

Họ và tên thí sinh:.....SBD:.....

Mã đề thi 121

Câu 1: [2D1-1] Đường thẳng $x=1$ là tiệm cận đứng của đồ thị hàm số nào trong các hàm số sau đây?

- A. $y = \frac{2x-3}{x-1}$. B. $y = \frac{3x+2}{3x-1}$. C. $y = \frac{x+3}{x+1}$. D. $y = \frac{x-}{x^2+1}$.

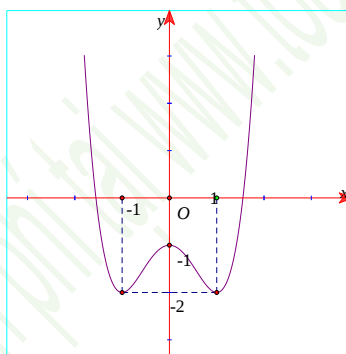
Câu 2: [2D3-1] Cho hàm số $y=f(x)$ liên tục trên đoạn $[a;b]$. Gọi D là diện tích hình phẳng giới hạn bởi hàm số $y=f(x)$, trục hoành, đường thẳng $x=a$ và đường thẳng $x=b$. Khi đó diện tích S của hình phẳng D được tính theo công thức

- A. $S = \int_a^b |f(x)| dx$. B. $S = \int_a^b f(x) dx$. C. $S = \left| \int_a^b f(x) dx \right|$. D. $S = \pi \int_a^b f^2(x) dx$.

Câu 3: [2D1-1] Hàm số $y=x^3-3x+2$ đạt cực đại tại điểm

- A. $x=-1$. B. $x=0$. C. $x=1$. D. $x=-2$.

Câu 4: [2D1-1] Biết rằng đồ thị được cho ở hình bên là đồ thị của một trong các hàm số cho ở các đáp án A, B, C, D dưới đây. Đó là hàm số nào?



- A. $y=x^4-3x^2$. B. $y=x^4-2x^2-1$. C. $y=-x^4+2x^2-1$. D. $y=2x^4-2x^2-1$.

Câu 5: [2D1-1] Cho hàm số $y=f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$ và có bảng biến thiên như hình dưới đây.

x	$-\infty$	-1	0	2	$+\infty$
$f'(x)$	$-$	0	$+$	0	$+$
$f(x)$	$+\infty$	-5	0	-32	$+\infty$

Hỏi hàm số đã cho đồng biến trên khoảng nào trong các khoảng dưới đây?

- A. $(0;+\infty)$. B. $(-\infty;0)$. C. $(-1;0)$. D. $(-1;2)$.

Câu 6: [2H3-1] Trong không gian $Oxyz$, cho điểm $A(1;2;3)$. Tìm tọa độ điểm A_1 là hình chiếu vuông góc của A lên mặt phẳng (Oyz) .

- A. $A_1(1;0;0)$. B. $A_1(0;2;3)$. C. $A_1(1;0;3)$. D. $A_1(1;2;0)$.

Câu 7: [2H2-1] Thể tích V của khối cầu có bán kính $R=4$ bằng

A. $V = 64\pi$.

B. $V = 48\pi$.

C. $V = 36\pi$.

D. $V = \frac{256\pi}{3}$.

Câu 8: [2D4-1] Cho số phức z thỏa mãn $z(1+i) = 3-5i$. Tính môđun của z .

A. $|z| = \sqrt{17}$.

B. $|z| = 16$.

C. $|z| = 17$.

D. $|z| = 4$.

Câu 9: [2H2-1] Cho hình nón (N) có đường kính đáy bằng $4a$, đường sinh bằng $5a$. Tính diện tích xung quanh S của hình nón (N).

A. $S = 10\pi a^2$.

B. $S = 14\pi a^2$.

C. $S = 36\pi a^2$.

D. $S = 20\pi a^2$.

Câu 10: [2D2-1] Cho các số thực dương a, x, y và $a \neq 1$. Khẳng định nào sau đây là đúng?

A. $\log_a(xy) = y \log_a x$.

B. $\log_a(xy) = \log_a x - \log_a y$.

C. $\log_a(xy) = \log_a x + \log_a y$.

D. $\log_a(xy) = \log_a x \cdot \log_a y$.

Câu 11: [2D3-1] Nguyên hàm của hàm số $f(x) = \frac{1}{1-2x}$ là

A. $\int f(x)dx = -2\ln|1-2x| + C$.

B. $\int f(x)dx = 2\ln|1-2x| + C$.

C. $\int f(x)dx = -\frac{1}{2}\ln|1-2x| + C$.

D. $\int f(x)dx = \ln|1-2x| + C$.

Câu 12: [2H3-1] Trong không gian $Oxyz$, cho mặt phẳng $(\alpha): 2x - 2y + z + 5 = 0$. Khoảng cách h từ điểm $A(1;1;1)$ đến mặt phẳng (α) bằng

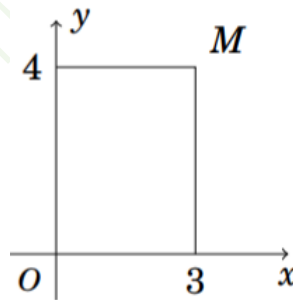
A. $h = 2$.

B. $h = 6$.

C. $h = \frac{10}{3}$.

D. $h = \frac{6}{\sqrt{5}}$.

Câu 13: [2D4-1] Điểm M trong hình vẽ bên là điểm biểu diễn của số phức z .



Tìm phần thực và phần ảo của số phức z .

A. Phần thực bằng 4 và phần ảo bằng 3.

B. Phần thực bằng 4 và phần ảo bằng $3i$.

C. Phần thực bằng 3 và phần ảo bằng $4i$.

D. Phần thực bằng 3 và phần ảo bằng $4i$.

Câu 14: [2D2-1] Phương trình $2^{x-1} = 8$ có nghiệm là

A. $x = 4$.

B. $x = 1$.

C. $x = 3$.

D. $x = 2$.

Câu 15: [2H1-1] Hình bát diện đều có bao nhiêu cạnh?

A. 10.

B. 8.

C. 12.

D. 20.

Câu 16: [2H3-2]. Trong không gian $Oxyz$, cho ba điểm $A(2;1;1)$, $B(3;0;-1)$, $C(2;0;3)$. Mặt phẳng (α) đi qua hai điểm A, B và song song với đường thẳng OC có phương trình là:

A. $x - y + z - 2 = 0$.

B. $3x + 7y - 2z - 11 = 0$.

C. $4x + 2y - z - 11 = 0$.

D. $3x + y - 2z - 5 = 0$.

Câu 17: [2D1-2]. Trong các hàm số sau, hàm số nào đồng biến trên $\mathbb{R}$.

- A. $y = 2x^4 + 4x + 1$. B. $y = \frac{2x-1}{x-1}$. C. $y = x^3 + 3x + \sqrt[3]{4}$. D. $y = x^3 - 3x + 1$.

Câu 18: [2H2-2]. Cho hình chóp $S.ABC$ có ΔABC vuông tại B , $BA = a, BC = a\sqrt{3}$. Cạnh bên SA vuông góc với đáy và $SA = a$. Tính bán kính của mặt cầu ngoại tiếp hình chóp $S.ABC$.

- A. $R = \frac{a\sqrt{5}}{2}$. B. $R = \frac{a\sqrt{5}}{4}$. C. $R = 2a\sqrt{5}$. D. $R = a\sqrt{5}$.

Câu 19: [2D3-2]. Gọi $F(t)$ là số lượng vi khuẩn phát triển sau t giờ. Biết $F(t)$ thỏa mãn $F'(t) = \frac{10000}{1+2t}$ với $\forall t > 0$ và ban đầu có 1000 con vi khuẩn. Hỏi sau 2 giờ số lượng vi khuẩn là:

- A. 17094. B. 9047. C. 8047. D. 32118.

Câu 20: [2H3-1]. Trong không gian $Oxyz$, cho đường thẳng $d: \begin{cases} x = 1 - 2t \\ y = 3 \\ z = 5 + 3t \end{cases}$. Trong các vectơ sau, vectơ nào là một vectơ chỉ phương của đường thẳng d .

- A. $\vec{a}_3 = (-2; 0; 3)$. B. $\vec{a}_1 = (-2; 3; 3)$. C. $\vec{a}_1 = (1; 3; 5)$. D. $\vec{a}_1 = (2; 3; 3)$.

Câu 21: [1D2-2] Số hạng không chứa x trong khai triển $f(x) = \left(x - \frac{2}{x^2}\right)^9$, $x \neq 0$ bằng

- A. 5376. B. -5376. C. 672. D. -672.

Câu 22: [1H3-2] Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình chữ nhật $AB = a$, $AD = a\sqrt{3}$. Cạnh bên SA vuông góc với đáy và $SA = 2a$. Tính khoảng cách d từ điểm C đến mặt phẳng (SBD)

- A. $d = \frac{2a\sqrt{57}}{19}$. B. $d = \frac{2a}{\sqrt{5}}$. C. $d = \frac{a\sqrt{5}}{2}$. D. $d = \frac{a\sqrt{57}}{19}$.

Câu 23: [2D1-1] Gọi M, m lần lượt là giá trị lớn nhất, giá trị nhỏ nhất của hàm số $f(x) = x^2 - \frac{16}{x}$ trên đoạn $[-4; -1]$. Tính $T = M + m$.

- A. $T = 32$. B. $T = 16$. C. $T = 37$. D. $T = 25$.

Câu 24: [2H1-2] Cho lăng trụ tam giác đều $ABC.A'B'C'$ có cạnh đáy bằng a . Góc giữa mặt phẳng $(A'BC)$ và mặt phẳng (ABC) là 60° . Tính thể tích V của khối chóp $A'.BCC'B'$

- A. $V = \frac{a^3\sqrt{3}}{8}$. B. $V = \frac{3a^3\sqrt{3}}{4}$. C. $V = \frac{3a^3\sqrt{3}}{8}$. D. $V = \frac{a^3\sqrt{3}}{4}$.

Câu 25: [2D1-3] Gọi S là tập tất cả các giá trị của tham số m để đồ thị hàm số $y = x^3 + 3x^2 - 9x + 2m + 1$ và trục Ox có đúng hai điểm chung phân biệt. Tính tổng T của các phần tử thuộc tập S

- A. $T = 12$. B. $T = 10$. C. $T = -12$. D. $T = -10$.

Câu 26: [2D2-2] Đặt $\log_2 5 = a$, $\log_3 2 = b$. Tính $\log_{15} 20$ theo a và b ta được

- A. $\log_{15} 20 = \frac{2b+a}{1+ab}$. B. $\log_{15} 20 = \frac{b+ab+1}{1+ab}$.
 C. $\log_{15} 20 = \frac{2b+ab}{1+ab}$. D. $\log_{15} 20 = \frac{2b+1}{1+ab}$.

Câu 27: [1D2-1] Số chính hợp chập 2 của 5 phần tử bằng

- A. 10. B. 120. C. 20. D. 7.

Câu 28: [2D3-2] Cho hàm số $y = f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$ và $\int_0^1 f(2x)dx = 8$. Tính $I = \int_0^{\sqrt{2}} xf(x^2)dx$

- A. 4. B. 16. C. 8. D. 32.

Câu 29: [2D1-2] Có bao nhiêu giá trị của m để đồ thị hàm số $y = \frac{mx + \sqrt{x^2 - 2x + 3}}{2x - 1}$ có một tiệm cận ngang là $y = 2$.

- A. 1. B. 2. C. 0. D. Vô số.

Câu 30: [2D3-2] Biết $\int_1^4 \left(\frac{1}{4x} + \frac{\sqrt{x+e^x}}{\sqrt{xe^{2x}}} \right) dx = a + e^b - e^c$ với a, b, c là các số nguyên. Tính $T = a + b + c$

- A. $T = -3$. B. $T = 3$. C. $T = -4$. D. $T = -5$.

