarrow \left(\frac{m^2 + 3m}{3}\right) < 0 \Leftrightarrow -3 < m < 0.$$

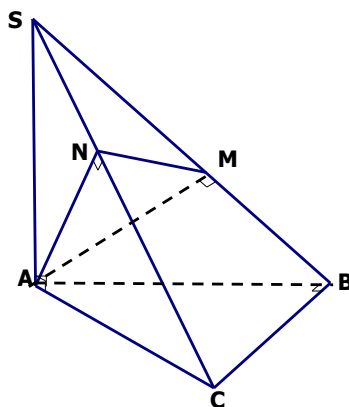
$\Rightarrow$ Tập các giá trị nguyên của m là: $T = \{-2; -1\}$. Vậy tổng các phần tử của T là: -3.

Câu 43: [1H3-2] Cho tứ diện $S.ABC$ có đáy ABC là tam giác vuông tại B và SA vuông góc với mặt phẳng (ABC) . Gọi M, N lần lượt là hình chiếu vuông góc của A trên cạnh SB và SC . Khẳng định nào sau đây sai ?

- A. $AM \perp SC$. B. $AM \perp MN$. C. $AN \perp SB$. D. $SA \perp BC$.

Lời giải

Chọn C.



Ta có: $SA \perp (ABC) \Rightarrow SA \perp BC$ mà $BC \perp AB \Rightarrow BC \perp (SAB)$, $AM \subset (SAB) \Rightarrow BC \perp AM$.

Vậy $\begin{cases} AM \perp SB \\ AM \perp BC \end{cases} \Rightarrow AM \perp (SBC) \Rightarrow AM \perp SC \Rightarrow$ Đáp án **A** đúng.

Vì $\begin{cases} AM \perp (SBC) \\ MN \subset (SBC) \end{cases} \Rightarrow AM \perp MN \Rightarrow$ Đáp án **B** đúng.

$SA \perp (ABC) \Rightarrow SA \perp BC \Rightarrow$ Đáp án **D** đúng.

Vậy **C** sai.

Câu 44: [2D3-3] Cho hàm số $y = f(x)$ có đạo hàm và liên tục trên $\left[0; \frac{\pi}{4}\right]$ thỏa mãn $f\left(\frac{\pi}{4}\right) = 3$,

$\int_0^{\frac{\pi}{4}} \frac{f(x)}{\cos x} dx = 1$ và $\int_0^{\frac{\pi}{4}} [\sin x \cdot \tan x \cdot f(x)] dx = 2$. Tích phân $\int_0^{\frac{\pi}{4}} \sin x \cdot f'(x) dx$ bằng:

- A. 4. B. $\frac{2+3\sqrt{2}}{2}$. C. $\frac{1+3\sqrt{2}}{2}$. D. 6.

Lời giải

Chọn B.

Ta có: $I = \int_0^{\frac{\pi}{4}} \sin x \cdot f'(x) dx$. Đặt $\begin{cases} u = \sin x \\ dv = f'(x) dx \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} du = \cos x dx \\ v = f(x) \end{cases}$.

$$I = \sin x \cdot f(x) \Big|_0^{\frac{\pi}{4}} - \int_0^{\frac{\pi}{4}} \cos x \cdot f(x) dx = \frac{3\sqrt{2}}{2} - I_1.$$

$$2 = \int_0^{\frac{\pi}{4}} [\sin x \cdot \tan x \cdot f(x)] dx = \int_0^{\frac{\pi}{4}} \left[\sin^2 x \cdot \frac{f(x)}{\cos x} \right] dx = \int_0^{\frac{\pi}{4}} \left[(1 - \cos^2 x) \cdot \frac{f(x)}{\cos x} \right] dx.$$

$$= \int_0^{\frac{\pi}{4}} \left[\frac{f(x)}{\cos x} \right] dx - \int_0^{\frac{\pi}{4}} \cos x \cdot f(x) dx = 1 - I_1.$$

$$\Rightarrow I_1 = -1 \Rightarrow I = \frac{3\sqrt{2}}{2} + 1 = \frac{3\sqrt{2} + 2}{2}.$$

Câu 45: [2D1-4] Cho hai số thực x, y thỏa mãn: $2y^3 + 7y + 2x\sqrt{1-x} = 3\sqrt{1-x} + 3(2y^2 + 1)$. Tìm giá trị lớn nhất của biểu thức $P = x + 2y$.

- A. $P = 10$ B. $P = 4$. C. $P = 6$. D. $P = 8$.

