

Mã đề thi 108

Họ và tên thí sinh:.....SBD:.....

Câu 1: [2D4-1] Cho số phức $z = -4 + 5i$. Biểu diễn hình học của z là điểm có tọa độ

- A. $(-4; 5)$. B. $(-4; -5)$. C. $(4; -5)$. D. $(4; 5)$.

Câu 2: [1D4-1] $\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{4x+1}{-x+1}$ bằng

- A. 2. B. 4. C. -1. D. -4.

Câu 3: [1D2-2] Có bao nhiêu cách chọn 5 cầu thủ từ 11 trong một đội bóng để thực hiện đá 5 quả luân lưu 11 m, theo thứ tự quả thứ nhất đến quả thứ năm.

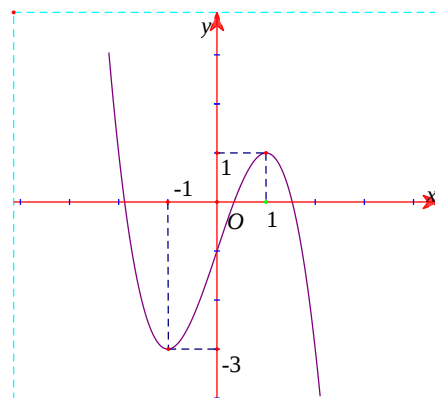
- A. A_{11}^5 . B. C_{11}^5 . C. $A_{11}^2 \cdot 5!$. D. C_{10}^5 .

Câu 4: [2H2-1] Diện tích xung quanh của hình trụ tròn xoay có độ dài đường sinh l và bán kính đáy r được tính bằng công thức nào dưới đây?

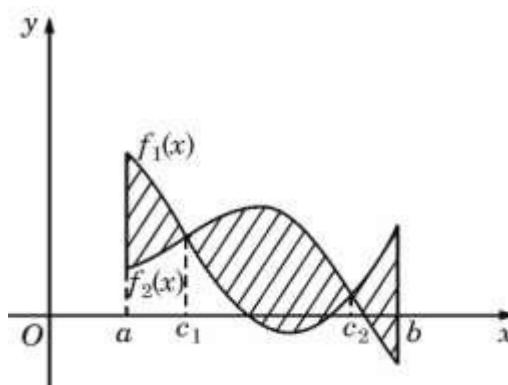
- A. $S_{xq} = \pi r l$. B. $S_{xq} = \pi r^2 l$. C. $S_{xq} = 2\pi r l$. D. $S_{xq} = 4\pi r l$.

Câu 5: [2D1-2] Đường cong trong hình vẽ bên là đồ thị của hàm số có dạng $y = ax^3 + bx^2 + cx + d$ ($a \neq 0$). Hàm số đồng biến trên khoảng nào dưới đây?

- A. $(1; +\infty)$. B. $(-1; +\infty)$.
C. $(-\infty; 1)$. D. $(-1; 1)$.



Câu 6: [2D3-1] Cho hình phẳng (H) giới hạn bởi đồ thị của hai hàm số $f_1(x)$ và $f_2(x)$ liên tục trên đoạn $[a; b]$ và hai đường thẳng $x = a$, $x = b$ (tham khảo hình vẽ dưới). Công thức tính diện tích của hình (H) là



A. $S = \int_a^b |f_1(x) - f_2(x)| dx$.

B. $S = \int_a^b (f_1(x) - f_2(x)) dx$.

C. $S = \int_a^b |f_1(x) + f_2(x)| dx$.

D. $S = \int_a^b f_2(x) dx - \int_a^b f_1(x) dx$.

Câu 7: [2D1-1] Cho hàm số $y = f(x)$ xác định, liên tục trên $\mathbb{R}$ và có bảng biến thiên như sau

x	$-\infty$	1	2	$+\infty$
y'	+		- 0 +	
y	$-\infty$	5	-2	$+\infty$

Điểm cực đại của hàm số là

- A. $x = 5$. B. $x = 1$. C. $x = 2$. D. $y = 5$.

Câu 8: [2D2-1] Cho ba số dương a, b, c ($a \neq 1; b \neq 1$) và số thực α khác 0. Đẳng thức nào sau đây sai?

- A. $\log_a b^\alpha = \frac{1}{\alpha} \log_a b$. B. $\log_a (b \cdot c) = \log_a b + \log_a c$.
C. $\log_a \frac{b}{c} = \log_a b - \log_a c$. D. $\log_b c = \frac{\log_a c}{\log_a b}$.

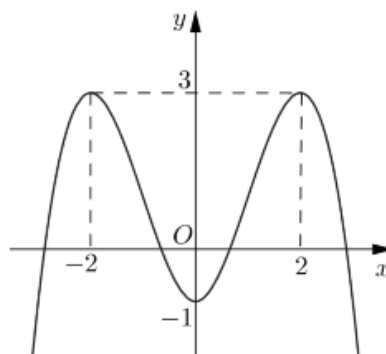
Câu 9: [2D3-1] Tìm họ nguyên hàm của hàm số $f(x) = \sin 2018x$.

- A. $\frac{\cos 2018x}{2018} + C$. B. $-\frac{\cos 2018x}{2019} + C$.
C. $-\frac{\cos 2018x}{2018} + C$. D. $2018 \cos 2018x + C$.

Câu 10: [2H3-2] Trong không gian $Oxyz$, cho điểm $A(2; -3; 5)$. Tìm tọa độ A' là điểm đối xứng với A qua trục Oy .

- A. $A'(2; 3; 5)$. B. $A'(2; -3; -5)$. C. $A'(-2; -3; 5)$. D. $A'(-2; -3; -5)$.

Câu 11: [2D1-2] Đường cong trong hình vẽ dưới là đồ thị của hàm số nào dưới đây?



- A. $y = -x^4 + 8x^2 - 1$. B. $y = x^4 - 8x^2 - 1$. C. $y = -x^3 + 3x^2 - 1$. D. $y = -|x|^3 + 3x^2 - 1$.

Câu 12: [2H2-1] Trong không gian $Oxyz$ cho đường thẳng $d: \frac{x-2}{3} = \frac{y+1}{-1} = \frac{z+3}{2}$. Điểm nào sau đây không thuộc đường thẳng d ?

- A. $N(2; -1; -3)$. B. $P(5; -2; -1)$. C. $Q(-1; 0; -5)$. D. $M(-2; 1; 3)$.

Câu 13: [2D2-2] Tập nghiệm của bất phương trình $\log_{\frac{\pi}{4}}(x+1) > \log_{\frac{\pi}{4}}(2x-5)$ là

- A. $(-1; 6)$. B. $\left(\frac{5}{2}; 6\right)$. C. $(-\infty; 6)$. D. $(6; +\infty)$.

Câu 14: [2H2-2] Một hình trụ có diện tích xung quanh bằng $4\pi a^2$ và bán kính đáy là a . Tính độ dài đường cao của hình trụ đó.

- A. $3a$. B. $4a$. C. $2a$. D. a .

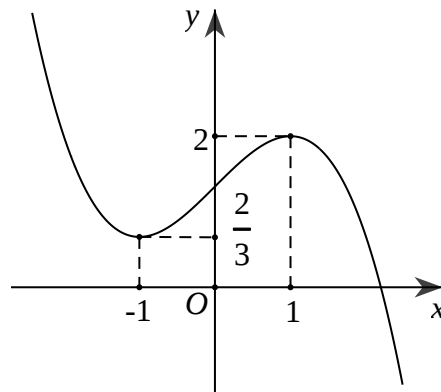
Câu 15: [2H3-2] Trong không gian $Oxyz$, cho hai điểm $A(3; 2; -1)$, $B(-1; 4; 5)$. Phương trình mặt phẳng trung trực của đoạn thẳng AB là

- A. $2x + y + 3z - 11 = 0$. B. $2x - y - 3z - 7 = 0$. C. $2x - y - 3z + 7 = 0$. D. $-2x + y + 3z + 7 = 0$.

Câu 16: [2D1-2] Đồ thị hàm số nào dưới đây có hai tiệm cận đứng?

- A. $y = \frac{2x+1}{\sqrt{2x^2-3x+1}}$. B. $y = \frac{\sqrt{4-x^2}}{x^2-2x-3}$. C. $y = \frac{x+1}{x^2+x}$. D. $y = \frac{\sqrt{x^2-4x+3}}{x^2-5x+6}$.

Câu 17: [2D1-1] Cho hàm số $y = f(x)$ có đồ thị là đường cong trong hình vẽ bên. Tìm số nghiệm của phương trình $f(x+2018) = 1$.



- A. 2. B. 1. C. 3. D. 4.

Câu 18: [2D1-1] Tìm giá trị lớn nhất của hàm số $y = x^3 - 2x^2 - 7x + 1$ trên đoạn $[-2; 1]$.

- A. 3. B. 4. C. 5. D. 6.

Câu 19: [2D3-1] Tính tích phân $\int_0^{\pi} \sin 3x dx$

- A. $-\frac{1}{3}$. B. $\frac{1}{3}$. C. $-\frac{2}{3}$. D. $\frac{2}{3}$.

Câu 20: [2D4-2] Cho số phức z thỏa mãn điều kiện $(1+i)(2+i)z + 1 - i = (5-i)(1+i)$. Tính môđun của số phức $w = 1 + 2z + z^2$.

- A. 100. B. $\sqrt{10}$. C. 5. D. 10.

Câu 21: [1H3-3] Cho tứ diện $OABC$ có OA , OB , OC đôi một vuông góc nhau và $OA = OB = OC = 3a$. Tính khoảng cách giữa hai đường thẳng AC và OB .

A. $\frac{3a}{2}$.

B. $\frac{a\sqrt{2}}{2}$.

C. $\frac{3a\sqrt{2}}{2}$.

D. $\frac{3a}{4}$.

Câu 22: [2D2-2] Anh Bảo gửi 27 triệu đồng vào ngân hàng theo thẻ thức lãi kép, kỳ hạn là một quý, với lãi suất 1,85% một quý. Hỏi thời gian tối thiểu bao nhiêu để anh Bảo có được ít nhất 36 triệu đồng tính cả vốn lẫn lãi?

A. 19 quý.

B. 15 quý.

C. 16 quý.

D. 20 quý.

Câu 23: [1D2-2] Trên giá sách có 4 quyển sách Toán, 3 quyển sách Vật Lí và 2 quyển sách Hóa học. Lấy ngẫu nhiên 3 quyển sách. Tính xác suất sao cho ba quyển lấy ra có ít nhất một quyển sách Toán.

A. $\frac{1}{3}$.

B. $\frac{37}{42}$.

C. $\frac{5}{6}$.

D. $\frac{19}{21}$.

Câu 24: [2H3-2] Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho điểm $M(5; -3; 2)$ và mặt phẳng $(P): x - 2y + z - 1 = 0$. Tìm phương trình đường thẳng d đi qua điểm M và vuông góc (P) .

A. $\frac{x+5}{1} = \frac{y-3}{-2} = \frac{z+2}{1}$.

B. $\frac{x-5}{1} = \frac{y+3}{-2} = \frac{z-2}{-1}$.

C. $\frac{x-6}{1} = \frac{y+5}{-2} = \frac{z-3}{1}$.

D. $\frac{x+5}{1} = \frac{y+3}{-2} = \frac{z-2}{1}$.

Câu 25: [1H3-3] Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình vuông cạnh a , cạnh bên SA vuông góc với mặt phẳng đáy, $SA = a\sqrt{2}$. Gọi M, N lần lượt là hình chiếu vuông góc của điểm A trên các cạnh SB, SD . Góc giữa mặt phẳng (AMN) và đường thẳng SB bằng

A. 45° .B. 90° .C. 120° .D. 60° .

Câu 26: [1D2-3] Với n là số tự nhiên thỏa mãn $C_{n-4}^{n-6} + nA_n^2 = 454$, hệ số của số hạng chứa x^4 trong khai triển nhị thức Niu-ton của $\left(\frac{2}{x} - x^3\right)^n$ (với $x \neq 0$) bằng

A. 1972.

B. 786.

C. 1692.

D. -1792.

Câu 27: [2D2-1] Số nghiệm của phương trình $\log_2 \sqrt{x-3} + \log_2 \sqrt{3x-7} = 2$ bằng

A. 1.

B. 2.

C. 3.

D. 0.

Câu 28: [1H3-2] Cho hình chóp $S.ABC$ có độ dài các cạnh $SA = SB = SC = AB = AC = a$ và $BC = a\sqrt{2}$. Góc giữa hai đường thẳng AB và SC là?

