

Họ và tên thí sinh:.....SBD:.....

Mã đề thi 132

Câu 1: [2H1-1] Với α là số thực bất kỳ, mệnh đề nào sau đây **sai**?

- A. $(10^\alpha)^2 = 100^\alpha$. B. $\sqrt{10^\alpha} = (\sqrt{10})^\alpha$. C. $\sqrt{10^\alpha} = 10^{\frac{\alpha}{2}}$. D. $(10^\alpha)^2 = 10^{\alpha^2}$.

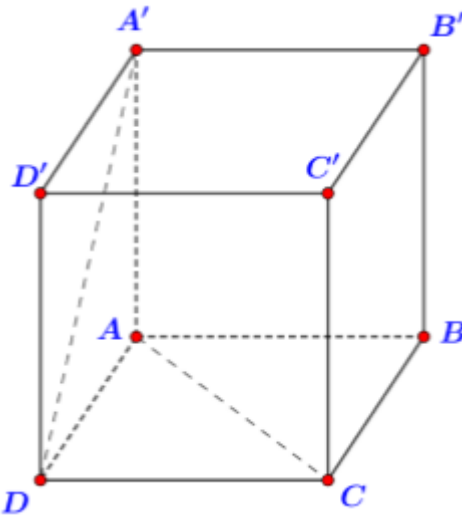
Câu 2: [1D4-1] Giới hạn $\lim_{x \rightarrow -2} \frac{x+1}{(x+2)^2}$ bằng

- A. $-\infty$. B. $\frac{3}{16}$. C. 0. D. $+\infty$.

Câu 3: [2D3-1] Thể tích khối tròn xoay tạo thành khi quay hình phẳng giới hạn bởi các đường $y = xe^x$, $y = 0$, $x = 0$, $x = 1$ xung quanh trục Ox là:

- A. $V = \int_0^1 x^2 e^{2x} dx$. B. $V = \pi \int_0^1 x e^x dx$. C. $V = \pi \int_0^1 x^2 e^{2x} dx$. D. $V = \pi \int_0^1 x^2 e^x dx$.

Câu 4: [1H3-1] Cho hình lập phương $ABCD.A'B'C'D'$ (hình vẽ bên dưới). Góc giữa hai đường thẳng AC và $A'D$ bằng:

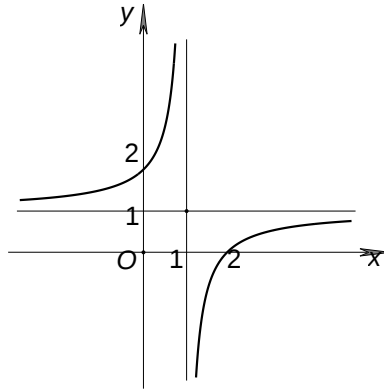


- A. 45° . B. 30° . C. 60° . D. 90° .

Câu 5: [1D2-2] Số cách sắp xếp 6 học sinh ngồi vào 6 trong 10 ghế trên một hàng ngang là:

- A. 6^{10} . B. $6!$. C. A_{10}^6 . D. C_{10}^6 .

Câu 6: [2D1-2] Đường cong trong hình vẽ bên là đồ thị của một trong bốn hàm số sau. Hỏi đó là đồ thị của hàm số nào?



A. $y = \frac{x-2}{x+1}$.

B. $y = \frac{x-2}{x-1}$.

C. $y = \frac{x+2}{x-2}$.

D. $y = \frac{x+2}{x-1}$.

Câu 7: [2D1-1] Cho hàm số $y = f(x)$ có bảng biến thiên như hình vẽ bên. Hàm số $y = f(x)$ nghịch biến trên khoảng nào trong các khoảng sau đây?

x	$-\infty$	-1	0	1	$+\infty$	
y'		$+$	0	$-$	0	$+$
y						

Arrows in the original image indicate: from $-\infty$ to -1 , y increases from $-\infty$ to $+\infty$; from -1 to 0 , y decreases from $+\infty$ to $-\infty$; from 0 to 1 , y increases from $-\infty$ to $+\infty$; from 1 to $+\infty$, y decreases from $+\infty$ to $-\infty$.

A. $(-1; 0)$.

B. $(-1; 1)$.

C. $(-\infty; -1)$.

D. $(0; +\infty)$.

Câu 8: [2H3-2] Trong không gian $Oxyz$, đường thẳng $d: \frac{x-3}{1} = \frac{y+2}{-1} = \frac{z-4}{2}$ cắt mặt phẳng (Oxy) tại điểm có tọa độ là

A. $(-3; 2; 0)$.

B. $(3; -2; 0)$.

C. $(-1; 0; 0)$.

D. $(1; 0; 0)$.

Câu 9: [2D1-2] Đồ thị của hàm số nào sau đây có tiệm cận ngang?

A. $y = \frac{x^2 - x + 1}{x}$.

B. $y = x + \sqrt{1 - x^2}$.

C. $y = x^2 + x + 1$.

D. $y = x + \sqrt{x^2 + 1}$.

Câu 10: [2D2-1] Tập nghiệm của bất phương trình $2^{\sqrt{x}} < 2$ là

A. $[0; 1)$.

B. $(-\infty; 1)$.

C. $(0; 1)$.

D. $(1; +\infty)$.

Câu 11: [2H3-1] Trong không gian $Oxyz$, điểm $M(3; 4; -2)$ thuộc mặt phẳng nào trong các mặt phẳng sau?

A. $(R): x + y - 7 = 0$.

B. $(S): x + y + z + 5 = 0$.

C. $(Q): x - 1 = 0$.

D. $(P): z - 2 = 0$.

Câu 12: [2H3-1] Trong không gian $Oxyz$, cho $\vec{a}(-3; 2; 1)$ và điểm $A(4; 6; -3)$. Tìm tọa độ điểm B thỏa mãn $\overrightarrow{AB} = \vec{a}$.

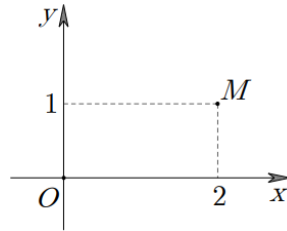
A. $(7; 4; -4)$.

B. $(1; 8; -2)$.

C. $(-7; -4; 4)$.

D. $(-1; -8; 2)$.

Câu 13: [2D4-1] Trong hình vẽ bên, điểm M biểu diễn số phức z . Số phức $\bar{z}$ là



A. $2-i$.

B. $1+2i$.

C. $1-2i$.

D. $2+i$.

Câu 14: [2D1-1] Cho hàm số $y = f(x)$ có tập xác định $(-\infty; 4]$ và có bảng biến thiên như hình vẽ bên. Số điểm cực trị của hàm số đã cho là

x	$-\infty$	1	2	3	4		
y'		+	0	-	+	0	-
y							

A. 3.

B. 2.

C. 4.

D. 5.

Câu 15: [2D3-1] Tất cả nguyên hàm của hàm số $f(x) = \frac{1}{2x+3}$ là

A. $\frac{1}{2} \ln(2x+3) + C$.

B. $\frac{1}{2} \ln|2x+3| + C$.

C. $\ln|2x+3| + C$.

D. $\frac{1}{\ln 2} \ln|2x+3| + C$.

Câu 16: [1H3-2] Cho hình chóp tam giác đều $S.ABC$ có $SA = 2a$, $AB = 3a$. Khoảng cách từ S đến mặt phẳng (ABC) bằng

A. $\frac{a\sqrt{7}}{2}$.

B. a .

C. $\frac{a}{2}$.

D. $\frac{a\sqrt{3}}{2}$.

Câu 17: [2D3-2] Tích phân $\int_0^1 x(x^2+3)dx$ bằng

A. 2.

B. 1.

C. $\frac{4}{7}$.

D. $\frac{7}{4}$.

Câu 18: [2H3-2] Trong không gian $Oxyz$, mặt phẳng $(P): 2x+6y+z-3=0$ cắt trục Oz và đường thẳng $d: \frac{x-5}{1} = \frac{y}{2} = \frac{z-6}{-1}$ lần lượt tại A , B . Phương trình mặt cầu đường kính AB là:

A. $(x+2)^2 + (y-1)^2 + (z+5)^2 = 36$.

B. $(x-2)^2 + (y+1)^2 + (z-5)^2 = 9$.

C. $(x+2)^2 + (y-1)^2 + (z+5)^2 = 9$.

D. $(x-2)^2 + (y+1)^2 + (z-5)^2 = 36$.

Câu 19: [2D4-2] Phương trình bậc hai nào sau đây có nghiệm $1+2i$?

A. $z^2 - 2z + 3 = 0$.

B. $z^2 + 2z + 5 = 0$.

C. $z^2 - 2z + 5 = 0$.

D. $z^2 + 2z + 3 = 0$.

Câu 20: [2H2-2] Cho hình nón có góc ở đỉnh bằng 60° , bán kính đáy bằng a . Diện tích xung quanh của hình nón bằng

A. $2\pi a^2$.

B. πa^2 .

C. $\pi a^2 \sqrt{3}$.

D. $4\pi a^2$.

Câu 21: [2D3-2] Cho biết $F(x) = \frac{1}{3}x^3 + 2x - \frac{1}{x}$ là một nguyên hàm của $f(x) = \frac{(x^2 + a)^2}{x^2}$. Tìm nguyên hàm của $g(x) = x \cos ax$.

A. $x \sin x - \cos x + C$. B. $\frac{1}{2}x \sin 2x - \frac{1}{4} \cos 2x + C$.

C. $x \sin x + \cos x + C$. D. $\frac{1}{2}x \sin 2x + \frac{1}{4} \cos 2x + C$.

Câu 22: [2H1-2] Cho khối chóp $S.ABCD$ có thể tích V . Các điểm A' , B' , C' tương ứng là trung điểm các cạnh SA , SB , SC . Thể tích khối chóp $S.A'B'C'$ bằng

A. $\frac{V}{8}$.

B. $\frac{V}{4}$.

C. $\frac{V}{2}$.

D. $\frac{V}{16}$.

Câu 23: [2D2-2] Giá trị nhỏ nhất của hàm số $y = xe^x$ trên $[-2; 0]$ bằng:

A. 0.

B. $-\frac{2}{e^2}$.

C. $-e$.

D. $-\frac{1}{e}$.

Câu 24: [2D2-2] Tập xác định của hàm số $y = \sqrt{1 + \log_2 x} + \sqrt[3]{\log_2(1-x)}$ là:

A. $(0; 1)$.

B. $\left[\frac{1}{2}; 1\right)$.

C. $\left(\frac{1}{2}; +\infty\right)$.

D. $\left(\frac{1}{2}; 1\right)$.

Câu 25: [2D1-3] Cho hàm số có bảng biến thiên như hình vẽ.

x	$-\infty$	-2	3	$+\infty$	
y'	$+$	0	$-$	0	$+$
y	$-\infty$	4	-2	$+\infty$	

Số nghiệm của phương trình $|f(x-1)| = 2$ là:

A. 5.

B. 4.

C. 2.

D. 3.

Câu 26: [2D4-2] Có bao nhiêu số phức z thỏa mãn $(1+i)z + (2-i)\bar{z} = 13 + 2i$?

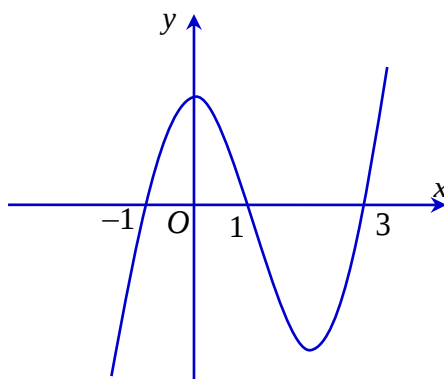
A. 4.

B. 3.

C. 2.

D. 1.

Câu 27: [2D1-2] Cho hàm số bậc bốn $y = f(x)$. Hàm số $y = f'(x)$ có đồ thị như hình vẽ bên. Số điểm cực đại của hàm số $y = f(\sqrt{x^2 + 2x + 2})$ là:



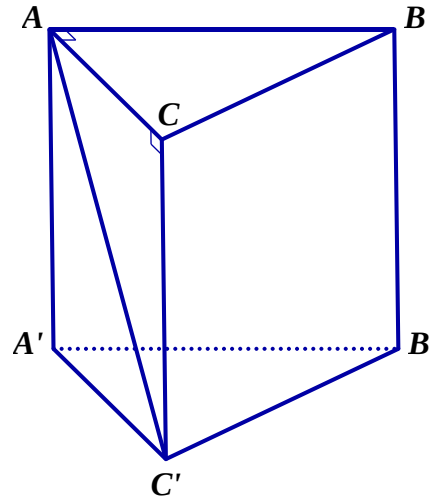
A. 1.

