

**SỞ GD VÀ ĐT GIA LAI
TRƯỜNG THPT CHUYÊN
HÙNG VƯƠNG**

ĐỀ THI THỬ THPT QUỐC GIA NĂM 2017 - 2018

MÔN: TOÁN 12

(Thời gian làm bài 90 phút)

Họ và tên thí sinh:.....SBD:.....

Mã đề thi 132

Câu 1: [2D3-1] Tìm nguyên hàm của hàm số $f(x) = \cos x$

A. $\int \cos x dx = \sin x + C.$

B. $\int \cos x dx = -\sin x + C.$

C. $\int \cos x dx = \sin 2x + C.$

D. $\int \cos x dx = -\frac{1}{2} \sin x + C.$

Câu 2: [1D4-1] Tính giới hạn $\lim_{x \rightarrow -\infty} (2x^3 - x^2 + 1)$

A. $-\infty.$

B. $+\infty.$

C. 2.

D. 0.

Câu 3: [1D2-2] Từ các số 1, 2, 3, 4, 5 có thể lập được bao nhiêu số tự nhiên gồm ba chữ số đôi một khác nhau.

A. 60.

B. 10.

C. 120.

D. 125.

Câu 4: [2H1-1] Cho khối tứ diện $OABC$ có OA , OB , OC đôi một vuông góc và $OA = a$; $OB = b$; $OC = c$. Thể tích khối tứ diện $OABC$ được tính theo công thức nào sau đây

A. $V = \frac{1}{6} a.b.c.$

B. $V = \frac{1}{3} a.b.c.$

C. $V = \frac{1}{2} a.b.c.$

D. $V = 3a.b.c.$

Câu 5: [2D1-2] Cho hàm số có bảng biến thiên như sau. Mệnh đề nào sau đây đúng:

x	$-\infty$	0	2	$+\infty$			
y'		+	0	-	0	+	
y	$-\infty$		5		1		$+\infty$

A. Hàm số đạt cực đại tại $x = 0$ và đạt cực tiểu tại $x = 2$.

B. Giá trị cực đại của hàm số là 0.

C. Giá trị cực tiểu của hàm số bằng 2.

D. Hàm số đạt cực tiểu tại $x = 1$ và đạt cực đại tại $x = 5$.

Câu 6: [2D3-1] Thể tích khối tròn xoay do hình phẳng giới hạn bởi các đường $y = \sqrt{x}$, trục Ox và hai đường thẳng $x = 1$; $x = 4$ khi quay quanh trục hoành được tính bởi công thức nào?

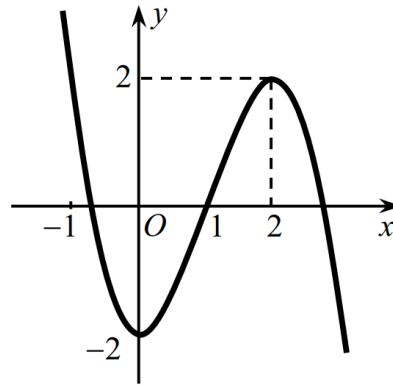
A. $V = \pi \int_1^4 x dx.$

B. $V = \int_1^4 |\sqrt{x}| dx.$

C. $V = \pi^2 \int_1^4 x dx.$

D. $V = \pi \int_1^4 \sqrt{x} dx.$

Câu 7: [2D1-1] Cho hàm số $y = f(x)$ có đồ thị như hình vẽ. Hàm số $y = f(x)$ đồng biến trên khoảng nào dưới đây?



- A. $(0; 2)$. B. $(-2; 2)$. C. $(-\infty; 0)$. D. $(2; +\infty)$.

Câu 8: [2D2-2] Cho $\log 5 = a$. Tính $\log 25000$ theo a .

- A. $2a + 3$. B. $5a^2$. C. $2a^2 + 1$. D. $5a$.

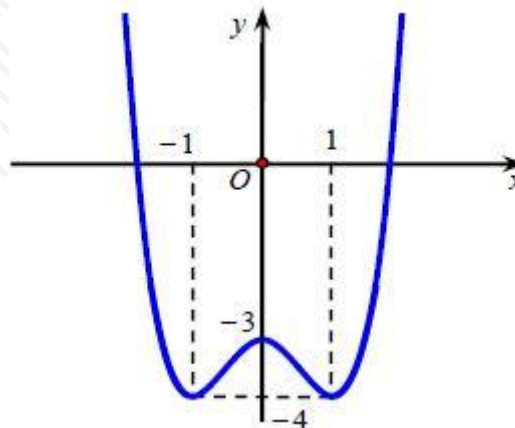
Câu 9: [2D3-1] Tìm họ nguyên hàm của hàm số $f(x) = 5^x + 1$.

- A. $\frac{5^x}{\ln 5} + x + C$. B. $5^x + x + C$. C. $5^x \ln x + x + C$. D. $5^x + x + C$.

Câu 10: [2H3-1] Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho tam giác ABC với $A(-2; 4; 1)$, $B(1; 1; -6)$, $C(0; -2; 3)$. Tìm tọa độ trọng tâm G của tam giác ABC .

- A. $G\left(-\frac{1}{3}; 1; -\frac{2}{3}\right)$. B. $G(-1; 3; -2)$. C. $G\left(\frac{1}{3}; -1; \frac{2}{3}\right)$. D. $G\left(-\frac{1}{2}; \frac{5}{2}; -\frac{5}{2}\right)$.

Câu 11: [2D1-1] Cho hàm số $y = f(x)$ có đồ thị như hình vẽ dưới đây. Tìm m để phương trình $f(x) = m$ có bốn nghiệm phân biệt.



- A. $-4 < m < -3$. B. $m > -4$. C. $-4 \leq m < -3$. D. $-4 < m \leq -3$.

Câu 12: [2H3-1] Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, mặt phẳng $(P): 2x + 3y + 4z - 12 = 0$ cắt trục Oy tại điểm có tọa độ là

- A. $(0; 4; 0)$. B. $(0; 6; 0)$. C. $(0; 3; 0)$. D. $(0; -4; 0)$.

Câu 13: [2D2-1] Tập nghiệm của bất phương trình $\log_2(x-1) > 3$ là

- A. $(9; +\infty)$. B. $(4; +\infty)$. C. $(1; +\infty)$. D. $(10; +\infty)$.

Câu 14: [2H2-1] Một khối cầu có thể tích bằng $\frac{32\pi}{3}$. Bán kính R của khối cầu đó là

- A. $R = 2$. B. $R = 32$. C. $R = 4$. D. $R = \frac{2\sqrt{2}}{3}$.

Câu 15: [2H3-1] Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, mặt phẳng đi qua điểm $A(2; -3; -2)$ và có một vector pháp tuyến $\vec{n} = (2; -5; 1)$ có phương trình là

- A. $2x - 5y + z - 17 = 0$. B. $2x - 5y + z + 17 = 0$.
C. $2x - 5y + z - 12 = 0$. D. $2x - 3y - 2z - 18 = 0$.

Câu 16: [2D1-2] Đồ thị của hàm số $y = \frac{3x^2 - 7x + 2}{2x^2 - 5x + 2}$ có bao nhiêu tiệm cận đứng?

- A. 1. B. 2. C. 3. D. 4.

Câu 17: [2D1-2] Đồ thị hàm số $y = 2x^4 - 3x^2$ và đồ thị hàm số $y = -x^2 + 2$ có bao nhiêu điểm chung?

- A. 2. B. 1. C. 3. D. 4.

Câu 18: [2D1-2] Gọi M , m lần lượt là giá trị lớn nhất và giá trị nhỏ nhất của hàm số $y = \frac{x^2 + 5}{x - 2}$ trên $[-2; 1]$. Tính $T = M + 2m$.

- A. $T = -14$. B. $T = -10$. C. $T = -\frac{21}{2}$. D. $T = -\frac{13}{2}$.

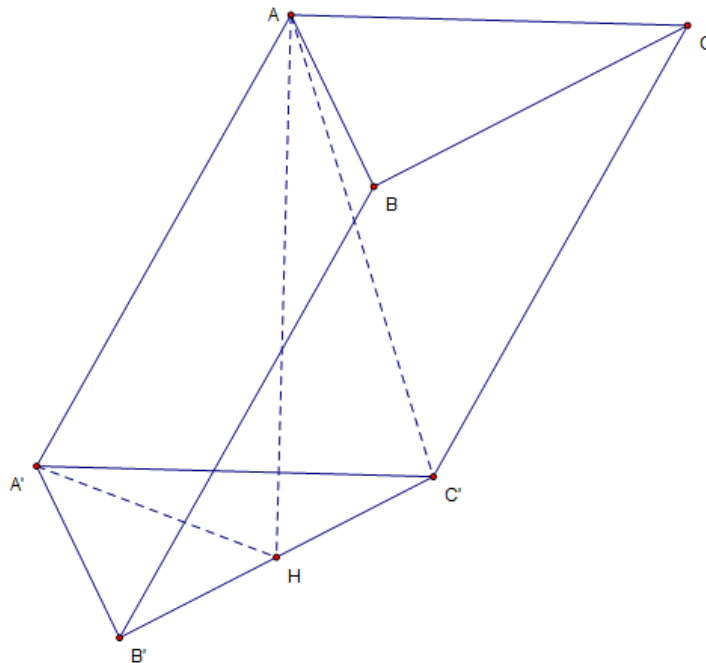
Câu 19: [2D3-2] Cho $F(x)$ là một nguyên hàm của hàm số $f(x) = \frac{1}{2x-1}$; biết $F(1) = 2$. Tính $F(2)$.

- A. $F(2) = \frac{1}{2} \ln 3 + 2$. B. $F(2) = \frac{1}{2} \ln 3 - 2$. C. $F(2) = \ln 3 + 2$. D. $F(2) = 2 \ln 3 - 2$.

Câu 20: [1D1-2] Tính tổng tất cả các nghiệm của phương trình $\sqrt{3} \cos x - \sin x = 1$ trên $[0; 2\pi]$.

- A. $\frac{5\pi}{3}$. B. $\frac{11\pi}{6}$. C. $\frac{\pi}{6}$. D. $\frac{3\pi}{2}$.

Câu 21: [1H3-2] Cho hình lăng trụ $ABC.A'B'C'$ có tất cả các cạnh bằng a . Góc tạo bởi cạnh bên và mặt phẳng đáy bằng 30° . Hình chiếu H của A trên mặt phẳng $(A'B'C')$ là trung điểm của $B'C'$. Tính theo a khoảng cách giữa hai mặt phẳng đáy của lăng trụ $ABC.A'B'C'$.



- A. $\frac{a}{2}$. B. $\frac{a}{3}$. C. $\frac{a\sqrt{3}}{2}$. D. $\frac{a\sqrt{2}}{2}$.

Câu 22: [2D2-2] Một người gửi 100 triệu đồng vào một ngân hàng với lãi suất 6%/năm. Biết rằng nếu không rút tiền ra khỏi ngân hàng thì cứ sau mỗi năm số tiền lãi sẽ được nhập vào gốc để tính lãi cho năm tiếp theo. Hỏi sau ít nhất bao nhiêu năm người đó nhận được số tiền nhiều hơn 300 triệu đồng bao gồm cả gốc lẫn lãi? Giả định trong suốt thời gian gửi, lãi suất không đổi và người đó không rút tiền ra.

- A. 19 năm. B. 20 năm. C. 21 năm. D. 18 năm.

Câu 23: [1D2-3] Một hộp đựng 11 tấm thẻ được đánh số từ 1 đến 11. Chọn ngẫu nhiên 4 tấm thẻ từ hộp. Gọi P là xác suất để tổng số ghi trên 4 tấm thẻ ấy là một số lẻ. Khi đó P bằng

- A. $\frac{16}{33}$. B. $\frac{1}{2}$. C. $\frac{2}{11}$. D. $\frac{10}{33}$.