A. 45° .B. 90° .C. 60° .D. 30° .

Câu 29: [2H3-3] Trong không gian $Oxyz$, cho ba đường thẳng $d_1: \frac{x-3}{2} = \frac{y+1}{1} = \frac{z-2}{-2}$,

$(d_2): \frac{x+1}{3} = \frac{y}{-2} = \frac{z+4}{-1}$ và $(d_3): \frac{x+3}{4} = \frac{y-2}{-1} = \frac{z}{6}$. Đường thẳng song song d_3 , cắt d_1 và d_2

có phương trình là

A. $\frac{x-3}{4} = \frac{y+1}{1} = \frac{z-2}{6}$.

B. $\frac{x-3}{-4} = \frac{y+1}{1} = \frac{z-2}{-6}$.

C. $\frac{x+1}{4} = \frac{y}{-1} = \frac{z-4}{6}$.

D. $\frac{x-1}{4} = \frac{y}{-1} = \frac{z+4}{6}$.

Câu 30: [2D1-3] Gọi S là tập hợp các giá trị nguyên dương của m để hàm số $y = x^3 - 3(2m+1)x^2 + (12m+5)x + 2$ đồng biến trên khoảng $(2; +\infty)$. Số phần tử của S bằng

A. 1.

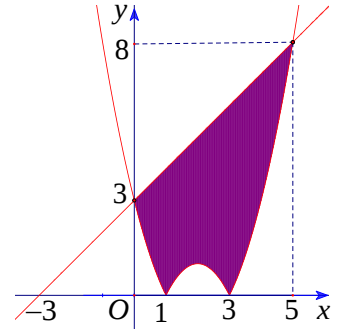
B. 2.

C. 3.

D. 0.

Câu 31: [2D3-2] Cho hình phẳng (H) giới hạn bởi các đường $y = |x^2 - 4x + 3|$, $y = x + 3$ (phần tô đậm trong hình vẽ). Diện tích của (H) bằng

- A. $\frac{37}{2}$.
 B. $\frac{109}{6}$.
 C. $\frac{454}{25}$.
 D. $\frac{91}{5}$.



Câu 32: [2D3-3] Biết $\int_1^2 \frac{x+1}{x^2 + x \ln x} dx = \ln(\ln a + b)$ với a, b là các số nguyên dương. Tính

$$P = a^2 + b^2 + ab.$$

- A. 10. B. 8. C. 12. D. 6.

Câu 33: [2H2-3] Cho hình trụ có chiều cao bằng $6\sqrt{2} \text{ cm}$. Biết rằng một mặt phẳng không vuông góc với đáy và cắt hai mặt đáy theo hai dây cung song song $AB, A'B'$ mà $AB = A'B' = 6 \text{ cm}$, diện tích tứ giác $ABB'A'$ bằng 60 cm^2 . Tính bán kính đáy của hình trụ.

- A. 5 cm . B. $3\sqrt{2} \text{ cm}$. C. 4 cm . D. $5\sqrt{2} \text{ cm}$.

Câu 34: [2D2-3] Cho phương trình $(m-3)9^x + 2(m+1)3^x - m - 1 = 0$ (1). Biết rằng tập các giá trị của tham số m để phương trình có hai nghiệm phân biệt là một khoảng $(a; b)$. Tổng $S = a + b$ bằng

- A. 4. B. 6. C. 8. D. 10.

Câu 35: [1D1-2] Cho phương trình $\cos 2x - (2m-3)\cos x + m - 1 = 0$ (m là tham số). Tìm tất cả các giá trị thực của tham số m để phương trình có nghiệm thuộc khoảng $\left(\frac{\pi}{2}; \frac{3\pi}{2}\right)$.

- A. $1 \leq m < 2$. B. $m < 2$. C. $m \geq 1$. D. $m \leq 1$.

Câu 36: [2D1-2] Gọi S là tập tất cả các giá trị nguyên của tham số m sao cho giá trị lớn nhất của hàm số $y = \left| \frac{1}{4}x^4 - \frac{19}{2}x^2 + 30x + m - 20 \right|$ trên đoạn $[0; 2]$ không vượt quá 20. Tổng các phần tử của S bằng

- A. 210. B. -195. C. 105. D. 300.

Câu 37: [2D3-2] Biết rằng trên khoảng $\left(\frac{3}{2}; +\infty\right)$, hàm số $f(x) = \frac{20x^2 - 30x + 7}{\sqrt{2x-3}}$ có một nguyên hàm

$$F(x) = (ax^2 + bx + c)\sqrt{2x-3} \quad (a, b, c \text{ là các số nguyên}).$$

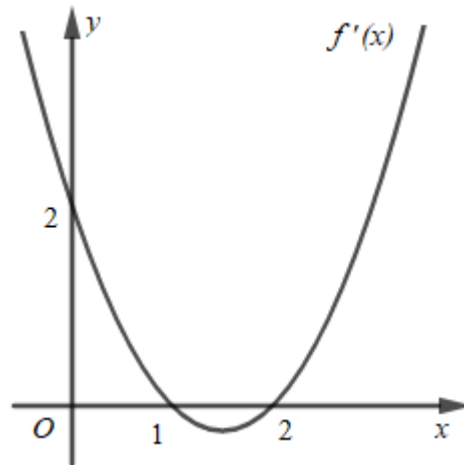
Tổng $S = a + b + c$ bằng

- A. 4. B. 3. C. 5. D. 6.

Câu 38: [2D4-2] Cho số phức $z = a + bi$ ($a, b \in \mathbb{R}$) thỏa mãn $|z + 2 + 5i| = 5$ và $z \cdot \bar{z} = 82$. Tính giá trị của biểu thức $P = a + b$.

- A. 10. B. -8. C. -35. D. -7.

Câu 39: [2D1-4] Cho hàm số $y = f(x)$. Hàm số $y = f'(x)$ có đồ thị như hình bên. Hàm số $y = f(x - x^2)$ nghịch biến trên khoảng nào dưới đây.



- A. $\left(-\frac{1}{2}; +\infty\right)$. B. $\left(-\frac{3}{2}; +\infty\right)$. C. $\left(-\infty; \frac{3}{2}\right)$. D. $\left(\frac{1}{2}; +\infty\right)$.

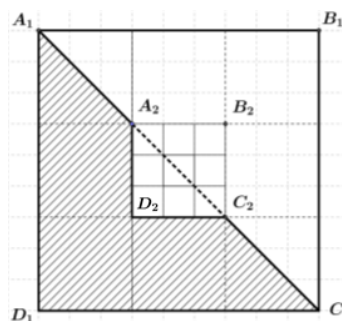
Câu 40: [2D1-3] Cho hàm số $y = f(x) = -x^3 + 6x^2 + 2$ có đồ thị (C) và điểm $M(m; 2)$. Gọi S là tập các giá trị thực của m để qua M kẻ được đúng hai tiếp tuyến với đồ thị (C) . Tổng các phần tử của S là

- A. $\frac{12}{3}$. B. $\frac{20}{3}$. C. $\frac{19}{3}$. D. $\frac{23}{3}$.

Câu 41: [2H3-3] Trong không gian $Oxyz$, cho ba điểm $A(3; 0; 0)$, $B(1; 2; 1)$ và $C(2; -1; 2)$. Biết mặt phẳng qua B , C và tâm mặt cầu nội tiếp tứ diện $OABC$ có một vectơ pháp tuyến là $(10; a; b)$. Tổng $a + b$ là:

- A. -2 . B. 2 . C. 1 . D. -1 .

Câu 42: [1D2-3] Với hình vuông $A_1B_1C_1D_1$ như hình vẽ bên, cách tô màu như phần gạch sọc được gọi là cách tô màu “đẹp”. Một nhà thiết kế tiến hành tô màu cho một hình vuông như hình bên, theo quy trình sau:



Bước 1: Tô màu “đẹp” cho hình vuông $A_1B_1C_1D_1$.

Bước 2: Tô màu “đẹp” cho hình vuông $A_2B_2C_2D_2$ là hình vuông ở chính giữa khi chia hình vuông $A_1B_1C_1D_1$ thành 9 phần bằng nhau như hình vẽ.

Bước 3: Tô màu “đẹp” cho hình vuông $A_3B_3C_3D_3$ là hình vuông ở chính giữa khi chia hình vuông $A_2B_2C_2D_2$ thành 9 phần bằng nhau. Cứ tiếp tục như vậy. Hỏi cần ít nhất bao nhiêu bước để tổng diện tích phần được tô màu chiếm 49,99%.

- A. 9 bước. B. 4 bước. C. 8 bước. D. 7 bước.

Câu 43: [2D1-3] Cho hàm số $f(x) = x^3 - 3x^2$. Có bao nhiêu giá trị nguyên của m để đồ thị hàm số $g(x) = f(|x|) + m$ cắt trục hoành tại 4 điểm phân biệt?

- A. 3. B. 4. C. 2. D. 0.

Câu 44: [2H3-3] Trong không gian Oxyz cho hai đường thẳng $\Delta_1: \begin{cases} x=1 \\ y=2+t \\ z=-t \end{cases}$, $\Delta_2: \begin{cases} x=4+t \\ y=3-2t \\ z=1-t \end{cases}$. Gọi

(S) là mặt cầu có bán kính nhỏ nhất tiếp xúc với cả hai đường thẳng Δ_1 và Δ_2 . Bán kính mặt cầu (S).

- A. $\frac{\sqrt{10}}{2}$. B. $\frac{\sqrt{11}}{2}$. C. $\frac{3}{2}$. D. $\sqrt{2}$.

Câu 45: [2H1-3] Cho lăng trụ tam giác đều $ABC.A'B'C'$ cạnh đáy bằng a , chiều cao bằng $2a$. Mặt phẳng (P) qua B' và vuông góc với $A'C$ chia lăng trụ thành hai khối. Biết thể tích của hai khối là V_1 và V_2 với $V_1 < V_2$. Tỉ số $\frac{V_1}{V_2}$ bằng

- A. $\frac{1}{47}$. B. $\frac{1}{23}$. C. $\frac{1}{11}$. D. $\frac{1}{7}$.

Câu 46: [2D4-3] Cho các số phức $z_1 = -2 + i$, $z_2 = 2 + i$ và số phức z thay đổi thỏa mãn $|z - z_1|^2 + |z - z_2|^2 = 16$. Gọi M và m lần lượt là giá trị lớn nhất và giá trị nhỏ nhất của $|z|$. Giá trị biểu thức $M^2 - m^2$ bằng

- A. 15. B. 7. C. 11. D. 8.

Câu 47: [1H3-3] Cho hình lập phương $ABCD.EFGH$ cạnh bằng a . Khoảng cách giữa hai đường thẳng AH và BD bằng

- A. $\frac{a\sqrt{3}}{6}$. B. $\frac{a\sqrt{3}}{4}$. C. $\frac{a\sqrt{3}}{3}$. D. $\frac{a\sqrt{2}}{3}$.

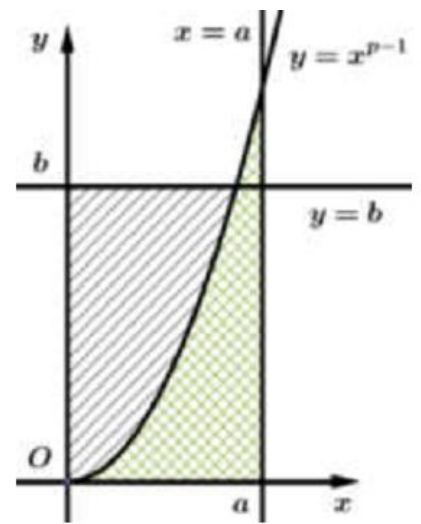
Câu 48: [2H1-4] Trong không gian, cho bốn mặt cầu có bán kính lần lượt là 2, 3, 3, 2 (đơn vị độ dài) tiếp xúc ngoài với nhau. Mặt cầu nhỏ nhất tiếp xúc ngoài với cả bốn mặt cầu nói trên có bán kính bằng

- A. $\frac{5}{9}$. B. $\frac{3}{7}$. C. $\frac{7}{15}$. D. $\frac{6}{11}$.