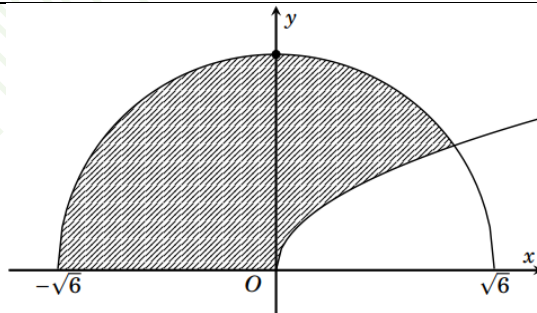
Câu 31: [2H2-3] Ba chiếc bình hình trụ cùng chứa 1 lượng nước như nhau, độ cao mực nước trong bình II gấp đôi bình I và trong bình III gấp đôi bình II. Chọn nhận xét đúng về bán kính đáy r_1, r_2, r_3 của ba bình I, II, III.

- A. r_1, r_2, r_3 theo thứ tự lập thành cấp số nhân công bội 2.
 B. r_1, r_2, r_3 theo thứ tự lập thành cấp số nhân công bội $\frac{1}{2}$.
 C. r_1, r_2, r_3 theo thứ tự lập thành cấp số nhân công bội $\sqrt{2}$.
 D. r_1, r_2, r_3 theo thứ tự lập thành cấp số nhân công bội $\frac{1}{\sqrt{2}}$.

Câu 32: [2H3-2] Trong không gian Oxyz, cho bốn điểm $A(2;1;0)$; $B(1;-1;3)$; $C(3;-2;2)$ và $D(-1;2;2)$. Hỏi có bao nhiêu mặt cầu tiếp xúc với tất cả bốn mặt phẳng (ABC) , (BCD) , (CDA) , (DAB) .

- A. 7. B. 8. C. vô số. D. 6.

Câu 33: [2D3-3] Gọi D là hình phẳng giới hạn bởi đồ thị hàm số $y = \sqrt{x}$, cung tròn có phương trình $y = \sqrt{6-x^2}$ ($-\sqrt{6} \leq x \leq \sqrt{6}$) và trục hoành (phần tô đậm trong hình vẽ bên). Tính thể tích V của vật thể tròn xoay sinh bởi khi quay hình phẳng D quanh trục Ox.



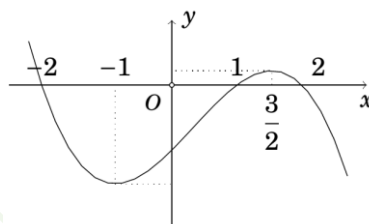
- A. $V = 8\pi\sqrt{6} - 2\pi$. B. $V = 8\pi\sqrt{6} + \frac{22\pi}{3}$. C. $V = 8\pi\sqrt{6} - \frac{22\pi}{3}$. D. $V = 4\pi\sqrt{6} + \frac{22\pi}{3}$.

Câu 34: [2D3-2] Cho hàm số $f(x) = \frac{a}{x^2} + \frac{b}{x} + 2$, với a, b là các số hữu tỉ thỏa điều kiện

$$\int_{\frac{1}{2}}^1 f(x) dx = 2 - 3\ln 2. \text{ Tính } T = a + b.$$

- A. $T = -1$. B. $T = 2$. C. $T = -2$. D. $T = 0$.

Câu 35: [2D1-3] Cho hàm số $y = f(x)$ có đạo hàm trên $\mathbb{R}$ thỏa $f(2) = f(-2) = 0$ và đồ thị hàm số $y = f'(x)$ có dạng như hình vẽ bên dưới.



Hàm số $y = (f(x))^2$ nghịch biến trên khoảng nào trong các khoảng sau:

- A. $\left(-1; \frac{3}{2}\right)$. B. $(-2; -1)$. C. $(-1; 1)$. D. $(1; 2)$.

Câu 36: [2H3-3] Có bao nhiêu mặt cầu (S) có tâm thuộc đường thẳng $\Delta: \frac{x-3}{2} = \frac{y-1}{-1} = \frac{z-1}{-2}$ đồng thời tiếp xúc với hai mặt phẳng $(\alpha_1): 2x + 2y + z - 6 = 0$ và $(\alpha_2): x - 2y + 2z = 0$

- A. 1. B. 0. C. Vô số. D. 2.

Câu 37: [1H3-3] Cho hình hộp chữ nhật $ABCD.A'B'C'D'$ có $AB = 2a$, $AD = a$, $AA' = a\sqrt{3}$. Gọi M là trung điểm cạnh AB . Tính khoảng cách h từ điểm D đến mặt phẳng $(B'MC)$

- A. $h = \frac{3a\sqrt{21}}{7}$. B. $h = \frac{a}{\sqrt{21}}$. C. $h = \frac{a\sqrt{21}}{14}$. D. $h = \frac{2a\sqrt{21}}{7}$.

Câu 38: [2D2-2] Tính tổng T các nghiệm của phương trình $(\log_{10} x)^2 - 3\log_{10} x = -5$

- A. $T = 11$. B. $T = 110$. C. $T = 10$. D. $T = 12$.

Câu 39: [2H1-3] Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy là hình bình hành và có thể tích 48. Trên các cạnh SA, SB, SC, SD lần lượt lấy các điểm A', B', C' và D' sao cho $\frac{SA'}{SA} = \frac{SC'}{SC} = \frac{1}{3}$ và

$$\frac{SB'}{SB} = \frac{SD'}{SD} = \frac{3}{4}. \text{ Tính thể tích } V \text{ của khối đa diện lồi } SA'B'C'D'.$$

- A. $V = 4$. B. $V = 6$. C. $V = \frac{3}{2}$. D. $V = 9$.

Câu 40: [2D3-4] Cho hàm số $y = f(x)$ có đạo hàm trên $\mathbb{R}$ và $f'(x) \geq x^4 + \frac{2}{x^2} - 2x \quad \forall x > 0$ và $f(1) = -1$. Khẳng định nào sau đây đúng?

- A. Phương trình $f(x) = 0$ có 1 nghiệm trên $(0; 1)$.
 B. Phương trình $f(x) = 0$ có đúng 3 nghiệm trên $(0; +\infty)$.
 C. Phương trình $f(x) = 0$ có 1 nghiệm trên $(1; 2)$.
 D. Phương trình $f(x) = 0$ có 1 nghiệm trên $(2; 5)$.

Câu 41: [2D1-3] Biết hàm số $y = f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$ có M và m lần lượt là GTLN, GTNN của hàm số trên đoạn $[0; 2]$. Trong các hàm số sau, hàm số nào cũng có GTLN và GTNN tương ứng là M và m ?

- A. $y = f\left(\frac{4x}{x^2+1}\right)$. B. $y = f\left(\sqrt{2(\sin x + \cos x)}\right)$.
 C. $y = f\left(\sqrt{2(\sin^3 x + \cos^3 x)}\right)$. D. $y = f\left(x + \sqrt{2-x^2}\right)$.

Câu 42: [2H3-4] Trong không gian $Oxyz$, cho bốn điểm $A(-4; -1; 3), B(-1; -2; -1), C(3; 2; -3)$ và $D(0; -3; -5)$. Gọi (α) là mặt phẳng đi qua D và tổng khoảng cách từ A, B, C đến (α) lớn nhất, đồng thời ba điểm A, B, C nằm về cùng phía so với (α) . Trong các điểm sau, điểm nào thuộc mặt phẳng (α) .

- A. $E_1(7; -3; -4)$. B. $E_2(2; 0; -7)$. C. $E_3(-1; -1; -6)$. D. $E_4(36; 1; -1)$.

Câu 43: [1D5-4] Cho hàm số $y = |x|^3 - 3x^2 + 1$ có đồ thị (C) . Hỏi trên trục Oy có bao nhiêu điểm A mà qua A có thể kẻ đến (C) đúng ba tiếp tuyến?

- A. 0. B. 3. C. 1. D. 2.

Câu 44: [1D2-4] Cho đa giác đều 2018 đỉnh. Hỏi có bao nhiêu tam giác có đỉnh là đỉnh của đa giác và có một góc lớn hơn 100° ?

- A. $2018.C_{897}^3$. B. C_{1009}^3 . C. $2018.C_{895}^3$. D. $2018.C_{896}^3$.

Câu 45: [2D2-3] Biết điều kiện cần và đủ của m để phương trình

$$\log_{\frac{1}{2}}(x-2)^2 + 4(m-5)\log_{\frac{1}{2}}\frac{1}{x-2} - 8m - 4 = 0$$

Có nghiệm thuộc $\left[\frac{5}{2}; 4\right]$ là $m \in [a; b]$. Tính $T = a + b$

- A. $T = \frac{10}{3}$. B. $T = 4$. C. $T = -4$. D. $T = \frac{-10}{3}$.

Câu 46: [2H2-3] Cho lăng trụ tam giác đều $ABC.A'B'C'$ có tất cả các cạnh bằng a . M là một điểm thỏa mãn $\overrightarrow{CM} = -\frac{1}{2}\overrightarrow{AA'}$. Cosin của góc giữa hai mặt phẳng $(A'MB)$ và (ABC) bằng

A. $\frac{\sqrt{30}}{8}$.

B. $\frac{\sqrt{30}}{16}$.

C. $\frac{\sqrt{30}}{10}$.

D. $\frac{1}{4}$.

Câu 47: [2H1-3] Cho dãy số (u_n) được xác định bởi $u_1 = a$ và $u_{n+1} = 4u_n(1-u_n)$ với mọi n nguyên dương. Có bao nhiêu giá trị của a để $u_{2018} = 0$.

A. $2^{2016} + 1$.

B. $2^{2017} + 1$.

C. $2^{2018} + 1$.

D. 3.

Câu 48: [2H3-3] Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho hai điểm $A(1;0;1)$, $B(0;1;-1)$. Hai điểm D , E thay đổi trên các đoạn OA , OB sao cho đường thẳng DE chia tam giác OAB thành hai phần có diện tích bằng nhau. Khi DE ngắn nhất thì trung điểm của đoạn DE có tọa độ là

A. $I\left(\frac{\sqrt{2}}{4}; \frac{\sqrt{2}}{4}; 0\right)$.

B. $I\left(\frac{\sqrt{2}}{3}; \frac{\sqrt{2}}{3}; 0\right)$.

C. $I\left(\frac{1}{3}; \frac{1}{3}; 0\right)$.

D. $I\left(\frac{1}{4}; \frac{1}{4}; 0\right)$.

Câu 49: [2D2-3] Có bao nhiêu số nguyên m để phương trình

$$\log_2 \frac{3x^2 + 3x + m + 1}{2x^2 - x + 1} = x^2 - 5x + 2 - m.$$

Có hai nghiệm phân biệt lớn hơn 1.

A. 3.

B. Vô số.

C. 2.

D. 4.

Câu 50: [2D1-3] Có bao nhiêu số nguyên âm m để hàm số $y = \frac{1}{3}\cos^3 x - 4\cot x - (m+1)\cos x$ đồng biến trên khoảng $(0; \pi)$?

A. 5.

B. 2.

C. vô số.

D. 3.

-----HẾT-----

ĐÁP ÁN THAM KHẢO

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20	21	22	23	24	25
A	A	A	B	C	B	D	A	A	C	C	A	C	A	C	B	C	A	B	A	D	A	A	D	C
26	27	28	29	30	31	32	33	34	35	36	37	38	39	40	41	42	43	44	45	46	47	48	49	50
C	C	C	B	C	D	C	D	C	D	C	D	A	D	C	A	A	C	D	D	C	A	A	C	A

HƯỚNG DẪN GIẢI

Câu 1: [2D1-1] Đường thẳng $x=1$ là tiệm cận đứng của đồ thị hàm số nào trong các hàm số sau đây?

