

Họ và tên thí sinh:.....SBD:.....

Mã đề thi 209

Câu 1: [2D3-2] Tính diện tích hình phẳng giới hạn bởi parabol $y = x^2 - 2x$ và đường thẳng $y = x$.

A. $\frac{9}{2}$.

B. $\frac{11}{6}$.

C. $\frac{27}{6}$.

D. $\frac{17}{6}$.

Câu 2: [2D1-2] Đồ thị nào dưới đây có tiệm cận ngang?

A. $y = x^3 - x - 1$.

B. $y = \frac{x^3 + 1}{x^2 + 1}$.

C. $y = \frac{3x^2 + 2x - 1}{4x^2 + 5}$.

D. $y = \sqrt{2x^2 + 3}$.

Câu 3: [1H3-2] Cho hình tam giác đều $S.ABC$ có cạnh đáy bằng a và cạnh bên bằng b ($a \neq b$). Phát biểu nào dưới đây sai?

A. Đoạn thẳng MN là đường vuông góc chung của AB và SC (M và N lần lượt là trung điểm của AB và SC).

B. Góc giữa các cạnh bên và mặt đáy bằng nhau.

C. Hình chiếu vuông góc của S lên trên mặt phẳng (ABC) là trọng tâm tam giác ABC .

D. SA vuông góc với BC .

Câu 4: [1H3-2] Cho hình lập phương $ABCD.A'B'C'D'$. Góc giữa hai đường thẳng $A'C'$ và BD bằng.

A. 60° .

B. 30° .

C. 45° .

D. 90° .

Câu 5: [2D2-2] Tích tất cả các nghiệm của phương trình $\log_2^2 x + \log_2 x = \frac{17}{4}$

A. $\frac{17}{4}$.

B. $\frac{1}{4}$.

C. $\frac{3}{2}$.

D. $\frac{1}{2}$.

Câu 6: [2D2-1] Cho a, b là hai số dương bất kì. Mệnh đề nào sau đây là đúng?

A. $\ln a^b = b \ln a$.

B. $\ln(ab) = \ln a \cdot \ln b$.

C. $\ln(a+b) = \ln a + \ln b$.

D.

$\ln \frac{a}{b} = \frac{\ln a}{\ln b}$.

Câu 7: [2D3-1] Tích phân $I = \int_0^1 e^{x+1} dx$ bằng

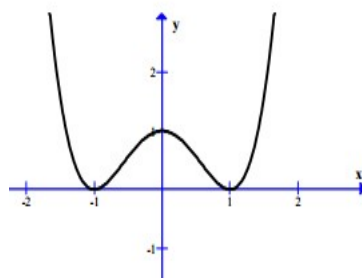
A. $e^2 - 1$.

B. $e^2 - e$.

C. $e^2 + e$.

D. $e - e^2$.

Câu 8: [1D1-1] Cho hàm số $f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$ và có đồ thị như hình vẽ dưới đây, hàm số $f(x)$ đồng biến trên khoảng nào?



A. $(-\infty; 0)$.

B. $(-\infty; -1)$.

C. $(1; +\infty)$.

D. $(-1; 1)$.

Câu 9: [1D4-1] $\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{3x-1}{x+5}$ bằng:

A. 3.**B. -3.****C. $-\frac{1}{5}$.****D. 5.**

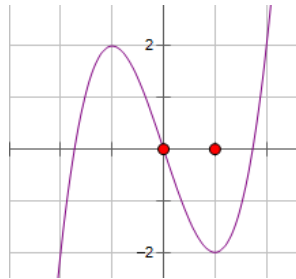
Câu 10: [1D2-2] Một nhóm gồm 10 học sinh trong đó có 7 học sinh nam và 3 học sinh nữ. Chọn ngẫu nhiên 3 học sinh từ nhóm 10 học sinh đi lao động. Tính xác suất để 3 học sinh được chọn có ít nhất một học sinh nữ?

A. $\frac{2}{3}$.**B. $\frac{17}{48}$.****C. $\frac{17}{24}$.****D. $\frac{4}{9}$.**

Câu 11: [2H3-3] Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho đường thẳng $d: \frac{x-3}{1} = \frac{y}{1} = \frac{z+2}{1}$ và điểm $M(2; -1; 0)$. Gọi (S) là mặt cầu có tâm I thuộc đường thẳng d và tiếp xúc với mp (Oxy) tại điểm M . Hỏi có bao nhiêu mặt cầu thỏa mãn?

A. 2.**B. 1.****C. 0.****D. Vô số.**

Câu 12: [2D1-2] Đường cong trong hình bên là đồ thị của một hàm số trong bốn hàm số được liệt kê ở bốn phương án A, B, C, D dưới đây.



Hỏi hàm số đó là hàm số nào?

A. $y = x^3 - 3x$.**B. $y = -x^3 + 3x$.****C. $y = x^4 - 2x^2$.****D. $y = x^3 - x^2$.**

Câu 13: [2D4-3] Cho số phức $z = a + bi$ (a, b là các số thực) thỏa mãn $z|z| + 2z + i = 0$. Tính giá trị của biểu thức $T = a + b^2$.