Câu 49: [1D2-4] Một tòa nhà có n tầng, các tầng được đánh số từ 1 đến n theo thứ tự từ dưới lên. Có 4 thang máy đang ở tầng 1. Biết rằng mỗi thang máy có thể dừng ở đúng 3 tầng (không kể tầng 1) và 3 tầng này không là 3 số nguyên liên tiếp và với hai tầng bất kỳ (khác tầng 1) của tòa nhà luôn có một thang máy dừng được ở cả hai tầng này. Hỏi giá trị lớn nhất của n là bao nhiêu?

- A. 6. B. 7. C. 8.

Câu 50: [2D4 -3] Cho các số p, q thỏa mãn các điều kiện: $p > 1$, $q > 1$, $\frac{1}{p} + \frac{1}{q} = 1$ và các số dương a, b . Xét hàm số:



$y = x^{p-1} (x > 0)$ có đồ thị là (C) . Gọi (S_1) là diện tích hình phẳng giới hạn bởi (C) , trục hoành, đường thẳng $x = a$, Gọi (S_2) là diện tích hình phẳng giới hạn bởi (C) , trục tung, đường thẳng $y = b$, Gọi (S) là diện tích hình phẳng giới hạn bởi trục hoành, trục tung và hai đường thẳng $x = a, y = b$. Khi so sánh $S_1 + S_2$ và S ta nhận được bất đẳng thức nào trong các bất đẳng thức dưới đây?

A. $\frac{a^p}{p} + \frac{b^q}{q} \leq ab$ **B.** $\frac{a^{p-1}}{p-1} + \frac{b^{q-1}}{q-1} \geq ab$. **C.** $\frac{a^{p+1}}{p+1} + \frac{b^{q+1}}{q+1} \leq ab$. **D.** $\frac{a^p}{p} + \frac{b^q}{q} \geq ab$.

-----HẾT-----

ĐÁP ÁN THAM KHẢO

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20	21	22	23	24	25
A	D	A	C	D	A	B	A	C	D	D	D	D	C	C	A	C	C	D	D	C	C	B	C	D

26	27	28	29	30	31	32	33	34	35	36	37	38	39	40	41	42	43	44	45	46	47	48	49	50
D	A	C	B	D	B	B	C	A	A	C	B	B	D	B	B	B	A	B	A	D	C	D	A	D

HƯỚNG DẪN GIẢI

- Câu 1:** [2D4-1] Cho số phức $z = -4 + 5i$. Biểu diễn hình học của z là điểm có tọa độ
A. $(-4; 5)$. **B.** $(-4; -5)$. **C.** $(4; -5)$. **D.** $(4; 5)$.

Hướng dẫn giải

Chọn A.

Số phức $z = -4 + 5i$ có phần thực $a = -4$; phần ảo $b = 5$ nên điểm biểu diễn hình học của số phức z là $(-4; 5)$.

- Câu 2:** [1D4-1] $\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{4x+1}{-x+1}$ bằng
A. 2. **B.** 4. **C.** -1. **D.** -4.

Hướng dẫn giải

Chọn D.

$$\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{4x+1}{-x+1} = \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{4 + \frac{1}{x}}{-1 + \frac{1}{x}} = -4.$$

- Câu 3:** [1D2-2] Có bao nhiêu cách chọn 5 cầu thủ từ 11 trong một đội bóng để thực hiện đá 5 quả luân lưu 11 m, theo thứ tự quả thứ nhất đến quả thứ năm.
A. A_{11}^5 . **B.** C_{11}^5 . **C.** $A_{11}^2 \cdot 5!$. **D.** C_{10}^5 .

Hướng dẫn giải

Chọn A.

Số cách chọn 5 cầu thủ từ 11 trong một đội bóng để thực hiện đá 5 quả luân lưu 11 m, theo thứ tự quả thứ nhất đến quả thứ năm là số chỉnh hợp chập 5 của 11 phần tử nên số cách chọn là A_{11}^5 .

- Câu 4:** [2H2-1] Diện tích xung quanh của hình trụ tròn xoay có độ dài đường sinh l và bán kính đáy r được tính bằng công thức nào dưới đây?
A. $S_{xq} = \pi r l$. **B.** $S_{xq} = \pi r^2 l$. **C.** $S_{xq} = 2\pi r l$. **D.** $S_{xq} = 4\pi r l$.

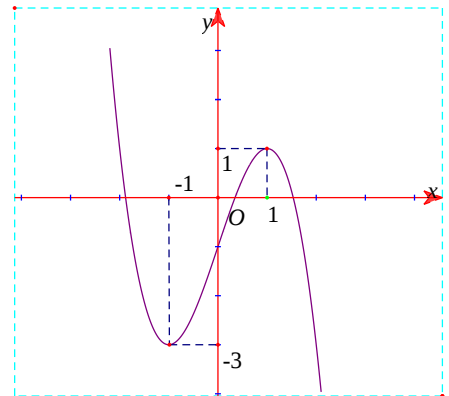
Hướng dẫn giải

Chọn C.

Diện tích xung quanh của hình trụ tròn xoay là $S_{xq} = 2\pi rl$

Câu 5: [2D1-2] Đường cong trong hình vẽ bên là đồ thị của hàm số có dạng $y = ax^3 + bx^2 + cx + d$ ($a \neq 0$). Hàm số đồng biến trên khoảng nào dưới đây?

- A. $(1; +\infty)$. B. $(-1; +\infty)$.
C. $(-\infty; 1)$. **D. $(-1; 1)$.**

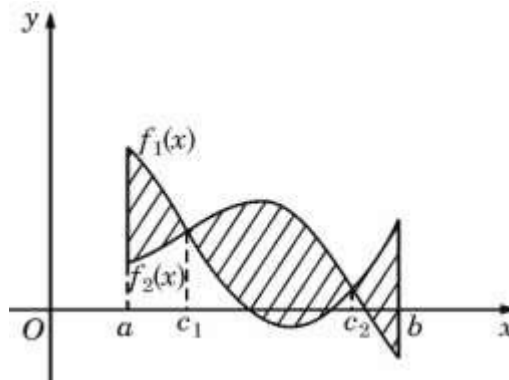


Hướng dẫn giải

Chọn D.

Dựa vào đồ thị ta thấy trên khoảng $(-1; 1)$ đồ thị hàm số “đi lên” nên hàm số đồng biến.

Câu 6: [2D3-1] Cho hình phẳng (H) giới hạn bởi đồ thị của hai hàm số $f_1(x)$ và $f_2(x)$ liên tục trên đoạn $[a; b]$ và hai đường thẳng $x = a$, $x = b$ (tham khảo hình vẽ dưới). Công thức tính diện tích của hình (H) là



A. $S = \int_a^b |f_1(x) - f_2(x)| dx$.

B. $S = \int_a^b (f_1(x) - f_2(x)) dx$.

C. $S = \int_a^b |f_1(x) + f_2(x)| dx$.

D. $S = \int_a^b f_2(x) dx - \int_a^b f_1(x) dx$.

Hướng dẫn giải

Chọn A.

Theo định nghĩa ứng dụng tích phân tính diện tích hình phẳng.

Câu 7: [2D1-1] Cho hàm số $y = f(x)$ xác định, liên tục trên $\square$ và có bảng biến thiên như sau

x	$-\infty$	1	2	$+\infty$
y'	+		- 0 +	
y		5	-2	$+\infty$

Điểm cực đại của hàm số là

A. $x = 5$.

B. $x = 1$.

C. $x = 2$.

D. $y = 5$.

Hướng dẫn giải

Chọn B.

Dựa vào bảng biến thiên, ta có tại $x = 1$, đạo hàm của hàm số đổi dấu từ (+) sang (-) nên hàm số có điểm cực đại là $x = 1$.

Câu 8: [2D2-1] Cho ba số dương a, b, c ($a \neq 1; b \neq 1$) và số thực α khác 0. Đẳng thức nào sau đây sai?

A. $\log_a b^\alpha = \frac{1}{\alpha} \log_a b$.

B. $\log_a (b.c) = \log_a b + \log_a c$.

C. $\log_a \frac{b}{c} = \log_a b - \log_a c$.

D. $\log_b c = \frac{\log_a c}{\log_a b}$.

Hướng dẫn giải

Chọn A.

Ta có: $\log_a b^\alpha = \alpha \log_a |b|$ nên phương án A sai.

Câu 9: [2D3-1] Tìm họ nguyên hàm của hàm số $f(x) = \sin 2018x$.

A. $\frac{\cos 2018x}{2018} + C$.

B. $-\frac{\cos 2018x}{2019} + C$.

C. $-\frac{\cos 2018x}{2018} + C$.

D. $2018 \cos 2018x + C$.

Hướng dẫn giải

Chọn C.

Theo công thức nguyên hàm mở rộng ta có: $\int \sin 2018x dx = -\frac{\cos 2018x}{2018} + C$.

Câu 10: [2H3-2] Trong không gian $Oxyz$, cho điểm $A(2; -3; 5)$. Tìm tọa độ A' là điểm đối xứng với A qua trục Oy .

A. $A'(2; 3; 5)$.

B. $A'(2; -3; -5)$.

C. $A'(-2; -3; 5)$.

D. $A'(-2; -3; -5)$.

Hướng dẫn giải

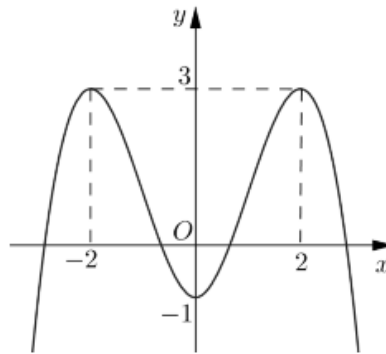
Chọn D.

Gọi H là hình chiếu vuông góc của $A(2; -3; 5)$ lên Oy . Suy ra $H(0; -3; 0)$

Khi đó H là trung điểm đoạn AA' .

$$\begin{cases} x_{A'} = 2x_H - x_A = -2 \\ y_{A'} = 2y_H - y_A = -3 \Rightarrow A'(-2; -3; -5). \\ z_{A'} = 2z_H - z_A = -5 \end{cases}$$

Câu 11: [2D1-2] Đường cong trong hình vẽ dưới là đồ thị của hàm số nào dưới đây?



- A. $y = -x^4 + 8x^2 - 1$. B. $y = x^4 - 8x^2 - 1$. C. $y = -x^3 + 3x^2 - 1$. D. $y = -|x|^3 + 3x^2 - 1$.

Hướng dẫn giải

Chọn D.

Đáp án B loại vì $\lim_{x \rightarrow \pm\infty} f(x) = -\infty$.

Đáp án C loại vì: $\lim_{x \rightarrow -\infty} (-x^3 + 3x^2 - 1) = +\infty$.

Đáp án A loại vì $f(-2) = 15$.

Đáp án D đúng vì: đồ thị hàm số $y = -|x|^3 + 3x^2 - 1 = \begin{cases} -x^3 + 3x^2 - 1 & \text{khi } x \geq 0 \\ x^3 + 3x^2 - 1 & \text{khi } x < 0 \end{cases}$.

Vẽ đồ thị ta được đáp án D.

Câu 12: [2H2-1] Trong không gian Oxyz cho đường thẳng $d: \frac{x-2}{3} = \frac{y+1}{-1} = \frac{z+3}{2}$. Điểm nào sau đây không thuộc đường thẳng d ?

- A. $N(2; -1; -3)$. B. $P(5; -2; -1)$. C. $Q(-1; 0; -5)$. D. $M(-2; 1; 3)$.

Hướng dẫn giải

Chọn D.

Nhận xét N, P, Q thuộc đường thẳng d .

Tọa độ điểm M không thuộc đường thẳng d .

Câu 13: [2D2-2] Tập nghiệm của bất phương trình $\log_{\frac{\pi}{4}}(x+1) > \log_{\frac{\pi}{4}}(2x-5)$ là

- A. $(-1; 6)$. B. $\left(\frac{5}{2}; 6\right)$. C. $(-\infty; 6)$. D. $(6; +\infty)$.