B. 2.

C. 4.

D. 3.

Câu 28: [2H1-2] Cho hình lăng trụ đứng $ABC.A'B'C'$ có đáy ABC là tam giác vuông tại A , $AB = a\sqrt{3}$, $BC = 2a$, đường thẳng AC' tạo với mặt phẳng $(BCC'B')$ một góc 30° (tham khảo hình vẽ bên). Diện tích của mặt cầu ngoại tiếp hình lăng trụ đã cho bằng:



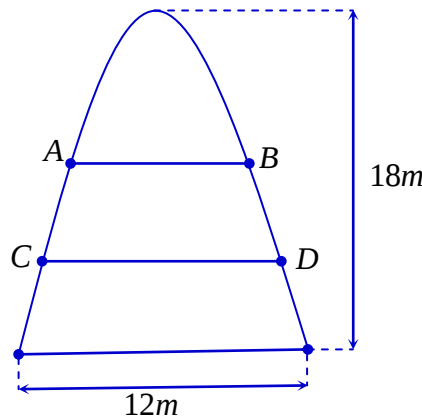
A. $24\pi a^2$.

B. $6\pi a^2$.

C. $4\pi a^2$.

D. $3\pi a^2$.

Câu 29: [2D3-3] Một cổng chào có dạng hình Parabol chiều cao $18m$, chiều rộng chân đế $12m$. Người ta căng hai sợi dây trang trí AB , CD nằm ngang đồng thời chia hình giới hạn bởi Parabol và mặt đất thành ba phần có diện tích bằng nhau (xem hình vẽ bên). Tỉ số $\frac{AB}{CD}$ bằng:



A. $\frac{1}{\sqrt{2}}$.

B. $\frac{4}{5}$.

C. $\frac{1}{\sqrt[3]{2}}$.

D. $\frac{3}{1+2\sqrt{2}}$.

Câu 30: [2D1-2] Số giá trị nguyên của $m < 10$ để hàm số $y = \ln(x^2 + mx + 1)$ đồng biến trên $(0; +\infty)$ là

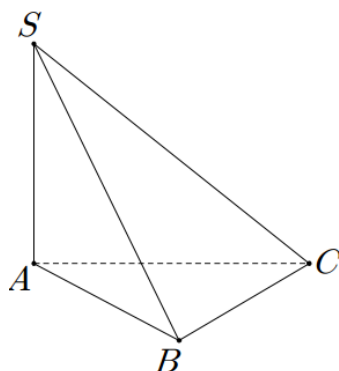
A. 10.

B. 11.

C. 8.

D. 9.

Câu 31: [1H3-3] Cho hình chóp $S.ABC$ có đáy là tam giác vuông cân tại B , $AB = a$. Cạnh bên SA vuông góc với mặt phẳng đáy, góc tạo bởi hai mặt phẳng (ABC) và (SBC) bằng 60° (tham khảo hình vẽ bên). Khoảng cách giữa hai đường thẳng AB và SC bằng



- A. a . B. $\frac{a\sqrt{3}}{3}$. C. $\frac{a\sqrt{2}}{2}$. D. $\frac{a\sqrt{3}}{2}$.

Câu 32: [2D1-2] Cho hàm số $y = ax^3 + cx + d$ ($a \neq 0$) có $\min_{(-\infty; 0)} f(x) = f(-2)$. Giá trị lớn nhất của hàm số $y = f(x)$ trên đoạn $[1; 3]$ bằng

- A. $8a + d$. B. $d - 16a$. C. $d - 11a$. D. $2a + d$.

Câu 33: [1D2-2] Đầu tiết học, cô giáo kiểm tra bài cũ bằng cách gọi lần lượt từng người từ đầu danh sách lớp lên bảng trả lời câu hỏi. Biết rằng học sinh đầu tiên trong danh sách lớp là An, Bình, Cường với xác suất thuộc bài lần lượt là 0,9; 0,7 và 0,8. Cô giáo sẽ dừng kiểm tra sau khi đã có 2 học sinh thuộc bài. Tính xác suất cô giáo chỉ kiểm tra bài cũ đúng 3 bạn trên.

- A. 0,504. B. 0,216. C. 0,056. D. 0,272.

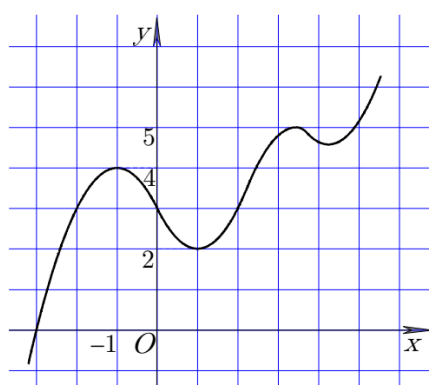
Câu 34: [2D2-3] Sau một tháng thi công công trình xây dựng Nhà học thể dục của Trường X đã thực hiện được một khối lượng công việc. Nếu tiếp tục với tiến độ như vậy thì dự kiến sau đúng 23 tháng nữa công trình sẽ hoàn thành. Để sớm hoàn thành công trình và kịp thời đưa vào sử dụng, công ty xây dựng quyết định từ tháng thứ 2, mỗi tháng tăng 4% khối lượng công việc so với tháng kể trước. Hỏi công trình sẽ hoàn thành ở tháng thứ mấy sau khi khởi công?

- A. 19. B. 18. C. 17. D. 20.

Câu 35: [2D3-3] Cho hàm số $y = f(x)$ có đạo hàm liên tục trên $[1; 2]$ thỏa mãn $f(1) = 4$ và $f(x) = xf'(x) - 2x^3 - 3x^2$. Tính $f(2)$

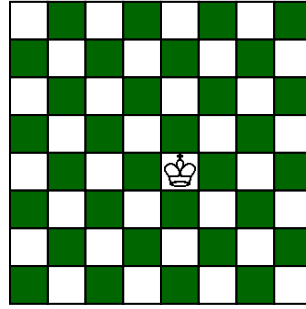
- A. 5. B. 20. C. 10. D. 15.

Câu 36: [2D1-3] Cho hàm số $y = f(x)$ có đồ thị như hình vẽ bên. Tìm số giá trị nguyên của m để phương trình $f(x^2 - 2x) = m$ có đúng 4 nghiệm thực phân biệt thuộc đoạn $\left[-\frac{3}{2}; \frac{7}{2}\right]$.



- A. 1. B. 4. C. 2. D. 3.

Câu 37: [1D2-2] Một quân vua được đặt trên một ô giữa bàn cờ vua. Mỗi bước di chuyển, quân vua được chuyển sang một ô khác chung cạnh hoặc chung đỉnh với ô đang đứng (xem hình minh họa). Bạn An di chuyển quân vua ngẫu nhiên 3 bước. Tính xác suất sau 3 bước quân vua trở về ô xuất phát.



A. $\frac{1}{16}$.

B. $\frac{1}{32}$.

C. $\frac{3}{32}$.

D. $\frac{3}{64}$.

Câu 38: [2D2-3] Cho hàm số $f(x) = \ln\left(1 - \frac{1}{x^2}\right)$. Biết rằng

$f(2) + f(3) + \dots + f(2018) = \ln a - \ln b + \ln c - \ln d$ với a, b, c, d là các số nguyên dương, trong đó a, c, d là các số nguyên tố và $a < b < c < d$. Tính $P = a + b + c + d$.

A. 1986.

B. 1698.

C. 1689.

D. 1968.

Câu 39: [2H3-4] Trong không gian $Oxyz$, cho hai điểm $A(-1; 3; -2)$, $B(-3; 7; -18)$ và mặt phẳng $(P): 2x - y + z + 1 = 0$. Điểm $M(a, b, c)$ thuộc (P) sao cho mặt phẳng (ABM) vuông góc với (P) và $MA^2 + MB^2 = 246$. Tính $S = a + b + c$.

A. 0.

B. -1.

C. 10.

D. 13.

Câu 40: [2D1-3] Cho hàm số $y = -x^3 + mx^2 + mx + 1$ có đồ thị (C) . Có bao nhiêu giá trị của m để tiếp tuyến có hệ số góc lớn nhất của (C) đi qua gốc tọa độ O ?

A. 2.

B. 1.

C. 3.

D. 4.

Câu 41: [2D2-3] Cho phương trình $\log_2(x - \sqrt{x^2 - 1}) \cdot \log_5(x - \sqrt{x^2 - 1}) = \log_m(x + \sqrt{x^2 - 1})$. Có bao nhiêu giá trị nguyên dương khác 1 của m sao cho phương trình đã cho có nghiệm x lớn hơn 2?

A. Vô số.

B. 3.

C. 2.

D. 1.

Câu 42: [2D4-4] Trong các số phức z thỏa mãn $|z^2 + 1| = 2|z|$ gọi z_1 và z_2 lần lượt là các số phức có môđun nhỏ nhất và lớn nhất. Khi đó môđun của số phức $w = z_1 + z_2$ là

A. $|w| = 2\sqrt{2}$.

B. $|w| = 2$.

C. $|w| = \sqrt{2}$.

D. $|w| = 1 + \sqrt{2}$.

Câu 43: [1D2-3] Cho khai triển $(1 + 2x)^n = a_0 + a_1x + a_2x^2 + \dots + a_nx^n$, $n \geq 1$. Tìm số giá trị nguyên của n với $n \leq 2018$ sao cho tồn tại k ($0 \leq k \leq n - 1$) thỏa mãn $a_k = a_{k+1}$.

A. 2018.

B. 673.

C. 672.

D. 2017.

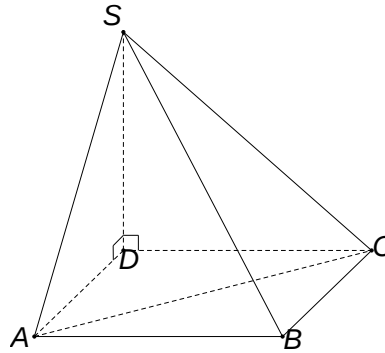
Câu 44: [2H3-4] Trong không gian $Oxyz$, cho tam giác ABC có $A(2;3;3)$, phương trình đường trung tuyến kẻ từ B là $\frac{x-3}{-1} = \frac{y-3}{2} = \frac{z-2}{-1}$, phương trình đường phân giác trong của góc C là $\frac{x-2}{2} = \frac{y-4}{-1} = \frac{z-2}{-1}$. Đường thẳng AB có một véc-tơ chỉ phương là

- A. $\vec{u}_3(2;1;-1)$. B. $\vec{u}_2(1;-1;0)$. C. $\vec{u}_4(0;1;-1)$. D. $\vec{u}_1(1;2;1)$.

Câu 45: [2H3-3] Trong không gian $Oxyz$, cho đường thẳng $d: \frac{x+2}{4} = \frac{y-1}{-4} = \frac{z+2}{3}$ và mặt phẳng $(P): 2x - y + 2z + 1 = 0$. Đường thẳng Δ đi qua $E(-2;1;-2)$, song song với (P) đồng thời tạo với d góc bé nhất. Biết rằng Δ có một véc-tơ chỉ phương $\vec{u} = (m; n; 1)$. Tính $T = m^2 - n^2$.

- A. $T = -5$. B. $T = 4$. C. $T = 3$. D. $T = -4$.

Câu 46: [1H3-3] Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình bình hành, $AB = 2a$, $BC = a$, $\angle ABC = 120^\circ$. Cạnh bên $SD = a\sqrt{3}$ và SD vuông góc với mặt phẳng đáy (tham khảo hình vẽ bên). Tính $\sin$ của góc tạo bởi SB và mặt phẳng (SAC)



- A. $\frac{3}{4}$. B. $\frac{\sqrt{3}}{4}$. C. $\frac{1}{4}$. D. $\frac{\sqrt{3}}{7}$.

Câu 47: [2H3-3] Trong không gian $Oxyz$, cho các điểm A, B, C (không trùng O) lần lượt thay đổi trên các trục Ox, Oy, Oz và luôn thỏa mãn điều kiện: tỉ số giữa diện tích của tam giác ABC và thể tích khối tứ diện $OABC$ bằng $\frac{3}{2}$. Biết rằng mặt phẳng (ABC) luôn tiếp xúc với một mặt cầu cố định, bán kính của mặt cầu đó bằng

- A. 3. B. 2. C. 4. D. 1.

Câu 48: [2D3-4] Cho hàm số $y = f(x)$ liên tục trên $[0; 1]$ thỏa mãn $\int_0^1 xf(x)dx = 0$ và $\max_{[0;1]} |f(x)| = 1$.

Tích phân $I = \int_0^1 e^x f(x)dx$ thuộc khoảng nào trong các khoảng sau đây?

- A. $\left(-\infty; -\frac{5}{4}\right)$. B. $\left(\frac{3}{2}; e-1\right)$. C. $\left(-\frac{5}{4}; \frac{3}{2}\right)$. D. $(e-1; +\infty)$.

Câu 49: [2D1-4] Cho hàm số $f(x) = |x^4 - 4x^3 + 4x^2 + a|$. Gọi M, m lần lượt là giá trị lớn nhất, giá trị nhỏ nhất của hàm số đã cho trên đoạn $[0; 2]$. Có bao nhiêu số nguyên a thuộc đoạn $[-3; 3]$ sao cho $M \leq 2m$?