Lời giải

Chọn B.

$$2y^3 + 7y + 2x\sqrt{1-x} = 3\sqrt{1-x} + 3(2y^2 + 1).$$

$$\Leftrightarrow 2(y^3 - 3y^2 + 3y - 1) + (y - 1) = 2(1 - x)\sqrt{1-x} + 3\sqrt{1-x} - 2\sqrt{1-x}.$$

$$\Leftrightarrow 2(y - 1)^3 + (y - 1) = 2(\sqrt{1-x})^3 + \sqrt{1-x} \quad (1).$$

Xét hàm số $f(t) = 2t^3 + t$ trên $[0; +\infty)$.

Ta có: $f'(t) = 6t^2 + 1 > 0$ với $\forall t \geq 0 \Rightarrow f(t)$ luôn đồng biến trên $[0; +\infty)$.

$$\text{Vậy } (1) \Leftrightarrow y-1 = \sqrt{1-x} \Leftrightarrow y = 1 + \sqrt{1-x}.$$

$$\Rightarrow P = x + 2y = x + 2 + 2\sqrt{1-x} \text{ với } (x \leq 1).$$

Xét hàm số $g(x) = 2 + x + 2\sqrt{1-x}$ trên $(-\infty; 1]$.

$$\text{Ta có: } g'(x) = 1 - \frac{1}{\sqrt{1-x}} = \frac{\sqrt{1-x} - 1}{\sqrt{1-x}}. \quad g'(x) = 0 \Rightarrow x = 0.$$

Bảng biến thiên $g(x)$:

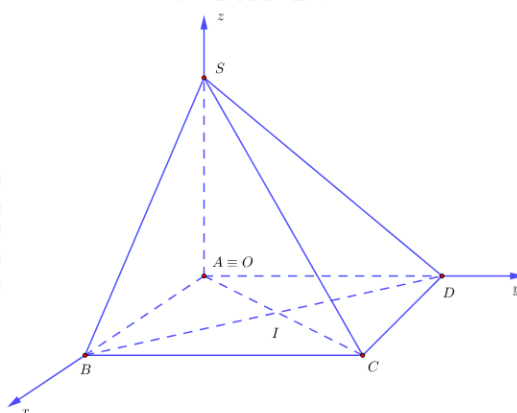
x	$-\infty$	0	1
$g'(x)$		0	
$g(x)$		4	

Từ bảng biến thiên của hàm số $g(x)$ suy ra giá trị lớn nhất của P là: $\max_{(-\infty; 1]} g(x) = 4$.

- Câu 46:** [2H3-3] Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình vuông có độ dài đường chéo bằng $a\sqrt{2}$ và SA vuông góc với mặt phẳng $(ABCD)$. Gọi α là góc giữa hai mặt phẳng (SBD) và $(ABCD)$. Nếu $\tan \alpha = \sqrt{2}$ thì góc giữa hai mặt phẳng (SAC) và (SBC) bằng
- A. 30° . B. 60° . C. 45° . D. 90° .

Lời giải

Chọn B.



Gọi $I = AC \cap BD$.

Hình vuông $ABCD$ có độ dài đường chéo bằng $a\sqrt{2}$ suy ra hình vuông đó có cạnh bằng a .

$$\text{Ta có } \begin{cases} (SBD) \cap (ABCD) = BD \\ SI \perp BD \\ AI \perp BD \end{cases} \Rightarrow ((SBD); (ABCD)) = (SI; AI) = SIA.$$

$$\text{Ta có } \tan \alpha = \tan SIA = \frac{SA}{AI} \Leftrightarrow SA = a.$$

Chọn hệ trục tọa độ $Oxyz$ như hình vẽ. Ta có

$$A(0;0;0), B(a;0;0), C(a;a;0), S(0;0;a).$$

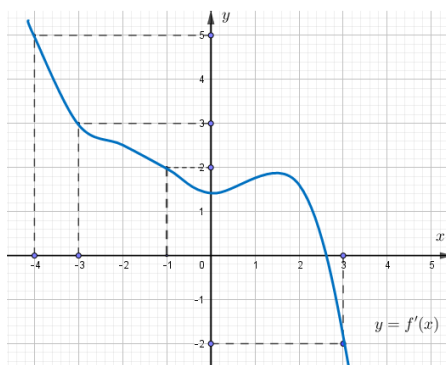
$$\text{Khi đó } \overrightarrow{SA} = (0;0;-a); \overrightarrow{SC} = (a;a;-a); \overrightarrow{SB} = (a;0;-a).$$

Mặt phẳng (SAC) có vectơ pháp tuyến $\vec{n}_1 = (-1;1;0)$.