A. $T = 4\sqrt{3} - 2$.**B. $T = 3 + 2\sqrt{2}$.****C. $T = 3 - 2\sqrt{2}$.****D. $T = 4 + 2\sqrt{3}$.**

Câu 14: [1D2-1] Cho tập hợp X gồm 10 phần tử. Số các hoán vị của 10 phần tử của tập hợp X là

A. $10!$.**B. 10^2 .****C. 2^{10} .****D. 10^{10} .**

Câu 15: [2H1-2] Cho hình chóp $S.ABC$ có SA vuông góc với mặt phẳng (ABC) . Biết $SA = 2a$ và tam giác ABC vuông tại A có $AB = 3a$, $AC = 4a$. Tính thể tích khối chóp $S.ABC$ theo a .

A. $12a^3$.**B. $6a^3$.****C. $8a^3$.****D. $4a^3$.**

Câu 16: [2D3-1] Họ nguyên hàm của hàm số $f(x) = \sin 5x + 2$ là

A. $5\cos 5x + C$.**B. $-\frac{1}{5}\cos 5x + 2x + C$.****C. $\frac{1}{5}\cos 5x + 2x + C$.****D. $\cos 5x + 2x + C$.**

Câu 17: [2D2-1] Tập nghiệm của bất phương trình $\left(\frac{1}{3}\right)^{2x-1} \geq \frac{1}{3}$ là

A. $(-\infty; 0]$.**B. $(0; 1]$.****C. $[1; +\infty)$.****D. $(-\infty; 1]$.**

Câu 18: [2D1-2] Giá trị nhỏ nhất của hàm số $y = x^3 + 3x^2 - 9x + 1$ trên đoạn $[-4; 4]$ là

A. -4.**B. 4.****C. 1.****D. -1.**

- Câu 19:** [2D2-2] Gọi z_1, z_2 là hai nghiệm phức của phương trình $z^2 + 6z + 13 = 0$ trong đó z_1 là số phức có phần ảo âm. Tìm số phức $\omega = z_1 + 2z_2$.
- A. $\omega = 9 + 2i$. B. $\omega = -9 + 2i$. C. $\omega = -9 - 2i$. D. $\omega = 9 - 2i$.
- Câu 20:** [2H3-1] Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho mặt phẳng $(P): y - 2z + 1 = 0$. Vector nào dưới đây là một vector pháp tuyến của (P) ?
- A. $\vec{n} = (1; -2; 1)$. B. $\vec{n} = (1; -2; 0)$. C. $\vec{n} = (0; 1; -2)$. D. $\vec{n} = (0; 2; 4)$.
- Câu 21:** [2H3-1] Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho đường thẳng $d: \frac{x-1}{1} = \frac{y}{-2} = \frac{z-1}{2}$. Điểm nào dưới đây **không** thuộc d ?
- A. $E(2; -2; 3)$. B. $N(1; 0; 1)$. C. $F(3; -4; 5)$. D. $M(0; 2; 1)$.
- Câu 22:** [2D3-1] Cho hàm số $y = f(x), y = g(x)$ liên tục trên $[a; b]$. Gọi (H) là hình giới hạn bởi hai đồ thị $y = f(x), y = g(x)$ và các đường thẳng $x = a, x = b$. Diện tích hình (H) được tính theo công thức:
- A. $S_H = \int_a^b |f(x)| dx - \int_a^b |g(x)| dx$. B. $S_H = \int_a^b |f(x) - g(x)| dx$.
C. $S_H = \left| \int_a^b [f(x) - g(x)] dx \right|$. D. $S_H = \int_a^b [f(x) - g(x)] dx$.
- Câu 23:** [1D2-2] Tìm hệ số của số hạng chứa x^{10} trong khai triển của biểu thức $\left(3x^3 - \frac{2}{x^2}\right)^5$.
- A. -810 . B. 826 . C. 810 . D. 421 .
- Câu 24:** [2H3-2] Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho mặt cầu $(S): (x-1)^2 + (y-2)^2 + (z-2)^2 = 9$ và mặt phẳng $(P): 2x - y - 2z + 1 = 0$. Biết (P) cắt (S) theo giao tuyến là đường tròn có bán kính r . Tính r .
- A. $r = 3$. B. $r = 2\sqrt{2}$. C. $r = \sqrt{3}$. D. $r = 2$.
- Câu 25:** [2D1-1] Cho hàm số $y = f(x)$ có bảng biến thiên như hình bên. Giá trị cực tiểu của hàm số bằng:
- | | | | | | | | |
|------|-----------|------|-----|-----------|-----|-----|-----------|
| x | $-\infty$ | -1 | 3 | $+\infty$ | | | |
| y' | | $+$ | 0 | $-$ | 0 | $+$ | |
| y | | | 5 | | 1 | | $+\infty$ |
- A. 1 . B. 3 . C. 5 . D. -1 .
- Câu 26:** [2H2-1] Cho hình trụ có chiều cao h và bán kính đáy R công thức thể tích của khối trụ đó là.
- A. $\pi R h^2$. B. $\pi R^2 h$. C. $\frac{1}{3} \pi R h^2$. D. $\frac{1}{3} \pi R^2 h$.
- Câu 27:** [2D1-2] Cho hàm số $y = f(x)$ có bảng biến thiên như hình bên. Số nghiệm của phương trình $f(x) + 3 = 0$ là:

x	$-\infty$	-1	1	$+\infty$	
y'	$+$	0	$-$	0	$+$
y	$-\infty$	2	-3	$+\infty$	

A. 0.

B. 3.

C. 2.

D. 1.

Câu 28: [2H3-2] Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho điểm $M(1;0;4)$ và đường thẳng $d: \frac{x}{1} = \frac{y-1}{-1} = \frac{z+1}{2}$. Tìm hình chiếu vuông góc H của M lên đường thẳng d .

A. $H(1;0;1)$.

B. $H(-2;3;0)$.

C. $H(0;1;-1)$.

D. $H(2;-1;3)$.

Câu 29: [2D3-2] Biết tích phân $\int_0^1 \frac{x}{\sqrt{3x+1} + \sqrt{2x+1}} dx = \frac{a+b\sqrt{3}}{9}$ với a, b là các số thực. Tính tổng

$T = a + b$.

A. $T = -10$.

B. $T = -4$.

C. $T = 15$.

D. $T = 8$.

Câu 30: [2D2-2] Ông V gửi tiết kiệm 200 triệu đồng vào ngân hàng với hình thức lãi kép và lãi suất 7,2% một năm. Hỏi sau 5 năm ông V thu về số tiền (cả vốn lẫn lãi) gần nhất với số nào sau đây?

A. 283.145.000 đồng. B. 283.155.000 đồng. C. 283.142.000 đồng. D. 283.151.000 đồng.

Câu 31: [2D4-1] Cho số phức $z = 3 + 2i$. Tính $|z|$.

A. $|z| = \sqrt{5}$.

B. $|z| = \sqrt{13}$.

C. $|z| = 5$.

D. $|z| = 13$.

Câu 32: [1H3-3] Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình vuông cạnh $2a$, mặt bên SAB là tam giác vuông cân tại S và nằm trên mặt phẳng vuông góc với đáy. Tính khoảng cách giữa hai đường thẳng AB và SC .

A. $\frac{a\sqrt{3}}{3}$.

B. $\frac{a\sqrt{5}}{5}$.

C. $\frac{2a\sqrt{3}}{3}$.

D. $\frac{2a\sqrt{5}}{5}$.

Câu 33: [2H2-3] Cho mặt cầu (S) có bán kính $R = 5$ (cm). Mặt phẳng (P) cắt mặt cầu (S) theo giao tuyến là đường tròn (C) có chu vi bằng 8π (cm). Bốn điểm A, B, C, D thay đổi sao cho A, B, C thuộc đường tròn (C) , điểm D thuộc (S) (D không thuộc đường tròn (C)) và tam giác ABC là tam giác đều. Tính thể tích lớn nhất của tứ diện $ABCD$.

A. $32\sqrt{3}$ (cm³).

B. $60\sqrt{3}$ (cm³).

C. $20\sqrt{3}$ (cm³).

D. $96\sqrt{3}$ (cm³).

Câu 34: [2D2-4] $S = (a; b)$ là tập các giá trị của m để phương trình $\log_2(mx - 6x^3) + \log_{\frac{1}{2}}(-14x^2 + 29x - 2) = 0$ có ba nghiệm phân biệt. Khi đó hiệu $H = b - a$ bằng:

A. $\frac{5}{2}$.

B. $\frac{1}{2}$.

C. $\frac{2}{3}$.

D. $\frac{5}{3}$.

Câu 35: [2D2-4] Có bao nhiêu giá trị nguyên của m để phương trình $2^{\sin^2 x} + 3^{\cos^2 x} = m \cdot 3^{\sin^2 x}$ có nghiệm?

A. 7.

B. 4.

C. 5.

D. 6.

Câu 36: [1D3-3] Cho dãy số (u_n) thỏa mãn $u_n = u_{n-1} + 6, \forall n \geq 2$ và $\log_2 u_5 + \log_{\sqrt{2}} \sqrt{u_9 + 8} = 11$. Đặt $S_n = u_1 + u_2 + \dots + u_n$. Tìm số tự nhiên n nhỏ nhất thỏa mãn $S_n \geq 20172018$.

A. 2587. B. 2590. **C. 2593.** D. 2584.

Câu 37: [2D1-2] Cho hàm số $f(x) = x^4 + 4mx^3 + 3(m+1)x^2 + 1$. Gọi S là tập hợp tất cả các giá trị nguyên của m để hàm số có cực tiểu mà không có cực đại. Tính tổng các phần tử của tập S .
A. 1. **B.** 2. **C.** 6. **D.** 0.