- A. 3. B. 7. C. 6. **D. 5.**

Câu 50: [2H1-3] Cho hình chóp $S.ABC$ có mặt phẳng (SAC) vuông góc với mặt phẳng (ABC) , SAB là tam giác đều cạnh $a\sqrt{3}$, $BC = a\sqrt{3}$ đường thẳng SC tạo với mặt phẳng (ABC) góc 60° . Thể tích của khối chóp $S.ABC$ bằng

- A. $\frac{a^3\sqrt{3}}{3}$. B. $\frac{a^3\sqrt{6}}{2}$. **C. $\frac{a^3\sqrt{6}}{6}$.** D. $2a^3\sqrt{6}$.

-----HẾT-----

BẢNG ĐÁP ÁN

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20	21	22	23	24	25
D	A	C	C	C	B	A	D	D	A	A	B	A	A	B	B	D	B	C	A	C	A	B	B	A
26	27	28	29	30	31	32	33	34	35	36	37	38	39	40	41	42	43	44	45	46	47	48	49	50
D	A	B	C	A	D	B	D	B	B	C	D	C	B	B	D	AB	B	C	D	C	B	C	D	C

HƯỚNG DẪN GIẢI

Câu 1: [2H1-1] Với α là số thực bất kỳ, mệnh đề nào sau đây sai?

- A. $(10^\alpha)^2 = 100^\alpha$. B. $\sqrt{10^\alpha} = (\sqrt{10})^\alpha$. C. $\sqrt{10^\alpha} = 10^{\frac{\alpha}{2}}$. **D. $(10^\alpha)^2 = 10^{\alpha^2}$.**

Lời giải

Chọn D.

Đáp án D sai do với mọi $a > 0$ và $m, n \in \mathbb{Q}$ ta có: $(a^m)^n = (a^n)^m = a^{m.n}$.

Khi đó $(10^\alpha)^2 = (10^2)^\alpha = 10^{2\alpha}$.

Câu 2: [1D4-1] Giới hạn $\lim_{x \rightarrow -2} \frac{x+1}{(x+2)^2}$ bằng

- A. $-\infty$.** B. $\frac{3}{16}$. C. 0. D. $+\infty$.

Lời giải

Chọn A.

Ta có: $\lim_{x \rightarrow -2} \frac{x+1}{(x+2)^2} = \lim_{x \rightarrow -2} \frac{1}{(x+2)^2} \cdot (x+1) = -\infty$.

Do $\lim_{x \rightarrow -2} \frac{1}{(x+2)^2} = +\infty$ và $\lim_{x \rightarrow -2} (x+1) = -1 < 0$.

Câu 3: [2D3-1] Thể tích khối tròn xoay tạo thành khi quay hình phẳng giới hạn bởi các đường $y = xe^x$, $y = 0$, $x = 0$, $x = 1$ xung quanh trục Ox là:

- A. $V = \int_0^1 x^2 e^{2x} dx$. B. $V = \pi \int_0^1 x e^x dx$. **C. $V = \pi \int_0^1 x^2 e^{2x} dx$.** D. $V = \pi \int_0^1 x^2 e^x dx$.

Lời giải

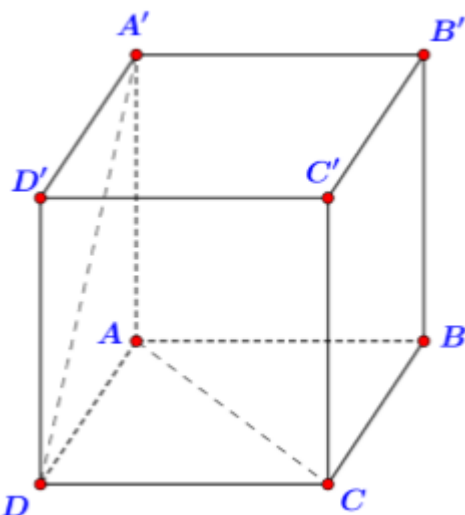
Chọn C.

Thể tích khối tròn xoay giới hạn bởi $y = f(x)$, $y = 0$, $x = a$, $x = b$ ($a < b$) xác định bởi:

$$V = \pi \int_a^b f^2(x) dx.$$

Vậy, $V = \pi \int_0^1 x^2 e^{2x} dx.$

Câu 4: [1H3-1] Cho hình lập phương $ABCD.A'B'C'D'$ (hình vẽ bên dưới). Góc giữa hai đường thẳng AC và $A'D$ bằng:



A. 45° .

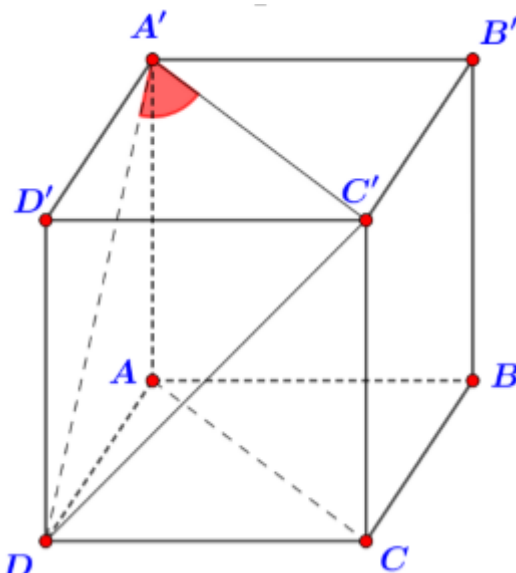
B. 30° .

C. 60° .

D. 90° .

Lời giải

Chọn C.



Ta có: $(AC, A'D) = (A'C', A'D) = \angle DA'C' = 60^\circ$.

Vì $A'D = A'C' = C'D$.

Câu 5: [1D2-2] Số cách sắp xếp 6 học sinh ngồi vào 6 ghế trong 10 ghế trên một hàng ngang là:

A. 6^{10} .

B. $6!$.

C. A_{10}^6 .

D. C_{10}^6 .

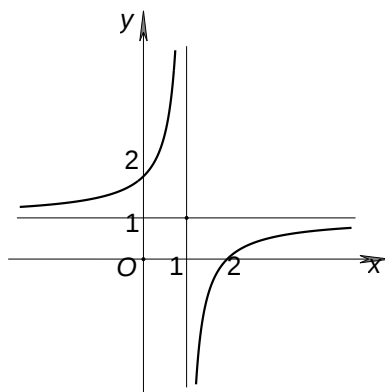
Lời giải

Chọn C.

Mỗi cách chọn 6 ghế từ 10 ghế sắp xếp 6 người là một chỉnh hợp chập 6 của 10 phần tử.

Vậy có A_{10}^6 cách chọn.

Câu 6: [2D1-2] Đường cong trong hình vẽ bên là đồ thị của một trong bốn hàm số sau. Hỏi đó là đồ thị của hàm số nào?



A. $y = \frac{x-2}{x+1}$.

B. $y = \frac{x-2}{x-1}$.

C. $y = \frac{x+2}{x-2}$.

D. $y = \frac{x+2}{x-1}$.

Lời giải

Chọn B.

* Đồ thị hàm số có TCD $x=1$ nên loại đáp án A và C.

* Đồ thị hàm số cắt trục Oy tại điểm $(0; 2)$ nên ta loại D.

Câu 7: [2D1-1] Cho hàm số $y = f(x)$ có bảng biến thiên như hình vẽ bên. Hàm số $y = f(x)$ nghịch biến trên khoảng nào trong các khoảng sau đây?

x	$-\infty$	-1	0	1	$+\infty$
y'		$+$	0	$-$	$+$
y					

Arrows in the original image indicate the behavior of the function: from $-\infty$ to -1 , the function increases from $-\infty$ to a local maximum; from -1 to 0 , it decreases from the local maximum to a local minimum; from 0 to 1 , it increases from the local minimum to a local maximum; from 1 to $+\infty$, it decreases from the local maximum to $-\infty$.

A. $(-1; 0)$.

B. $(-1; 1)$.

C. $(-\infty; -1)$.

D. $(0; +\infty)$.

Lời giải

Chọn A.

Trong khoảng $(-1; 0)$ đạo hàm $y' < 0$ nên hàm số nghịch biến trên khoảng $(-1; 0)$.

Câu 8: [2H3-2] Trong không gian $Oxyz$, đường thẳng $d: \frac{x-3}{1} = \frac{y+2}{-1} = \frac{z-4}{2}$ cắt mặt phẳng (Oxy) tại điểm có tọa độ là

A. $(-3; 2; 0)$.

B. $(3; -2; 0)$.

C. $(-1; 0; 0)$.

D. $(1; 0; 0)$.

Lời giải

Chọn D.

Phương trình tham số của đường thẳng d là: $(d): \begin{cases} x = 3+t \\ y = -2-t \\ z = 4+2t \end{cases}, (Oxy): z = 0.$

Tọa độ giao điểm của d và (Oxy) ứng với t thỏa mãn $4+2t=0 \Leftrightarrow t=-2 \Rightarrow \begin{cases} x = 1 \\ y = 0 \\ z = 0 \end{cases}$

Tọa độ giao điểm của d và (Oxy) là $(1; 0; 0)$.

Câu 9: [2D1-2] Đồ thị của hàm số nào sau đây có tiệm cận ngang?

- A. $y = \frac{x^2 - x + 1}{x}$. B. $y = x + \sqrt{1 - x^2}$. C. $y = x^2 + x + 1$. D. $y = x + \sqrt{x^2 + 1}$.

Lời giải

Chọn D.

* Xét hàm số $y = x + \sqrt{x^2 + 1}$ ta có: $\lim_{x \rightarrow -\infty} y = \lim_{x \rightarrow -\infty} (x + \sqrt{x^2 + 1}) = \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{-1}{x - \sqrt{x^2 + 1}} = 0$.

* Đồ thị hàm số nhận đường thẳng $y = 0$ làm tiệm cận ngang bên trái.

Câu 10: [2D2-1] Tập nghiệm của bất phương trình $2^{\sqrt{x}} < 2$ là

- A. $[0; 1)$. B. $(-\infty; 1)$. C. $(0; 1)$. D. $(1; +\infty)$.

Lời giải

Chọn A.

ĐKXD: $x \geq 0$.

BPT $2^{\sqrt{x}} < 2 \Leftrightarrow \sqrt{x} < 1 \Leftrightarrow x < 1$, kết hợp điều kiện ta được tập nghiệm của BPT là $[0; 1)$.

Câu 11: [2H3-1] Trong không gian $Oxyz$, điểm $M(3; 4; -2)$ thuộc mặt phẳng nào trong các mặt phẳng sau?

- A. $(R): x + y - 7 = 0$. B. $(S): x + y + z + 5 = 0$.
C. $(Q): x - 1 = 0$. D. $(P): z - 2 = 0$.

Lời giải

Chọn A.

Xét đáp án A ta thấy $3 + 4 - 7 = 0$ vậy M thuộc (R) .

Xét đáp án B ta thấy $3 + 4 - 2 + 5 = 10 \neq 0$ vậy M không thuộc (S) .

Xét đáp án C ta thấy $3 - 1 = 2 \neq 0$ vậy M không thuộc (Q) .

Xét đáp án D ta thấy $-2 - 2 = -4 \neq 0$ vậy M không thuộc (P) .

Câu 12: [2H3-1] Trong không gian $Oxyz$, cho $\vec{a}(-3; 2; 1)$ và điểm $A(4; 6; -3)$. Tìm tọa độ điểm B thỏa mãn $\overrightarrow{AB} = \vec{a}$.

- A. $(7; 4; -4)$. B. $(1; 8; -2)$. C. $(-7; -4; 4)$. D. $(-1; -8; 2)$.

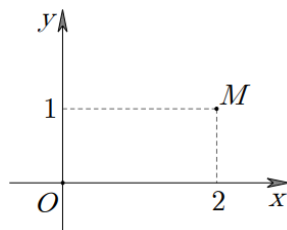
Lời giải

Chọn B.

Giả sử $B(a; b; c)$ khi đó $\overrightarrow{AB} = (a - 4; b - 6; c + 3)$.

$$\text{Khi đó } \overrightarrow{AB} = \vec{a} \Leftrightarrow \begin{cases} a - 4 = -3 \\ b - 6 = 2 \\ c + 3 = 1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a = 1 \\ b = 8 \\ c = -2 \end{cases} \Rightarrow B(1; 8; -2).$$

Câu 13: [2D4-1] Trong hình vẽ bên, điểm M biểu diễn số phức z . Số phức $\bar{z}$ là



A. $2-i$.

B. $1+2i$.

C. $1-2i$.

D. $2+i$.

Lời giải

Chọn A.

Dựa vào hình vẽ ta có $z = 2+i$, suy ra $\bar{z} = 2-i$.

Câu 14: [2D1-1] Cho hàm số $y = f(x)$ có tập xác định $(-\infty; 4]$ và có bảng biến thiên như hình vẽ bên. Số điểm cực trị của hàm số đã cho là

x	$-\infty$		1		2		3		4
y'		+	0	-		+	0	-	
y	$-\infty$		1		0		2		-1

A. 3.

B. 2.

C. 4.

D. 5.

Lời giải

Chọn A.