A. $y = \frac{2x-3}{x-1}$

B. $y = \frac{3x+2}{3x-1}$

C. $y = \frac{x+3}{x+1}$

D. $y = \frac{x-}{x^2+1}$

Lời giải

Chọn A.

Ta có $\lim_{x \rightarrow (1)^+} y = \lim_{x \rightarrow (1)^+} \frac{2x-3}{x-1} = -\infty$; $\lim_{x \rightarrow (1)^-} y = \lim_{x \rightarrow (1)^-} \frac{2x-3}{x-1} = +\infty$ nên đường thẳng $x=1$ là đường tiệm cận đứng.

Câu 2: [2D3-1] Cho hàm số $y = f(x)$ liên tục trên đoạn $[a; b]$. Gọi D là diện tích hình phẳng giới hạn bởi hàm số $y = f(x)$, trục hoành, đường thẳng $x=a$ và đường thẳng $x=b$. Khi đó diện tích S của hình phẳng D được tính theo công thức

A. $S = \int_a^b |f(x)| dx$

B. $S = \int_a^b f(x) dx$

C. $S = \left| \int_a^b f(x) dx \right|$

D. $S = \pi \int_a^b f^2(x) dx$

Lời giải

Chọn A.

Theo công thức tính diện tích hình phẳng ta có $S = \int_a^b |f(x)| dx$.

Câu 3: [2D1-1] Hàm số $y = x^3 - 3x + 2$ đạt cực đại tại điểm

A. $x = -1$

B. $x = 0$

C. $x = 1$

D. $x = -2$

Lời giải

Chọn A.

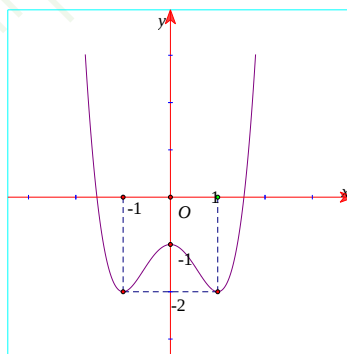
Ta có $y' = 3x^2 - 3$; $y' = 0 \Leftrightarrow 3x^2 - 3 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 1 \\ x = -1 \end{cases}$.

Ta có bảng biến thiên

x	$-\infty$	-1	1	$+\infty$			
y'	$+$	4	$-$	0	$+$		
y	$-\infty$	$\nearrow$	0	$\searrow$	0	$\nearrow$	$+\infty$

Từ bảng biến thiên ta có hàm số đạt cực đại $x = -1$.

Câu 4: [2D1-1] Biết rằng đồ thị được cho ở hình bên là đồ thị của một trong các hàm số cho ở các đáp án A, B, C, D dưới đây. Đó là hàm số nào?



A. $y = x^4 - 3x^2$.

B. $y = x^4 - 2x^2 - 1$.

C. $y = -x^4 + 2x^2 - 1$.

D. $y = 2x^4 - 2x^2 - 1$.

Lời giải

Chọn B.

Từ đồ thị ta thấy đây là đồ thị của hàm số trùng phương với hệ số $a > 0$ nên loại đáp án C.

Mặt khác hàm số đạt cực tiểu tại $x = 1$ và $x = -1$ nên chọn B.

Câu 5: [2D1-1] Cho hàm số $y = f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$ và có bảng biến thiên như hình dưới đây.

x	$-\infty$	-1	0	2	$+\infty$
$f'(x)$	$-$	0	$+$	0	$+$
$f(x)$	$+\infty$	-5	0	-32	$+\infty$

Hỏi hàm số đã cho đồng biến trên khoảng nào trong các khoảng dưới đây?

A. $(0; +\infty)$.

B. $(-\infty; 0)$.

C. $(-1; 0)$.

D. $(-1; 2)$.

Lời giải

Chọn C.

Từ bảng biến thiên ta có hàm số đồng biến trên khoảng $(-1; 0)$.

Câu 6: [2H3-1] Trong không gian $Oxyz$, cho điểm $A(1; 2; 3)$. Tìm tọa độ điểm A_1 là hình chiếu vuông góc của A lên mặt phẳng (Oyz) .

A. $A_1(1; 0; 0)$.

B. $A_1(0; 2; 3)$.

C. $A_1(1; 0; 3)$.

D. $A_1(1; 2; 0)$.

Lời giải

Chọn B.

Tọa độ điểm A_1 là hình chiếu vuông góc của A lên mặt phẳng (Oyz) là: $A_1(0; 2; 3)$.

Câu 7: [2H2-1] Thể tích V của khối cầu có bán kính $R = 4$ bằng

A. $V = 64\pi$.

B. $V = 48\pi$.

C. $V = 36\pi$.

D. $V = \frac{256\pi}{3}$.

Lời giải

Chọn D.

Thể tích của khối cầu là: $V = \frac{4}{3}\pi R^3 = \frac{4}{3}\pi \cdot 4^3 = \frac{256\pi}{3}$.

Câu 8: [2D4-1] Cho số phức z thỏa mãn $z(1+i) = 3-5i$. Tính môđun của z .

A. $|z| = \sqrt{17}$.

B. $|z| = 16$.

C. $|z| = 17$.

D. $|z| = 4$.

Lời giải

Chọn A.

Ta có: $z(1+i) = 3-5i \Leftrightarrow z = \frac{3-5i}{1+i} = -1-4i \Rightarrow |z| = \sqrt{(-1)^2 + (-4)^2} = \sqrt{17}$.

Câu 9: **[2H2-1]** Cho hình nón (N) có đường kính đáy bằng $4a$, đường sinh bằng $5a$. Tính diện tích xung quanh S của hình nón (N).

A. $S = 10\pi a^2$.

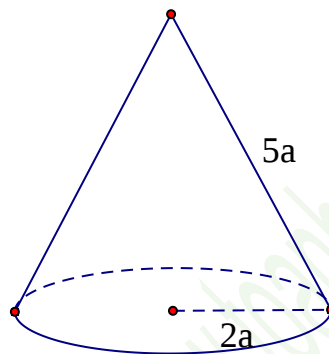
B. $S = 14\pi a^2$.

C. $S = 36\pi a^2$.

D. $S = 20\pi a^2$.

Lời giải

Chọn A.



Diện tích xung quanh của hình nón (N) là: $S = \pi r l = \pi \cdot 2a \cdot 5a = 10\pi a^2$.

Câu 10: **[2D2-1]** Cho các số thực dương a , x , y và $a \neq 1$. Khẳng định nào sau đây là đúng?

A. $\log_a(xy) = y \log_a x$.

B. $\log_a(xy) = \log_a x - \log_a y$.

C. $\log_a(xy) = \log_a x + \log_a y$.

D. $\log_a(xy) = \log_a x \cdot \log_a y$.

Lời giải

Chọn C.

Ta có: $\log_a(xy) = \log_a x + \log_a y$.

Câu 11: **[2D3-1]** Nguyên hàm của hàm số $f(x) = \frac{1}{1-2x}$ là

A. $\int f(x) dx = -2 \ln|1-2x| + C$.

B. $\int f(x) dx = 2 \ln|1-2x| + C$.

C. $\int f(x) dx = -\frac{1}{2} \ln|1-2x| + C$.

D. $\int f(x) dx = \ln|1-2x| + C$.

Lời giải

Chọn C.

Ta có $\int \frac{1}{1-2x} dx = -\frac{1}{2} \ln|1-2x| + C$.

Câu 12: **[2H3-1]** Trong không gian $Oxyz$, cho mặt phẳng $(\alpha): 2x - 2y + z + 5 = 0$. Khoảng cách h từ điểm $A(1;1;1)$ đến mặt phẳng (α) bằng

A. $h = 2$.

B. $h = 6$.

C. $h = \frac{10}{3}$.

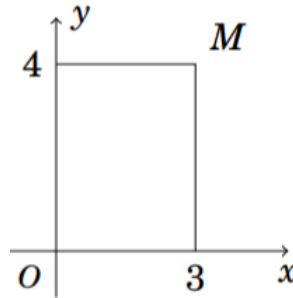
D. $h = \frac{6}{\sqrt{5}}$.

Lời giải

Chọn A.

$$\text{Ta có } h = \frac{|2-2+1+5|}{3} = 2.$$

Câu 13: [2D4-1] Điểm M trong hình vẽ bên là điểm biểu diễn của số phức z .



Tìm phần thực và phần ảo của số phức z .

A. Phần thực bằng 4 và phần ảo bằng 3.

B. Phần thực bằng 4 và phần ảo bằng $3i$.

C. Phần thực bằng 3 và phần ảo bằng 4.

D. Phần thực bằng 3 và phần ảo bằng $4i$.

Lời giải

Chọn C.

Từ hình vẽ ta có $M(3;4)$ nên $z = 3 + 4i$. Vậy Phần thực bằng 3 và phần ảo bằng 4.

Câu 14: [2D2-1] Phương trình $2^{x-1} = 8$ có nghiệm là

A. $x = 4$.

B. $x = 1$.

C. $x = 3$.

D. $x = 2$.

Lời giải

Chọn A.

Ta có $2^{x-1} = 8 \Leftrightarrow x-1=3 \Leftrightarrow x=4$.

Câu 15: [2H1-1] Hình bát diện đều có bao nhiêu cạnh?

A. 10.

B. 8.

C. 12.

D. 20.

Lời giải

Chọn C.

Theo lý thuyết thì hình bát diện đều có 12 cạnh.

Câu 16: [2H3-2]. Trong không gian $Oxyz$, cho ba điểm $A(2;1;1)$, $B(3;0;-1)$, $C(2;0;3)$. Mặt phẳng (α) đi qua hai điểm A, B và song song với đường thẳng OC có phương trình là:

A. $x - y + z - 2 = 0$.

B. $3x + 7y - 2z - 11 = 0$.

C. $4x + 2y - z - 11 = 0$.

D. $3x + y - 2z - 5 = 0$.

Lời giải

Chọn B.

Ta có $\overrightarrow{AB} = (1; -1; -2)$, $\overrightarrow{OC} = (2; 0; 3)$.

$$\Rightarrow \vec{n}_{(P)} = [\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{OC}] = (-3; -7; 2) \Rightarrow (P): -3(x-2) - 7(y-1) + 2(z-1) = 0.$$

Hay $(P): 3x + 7y - 2z - 11 = 0$.

Câu 17: [2D1-2]. Trong các hàm số sau, hàm số nào đồng biến trên $\mathbb{R}$.

A. $y = 2x^4 + 4x + 1$.

B. $y = \frac{2x-1}{x-1}$.

C. $y = x^3 + 3x + \sqrt[3]{4}$.

D. $y = x^3 - 3x + 1$.

Lời giải

Chọn C.

Đạo hàm các hàm số đã cho ta thấy chỉ có hàm số $y = x^3 + 3x + \sqrt[3]{4}$ có đạo hàm lớn hơn 0 với mọi $x \in \mathbb{R}$.

Câu 18: [2H2-2]. Cho hình chóp $S.ABC$ có ΔABC vuông tại B , $BA = a, BC = a\sqrt{3}$. Cạnh bên SA vuông góc với đáy và $SA = a$. Tính bán kính của mặt cầu ngoại tiếp hình chóp $S.ABC$.

A. $R = \frac{a\sqrt{5}}{2}$.

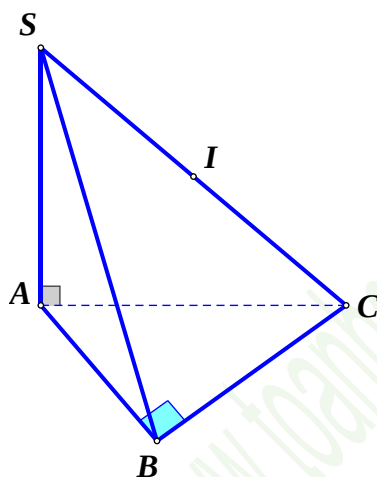
B. $R = \frac{a\sqrt{5}}{4}$.