Câu 24: [2H3-2] Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho điểm $I(1;2;-5)$ và mặt phẳng $(P): 2x - 2y + z - 8 = 0$. Viết phương trình mặt cầu có tâm I và tiếp xúc với mặt phẳng (P) .

- A. $(x-1)^2 + (y-2)^2 + (z+5)^2 = 25$. B. $(x+1)^2 + (y+2)^2 + (z-5)^2 = 25$.
C. $(x-1)^2 + (y-2)^2 + (z+5)^2 = 5$. D. $(x+1)^2 + (y+2)^2 + (z-5)^2 = 36$.

Câu 25: [1H3-2] Cho hình chóp $S.ABC$ có $SA = SB = SC = \frac{a\sqrt{3}}{2}$, đáy là tam giác vuông tại A , cạnh $BC = a$. Tính cosin của góc giữa đường thẳng SA và mặt phẳng (ABC) .

- A. $\frac{1}{\sqrt{3}}$. B. $\frac{1}{3}$. C. $\frac{\sqrt{3}}{2}$. D. $\frac{1}{\sqrt{5}}$.

Câu 26: [1D2-2] Tìm hệ số của số hạng chứa x^8 trong khai triển Nhị thức Niu tơn của $\left(\frac{n}{2x} + \frac{x}{2}\right)^{2n}$ ($x \neq 0$), biết số nguyên dương n thỏa mãn $C_n^3 + A_n^2 = 50$.

A. $\frac{297}{512}$.

B. $\frac{29}{51}$.

C. $\frac{97}{12}$.

D. $\frac{279}{215}$.

Câu 27: [2D2-2] Phương trình $\log_x 4 \cdot \log_2 \left(\frac{5-12x}{12x-8} \right) = 2$ có bao nhiêu nghiệm thực?

A. 1.

B. 2.

C. 0.

D. 3.

Câu 28: [2H3-2] Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho hai điểm $A(2;4;1)$, $B(-1;1;3)$ và mặt phẳng $(P): x-3y+2z-5=0$. Viết phương trình mặt phẳng (Q) đi qua hai điểm A, B và vuông góc với mặt phẳng (P) .

A. $(Q): 2y+3z-10=0$.

B. $(Q): 2x+3z-11=0$.

C. $(Q): 2y+3z-12=0$.

D. $(Q): 2y+3z-11=0$.

Câu 29: [1H3-2] Cho hình chóp đều $S.ABCD$ có cạnh đáy bằng a , góc giữa cạnh bên và mặt đáy bằng 60° . Tính thể tích của khối chóp $S.ABCD$ theo a .

A. $\frac{a^3\sqrt{6}}{6}$.

B. $\frac{a^3\sqrt{3}}{6}$.

C. $\frac{a^3\sqrt{6}}{12}$.

D. $\frac{a^3\sqrt{6}}{2}$.

Câu 30: [1H1-1] Trong mặt phẳng tọa độ Oxy cho vector $\vec{u} = (3; -1)$. Phép tịnh tiến theo vector $\vec{u}$ biến điểm $M(1; -4)$ thành

A. Điểm $M'(4; -5)$.

B. Điểm $M'(-2; -3)$.

C. Điểm $M'(3; -4)$.

D. Điểm $M'(4; 5)$.

Câu 31: [2D3-2] Tính thể tích khối tròn xoay sinh ra khi quay quanh trục Ox hình phẳng giới hạn bởi hai đồ thị $y = x^2 - 4x + 6$ và $y = -x^2 - 2x + 6$.

A. 3π .

B. $\pi - 1$.

C. π .

D. 2π .

Câu 32: [2H2-2] Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình chữ nhật, $AB=3$, $AD=4$ và các cạnh bên của hình chóp tạo với đáy một góc 60° . Tính thể tích của khối cầu ngoại tiếp hình chóp đã cho.

A. $V = \frac{250\sqrt{3}}{3}\pi$.

B. $V = \frac{125\sqrt{3}}{6}\pi$.

C. $V = \frac{500\sqrt{3}}{27}\pi$.

D. $V = \frac{50\sqrt{3}}{27}\pi$.

Câu 33: [2D1-2] Tìm m để đồ thị hàm số $y = x^4 - 2(m+1)x^2 + m$ có ba điểm cực trị A, B, C sao cho $OA=BC$, trong đó O là gốc tọa độ, A là điểm cực đại, B và C là hai điểm cực tiểu của đồ thị hàm số.

A. $m = 2 \pm 2\sqrt{2}$.

B. $m = 2 \pm \sqrt{2}$.

C. $m = 2 \pm 2\sqrt{3}$.

D. $m = 2 + 2\sqrt{2}$.

Câu 34: [1D4-2] Tính giới hạn $T = \lim_{n \rightarrow \infty} \left(\sqrt{16^{n+1} + 4^n} - \sqrt{16^{n+1} + 3^n} \right)$

A. $T = 0$.

B. $T = \frac{1}{4}$.

C. $T = \frac{1}{8}$.

D. $T = \frac{1}{16}$.

Câu 35: [2D3-2] Cho $I = \int_1^e \frac{\ln x}{x(\ln x + 2)^2} dx$ có kết quả dạng $I = \ln a + b$ với $a > 0$, $b \in \mathbb{Q}$. Khẳng định nào sau đây đúng?

A. $2ab = -1$.

B. $2ab = 1$.

C. $-b + \ln \frac{3}{2a} = -\frac{1}{3}$.

D. $-b + \ln \frac{3}{2a} = \frac{1}{3}$.

Câu 36: [1D2-1] Giả sử $(1+x)(1+x+x^2)\dots(1+x+x^2+\dots+x^n)=a_0+a_1x+a_2x^2+\dots+a_mx^m$. Tính $\sum_{r=0}^m a_r$

A. 1. B. n . C. $(n+1)!$. D. $n!$.

Câu 37: [2D2-1] Tập nghiệm S của phương trình $(x-1)(x-2)(x^x+1)=0$

A. $S=\{1,2,-1\}$. B. $S=\{1,-1\}$. C. $S=\{1,2\}$. D. $S=\{2,-1\}$.

Câu 38: [1H3-2] Cho tứ diện $OABC$ có OA , OB , OC đôi một vuông góc với nhau. Kẻ OH vuông góc với mặt phẳng (ABC) tại H . Khẳng định nào sau đây là sai?

A. $\frac{1}{OH^2}=\frac{1}{OA^2}+\frac{1}{OB^2}+\frac{1}{OC^2}$. B. H là trực tâm tam giác ABC .
B. $OA \perp BC$. D. $AH \perp (OBC)$.

Câu 39: [2D3-3] Giả sử $\int \frac{(2x+3)dx}{x(x+1)(x+2)(x+3)+1} = -\frac{1}{g(x)} + C$ (C là hằng số).

Tính tổng các nghiệm của phương trình $g(x)=0$.

A. -1. B. 1. C. 3. D. -3.

Câu 40: [2H3-3] Trong không gian xét $\vec{m}$, $\vec{n}$, $\vec{p}$, $\vec{q}$ là các vectơ đơn vị (có độ dài bằng 1). Gọi M là giá trị lớn nhất của biểu thức $|\vec{m}-\vec{n}|^2+|\vec{m}-\vec{p}|^2+|\vec{m}-\vec{q}|^2+|\vec{n}-\vec{p}|^2+|\vec{n}-\vec{q}|^2+|\vec{p}-\vec{q}|^2$.

Khi đó $M-\sqrt{M}$ thuộc khoảng nào sau đây?

A. $\left(4; \frac{13}{2}\right)$. B. $\left(7; \frac{19}{2}\right)$. C. $(17; 22)$. D. $(10; 15)$.

Câu 41: [1D2-3] Biết rằng khi khai triển nhị thức Newton

$$\left(\sqrt{x} + \frac{1}{2\sqrt[4]{x}}\right)^n = a_0(\sqrt{x})^n + a_1(\sqrt{x})^{n-1}\left(\frac{1}{\sqrt[4]{x}}\right)^1 + \dots$$

thì a_0, a_1, a_2 lập thành cấp số cộng. Hỏi trong khai triển có bao nhiêu số hạng mà lũy thừa của x là một số nguyên.

A. 1. B. 2. C. 3. D. 4.

Câu 42: [2D2-3] Cho hình vuông $ABCD$ có diện tích bằng 36, $\overrightarrow{AB}$ là một vectơ chỉ phương của đường thẳng $y=0$. Các điểm A, B, C lần lượt nằm trên đồ thị hàm số $y=\log_a x$; $y=2\log_a x$; $y=3\log_a x$. Tìm a .

A. $a=\sqrt[6]{3}$. B. $\sqrt{3}$. C. $a=\sqrt[3]{6}$. D. $\sqrt{6}$.

Câu 43: [2H3-3] Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho mặt phẳng $(P): 2x+y+6z-1=0$ và hai điểm $A(1;-1;0)$, $B(-1;0;1)$. Hình chiếu vuông góc của đoạn thẳng AB trên mặt phẳng (P) có độ dài bao nhiêu?

A. $\sqrt{\frac{255}{61}}$. B. $\sqrt{\frac{237}{41}}$. C. $\sqrt{\frac{137}{41}}$. D. $\sqrt{\frac{155}{61}}$.

- Câu 44: [1D3-4]** Cho dãy số (u_n) như sau: $u_n = \frac{n}{1+n^2+n^4}, \forall n=1, 2, \dots$ Tính giới hạn $\lim_{n \rightarrow +\infty} (u_1 + u_2 + \dots + u_n)$.
- A. $\frac{1}{4}$. B. 1. C. $\frac{1}{2}$. D. $\frac{1}{3}$.
- Câu 45: [2H1-4]** Một khối lập phương lớn tạo bởi 27 khối lập phương đơn vị. Một mặt phẳng vuông góc với đường chéo của khối lập phương lớn tại trung điểm của nó. Mặt phẳng này cắt ngang (không đi qua đỉnh) bao nhiêu khối lập phương đơn vị?
- A. 16. B. 17. C. 18. D. 19.
- Câu 46: [2D3-3]** Giá trị $I = \int_{\frac{1}{\sqrt[3]{6}}}^{\frac{9}{\sqrt[3]{4}}} x^2 \sin(\pi x^3) e^{\cos(\pi x^3)} dx$ gần bằng số nào nhất trong các số sau đây:
- A. 0,046. B. 0,036. C. 0,037. D. 0,038.
- Câu 47: [2D1-3]** Cho hàm số $f(x)$ xác định và liên tục trên $\mathbb{R}$ và có đạo hàm $f'(x)$ thỏa mãn $f'(x) = (1-x)(x+2)g(x) + 2018$ với $g(x) < 0; \forall x \in \mathbb{R}$. Hàm số $y = f(1-x) + 2018x + 2019$ nghịch biến trên khoảng nào?
- A. $(1; +\infty)$. B. $(0; 3)$. C. $(-\infty; 3)$. D. $(3; +\infty)$.
- Câu 48: [2D1-1]** Cho hàm số f có đạo hàm trên khoảng I . Xét các mệnh đề sau:
- (I). Nếu $f'(x) \geq 0, \forall x \in I$ (dấu bằng chỉ xảy ra tại một số hữu hạn điểm trên I) thì hàm số đồng biến trên I .
- (II). Nếu $f'(x) \leq 0, \forall x \in I$ (dấu bằng chỉ xảy ra tại một số hữu hạn điểm trên I) thì hàm số nghịch biến trên I .
- (III). Nếu $f'(x) \leq 0, \forall x \in I$ thì hàm số nghịch biến trên khoảng I .
- (IV). Nếu $f'(x) \leq 0, \forall x \in I$ và $f'(x) = 0$ tại vô số điểm trên I thì hàm số f không thể nghịch biến trên khoảng I .
- Trong các mệnh đề trên. Mệnh đề nào đúng, mệnh đề nào sai?
- A. I và II đúng, còn III và IV sai. B. I, II và III đúng, còn IV sai.
C. I, II và IV đúng, còn III sai. D. I, II, III và IV đúng.
- Câu 49: [2D1-2]** Cho hàm số $y = f(x)$ có đạo hàm trên $\mathbb{R}$. Xét tính đúng sai của các mệnh đề sau:
- (I): Nếu $f'(x) > 0$ trên khoảng $(x_0 - h; x_0)$ và $f'(x) < 0$ trên khoảng $(x_0; x_0 + h)$ ($h > 0$) thì hàm số đạt cực đại tại điểm x_0 .
- (II): Nếu hàm số đạt cực đại tại điểm x_0 thì tồn tại các khoảng $(x_0 - h; x_0)$, $(x_0; x_0 + h)$ ($h > 0$) sao cho $f'(x) > 0$ trên khoảng $(x_0 - h; x_0)$ và $f'(x) < 0$ trên khoảng $(x_0; x_0 + h)$.
- A. Cả (I) và (II) cùng sai. B. Mệnh đề (I) đúng, mệnh đề (II) sai.
C. Mệnh đề (I) sai, mệnh đề (II) đúng. D. Cả (I) và (II) cùng đúng.
- Câu 50: [2D1-4]** Cho hàm số đa thức bậc ba $y = f(x)$ có đồ thị đi qua các điểm $A(2; 4)$, $B(3; 9)$, $C(4; 16)$. Các đường thẳng AB , AC , BC lại cắt đồ thị tại lần lượt tại các điểm D , E , F (D