Dựa vào BBT, hàm số đã cho có 3 điểm cực trị.

Câu 15: [2D3-1] Tất cả nguyên hàm của hàm số $f(x) = \frac{1}{2x+3}$ là

A. $\frac{1}{2} \ln(2x+3) + C$.

B. $\frac{1}{2} \ln|2x+3| + C$.

C. $\ln|2x+3| + C$.

D. $\frac{1}{\ln 2} \ln|2x+3| + C$.

Lời giải

Chọn B.

Áp dụng công thức nguyên hàm mở rộng: $\int f(x) dx = \int \frac{1}{2x+3} dx = \frac{1}{2} \ln|2x+3| + C$.

Câu 16: [1H3-2] Cho hình chóp tam giác đều $S.ABC$ có $SA = 2a$, $AB = 3a$. Khoảng cách từ S đến mặt phẳng (ABC) bằng

A. $\frac{a\sqrt{7}}{2}$.

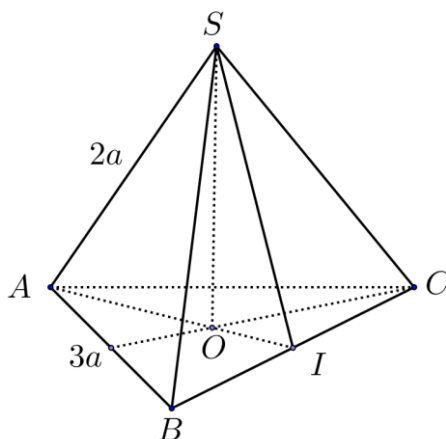
B. a .

C. $\frac{a}{2}$.

D. $\frac{a\sqrt{3}}{2}$.

Lời giải

Chọn B.



Gọi O là trọng tâm tam giác $ABC \Rightarrow SO \perp (ABC) \Rightarrow d(S; (ABC)) = SO$.

Ta có: $AO = \frac{2}{3} AI = \frac{2}{3} \left(\frac{3a\sqrt{3}}{2} \right) = a\sqrt{3}$; $SO = \sqrt{SA^2 - AO^2} = \sqrt{(2a)^2 - (a\sqrt{3})^2} = a$.

Vậy: $d(S; (ABC)) = a$.

Câu 17: [2D3-2] Tích phân $\int_0^1 x(x^2 + 3)dx$ bằng

A. 2.

B. 1.

C. $\frac{4}{7}$.

D. $\frac{7}{4}$.

Lời giải

Chọn D.

Đặt $t = x^2 + 3 \Rightarrow dt = 2xdx$.

$x = 0 \Rightarrow t = 3$, $x = 1 \Rightarrow t = 4$.

Khi đó: $\int_0^1 x(x^2 + 3)dx = \frac{1}{2} \int_3^4 tdt = \frac{t^2}{4} \Big|_3^4 = \frac{7}{4}$.

Câu 18: [2H3-2] Trong không gian $Oxyz$, mặt phẳng $(P): 2x + 6y + z - 3 = 0$ cắt trục Oz và đường thẳng $d: \frac{x-5}{1} = \frac{y}{2} = \frac{z-6}{-1}$ lần lượt tại A, B . Phương trình mặt cầu đường kính AB là:

A. $(x+2)^2 + (y-1)^2 + (z+5)^2 = 36$.

B. $(x-2)^2 + (y+1)^2 + (z-5)^2 = 9$.

C. $(x+2)^2 + (y-1)^2 + (z+5)^2 = 9$.

D. $(x-2)^2 + (y+1)^2 + (z-5)^2 = 36$.

Lời giải

Chọn B.

Mặt phẳng $(P): 2x + 6y + z - 3 = 0$ cắt trục Oz và đường thẳng $d: \frac{x-5}{1} = \frac{y}{2} = \frac{z-6}{-1}$ lần lượt tại $A(0;0;3)$, $B(4;-2;7)$. Suy ra $AB = 9$ và trung điểm của đoạn thẳng AB là $I(2;-1;5)$.

Vậy mặt cầu đường kính AB có phương trình là $(x-2)^2 + (y+1)^2 + (z-5)^2 = 9$.

Câu 19: [2D4-2] Phương trình bậc hai nào sau đây có nghiệm $1+2i$?

A. $z^2 - 2z + 3 = 0$.

B. $z^2 + 2z + 5 = 0$.

C. $z^2 - 2z + 5 = 0$.

D. $z^2 + 2z + 3 = 0$.

Lời giải

Chọn C.

Vì $1+2i$ là nghiệm của phương trình bậc hai $az^2+bz+c=0$ nên $1-2i$ cũng là nghiệm của phương trình bậc hai $az^2+bz+c=0$.

Ta có $\begin{cases} (1+2i)(1-2i)=5 \\ 1+2i+1-2i=2 \end{cases}$ suy ra $1+2i$ là nghiệm của phương trình bậc hai $z^2-2z+5=0$.

Câu 20: [2H2-2] Cho hình nón có góc ở đỉnh bằng 60° , bán kính đáy bằng a . Diện tích xung quanh của hình nón bằng

A. $2\pi a^2$.

B. πa^2 .

C. $\pi a^2\sqrt{3}$.

D. $4\pi a^2$.

Lời giải

Chọn A.

Hình nón có bán kính đáy bằng a nên đường kính bằng $2a$. Do đó hình nón này có góc ở đỉnh bằng 60° thì độ dài đường sinh là $l=2a$.

Vậy diện tích xung quanh của hình nón bằng $S_{xq} = \pi rl = \pi \cdot a \cdot 2a = 2\pi a^2$.

Câu 21: [2D3-2] Cho biết $F(x) = \frac{1}{3}x^3 + 2x - \frac{1}{x}$ là một nguyên hàm của $f(x) = \frac{(x^2+a)^2}{x^2}$. Tìm nguyên hàm của $g(x) = x \cos ax$.

A. $x \sin x - \cos x + C$. **B.** $\frac{1}{2}x \sin 2x - \frac{1}{4} \cos 2x + C$.

C. $x \sin x + \cos x + C$. **D.** $\frac{1}{2}x \sin 2x + \frac{1}{4} \cos 2x + C$.

Lời giải

Chọn C.

Ta có $F'(x) = x^2 + 2 + \frac{1}{x^2} = \frac{(x^2+1)^2}{x^2}$. Suy ra $a=1$.

Khi đó $\int g(x)dx = \int x \cos x dx = \int x d \sin x = x \cdot \sin x - \int \sin x dx = x \cdot \sin x + \cos x + C$.

Câu 22: [2H1-2] Cho khối chóp $S.ABCD$ có thể tích V . Các điểm A' , B' , C' tương ứng là trung điểm các cạnh SA , SB , SC . Thể tích khối chóp $S.A'B'C'$ bằng

A. $\frac{V}{8}$.

B. $\frac{V}{4}$.

C. $\frac{V}{2}$.

D. $\frac{V}{16}$.

Lời giải

Chọn A.

Ta có $\frac{V_{S.A'B'C'}}{V_{S.ABC}} = \frac{SA'}{SA} \cdot \frac{SB'}{SB} \cdot \frac{SC'}{SC} = \frac{1}{8} \Rightarrow V_{S.A'B'C'} = \frac{V}{8}$.

Câu 23: [2D2-2] Giá trị nhỏ nhất của hàm số $y = xe^x$ trên $[-2;0]$ bằng:

A. 0 .

B. $-\frac{2}{e^2}$.

C. $-e$.

D. $-\frac{1}{e}$.

Lời giải

Chọn B.

Ta có $y' = e^x + xe^x = e^x(x+1) \Rightarrow y' = 0 \Leftrightarrow x+1=0 \Leftrightarrow x=-1$.

$y(-2) = -\frac{2}{e^2}$; $y(0) = 0$; $y(-1) = -\frac{1}{e}$. Vậy $y_{\min} = -\frac{2}{e^2}$.

Câu 24: [2D2-2] Tập xác định của hàm số $y = \sqrt{1 + \log_2 x} + \sqrt[3]{\log_2(1-x)}$ là:

- A. $(0;1)$. B. $\left[\frac{1}{2};1\right)$. C. $\left(\frac{1}{2};+\infty\right)$. D. $\left(\frac{1}{2};1\right)$.

Lời giải

Chọn B.

$$\text{Điều kiện định của hàm số là : } \begin{cases} x > 0 \\ 1 + \log_2 x \geq 0 \\ 1 - x > 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x > 0 \\ x \geq \frac{1}{2} \\ x < 1 \end{cases} \Leftrightarrow x \in \left[\frac{1}{2};1\right).$$

Câu 25: [2D1-3] Cho hàm số có bảng biến thiên như hình vẽ.

x	$-\infty$	-2	3	$+\infty$	
y'	$+$	0	$-$	0	$+$
y	$-\infty$	4	-2	$+\infty$	

Số nghiệm của phương trình $|f(x-1)| = 2$ là:

- A. 5. B. 4. C. 2. D. 3.

Lời giải

Chọn A.

Từ bảng biến thiên của hàm số đã cho ta suy ra bảng biến thiên của hàm số $y = |f(x-1)|$ như sau (trong đó $x_1; x_2; x_3$ là các nghiệm của phương trình $f(x) = 0$):

x	$-\infty$	x_1+1	-1	x_2+1	4	x_3+1	$+\infty$
y	$+\infty$	0	4	0	2	0	$+\infty$

Dựa vào bảng biến thiên ta thấy phương trình $|f(x-1)| = 2$ có 5 nghiệm.

Câu 26: [2D4-2] Có bao nhiêu số phức z thỏa mãn $(1+i)z + (2-i)\bar{z} = 13+2i$?

- A. 4. B. 3. C. 2. D. 1.

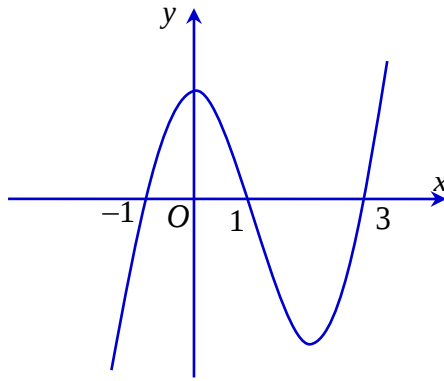
Lời giải

Chọn D.

$$\begin{aligned} \text{Gọi } z = a+bi, a, b \in \mathbb{R}. (1+i)z + (2-i)\bar{z} = 13+2i &\Leftrightarrow (1+i)(a+bi) + (2-i)(a-bi) = 13+2i \\ &\Leftrightarrow (a-b) + (a+b)i + (2a-b) - (2b+a)i = 13+2i \\ &\Leftrightarrow \begin{cases} 3a-2b=13 \\ -b=2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a=3 \\ b=-2 \end{cases} \Rightarrow z = 3-2i. \end{aligned}$$

Vậy có một số phức thỏa mãn yêu cầu bài toán.

Câu 27: [2D1-2] Cho hàm số bậc bốn $y = f(x)$. Hàm số $y = f'(x)$ có đồ thị như hình vẽ bên. Số điểm cực đại của hàm số $y = f(\sqrt{x^2 + 2x + 2})$ là:



A. 1.

B. 2.

C. 4.

D. 3.

Lời giải

Chọn A.

Từ đồ thị của $y = f'(x)$ ta chọn $f'(x) = (x+1)(x-1)(x-3)$.

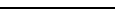
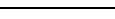
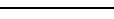
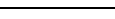
Áp dụng công thức $y = [f(u)]' = u'f'(u)$ với $u = \sqrt{x^2 + 2x + 2}$

Ta

có

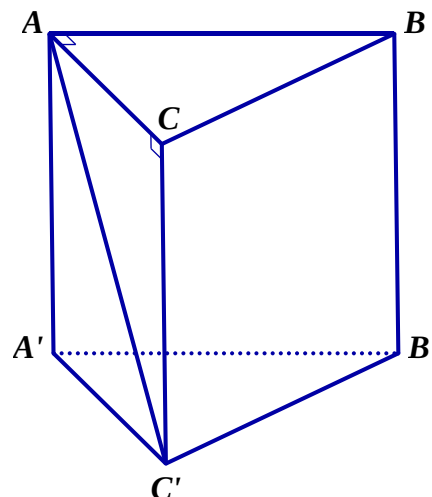
$$y' = \left[f(\sqrt{x^2 + 2x + 2}) \right]' = \frac{x+1}{\sqrt{x^2 + 2x + 2}} \cdot (\sqrt{x^2 + 2x + 2} + 1)(\sqrt{x^2 + 2x + 2} - 1)(\sqrt{x^2 + 2x + 2} - 3)$$

$$= \frac{(x+1)(\sqrt{x^2 + 2x + 2} + 1)(x+1)^2(x^2 + 2x - 7)}{\sqrt{x^2 + 2x + 2}(\sqrt{x^2 + 2x + 2} + 1)(\sqrt{x^2 + 2x + 2} + 3)} \Rightarrow y' = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = -1 \\ x = -1 + 2\sqrt{2} \\ x = -1 - 2\sqrt{2} \end{cases}$$

x	$-\infty$	$-1-2\sqrt{2}$	-1	$-1+2\sqrt{2}$	$+\infty$				
y'		-	0	+	0	-	0	+	
y									

Từ bảng biến thiên ta thấy hàm số có một điểm cực đại.