Câu 38: [1H3-3] Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình thoi cạnh a , $BD = a$. Cạnh SA vuông góc với mặt đáy và $SA = \frac{a\sqrt{6}}{2}$. Tính góc giữa hai mặt phẳng (SBC) và (SCD) .
A. 60° . **B.** 120° . **C.** 45° . **D.** 90° .

Câu 39: [2H3-2] Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho mặt cầu $(S): (x-1)^2 + (y-1)^2 + z^2 = 4$ và một điểm $M(2; 3; 1)$. Từ M kẻ được vô số các tiếp tuyến tới (S) , biết tập hợp các tiếp điểm là đường tròn (C) . Tính bán kính r của đường tròn (C) .
A. $r = \frac{2\sqrt{3}}{3}$. **B.** $r = \frac{\sqrt{3}}{3}$. **C.** $r = \frac{\sqrt{2}}{3}$. **D.** (2).

Câu 40: [2H3-1] Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho mặt phẳng $(P): 2x - 2y + z = 0$ và đường thẳng $d: \frac{x+1}{1} = \frac{y}{2} = \frac{z}{-1}$. Gọi Δ là một đường thẳng chứa trong (P) , cắt và vuông góc với d . Vector $\vec{u} = (a; 1; b)$ là một vector chỉ phương của Δ . Tính tổng $S = a + b$.
A. $S = 1$. **B.** $S = 0$. **C.** $S = 2$. **D.** $S = 4$.

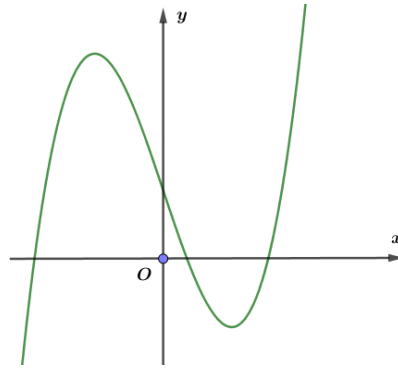
Câu 41: [1D1-4] Có bao nhiêu giá trị nguyên âm của m để hàm số $y = x + 5 + \frac{1-m}{x-2}$ đồng biến trên $[5; +\infty)$?
A. 10. **B.** 8. **C.** 9. **D.** 11.

Câu 42: [1D1-4] Cho hàm số $y = x^3 - 3x^2$ có đồ thị (C) và điểm $M(m; -4)$. Hỏi có bao nhiêu số nguyên m thuộc đoạn $[-10; 10]$ sao cho qua điểm M có thể kẻ được ba tiếp tuyến đến (C) .
A. 20. **B.** 15. **C.** 17. **D.** 12.

Câu 43: [2D3-3] Cho $F(x)$ là một nguyên hàm của hàm số $f(x) = |1+x| - |1-x|$ trên tập $\mathbb{R}$ và thỏa mãn $F(1) = 3$. Tính tổng $F(0) + F(2) + F(-3)$.
A. 8. **B.** 12. **C.** 14. **D.** 10.

Câu 44: [2D2-4] Có bao nhiêu giá trị của m để giá trị nhỏ nhất của hàm số $f(x) = |e^{2x} - 4e^x + m|$ trên đoạn $[0; \ln 4]$ bằng 6?
A. 3. **B.** 4. **C.** 1. **D.** 2.

Câu 45: [2D1-3] Hàm số $f(x)$ có đạo hàm $f'(x)$ trên $\mathbb{R}$. Hình vẽ bên là đồ thị của hàm số $f'(x)$ trên $\mathbb{R}$.



Hỏi hàm số $y = f(|x|) + 2018$ có bao nhiêu điểm cực trị?

- A.** 5. **B.** 3. **C.** 2. **D.** 4.

Câu 46: [2D2-4] Xếp 10 quyển sách tham khảo khác nhau gồm: 1 quyển sách Văn, 3 quyển sách tiếng Anh và 6 quyển sách Toán (trong đó có hai quyển Toán T1 và Toán T2) thành một hàng ngang trên giá sách. Tính xác suất để mỗi quyển sách tiếng Anh đều được xếp ở giữa hai quyển sách Toán, đồng thời hai quyển Toán T1 và Toán T2 luôn được xếp cạnh nhau.

- A.** $\frac{1}{210}$. **B.** $\frac{1}{600}$. **C.** $\frac{1}{300}$. **D.** $\frac{1}{450}$.

Câu 47: [2H3-4] Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho mặt cầu $(S): (x-1)^2 + (y-2)^2 + (z-2)^2 = 9$ và hai điểm $M(4; -4; 2)$, $N(6; 0; 6)$. Gọi E là điểm thuộc mặt cầu (S) sao cho $EM + EN$ đạt giá trị lớn nhất. Viết phương trình tiếp diện của mặt cầu (S) tại E .

- A.** $x - 2y + 2z + 8 = 0$. **B.** $2x + y - 2z - 9 = 0$. **C.** $2x + 2y + z + 1 = 0$. **D.** $2x - 2y + z + 9 = 0$.