Mặt phẳng (SBC) có vector pháp tuyến $\vec{n}_2 = (1; 0; 1)$.

$$\text{Suy ra } \cos((SAC); (SBC)) = \frac{|\vec{n}_1 \cdot \vec{n}_2|}{|\vec{n}_1| \cdot |\vec{n}_2|} = \frac{1}{\sqrt{2} \cdot \sqrt{2}} = \frac{1}{2} \Rightarrow ((SAC); (SBC)) = 60^\circ.$$

Câu 47: [2D1-3] Cho hàm số $f(x)$. Biết hàm số $y = f'(x)$ có đồ thị như hình bên. Trên đoạn $[-4; 3]$, hàm số $g(x) = 2f(x) + (1-x)^2$ đạt giá trị nhỏ nhất tại điểm



A. $x_0 = -4$.

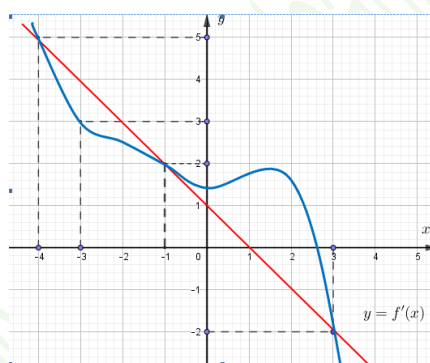
B. $x_0 = -1$.

C. $x_0 = 3$.

D. $x_0 = -3$.

Lời giải

Chọn B.



Ta có

$$g'(x) = 2f'(x) - 2(1-x).$$

$$g'(x) = 0 \Leftrightarrow 2f'(x) - 2(1-x) = 0 \Leftrightarrow f'(x) = 1-x.$$

$$\text{Dựa vào hình vẽ ta có: } g'(x) = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = -4 \\ x = -1 \\ x = 3 \end{cases}$$

Và ta có bảng biến thiên

x	-4	-1	3
g'		$-$	$+$
g		$\searrow$	$\nearrow$

Suy ra hàm số $g(x) = 2f(x) + (1-x)^2$ đạt giá trị nhỏ nhất tại điểm $x_0 = -1$.

Câu 48: [1D4-2] Tìm giá trị của tham số m để hàm số $f(x) = \begin{cases} \frac{\sqrt{3x+1}-2}{x-1} & \text{khi } x \neq 1 \\ m & \text{khi } x = 1 \end{cases}$ liên tục tại điểm

$x_0 = 1$.

A. $m = 3$.

B. $m = 1$.

C. $m = \frac{3}{4}$.

D. $m = \frac{1}{2}$.

Lời giải

Chọn C.

Ta có $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{\sqrt{3x+1}-2}{x-1} = \lim_{x \rightarrow 1} \frac{3x+1-2^2}{(x-1)(\sqrt{3x+1}+2)} = \lim_{x \rightarrow 1} \frac{3}{\sqrt{3x+1}+2} = \frac{3}{4}$.

Với $f(1) = m$ ta suy ra hàm số liên tục tại $x = 1$ khi $m = \frac{3}{4}$.

Câu 49: [2H3-1] Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, cho mặt phẳng $(P): 2x + y - 1 = 0$. Mặt phẳng (P) có một vector pháp tuyến là

A. $\vec{n} = (-2; -1; 1)$.

B. $\vec{n} = (2; 1; -1)$.

C. $\vec{n} = (1; 2; 0)$.

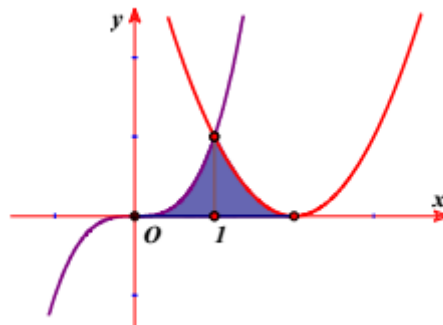
D. $\vec{n} = (2; 1; 0)$.

Lời giải

Chọn D.

Mặt phẳng $(P): 2x + y - 1 = 0$ có một vector pháp tuyến là $\vec{n} = (2; 1; 0)$.

Câu 50: [2D3-2] Cho hình (H) là hình phẳng giới hạn bởi parabol $y = x^2 - 4x + 4$, đường cong $y = x^3$ và trục hoành (phần tô đậm trong hình vẽ). Tính diện tích S của hình (H) .



A. $S = \frac{11}{2}$.

B. $S = \frac{7}{12}$.

C. $S = \frac{20}{3}$.

D. $S = -\frac{11}{2}$.

Lời giải

Chọn B.

Parabol $y = x^2 - 4x + 4$ có đỉnh $I(2; 0)$.

Phương trình hoành độ giao điểm của $y = x^2 - 4x + 4$ và $y = x^3$ là $x^3 - x^2 + 4x - 4 = 0 \Leftrightarrow x = 1$.

Ta có $S = \int_0^1 x^3 dx + \int_1^2 (x^2 - 4x + 4) dx = \frac{7}{12}$.