C. $R = 2a\sqrt{5}$.

D. $R = a\sqrt{5}$.

Lời giải

Chọn A.



Tâm của mặt cầu ngoại tiếp chóp $S.ABC$ là trung điểm I của SC .

$$AC = \sqrt{AB^2 + BC^2} = 2a.$$

$$\text{Khi đó } SC = \sqrt{SA^2 + AC^2} = \sqrt{a^2 + 4a^2} = a\sqrt{5}.$$

$$\text{Vậy } R = SI = \frac{SC}{2} = \frac{a\sqrt{5}}{2}.$$

Câu 19: [2D3-2]. Gọi $F(t)$ là số lượng vi khuẩn phát triển sau t giờ. Biết $F(t)$ thỏa mãn

$$F'(t) = \frac{10000}{1+2t} \text{ với } \forall t > 0 \text{ và ban đầu có } 1000 \text{ con vi khuẩn. Hỏi sau } 2 \text{ giờ số lượng vi khuẩn}$$

là:

A. 17094.

B. 9047.

C. 8047.

D. 32118.

Lời giải

Chọn B.

$$\text{Ta có } F(t) = \int F'(t) dt = \int \frac{10000}{1+2t} dt = 5000 \ln(1+2t) + C.$$

$$\text{Ban đầu có } 1000 \text{ con vi khuẩn} \Rightarrow F(0) = C = 1000 \Rightarrow F(t) = 5000 \ln(1+2t) + 1000.$$

Suy ra số vi khuẩn sau 2 giờ là: x_2 .

Câu 20: [2H3-1]. Trong không gian $Oxyz$, cho đường thẳng $d: \begin{cases} x = 1 - 2t \\ y = 3 \\ z = 5 + 3t \end{cases}$. Trong các vectơ sau, vectơ

nào là một vectơ chỉ phương của đường thẳng d .

A. $\vec{a}_3 = (-2; 0; 3)$.

B. $\vec{a}_1 = (-2; 3; 3)$.

C. $\vec{a}_1 = (1; 3; 5)$.

D. $\vec{a}_1 = (2; 3; 3)$.

Lời giải

Chọn A.

Ta dễ thấy $\vec{u}_d = \vec{a}_3 = (-2; 0; 3)$.

Câu 21: [1D2-2] Số hạng không chứa x trong khai triển $f(x) = \left(x - \frac{2}{x^2}\right)^9$, $x \neq 0$ bằng

A. 5376.

B. -5376.

C. 672.

D. -672.

Lời giải

Chọn D.

$$\begin{aligned} \text{Ta có } f(x) &= \left(x - 2x^{-2}\right)^9 = \sum_{k=0}^9 C_9^k (-2x^{-2})^k x^{9-k} = \sum_{k=0}^9 C_9^k (-2)^k x^{-2k} x^{9-k} \\ &= \sum_{k=0}^9 C_9^k (-2)^k x^{-2k+9-k} = \sum_{k=0}^9 C_9^k (-2)^k x^{9-3k} \end{aligned}$$

Số hạng không chứa x của khai triển $f(x)$ ứng với $9-3k=0 \Leftrightarrow k=3$

Vậy hệ số không chứa x là $C_9^3 \cdot (-2)^3 = -672$.

Câu 22: [1H3-2] Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình chữ nhật $AB=a$, $AD=a\sqrt{3}$. Cạnh bên SA vuông góc với đáy và $SA=2a$. Tính khoảng cách d từ điểm C đến mặt phẳng (SBD)

A. $d = \frac{2a\sqrt{57}}{19}$.

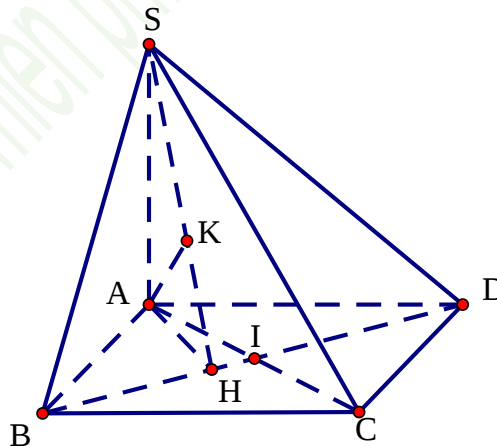
B. $d = \frac{2a}{\sqrt{5}}$.

C. $d = \frac{a\sqrt{5}}{2}$.

D. $\frac{a\sqrt{57}}{19}$

Lời giải

Chọn A.



Gọi H là hình chiếu của A lên BD .

Gọi K là hình chiếu của A lên SH .

Tam giác ABD vuông tại A có $AH \perp BD$

$$\Leftrightarrow \frac{1}{AH^2} = \frac{1}{AB^2} + \frac{1}{AD^2} = \frac{1}{a^2} + \frac{1}{(a\sqrt{3})^2}$$

$$\Leftrightarrow AH^2 = \frac{3a}{4} \Leftrightarrow AH = \frac{a\sqrt{3}}{2}$$

Tam giác SAH vuông tại A có $AK \perp SH$

$$\Leftrightarrow \frac{1}{AK^2} = \frac{1}{SA^2} + \frac{1}{AH^2} = \frac{1}{(2a)^2} + \frac{1}{\left(\frac{a\sqrt{3}}{2}\right)^2} = \frac{19}{12a^2}$$

$$\Leftrightarrow AK^2 = \frac{12a^2}{19} \Leftrightarrow AK = \frac{2a\sqrt{57}}{19} = d_{(A,(SBD))}$$

Gọi $I = AC \cap BD \Leftrightarrow I = AC \cap (SBD) \Leftrightarrow \frac{AI}{CI} = \frac{d_{(A,(SBD))}}{d_{(C,(SBD))}}$. Mà $ABCD$ là hình chữ nhật nên

$$I \text{ là trung điểm } AC \text{ nên } \frac{AI}{CI} = 1 \Leftrightarrow d_{(A,(SBD))} = d_{(C,(SBD))} \Leftrightarrow d = \frac{2a\sqrt{57}}{19}.$$

Câu 23: [2D1-1] Gọi M, m lần lượt là giá trị lớn nhất, giá trị nhỏ nhất của hàm số $f(x) = x^2 - \frac{16}{x}$ trên đoạn $[-4; -1]$. Tính $T = M + m$.

A. $T = 32$.

B. $T = 16$.

C. $T = 37$.

D. $T = 25$.

Lời giải

Chọn A.

TXĐ: $D = \mathbb{R} \setminus \{0\}$. Ta có $f'(x) = 2x + \frac{16}{x^2}$;

$$f'(x) = 0 \Leftrightarrow 2x + \frac{16}{x^2} = 0 \Leftrightarrow 2x^3 + 16 = 0 \Leftrightarrow x^3 = -8 \Leftrightarrow x = -2$$

Ta thấy $f(-4) = 20$; $f(-1) = 17$; $f(-2) = 12$

$$\text{Vậy } \begin{cases} M = 20 \\ m = 12 \end{cases} \Leftrightarrow T = M + m = 20 + 12 = 32.$$

Câu 24: [2H1-2] Cho lăng trụ tam giác đều $ABC.A'B'C'$ có cạnh đáy bằng a . Góc giữa mặt phẳng $(A'BC)$ và mặt phẳng (ABC) là 60° . Tính thể tích V của khối chóp $A'.BCC'B'$

A. $V = \frac{a^3\sqrt{3}}{8}$.

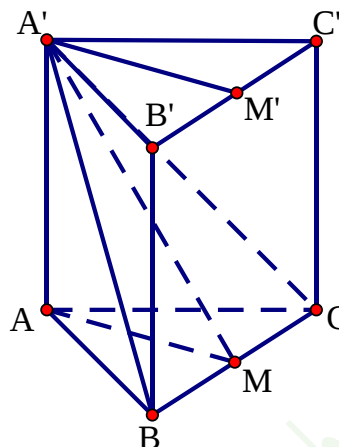
B. $V = \frac{3a^3\sqrt{3}}{4}$.

C. $V = \frac{3a^3\sqrt{3}}{8}$.

D. $V = \frac{a^3\sqrt{3}}{4}$.

Lời giải

Chọn D.



Gọi M là trung điểm của BC , ΔABC đều nên $AM \perp BC$

Mà $ABC.A'B'C'$ là lăng trụ tam giác đều nên $(ABC) \perp (B'BCC')$, đồng thời AM vuông góc với giao tuyến BC nên $AM \perp (B'BCC') \Rightarrow A'M' \perp (B'BCC')$ với V_1 là trung điểm của $B'C'$
 $\Rightarrow A'M' = d_{(A', (B'BCC'))}$.

Ta có $\begin{cases} AM \perp BC \\ AA' \perp BC \end{cases} \Leftrightarrow BC \perp (AA'M) \Leftrightarrow BC \perp A'M$

Ta có $\begin{cases} AM \perp BC; AM \in (ABC) \\ A'M \perp BC; A'M \in (A'BC) \end{cases} \Leftrightarrow \square((ABC); (A'BC)) = \square(AM; A'M) = A'MA = 60^\circ$
 $(ABC) \cap (A'BC) = BC$

Ta thấy AM là đường cao của tam giác đều cạnh $a \Rightarrow AM = \frac{a\sqrt{3}}{2}$.

Mặt khác $\tan(A'MA) = \frac{AA'}{AM} \Leftrightarrow AA' = AM \times \tan(A'MA) = \frac{a\sqrt{3}}{2} \tan 60^\circ = \frac{3a}{2} = BB' = CC'$

Vậy thể tích của khối chóp $A'.BCC'B'$ là $V = \frac{1}{3} A'M' \times S_{BCC'B'} = \frac{1}{3} \frac{a\sqrt{3}}{2} \left(\frac{3a}{2} \times a \right) = \frac{a^3\sqrt{3}}{4}$.

Câu 25: [2D1-3] Gọi S là tập tất cả các giá trị của tham số m để đồ thị hàm số $y = x^3 + 3x^2 - 9x + 2m + 1$ và trục Ox có đúng hai điểm chung phân biệt. Tính tổng T của các phần tử thuộc tập S

A. $T = 12$.

B. $T = 10$.

C. $T = -12$.

D. $T = -10$.

Lời giải

Chọn C.

Hoành độ giao điểm của đồ thị hàm số $y = x^3 + 3x^2 - 9x + 2m + 1$ và trục Ox là nghiệm của phương trình $x^3 + 3x^2 - 9x + 2m + 1 = 0 \Leftrightarrow x^3 + 3x^2 - 9x + 1 = -2m$.

Xét hàm số $f(x) = x^3 + 3x^2 - 9x + 1$ ta có $f'(x) = 3x^2 + 6x - 9 \Rightarrow f'(x) = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 1 \\ x = -3 \end{cases}$.

Bảng biến thiên:

x	$-\infty$	-3		1	$+\infty$	
$f'(x)$		$+$	0	$-$	0	$+$
$f(x)$			28		-4	
	$-\infty$					$+\infty$

Để đồ thị hàm số $y = x^3 + 3x^2 - 9x + 2m + 1$ và trục Ox có đúng hai điểm chung phân biệt

$\Leftrightarrow$ phương trình $x^3 + 3x^2 - 9x + 2m + 1 = 0$ có đúng hai nghiệm phân biệt

$\Leftrightarrow$ đường thẳng $y = -2m$ cắt đồ thị hàm số $f(x) = x^3 + 3x^2 - 9x + 1$ tại hai điểm phân biệt.