Câu 48: [2H1-4] Cho hình lăng trụ $ABC.A'B'C'$. Gọi M , N , P lần lượt là các điểm thuộc các cạnh AA' , BB' , CC' sao cho $AM = 2MA'$, $NB' = 2NB$, $PC = PC'$. Gọi V_1 , V_2 lần lượt là thể tích của hai khối đa diện $ABCMNP$ và $A'B'C'MNP$. Tính tỉ số $\frac{V_1}{V_2}$.

- A.** $\frac{V_1}{V_2} = 2$. **B.** $\frac{V_1}{V_2} = \frac{1}{2}$. **C.** $\frac{V_1}{V_2} = 1$. **D.** $\frac{V_1}{V_2} = \frac{2}{3}$.

Câu 49: [2D4-4] Cho hai số phức z_1 , z_2 thỏa mãn $|z_1 - 3i + 5| = 2$ và $|iz_2 - 1 + 2i| = 4$. Tìm giá trị lớn nhất của biểu thức $T = |2iz_1 + 3z_2|$.

- A.** $\sqrt{313} + 16$. **B.** $\sqrt{313}$. **C.** $\sqrt{313} + 8$. **D.** $\sqrt{313} + 2\sqrt{5}$.

Câu 50: [2D3-4] Cho hàm số $f(x)$ có đạo hàm $f'(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$ và thỏa mãn $f'(x) \in [-1; 1]$ với $\forall x \in (0; 2)$. Biết $f(0) = f(2) = 1$. Đặt $I = \int_0^2 f(x) dx$, phát biểu nào dưới đây đúng?

- A.** $I \in (-\infty; 0]$. **B.** $I \in (0; 1]$. **C.** $I \in [1; +\infty)$. **D.** $I \in (0; 1)$.

---HẾT---

ĐÁP ÁN THAM KHẢO

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20	21	22	23	24	25
A	C	A	D	D	A	B	B	A	C	B	A	C	A	D	B	D	A	B	C	D	B	A	B	A
26	27	28	29	30	31	32	33	34	35	36	37	38	39	40	41	42	43	44	45	46	47	48	49	50
B	C	D	D	C	B	D	A	B	B	C	A	D	A	C	B	C	C	D	A	A	D	C	A	C

HƯỚNG DẪN GIẢI

Câu 1: [2D3-2] Tính diện tích hình phẳng giới hạn bởi parabol $y = x^2 - 2x$ và đường thẳng $y = x$.

- A. $\frac{9}{2}$. B. $\frac{11}{6}$. C. $\frac{27}{6}$. D. $\frac{17}{6}$.

Lời giải

Chọn A.

Ta có: $x^2 - 2x = x \Leftrightarrow \begin{cases} x = 0 \\ x = 3 \end{cases}$.

Diện tích hình phẳng cần tìm bằng: $S = \int_0^3 |x^2 - 2x - x| dx = \left| \int_0^3 (x^2 - 3x) dx \right| = \frac{9}{2}$.

Câu 2: [2D1-2] Đồ thị nào dưới đây có tiệm cận ngang?

- A. $y = x^3 - x - 1$. B. $y = \frac{x^3 + 1}{x^2 + 1}$. C. $y = \frac{3x^2 + 2x - 1}{4x^2 + 5}$. D. $y = \sqrt{2x^2 + 3}$.

Lời giải

Chọn C.

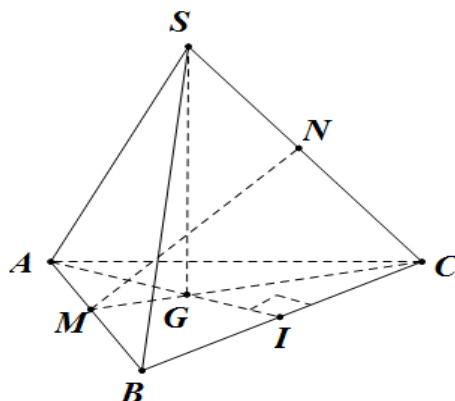
Ta có: $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{3x^2 + 2x - 1}{4x^2 + 5} = \frac{3}{4} \Rightarrow y = \frac{3}{4}$ là tiệm cận ngang của đồ thị hàm số.

Câu 3: [1H3-2] Cho hình tam giác đều $S.ABC$ có cạnh đáy bằng a và cạnh bên bằng b ($a \neq b$). Phát biểu nào dưới đây **sai**?

- A. Đoạn thẳng MN là đường vuông góc chung của AB và SC (M và N lần lượt là trung điểm của AB và SC).
- B. Góc giữa các cạnh bên và mặt đáy bằng nhau.
- C. Hình chiếu vuông góc của S lên trên mặt phẳng (ABC) là trọng tâm tam giác ABC .
- D. SA vuông góc với BC .

Lời giải

Chọn A.



□ $\Delta SAG = \Delta SBG = \Delta SCG$. Suy ra góc giữa các cạnh bên và đáy bằng nhau.