Câu 28: [2H1-2] Cho hình lăng trụ đứng $ABC.A'B'C'$ có đáy ABC là tam giác vuông tại A , $AB = a\sqrt{3}$, $BC = 2a$, đường thẳng AC' tạo với mặt phẳng $(BCC'B')$ một góc 30° (tham khảo hình vẽ bên). Diện tích của mặt cầu ngoại tiếp hình lăng trụ đã cho bằng:



A. $24\pi a^2$.

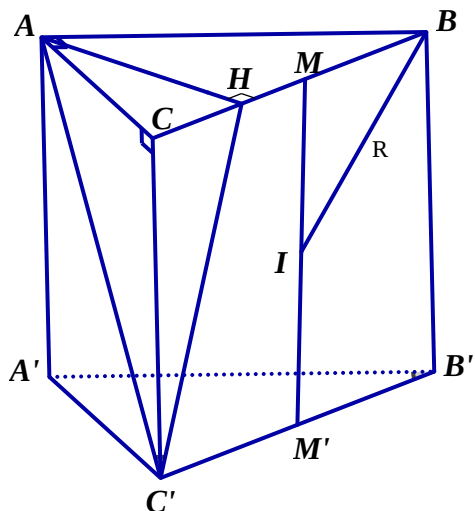
B. $6\pi a^2$.

C. $4\pi a^2$.

D. $3\pi a^2$.

Lời giải

Chọn B.



Gọi M, M' lần lượt là trung điểm của $BC, B'C'$.

Dễ thấy trung điểm I của MM' là tâm mặt cầu ngoại tiếp lăng trụ.

Kẻ AH vuông góc BC ($H \in BC$) $\Rightarrow \angle AC'H = (\angle AC', (BCC'B')) = 30^\circ$.

Ta có: $AC = \sqrt{BC^2 - AB^2} = \sqrt{(2a)^2 - (a\sqrt{3})^2} = a$.

$$AH \cdot BC = AB \cdot AC \Rightarrow AH = \frac{AB \cdot AC}{BC} = \frac{a\sqrt{3} \cdot a}{2a} = \frac{a\sqrt{3}}{2}.$$

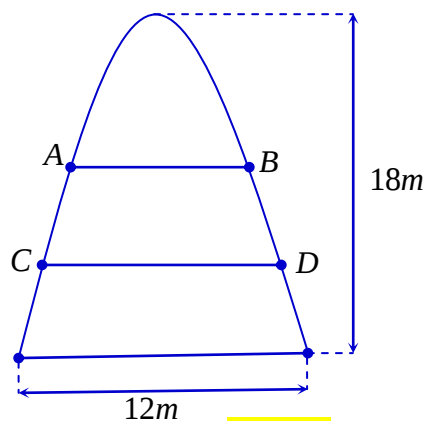
Trong tam giác vuông AHC' , có: $AC' = \frac{AH}{\sin 30^\circ} = \frac{\frac{a\sqrt{3}}{2}}{\frac{1}{2}} = a\sqrt{3}$.

Trong tam giác vuông ACC' , có $CC' = \sqrt{AC'^2 - AC^2} = \sqrt{(a\sqrt{3})^2 - a^2} = a\sqrt{2}$.

$$\text{Bán kính } R^2 = IB^2 = MI^2 + MB^2 = \left(\frac{CC'}{2}\right)^2 + \left(\frac{BC}{2}\right)^2 = \left(\frac{a\sqrt{2}}{2}\right)^2 + \left(\frac{2a}{2}\right)^2 = \frac{6}{4}a^2$$

$$\text{Diện tích mặt cầu: } S = 4\pi R^2 = 4\pi \cdot \frac{6a^2}{4} = 6\pi a^2.$$

Câu 29: [2D3-3] Một cổng chào có dạng hình Parabol chiều cao $18m$, chiều rộng chân đế $12m$. Người ta căng hai sợi dây trang trí AB, CD nằm ngang đồng thời chia hình giới hạn bởi Parabol và mặt đất thành ba phần có diện tích bằng nhau (xem hình vẽ bên). Tỉ số $\frac{AB}{CD}$ bằng:



A. $\frac{1}{\sqrt{2}}.$

B. $\frac{4}{5}.$

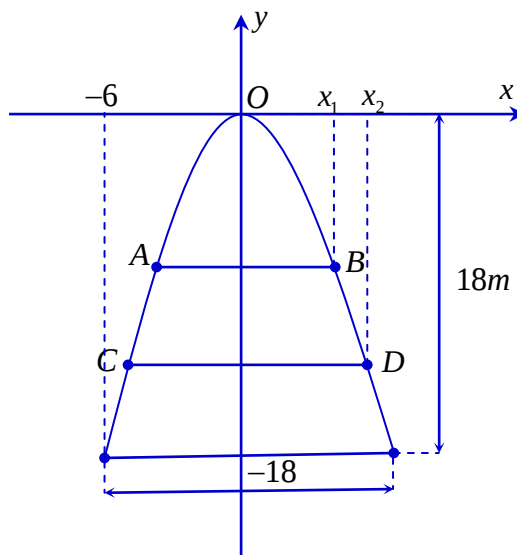
C. $\frac{1}{\sqrt[3]{2}}.$

D. $\frac{3}{1+2\sqrt{2}}.$

Lời giải

Chọn C.

Chọn hệ trục tọa độ Oxy như hình vẽ.



Phương trình Parabol có dạng $y = a.x^2$ (P).

(P) đi qua điểm có tọa độ $(-6; -18)$ suy ra: $-18 = a.(-6)^2 \Leftrightarrow a = -\frac{1}{2} \Rightarrow (P): y = -\frac{1}{2}x^2.$

Từ hình vẽ ta có: $\frac{AB}{CD} = \frac{x_1}{x_2}.$

Diện tích hình phẳng giới hạn bởi Parabol và đường thẳng AB: $y = -\frac{1}{2}x_1^2$ là

$$S_1 = 2 \int_0^{x_1} \left(-\frac{1}{2}x^2 - \left(-\frac{1}{2}x_1^2 \right) \right) dx = 2 \left(-\frac{1}{2} \cdot \frac{x^3}{3} + \frac{1}{2}x_1^2 x \right) \Bigg|_0^{x_1} = \frac{2}{3}x_1^3.$$

Diện tích hình phẳng giới hạn bởi Parabol và đường thẳng CD $y = -\frac{1}{2}x_2^2$ là

$$S_2 = 2 \int_0^{x_2} \left(-\frac{1}{2}x^2 - \left(-\frac{1}{2}x_2^2 \right) \right) dx = 2 \left(-\frac{1}{2} \cdot \frac{x^3}{3} + \frac{1}{2}x_2^2 x \right) \Bigg|_0^{x_2} = \frac{2}{3}x_2^3$$

Từ giả thiết suy ra $S_2 = 2S_1 \Leftrightarrow x_2^3 = 2x_1^3 \Leftrightarrow \frac{x_1}{x_2} = \frac{1}{\sqrt[3]{2}}.$ Vậy $\frac{AB}{CD} = \frac{x_1}{x_2} = \frac{1}{\sqrt[3]{2}}.$

Câu 30: [2D1-2] Số giá trị nguyên của $m < 10$ để hàm số $y = \ln(x^2 + mx + 1)$ đồng biến trên $(0; +\infty)$ là

A. 10.

B. 11.

C. 8.

D. 9.

Lời giải

Chọn A.

Ta có $y' = \frac{2x+m}{x^2+mx+1} \geq 0$ với mọi $x \in (0; +\infty)$.

Xét $g(x) = x^2 + mx + 1$ có $\Delta = m^2 - 4$.

TH1: $\Delta < 0 \Leftrightarrow -2 < m < 2$ khi đó $g(x) > 0, \forall x \in \mathbb{R}$ nên ta có $2x + m \geq 0, \forall x \in (0; +\infty)$

Suy ra $0 \leq m < 2$.

TH2: $\Delta \geq 0 \Leftrightarrow \begin{cases} m \leq -2 \\ m \geq 2 \end{cases}$.

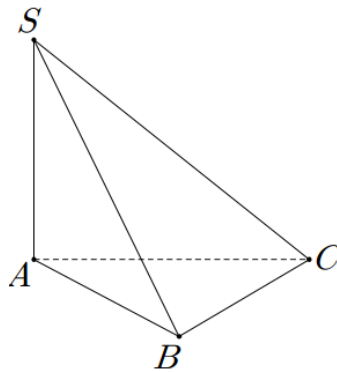
Nếu $m \leq -2$ thì $\lim_{x \rightarrow 0} y' = m \leq -2$ nên không thỏa $y' = \frac{2x+m}{x^2+mx+1} \geq 0$ với mọi $x \in (0; +\infty)$.

Nếu $m \geq 2$ thì $2x + m > 0$ với mọi $x \in (0; +\infty)$ và $g(x)$ có 2 nghiệm âm (vì

$\begin{cases} x_1 + x_2 = -m < 0 \\ x_1 \cdot x_2 = 1 \end{cases}$). Do đó $g(x) > 0, \forall x \in (0; +\infty)$. Suy ra $2 \leq m < 10$.

Vậy ta có: $0 \leq m < 10$ nên có 10 giá trị nguyên của m .

Câu 31: [1H3-3] Cho hình chóp $S.ABC$ có đáy là tam giác vuông cân tại B , $AB = a$. Cạnh bên SA vuông góc với mặt phẳng đáy, góc tạo bởi hai mặt phẳng (ABC) và (SBC) bằng 60° (tham khảo hình vẽ bên). Khoảng cách giữa hai đường thẳng AB và SC bằng



A. a .

B. $\frac{a\sqrt{3}}{3}$.

C. $\frac{a\sqrt{2}}{2}$.

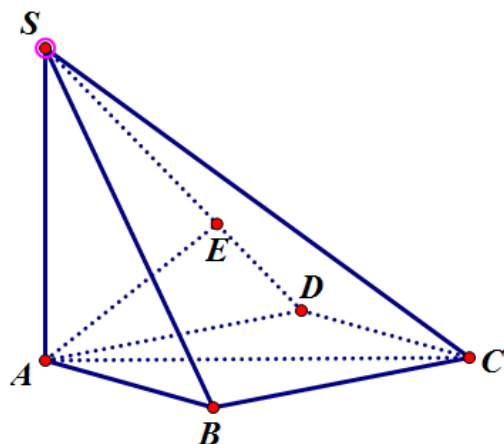
D. $\frac{a\sqrt{3}}{2}$.

Lời giải

Chọn D.

Ta có $\begin{cases} BC \perp AB \\ BC \perp SA \end{cases} \Rightarrow BC \perp (SAB)$.

Góc giữa hai mặt phẳng (ABC) và (SBC) là góc $SBA = 60^\circ$. Do đó $SA = a \cdot \tan 60^\circ = a\sqrt{3}$.



Dựng D sao cho $ABCD$ là hình vuông. Dựng $AE \perp SD$ tại E .

Ta có: $\begin{cases} CD \perp AD \\ CD \perp SA \end{cases} \Rightarrow CD \perp (SAD) \Rightarrow CD \perp AE$.

Mà $AE \perp SD$ suy ra $AE \perp (SCD)$.

Ta có $d(AB; SC) = d(AB; (SCD)) = d(A; (SCD)) = AE$.

Mà $AE = \frac{AS \cdot AD}{SD} = \frac{a\sqrt{3}}{2}$. Vậy $d(AB; SC) = \frac{a\sqrt{3}}{2}$.

Câu 32: [2D1-2] Cho hàm số $y = ax^3 + cx + d$ ($a \neq 0$) có $\min_{(-\infty; 0)} f(x) = f(-2)$. Giá trị lớn nhất của hàm

số $y = f(x)$ trên đoạn $[1; 3]$ bằng

A. $8a + d$.

B. $d - 16a$.

C. $d - 11a$.

D. $2a + d$.

Lời giải

Chọn B.

$$y' = 3ax^2 + c.$$

$$y'' = 6ax.$$

$y'' = 0 \Leftrightarrow x = 0$. Nên đồ thị hàm số có điểm uốn là $A(0; d)$. Do đó đồ thị hàm số nhận $A(0; d)$ làm tâm đối xứng.

Do đó từ $\min_{(-\infty; 0)} f(x) = f(-2)$ suy ra $\max_{(0; +\infty)} f(x) = f(2) \Rightarrow \max_{[1; 3]} f(x) = f(2) = 8a + 2c + d$.

Mà $f'(-2) = 0 \Leftrightarrow 12a + c = 0 \Rightarrow c = -12a$.

Vậy $\max_{[1; 3]} f(x) = 8a - 24a + d = d - 16a$.