Từ bảng biến thiên ta có điều kiện là: $\begin{cases} -2m = -4 \\ -2m = 28 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m = 2 \\ m = -14 \end{cases} \Rightarrow S = \{2; -14\} \Rightarrow T = -12$.

Câu 26: [2D2-2] Đặt $\log_2 5 = a$, $\log_3 2 = b$. Tính $\log_{15} 20$ theo a và b ta được

A. $\log_{15} 20 = \frac{2b+a}{1+ab}$.

B. $\log_{15} 20 = \frac{b+ab+1}{1+ab}$.

C. $\log_{15} 20 = \frac{2b+ab}{1+ab}$.

D. $\log_{15} 20 = \frac{2b+1}{1+ab}$.

Lời giải

Chọn C.

Theo công thức đổi cơ số ta có: $\log_{15} 20 = \frac{\log_2 20}{\log_2 15} = \frac{\log_2 5 + 2\log_2 2}{\log_2 5 + \log_2 3} = \frac{a+2}{a+\frac{1}{b}} = \frac{2b+ab}{1+ab}$.

Câu 27: [1D2-1] Số chính hợp chập 2 của 5 phần tử bằng

A. 10.

B. 120.

C. 20.

D. 7.

Lời giải

Chọn C.

Ta có $A_5^2 = 20$.

Câu 28: [2D3-2] Cho hàm số $y = f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$ và $\int_0^1 f(2x)dx = 8$. Tính $I = \int_0^{\sqrt{2}} xf(x^2)dx$

A. 4.

B. 16.

C. 8.

D. 32.

Lời giải

Chọn C.

Đặt $x^2 = 2t \Rightarrow 2xdx = 2dt \Rightarrow xdx = dt$. Đổi cận: $x=0 \Rightarrow t=0$, $x=\sqrt{2} \Rightarrow t=1$.

Ta có: $I = \int_0^1 f(2t)dt = 8$.

Câu 29: [2D1-2] Có bao nhiêu giá trị của m để đồ thị hàm số $y = \frac{mx + \sqrt{x^2 - 2x + 3}}{2x - 1}$ có một tiệm cận ngang là $y = 2$.

A. 1.

B. 2.

C. 0.

D. Vô số.

Lời giải

Chọn B.

Tập xác định $D = \mathbb{R}$. Ta có: $\lim_{x \rightarrow +\infty} y = \frac{m+1}{2}$; $\lim_{x \rightarrow -\infty} y = \frac{m-1}{2}$.

Đồ thị hàm số có một đường tiệm cận ngang là $y = 2 \Leftrightarrow \begin{cases} \frac{m+1}{2} = 2 \\ \frac{m-1}{2} = 2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m = 3 \\ m = 5 \end{cases}$.

Câu 30: [2D3-2] Biết $\int_1^4 \sqrt{\frac{1}{4x} + \frac{\sqrt{x} + e^x}{\sqrt{x}e^{2x}}} dx = a + e^b - e^c$ với a, b, c là các số nguyên. Tính $T = a + b + c$

A. $T = -3$.

B. $T = 3$.

C. $T = -4$.

D. $T = -5$.

Lời giải

Chọn C.

Ta có $\frac{1}{4x} + \frac{\sqrt{x} + e^x}{\sqrt{x}e^{2x}} = \left(\frac{1}{2\sqrt{x}} + \frac{1}{e^x} \right)^2$ nên

$$\int_1^4 \sqrt{\frac{1}{4x} + \frac{\sqrt{x} + e^x}{\sqrt{x}e^{2x}}} dx = \int_1^4 \left(\frac{1}{2\sqrt{x}} + \frac{1}{e^x} \right) dx = \left(\sqrt{x} - e^{-x} \right) \Big|_1^4 = 1 + e^{-1} - e^{-4}.$$

Vậy $a=1$, $b=-1$, $c=-4$. Suy ra $T=-4$.

Câu 31: [2H2-3] Ba chiếc bình hình trụ cùng chứa 1 lượng nước như nhau, độ cao mực nước trong bình II gấp đôi bình I và trong bình III gấp đôi bình II. Chọn nhận xét đúng về bán kính đáy r_1 , r_2 , r_3 của ba bình I, II, III.

A. r_1 , r_2 , r_3 theo thứ tự lập thành cấp số nhân công bội 2.

B. r_1 , r_2 , r_3 theo thứ tự lập thành cấp số nhân công bội $\frac{1}{2}$.

C. r_1 , r_2 , r_3 theo thứ tự lập thành cấp số nhân công bội $\sqrt{2}$.

D. r_1 , r_2 , r_3 theo thứ tự lập thành cấp số nhân công bội $\frac{1}{\sqrt{2}}$.

Lời giải

Chọn D.

Gọi V_1 , V_2 , V_3 lần lượt là thể tích của bình I, II, III.

$$\text{Ta có } V_1 = V_2 \Leftrightarrow \pi r_1^2 h_1 = \pi r_2^2 h_2 \Leftrightarrow r_1^2 h_1 = r_2^2 2h_1 \Rightarrow r_2 = \frac{r_1}{\sqrt{2}} \quad (1).$$

$$V_2 = V_3 \Leftrightarrow \pi r_2^2 h_2 = \pi r_3^2 h_3 \Leftrightarrow r_2^2 h_2 = r_3^2 2h_2 \Rightarrow r_3 = \frac{r_2}{\sqrt{2}} \quad (2).$$

Từ (1) và (2) ta có r_1 , r_2 , r_3 theo thứ tự lập thành cấp số nhân công bội $\frac{1}{\sqrt{2}}$.

Câu 32: [2H3-2] Trong không gian Oxyz, cho bốn điểm $A(2;1;0)$; $B(1;-1;3)$; $C(3;-2;2)$ và $D(-1;2;2)$. Hỏi có bao nhiêu mặt cầu tiếp xúc với tất cả bốn mặt phẳng (ABC) , (BCD) , (CDA) , (DAB) .

A. 7.

B. 8.

C. vô số.

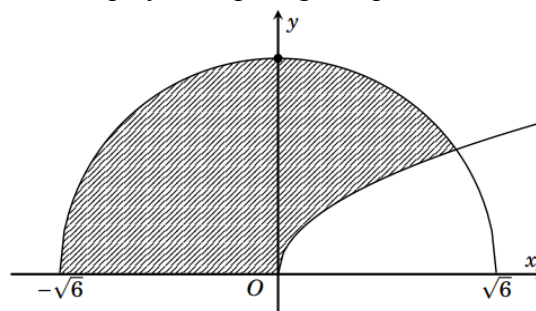
D. 6.

Lời giải

Chọn C.

Ta có $[\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{AC}] \cdot \overrightarrow{AD} = 0$ nên bốn điểm A; B; C; D đồng phẳng. Vậy có vô số mặt cầu thỏa mãn yêu cầu bài toán.

Câu 33: [2D3-3] Gọi D là hình phẳng giới hạn bởi đồ thị hàm số $y = \sqrt{x}$, cung tròn có phương trình $y = \sqrt{6-x^2}$ ($-\sqrt{6} \leq x \leq \sqrt{6}$) và trục hoành (phần tô đậm trong hình vẽ bên). Tính thể tích V của vật thể tròn xoay sinh bởi khi quay hình phẳng D quanh trục Ox.



A. $V = 8\pi\sqrt{6} - 2\pi$. **B.** $V = 8\pi\sqrt{6} + \frac{22\pi}{3}$. **C.** $V = 8\pi\sqrt{6} - \frac{22\pi}{3}$. **D.** $V = 4\pi\sqrt{6} + \frac{22\pi}{3}$.

Lời giải

Chọn D.

Cách 1.

Cung tròn khi quay quanh Ox tạo thành một khối cầu có thể tích $V = \frac{4}{3}\pi(\sqrt{6})^3 = 8\pi\sqrt{6}$.

Thể tích nửa khối cầu là $V_1 = 4\pi\sqrt{6}$.

Xét phương trình: $\sqrt{x} = \sqrt{6-x^2} \Leftrightarrow \begin{cases} x \geq 0 \\ x^2 + x - 6 = 0 \end{cases} \Leftrightarrow x = 2$.

Thể tích khối tròn xoay có được khi quay hình phẳng (H) giới hạn bởi đồ thị các hàm số $y = \sqrt{x}$, cung tròn có phương trình $y = \sqrt{6-x^2}$, và hai đường thẳng $x=0$, $x=2$ quanh Ox là $V_2 = \pi \int_0^2 (6-x^2-x) dx = \frac{22\pi}{3}$.

Vậy thể tích vật thể tròn xoay cần tìm là $V = V_1 + V_2 = 4\pi\sqrt{6} + \frac{22\pi}{3}$.

Cách 2.

Cung tròn khi quay quanh Ox tạo thành một khối cầu có thể tích $V_1 = \frac{4}{3}\pi(\sqrt{6})^3 = 8\pi\sqrt{6}$.

Xét phương trình: $\sqrt{x} = \sqrt{6-x^2} \Leftrightarrow \begin{cases} x > 0 \\ x^2 + x - 6 = 0 \end{cases} \Leftrightarrow x = 2$.

Thể tích khối tròn xoay có được khi quay hình phẳng (H) giới hạn bởi đồ thị các hàm số $y = \sqrt{x}$, cung tròn có phương trình $y = \sqrt{6-x^2}$ và đường thẳng $y=0$ quanh Ox là $V_2 = \pi \int_0^2 x dx + \pi \int_2^{\sqrt{6}} (6-x^2) dx = 2\pi + \frac{12\sqrt{6}-28}{3}\pi = 4\pi\sqrt{6} - \frac{22\pi}{3}$.

Vậy thể tích vật thể tròn xoay cần tìm là $V = V_1 - V_2 = 8\pi\sqrt{6} - \left(4\pi\sqrt{6} - \frac{22\pi}{3}\right) = 4\pi\sqrt{6} + \frac{22\pi}{3}$.

Câu 34: **[2D3-2]** Cho hàm số $f(x) = \frac{a}{x^2} + \frac{b}{x} + 2$, với a, b là các số hữu tỉ thỏa điều kiện

$\int_{\frac{1}{2}}^1 f(x) dx = 2 - 3\ln 2$. Tính $T = a + b$.

A. $T = -1$.

B. $T = 2$.

C. $T = -2$.

D. $T = 0$.

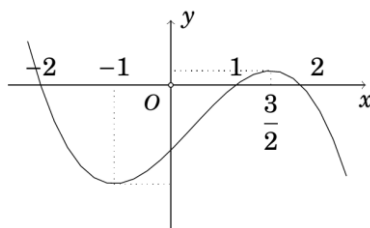
Lời giải

Chọn C.

Ta có $\int_{\frac{1}{2}}^1 f(x) dx = \int_{\frac{1}{2}}^1 \left(\frac{a}{x^2} + \frac{b}{x} + 2 \right) dx = \left(-\frac{a}{x} + b \ln|x| + 2x \right) \Big|_{\frac{1}{2}}^1 = a + 1 + b \ln 2$.

Theo giả thiết, ta có $2 - 3\ln 2 = a + 1 + b \ln 2$. Từ đó suy ra $a = 1$, $b = -3$. Vậy $T = a + b = -2$.

Câu 35: [2D1-3] Cho hàm số $y = f(x)$ có đạo hàm trên $\mathbb{R}$ thỏa $f(2) = f(-2) = 0$ và đồ thị hàm số $y = f'(x)$ có dạng như hình vẽ bên dưới.



Hàm số $y = (f(x))^2$ nghịch biến trên khoảng nào trong các khoảng sau:

A. $\left(-1; \frac{3}{2}\right)$.

B. $(-2; -1)$.

C. $(-1; 1)$.

D. $(1; 2)$.

Lời giải

Chọn D.