khác A và B , E khác A và C , F khác B và C). Biết rằng tổng các hoành độ của D , E , F bằng 24. Tính $f(0)$.

A. -2 .

B. 0 .

C. $\frac{24}{5}$.

D. 2 .

-----HẾT-----

BẢNG ĐÁP ÁN

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20	21	22	23	24	25
A	A	A	A	A	A	A	A	A	A	A	A	A	A	A	A	A	A	A	A	A	A	A	A	A
26	27	28	29	30	31	32	33	34	35	36	37	38	39	40	41	42	43	44	45	46	47	48	49	50
A	A	D	A	A	A	C	A	C	A	C	C	D	D	D	C	A	B	C	D	C	D	A	B	C

HƯỚNG DẪN GIẢI

Câu 1: [2D3-1] Tìm nguyên hàm của hàm số $f(x) = \cos x$

A. $\int \cos x dx = \sin x + C$.

B. $\int \cos x dx = -\sin x + C$.

C. $\int \cos x dx = \sin 2x + C$.

D. $\int \cos x dx = -\frac{1}{2} \sin x + C$.

Lời giải

Chọn A.

$$\int \cos x dx = \sin x + C.$$

Câu 2: [1D4-1] Tính giới hạn $\lim_{x \rightarrow -\infty} (2x^3 - x^2 + 1)$

A. $-\infty$.

B. $+\infty$.

C. 2 .

D. 0 .

Lời giải

Chọn A.

$$\text{Ta có } \lim_{x \rightarrow -\infty} (2x^3 - x^2 + 1) = \lim_{x \rightarrow -\infty} x^3 \left(2 - \frac{1}{x^2} + \frac{1}{x^3} \right) = -\infty.$$

Câu 3: [1D2-2] Từ các số 1, 2, 3, 4, 5 có thể lập được bao nhiêu số tự nhiên gồm ba chữ số đôi một khác nhau.

A. 60.

B. 10.

C. 120.

D. 125.

Lời giải

Chọn A.

Có thể lập $A_3^5 = 60$ số tự nhiên gồm ba chữ số đôi một khác nhau.

Câu 4: [2H1-1] Cho khối tứ diện $OABC$ có OA , OB , OC đôi một vuông góc và $OA = a$; $OB = b$; $OC = c$. Thể tích khối tứ diện $OABC$ được tính theo công thức nào sau đây

A. $V = \frac{1}{6} a.b.c$.

B. $V = \frac{1}{3} a.b.c$.

C. $V = \frac{1}{2} a.b.c$.

D. $V = 3a.b.c$.

Lời giải

Chọn A.

$$V_{OABC} = \frac{1}{3} Sh = \frac{1}{3} . OA . \frac{1}{2} OB . OC = \frac{1}{6} a.b.c$$

Câu 5: [2D1-2] Cho hàm số có bảng biến thiên như sau. Mệnh đề nào sau đây đúng:

x	$-\infty$		0		2		$+\infty$
y'		+	0	-	0	+	
y	$-\infty$		5		1		$+\infty$

A. Hàm số đạt cực đại tại $x = 0$ và đạt cực tiểu tại $x = 2$.

B. Giá trị cực đại của hàm số là 0.

C. Giá trị cực tiểu của hàm số bằng 2.

D. Hàm số đạt cực tiểu tại $x = 1$ và đạt cực đại tại $x = 5$.

Lời giải

Chọn A.

Câu 6: [2D3-1] Thể tích khối tròn xoay do hình phẳng giới hạn bởi các đường $y = \sqrt{x}$, trục Ox và hai đường thẳng $x = 1$; $x = 4$ khi quay quanh trục hoành được tính bởi công thức nào?

A. $V = \pi \int_1^4 x dx$.

B. $V = \int_1^4 |\sqrt{x}| dx$.

C. $V = \pi^2 \int_1^4 x dx$.

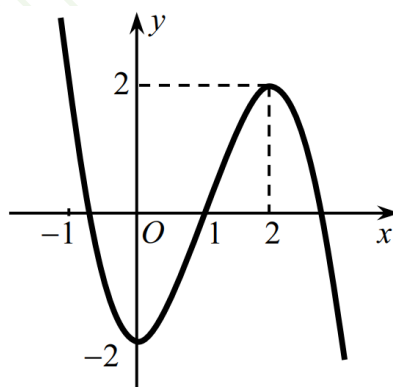
D. $V = \pi \int_1^4 \sqrt{x} dx$.

Lời giải

Chọn A.

Thể tích khối tròn xoay giới hạn bởi đồ thị hàm số $y = f(x)$, trục Ox , $x = a$ và $x = b$ được tính bởi công thức $V = \pi \int_a^b [f(x)]^2 dx$.

Câu 7: [2D1-1] Cho hàm số $y = f(x)$ có đồ thị như hình vẽ. Hàm số $y = f(x)$ đồng biến trên khoảng nào dưới đây?



A. $(0; 2)$.

B. $(-2; 2)$.

C. $(-\infty; 0)$.

D. $(2; +\infty)$.

Lời giải

Chọn A.

Dựa vào hình vẽ ta thấy trên khoảng $x \in (0; 2)$ thì đồ thị hàm số đi lên nên hàm số đồng biến trên khoảng $(0; 2)$.

Câu 8: [2D2-2] Cho $\log 5 = a$. Tính $\log 25000$ theo a .

A. $2a + 3$.

B. $5a^2$.

C. $2a^2 + 1$.

D. $5a$.

Lời giải

Chọn A.

Ta có: $\log 25000 = \log(5^2 \cdot 10^3) = 2\log 5 + 3\log 10 = 2a + 3$.

Câu 9: [2D3-1] Tìm họ nguyên hàm của hàm số $f(x) = 5^x + 1$.

A. $\frac{5^x}{\ln 5} + x + C$.

B. $5^x + x + C$.

C. $5^x \ln x + x + C$.

D. $5^x + x + C$.

Lời giải

Chọn A.

Ta có: $\int (5^x + 1) dx = \frac{5^x}{\ln 5} + x + C$.

Câu 10: [2H3-1] Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho tam giác ABC với $A(-2; 4; 1)$, $B(1; 1; -6)$, $C(0; -2; 3)$. Tìm tọa độ trọng tâm G của tam giác ABC .

A. $G\left(-\frac{1}{3}; 1; -\frac{2}{3}\right)$.

B. $G(-1; 3; -2)$.

C. $G\left(\frac{1}{3}; -1; \frac{2}{3}\right)$.

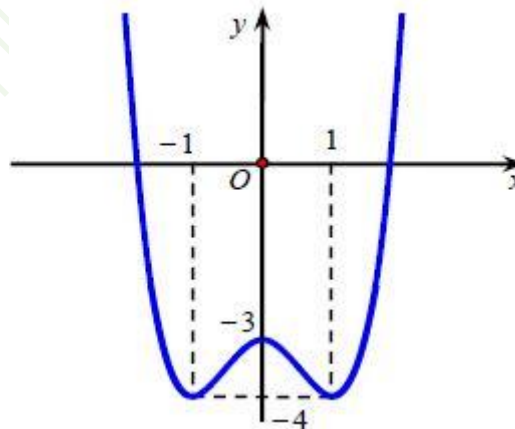
D. $G\left(-\frac{1}{2}; \frac{5}{2}; -\frac{5}{2}\right)$.

Lời giải

Chọn A.

Ta có:
$$\begin{cases} x_G = \frac{x_A + x_B + x_C}{3} = \frac{-2 + 1 + 0}{3} = -\frac{1}{3} \\ y_G = \frac{y_A + y_B + y_C}{3} = \frac{4 + 1 - 2}{3} = 1 \\ z_G = \frac{z_A + z_B + z_C}{3} = \frac{1 - 6 + 3}{3} = -\frac{2}{3} \end{cases} \quad \text{nên } G\left(-\frac{1}{3}; 1; -\frac{2}{3}\right).$$

Câu 11: [2D1-1] Cho hàm số $y = f(x)$ có đồ thị như hình vẽ dưới đây. Tìm m để phương trình $f(x) = m$ có bốn nghiệm phân biệt.



A. $-4 < m < -3$.

B. $m > -4$.

C. $-4 \leq m < -3$.

D. $-4 < m \leq -3$.

Lời giải

Chọn A.

Số nghiệm phương trình $f(x) = m$ bằng số giao điểm của đồ thị $(C): y = f(x)$ và đường thẳng $d: y = m$.

Vậy phương trình $f(x) = m$ có bốn nghiệm phân biệt khi và chỉ khi d cắt (C) tại bốn điểm phân biệt $\Leftrightarrow -4 < m < -3$.

Câu 12: [2H3-1] Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, mặt phẳng $(P): 2x + 3y + 4z - 12 = 0$ cắt trục Oy tại điểm có tọa độ là

- A. $(0; 4; 0)$. B. $(0; 6; 0)$. C. $(0; 3; 0)$. D. $(0; -4; 0)$.

Lời giải

Chọn A.

Gọi $M = Oy \cap (P) \Rightarrow M(0; b; 0)$. $M \in (P) \Rightarrow 3b - 12 = 0 \Leftrightarrow b = 4$. Vậy $M(0; 4; 0)$.

Câu 13: [2D2-1] Tập nghiệm của bất phương trình $\log_2(x-1) > 3$ là

- A. $(9; +\infty)$. B. $(4; +\infty)$. C. $(1; +\infty)$. D. $(10; +\infty)$.

Lời giải

Chọn A.

Điều kiện: $x > 1$.

Ta có $\log_2(x-1) > 3 \Leftrightarrow x-1 > 2^3 \Leftrightarrow x > 9$.

Vậy tập nghiệm của bất phương trình là $(9; +\infty)$.