Câu 33: [1D2-2] Đầu tiết học, cô giáo kiểm tra bài cũ bằng cách gọi lần lượt từng người từ đầu danh sách lớp lên bảng trả lời câu hỏi. Biết rằng học sinh đầu tiên trong danh sách lớp là An, Bình, Cường với xác suất thuộc bài lần lượt là 0,9; 0,7 và 0,8. Cô giáo sẽ dừng kiểm tra sau khi đã có 2 học sinh thuộc bài. Tính xác suất cô giáo chỉ kiểm tra bài cũ đúng 3 bạn trên.

A. 0,504.

B. 0,216.

C. 0,056.

D. 0,272.

Lời giải

Chọn D.

Trường hợp 1. An thuộc bài, Bình không thuộc bài, Cường thuộc bài ta có xác suất:
 $0,9 \times (1 - 0,7) \times 0,8 = 0,216$.

Trường hợp 2. An không thuộc bài, Bình thuộc bài, Cường thuộc bài ta có xác suất:

$$(1-0,9) \times 0,7 \times 0,8 = 0,056.$$

Vậy xác suất cần tìm là: $0,216 + 0,056 = 0,272$.

Câu 34: [2D2-3] Sau một tháng thi công công trình xây dựng Nhà học thể dục của Trường X đã thực hiện được một khối lượng công việc. Nếu tiếp tục với tiến độ như vậy thì dự kiến sau đúng 23 tháng nữa công trình sẽ hoàn thành. Để sớm hoàn thành công trình và kịp thời đưa vào sử dụng, công ty xây dựng quyết định từ tháng thứ 2, mỗi tháng tăng 4% khối lượng công việc so với tháng kể trước. Hỏi công trình sẽ hoàn thành ở tháng thứ mấy sau khi khởi công?

A. 19.

B. 18.

C. 17.

D. 20.

Lời giải

Chọn B.

Dự kiến hoàn thành công việc trong 24 tháng $\Rightarrow$ tháng đầu tiên công ty hoàn thành $A = \frac{1}{24}$ công việc.

Đặt $r = 0,04$; $m = 1 + r$.

Khối lượng công việc hoàn thành ở:

- Tháng thứ nhất: $T_1 = A$
- Tháng thứ hai: $T_2 = T_1 + T_1 r = A m$
- Tháng thứ ba: $T_3 = T_2 + T_2 r = A m^2$
- Tháng thứ tư: $T_4 = T_3 + T_3 r = A m^3$

...

- Tháng thứ n : $T_n = A m^{n-1}$

Để hoàn thành xong công trình thì:

$$T_1 + T_2 + T_3 + \dots + T_n = 1 \Leftrightarrow A(1 + m + m^2 + \dots + m^{n-1}) = 1. \Leftrightarrow \frac{1-m^n}{1-m} = 24 \Leftrightarrow 1,04^n = 1,96.$$

$$\Leftrightarrow n = \log_{1,04} 1,96 \approx 17,2$$

Câu 35: [2D3-3] Cho hàm số $y = f(x)$ có đạo hàm liên tục trên $[1; 2]$ thỏa mãn $f(1) = 4$ và $f(x) = x f'(x) - 2x^3 - 3x^2$. Tính $f(2)$

A. 5.

B. 20.

C. 10.

D. 15.

Lời giải

Chọn B.

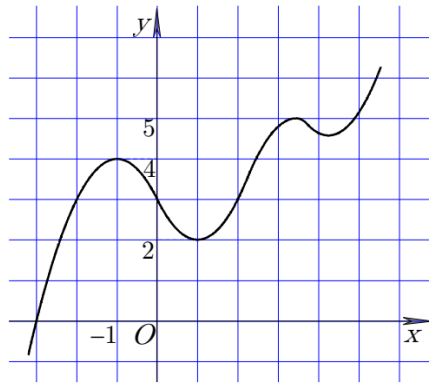
$$\text{Do } x \in [1; 2] \text{ nên } f(x) = x f'(x) - 2x^3 - 3x^2 \Leftrightarrow \frac{x f'(x) - f(x)}{x^2} = 2x + 3 \Leftrightarrow \left(\frac{f(x)}{x} \right)' = 2x + 3$$

$$\Leftrightarrow \frac{f(x)}{x} = x^2 + 3x + C.$$

$$\text{Do } f(1) = 4 \text{ nên } C = 0 \Rightarrow f(x) = x^3 + 3x^2.$$

$$\text{Vậy } f(2) = 20.$$

Câu 36: [2D1-3] Cho hàm số $y = f(x)$ có đồ thị như hình vẽ bên. Tìm số giá trị nguyên của m để phương trình $f(x^2 - 2x) = m$ có đúng 4 nghiệm thực phân biệt thuộc đoạn $\left[-\frac{3}{2}; \frac{7}{2}\right]$.



A. 1.

B. 4.

C. 2.

D. 3.

Lời giải

Chọn C.

Đặt $t = x^2 - 2x$, $x \in \left[-\frac{3}{2}; \frac{7}{2}\right]$

Bảng biến thiên :

x	$-\frac{3}{2}$		-1		$\frac{3}{2}$
t'		$-$	0	$+$	
t	$\frac{21}{4}$		-1		$\frac{21}{4}$

Dựa vào bảng biến thiên $\Rightarrow t \in \left[-1; \frac{21}{4}\right]$.

Ta có : $f(x^2 - 2x) = m \quad (1) \Leftrightarrow f(t) = m \quad (2)$.

Ta thấy, với mỗi giá trị $t \in \left[-1; \frac{21}{4}\right]$ ta tìm được hai giá trị của $x \in \left[-\frac{3}{2}; \frac{7}{2}\right]$.

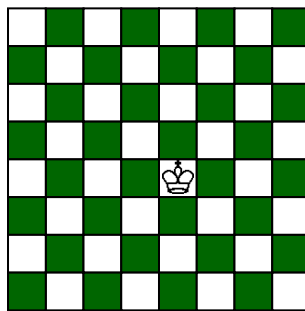
Do đó, phương trình (1) có 4 nghiệm thực phân biệt thuộc $\left[-\frac{3}{2}; \frac{7}{2}\right]$

$\Leftrightarrow$ Phương trình (2) có hai nghiệm thực phân biệt thuộc $\left[-1; \frac{21}{4}\right]$

$\Leftrightarrow$ Đường thẳng $y = m$ cắt đồ thị hàm số $y = f(t)$ tại hai điểm phân biệt có hoành độ thuộc $\left[-1; \frac{21}{4}\right]$.

Dựa vào đồ thị ta thấy có hai giá trị nguyên của m thỏa yêu cầu là $m = 3$ và $m = 5$.

Câu 37: **[1D2-2]** Một quân vua được đặt trên một ô giữa bàn cờ vua. Mỗi bước di chuyển, quân vua được chuyển sang một ô khác chung cạnh hoặc chung đỉnh với ô đang đứng (xem hình minh họa). Bạn An di chuyển quân vua ngẫu nhiên 3 bước. Tính xác suất sau 3 bước quân vua trở về ô xuất phát.



A. $\frac{1}{16}$.

B. $\frac{1}{32}$.

C. $\frac{3}{32}$.

D. $\frac{3}{64}$.

Lời giải

Chọn D.

Tại mọi ô đang đứng, ông vua có 8 khả năng lựa chọn để bước sang ô bên cạnh.

Do đó không gian mẫu $n(\Omega) = 8^3$.

Gọi A là biến cố “sau 3 bước quân vua trở về ô xuất phát”. Sau ba bước quân vua muốn quay lại ô ban đầu khi ông vua đi theo đường khép kín tam giác. Chia hai trường hợp:

+ Từ ô ban đầu đi đến ô đen, đến đây có 4 cách để đi bước hai rồi về lại vị trí ban đầu.

+ Từ ô ban đầu đi đến ô trắng, đến đây có 2 cách để đi bước hai rồi về lại vị trí ban đầu.

Do số phần tử của biến cố A là $n(A) = 4.4 + 2.4 = 24$.

Vậy xác suất $P(A) = \frac{24}{8^3} = \frac{3}{64}$.

Câu 38: [2D2-3] Cho hàm số $f(x) = \ln\left(1 - \frac{1}{x^2}\right)$. Biết rằng

$f(2) + f(3) + \dots + f(2018) = \ln a - \ln b + \ln c - \ln d$ với a, b, c, d là các số nguyên dương, trong đó a, c, d là các số nguyên tố và $a < b < c < d$. Tính $P = a + b + c + d$.

A. 1986.

B. 1698.

C. 1689.

D. 1968.

Lời giải

Chọn C.

Ta có $f(x) = \ln\left(1 - \frac{1}{x^2}\right) = \ln\left(\frac{x^2 - 1}{x^2}\right) = \ln(x-1) + \ln(x+1) - 2\ln x$, với $x \geq 2$.

Khi đó

$$f(2) = \ln 1 + \ln 3 - 2\ln 2$$

$$f(3) = \ln 2 + \ln 4 - 2\ln 3$$

$$f(4) = \ln 3 + \ln 5 - 2\ln 4$$

...

$$f(2016) = \ln 2015 + \ln 2017 - 2\ln 2016$$

$$f(2017) = \ln 2016 + \ln 2018 - 2\ln 2017$$

$$f(2018) = \ln 2017 + \ln 2019 - 2\ln 2018$$

Suy ra $f(2) + f(3) + \dots + f(2018) = \ln 1 - \ln 2 + \ln 2019 - \ln 2018$

$$= 0 - \ln 2 + (\ln 3 + \ln 673) - (\ln 2 + \ln 1009)$$

$$= \ln 3 - 2\ln 2 + \ln 673 - \ln 1009$$

$$= \ln 3 - \ln 4 + \ln 673 - \ln 1009$$

Do đó $P = a + b + c + d = 3 + 4 + 673 + 1009 = 1689$.

Câu 39: [2H3-4] Trong không gian $Oxyz$, cho hai điểm $A(-1; 3; -2)$, $B(-3; 7; -18)$ và mặt phẳng $(P): 2x - y + z + 1 = 0$. Điểm $M(a, b, c)$ thuộc (P) sao cho mặt phẳng (ABM) vuông góc với (P) và $MA^2 + MB^2 = 246$. Tính $S = a + b + c$.

A. 0.

B. -1.

C. 10.

D. 13.

Lời giải

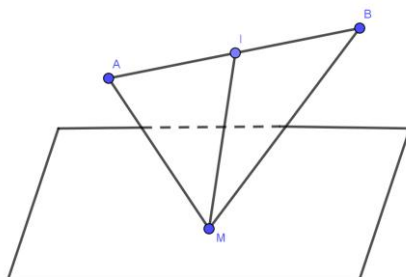
Chọn D.

Gọi $M(a; b; c) \in (P)$. Ta có $\overrightarrow{AB} = (-2; 4; -16)$, $\overrightarrow{AM} = (a+1; b-3; c+2)$.

$\Rightarrow [\overrightarrow{AM}, \overrightarrow{AB}] = -2(8b+2c-20; -8a+c-6; -2a-b+1)$ là véc-tơ pháp tuyến của mặt phẳng (ABM) .

Vì mp (ABM) vuông góc với mp (P) nên $\overrightarrow{n_{ABM}} \cdot \overrightarrow{n_P} = 0 \Rightarrow 2a + 5b + c - 11 = 0$.

Mặt khác A, B không thuộc (P) và nằm cùng một phía đối với mp (P) .



Ta có $AB = 2\sqrt{69}$. Gọi I là trung điểm của AB , ta có $I(-2; 5; -10)$.

Vì MI là trung tuyến của tam giác $AMB \Rightarrow MI^2 = \frac{MA^2 + MB^2}{2} - \frac{AB^2}{4} = 54$.

Khi đó ta có hệ phương trình
$$\begin{cases} 2a - b + c + 1 = 0 \\ 2a + 5b + c - 11 = 0 \\ (a+2)^2 + (b-5)^2 + (c+10)^2 = 54 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a = 4 \\ b = 2 \\ c = -7 \end{cases}.$$

Vậy $S = a + b + c = 4 + 2 - 7 = -1$.

Câu 40: [2D1-3] Cho hàm số $y = -x^3 + mx^2 + mx + 1$ có đồ thị (C) . Có bao nhiêu giá trị của m để tiếp tuyến có hệ số góc lớn nhất của (C) đi qua gốc tọa độ O ?

A. 2.

B. 1.

C. 3.

D. 4.

Lời giải

Chọn B.

Ta có $y' = -3x^2 + 2mx + m = -3\left(x - \frac{m}{3}\right)^2 + \frac{m^2}{3} + m \leq \frac{m^2}{3} + m$.

Dấu bằng xảy ra khi $x = \frac{m}{3}$, khi đó hệ số góc tiếp tuyến là $f'(x_0) = \frac{m^2}{3} + m$ và tiếp tuyến có

dạng $y = f'(x_0)(x - x_0) + y_0$ hay $y = \left(\frac{m^2}{3} + m\right)\left(x - \frac{m}{3}\right) + \frac{2m^3}{27} + \frac{m^2}{3} + 1$

Tiếp tuyến qua $O \Rightarrow 0 = -\frac{m^3}{27} + 1 \Rightarrow m = 3$.