Dựa vào đồ thị hàm số $y = f'(x)$ ta lập được bảng biến thiên của $y = f(x)$ như sau:

x	$-\infty$	-2		1		2	$+\infty$
y'		$+$	0	$-$	0	$+$	0
y			0		$f(1)$		0
			$-\infty$		$-\infty$		$-\infty$

Dựa vào bảng biến thiên ta thấy $f(x) \leq 0, \forall x \in \mathbb{R}$.

Xét hàm số $y = (f(x))^2$, ta có $y' = 2f(x) \cdot f'(x)$.

Do $Oxyz$ và $f'(x) > 0, \forall x \in (1; 2) \cup (-\infty; -2)$ nên hàm số $y = (f(x))^2$ nghịch biến trên khoảng $(-\infty; -2)$ và $(1; 2)$.

Câu 36: [2H3-3] Có bao nhiêu mặt cầu (S) có tâm thuộc đường thẳng $\Delta: \frac{x-3}{2} = \frac{y-1}{-1} = \frac{z-1}{-2}$ đồng

thời tiếp xúc với hai mặt phẳng $(\alpha_1): 2x + 2y + z - 6 = 0$ và $(\alpha_2): x - 2y + 2z = 0$

A. 1.

B. 0.

C. Vô số.

D. 2.

Lời giải

Chọn C.

Phương trình tham số của đường thẳng $\Delta: \begin{cases} x = 3 + 2t \\ y = 1 - t \\ z = 1 - 2t \end{cases}$

Gọi tâm $I \in \Delta \Rightarrow I(3 + 2t; 1 - t; 1 - 2t)$

Vì mặt cầu (S) đồng thời tiếp xúc với hai mặt phẳng (α_1) và (α_2) nên ta có

$d(I, (\alpha_1)) = d(I, (\alpha_2))$

$\Leftrightarrow \frac{|2(3 + 2t) + 2(1 - t) + 1 - 2t - 6|}{\sqrt{2^2 + 2^2 + 1^2}} = \frac{|3 + 2t - 2(1 - t) + 2(1 - 2t)|}{\sqrt{2^2 + 2^2 + 1^2}} \Leftrightarrow \frac{|3|}{3} = \frac{|3|}{3}$ (luôn đúng).

Câu 37: [1H3-3] Cho hình hộp chữ nhật $ABCD.A'B'C'D'$ có $AB = 2a$, $AD = a$, $AA' = a\sqrt{3}$. Gọi M là trung điểm cạnh AB . Tính khoảng cách h từ điểm D đến mặt phẳng $(B'MC)$

A. $h = \frac{3a\sqrt{21}}{7}$.

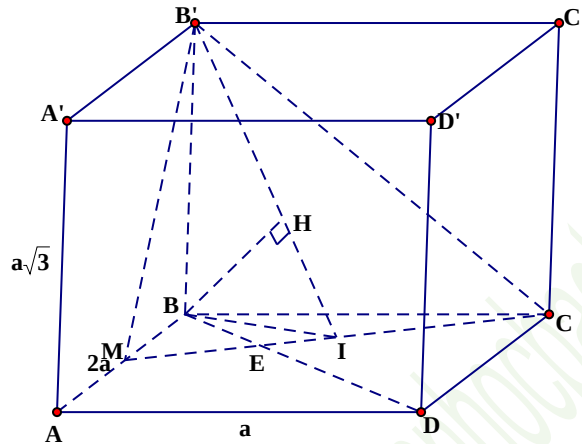
B. $h = \frac{a}{\sqrt{21}}$.

C. $h = \frac{a\sqrt{21}}{14}$.

D. $h = \frac{2a\sqrt{21}}{7}$.

Lời giải

Chọn D.



Gọi I là trung điểm của $MC \Rightarrow BI \perp MC$

Kẻ $BH \perp B'I \Rightarrow BH \perp (B'MC) \Rightarrow d(B, (B'MC)) = BH$

Ta có tam giác BMC vuông cân tại B nên $BI = \frac{MC}{2} = \frac{a\sqrt{2}}{2}$

$$BH = \frac{BB' \cdot BI}{\sqrt{BB'^2 + BI^2}} = \frac{a\sqrt{21}}{7} \Rightarrow d(B, (MB'C)) = \frac{a\sqrt{21}}{7}$$

Mặt khác gọi E là giao điểm của BD và MC

$$\Rightarrow \frac{d(D, (MB'C))}{d(B, (MB'C))} = \frac{ED}{EB} = \frac{DC}{MB} = 2$$

$$\Rightarrow d(D, (MB'C)) = 2d(B, (MB'C)) = \frac{2a\sqrt{21}}{7}.$$

Câu 38: [2D2-2] Tính tổng T các nghiệm của phương trình $(\log_{10}x)^2 - 3\log_{10}x = -5$

A. $T = 11$.

B. $T = 110$.

C. $T = 10$.

D. $T = 12$.

Lời giải

Chọn A.

Phương trình đã cho tương đương với: $(\log_{10}x)^2 - 3(\log_{10}x + 2) = -5$

$$\Leftrightarrow (\log_{10}x)^2 - 3\log_{10}x + 2 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} \log_{10}x = 1 \\ \log_{10}x = 2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 1 \\ x = 10 \end{cases}$$

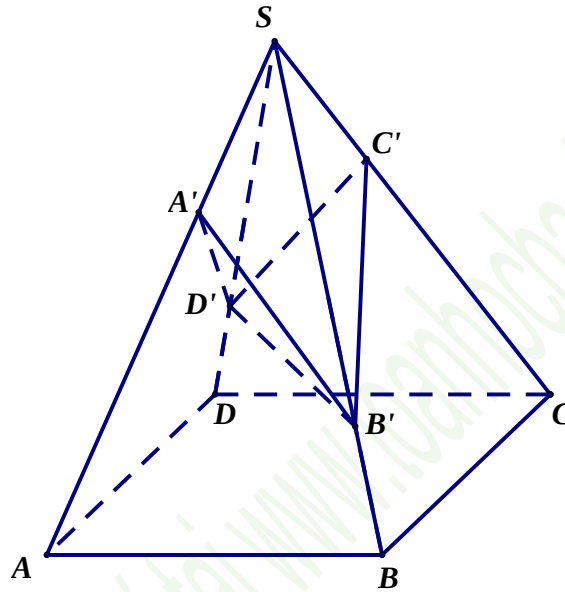
Suy ra $T = 1 + 10 = 11$.

Câu 39: [2H1-3] Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy là hình bình hành và có thể tích 48. Trên các cạnh SA, SB, SC, SD lần lượt lấy các điểm A', B', C' và D' sao cho $\frac{SA'}{SA} = \frac{SC'}{SC} = \frac{1}{3}$ và $\frac{SB'}{SB} = \frac{SD'}{SD} = \frac{3}{4}$. Tính thể tích V của khối đa diện lồi $SA'B'C'D'$.

- A. $V = 4$. B. $V = 6$. C. $V = \frac{3}{2}$. D. $V = 9$.

Lời giải

Chọn D.



Ta có $V = V_{SA'B'C'D'} = V_{S.D'A'B'} + V_{S.D'C'B'}$.

$$V_{S.D'A'B'} = \frac{3}{4} \cdot \frac{1}{3} \cdot \frac{3}{4} \cdot V_{S.DAB} = \frac{3}{16} \cdot \frac{1}{2} \cdot V_{S.ABCD} = \frac{3}{32} \cdot 48 = \frac{9}{2}.$$

Tương tự: $V_{S.D'C'B'} = \frac{9}{2}.$

Vậy $V = 9$.

Câu 40: [2D3-4] Cho hàm số $y = f(x)$ có đạo hàm trên $\mathbb{R}$ và $f'(x) \geq x^4 + \frac{2}{x^2} - 2x \quad \forall x > 0$ và $f(1) = -1$. Khẳng định nào sau đây đúng?

- A. Phương trình $f(x) = 0$ có 1 nghiệm trên $(0; 1)$.
 B. Phương trình $f(x) = 0$ có đúng 3 nghiệm trên $(0; +\infty)$.
 C. Phương trình $f(x) = 0$ có 1 nghiệm trên $(1; 2)$.
 C. Phương trình $f(x) = 0$ có 1 nghiệm trên $(2; 5)$.

Lời giải

Chọn C.

$$f'(x) \geq x^4 + \frac{2}{x^2} - 2x = \frac{x^6 - 2x^3 + 2}{x^2} = \frac{(x^3 - 1)^2 + 1}{x^2} > 0 \quad \forall x > 0$$

$\Rightarrow y = f(x)$ đồng biến trên $(0; +\infty)$.

$\Rightarrow f(x) = 0$ có nhiều nhất 1 nghiệm trên khoảng $(0; +\infty)$ (1).

$$f'(x) \geq x^4 + \frac{2}{x^2} - 2x > 0 \quad \forall x > 0 \Rightarrow \int_1^2 f'(x) dx \geq \int_1^2 \left(x^4 + \frac{2}{x^2} - 2x \right) dx = \frac{21}{5} \Rightarrow f(2) - f(1) \geq \frac{21}{5}$$

$$\Rightarrow f(2) \geq \frac{17}{5}.$$

Kết hợp giả thiết ta có $y = f(x)$ liên tục trên $[1; 2]$ và $f(2) \cdot f(1) < 0$ (2).

Từ (1) và (2) suy ra phương trình $f(x) = 0$ có 1 nghiệm trên $(1; 2)$.

Câu 41: [2D1-3] Biết hàm số $y = f(x)$ liên tục trên $\square$ có M và m lần lượt là GTLN, GTNN của hàm số trên đoạn $[0; 2]$. Trong các hàm số sau, hàm số nào cũng có GTLN và GTNN tương ứng là M và m ?

A. $y = f\left(\frac{4x}{x^2+1}\right)$.

B. $y = f\left(\sqrt{2(\sin x + \cos x)}\right)$.

C. $y = f\left(\sqrt{2(\sin^3 x + \cos^3 x)}\right)$.

D. $y = f\left(x + \sqrt{2-x^2}\right)$.

Lời giải

Chọn A.

Đặt $t = \frac{4x}{x^2+1}$ trên $[0; 2]$

Ta có: $t'_x = \frac{-4x^2+4}{(x^2+1)^2}$

$t'_x = 0 \Leftrightarrow x = 1$ trên $[0; 2]$

Bảng biến thiên:

x	0	1	2
$t'(x)$	+	0	-
$t(x)$	0	2	$\frac{8}{5}$

Dựa vào bảng biến thiên, ta có: $0 \leq t \leq 2$.

Do đó: Hàm số $y = f(x)$ liên tục trên $\square$ có M và m lần lượt là GTLN, GTNN của hàm số trên đoạn $[0; 2]$ khi và chỉ khi hàm số $y = f(t)$ liên tục trên $\square$ có M và m lần lượt là GTLN, GTNN của hàm số trên đoạn $[0; 2]$.

Câu 42: [2H3-4] Trong không gian $Oxyz$, cho bốn điểm $A(-4; -1; 3)$, $B(-1; -2; -1)$, $C(3; 2; -3)$ và $D(0; -3; -5)$. Gọi (α) là mặt phẳng đi qua D và tổng khoảng cách từ A, B, C đến (α) lớn nhất, đồng thời ba điểm A, B, C nằm về cùng phía so với (α) . Trong các điểm sau, điểm nào thuộc mặt phẳng (α) .

A. $E_1(7; -3; -4)$.

B. $E_2(2; 0; -7)$.

C. $E_3(-1; -1; -6)$.

D. $E_4(36; 1; -1)$.

Lời giải

Chọn A.

Gọi G là trọng tâm tam giác ABC nên $G\left(-\frac{2}{3}; -\frac{1}{3}; -\frac{1}{3}\right)$

Suy ra: $T = d(A; (\alpha)) + d(B; (\alpha)) + d(C; (\alpha)) = 3d(G; (\alpha)) \leq 3GD$.