Câu 14: [2H2-1] Một khối cầu có thể tích bằng $\frac{32\pi}{3}$. Bán kính R của khối cầu đó là

- A. $R = 2$. B. $R = 32$. C. $R = 4$. D. $R = \frac{2\sqrt{2}}{3}$.

Lời giải

Chọn A.

Ta có thể tích khối cầu có bán kính R là $V = \frac{4}{3}\pi R^3 = \frac{32\pi}{3} \Leftrightarrow R = 2$.

Câu 15: [2H3-1] Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, mặt phẳng đi qua điểm $A(2; -3; -2)$ và có một vectơ pháp tuyến $\vec{n} = (2; -5; 1)$ có phương trình là

- A. $2x - 5y + z - 17 = 0$. B. $2x - 5y + z + 17 = 0$.
C. $2x - 5y + z - 12 = 0$. D. $2x - 3y - 2z - 18 = 0$.

Lời giải

Chọn A.

Phương trình mặt phẳng là $2(x-2) - 5(y+3) + 1(z+2) = 0 \Leftrightarrow 2x - 5y + z - 17 = 0$.

Câu 16: [2D1-2] Đồ thị của hàm số $y = \frac{3x^2 - 7x + 2}{2x^2 - 5x + 2}$ có bao nhiêu tiệm cận đứng?

- A. 1. B. 2. C. 3. D. 4.

Lời giải

Chọn A.

TXĐ: $\mathbf{R} \setminus \left\{ \frac{1}{2}; 2 \right\}$.

$\lim_{x \rightarrow 2} \frac{3x^2 - 7x + 2}{2x^2 - 5x + 2} = \lim_{x \rightarrow 2} \frac{(3x-1)(x-2)}{(2x-1)(x-2)} = \lim_{x \rightarrow 2} \frac{3x-1}{2x-1} = \frac{5}{3}$ nên $x=2$ không là tiệm cận đứng của

đồ thị của hàm số $y = \frac{3x^2 - 7x + 2}{2x^2 - 5x + 2}$.

$$\lim_{x \rightarrow \left(\frac{1}{2}\right)^+} \frac{3x^2 - 7x + 2}{2x^2 - 5x + 2} = +\infty, \quad \lim_{x \rightarrow \left(\frac{1}{2}\right)^-} \frac{3x^2 - 7x + 2}{2x^2 - 5x + 2} = -\infty \text{ nên } x = \frac{1}{2} \text{ là tiệm cận đứng của đồ thị của}$$

$$\text{hàm số } y = \frac{3x^2 - 7x + 2}{2x^2 - 5x + 2}.$$

Câu 17: [2D1-2] Đồ thị hàm số $y = 2x^4 - 3x^2$ và đồ thị hàm số $y = -x^2 + 2$ có bao nhiêu điểm chung?

A. 2.

B. 1.

C. 3.

D. 4.

Lời giải

Chọn A.

Phương trình hoành độ giao điểm:

$$2x^4 - 3x^2 = -x^2 + 2 \Leftrightarrow x^4 - x^2 - 1 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x^2 = \frac{1+\sqrt{5}}{2} \\ x^2 = \frac{1-\sqrt{5}}{2} \end{cases} \Leftrightarrow x = \pm \sqrt{\frac{1+\sqrt{5}}{2}}.$$

Phương trình trên có hai nghiệm phân biệt. Do đó số giao điểm của hai đồ thị hàm số là 2.

Câu 18: [2D1-2] Gọi M , m lần lượt là giá trị lớn nhất và giá trị nhỏ nhất của hàm số $y = \frac{x^2 + 5}{x - 2}$ trên

$[-2; 1]$. Tính $T = M + 2m$.

A. $T = -14$.

B. $T = -10$.

C. $T = -\frac{21}{2}$.

D. $T = -\frac{13}{2}$.

Lời giải

Chọn A.

Hàm số $y = \frac{x^2 + 5}{x - 2}$ có TXĐ: $\mathbf{R} \setminus \{2\}$, vậy hàm số liên tục trên $[-2; 1]$.

$$y' = \frac{x^2 - 4x - 5}{(x - 2)^2}, y' = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = -1 \\ x = 5 \end{cases}. \text{ Do } x \in [-2; 1] \text{ nên } x = -1.$$

$$y(-2) = -\frac{9}{4}, y(-1) = -2, y(1) = -6$$

$$\Rightarrow \min_{[-2; 1]} y = -6, \max_{[-2; 1]} y = -2 \Rightarrow T = -14.$$

Câu 19: [2D3-2] Cho $F(x)$ là một nguyên hàm của hàm số $f(x) = \frac{1}{2x-1}$; biết $F(1) = 2$. Tính $F(2)$.

A. $F(2) = \frac{1}{2} \ln 3 + 2$.

B. $F(2) = \frac{1}{2} \ln 3 - 2$.

C. $F(2) = \ln 3 + 2$.

D. $F(2) = 2 \ln 3 - 2$.

Lời giải

Chọn A.

$$\text{Ta có } F(x) = \frac{1}{2} \ln |2x - 1| + C; F(1) = 2 \Rightarrow C = 2$$

$$\Rightarrow F(x) = \frac{1}{2} \ln |2x - 1| + 2 \Rightarrow F(2) = \frac{1}{2} \ln 3 + 2.$$

Câu 20: [1D1-2] Tính tổng tất cả các nghiệm của phương trình $\sqrt{3} \cos x - \sin x = 1$ trên $[0; 2\pi]$.

A. $\frac{5\pi}{3}$.

B. $\frac{11\pi}{6}$.

C. $\frac{\pi}{6}$.

D. $\frac{3\pi}{2}$.

Lời giải

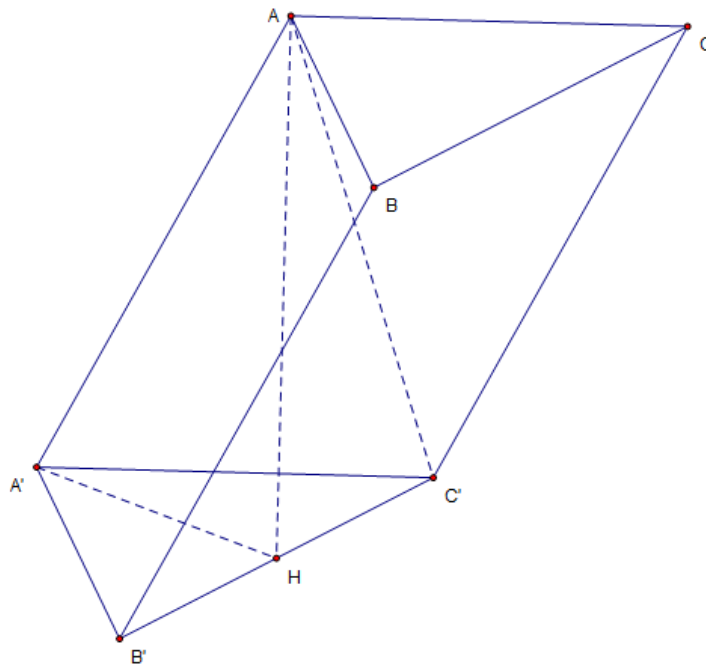
Chọn A.

Ta có $\sqrt{3} \cos x - \sin x = 1 \Leftrightarrow \cos\left(x + \frac{\pi}{6}\right) = \frac{1}{2} \Leftrightarrow \begin{cases} x = \frac{\pi}{6} + k2\pi \\ x = -\frac{\pi}{2} + k2\pi \end{cases} \quad (k \in \mathbb{Z}).$

Do đó các nghiệm trên $[0; 2\pi]$ của phương trình là $x = \frac{\pi}{6}, x = \frac{3\pi}{2}$.

Vậy tổng tất cả các nghiệm của phương trình trên $[0; 2\pi]$ bằng $\frac{\pi}{6} + \frac{3\pi}{2} = \frac{5\pi}{3}$.

Câu 21: [1H3-2] Cho hình lăng trụ $ABC.A'B'C'$ có tất cả các cạnh bằng a . Góc tạo bởi cạnh bên và mặt phẳng đáy bằng 30° . Hình chiếu H của A trên mặt phẳng $(A'B'C')$ là trung điểm của $B'C'$. Tính theo a khoảng cách giữa hai mặt phẳng đáy của lăng trụ $ABC.A'B'C'$.



A. $\frac{a}{2}$.

B. $\frac{a}{3}$.

C. $\frac{a\sqrt{3}}{2}$.

D. $\frac{a\sqrt{2}}{2}$.

Lời giải

Chọn A.

Vì $AH \perp (A'B'C')$ nên góc giữa cạnh bên AA' và mặt đáy $(A'B'C')$ là $\angle AA'H$

Do hình lăng trụ $ABC.A'B'C'$ có tất cả các cạnh đều bằng a suy ra $A'H = \frac{a\sqrt{3}}{2} \Rightarrow AH = \frac{a}{2}$.

Câu 22: [2D2-2] Một người gửi 100 triệu đồng vào một ngân hàng với lãi suất 6%/năm. Biết rằng nếu không rút tiền ra khỏi ngân hàng thì cứ sau mỗi năm số tiền lãi sẽ được nhập vào gốc để tính lãi cho năm tiếp theo. Hỏi sau ít nhất bao nhiêu năm người đó nhận được số tiền nhiều hơn 300 triệu đồng bao gồm cả gốc lẫn lãi? Giả định trong suốt thời gian gửi, lãi suất không đổi và người đó không rút tiền ra.

A. 19 năm.

B. 20 năm.

C. 21 năm.

D. 18 năm.

Lời giải

Chọn A.

Ta có $100(1+6\%)^n \geq 300 \Rightarrow (1+6\%)^n \geq 3 \Rightarrow n \geq \log_{(1+6\%)} 3 \approx 18,85$.

Câu 23: [1D2-3] Một hộp đựng 11 tấm thẻ được đánh số từ 1 đến 11. Chọn ngẫu nhiên 4 tấm thẻ từ hộp. Gọi P là xác suất để tổng số ghi trên 4 tấm thẻ ấy là một số lẻ. Khi đó P bằng

A. $\frac{16}{33}$.

B. $\frac{1}{2}$.

C. $\frac{2}{11}$.

D. $\frac{10}{33}$.

Lời giải

Chọn A.

Ta có $n(\Omega) = C_{11}^4 = 330$. Gọi A : “tổng số ghi trên 4 tấm thẻ ấy là một số lẻ”.

Từ 1 đến 11 có 6 số lẻ và 5 số chẵn. Để có tổng của 4 số là một số lẻ ta có 2 trường hợp.

Trường hợp 1: Chọn được 1 thẻ mang số lẻ và 3 thẻ mang số chẵn có: $C_6^1 \cdot C_5^3 = 60$ cách.

Trường hợp 2: Chọn được 3 thẻ mang số lẻ và 1 thẻ mang số chẵn có: $C_6^3 \cdot C_5^1 = 100$ cách.

Do đó $n(A) = 60 + 100 = 160$. Vậy $P(A) = \frac{160}{330} = \frac{16}{33}$.

Câu 24: [2H3-2] Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho điểm $I(1;2;-5)$ và mặt phẳng $(P): 2x - 2y + z - 8 = 0$. Viết phương trình mặt cầu có tâm I và tiếp xúc với mặt phẳng (P) .

A. $(x-1)^2 + (y-2)^2 + (z+5)^2 = 25$.

B. $(x+1)^2 + (y+2)^2 + (z-5)^2 = 25$.

C. $(x-1)^2 + (y-2)^2 + (z+5)^2 = 5$.

D. $(x+1)^2 + (y+2)^2 + (z-5)^2 = 36$.

Lời giải

Chọn A.