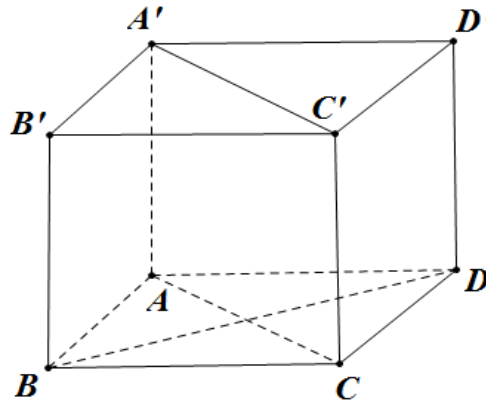
- $\begin{cases} SA = SB = SC \\ AB = AC = BC \end{cases}$, suy ra hình chiếu vuông góc của S lên trên mặt phẳng (ABC) là trọng tâm tam giác ABC .
- $BC \perp (SAI) \Rightarrow BC \perp SA$.

Câu 4: [1H3-2] Cho hình lập phương $ABCD.A'B'C'D'$. Góc giữa hai đường thẳng $A'C'$ và BD bằng.

A. 60° . B. 30° . C. 45° . D. 90° .

Lời giải

Chọn D.



Ta có: $(A'C'; BD) = (AC; BD) = 90^\circ$

Câu 5: [2D2-2] Tích tất cả các nghiệm của phương trình $\log_2^2 x + \log_2 x = \frac{17}{4}$

- A. $\frac{17}{4}$. B. $\frac{1}{4}$. C. $\frac{3}{2}$. D. $\frac{1}{2}$.

Lời giải

Chọn D.

Ta có: $\log_2^2 x + \log_2 x = \frac{17}{4}$ có hai nghiệm x_1 và x_2 . Khi đó:

$$A = x_1 x_2 \Leftrightarrow \log_2 A = \log_2 x_1 + \log_2 x_2 = -1 \Rightarrow A = 2^{-1} = \frac{1}{2}.$$

Câu 6: [2D2-1] Cho a, b là hai số dương bất kì. Mệnh đề nào sau đây là đúng?

- A. $\ln a^b = b \ln a$. B. $\ln(ab) = \ln a \cdot \ln b$. C. $\ln(a+b) = \ln a + \ln b$. D.

$$\ln \frac{a}{b} = \frac{\ln a}{\ln b}.$$

Lời giải

Chọn A.

Công thức cơ bản.

Câu 7: [2D3-1] Tích phân $I = \int_0^1 e^{x+1} dx$ bằng

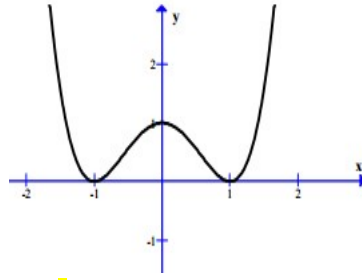
- A. $e^2 - 1$. B. $e^2 - e$. C. $e^2 + e$. D. $e - e^2$.

Lời giải

Chọn B.

$$\text{Ta có } I = \int_0^1 e^{x+1} dx = e^{x+1} \Big|_0^1 = e^2 - e.$$

Câu 8: [1D1-1] Cho hàm số $f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$ và có đồ thị như hình vẽ dưới đây, hàm số $f(x)$ đồng biến trên khoảng nào?



- A. $(-\infty; 0)$. B. $(-\infty; -1)$. C. $(1; +\infty)$. D. $(-1; 1)$.

Lời giải

Chọn B.

Dựa vào đồ thị ta thấy hàm số nghịch biến trên các khoảng $(-\infty; -1)$ và $(0; 1)$.

Vậy chỉ có phương án B thỏa mãn.

Câu 9: [1D4-1] $\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{3x-1}{x+5}$ bằng:

- A. 3. B. -3. C. $-\frac{1}{5}$. D. 5.

Lời giải

Chọn A.

$$\text{Ta có } \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{3x-1}{x+5} = \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{3 - \frac{1}{x}}{1 + \frac{5}{x}} = 3.$$

Câu 10: [1D2-2] Một nhóm gồm 10 học sinh trong đó có 7 học sinh nam và 3 học sinh nữ. Chọn ngẫu nhiên 3 học sinh từ nhóm 10 học sinh đi lao động. Tính xác suất để 3 học sinh được chọn có ít nhất một học sinh nữ?

- A. $\frac{2}{3}$. B. $\frac{17}{48}$. C. $\frac{17}{24}$. D. $\frac{4}{9}$.

Lời giải

Chọn C.

Số phần tử của không gian mẫu: $n(\Omega) = C_{10}^3$.

Gọi A là biến cố: “3 học sinh được chọn có ít nhất một học sinh nữ”.

Suy ra: $\bar{A}$ là biến cố: “3 học sinh được chọn không có học sinh nữ”.

$$\text{Khi đó } n(\bar{A}) = C_7^3 \Rightarrow P(\bar{A}) = \frac{C_7^3}{C_{10}^3} = \frac{7}{24}. \text{ Vậy } P(A) = 1 - P(\bar{A}) = \frac{17}{24}.$$

Câu 11: [2H3-3] Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho đường thẳng $d: \frac{x-3}{1} = \frac{y}{1} = \frac{z+2}{1}$ và điểm

$M(2; -1; 0)$. Gọi (S) là mặt cầu có tâm I thuộc đường thẳng d và tiếp xúc với mp (Oxy) tại điểm M . Hỏi có bao nhiêu mặt cầu thỏa mãn?