Vậy GTLN của T bằng $3GD$, đẳng thức xảy ra khi $GD \perp (\alpha)$

Do đó: Phương trình mặt phẳng (α) qua $D(0; -3; -5)$ nhận $\overrightarrow{GD} = \left(\frac{2}{3}; -\frac{8}{3}; -\frac{14}{3}\right)$ làm VTPT có dạng: $x - 4y - 7z - 47 = 0$

Vậy $E_1(7; -3; -4) \in (\alpha)$.

Câu 43: [1D5-4] Cho hàm số $y = |x|^3 - 3x^2 + 1$ có đồ thị (C) . Hỏi trên trục Oy có bao nhiêu điểm A mà qua A có thể kẻ đến (C) đúng ba tiếp tuyến?

A. 0.

B. 3.

C. 1.

D. 2.

Lời giải

Chọn C.

Vì hàm số đã cho là hàm số chẵn nên đồ thị (C) của nó đối xứng qua Oy . Do đó từ điểm A trên trục Oy nếu kẻ được một tiếp tuyến d đến (C) thì ảnh của d qua phép đối xứng trục Oy cũng là một tiếp tuyến của (C) .

Vậy để qua điểm A trên trục Oy có thể kẻ đến (C) đúng ba tiếp tuyến thì điều kiện cần là có một tiếp tuyến của (C) qua A mà tiếp tuyến này vuông góc với Oy , tức là tiếp tuyến này có hệ số góc bằng 0.

$$\text{Ta có } y = \begin{cases} x^3 - 3x^2 + 1 & \text{khi } x \geq 0 \\ -x^3 - 3x^2 + 1 & \text{khi } x < 0 \end{cases} \Rightarrow y' = \begin{cases} 3x^2 - 6x & \text{khi } x > 0 \\ -3x^2 - 6x & \text{khi } x < 0 \end{cases}$$

$$\text{Mặt khác } \begin{cases} y'(0^+) = 0 \\ y'(0^-) = 0 \end{cases} \Rightarrow y'(0) = 0.$$

Từ đó ta thấy có hai tiếp tuyến có hệ số góc bằng 0 là $d: y = 1$ và $d': y = -3$.

d cắt Oy tại $A = (0; 1)$, d' cắt Oy tại $A' = (0; -3)$.

* Ta viết phương trình các tiếp tuyến kẻ từ $A = (0; 1)$ đến nhánh bên phải Oy của (C) .

$$\text{Xét hệ phương trình } \begin{cases} k = 3x^2 - 6x \\ x^3 - 3x^2 + 1 = kx + 1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 0 \\ k = 0 \end{cases} \text{ hoặc } \begin{cases} x = \frac{3}{2} \\ k = -\frac{9}{4} \end{cases}.$$

Vậy từ $A = (0; 1)$ kẻ được hai tiếp tuyến đến nhánh bên phải Oy của (C) , trong đó có một tiếp tuyến vuông góc với Oy và một tiếp tuyến không vuông góc với Oy . Suy ra từ $A = (0; 1)$ kẻ được 3 tiếp tuyến đến (C) .

* Ta viết phương trình các tiếp tuyến kẻ từ $A' = (0; -3)$ đến nhánh bên phải Oy của (C) .

$$\text{Xét hệ phương trình } \begin{cases} k = 3x^2 - 6x \\ x^3 - 3x^2 + 1 = kx - 3 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 2 \\ k = 0 \end{cases}.$$

Vậy từ $A' = (0; -3)$ kẻ được một tiếp tuyến duy nhất đến nhánh bên phải Oy của (C) mà tiếp tuyến này vuông góc với Oy . Suy ra từ $A' = (0; -3)$ kẻ được một tiếp tuyến duy nhất đến (C) .

* Vậy $A = (0; 1)$ là điểm duy nhất thỏa mãn yêu cầu bài toán. Do đó đáp án đúng là **C**.

Câu 44: **[1D2-4]** Cho đa giác đều 2018 đỉnh. Hỏi có bao nhiêu tam giác có đỉnh là đỉnh của đa giác và có một góc lớn hơn 100° ?

A. $2018.C_{897}^3$.

B. C_{1009}^3 .

C. $2018.C_{895}^3$.

D. $2018.C_{896}^3$.

Lời giải

Chọn D.

Gọi $A_1, A_2, \dots, A_{2018}$ là các đỉnh của đa giác đều 2018 đỉnh.

Gọi (O) là đường tròn ngoại tiếp đa giác đều $A_1 A_2 \dots A_{2018}$.

Các đỉnh của đa giác đều chia (O) thành 2018 cung tròn bằng nhau, mỗi cung tròn có số đo bằng $\frac{360^\circ}{2018}$.

Vì tam giác cần đếm có đỉnh là đỉnh của đa giác nên các góc của tam giác là các góc nội tiếp của (O) .

Suy ra góc lớn hơn 100° sẽ chắn cung có số đo lớn hơn 200° .

Cố định một đỉnh A_i . Có 2018 cách chọn A_j .

Gọi A_i, A_j, A_k là các đỉnh sắp thứ tự theo chiều kim đồng hồ sao cho $A_i A_k < 160^\circ$ thì $A_i A_j A_k > 100^\circ$ và tam giác $A_i A_j A_k$ là tam giác cần đếm.

Khi đó $A_i A_k$ là hợp liên tiếp của nhiều nhất $\left[\frac{\frac{160}{360}}{\frac{360}{2018}} \right] = 896$ cung tròn nói trên.

896 cung tròn này có 897 đỉnh. Trừ đi đỉnh A_i thì còn 896 đỉnh. Do đó có C_{896}^2 cách chọn hai đỉnh A_j, A_k .

Vậy có tất cả $2018.C_{896}^2$ tam giác thỏa mãn yêu cầu bài toán.

Phân tích sai lầm khi giải bài tập này:

Giả sử $A_m A_n A_p > 100^\circ$ thì cung $A_m A_p$ (không chứa điểm A_n) sẽ có số đo lớn hơn 200° .

Tức là cung $A_m A_p$ (không chứa điểm A_n) sẽ là hợp liên tiếp của ít nhất $\left[\frac{\frac{200}{360}}{\frac{360}{2018}} \right] + 1 = 1122$

cung tròn bằng nhau nói trên.

Từ đó ta có cách dựng tam giác thỏa mãn yêu cầu bài toán như sau:

+ Bước 1: Đánh dấu một cung tròn là hợp liên tiếp của 1122 cung tròn bằng nhau nói trên. Có 2018 cách đánh dấu.

+ Bước 2: Trong $2018 - 1121 = 897$ điểm không thuộc cung tròn ở bước 1 (bao gồm cả hai điểm đầu mút của cung), chọn ra 3 điểm bất kì, có C_{897}^3 cách chọn, 3 điểm này sẽ tạo thành tam giác có một góc lớn hơn 100° .

Vậy có tất cả $2018 \cdot C_{897}^3$ tam giác thỏa mãn yêu cầu bài toán.

Cách lập luận này là không chính xác, vì ta chưa trừ đi các trường hợp trùng nhau!

Câu 45: [2D2-3] Biết điều kiện cần và đủ của m để phương trình

$$\log_{\frac{1}{2}}^2(x-2)^2 + 4(m-5)\log_{\frac{1}{2}} \frac{1}{x-2} - 8m - 4 = 0$$

Có nghiệm thuộc $\left[\frac{5}{2}; 4\right]$ là $m \in [a; b]$. Tính $T = a + b$

A. $T = \frac{10}{3}$.

B. $T = 4$.

C. $T = -4$.

D. $T = \frac{-10}{3}$.

Lời giải

Chọn D.

Điều kiện: $x > 2$.

Ta có:

$$\log_{\frac{1}{2}}^2(x-2)^2 + 4(m-5)\log_{\frac{1}{2}} \frac{1}{x-2} - 8m - 4 = 4\log_2^2(x-2) + 4(m-5)\log_2(x-2) - 8m - 4 = 0 \quad (1)$$

Đặt $\log_2(x-2) = t$ với $x \in \left[\frac{5}{2}; 4\right] \Rightarrow t \in [-1; 1]$

Vậy (1) $\Leftrightarrow 4t^2 + 4(m-5)t - 8m - 4 = 0 \Leftrightarrow \frac{t^2 - 5t - 1}{-t + 2} = m$

Xét hàm $f(t) = \frac{t^2 - 5t - 1}{-t + 2}$ ta có: $f'(t) = \frac{-t^2 + 4t - 11}{(-t + 2)^2} < 0 \quad \forall t \in [-1; 1]$

x	-1	1
$f'(x)$	-	
$f(x)$	$\frac{5}{3}$	-5

Từ bảng biến thiên $\Rightarrow$ để phương trình $\log_{\frac{1}{2}}^2(x-2)^2 + 4(m-5)\log_{\frac{1}{2}} \frac{1}{x-2} - 8m - 4 = 0$ có

nghiệm thuộc $\left[\frac{5}{2}; 4\right]$ thì $\frac{5}{3} \geq m \geq -5$ vậy $\Rightarrow \begin{cases} a = -5 \\ b = \frac{5}{3} \end{cases} \Rightarrow a + b = \frac{-10}{3}$.

Câu 46: [2H2-3] Cho lăng trụ tam giác đều $ABC.A'B'C'$ có tất cả các cạnh bằng a . M là một điểm thỏa mãn $\overrightarrow{CM} = -\frac{1}{2}\overrightarrow{AA'}$. Cô sin của góc giữa hai mặt phẳng $(A'MB)$ và (ABC) bằng

A. $\frac{\sqrt{30}}{8}$.

B. $\frac{\sqrt{30}}{16}$.

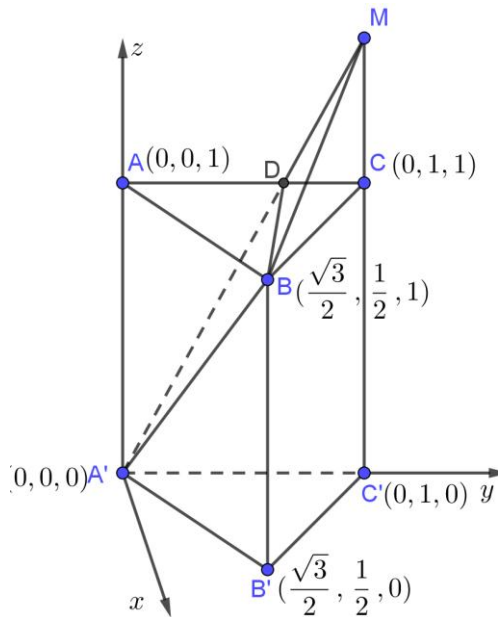
C. $\frac{\sqrt{30}}{10}$.

D. $\frac{1}{4}$.

Lời giải

Chọn C.

Xét hình lăng trụ tam giác đều $ABC.A'B'C'$ có tất cả các cạnh bằng a . Gắn hệ trục như hình vẽ quy ước $a = 1$ (đơn vị).



Gọi D là giao điểm của $A'M$ và AC .

Vì tam giác $A'B'C'$ là tam giác cân cạnh bằng a nên ta suy ra độ dài các đường trung tuyến là $\frac{a\sqrt{3}}{2}$. Suy ra tọa độ các điểm như hình vẽ.

Theo giả thiết ta có $\overrightarrow{CM} = -\frac{1}{2}\overrightarrow{AA'}$ vậy $\Rightarrow \triangle ADA' \sim \triangle CDM \Rightarrow \frac{AD}{CD} = 2 \Rightarrow \overrightarrow{DA} = -2\overrightarrow{DC}$

Vậy tọa độ của điểm D là: $D\left(0; \frac{2}{3}; 1\right)$

Ta có mặt phẳng ABC có phương trình $z = 1 \Rightarrow \vec{n}_{(ABC)} = (0; 0; 1)$

Mặt khác mặt phẳng $(A'MB)$ là mặt phẳng đi qua ba điểm A', D và B .