Hướng dẫn giải

Chọn D.

$$\text{Ta có } \log_{\frac{\pi}{4}}(x+1) > \log_{\frac{\pi}{4}}(2x-5) \Leftrightarrow \begin{cases} x+1 > 0 \\ 2x-5 > 0 \\ x+1 < 2x-5 \end{cases} \Leftrightarrow x > 6.$$

Câu 14: [2H2-2] Một hình trụ có diện tích xung quanh bằng $4\pi a^2$ và bán kính đáy là a . Tính độ dài đường cao của hình trụ đó.

A. $3a$.

B. $4a$.

C. $2a$.

D. a .

Hướng dẫn giải

Chọn C.

Diện tích xung quanh hình trụ là $S_{xq} = 2\pi Rh$

Theo đề bài ta có $4\pi a^2 = 2\pi Rh \Leftrightarrow h = 2a$.

Câu 15: [2H3-2] Trong không gian $Oxyz$, cho hai điểm $A(3; 2; -1)$, $B(-1; 4; 5)$. Phương trình mặt phẳng trung trực của đoạn thẳng AB là

A. $2x + y + 3z - 11 = 0$. B. $2x - y - 3z - 7 = 0$. **C. $2x - y - 3z + 7 = 0$.** D. $-2x + y + 3z + 7 = 0$.

Hướng dẫn giải

Chọn C.

Tọa độ trung điểm của AB là $I(1; 3; 2)$, $\overrightarrow{AB} = (-4; 2; 6)$, ta chọn VTPT là $\vec{n} = (-2; 1; 3)$.

Phương trình mặt phẳng trung trực của đoạn thẳng AB là

$$-2(x-1) + y - 3 + 3(z-2) = 0 \Leftrightarrow 2x - y - 3z + 7 = 0.$$

Câu 16: [2D1-2] Đồ thị hàm số nào dưới đây có hai tiệm cận đứng?

A. $y = \frac{2x+1}{\sqrt{2x^2-3x+1}}$. B. $y = \frac{\sqrt{4-x^2}}{x^2-2x-3}$. C. $y = \frac{x+1}{x^2+x}$. D. $y = \frac{\sqrt{x^2-4x+3}}{x^2-5x+6}$.

Hướng dẫn giải

Chọn A.

$$+ \lim_{x \rightarrow \frac{1}{2}^-} \frac{2x+1}{\sqrt{2x^2-3x+1}} = +\infty; \lim_{x \rightarrow 1^+} \frac{2x+1}{\sqrt{2x^2-3x+1}} = +\infty, \text{ do đó đồ thị hàm số có hai tiệm cận đứng}$$

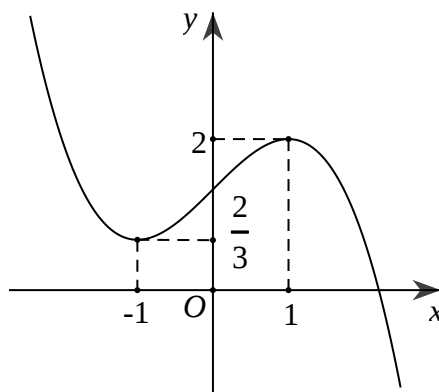
$$x = \frac{1}{2} \text{ và } x = 1.$$

$$+ \lim_{x \rightarrow -1^+} \frac{\sqrt{4-x^2}}{x^2-2x-3} = -\infty; \lim_{x \rightarrow -1^+} \frac{\sqrt{4-x^2}}{x^2-2x-3} = +\infty; \lim_{x \rightarrow 3^+} \frac{\sqrt{4-x^2}}{x^2-2x-3} \text{ và } \lim_{x \rightarrow 3^-} \frac{\sqrt{4-x^2}}{x^2-2x-3} \text{ không tồn tại, do đó đồ thị hàm số có một tiệm cận đứng } x = -1.$$

+ $\lim_{x \rightarrow -1} \frac{x+1}{x^2+x} = -1$; $\lim_{x \rightarrow 0^+} \frac{x+1}{x^2+x} = +\infty$; $\lim_{x \rightarrow 0^-} \frac{x+1}{x^2+x} = -\infty$; không tồn tại, do đó đồ thị hàm số có một tiệm cận đứng $x = -1$.

+ $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{\sqrt{x^2-4x+3}}{x^2-5x+6}$ không tồn tại, $\lim_{x \rightarrow 3^+} \frac{\sqrt{x^2-4x+3}}{x^2-5x+6} = \lim_{x \rightarrow 3^+} \frac{\sqrt{x-1}}{(x-2)\sqrt{x-3}} = +\infty$; do đó đồ thị hàm số có một tiệm cận đứng $x = 3$.

Câu 17: [2D1-1] Cho hàm số $y = f(x)$ có đồ thị là đường cong trong hình vẽ bên. Tìm số nghiệm của phương trình $f(x+2018) = 1$.



A. 2.

B. 1.

C. 3.

D. 4.

Hướng dẫn giải

Chọn C.

Đồ thị hàm số $y = f(x+2018)$ có được bằng cách tịnh tiến đồ thị hàm số $y = f(x)$ sang trái 2018 đơn vị. Do đó số nghiệm của phương trình $f(x+2018) = 1$ cũng là số nghiệm của phương trình $f(x) = 1$. Theo hình vẽ ta có số nghiệm là 3.

Câu 18: [2D1-1] Tìm giá trị lớn nhất của hàm số $y = x^3 - 2x^2 - 7x + 1$ trên đoạn $[-2; 1]$.

A. 3.

B. 4.

C. 5.

D. 6.

Hướng dẫn giải

Chọn C.

Ta có $y' = 3x^2 - 4x - 7$, $y' = 0 \Leftrightarrow x = -1$ (nhận) hoặc $x = \frac{7}{3}$ (loại).

$y(-2) = -1$, $y(1) = -7$, $y(-1) = 5$. Vậy $\max_{x \in [-2; 1]} y = y(-1) = 5$.

Câu 19: [2D3-1] Tính tích phân $\int_0^{\pi} \sin 3x dx$

A. $-\frac{1}{3}$.

B. $\frac{1}{3}$.

C. $-\frac{2}{3}$.

D. $\frac{2}{3}$.

Hướng dẫn giải

Chọn D.

Ta có $\int_0^{\pi} \sin 3x dx = -\frac{1}{3} \cos 3x \Big|_0^{\pi} = -\frac{1}{3}(-1-1) = \frac{2}{3}$.

Câu 20: [2D4-2] Cho số phức z thỏa mãn điều kiện $(1+i)(2+i)z+1-i=(5-i)(1+i)$. Tính môđun của số phức $w=1+2z+z^2$.

A. 100.

B. $\sqrt{10}$.

C. 5.

D. 10.

Hướng dẫn giải

Chọn D.

Ta có

$$(1+i)(2+i)z+1-i=(5-i)(1+i) \Leftrightarrow (1+3i)z+1-i=6+4i \Leftrightarrow (1+3i)z=5+5i \Leftrightarrow z=\frac{5+5i}{1+3i}$$

$$\Leftrightarrow z=2-i \text{ Suy ra } w=1+2z+z^2=8-6i, |w|=\sqrt{8^2+6^2}=10$$

Câu 21: [1H3-3] Cho tứ diện $OABC$ có OA, OB, OC đôi một vuông góc nhau và $OA=OB=OC=3a$. Tính khoảng cách giữa hai đường thẳng AC và OB .

A. $\frac{3a}{2}$.

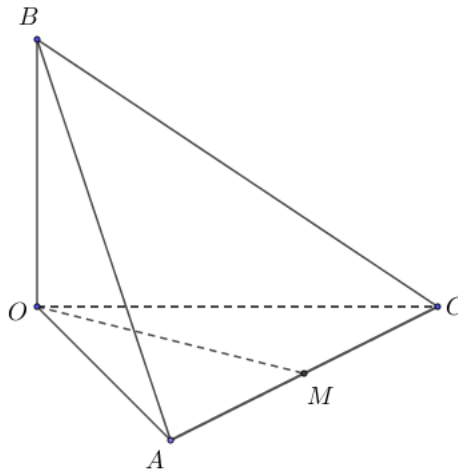
B. $\frac{a\sqrt{2}}{2}$.

C. $\frac{3a\sqrt{2}}{2}$.

D. $\frac{3a}{4}$.

Hướng dẫn giải

Chọn C.



Gọi M là trung điểm của $AC \Rightarrow AC \perp OM \Rightarrow OM$ là đường vuông góc chung của AC và OB , $AC=3a\sqrt{2} \Rightarrow OM=\frac{3a\sqrt{2}}{2}$.

Câu 22: [2D2-2] Anh Bảo gửi 27 triệu đồng vào ngân hàng theo thể thức lãi kép, kỳ hạn là một quý, với lãi suất 1,85% một quý. Hỏi thời gian tối thiểu bao nhiêu để anh Bảo có được ít nhất 36 triệu đồng tính cả vốn lẫn lãi?

A. 19 quý.

B. 15 quý.

C. 16 quý.

D. 20 quý.

Hướng dẫn giải

Chọn C.

Áp dụng công thức lãi kép $P_n = P(1+r)^n$ với $P=27$, $r=0,0185$, tìm n sao cho $P_n > 36$.

$$\text{Ta có } 27 \cdot 1,0185^n > 36 \Leftrightarrow n > \log_{1,0185} \frac{4}{3} \Rightarrow n=16.$$

Câu 23: [1D2-2] Trên giá sách có 4 quyển sách Toán, 3 quyển sách Vật Lí và 2 quyển sách Hóa học. Lấy ngẫu nhiên 3 quyển sách. Tính xác suất sao cho ba quyển lấy ra có ít nhất một quyển sách Toán.

A. $\frac{1}{3}$.

B. $\frac{37}{42}$.

C. $\frac{5}{6}$.

D. $\frac{19}{21}$.

Hướng dẫn giải

Chọn B.

Số phần tử của không gian mẫu $n(\Omega) = C_9^3 = 84$.

Gọi A là biến cố sao cho ba quyền lấy ra có ít nhất một quyền sách Toán

$\Rightarrow \bar{A}$ là biến cố sao cho ba quyền lấy ra không có sách Toán $\Rightarrow n(\bar{A}) = C_5^3 = 10$.

$$\Rightarrow P(A) = 1 - P(\bar{A}) = 1 - \frac{10}{84} = \frac{37}{42}.$$

Câu 24: [2H3-2] Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho điểm $M(5; -3; 2)$ và mặt phẳng $(P): x - 2y + z - 1 = 0$. Tìm phương trình đường thẳng d đi qua điểm M và vuông góc (P) .

A. $\frac{x+5}{1} = \frac{y-3}{-2} = \frac{z+2}{1}$.

B. $\frac{x-5}{1} = \frac{y+3}{-2} = \frac{z-2}{-1}$.

C. $\frac{x-6}{1} = \frac{y+5}{-2} = \frac{z-3}{1}$.

D. $\frac{x+5}{1} = \frac{y+3}{-2} = \frac{z-2}{1}$.

Hướng dẫn giải

Chọn C.

d qua điểm $M(5; -3; 2)$ và vuông góc (P) nhận $\vec{u} = (1; -2; 1)$ là vtcp có dạng
$$\begin{cases} x = 5 + t \\ y = -3 - 2t \\ z = 2 + t \end{cases}$$

Cho $t = 1 \Rightarrow N(6; -5; 3) \in d \Rightarrow d: \frac{x-6}{1} = \frac{y+5}{-2} = \frac{z-3}{1}$.

Câu 25: [1H3-3] Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình vuông cạnh a , cạnh bên SA vuông góc với mặt phẳng đáy, $SA = a\sqrt{2}$. Gọi M, N lần lượt là hình chiếu vuông góc của điểm A trên các cạnh SB, SD . Góc giữa mặt phẳng (AMN) và đường thẳng SB bằng

A. 45° .

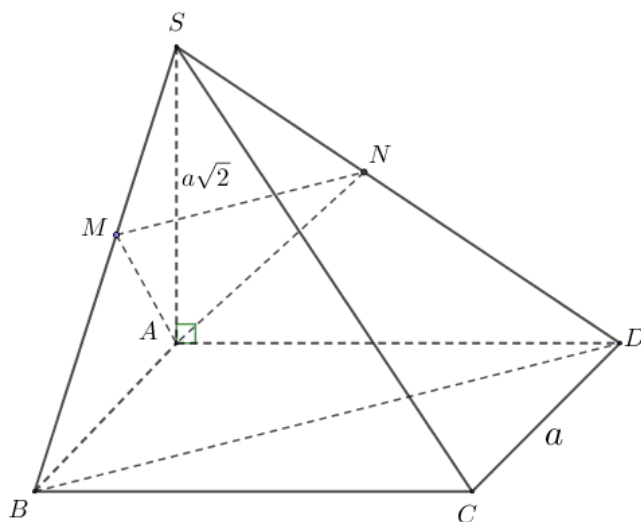
B. 90° .