Ta có $R = d(I; (P)) = \frac{|2 - 4 - 5 - 8|}{\sqrt{4 + 4 + 1}} = \frac{|-15|}{3} = 5$.

Suy ra phương trình mặt cầu là: $(x-1)^2 + (y-2)^2 + (z+5)^2 = 25$.

Câu 25: [1H3-2] Cho hình chóp $S.ABC$ có $SA = SB = SC = \frac{a\sqrt{3}}{2}$, đáy là tam giác vuông tại A , cạnh

$BC = a$. Tính cosin của góc giữa đường thẳng SA và mặt phẳng (ABC) .

A. $\frac{1}{\sqrt{3}}$.

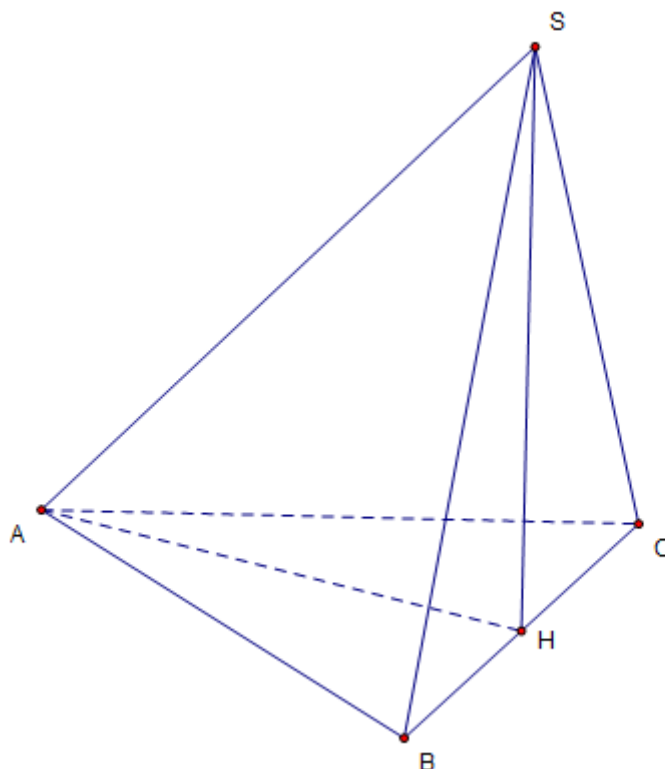
B. $\frac{1}{3}$.

C. $\frac{\sqrt{3}}{2}$.

D. $\frac{1}{\sqrt{5}}$.

Lời giải

Chọn A.



Gọi H là trung điểm BC thì khi đó $SH \perp (ABC)$; suy ra HA là hình chiếu của SA trên (ABC) .

$$\text{Do đó } (SA; (ABC)) = (SA; HA) = SAH \Rightarrow \cos SAH = \frac{AH}{SA} = \frac{\frac{a}{2}}{\frac{a\sqrt{3}}{2}} = \frac{1}{\sqrt{3}}.$$

Câu 26: [1D2-2] Tìm hệ số của số hạng chứa x^8 trong khai triển Nhị thức Niu tơn của $\left(\frac{n}{2x} + \frac{x}{2}\right)^{2n}$ ($x \neq 0$), biết số nguyên dương n thỏa mãn $C_n^3 + A_n^2 = 50$.

A. $\frac{297}{512}$.

B. $\frac{29}{51}$.

C. $\frac{97}{12}$.

D. $\frac{279}{215}$.

Lời giải

Chọn A.

$$\text{Ta có } C_n^3 + A_n^2 = 50 \quad (n \geq 3, n \in \mathbb{N}) \Rightarrow \frac{n!}{3!(n-3)!} + \frac{n!}{(n-2)!} = 50$$

$$\Leftrightarrow \frac{n(n-1)(n-2)}{6} + \frac{n(n-1)}{1} = 50 \Leftrightarrow n^3 + 3n^2 - 4n - 300 = 0 \Leftrightarrow n = 6.$$

Khi đó khai triển $\left(\frac{n}{2x} + \frac{x}{2}\right)^{12}$ có số hạng tổng quát $C_{12}^k 3^{12-k} \cdot 2^{-k} \cdot x^{2k-12}$ ($k \in \mathbb{N}, k \leq 12$)

Hệ số của số hạng chứa x^8 ứng với k thỏa $12k - 12 = 8 \Leftrightarrow k = 10$.

$$\text{Vậy hệ số của số hạng chứa } x^8 \text{ là } C_{12}^{10} \cdot 3^2 \cdot 2^{-10} = \frac{297}{512}.$$

Câu 27: [2D2-2] Phương trình $\log_x 4 \cdot \log_2 \left(\frac{5-12x}{12x-8} \right) = 2$ có bao nhiêu nghiệm thực?

A. 1.

B. 2.

C. 0.

D. 3.

Lời giải

Chọn A.

Điều kiện xác định: $\begin{cases} 0 < x \neq 1 \\ \frac{5}{12} < x < \frac{2}{3} \end{cases}$

Ta có $\log_x 4 \cdot \log_2 \left(\frac{5-12x}{12x-8} \right) = 2 \Leftrightarrow \log_2 \left(\frac{5-12x}{12x-8} \right) = \log_2 x \Leftrightarrow \frac{5-12x}{12x-8} = x \Leftrightarrow \begin{cases} x = \frac{1}{2} \\ x = -\frac{5}{6} (l) \end{cases}$

Câu 28: [2H3-2] Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho hai điểm $A(2;4;1)$, $B(-1;1;3)$ và mặt phẳng $(P): x-3y+2z-5=0$. Viết phương trình mặt phẳng (Q) đi qua hai điểm A, B và vuông góc với mặt phẳng (P) .

A. (Q): $2y+3z-10=0$.

B. (Q): $2x+3z-11=0$.

C. (Q): $2y+3z-12=0$.

D. (Q): $2y+3z-11=0$.

Lời giải

Chọn D.

Ta có $\overrightarrow{AB} = (-3; -3; 2)$, (P) có vtpt $\vec{n} = (1; -3; 2)$. (Q) có vtpt $\vec{k} = [\overrightarrow{AB}, \vec{n}] = 4(0; 2; 3)$.

$\Rightarrow (Q): 2y+3z-11=0$.

Câu 29: [1H3-2] Cho hình chóp đều $S.ABCD$ có cạnh đáy bằng a , góc giữa cạnh bên và mặt đáy bằng 60° . Tính thể tích của khối chóp $S.ABCD$ theo a .

A. $\frac{a^3\sqrt{6}}{6}$.

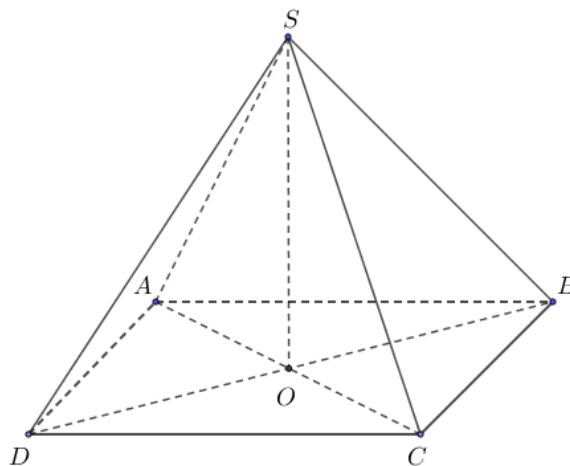
B. $\frac{a^3\sqrt{3}}{6}$.

C. $\frac{a^3\sqrt{6}}{12}$.

D. $\frac{a^3\sqrt{6}}{2}$.

Lời giải

Chọn A.



Gọi O là tâm của mặt đáy $\Rightarrow (SO, (ABCD)) = SBO = 60^\circ$.

Ta có $SO = BO \cdot \sqrt{3} \Rightarrow SO = \frac{a\sqrt{6}}{2}$. Vậy thể tích khối chóp $V = \frac{1}{3} \cdot SO \cdot S_{ABCD} = \frac{a^3 \sqrt{6}}{6}$.

Câu 30: [1H1-1] Trong mặt phẳng tọa độ Oxy cho vector $\vec{u} = (3; -1)$. Phép tịnh tiến theo vector $\vec{u}$ biến điểm $M(1; -4)$ thành

- A.** Điểm $M'(4; -5)$. **B.** Điểm $M'(-2; -3)$. **C.** Điểm $M'(3; -4)$. **D.** Điểm $M'(4; 5)$.

Lời giải

Chọn A.

Ta có $\begin{cases} x_{M'} = a + x_M \\ y_{M'} = b + y_M \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x_{M'} = 3 + 1 \\ y_{M'} = -1 - 4 \end{cases} \Rightarrow M'(4; -5)$.

Câu 31: [2D3-2] Tính thể tích khối tròn xoay sinh ra khi quay quanh trục Ox hình phẳng giới hạn bởi hai đồ thị $y = x^2 - 4x + 6$ và $y = -x^2 - 2x + 6$.

- A.** 3π . **B.** $\pi - 1$. **C.** π . **D.** 2π .

Lời giải

Chọn A.

Xét phương trình hoành độ giao điểm $x^2 - 4x + 6 = -x^2 - 2x + 6 \Leftrightarrow 2x^2 - 2x = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 0 \\ x = 1 \end{cases}$.

Thể tích vật thể tròn xoay sinh ra khi quay quanh trục Ox hình phẳng giới hạn bởi hai đồ thị là

$$V = \pi \int_0^1 \left| (x^2 - 4x + 6)^2 - (-x^2 - 2x + 6)^2 \right| dx = \pi \int_0^1 \left| -12x^3 + 36x^2 - 24x \right| dx$$

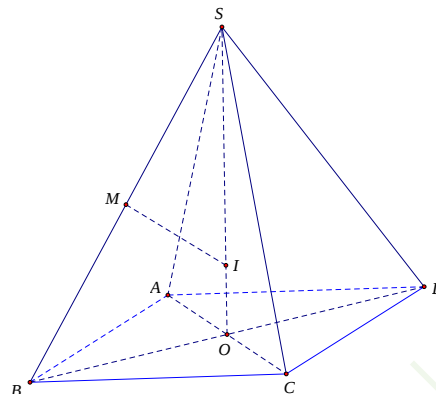
$$= \pi \left| \int_0^1 (-12x^3 + 36x^2 - 24x) dx \right| = \pi \left| \left(-3x^3 + 12x^2 - 12x \right) \Big|_0^1 \right| = 3\pi.$$

Câu 32: [2H2-2] Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình chữ nhật, $AB = 3$, $AD = 4$ và các cạnh bên của hình chóp tạo với đáy một góc 60° . Tính thể tích của khối cầu ngoại tiếp hình chóp đã cho.

- A.** $V = \frac{250\sqrt{3}}{3}\pi$. **B.** $V = \frac{125\sqrt{3}}{6}\pi$. **C.** $V = \frac{500\sqrt{3}}{27}\pi$. **D.** $V = \frac{50\sqrt{3}}{27}\pi$.

Lời giải

Chọn C.



Gọi $O = AC \cap BD$. Do các cạnh bên của hình chóp tạo với đáy một góc 60° nên $SO \perp (ABCD)$ hay SO là trục của đường tròn ngoại tiếp đa giác đáy.

Gọi M là trung điểm của cạnh SB , trong mặt phẳng (SBC) kẻ đường thẳng qua M và vuông góc với SB cắt SO tại I khi đó ta có $IA = IB = IC = ID = IS$ hay I là tâm mặt cầu ngoại tiếp hình chóp $S.ABCD$.