Câu 41: [2D2-3] Cho phương trình $\log_2(x - \sqrt{x^2 - 1}) \cdot \log_5(x - \sqrt{x^2 - 1}) = \log_m(x + \sqrt{x^2 - 1})$. Có bao nhiêu giá trị nguyên dương khác 1 của m sao cho phương trình đã cho có nghiệm x lớn hơn 2?

A. Vô số.

B. 3.

C. 2.

D. 1.

Lời giải

Chọn D.

Điều kiện xác định: $x > \sqrt{x^2 - 1} \Leftrightarrow x \geq 1$.

$$\text{Đặt } t = \log_2(x - \sqrt{x^2 - 1}) \text{ thì } t' = \frac{1 - \frac{x}{\sqrt{x^2 - 1}}}{x - \sqrt{x^2 - 1}} \cdot \frac{1}{\ln 2} = \frac{\sqrt{x^2 - 1} - x}{(x - \sqrt{x^2 - 1})\sqrt{x^2 - 1}} \cdot \frac{1}{\ln 2}$$

$$= \frac{-1}{\sqrt{x^2 - 1} \ln 2} < 0$$

BBT:

x	1	$+\infty$
t'		-
t	0	$-\infty$

Do $x > 2 \Rightarrow t < \log_2(2 - \sqrt{3})$.

Phương trình trở thành $t \cdot \log_5 2^t = \log_m \frac{1}{2^t} \Leftrightarrow t \cdot \log_5 2 = -\log_m 2 \Leftrightarrow \log_5 m = -\frac{1}{t}$

Ycbt $\log_5 m < -\frac{1}{\log_2(2 - \sqrt{3})} \Leftrightarrow m < 5^{\frac{1}{\log_2(2 - \sqrt{3})}}$. Do $m \in \mathbb{N}^*$ và $m \neq 1$ nên $m = 2$.

Câu 42: [2D4-4] Trong các số phức z thỏa mãn $|z^2 + 1| = 2|z|$ gọi z_1 và z_2 lần lượt là các số phức có môđun nhỏ nhất và lớn nhất. Khi đó môđun của số phức $w = z_1 + z_2$ là

A. $|w| = 2\sqrt{2}$.

B. $|w| = 2$.

C. $|w| = \sqrt{2}$.

D. $|w| = 1 + \sqrt{2}$.

Lời giải

Chọn A.

Đặt $z = a + bi$ ($a, b \in \mathbb{R}$) thì $|z^2 + 1| = 2|z| \Leftrightarrow |(a + bi)^2 + 1| = 2|a + bi|$

$$\Leftrightarrow |a^2 - b^2 + 1 + 2abi| = 2|a + bi| \Leftrightarrow (a^2 - b^2 + 1)^2 + 4a^2b^2 = 4(a^2 + b^2)$$

$$\Leftrightarrow a^4 + b^4 + 1 - 2a^2 - 6b^2 + 2a^2b^2 = 0 \Leftrightarrow (a^2 + b^2 - 1)^2 - 4b^2 = 0$$

$$\Leftrightarrow (a^2 + b^2 - 1 - 2b)(a^2 + b^2 - 1 + 2b) = 0$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} a^2 + b^2 - 1 - 2b = 0 \\ a^2 + b^2 - 1 + 2b = 0 \end{cases}$$

TH1: $a^2 + b^2 - 1 - 2b = 0 \Leftrightarrow a^2 + (b - 1)^2 = 2$.

Khi đó tập hợp điểm $M(a;b)$ biểu diễn số phức z là đường tròn có tâm $I_1(0;1)$, bán kính $R=\sqrt{2}$, giao điểm của OI (trục tung) với đường tròn là $M_1(0;\sqrt{2}+1)$ và $M_2(0;1-\sqrt{2})$
 $\Rightarrow w=(\sqrt{2}+1)i+(1-\sqrt{2})i \Rightarrow w=2i \Rightarrow |w|=2$

TH2: $a^2+b^2-1+2b=0 \Leftrightarrow a^2+(b+1)^2=2$.

Khi đó tập hợp điểm $M(a;b)$ biểu diễn số phức z là đường tròn có tâm $I_2(0;-1)$, bán kính $R=\sqrt{2}$, giao điểm của OI (trục tung) với đường tròn là $M_3(0;\sqrt{2}-1)$ và $M_4(0;-\sqrt{2}-1)$
 $\Rightarrow w=(\sqrt{2}-1)i+(-1-\sqrt{2})i \Rightarrow w=-2i \Rightarrow |w|=2$.

Với đáp án của trường ĐH Vinh đưa ra là A thì ta chọn số phức M_1 và M_3 có $w=2\sqrt{2}i \Rightarrow |w|=2\sqrt{2}$ nên đề bài chưa chuẩn, có thể chọn phương án B.

Đáp án ĐH Vinh đưa ra theo mình là chính xác, bởi lẽ trong các số phức z thỏa mãn ta tìm các số phức gọi z_1 và z_2 có môđun nhỏ nhất và lớn nhất nên phải tổng hợp cả hai TH1 và TH2.

Thầy đừng vội tính w mà sau cùng hãy tìm z_1 và z_2 rồi tính w

Một vài góp ý thầy xem nhé

Câu 43: [1D2-3] Cho khai triển $(1+2x)^n = a_0 + a_1x + a_2x^2 + \dots + a_nx^n$, $n \geq 1$. Tìm số giá trị nguyên của n với $n \leq 2018$ sao cho tồn tại k ($0 \leq k \leq n-1$) thỏa mãn $a_k = a_{k+1}$.

A. 2018.

B. 673.

C. 672.

D. 2017.

Lời giải

Chọn B.

Ta có $(1+2x)^n = \sum_{k=0}^n C_n^k 2^k x^k$, suy ra $a_k = C_n^k 2^k$ với $k=0,1,2,3,\dots,n$.

Do đó:

$$a_k = a_{k+1} \Leftrightarrow C_n^k 2^k = C_n^{k+1} 2^{k+1} \Leftrightarrow \frac{n!}{k!(n-k)!} = 2 \cdot \frac{n!}{(k+1)!(n-k-1)!}$$

$$\Leftrightarrow \frac{1}{(n-k)} = \frac{2}{(k+1)} \Leftrightarrow 2n-2k = k+1 \Leftrightarrow k = \frac{2n-1}{3}.$$

Vì $0 \leq k \leq n-1$ nên suy ra $n \geq 2$.

Nếu $n=3m$, $m \in \mathbb{Z}$, thì $k = \frac{2 \cdot 3m - 1}{3} = 2m - \frac{1}{3} \notin \mathbb{Z}$.

Nếu $n=3m+1$, $m \in \mathbb{Z}$, thì $k = \frac{2 \cdot (3m+1) - 1}{3} = 2m + \frac{1}{3} \notin \mathbb{Z}$.

Nếu $n=3m+2$, $m \in \mathbb{Z}$, thì $k = \frac{2 \cdot (3m+2) - 1}{3} = 2m+1 \in \mathbb{Z}$. Nên với các số $n=3m+2$, $m \in \mathbb{Z}$, thì sẽ cho tồn tại k ($0 \leq k \leq n-1$) thỏa mãn $a_k = a_{k+1}$.

Vì $2 \leq n \leq 2018$ và $n \in \mathbb{Z}$ nên $2 \leq 3m+2 \leq 2018 \Leftrightarrow 0 \leq m \leq 672$ và $m \in \mathbb{Z}$.

Do đó, có 673 số giá trị nguyên của n với $n \leq 2018$ sao cho tồn tại k ($0 \leq k \leq n-1$) thỏa mãn $a_k = a_{k+1}$.

Câu 44: [2H3-4] Trong không gian $Oxyz$, cho tam giác ABC có $A(2;3;3)$, phương trình đường trung tuyến kẻ từ B là $\frac{x-3}{-1} = \frac{y-3}{2} = \frac{z-2}{-1}$, phương trình đường phân giác trong của góc C là $\frac{x-2}{2} = \frac{y-4}{-1} = \frac{z-2}{-1}$. Đường thẳng AB có một véc-tơ chỉ phương là

- A. $\vec{u}_3(2;1;-1)$. B. $\vec{u}_2(1;-1;0)$. C. $\vec{u}_4(0;1;-1)$. D. $\vec{u}_1(1;2;1)$.

Lời giải

Chọn C.

Phương trình tham số của đường phân giác trong góc C là $CD: \begin{cases} x = 2 + 2t \\ y = 4 - t \\ z = 2 - t \end{cases}$.

Gọi $C = (2 + 2t; 4 - t; 2 - t)$, suy ra tọa độ trung điểm M của AC là $M = \left(2 + t; \frac{7-t}{2}; \frac{5-t}{2}\right)$.

Vì $M \in BM$ nên:

$$\frac{(2+t)-3}{-1} = \frac{\left(\frac{7-t}{2}\right)-3}{2} = \frac{\left(\frac{5-t}{2}\right)-2}{-1} \Leftrightarrow \frac{t-1}{-1} = \frac{1-t}{4} = \frac{1-t}{-2} \Rightarrow t = 1.$$

Do đó $C = (4; 3; 1)$.

Phương trình mặt phẳng (P) đi qua A và vuông góc CD là

$$2.(x-2) - 1.(y-3) - 1.(z-3) = 0 \text{ hay } 2x - y - z + 2 = 0.$$

Tọa độ giao điểm H của (P) và CD là nghiệm $(x; y; z)$ của hệ

$$\begin{cases} x = 2 + 2t \\ y = 4 - t \\ z = 2 - t \\ 2x - y - z + 2 = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 2 + 2t \\ y = 4 - t \\ z = 2 - t \\ 2(2 + 2t) - (4 - t) - (2 - t) + 2 = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 2 \\ y = 4 \\ z = 2 \\ t = 0 \end{cases}$$

$$\Rightarrow H(2; 4; 2).$$

Gọi A' là điểm đối xứng với A qua đường phân giác CD , suy ra H là trung điểm AA' , bởi vậy:

$$\begin{cases} x_{A'} = 2x_H - x_A = 2.2 - 2 = 2 \\ y_{A'} = 2y_H - y_A = 2.4 - 3 = 5 \\ x_{A'} = 2z_H - z_A = 2.2 - 3 = 1 \end{cases} \Rightarrow A'(2; 5; 1).$$

Do $A' \in BC$ nên đường thẳng BC có véc-tơ chỉ phương là $\overrightarrow{CA'} = (-2; 2; 0) = 2(-1; 1; 0)$, nên

$$\text{phương trình đường thẳng } BC \text{ là } \begin{cases} x = 4 - t \\ y = 3 + t \\ z = 1 \end{cases}$$

Vì $B = BM \cap BC$ nên tọa độ B là nghiệm $(x; y; z)$ của hệ

$$\begin{cases} x=4-t \\ y=3+t \\ z=1 \\ \frac{x-3}{-1}=\frac{y-3}{2}=1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x=2 \\ y=5 \\ z=1 \\ t=2 \end{cases} \Rightarrow B(2;5;1) \equiv A'.$$

Đường thẳng AB có một véc-tơ chỉ phương là $\overrightarrow{AB}=(0;2;-2)=2(0;1;-1)$; hay $\vec{u}_4(0;1;-1)$ là một véc-tơ chỉ của phương đường thẳng AB .

- Câu 45:** [2H3-3] Trong không gian $Oxyz$, cho đường thẳng $d: \frac{x+2}{4} = \frac{y-1}{-4} = \frac{z+2}{3}$ và mặt phẳng $(P): 2x - y + 2z + 1 = 0$. Đường thẳng Δ đi qua $E(-2; 1; -2)$, song song với (P) đồng thời tạo với d góc bé nhất. Biết rằng Δ có một véc-tơ chỉ phương $\vec{u}=(m; n; 1)$. Tính $T = m^2 - n^2$.
- A.** $T = -5$. **B.** $T = 4$. **C.** $T = 3$. **D.** $T = -4$.

Lời giải

Chọn D.