C. 120° .

D. 60° .

Hướng dẫn giải

Chọn D.



Ta có $BC \perp (SAB) \Rightarrow BC \perp AM \Rightarrow AM \perp (SBC) \Rightarrow AM \perp SC$. Tương tự ta cũng có $AN \perp SC \Rightarrow (AMN) \perp SC$. Gọi φ là góc giữa đường thẳng SB và (AMN) .

Chuẩn hóa và chọn hệ trục tọa độ sao cho $A(0;0;0)$, $B(0;1;0)$, $D(1;0;0)$, $S(0;0;\sqrt{2})$, $C(1;1;0)$, $\overrightarrow{SC} = (1;1;-\sqrt{2})$, $\overrightarrow{SB} = (0;1;-\sqrt{2})$. Do $(AMN) \perp SC$ nên (AMN) có vtpt $\overrightarrow{SC}$

$$\sin \varphi = \frac{|3|}{2\sqrt{3}} = \frac{\sqrt{3}}{2} \Rightarrow \varphi = 60^\circ.$$

Câu 26: [1D2-3] Với n là số tự nhiên thỏa mãn $C_{n-4}^{n-6} + nA_n^2 = 454$, hệ số của số hạng chứa x^4 trong khai triển nhị thức Niu-ton của $\left(\frac{2}{x} - x^3\right)^n$ (với $x \neq 0$) bằng

A. 1972.

B. 786.

C. 1692.

D. -1792.

Hướng dẫn giải

Chọn D.

Điều kiện $n \geq 6$ và $n \in \mathbb{N}$.

$$C_{n-4}^{n-6} + nA_n^2 = 454 \Leftrightarrow \frac{(n-4)!}{(n-6)!2!} + n \cdot \frac{n!}{(n-2)!} = 454 \Leftrightarrow \frac{(n-5)(n-4)}{2} + n^2(n-1) = 454$$

$$\Leftrightarrow 2n^3 - n^2 - 9n - 888 = 0 \Leftrightarrow n = 8 \text{ (Vì } n \in \mathbb{N} \text{)}.$$

Khi đó ta có khai triển: $\left(\frac{2}{x} - x^3\right)^8$.

Số hạng tổng quát của khai triển là $C_8^k \left(\frac{2}{x}\right)^{8-k} (-x^3)^k = C_8^k (-1)^k 2^{8-k} x^{4k-8}$.

Hệ số của số hạng chứa x^4 ứng với k thỏa mãn: $4k - 8 = 4 \Leftrightarrow k = 3$.

Vậy hệ số của số hạng chứa x^4 là: $C_8^3 (-1)^3 2^5 = -1792$.

Câu 27: [2D2-1] Số nghiệm của phương trình $\log_2 \sqrt{x-3} + \log_2 \sqrt{3x-7} = 2$ bằng

A. 1.

B. 2.

C. 3.

D. 0.

Hướng dẫn giải

Chọn A.

Điều kiện xác định: $x > 3$.

$$\text{Phương trình đã cho tương đương: } \begin{cases} x = 5 \\ x = \frac{1}{3} \end{cases} \quad (L).$$

Vậy phương trình có một nghiệm.

Câu 28: [1H3-2] Cho hình chóp $S.ABC$ có độ dài các cạnh $SA = SB = SC = AB = AC = a$ và $BC = a\sqrt{2}$. Góc giữa hai đường thẳng AB và SC là ?

A. 45° .

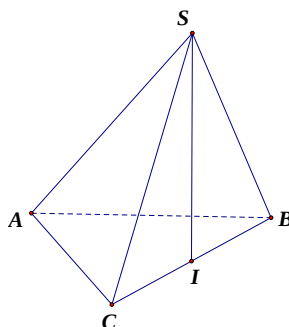
B. 90° .

C. 60° .

D. 30° .

Hướng dẫn giải

Chọn C.



Ta có $BC = a\sqrt{2}$ nên tam giác ABC vuông tại A . Vì $SA = SB = SC = a$ nên hình chiếu vuông góc của S lên (ABC) trùng với tâm I của đường tròn ngoại tiếp tam giác ABC .

Tam giác ABC vuông tại A nên I là trung điểm của BC .

$$\text{Ta có } \cos(AB, SC) = \left| \cos(\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{SC}) \right| = \frac{|\overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{SC}|}{AB \cdot SC}.$$

$$\overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{SC} = \overrightarrow{AB}(\overrightarrow{SI} + \overrightarrow{IC}) = \overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{SI} = -\frac{1}{2} \overrightarrow{BA} \cdot \overrightarrow{BC} = -\frac{1}{2} BA \cdot BC \cdot \cos 45^\circ = -\frac{a^2}{2}.$$

$$\cos(AB, SC) = \frac{\frac{a^2}{2}}{a^2} = \frac{1}{2} \Rightarrow (AB, SC) = 60^\circ.$$

$$\text{Cách 2: } \cos(AB, SC) = \left| \cos(\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{SC}) \right| = \frac{|\overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{SC}|}{AB \cdot SC}$$

$$\text{Ta có } \overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{SC} = (\overrightarrow{SB} - \overrightarrow{SA}) \cdot \overrightarrow{SC} = \overrightarrow{SB} \cdot \overrightarrow{SC} - \overrightarrow{SA} \cdot \overrightarrow{SC} = SB \cdot SC \cdot \cos 90^\circ - SA \cdot SC \cdot \cos 60^\circ = -\frac{a^2}{2}.$$

$$\text{Khi đó } \cos(AB, SC) = \frac{\left| \frac{-a^2}{2} \right|}{a^2} = \frac{1}{2}$$

Câu 29: [2H3-3] Trong không gian $Oxyz$, cho ba đường thẳng $d_1: \frac{x-3}{2} = \frac{y+1}{1} = \frac{z-2}{-2}$,

$(d_2): \frac{x+1}{3} = \frac{y}{-2} = \frac{z+4}{-1}$ và $(d_3): \frac{x+3}{4} = \frac{y-2}{-1} = \frac{z}{6}$. Đường thẳng song song d_3 , cắt d_1 và d_2 có phương trình là

A. $\frac{x-3}{4} = \frac{y+1}{1} = \frac{z-2}{6}$.

B. $\frac{x-3}{-4} = \frac{y+1}{1} = \frac{z-2}{-6}$.

C. $\frac{x+1}{4} = \frac{y}{-1} = \frac{z-4}{6}$.

D. $\frac{x-1}{4} = \frac{y}{-1} = \frac{z+4}{6}$.

Hướng dẫn giải

Chọn B.

$$\text{Ta có } d_1: \begin{cases} x = 3 + 2u \\ y = -1 + u \\ z = 2 - 2u \end{cases}, d_2: \begin{cases} x = -1 + 3v \\ y = -2v \\ z = -4 - v \end{cases}.$$

Gọi d_4 là đường thẳng cần tìm.

$$\text{Gọi } A = d_4 \cap d_1 \Rightarrow A(3 + 2u; -1 + u; 2 - 2u), B = d_4 \cap d_2 \Rightarrow B(-1 + 3v; -2v; -4 - v).$$

$$\overrightarrow{AB} = (-4 + 3v - 2u; 1 - 2v - u; -6 - v + 2u).$$

$$d_4 \text{ song song } d_3 \text{ nên } \overrightarrow{AB} = k\vec{u}_3 \text{ với } \vec{u}_3 = (4; -1; 6).$$

$$\overrightarrow{AB} = k\vec{u}_3 \Leftrightarrow \begin{cases} -4 + 3v - 2u = 4k \\ 1 - 2v - u = -k \\ -6 - v + 2u = 6k \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} v = 0 \\ u = 0 \\ k = -1 \end{cases}.$$

$$\text{Đường thẳng } d_4 \text{ đi qua } A(3; -1; 2) \text{ và có vtcp là } \vec{u}_3 = (4; -1; 6) \text{ nên } d_4: \frac{x-3}{4} = \frac{y+1}{-1} = \frac{z-2}{6}.$$

Câu 30: [2D1-3] Gọi S là tập hợp các giá trị nguyên dương của m để hàm số $y = x^3 - 3(2m+1)x^2 + (12m+5)x + 2$ đồng biến trên khoảng $(2; +\infty)$. Số phần tử của S bằng

A. 1.

B. 2.

C. 3.

D. 0.

Hướng dẫn giải

Chọn D.

Tập xác định $D = \mathbb{R}$.

$$y' = 3x^2 - 6(2m+1)x + 12m+5.$$

Hàm số đồng biến trong khoảng $(2; +\infty)$ khi $y' \geq 0, \forall x \in (2; +\infty)$

$$\Leftrightarrow 3x^2 - 6(2m+1)x + 12m + 5 \geq 0, \forall x \in (2; +\infty).$$

$$3x^2 - 6(2m+1)x + 12m + 5 \geq 0 \Leftrightarrow m \leq \frac{3x^2 - 6x + 5}{12(x-1)}$$

Xét hàm số $g(x) = \frac{3x^2 - 6x + 5}{12(x-1)}$ với $x \in (2; +\infty)$.

$$g'(x) = \frac{3x^2 - 6x + 1}{12(x-1)^2} > 0 \text{ với } \forall x \in (2; +\infty) \Rightarrow \text{hàm số } g(x) \text{ đồng biến trên khoảng } (2; +\infty).$$

$$\text{Do đó } m \leq g(x), \forall x \in (2; +\infty) \Rightarrow m \leq g(2) \Leftrightarrow m \leq \frac{5}{12}.$$

Vậy không có giá trị nguyên dương nào của m thỏa mãn bài toán.

Câu 31: [2D3-2] Cho hình phẳng (H) giới hạn bởi các đường $y = |x^2 - 4x + 3|$, $y = x + 3$ (phần tô đậm trong hình vẽ). Diện tích của (H) bằng

A. $\frac{37}{2}$.

B. $\frac{109}{6}$.

C. $\frac{454}{25}$.

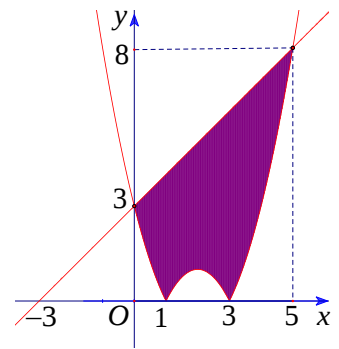
D. $\frac{91}{5}$.

Hướng dẫn giải

Chọn B.

Diện tích của (H) là

$$\begin{aligned} S &= \int_0^5 \left| x^2 - 4x + 3 \right| - (x + 3) dx = \int_0^5 (x + 3 - |x^2 - 4x + 3|) dx \\ &= \int_0^5 (x + 3) dx - \left[\int_0^1 (x^2 - 4x + 3) dx - \int_1^3 (x^2 - 4x + 3) dx + \int_3^5 (x^2 - 4x + 3) dx \right] \\ &= \left(\frac{x^2}{2} + 3x \right) \Big|_0^5 - \left[\left(\frac{x^3}{3} - 2x^2 + 3x \right) \Big|_0^1 - \left(\frac{x^3}{3} - 2x^2 + 3x \right) \Big|_1^3 + \left(\frac{x^3}{3} - 2x^2 + 3x \right) \Big|_3^5 \right] \\ &= \frac{55}{2} - \left(\frac{4}{3} + \frac{4}{3} + \frac{20}{3} \right) = \frac{109}{6}. \end{aligned}$$



Câu 32: [2D3-3] Biết $\int_1^2 \frac{x+1}{x^2 + x \ln x} dx = \ln(\ln a + b)$ với a, b là các số nguyên dương. Tính

$$P = a^2 + b^2 + ab.$$

A. 10.

B. 8.

C. 12.

D. 6.

Hướng dẫn giải

Chọn B.

$$\text{Ta có } \int_1^2 \frac{x+1}{x^2 + x \ln x} dx = \int_1^2 \frac{x+1}{x(x + \ln x)} dx.$$

$$\text{Đặt } t = x + \ln x \Rightarrow dt = \left(1 + \frac{1}{x} \right) dx = \frac{x+1}{x} dx.$$

$$\text{Khi } x=1 \Rightarrow t=1; x=2 \Rightarrow t=2+\ln 2.$$

Khi đó $I = \int_1^{2+\ln 2} \frac{dt}{t} = \ln|t| \Big|_1^{2+\ln 2} = \ln(\ln 2 + 2)$. Suy ra $\begin{cases} a = 2 \\ b = 2 \end{cases}$.