- A. 2. B. 1. C. 0. D. Vô số.

Lời giải

Chọn B.

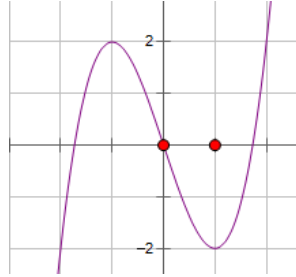
Ta có $d: \begin{cases} x=3+t \\ y=t \\ z=-2+t \end{cases}$ nên $I \in d \Rightarrow I(3+t; t; -2+t)$, $\overline{IM} = (1+t; t+1; -2+t)$

Mặt phẳng (Oxy) có vtpt $\vec{k} = (0; 0; 1)$.

Ta có: $[\overline{IM}; \vec{k}] = (1+t; -t-1; 0) = \vec{0} \Leftrightarrow t+1=0 \Leftrightarrow t=-1$ nên $I(2; -1; -3)$

$R = d(I, (Oxy)) = \frac{|3|}{1} = 3$. Vậy $(x-2)^2 + (y+1)^2 + (z+3)^2 = 9$.

Câu 12: [2D1-2] Đường cong trong hình bên là đồ thị của một hàm số trong bốn hàm số được liệt kê ở bốn phương án A, B, C, D dưới đây.



Hỏi hàm số đó là hàm số nào?

- A.** $y = x^3 - 3x$. **B.** $y = -x^3 + 3x$. **C.** $y = x^4 - 2x^2$. **D.** $y = x^3 - x^2$.

Lời giải

Chọn A.

Ta có nhánh sau hướng lên trên nên $a > 0$.

$y' = 3x^2 - 3 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x=1 \\ x=-1 \end{cases}$ thỏa đồ thị hàm số.

Câu 13: [2D4-3] Cho số phức $z = a + bi$ (a, b là các số thực) thỏa mãn $z|z| + 2z + i = 0$. Tính giá trị của biểu thức $T = a + b^2$.

- A.** $T = 4\sqrt{3} - 2$. **B.** $T = 3 + 2\sqrt{2}$. **C.** $T = 3 - 2\sqrt{2}$. **D.** $T = 4 + 2\sqrt{3}$.

Lời giải

Chọn C.

Ta có $z|z| + 2z + i = 0 \Leftrightarrow (a + bi)|a + bi| + 2(a + bi) + i = 0$

$\Leftrightarrow a\sqrt{a^2 + b^2} + 2a + b\sqrt{a^2 + b^2}i + 2bi + i = 0 \Leftrightarrow a\sqrt{a^2 + b^2} + 2a + b\sqrt{a^2 + b^2}i + 2bi + i = 0$

$\Leftrightarrow a\sqrt{a^2 + b^2} + 2a + (b\sqrt{a^2 + b^2} + 2b + 1)i = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} a\sqrt{a^2 + b^2} + 2a = 0 \\ b\sqrt{a^2 + b^2} + 2b + 1 = 0 \end{cases}$

$\Leftrightarrow \begin{cases} a = 0 \\ b\sqrt{b^2} + 2b + 1 = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a = 0 \\ |b| = -\frac{2b+1}{b} \end{cases}$

$|b| = -\frac{2b+1}{b} \Leftrightarrow \begin{cases} |b| = -\frac{2b+1}{b} \\ -\frac{1}{2} \leq b < 0 \end{cases} \Leftrightarrow b = 1 - \sqrt{2}$. Suy ra $T = a + b^2 = 3 - 2\sqrt{2}$.

Câu 14: [1D2-1] Cho tập hợp X gồm 10 phần tử. Số các hoán vị của 10 phần tử của tập hợp X là

- A.** $10!$. **B.** 10^2 . **C.** 2^{10} . **D.** 10^{10} .

Lời giải

Chọn A.

Số các hoán vị của 10 phần tử: $10!$.

Câu 15: [2H1-2] Cho hình chóp $S.ABC$ có SA vuông góc với mặt phẳng (ABC) . Biết $SA = 2a$ và tam giác ABC vuông tại A có $AB = 3a$, $AC = 4a$. Tính thể tích khối chóp $S.ABC$ theo a .

A. $12a^3$.

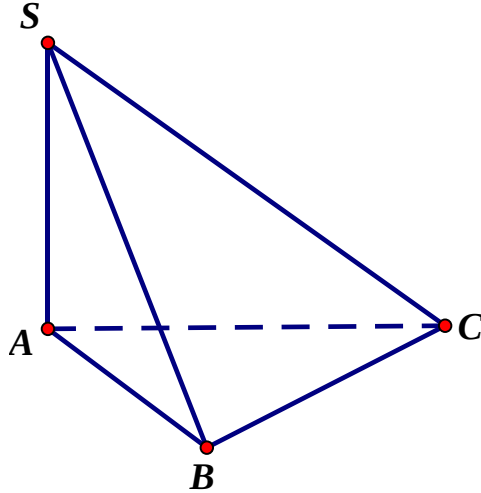
B. $6a^3$.