Theo giả thiết ta có $AB = 3$, $AD = 4$ nên $BO = \frac{5}{2}$. Mà góc giữa SB và mặt phẳng $(ABCD)$

bằng 60° hay $SBO = 60^\circ \Rightarrow SB = \frac{BO}{\cos 60^\circ} = 5, \Rightarrow SO = \frac{5\sqrt{3}}{2}$.

Ta có $\triangle SMI \sim \triangle SOB$ nên $SI = \frac{SM \cdot SB}{SO} = \frac{5 \cdot \frac{5}{2}}{\frac{5\sqrt{3}}{2}} = \frac{5\sqrt{3}}{3}$.

Vậy thể tích của khối cầu ngoại tiếp hình chóp $S.ABCD$ là $V = \frac{4}{3}\pi \left(\frac{5\sqrt{3}}{3}\right)^3 = \frac{500\sqrt{3}}{27}\pi$.

Câu 33: [2D1-2] Tìm m để đồ thị hàm số $y = x^4 - 2(m+1)x^2 + m$ có ba điểm cực trị A, B, C sao cho $OA = BC$, trong đó O là gốc tọa độ, A là điểm cực đại, B và C là hai điểm cực tiểu của đồ thị hàm số.

A. $m = 2 \pm 2\sqrt{2}$.

B. $m = 2 \pm \sqrt{2}$.

C. $m = 2 \pm 2\sqrt{3}$.

D. $m = 2 + 2\sqrt{2}$.

Lời giải

Chọn A.

Ta có $y' = 4x^3 - 4(m+1)x$; Giải phương trình $y' = 0 \Leftrightarrow x[x^2 - (m+1)] = 0$.

Để hàm số có ba cực trị thì phương trình $y' = 0$ có 3 nghiệm phân biệt $\Leftrightarrow m > -1$.

Theo đề bài ta có A là điểm cực đại, B và C là hai điểm cực tiểu nên $A(0; m)$,

$B(-\sqrt{m+1}; -m^2 - m - 1)$, $C(\sqrt{m+1}; -m^2 - m - 1)$.

Mặt khác $OA = BC \Leftrightarrow |m| = 2\sqrt{m+1} \Leftrightarrow m^2 - 4m - 4 = 0 \Leftrightarrow m = 2 \pm 2\sqrt{2} (t/m)$.

Câu 34: [1D4-2] Tính giới hạn $T = \lim_{n \rightarrow \infty} (\sqrt{16^{n+1} + 4^n} - \sqrt{16^{n+1} + 3^n})$

A. $T = 0$.

B. $T = \frac{1}{4}$.

C. $T = \frac{1}{8}$.

D. $T = \frac{1}{16}$.

Lời giải

Chọn C.

Ta có $T = \lim_{n \rightarrow \infty} (\sqrt{16^{n+1} + 4^n} - \sqrt{16^{n+1} + 3^n}) = \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{4^n - 3^n}{\sqrt{16^{n+1} + 4^n} + \sqrt{16^{n+1} + 3^n}}$
 $= \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{4^n - 3^n}{\sqrt{16 \cdot 16^n + 4^n} + \sqrt{16 \cdot 16^n + 3^n}} = \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{1 - \left(\frac{3}{4}\right)^n}{\sqrt{16 + \left(\frac{1}{4}\right)^n} + \sqrt{16 + \left(\frac{3}{4}\right)^n}} = \frac{1}{4 + 4} = \frac{1}{8}$.

Câu 35: [2D3-2] Cho $I = \int_1^e \frac{\ln x}{x(\ln x + 2)^2} dx$ có kết quả dạng $I = \ln a + b$ với $a > 0$, $b \in \mathbb{R}$. Khẳng định nào sau đây đúng?

A. $2ab = -1$. **B.** $2ab = 1$. **C.** $-b + \ln \frac{3}{2a} = -\frac{1}{3}$. **D.** $-b + \ln \frac{3}{2a} = \frac{1}{3}$.

Lời giải

Chọn A.

Đặt $\ln x + 2 = t \Leftrightarrow \ln x = t - 2 \Rightarrow \frac{1}{x} dx = dt$.

Đổi cận: khi $x = 1$ thì $t = 2$; khi $x = e$ thì $t = 3$.

Khi đó $I = \int_2^3 \frac{t-2}{t^2} dt = \int_2^3 \left(\frac{1}{t} - \frac{2}{t^2} \right) dt = \left(\ln|t| + \frac{2}{t} \right) \Big|_2^3 = \ln \frac{3}{2} - \frac{1}{3} \Rightarrow \begin{cases} a = \frac{3}{2} \\ b = -\frac{1}{3} \end{cases}$.

Vậy $2ab = -1$.

Câu 36: **[1D2-1]** Giả sử $(1+x)(1+x+x^2)\dots(1+x+x^2+\dots+x^n) = a_0 + a_1x + a_2x^2 + \dots + a_mx^m$. Tính $\sum_{r=0}^m a_r$

A. 1. **B.** n . **C.** $(n+1)!$. **D.** $n!$.

Lời giải

Chọn C.

Cho $x = 1$ ta có $2.3.4.5\dots(n+1) = a_0 + a_1 + \dots + a_m$

Vậy $\sum_{r=0}^m a_r = 1.2.3\dots(n+1) = (n+1)!$.

Câu 37: **[2D2-1]** Tập nghiệm S của phương trình $(x-1)(x-2)(x^x+1) = 0$

A. $S = \{1, 2, -1\}$. **B.** $S = \{1, -1\}$. **C.** $S = \{1, 2\}$. **D.** $S = \{2, -1\}$.

Lời giải

Chọn C.

Điều kiện: $x > 0$.

Ta có $(x-1)(x-2)(x^x+1) = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x-1=0 \\ x-2=0 \\ x^x+1=0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x=1 \\ x=2 \\ x^x=-1(VN) \end{cases}$

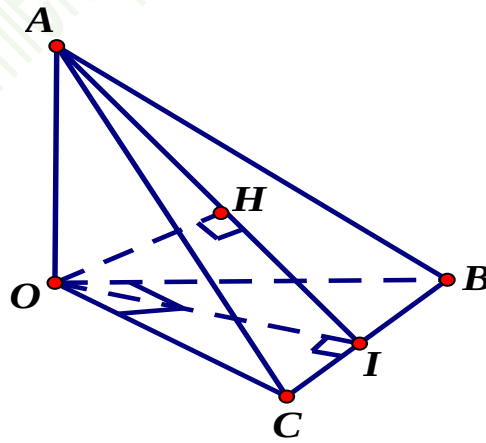
Vậy tập nghiệm của phương trình là $S = \{1, 2\}$.

Câu 38: **[1H3-2]** Cho tứ diện $OABC$ có OA, OB, OC đôi một vuông góc với nhau. Kẻ OH vuông góc với mặt phẳng (ABC) tại H . Khẳng định nào sau đây là sai?

A. $\frac{1}{OH^2} = \frac{1}{OA^2} + \frac{1}{OB^2} + \frac{1}{OC^2}$. **B.** H là trực tâm tam giác ABC .
C. $OA \perp BC$. **D.** $AH \perp (OBC)$.

Lời giải

Chọn D.



Ta có $OH \perp (ABC) \Rightarrow OH \perp BC$ và $OA \perp (OBC) \Rightarrow OA \perp BC$.

Suy ra $BC \perp (AOH) \Rightarrow BC \perp AH$ (1)

Ta lại có $OH \perp (ABC) \Rightarrow OH \perp AC$ và $OB \perp (OAC) \Rightarrow OB \perp AC$

Suy ra $AC \perp (BOH) \Rightarrow AC \perp BH$ (2)

Từ (1) và (2) suy ra H là trực tâm tam giác ABC .

Gọi I là chân đường vuông góc của O lên đường thẳng BC

$$\text{Ta có } \frac{1}{OH^2} = \frac{1}{OI^2} + \frac{1}{OA^2} = \frac{1}{OB^2} + \frac{1}{OC^2} + \frac{1}{OA^2}.$$

Vậy D là đáp án sai.

Câu 39: [2D3-3] Giả sử $\int \frac{(2x+3)dx}{x(x+1)(x+2)(x+3)+1} = -\frac{1}{g(x)} + C$ (C là hằng số).

Tính tổng các nghiệm của phương trình $g(x) = 0$.

A. -1.

B. 1.

C. 3.

D. -3.

Lời giải

Chọn D.

$$\text{Ta có } x(x+1)(x+2)(x+3)+1 = (x^2+3x)(x^2+3x+2)+1 = [(x^2+3x)+1]^2.$$

$$\text{Đặt } t = x^2 + 3x, \text{ khi đó } dt = (2x+3)dx.$$

$$\text{Tích phân ban đầu trở thành } \int \frac{dt}{(t+1)^2} = -\frac{1}{t+1} + C.$$

$$\text{Trở lại biến } x, \text{ ta có } \int \frac{(2x+3)dx}{x(x+1)(x+2)(x+3)+1} = -\frac{1}{x^2+3x+1} + C.$$

$$\text{Vậy } g(x) = x^2 + 3x + 1.$$

$$g(x) = 0 \Leftrightarrow x^2 + 3x + 1 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = \frac{-3+\sqrt{5}}{2} \\ x = \frac{-3-\sqrt{5}}{2} \end{cases}.$$

Vậy tổng tất cả các nghiệm của phương trình bằng -3.

Câu 40: [2H3-3] Trong không gian xét $\vec{m}, \vec{n}, \vec{p}, \vec{q}$ là các vectơ đơn vị (có độ dài bằng 1). Gọi M là giá trị lớn nhất của biểu thức $|\vec{m}-\vec{n}|^2 + |\vec{m}-\vec{p}|^2 + |\vec{m}-\vec{q}|^2 + |\vec{n}-\vec{p}|^2 + |\vec{n}-\vec{q}|^2 + |\vec{p}-\vec{q}|^2$.

Khi đó $M - \sqrt{M}$ thuộc khoảng nào sau đây?

- A. $\left(4; \frac{13}{2}\right)$. B. $\left(7; \frac{19}{2}\right)$. C. $(17; 22)$. D. $(10; 15)$.

Lời giải

Chọn D.

$$\text{Đặt } S = |\vec{m}-\vec{n}|^2 + |\vec{m}-\vec{p}|^2 + |\vec{m}-\vec{q}|^2 + |\vec{n}-\vec{p}|^2 + |\vec{n}-\vec{q}|^2 + |\vec{p}-\vec{q}|^2$$

$$\text{Ta có } 0 \leq |\vec{m} + \vec{n} + \vec{p} + \vec{q}|^2 = 4 + 2(\vec{m} \cdot \vec{n} + \vec{m} \cdot \vec{p} + \vec{m} \cdot \vec{q} + \vec{n} \cdot \vec{p} + \vec{n} \cdot \vec{q} + \vec{p} \cdot \vec{q}).$$

$$\text{Từ đó suy ra } \vec{m} \cdot \vec{n} + \vec{m} \cdot \vec{p} + \vec{m} \cdot \vec{q} + \vec{n} \cdot \vec{p} + \vec{n} \cdot \vec{q} + \vec{p} \cdot \vec{q} \geq -2.$$

$$\begin{aligned} \text{Mặt khác, ta có } & |\vec{m}-\vec{n}|^2 + |\vec{m}-\vec{p}|^2 + |\vec{m}-\vec{q}|^2 + |\vec{n}-\vec{p}|^2 + |\vec{n}-\vec{q}|^2 + |\vec{p}-\vec{q}|^2 \\ &= 12 - 2(\vec{m} \cdot \vec{n} + \vec{m} \cdot \vec{p} + \vec{m} \cdot \vec{q} + \vec{n} \cdot \vec{p} + \vec{n} \cdot \vec{q} + \vec{p} \cdot \vec{q}) \end{aligned}$$

$$\text{Vậy } |\vec{m}-\vec{n}|^2 + |\vec{m}-\vec{p}|^2 + |\vec{m}-\vec{q}|^2 + |\vec{n}-\vec{p}|^2 + |\vec{n}-\vec{q}|^2 + |\vec{p}-\vec{q}|^2 \leq 12 - 2(-2) = 16.$$

$$\text{Dấu bằng xảy ra chẳng hạn khi } \vec{m} = \vec{n} = (1; 0; 0) \text{ và } \vec{p} = \vec{q} = (-1; 0; 0).$$

$$\text{Vậy } M - \sqrt{M} = 16 - 4 = 12 \in (10; 15).$$

Câu 41: [1D2-3] Biết rằng khi khai triển nhị thức Newton

$$\left(\sqrt{x} + \frac{1}{2\sqrt{x}}\right)^n = a_0(\sqrt{x})^n + a_1(\sqrt{x})^{n-1} + \left(\frac{1}{2\sqrt{x}}\right)^1 + \dots$$

thì a_0, a_1, a_2 lập thành cấp số cộng. Hỏi trong khai triển có bao nhiêu số hạng mà lũy thừa của x là một số nguyên.