Vậy $P = 8$.

Câu 33: [2H2-3] Cho hình trụ có chiều cao bằng $6\sqrt{2} \text{ cm}$. Biết rằng một mặt phẳng không vuông góc với đáy và cắt hai mặt đáy theo hai dây cung song song $AB, A'B'$ mà $AB = A'B' = 6 \text{ cm}$, diện tích tứ giác $ABB'A'$ bằng 60 cm^2 . Tính bán kính đáy của hình trụ.

A. 5 cm .

B. $3\sqrt{2} \text{ cm}$.

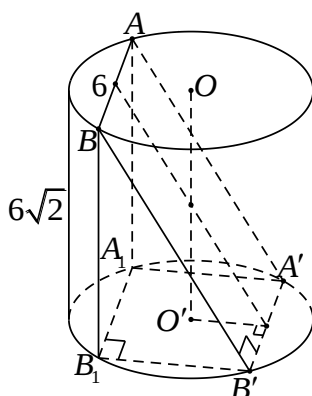
C. 4 cm .

D. $5\sqrt{2} \text{ cm}$.

Hướng dẫn giải

Chọn C.

Gọi O, O' là tâm các đáy hình trụ (hình vẽ).



Vì $AB = A'B'$ nên $(ABB'A')$ đi qua trung điểm của đoạn OO' và $ABB'A'$ là hình chữ nhật.

Ta có $S_{ABB'A'} = AB \cdot AA' \Leftrightarrow 60 = 6 \cdot AA' \Rightarrow AA' = 10 (\text{cm})$.

Gọi A_1, B_1 lần lượt là hình chiếu của A, B trên mặt đáy chứa A' và B'

$\Rightarrow A'B'B_1A_1$ là hình chữ nhật có $A'B' = 6 (\text{cm})$,

$$B_1B' = \sqrt{BB'^2 - BB_1^2} = \sqrt{10^2 - (6\sqrt{2})^2} = 2\sqrt{7} (\text{cm})$$

Gọi R là bán kính đáy của hình trụ, ta có $2R = A'B_1 = \sqrt{B_1B'^2 + A'B'^2} = 8 \Rightarrow R = 4 (\text{cm})$.

Câu 34: [2D2-3] Cho phương trình $(m-3)9^x + 2(m+1)3^x - m - 1 = 0$ (1). Biết rằng tập các giá trị của tham số m để phương trình có hai nghiệm phân biệt là một khoảng $(a; b)$. Tổng $S = a + b$ bằng

A. 4.

B. 6.

C. 8.

D. 10.

Hướng dẫn giải

Chọn A.

Đặt $t = 3^x$ ($t > 0$).

Khi đó phương trình (1) trở thành $(m-3)t^2 + 2(m+1)t - m - 1 = 0$ (*).

Phương trình (1) có 2 nghiệm x phân biệt $\Leftrightarrow$ phương trình (*) có 2 nghiệm t dương phân biệt

$$\Leftrightarrow \begin{cases} m-3 \neq 0 \\ 2m^2-2 > 0 \\ \frac{-2(m+1)}{m-3} > 0 \\ \frac{-(m+1)}{m-3} > 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m \neq 3 \\ m < -1 \\ m > 1 \\ -1 < m < 3 \end{cases} \Leftrightarrow 1 < m < 3.$$

Khi đó, $\begin{cases} a=1 \\ b=3 \end{cases} \Rightarrow S=4.$

Câu 35: [1D1-2] Cho phương trình $\cos 2x - (2m-3)\cos x + m-1 = 0$ (m là tham số). Tìm tất cả các giá trị thực của tham số m để phương trình có nghiệm thuộc khoảng $\left(\frac{\pi}{2}; \frac{3\pi}{2}\right)$.

- A. $1 \leq m < 2$. B. $m < 2$. C. $m \geq 1$. D. $m \leq 1$.

Hướng dẫn giải

Chọn A.

$$\cos 2x - (2m-3)\cos x + m-1 = 0 \Leftrightarrow 2\cos^2 x - (2m-3)\cos x + m-2 = 0$$

$$\Leftrightarrow (2\cos x - 1)(\cos x + 2 - m) = 0 \Leftrightarrow \cos x + 2 - m = 0, \text{ vì } x \in \left(\frac{\pi}{2}; \frac{3\pi}{2}\right)$$

$$\Leftrightarrow \cos x = m-2$$

$$\text{Ycbt} \Leftrightarrow -1 \leq m-2 < 0 \Leftrightarrow 1 \leq m < 2$$

Câu 36: [2D1-2] Gọi S là tập tất cả các giá trị nguyên của tham số m sao cho giá trị lớn nhất của hàm số $y = \left| \frac{1}{4}x^4 - \frac{19}{2}x^2 + 30x + m - 20 \right|$ trên đoạn $[0; 2]$ không vượt quá 20. Tổng các phần tử của S bằng

- A. 210. B. -195. C. 105. D. 300.

Hướng dẫn giải

Chọn C.

Xét hàm số $g(x) = \frac{1}{4}x^4 - \frac{19}{2}x^2 + 30x + m - 20$ trên đoạn $[0; 2]$

$$\text{Ta có } g'(x) = x^3 - 19x + 30; g'(x) = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = -5 \notin [0; 2] \\ x = 2 \\ x = 3 \notin [0; 2] \end{cases}$$

Bảng biến thiên

x	$-\infty$	-5	0	2	3	$+\infty$
$g'(x)$		$-$	0	$+$	0	$+$
$g(x)$			$g(0)$	$g(2)$		

$$g(0) = m - 20; \quad g(2) = m + 6.$$

$$\text{Để } \max_{[0;2]} |g(x)| \leq 20 \text{ thì } \begin{cases} g(0) \leq 20 \\ g(2) \leq 20 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} |m-20| \leq 20 \\ |m+6| \leq 20 \end{cases} \Leftrightarrow 0 \leq m \leq 14.$$

Mà $m \in \mathbb{Z}$ nên $m \in \{0; 1; 2; \dots; 14\}$.

Vậy tổng các phần tử của S là 105.

Câu 37: [2D3-2] Biết rằng trên khoảng $\left(\frac{3}{2}; +\infty\right)$, hàm số $f(x) = \frac{20x^2 - 30x + 7}{\sqrt{2x-3}}$ có một nguyên hàm

$F(x) = (ax^2 + bx + c)\sqrt{2x-3}$ (a, b, c là các số nguyên). Tổng $S = a + b + c$ bằng

A. 4.

B. 3.

C. 5.

D. 6.

Hướng dẫn giải

Chọn B.

$$\text{Đặt } t = \sqrt{2x-3} \Rightarrow t^2 = 2x-3 \Rightarrow dx = t dt$$

Khi đó

$$\int \frac{20x^2 - 30x + 7}{\sqrt{2x-3}} dx = \int \frac{20\left(\frac{t^2+3}{2}\right)^2 - 30\left(\frac{t^2+3}{2}\right) + 7}{t} t dt = \int (5t^4 + 15t^2 + 7) dt = t^5 + 5t^3 + 7t + C$$

$$= \sqrt{(2x-3)^5} + 5\sqrt{(2x-3)^3} + 7\sqrt{2x-3} + C$$

$$= (2x-3)^2 \sqrt{2x-3} + 5(2x-3)\sqrt{2x-3} + 7\sqrt{2x-3} + C = (4x^2 - 2x + 1)\sqrt{2x-3} + C$$

Vậy $F(x) = (4x^2 - 2x + 1)\sqrt{2x-3}$. Suy ra $S = a + b + c = 3$.

Câu 38: [2D4-2] Cho số phức $z = a + bi$ ($a, b \in \mathbb{R}$) thỏa mãn $|z + 2 + 5i| = 5$ và $z \cdot \bar{z} = 82$. Tính giá trị của biểu thức $P = a + b$.

A. 10.

B. -8.

C. -35.

D. -7.

Hướng dẫn giải

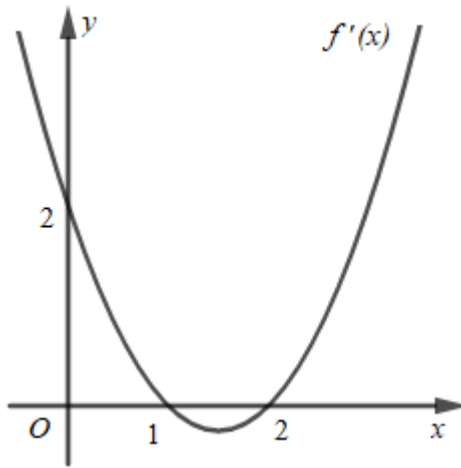
Chọn B.

$$\text{Theo giả thiết ta có } \begin{cases} \sqrt{(a+2)^2 + (b+5)^2} = 5 \\ a^2 + b^2 = 82 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a = \frac{-5b-43}{2} \quad (1) \\ a^2 + b^2 = 82 \quad (2) \end{cases}$$

$$\text{Thay (1) vào (2) ta được } 29b^2 + 430b + 1521 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} b = -9 \\ b = \frac{-169}{29} \end{cases}$$

Vì $b \in \mathbb{Z}$ nên $b = -9 \Rightarrow a = 1$. Do đó $P = a + b = -8$.

Câu 39: [2D1-4] Cho hàm số $y = f(x)$. Hàm số $y = f'(x)$ có đồ thị như hình bên. Hàm số $y = f(x - x^2)$ nghịch biến trên khoảng nào dưới đây.



A. $\left(-\frac{1}{2}; +\infty\right)$.

B. $\left(-\frac{3}{2}; +\infty\right)$.

C. $\left(-\infty; \frac{3}{2}\right)$.

D. $\left(\frac{1}{2}; +\infty\right)$.

Hướng dẫn giải

Chọn D.

Đặt $y = g(x) = f(x - x^2) \Rightarrow g'(x) = f'(x - x^2) \cdot (x - x^2)' = (1 - 2x) f'(x - x^2)$

Cho $g'(x) = 0 \Rightarrow \begin{cases} 1 - 2x = 0 \\ f'(x - x^2) = 0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} 1 - 2x = 0 \\ x - x^2 = 1 \text{ (ptvn)} \\ x - x^2 = 2 \text{ (ptvn)} \end{cases} \Leftrightarrow x = \frac{1}{2}.$

Với $x < \frac{1}{2}$ thì $\begin{cases} 1 - 2x > 0 \\ f'\left[-\left(x - \frac{1}{2}\right)^2 + \frac{1}{4}\right] > 0 \end{cases}$ nên $g'(x) > 0$.

Với $x > \frac{1}{2}$ thì $\begin{cases} 1 - 2x < 0 \\ f'\left[-\left(x - \frac{1}{2}\right)^2 + \frac{1}{4}\right] > 0 \end{cases}$ nên $g'(x) < 0$ hay hàm số $g(x) = f(x - x^2)$ nghịch

biến trên khoảng $\left(\frac{1}{2}; +\infty\right)$.

Câu 40: [2D1-3] Cho hàm số $y = f(x) = -x^3 + 6x^2 + 2$ có đồ thị (C) và điểm $M(m; 2)$. Gọi S là tập các giá trị thực của m để qua M kẻ được đúng hai tiếp tuyến với đồ thị (C). Tổng các phần tử của S là

A. $\frac{12}{3}$.

B. $\frac{20}{3}$.

C. $\frac{19}{3}$.

D. $\frac{23}{3}$.

Hướng dẫn giải

Chọn B.

Ta có: $f'(x) = -3x^2 + 12x$.