Mặt phẳng (P) có vec tơ pháp tuyến $\vec{n}=(2;-1;2)$ và đường thẳng d có vec tơ chỉ phương $\vec{v}=(4;-4;3)$

Vì Δ song song với mặt phẳng (P) nên $\vec{u} \perp \vec{n} \Leftrightarrow 2m - n + 2 = 0 \Leftrightarrow n = 2m + 2$.

$$\begin{aligned} \text{Mặt khác ta có } \cos(\Delta; d) &= \frac{|\vec{u} \cdot \vec{v}|}{|\vec{u}| \cdot |\vec{v}|} = \frac{|4m - 4n + 3|}{\sqrt{m^2 + n^2 + 1} \cdot \sqrt{4^2 + (-4)^2 + 3^2}} = \frac{|4m + 5|}{\sqrt{41(5m^2 + 8m + 5)}} \\ &= \frac{1}{\sqrt{41}} \cdot \sqrt{\frac{(4m + 5)^2}{5m^2 + 8m + 5}} = \frac{1}{\sqrt{41}} \cdot \sqrt{\frac{16m^2 + 40m + 25}{5m^2 + 8m + 5}}. \end{aligned}$$

Vì $0^\circ \leq (\Delta; d) \leq 90^\circ$ nên $(\Delta; d)$ bé nhất khi và chỉ khi $\cos(\Delta; d)$ lớn nhất

$$\text{Xét hàm số } f(t) = \frac{16t^2 + 40t + 25}{5t^2 + 8t + 5} \Rightarrow f'(t) = \frac{-72t^2 - 90t}{(5t^2 + 8t + 5)^2}.$$

Bảng biến thiên

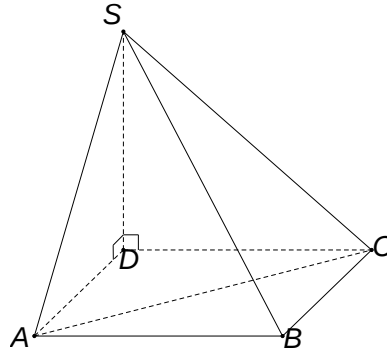
x	$-\infty$		$-\frac{5}{4}$		0		$+\infty$
f'		$-$	0	$+$	0	$-$	
f	$\frac{16}{5}$	$\searrow$	0	$\nearrow$	5	$\searrow$	$\frac{16}{5}$

Dựa vào bảng biến thiên ta có $\max f(t) = f(0) = 5$ suy ra $(\Delta; d)$ bé nhất khi $m = 0 \Rightarrow n = 2$.

Do đó $T = m^2 - n^2 = -4$.

Làm theo cách này thì không cần đến dữ kiện : đường thẳng Δ đi qua $E(-2; 1; -2)$.

- Câu 46:** [1H3-3] Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình bình hành, $AB = 2a$, $BC = a$, $\angle ABC = 120^\circ$. Cạnh bên $SD = a\sqrt{3}$ và SD vuông góc với mặt phẳng đáy (tham khảo hình vẽ bên). Tính sin của góc tạo bởi SB và mặt phẳng (SAC)



A. $\frac{3}{4}$.

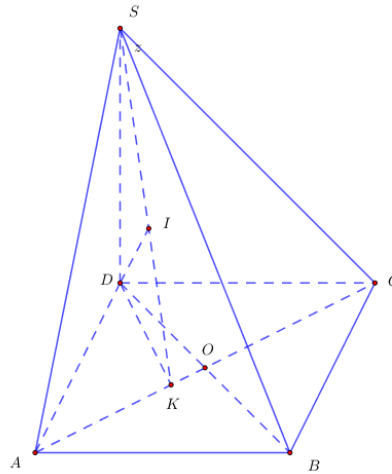
B. $\frac{\sqrt{3}}{4}$.

C. $\frac{1}{4}$.

D. $\frac{\sqrt{3}}{7}$.

Lời giải

Chọn C.



Ta có

$$\sin(SB; (SAC)) = \frac{d(B; (SAC))}{SB} = \frac{d(D; SAC)}{SB}.$$

Xét tam giác ABC ta có $AC = \sqrt{BA^2 + BC^2 - 2BA \cdot BC \cdot \cos BAC} = a\sqrt{7}$.

$$BO = \sqrt{\frac{BA^2 + BC^2}{2} - \frac{AC^2}{4}} = \sqrt{\frac{4a^2 + a^2}{2} - \frac{7a^2}{4}} = \frac{a\sqrt{3}}{2} \Rightarrow BD = a\sqrt{3} \text{ và}$$

$$SB = \sqrt{SD^2 + BD^2} = \sqrt{3a^2 + 3a^2} = a\sqrt{6}.$$

$$\text{Xét tam giác } ADC \text{ ta có } \frac{AD}{\sin C} = \frac{AC}{\sin D} \Rightarrow \sin C = \frac{AD \cdot \sin D}{AC} = \frac{a \cdot \sin 120^\circ}{a\sqrt{7}} = \frac{\sqrt{21}}{14}.$$

Gọi K là hình chiếu của D lên AC , và I là hình chiếu của D lên SK . Ta có

$$\begin{cases} AC \perp DK \\ AC \perp SD \end{cases} \Rightarrow AC \perp DI. \text{ Do đó } \begin{cases} DI \perp SK \\ DI \perp AC \end{cases} \Rightarrow d(D; (SAC)) = DI.$$

$$\text{Mặt khác } \sin C = \frac{DK}{DC} \Rightarrow DK = DC \cdot \sin C = 2a \cdot \frac{\sqrt{21}}{14} = \frac{a\sqrt{21}}{7}.$$

$$\text{Xét tam giác } SDK \text{ ta có } DI = \frac{SD \cdot DK}{\sqrt{SD^2 + DK^2}} = \frac{a\sqrt{3} \cdot \frac{a\sqrt{21}}{7}}{\sqrt{3a^2 + \frac{21}{49}a^2}} = \frac{\sqrt{6}}{4}a.$$

$$\text{Vậy } \sin(SB; (SAC)) = \frac{d(D; SAC)}{SB} = \frac{DI}{SB} = \frac{\frac{\sqrt{6}}{4}a}{a\sqrt{6}} = \frac{1}{4}.$$

Trong mặt phẳng (SDK) kẻ $DI \perp SK$ suy ra $d(D; (SAC)) = DI$.

Câu 47: [2H3-3] Trong không gian $Oxyz$, cho các điểm A, B, C (không trùng O) lần lượt thay đổi trên các trục Ox, Oy, Oz và luôn thỏa mãn điều kiện: tỉ số giữa diện tích của tam giác ABC và thể tích khối tứ diện $OABC$ bằng $\frac{3}{2}$. Biết rằng mặt phẳng (ABC) luôn tiếp xúc với một mặt cầu cố định, bán kính của mặt cầu đó bằng

A. 3.

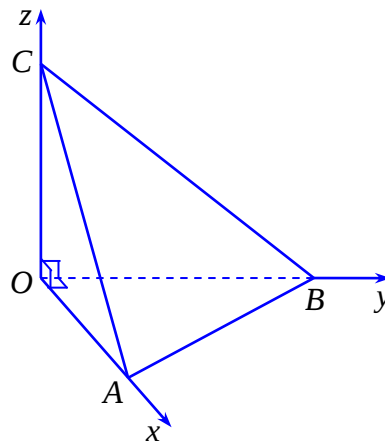
B. 2.

C. 4.

D. 1.

Lời giải

Chọn B.



$$\text{Ta có } \frac{S_{ABC}}{V_{OABC}} = \frac{S_{ABC}}{\frac{1}{3} S_{ABC} \cdot d(O, (ABC))} = \frac{3}{d(O, (ABC))}$$

$$\text{Mà } \frac{S_{ABC}}{V_{OABC}} = \frac{3}{2} \text{ nên } d(O, (ABC)) = 2.$$

Vậy mặt phẳng (ABC) luôn tiếp xúc mặt cầu tâm O , bán kính $R = 2$.

Câu 48: [2D3-4] Cho hàm số $y = f(x)$ liên tục trên $[0; 1]$ thỏa mãn $\int_0^1 xf(x)dx = 0$ và $\max_{[0; 1]} |f(x)| = 1$.

Tích phân $I = \int_0^1 e^x f(x)dx$ thuộc khoảng nào trong các khoảng sau đây?

A. $\left(-\infty; -\frac{5}{4}\right)$.

B. $\left(\frac{3}{2}; e-1\right)$.

C. $\left(-\frac{5}{4}; \frac{3}{2}\right)$.

D. $(e-1; +\infty)$.

Lời giải

Chọn C.

$$\text{Với mọi } a \in [0; 1], \text{ ta có } 0 = \int_0^1 xf(x)dx = a \int_0^1 xf(x)dx = \int_0^1 axf(x)dx$$

$$\text{Kí hiệu } I(a) = \int_0^1 (e^x - ax)dx.$$

Khi đó, với mọi $a \in [0;1]$ ta có

$$\begin{aligned} \left| \int_0^1 e^x f(x) dx \right| &= \left| \int_0^1 e^x f(x) dx - \int_0^1 ax f(x) dx \right| = \left| \int_0^1 (e^x - ax) f(x) dx \right| \leq \int_0^1 |e^x - ax| \cdot |f(x)| dx \\ &\leq \int_0^1 |e^x - ax| \cdot \max_{x \in [0;1]} |f(x)| dx = \int_0^1 |e^x - ax| dx = I(a). \end{aligned}$$

$$\text{Suy ra } \left| \int_0^1 e^x f(x) dx \right| \leq \min_{a \in [0;1]} I(a)$$

Mặt khác

$$\text{Với mọi } a \in [0;1] \text{ ta có } I(a) = \int_0^1 |e^x - ax| dx = \int_0^1 (e^x - ax) dx = \left(e^x - \frac{a}{2} x^2 \right) \Big|_0^1 = e - \frac{a}{2} - 1$$

$$\min_{a \in [0;1]} I(a) = e - \frac{3}{2} \Rightarrow \left| \int_0^1 e^x f(x) dx \right| \leq e - \frac{3}{2} \approx 1,22.$$

$$\text{Vậy } I \in \left(-\frac{5}{4}; \frac{3}{2} \right).$$

Câu 49: [2D1-4] Cho hàm số $f(x) = |x^4 - 4x^3 + 4x^2 + a|$. Gọi M, m lần lượt là giá trị lớn nhất, giá trị nhỏ nhất của hàm số đã cho trên đoạn $[0;2]$. Có bao nhiêu số nguyên a thuộc đoạn $[-3;3]$ sao cho $M \leq 2m$?

A. 3.

B. 7.

C. 6.

D. 5.

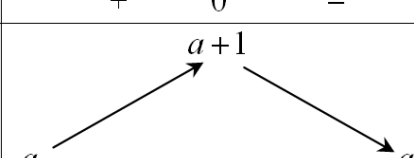
Lời giải

Chọn D.

Xét hàm số $g(x) = x^4 - 4x^3 + 4x^2 + a$.

$$g'(x) = 4x^3 - 12x^2 + 8x; \quad g'(x) = 0 \Leftrightarrow 4x^3 - 12x^2 + 8x = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 0 \\ x = 1 \\ x = 2 \end{cases}$$

Bảng biến thiên

x	0	1	2
$g'(x)$	+	0	-
$g(x)$			

Do $2m \geq M > 0$ nên $m > 0$ suy ra $g(x) \neq 0 \forall x \in [0;2]$.

$$\text{Suy ra } \begin{cases} a+1 < 0 \\ a > 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a < -1 \\ a > 0 \end{cases}.$$

Nếu $a < -1$ thì $M = -a, m = -a-1 \Rightarrow 2(-a-1) \geq -a \Leftrightarrow a \leq -2$.

Nếu $a > 0$ thì $M = a+1, m = a \Rightarrow 2a \geq a+1 \Leftrightarrow a \geq 1$.

Do đó $a \leq -2$ hoặc $a \geq 1$, do a nguyên và thuộc đoạn $[-3;3]$ nên $a \in \{-3; -2; 1; 2; 3\}$.

Vậy có 5 giá trị của a thỏa mãn đề bài.

Câu 50: [2H1-3] Cho hình chóp $S.ABC$ có mặt phẳng (SAC) vuông góc với mặt phẳng (ABC) , SAB là tam giác đều cạnh $a\sqrt{3}$, $BC = a\sqrt{3}$ đường thẳng SC tạo với mặt phẳng (ABC) góc 60° . Thể tích của khối chóp $S.ABC$ bằng

A. $\frac{a^3\sqrt{3}}{3}$.

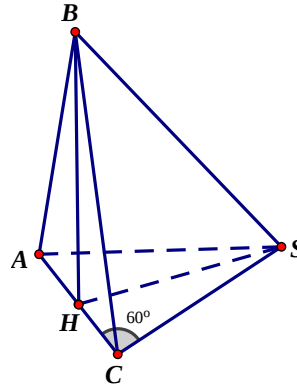
B. $\frac{a^3\sqrt{6}}{2}$.

C. $\frac{a^3\sqrt{6}}{6}$.

D. $2a^3\sqrt{6}$.

Lời giải

Chọn C.



Ta thấy tam giác ABC cân tại B , gọi H là trung điểm của AC suy ra $BH \perp AC$.

Do $(SAC) \perp (ABC)$ nên $BH \perp (SAC)$.

Ta lại có $BA = BC = BS$ nên B thuộc trục đường tròn ngoại tiếp tam giác $ABC \Rightarrow H$ là tâm đường tròn ngoại tiếp tam giác $SAC \Rightarrow SA \perp SC$.

Do AC là hình chiếu của SC lên mặt phẳng $(ABC) \Rightarrow \angle SCA = 60^\circ$.

Ta có $SC = SA \cdot \cot 60^\circ = a$, $AC = \frac{SA}{\sin 60^\circ} = 2a \Rightarrow HC = a \Rightarrow BH = \sqrt{BC^2 - HC^2} = a\sqrt{2}$.

$$V_{S.ABC} = \frac{1}{3} BH \cdot S_{SAC} = \frac{1}{6} BH \cdot SA \cdot SC = \frac{a^3\sqrt{6}}{6}.$$