- A. 1. B. 2. C. 3. D. 4.

Lời giải

Chọn C.

$$a_0 = 1; a_1 = \frac{1}{2}C_n^1 = \frac{n}{2}; a_2 = \frac{1}{4}C_n^2 = \frac{n(n-1)}{8}$$

$$\text{Do } a_0, a_1, a_2 \text{ lập thành cấp số cộng } \Rightarrow 1 + \frac{n(n-1)}{8} = 2 \cdot \frac{n}{2} \Rightarrow n = 8$$

$$\text{Khi đó số hạng tổng quát của khai triển có dạng: } C_8^k \left(x^{\frac{1}{2}}\right)^{8-k} \cdot \frac{1}{2^k} \left(x^{-\frac{1}{4}}\right)^k = \frac{1}{2^k} C_8^k x^{\frac{16-3k}{4}}$$

Để số mũ là số nguyên thì $(16-3k)$ chia hết cho 4 với $0 \leq k \leq 8 \Rightarrow k \in \{0; 4; 8\}$

Câu 42: [2D2-3] Cho hình vuông $ABCD$ có diện tích bằng 36, $\overrightarrow{AB}$ là một vectơ chỉ phương của đường thẳng $y=0$. Các điểm A, B, C lần lượt nằm trên đồ thị hàm số $y = \log_a x$; $y = 2\log_a x$; $y = 3\log_a x$. Tìm a .

- A. $a = \sqrt[6]{3}$. B. $\sqrt{3}$. C. $a = \sqrt[3]{6}$. D. $\sqrt{6}$.

Lời giải

Chọn A.

Do diện tích hình vuông là 36 $\Rightarrow$ cạnh bằng 6

Gọi $A(m; \log_a m) \in y = \log_a x \Rightarrow B(m-6; \log_a m)$ và $C(m-6; 6+\log_a m)$

Vì $B(m-6; \log_a m) \in y = 2\log_a x \Rightarrow \log_a m = 2\log_a (m-6)$ (1)

Vì $C(m-6; 6+\log_a m) \in y = 3\log_a x \Rightarrow 6+\log_a m = 3\log_a (m-6)$ (2)

Giải (1) $\Rightarrow m=9$ Thay vào (2) $\Rightarrow a=\sqrt[3]{3}$

Câu 43: [2H3-3] Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho mặt phẳng $(P): 2x+y+6z-1=0$ và hai điểm $A(1;-1;0)$, $B(-1;0;1)$. Hình chiếu vuông góc của đoạn thẳng AB trên mặt phẳng (P) có độ dài bao nhiêu?

A. $\sqrt{\frac{255}{61}}$.

B. $\sqrt{\frac{237}{41}}$.

C. $\sqrt{\frac{137}{41}}$.

D. $\sqrt{\frac{155}{61}}$.

Lời giải

Chọn B.

Ta có $\overline{AB}(-2;1;1) \Rightarrow AB = \sqrt{6}$.

$$d(A; (P)) = \frac{|2 \cdot 1 - 1 + 6 \cdot 0 - 1|}{\sqrt{2^2 + 1^2 + 6^2}} = 0 \Rightarrow A \in (P).$$

$$d(B; (P)) = \frac{|2 \cdot (-1) + 1 \cdot 0 + 6 \cdot 1 - 1|}{\sqrt{2^2 + 1^2 + 6^2}} = \frac{3}{\sqrt{41}}.$$

$$\text{Vậy } A'B' = AH = \sqrt{AB^2 - d^2(B, (P))} = \sqrt{6 - \frac{9}{41}} = \sqrt{\frac{237}{41}}.$$

Câu 44: [1D3-4] Cho dãy số (u_n) như sau: $u_n = \frac{n}{1+n^2+n^4}, \forall n=1, 2, \dots$ Tính giới hạn

$$\lim_{n \rightarrow +\infty} (u_1 + u_2 + \dots + u_n).$$

A. $\frac{1}{4}$.

B. 1.

C. $\frac{1}{2}$.

D. $\frac{1}{3}$.

Lời giải

Chọn C.

$$\text{Ta có } u_n = \frac{n}{(1+n^2)^2 - n^2} = \frac{n}{(n^2+n+1)(n^2-n+1)} = \frac{1}{2} \left(\frac{1}{n^2-n+1} - \frac{1}{n^2+n+1} \right)$$

$$\begin{aligned} \text{Ta có } u_1 + u_2 + \dots + u_n &= \frac{1}{2} \left(1 - \frac{1}{3} + \frac{1}{3} - \frac{1}{7} + \frac{1}{7} - \frac{1}{13} + \frac{1}{13} - \frac{1}{21} + \dots + \frac{1}{n^2-n+1} - \frac{1}{n^2+n+1} \right) \\ &= \frac{1}{2} \left(1 - \frac{1}{n^2+n+1} \right) = \frac{1}{2} \frac{n^2+n}{n^2+n+1} \end{aligned}$$

$$\text{Suy ra } \lim_{n \rightarrow +\infty} (u_1 + u_2 + \dots + u_n) = \frac{1}{2} \lim_{n \rightarrow +\infty} \frac{1 + \frac{1}{n}}{1 + \frac{1}{n} + \frac{1}{n^2}} = \frac{1}{2}.$$

Câu 45: [2H1-4] Một khối lập phương lớn tạo bởi 27 khối lập phương đơn vị. Một mặt phẳng vuông góc với đường chéo của khối lập phương lớn tại trung điểm của nó. Mặt phẳng này cắt ngang (không đi qua đỉnh) bao nhiêu khối lập phương đơn vị?

A. 16.

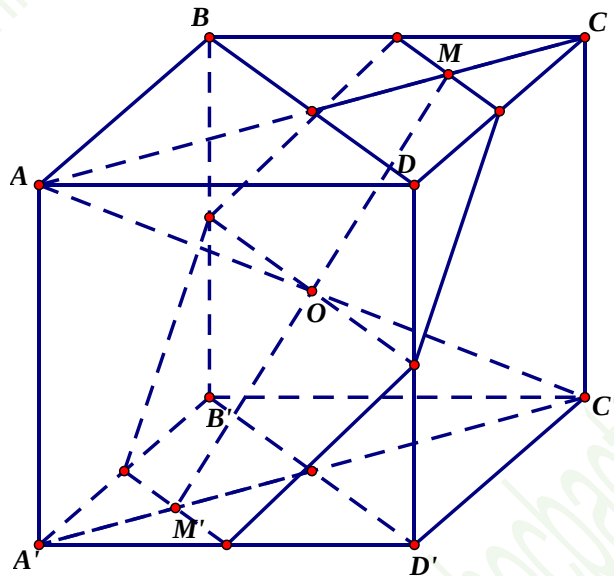
B. 17.

C. 18.

D. 19.

Lời giải

Chọn D.



Gọi $ABCD.A'B'C'D'$ là khối lập phương lớn tạo bởi 27 khối lập phương đơn vị và O là tâm hình lập phương đó, khối lập phương $ABCD.A'B'C'D'$ có cạnh bằng 3. Ta xét mặt phẳng (P) đi qua O và vuông góc với AC' , cắt AC tại M , cắt $A'C'$ tại M' .

$$\text{Ta có } \frac{AM}{AC'} = \frac{AO}{AC} = \frac{\frac{3\sqrt{3}}{2}}{3\sqrt{2}} \Rightarrow AM = \frac{\sqrt{3}}{2\sqrt{2}} AC' = \frac{\sqrt{3}}{2\sqrt{2}} \cdot 3\sqrt{3} = \frac{9\sqrt{2}}{4} \Rightarrow CM = \frac{3\sqrt{2}}{4}.$$

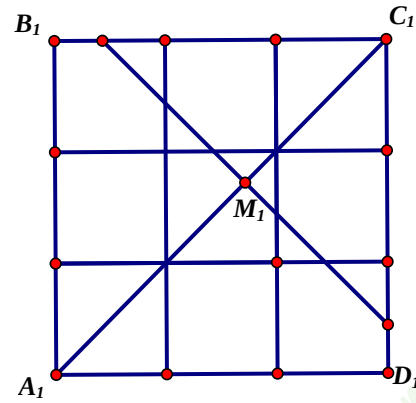
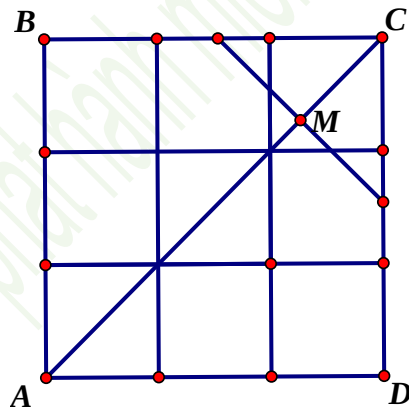
Gọi $A_1B_1C_1D_1$ là mặt phẳng chia lớp 9 khối lập phương mặt trên với 9 khối lập phương ở mặt thứ 2, gọi $M_1 = A_1C_1 \cap MM'$.

$$\text{Ta có } A_1M_1 = \frac{7}{3} CM = \frac{7}{3} \cdot \frac{3\sqrt{2}}{4} = \frac{7\sqrt{2}}{4} \Rightarrow C_1M_1 = A_1C_1 - A_1M_1 = \frac{5\sqrt{2}}{4}.$$

Gọi $A_2B_2C_2D_2$ là mặt phẳng chia lớp 9 khối lập phương mặt thứ 2 với 9 khối lập phương ở mặt thứ 3, gọi $M_2 = A_2C_2 \cap MM'$.