Phương trình tiếp tuyến tại $M(x_o; y_o)$ có dạng: $(\Delta): y = f'(x_o)(x - x_o) + f(x_o)$.

Do tiếp tuyến qua $M(m; 2)$ nên ta có:

$$2 = (-3x_o^2 + 12x_o)(m - x_o) + (-x_o^3 + 6x_o^2 + 2) \Leftrightarrow 2x_o^3 - (3m + 6)x_o^2 + 12mx_o = 0 \quad (1)$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} x_o = 0 \\ 2x_o^2 - (3m + 6)x_o + 12m = 0 \quad (2) \end{cases}$$

Để kẻ được đúng hai tiếp tuyến từ M thì phương trình (1) có 2 nghiệm.

Trường hợp 1: Phương trình (2) có nghiệm kép khác 0.

$$\text{Ta có: } \begin{cases} (3m + 6)^2 - 4 \cdot 2 \cdot 12m = 0 \\ 2 \cdot 0^2 - (3m + 6) \cdot 0 + 12m \neq 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 9m^2 - 60m + 36 = 0 \\ m \neq 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m = 6 \\ m = \frac{2}{3} \end{cases}$$

Trường hợp 2: Phương trình (2) có hai nghiệm phân biệt và có một nghiệm bằng 0.

$$\text{Ta có: } \begin{cases} (3m + 6)^2 - 4 \cdot 2 \cdot 12m > 0 \\ m = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 9m^2 - 60m + 36 > 0 \\ m = 0 \end{cases} \Leftrightarrow m = 0.$$

Vậy các giá trị thỏa yêu cầu bài toán là $\left\{0; \frac{2}{3}; 6\right\}$.

Do đó, tổng các giá trị bằng $0 + \frac{2}{3} + 6 = \frac{20}{3}$.

- Câu 41:** [2H3-3] Trong không gian $Oxyz$, cho ba điểm $A(3; 0; 0)$, $B(1; 2; 1)$ và $C(2; -1; 2)$. Biết mặt phẳng qua B , C và tâm mặt cầu nội tiếp tứ diện $OABC$ có một vectơ pháp tuyến là $(10; a; b)$. Tổng $a + b$ là:
- A. -2. B. 2. C. 1. D. -1.

Hướng dẫn giải

Chọn B.

Gọi tâm mặt cầu nội tiếp tứ diện $OABC$ là $I(x; y; z)$.

Ta có phương trình $(OBC): x - z = 0$.

Phương trình mặt phẳng $(ABC): 5x + 3y + 4z - 15 = 0$.

Tâm I cách đều hai mặt phẳng (OBC) và (ABC) suy ra:

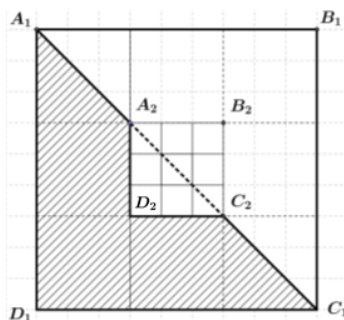
$$\frac{|x - z|}{\sqrt{2}} = \frac{|5x + 3y + 4z - 15|}{5\sqrt{2}} \Leftrightarrow \begin{cases} y + 3z - 5 = 0 & (\alpha) \\ 10x + 3y - z - 15 = 0 & (\beta) \end{cases}$$

Nhận xét: hai điểm A và O nằm về cùng phía với (α) nên loại (α) .

Hai điểm A và O nằm về khác phía (β) nên nhận (β) .

Thấy ngay một vector pháp tuyến là $(10; a; b)$ thì $a = 3$, $b = -1$. Vậy $a + b = 2$.

Câu 42: [1D2-3] Với hình vuông $A_1B_1C_1D_1$ như hình vẽ bên, cách tô màu như phần gạch sọc được gọi là cách tô màu “đẹp”. Một nhà thiết kế tiến hành tô màu cho một hình vuông như hình bên, theo quy trình sau:



Bước 1: Tô màu “đẹp” cho hình vuông $A_1B_1C_1D_1$.

Bước 2: Tô màu “đẹp” cho hình vuông $A_2B_2C_2D_2$ là hình vuông ở chính giữa khi chia hình vuông $A_1B_1C_1D_1$ thành 9 phần bằng nhau như hình vẽ.

Bước 3: Tô màu “đẹp” cho hình vuông $A_3B_3C_3D_3$ là hình vuông ở chính giữa khi chia hình vuông $A_2B_2C_2D_2$ thành 9 phần bằng nhau. Cứ tiếp tục như vậy. Hỏi cần ít nhất bao nhiêu bước để tổng diện tích phần được tô màu chiếm 49,99%.

A. 9 bước.

B. 4 bước.

C. 8 bước.

D. 7 bước.

Hướng dẫn giải

Chọn B.

Gọi diện tích được tô màu ở mỗi bước là u_n , $n \in \mathbb{N}^*$. Dễ thấy dãy các giá trị u_n là một cấp số nhân với số hạng đầu $u_1 = \frac{4}{9}$ và công bội $q = \frac{1}{9}$.

Gọi S_k là tổng của k số hạng đầu trong cấp số nhân đang xét thì $S_k = \frac{u_1(q^k - 1)}{q - 1}$.

Để tổng diện tích phần được tô màu chiếm 49,99% thì $\frac{u_1(q^k - 1)}{q - 1} \geq 0,4999 \Leftrightarrow k \geq 3,8$.

Vậy cần ít nhất 4 bước.

Câu 43: [2D1-3] Cho hàm số $f(x) = x^3 - 3x^2$. Có bao nhiêu giá trị nguyên của m để đồ thị hàm số $g(x) = f(|x|) + m$ cắt trục hoành tại 4 điểm phân biệt?

A. 3.

B. 4.

C. 2.

D. 0.

Hướng dẫn giải

Chọn A.

Tập xác định $D = \mathbb{R}$

$$f(x) = x^3 - 3x^2 \Rightarrow f'(x) = 3x^2 - 6x = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 0 \\ x = 2 \end{cases}.$$

Ta có bảng biến thiên

x	$-\infty$	0	2	3	$+\infty$				
$f'(x)$	$-$	0	$+$	0	$-$	$+$			
$f(x)$	$+\infty$	$\searrow$	0	$\nearrow$	4	$\searrow$	0	$\nearrow$	$+\infty$

BBT thiếu giá trị $f'(|x|)$ tại $x = 3$

Dựa vào bảng biến thiên ta thấy $0 < -m < 4 \Leftrightarrow -4 < m < 0$

$$m \in \mathbb{R} \Rightarrow m \in \{-3; -2; -1\}.$$

Vậy có 3 giá trị của m thỏa mãn bài ra.

Câu 44: [2H3-3] Trong không gian Oxyz cho hai đường thẳng $\Delta_1: \begin{cases} x = 1 \\ y = 2 + t \\ z = -t \end{cases}$, $\Delta_2: \begin{cases} x = 4 + t \\ y = 3 - 2t \\ z = 1 - t \end{cases}$. Gọi

(S) là mặt cầu có bán kính nhỏ nhất tiếp xúc với cả hai đường thẳng Δ_1 và Δ_2 . Bán kính mặt cầu (S).

A. $\frac{\sqrt{10}}{2}$.

B. $\frac{\sqrt{11}}{2}$.

C. $\frac{3}{2}$.

D. $\sqrt{2}$.

Hướng dẫn giải

Chọn B.

$$A \in \Delta_1 \Rightarrow A(1; 2+t; -t), B \in \Delta_2 \Rightarrow B(4+t'; 3-2t'; 1-t').$$

$$\text{Ta có } \overrightarrow{AB} = (3+t'; 1-2t'-t; 1-t'+t)$$

$$\text{VTCP của đường thẳng } \Delta_1 \text{ là } \vec{u}_1 = (0; 1; -1).$$

$$\text{VTCP của đường thẳng } \Delta_2 \text{ là } \vec{u}_2 = (1; -2; -1).$$

$$\text{Ta có } \begin{cases} \overrightarrow{AB} \cdot \vec{u}_1 = 0 \\ \overrightarrow{AB} \cdot \vec{u}_2 = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 1-2t'-t-(1-t'+t) = 0 \\ 3+t'-2(1-2t'-t)-(1-t'+t) = 0 \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} -t'-2t = 0 \\ 6t'+t = 0 \end{cases} \Leftrightarrow t = t' = 0. \text{ Suy ra } \overrightarrow{AB} = (3; 1; 1) \Rightarrow AB = \sqrt{11}.$$

Mặt cầu có bán kính nhỏ nhất tiếp xúc với cả hai đường thẳng Δ_1 và Δ_2 có đường kính bằng độ

$$\text{dài đoạn } AB \text{ nên có bán kính } r = \frac{AB}{2} = \frac{\sqrt{11}}{2}.$$

Câu 45: [2H1-3] Cho lăng trụ tam giác đều ABC.A'B'C' cạnh đáy bằng a , chiều cao bằng $2a$. Mặt phẳng (P) qua B' và vuông góc với $A'C$ chia lăng trụ thành hai khối. Biết thể tích của hai

khối là V_1 và V_2 với $V_1 < V_2$. Tỉ số $\frac{V_1}{V_2}$ bằng

A. $\frac{1}{47}$.

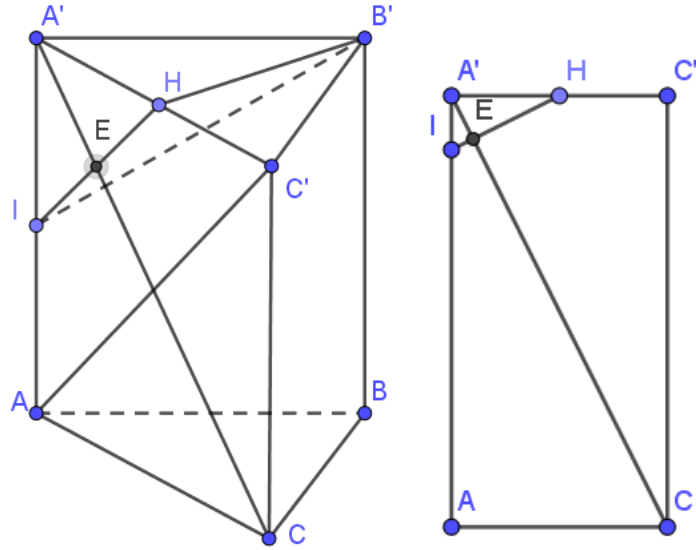
B. $\frac{1}{23}$.

C. $\frac{1}{11}$.

D. $\frac{1}{7}$.

Hướng dẫn giải

Chọn A.



Gọi H là trung điểm của $A'C'$, giác $\Delta A'B'C'$ đều nên $B'H \perp A'C'$.

Trong $(A'C'CA)$, kẻ $HE \perp A'C$, $HE \cap A'A = I$.

Ta có: $\begin{cases} B'H \perp A'C' \\ HI \perp A'C' \end{cases} \Rightarrow A'C' \perp (B'HI) \Rightarrow (P) \equiv (B'HI)$.

$$\Delta A'EH \sim \Delta A'C'C \Rightarrow \frac{A'E}{A'H} = \frac{A'C'}{A'C} \Rightarrow A'E = \frac{A'C' \cdot A'H}{A'C} = \frac{a\sqrt{5}}{10}.$$

$$\Delta A'IH \sim \Delta A'C'C \Rightarrow \frac{IH}{A'H} = \frac{A'C}{C'C} \Rightarrow IH = \frac{A'C \cdot A'H}{C'C} = \frac{a\sqrt{5}}{4}.$$

$$S_{B'HI} = \frac{1}{2} B'H \cdot HI = \frac{a^2 \sqrt{15}}{16}.$$

$$V_1 = \frac{1}{3} \cdot S_{B'HI} \cdot A'E = \frac{1}{3} \cdot \frac{a^2 \sqrt{15}}{16} \cdot \frac{a\sqrt{5}}{10} = \frac{a^3 \sqrt{3}}{96}.$$

$$V_{ABC.A'B'C'} = S_{ABC} \cdot A'A = \frac{a^2 \sqrt{3}}{4} \cdot 2a = \frac{a^3 \sqrt{3}}{2}.$$

$$V_2 = \frac{47}{96} a^3 \sqrt{3} \text{ do đó } \frac{V_1}{V_2} = \frac{1}{47}.$$

Câu 46: [2D4-3] Cho các số phức $z_1 = -2 + i$, $z_2 = 2 + i$ và số phức z thay đổi thỏa mãn $|z - z_1|^2 + |z - z_2|^2 = 16$. Gọi M và m lần lượt là giá trị lớn nhất và giá trị nhỏ nhất của $|z|$. Giá trị biểu thức $M^2 - m^2$ bằng

A. 15.

B. 7.

C. 11.

D. 8.

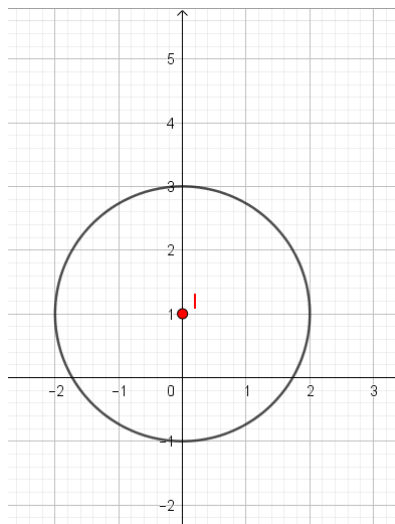
Hướng dẫn giải

Chọn D.