Ta có: $\overrightarrow{A'D} = \left(0; \frac{2}{3}; 1\right)$ và $\overrightarrow{A'B} = \left(\frac{\sqrt{3}}{2}; \frac{1}{2}; 1\right) \Rightarrow \vec{n}_{(A'BM)} = [\overrightarrow{A'D}, \overrightarrow{A'B}] = \left(\frac{1}{6}; \frac{\sqrt{3}}{2}; -\frac{\sqrt{3}}{3}\right)$

Vậy $\Rightarrow$ cô sin góc tạo bởi hai mặt phẳng $(A'MB)$ và (ABC) là:

$$\cos((A'BM), (ABC)) = \left| \cos(\vec{n}_{(A'BM)}, \vec{n}_{(ABC)}) \right| = \frac{\left| \frac{-\sqrt{3}}{3} \right|}{\sqrt{\frac{1}{36} + \frac{3}{4} + \frac{1}{3}}} \cdot \sqrt{1} = \frac{\sqrt{3}}{\sqrt{10}} = \frac{\sqrt{30}}{10}.$$

Câu 47: [2H1-3] Cho dãy số (u_n) được xác định bởi $u_1 = a$ và $u_{n+1} = 4u_n(1-u_n)$ với mọi n nguyên dương. Có bao nhiêu giá trị của a để $u_{2018} = 0$.

A. $2^{2016} + 1$.

B. $2^{2017} + 1$.

C. $2^{2018} + 1$.

D. 3.

Lời giải

Chọn A.

$$\text{Do } u_{2018} = 4u_{2017}(1-u_{2017}) \Rightarrow \begin{cases} u_{2017} = 0 \\ u_{2017} = 1 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} u_{2016} = 0 \\ u_{2016} = 1 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} u_1 = 0 \\ u_1 = 1 \end{cases}$$

$$\text{Trường hợp } u_1 = u_2 = \dots = u_{2018} = 0 \Rightarrow \begin{cases} a = 0 \\ a = 1 \end{cases}$$

Xét phương trình $4x^2 - 4x + m = 0$ với $0 < m < 1$ có $\Delta' = 4 - 4m > 0$ nên phương trình luôn có 2 nghiệm phân biệt x_1, x_2 và $x_1 + x_2 = 1, x_1 x_2 = \frac{m}{4} \Rightarrow x_1, x_2 \in (0; 1)$.

$$\text{Ta có } u_2 = 1 \Rightarrow 4u_1 - 4u_1^2 = 1 \Leftrightarrow u_1 = \frac{1}{2} \Rightarrow \text{có } 2^0 \text{ nghiệm } u_1.$$

$$u_3 = 1 \Rightarrow u_2 = \frac{1}{2} \Rightarrow 4u_1^2 - 4u_1 + \frac{1}{2} = 0 \Rightarrow \text{có } 2^1 \text{ nghiệm } u_1.$$

$$u_4 = 1 \Rightarrow u_3 = \frac{1}{2} \Rightarrow 4u_2^2 - 4u_2 + \frac{1}{2} = 0 \text{ có } 2 \text{ nghiệm } u_2 \in (0; 1) \Rightarrow 2^2 \text{ nghiệm } u_1.$$

.

$$u_{2017} = 1 \text{ có } 2^{2015} \text{ nghiệm } u_1.$$

$$\text{Vậy có } 2 + 2^0 + 2^1 + 2^2 + \dots + 2^{2015} = 2 + \frac{2^{2016} - 1}{2 - 1} = 2^{2016} + 1.$$

Câu 48: [2H3-3] Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho hai điểm $A(1; 0; 1), B(0; 1; -1)$. Hai điểm D, E thay đổi trên các đoạn OA, OB sao cho đường thẳng DE chia tam giác OAB thành hai phần có diện tích bằng nhau. Khi DE ngắn nhất thì trung điểm của đoạn DE có tọa độ là

A. $I\left(\frac{\sqrt{2}}{4}; \frac{\sqrt{2}}{4}; 0\right)$.

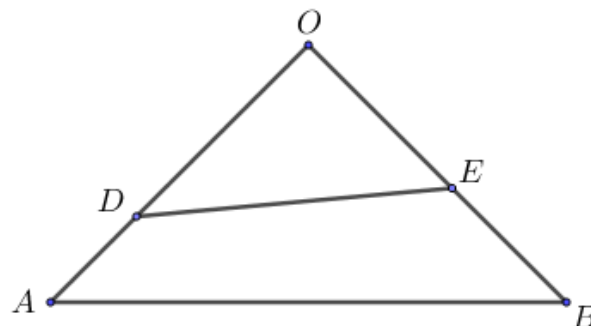
B. $I\left(\frac{\sqrt{2}}{3}; \frac{\sqrt{2}}{3}; 0\right)$.

C. $I\left(\frac{1}{3}; \frac{1}{3}; 0\right)$.

D. $I\left(\frac{1}{4}; \frac{1}{4}; 0\right)$.

Lời giải

Chọn A.



$$\text{Ta có } \overrightarrow{OA} = (1; 0; 1), \overrightarrow{OB} = (0; 1; -1), OA = OB = \sqrt{2}, \overrightarrow{AB} = (-1; 1; -2), AB = \sqrt{6}.$$

$$\text{Ta có } \frac{S_{ODE}}{S_{OAB}} = \frac{OD \cdot OE}{OA \cdot OB} \Leftrightarrow \frac{1}{2} = \frac{OD \cdot OE}{2} \Leftrightarrow OD \cdot OE = 1$$

$$\cos AOB = \frac{OA^2 + OB^2 - AB^2}{2.OA.OB} = \frac{2+2-6}{4} = \frac{-1}{2}.$$

$$\text{Ta có } DE^2 = OD^2 + OE^2 - 2OD.OE \cos AOB = OD^2 + OE^2 + OD.OE \geq 3OD.OE$$

$$\Rightarrow DE \geq \sqrt{3}. \text{ Dấu bằng xảy ra khi } OD = OE = 1$$

$$\text{Khi đó } \overrightarrow{OD} = \frac{\sqrt{2}}{2}.\overrightarrow{OA} \Rightarrow D\left(\frac{\sqrt{2}}{2}; 0; \frac{\sqrt{2}}{2}\right), \overrightarrow{OE} = \frac{\sqrt{2}}{2}.\overrightarrow{OB} \Rightarrow E\left(0; \frac{\sqrt{2}}{2}; -\frac{\sqrt{2}}{2}\right)$$

$$\text{Vậy trung điểm } I \text{ của } DE \text{ có tọa độ } I\left(\frac{\sqrt{2}}{4}; \frac{\sqrt{2}}{4}; 0\right).$$

Câu 49: [2D2-3] Có bao nhiêu số nguyên m để phương trình

$$\log_2 \frac{3x^2 + 3x + m + 1}{2x^2 - x + 1} = x^2 - 5x + 2 - m$$

Có hai nghiệm phân biệt lớn hơn 1.

A. 3.

B. Vô số.

C. 2.

D. 4.

Lời giải

Chọn C.

Điều kiện: $3x^2 + 3x + m + 1 > 0$.

- Ta có:

$$\log_2 \frac{3x^2 + 3x + m + 1}{2x^2 - x + 1} = x^2 - 5x + 2 - m \Leftrightarrow \log_2 \left(\frac{3x^2 + 3x + m + 1}{2x^2 - x + 1} \right) - 1 = x^2 - 5x + 1 - m$$

$$\Leftrightarrow \log_2 \frac{3x^2 + 3x + m + 1}{4x^2 - 2x + 2} = x^2 - 5x + 1 - m$$

$$\Leftrightarrow \log_2 (3x^2 + 3x + m + 1) - \log_2 (4x^2 - 2x + 2) = (x^2 - 5x + 1) - (3x^2 + 3x + m + 1)$$

$$\Leftrightarrow \log_2 (3x^2 + 3x + m + 1) + (3x^2 + 3x + m + 1) = \log_2 (4x^2 - 2x + 2) + (4x^2 - 2x + 2) \quad (1)$$

Xét hàm số: $f(t) = t + \log_2 t$ trên $D = (0; +\infty)$, có $f'(t) = 1 + \frac{1}{t \ln 2} > 0, \forall t \in D$,

Do đó hàm số $f(t)$ đồng biến trên D

$$\Rightarrow (1) \Leftrightarrow f(4x^2 - 2x + 2) = f(3x^2 + 3x + m + 1)$$

$$\Leftrightarrow 4x^2 - 2x + 2 = 3x^2 + 3x + m + 1 \Leftrightarrow x^2 - 5x = m - 1 \quad (2).$$

- Xét hàm số: $g(x) = x^2 - 5x$ trên $\mathbb{R}$, có $g'(x) = 2x - 5 \Rightarrow g'(x) = 0 \Leftrightarrow x = \frac{5}{2}$.

- Bảng biến thiên:

x	$-\infty$		1		$\frac{5}{2}$		$+\infty$
y'		-	0	-	0	+	
y							

- Theo bảng biến thiên ta thấy: phương trình (2) có hai nghiệm phân biệt lớn hơn 1 khi và chỉ khi $-\frac{25}{4} < m-1 < -4 \Leftrightarrow -\frac{21}{4} < m < -3$, do $m \in \mathbb{Z}$ nên $m \in \{-5; -4\}$, hay có 2 giá trị nguyên của m thỏa mãn yêu cầu bài toán.

Câu 50: [2D1-3] Có bao nhiêu số nguyên âm m để hàm số $y = \frac{1}{3} \cos^3 x - 4 \cot x - (m+1) \cos x$ đồng biến trên khoảng $(0; \pi)$?

A. 5.

B. 2.

C. vô số.

D. 3.

Lời giải

Chọn A.

- Ta có: $y' = -\cos^2 x \cdot \sin x + \frac{4}{\sin^2 x} + (m+1) \cdot \sin x = \sin^3 x + \frac{4}{\sin^2 x} + m \cdot \sin x$.

- Hàm số đồng biến trên $(0; \pi)$ khi và chỉ khi $y' \geq 0, \forall x \in (0; \pi)$

$$\Leftrightarrow \sin^3 x + \frac{4}{\sin^2 x} + m \cdot \sin x \geq 0, \forall x \in (0; \pi)$$

$$\Leftrightarrow \sin^2 x + \frac{4}{\sin^3 x} \geq -m, \forall x \in (0; \pi) \quad (1).$$

- Xét hàm số: $g(x) = \sin^2 x + \frac{4}{\sin^3 x}$, trên $(0; \pi)$.

$$\text{Có } g'(x) = 2 \sin x \cdot \cos x - \frac{12 \cos x}{\sin^4 x} = 2 \cos x \cdot \left(\sin x - \frac{6}{\sin^4 x} \right) = 2 \cos x \cdot \frac{\sin^5 x - 6}{\sin^4 x}$$

$$\Rightarrow g'(x) = 0 \Leftrightarrow x = \frac{\pi}{2} \in (0; \pi).$$

Bảng biến thiên:

x	0	$\frac{\pi}{2}$	π
y'		0	
		-	+
y	$+\infty$	5	$+\infty$

- Do đó: $(1) \Leftrightarrow -m \leq \min_{x \in (0; \pi)} g(x) \Leftrightarrow -m \leq 5 \Leftrightarrow m \geq -5$.

- Lại do m nguyên âm nên $m \in \{-5; -4; -3; -2; -1\}$. Vậy có 5 giá trị của m thỏa mãn.

-----HẾT-----