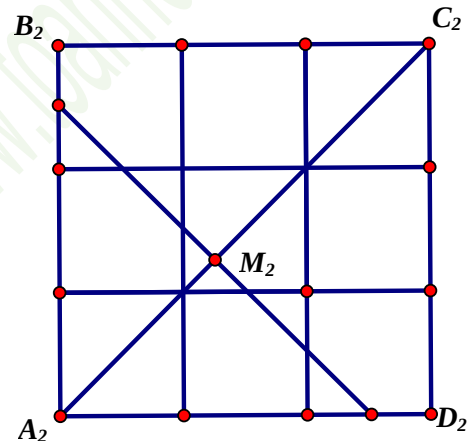
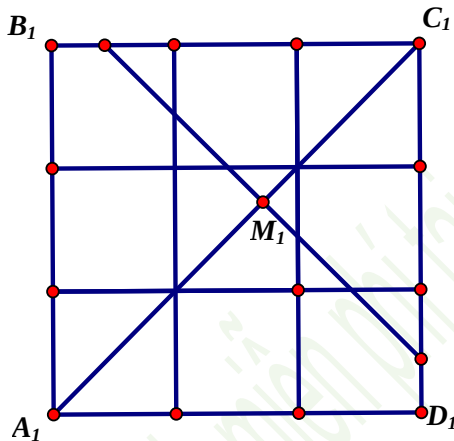
$$\text{Ta có } A_2M_2 = \frac{5}{3} CM = \frac{5}{3} \cdot \frac{3\sqrt{2}}{4} = \frac{5\sqrt{2}}{4} \Rightarrow C_2M_2 = A_2C_2 - A_2M_2 = \frac{7\sqrt{2}}{4}.$$

Giao tuyến của mặt phẳng (P) với mặt phẳng $(ABCD)$ cắt các cạnh của 3 hình vuông, giao tuyến của mặt phẳng (P) với mặt phẳng $(A_1B_1C_1D_1)$ cắt các cạnh của 5 hình vuông (hình vẽ), trong các hình vuông này có 2 cặp hình vuông cùng chung một hình lập phương đơn vị, nên suy ra mặt phẳng (P) cắt ngang 6 khối lập phương mặt trên.



Tương tự mặt phẳng (P) cắt ngang 6 khối lập phương mặt dưới cùng.

Giao tuyến của mặt phẳng (P) với mặt phẳng $(A_1B_1C_1D_1)$ cắt các cạnh của 5 hình vuông, giao tuyến của mặt phẳng (P) với mặt phẳng $(A_2B_2C_2D_2)$ cắt các cạnh của 5 hình vuông (hình vẽ), trong đó có 3 cặp hình vuông cùng chung với một hình lập phương đơn vị, nên suy ra mặt phẳng (P) cắt ngang 7 khối lập phương mặt thứ hai.



Vậy, mặt phẳng (P) cắt ngang (không đi qua đỉnh) $6+6+7=19$ khối lập phương đơn vị.

Cách khác

Giả sử các đỉnh của khối lập phương đơn vị là $(i; j; k)$, với $i, j, k \in \{0; 1; 2; 3\}$ và đường chéo đang xét của khối lập phương lớn nối hai đỉnh là $O(0; 0; 0)$ và $A(3; 3; 3)$. Phương trình mặt trung trực của OA là $(\alpha): x + y + z - \frac{9}{2} = 0$. Mặt phẳng này cắt khối lập phương đơn vị khi và chỉ khi các đầu mút $(i; j; k)$ và $(i+1; j+1; k+1)$ của đường chéo của khối lập phương đơn vị nằm về hai phía đối với (α) . Do đó bài toán quy về đếm trong số 27 bộ $(i; j; k)$, với $i, j, k \in \{0; 1; 2\}$, có bao nhiêu bộ ba thỏa mãn:

$$\begin{cases} i + j + k - \frac{9}{2} < 0 \\ (i+1) + (j+1) + (k+1) - \frac{9}{2} > 0 \end{cases} \Leftrightarrow \frac{3}{2} < i + j + k < \frac{9}{2} \quad (1).$$

Các bộ ba không thỏa điều kiện (1), tức là
$$\begin{cases} i+i+k \leq \frac{3}{2} \\ i+i+k \geq \frac{9}{2} \end{cases}$$
 là:

$$S = \{(0;0;0);(0;0;1);(0;1;0);(1;0;0);(1;2;2);(2;1;2);(2;2;1);(2;2;2)\}$$

Vậy có $27-8=19$ khối lập phương đơn vị bị cắt bởi (α) .

Câu 46: [2D3-3] Giá trị $I = \int_{\frac{1}{\sqrt[3]{6}}}^{\frac{9}{\sqrt[3]{4}}} x^2 \sin(\pi x^3) e^{\cos(\pi x^3)} dx$ gần bằng số nào nhất trong các số sau đây:

A. 0,046.

B. 0,036.

C. 0,037.

D. 0,038.

Lời giải

Chọn C.

$$\text{Đặt } u = \cos(\pi x^3) \Rightarrow du = -3\pi x^2 \sin(\pi x^3) dx \Rightarrow x^2 \sin(\pi x^3) dx = -\frac{1}{3\pi} du.$$

$$\text{Khi } x = \frac{1}{\sqrt[3]{6}} \text{ thì } u = \frac{\sqrt{3}}{2}.$$

$$\text{Khi } x = \frac{9}{\sqrt[3]{4}} \text{ thì } u = \frac{\sqrt{2}}{2}.$$

$$\text{Ta có } I = -\frac{1}{3\pi} \int_{\frac{\sqrt{3}}{2}}^{\frac{\sqrt{2}}{2}} e^u du = \frac{1}{3\pi} \int_{\frac{\sqrt{2}}{2}}^{\frac{\sqrt{3}}{2}} e^u du = \frac{1}{3\pi} e^u \Big|_{\frac{\sqrt{2}}{2}}^{\frac{\sqrt{3}}{2}} = \frac{1}{3\pi} \left(e^{\frac{\sqrt{3}}{2}} - e^{\frac{\sqrt{2}}{2}} \right) \approx 0,037.$$

Câu 47: [2D1-3] Cho hàm số $f(x)$ xác định và liên tục trên $\mathbb{R}$ và có đạo hàm $f'(x)$ thỏa mãn $f'(x) = (1-x)(x+2)g(x) + 2018$ với $g(x) < 0; \forall x \in \mathbb{R}$. Hàm số $y = f(1-x) + 2018x + 2019$ nghịch biến trên khoảng nào?

A. $(1; +\infty)$.

B. $(0; 3)$.

C. $(-\infty; 3)$.

D. $(3; +\infty)$.

Lời giải

Chọn D.

Ta có

$$y' = -f'(1-x) + 2018 = -[1-(1-x)][(1-x)+2]g(1-x) - 2018 + 2018 = -x(3-x)g(1-x).$$

$$\text{Suy ra: } y'(x) < 0 \Leftrightarrow x(3-x) < 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x < 0 \\ x > 3 \end{cases} \text{ (do } g(1-x) < 0, \forall x \in \mathbb{R} \text{)}$$

Vậy hàm số nghịch biến trên khoảng $(3; +\infty)$.

Câu 48: [2D1-1] Cho hàm số f có đạo hàm trên khoảng I . Xét các mệnh đề sau:

(I). Nếu $f'(x) \geq 0, \forall x \in I$ (dấu bằng chỉ xảy ra tại một số hữu hạn điểm trên I) thì hàm số đồng biến trên I .

(II). Nếu $f'(x) \leq 0, \forall x \in I$ (dấu bằng chỉ xảy ra tại một số hữu hạn điểm trên I) thì hàm số nghịch biến trên I .

(III). Nếu $f'(x) \leq 0, \forall x \in I$ thì hàm số nghịch biến trên khoảng I .

(IV). Nếu $f'(x) \leq 0, \forall x \in I$ và $f'(x) = 0$ tại vô số điểm trên I thì hàm số f không thể nghịch biến trên khoảng I .

Trong các mệnh đề trên. Mệnh đề nào đúng, mệnh đề nào sai?

A. I và II đúng, còn III và IV sai.

B. I, II và III đúng, còn IV sai.

C. I, II và IV đúng, còn III sai.

D. I, II, III và IV đúng.

Lời giải

Chọn A.

Các mệnh đề I, II đúng còn các mệnh đề III, IV sai.

Mệnh đề III sai vì thiếu điều kiện dấu bằng chỉ xảy ra tại một số hữu hạn điểm trên I .

Mệnh đề IV sai vì ta xét hàm số $f(x) = \cos 2x - 2x + 3$ có $f'(x) = -2(1 + \sin 2x) \leq 0, \forall x \in \mathbb{R}$

và $f'(x) = -2(1 + \sin 2x) = 0 \Leftrightarrow x = -\frac{\pi}{4} + k\pi (k \in \mathbb{Z})$ tức là $f'(x) = 0$ tại vô số điểm trên $\mathbb{R}$.

Mặt khác hàm số $f(x) = \cos 2x - 2x + 3$ liên tục trên $\left[-\frac{\pi}{4} + k\pi; -\frac{\pi}{4} + (k+1)\pi\right]$ và $f'(x) < 0$,

$\forall x \in \left(-\frac{\pi}{4} + k\pi; -\frac{\pi}{4} + (k+1)\pi\right)$ do đó hàm số $f(x)$ nghịch biến trên mỗi đoạn

$\left[-\frac{\pi}{4} + k\pi; -\frac{\pi}{4} + (k+1)\pi\right], (k \in \mathbb{Z})$. Vậy hàm số nghịch biến trên $\mathbb{R}$.

Câu 49: [2D1-2] Cho hàm số $y = f(x)$ có đạo hàm trên $\mathbb{R}$. Xét tính đúng sai của các mệnh đề sau:

(I): Nếu $f'(x) > 0$ trên khoảng $(x_0 - h; x_0)$ và $f'(x) < 0$ trên khoảng $(x_0; x_0 + h)$ ($h > 0$) thì hàm số đạt cực đại tại điểm x_0 .

(II): Nếu hàm số đạt cực đại tại điểm x_0 thì tồn tại các khoảng $(x_0 - h; x_0)$, $(x_0; x_0 + h)$ ($h > 0$) sao cho $f'(x) > 0$ trên khoảng $(x_0 - h; x_0)$ và $f'(x) < 0$ trên khoảng $(x_0; x_0 + h)$.

A. Cả (I) và (II) cùng sai.

B. Mệnh đề (I) đúng, mệnh đề (II) sai.

C. Mệnh đề (I) sai, mệnh đề (II) đúng.

D. Cả (I) và (II) cùng đúng.

Lời giải

Chọn B.

Ta có mệnh đề (I) đúng và mệnh đề (II) sai (câu lý thuyết)

Câu 50: [2D1-4] Cho hàm số đa thức bậc ba $y = f(x)$ có đồ thị đi qua các điểm $A(2;4)$, $B(3;9)$,

$C(4;16)$. Các đường thẳng AB , AC , BC lại cắt đồ thị tại lần lượt tại các điểm D , E , F (D khác A và B , E khác A và C , F khác B và C). Biết rằng tổng các hoành độ của D , E , F bằng 24. Tính $f(0)$.

A. -2.

B. 0.

C. $\frac{24}{5}$.

D. 2.

Lời giải

Chọn C.

Giả sử $f(x) = a(x-2)(x-3)(x-4) + x^2$ ($a \neq 0$).

Ta có AB qua $A(2;4)$ và nhận $\overline{AB} = (1;5)$ là một VTCP

$\Rightarrow AB: 5(x-2) - (y-4) = 0 \Leftrightarrow y = 5x - 6$.

Tương tự $AC: y = 6x - 8$ và $BC: y = 7x - 12$.

Hoành độ của điểm D là nghiệm của phương trình

$$a(x-2)(x-3)(x-4) + x^2 = 5x - 6 \Leftrightarrow a(x-2)(x-3)(x-4) = -(x-2)(x-3)$$

$$\Rightarrow a(x-4) = -1 \Rightarrow x = -\frac{1}{a} + 4.$$

Tương tự, hoành độ của điểm E và F lần lượt là $x = -\frac{1}{a} + 3$ và $x = -\frac{1}{a} + 2$.

$$\text{Bài ra ta có } \left(-\frac{1}{a} + 2\right) + \left(-\frac{1}{a} + 3\right) + \left(-\frac{1}{a} + 4\right) = 24 \Leftrightarrow a = -\frac{1}{5}.$$

$$\text{Do đó } f(0) = a \cdot (-2) \cdot (-3) \cdot (-4) + 0^2 = \frac{24}{5}.$$