Giả sử $z = x + yi$ ($x, y \in \mathbb{R}$).

$$\text{Ta có: } |z - z_1|^2 + |z - z_2|^2 = 16 \Leftrightarrow |x + yi + 2 - i|^2 + |x + yi - 2 - i|^2 = 16 \Leftrightarrow x^2 + (y - 1)^2 = 4.$$

Suy ra tập hợp điểm biểu diễn của số phức z là đường tròn tâm số phức $I(0;1)$ bán kính $R=2$.



Do đó $m=1$, $M=3$.

Vậy $M^2 - m^2 = 8$.

Câu 47: [1H3-3] Cho hình lập phương $ABCD.EFGH$ cạnh bằng a . Khoảng cách giữa hai đường thẳng AH và BD bằng

A. $\frac{a\sqrt{3}}{6}$.

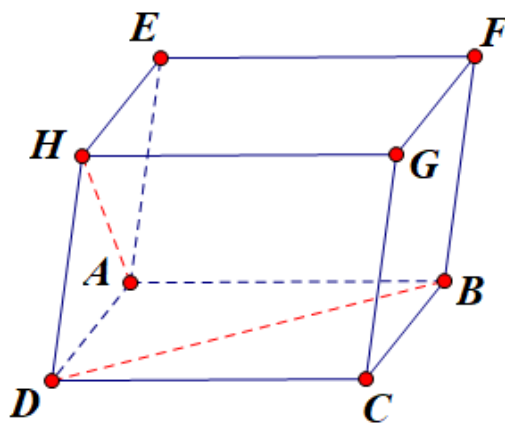
B. $\frac{a\sqrt{3}}{4}$.

C. $\frac{a\sqrt{3}}{3}$.

D. $\frac{a\sqrt{2}}{3}$.

Hướng dẫn giải

Chọn C.



Chọn $A(0;0;0)$, $B(a;0;0)$, $D(0;a;0)$, $H(0;a;a)$ khi đó

$$\overrightarrow{AH} = (0; a; a) \quad \overrightarrow{BD} = (-a; a; 0), \quad \overrightarrow{AD} = (0; a; 0); \quad [\overrightarrow{AH}, \overrightarrow{BD}] = (-a^2; -a^2; a^2)$$

$$d(AH, BD) = \frac{\left| [\overrightarrow{AH}, \overrightarrow{BD}] \cdot \overrightarrow{AD} \right|}{\left\| [\overrightarrow{AH}, \overrightarrow{BD}] \right\|} = \frac{a\sqrt{3}}{3}.$$

Câu 48: [2H1-4] Trong không gian, cho bốn mặt cầu có bán kính lần lượt là 2, 3, 3, 2 (đơn vị độ dài) tiếp xúc ngoài với nhau. Mặt cầu nhỏ nhất tiếp xúc ngoài với cả bốn mặt cầu nói trên có bán kính bằng

A. $\frac{5}{9}$.

B. $\frac{3}{7}$.

C. $\frac{7}{15}$.

D. $\frac{6}{11}$.

Hướng dẫn giải

Chọn D.

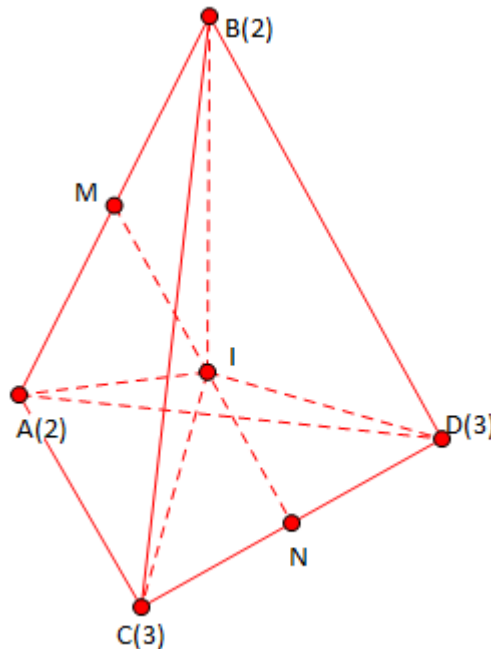
Cách 1:

Gọi A, B, C, D là tâm bốn mặt cầu, không mất tính tổng quát ta giả sử $AB = 4$, $AC = BD = AD = BC = 5$. Gọi M, N lần lượt là trung điểm của AB, CD . Dễ dàng tính được $MN = 2\sqrt{3}$. Gọi I là tâm mặt cầu nhỏ nhất với bán kính r tiếp xúc với bốn mặt cầu trên. Vì $IA = IB, IC = ID$ nên I nằm trên đoạn MN .

Đặt $IN = x$, ta có $IC = \sqrt{3^2 + x^2} = 3 + r$, $IA = \sqrt{2^2 + (2\sqrt{3} - x)^2} = 2 + r$

Từ đó suy ra $\sqrt{3^2 + x^2} - \sqrt{2^2 + (2\sqrt{3} - x)^2} = 1 \Leftrightarrow x = \frac{12\sqrt{3}}{11}$, suy ra $r = \sqrt{3^2 + \left(\frac{12\sqrt{3}}{11}\right)^2} - 3 = \frac{6}{11}$

Cách 2



Gọi A, B là tâm quả cầu bán kính bằng 2. C, D là tâm quả cầu bán kính bằng 3. I là tâm quả cầu bán kính x .

Mặt cầu (I) tiếp xúc ngoài với 4 mặt cầu tâm A, B, C, D nên $IA = IB = x + 2$, $IC = ID = x + 3$.

Gọi (P) , (Q) lần lượt là các mặt phẳng trung trực đoạn AB và CD .

$$\begin{cases} IA = IB \Rightarrow I \in (P) \\ IC = ID \Rightarrow I \in (Q) \end{cases} \Rightarrow I \in (P) \cap (Q) \quad (1).$$

Tứ diện $ABCD$ có $DA = DB = CA = CB = 5$ suy ra MN là đường vuông góc chung của AB và CD , suy ra $MN = (P) \cap (Q) \quad (2).$

Từ (1) và (2) suy ra $I \in MN$

Tam giác IAM có $IM = \sqrt{IA^2 - AM^2} = \sqrt{(x+2)^2 - 4}$.

Tam giác CIN có $IN = \sqrt{IC^2 - CN^2} = \sqrt{(x+3)^2 - 9}$.

Tam giác ABN có $NM = \sqrt{NA^2 - AM^2} = \sqrt{12}$.

Suy ra $\sqrt{(x+3)^2 - 9} + \sqrt{(x+2)^2 - 4} = \sqrt{12} \Rightarrow x = \frac{6}{11}$.

Câu 49: [1D2-4] Một tòa nhà có n tầng, các tầng được đánh số từ 1 đến n theo thứ tự từ dưới lên. Có 4 thang máy đang ở tầng 1. Biết rằng mỗi thang máy có thể dừng ở đúng 3 tầng (không kể tầng 1) và 3 tầng này không là 3 số nguyên liên tiếp và với hai tầng bất kỳ (khác tầng 1) của tòa nhà luôn có một thang máy dừng được ở cả hai tầng này. Hỏi giá trị lớn nhất của n là bao nhiêu?

A. 6.

B. 7.

C. 8.

D. 9.

Hướng dẫn giải

Chọn A.

Giả sử 4 thang máy đó là A, B, C, D .

Do khi bốc hai thang bất kỳ luôn có một thang máy dừng được nên :

+) Khi bốc hai tầng 2,3 có một thang dừng được giả sử đó là thang A , nên tầng 4 không phải thang A dừng.

+) Khi bốc hai tầng 3,4 có một thang dừng được giả sử đó là thang B , nên tầng 5 không phải thang B dừng.

+) Khi bốc hai tầng 4,5 có một thang dừng được giả sử đó là thang C , nên tầng 6 không phải thang C dừng.

+) Khi bốc hai tầng 5,6 có một thang dừng được giả sử đó là thang D .

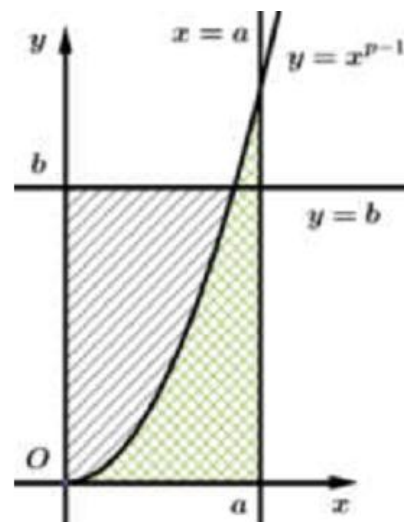
+) Khi bốc hai tầng 6,7 có một thang dừng được khi đó không thể là thang A, B, C vì sẽ dừng 4 (mâu thuẫn), thang D không thể ở tầng 7 do không thể ở ba tầng liên tiếp.

Vậy khách sạn có tối đa sáu tầng.

Câu 50: [2D4 -3] Cho các số p, q thỏa mãn các điều kiện: $p > 1$,

$q > 1$, $\frac{1}{p} + \frac{1}{q} = 1$ và các số dương a, b . Xét hàm số:

$y = x^{p-1}$ ($x > 0$) có đồ thị là (C) . Gọi (S_1) là diện tích hình phẳng giới hạn bởi (C) , trục hoành, đường thẳng $x = a$, Gọi (S_2) là diện tích hình phẳng giới hạn bởi (C) , trục tung, đường thẳng $y = b$, Gọi (S) là diện tích hình phẳng giới hạn bởi trục hoành, trục tung và hai đường thẳng $x = a$, $y = b$. Khi so sánh $S_1 + S_2$ và S ta nhận được bất đẳng thức nào trong các bất đẳng thức dưới đây?



A. $\frac{a^p}{p} + \frac{b^q}{q} \leq ab$

B. $\frac{a^{p-1}}{p-1} + \frac{b^{q-1}}{q-1} \geq ab$

C. $\frac{a^{p+1}}{p+1} + \frac{b^{q+1}}{q+1} \leq ab$

D. $\frac{a^p}{p} + \frac{b^q}{q} \geq ab$

Hướng dẫn giải

Chọn D.

Ta có: $S \leq S_1 + S_2$.

$$S_1 = \int_0^a (x^{p-1}) dx = \left(\frac{x^p}{p} \right) \bigg|_0^a = \frac{a^p}{p}; \quad S_2 = \int_0^b \left(y^{\frac{1}{p-1}} \right) dy = \left(\frac{y^{\frac{1}{p-1}+1}}{\frac{1}{p-1}+1} \right) \bigg|_0^b = \left(\frac{y^q}{q} \right) \bigg|_0^b = \frac{b^q}{q}.$$

$$\text{V\grave{a}: } \frac{1}{p-1} + 1 = \frac{p}{p-1} = \frac{1}{1-\frac{1}{p}} = \frac{1}{\frac{1}{q}} = q.$$

$$\text{V\grave{a}y } \frac{a^p}{p} + \frac{b^q}{q} \geq ab.$$

-----HẾT-----