C. $8a^3$.

D. $4a^3$.

Lời giải

Chọn D.



$$\text{Ta có } S_{ABC} = \frac{1}{2} \cdot 3a \cdot 4a = 6a^2; V_{SABC} = \frac{1}{3} \cdot SA \cdot S_{ABC} = \frac{1}{3} \cdot 2a \cdot 6a^2 = 4a^3.$$

Câu 16: [2D3-1] Họ nguyên hàm của hàm số $f(x) = \sin 5x + 2$ là

A. $5\cos 5x + C$.

B. $-\frac{1}{5}\cos 5x + 2x + C$.

C. $\frac{1}{5}\cos 5x + 2x + C$.

D. $\cos 5x + 2x + C$.

Lời giải

Chọn B.

$$\text{Ta có } \int f(x) dx = \int (\sin 5x + 2) dx = -\frac{1}{5}\cos 5x + 2x + C.$$

Câu 17: [2D2-1] Tập nghiệm của bất phương trình $\left(\frac{1}{3}\right)^{2x-1} \geq \frac{1}{3}$ là

A. $(-\infty; 0]$.

B. $(0; 1]$.

C. $[1; +\infty)$.

D. $(-\infty; 1]$.

Lời giải

Chọn D.

$$\text{Ta có } \left(\frac{1}{3}\right)^{2x-1} \geq \frac{1}{3} \Leftrightarrow 2x-1 \leq 1 \Leftrightarrow x \leq 1. \text{ Vậy tập nghiệm của bất phương trình là } (-\infty; 1].$$

Câu 18: [2D1-2] Giá trị nhỏ nhất của hàm số $y = x^3 + 3x^2 - 9x + 1$ trên đoạn $[-4; 4]$ là

A. -4 .

B. 4 .

C. 1 .

D. -1 .

Lời giải

Chọn A.

Xét hàm số $y = x^3 + 3x^2 - 9x + 1$ xác định và liên tục trên đoạn $[-4; 4]$.

Ta có $y' = 3x^2 + 6x - 9$; $y' = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 1 \in [-4; 4] \\ x = -3 \in [-4; 4] \end{cases}$.

Khi đó $y(-4) = 21$, $y(-3) = 28$, $y(1) = -4$, $y(4) = 77$.

Vậy giá trị nhỏ nhất của hàm số $y = x^3 + 3x^2 - 9x + 1$ trên đoạn $[-4; 4]$ là -4 .

Câu 19: [2D2-2] Gọi z_1, z_2 là hai nghiệm phức của phương trình $z^2 + 6z + 13 = 0$ trong đó z_1 là số phức có phần ảo âm. Tìm số phức $\omega = z_1 + 2z_2$.

A. $\omega = 9 + 2i$.

B. $\omega = -9 + 2i$.

C. $\omega = -9 - 2i$.

D. $\omega = 9 - 2i$.

Lời giải

Chọn B.

Phương trình $z^2 + 6z + 13 = 0$ có hai nghiệm là $z_1 = -3 - 2i$, $z_2 = -3 + 2i$. Vậy $\omega = -6 + 2i$.

Câu 20: [2H3-1] Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho mặt phẳng $(P): y - 2z + 1 = 0$. Vector nào dưới đây là một vector pháp tuyến của (P) ?

A. $\vec{n} = (1; -2; 1)$.

B. $\vec{n} = (1; -2; 0)$.

C. $\vec{n} = (0; 1; -2)$.

D. $\vec{n} = (0; 2; 4)$.

Lời giải

Chọn C.

Phương trình $(P): y - 2z + 1 = 0$ nên (P) có một vector pháp tuyến là $\vec{n} = (0; 1; -2)$.

Câu 21: [2H3-1] Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho đường thẳng $d: \frac{x-1}{1} = \frac{y}{-2} = \frac{z-1}{2}$. Điểm nào dưới đây **không** thuộc d ?

A. $E(2; -2; 3)$.

B. $N(1; 0; 1)$.

C. $F(3; -4; 5)$.

D. $M(0; 2; 1)$.

Lời giải

Chọn D.

Thay tọa độ điểm $E(2; -2; 3)$ vào $d \Rightarrow \frac{2-1}{1} = \frac{-2}{-2} = \frac{3-1}{2} \Rightarrow$ thỏa mãn nên loại A.

Thay tọa độ điểm $N(1; 0; 1)$ vào $d \Rightarrow \frac{1-1}{1} = \frac{0}{-2} = \frac{1-1}{2} \Rightarrow$ thỏa mãn nên loại B.

Thay tọa độ điểm $F(3; -4; 5)$ vào $d \Rightarrow \frac{3-1}{1} = \frac{-4}{-2} = \frac{5-1}{2} \Rightarrow$ thỏa mãn nên loại C.

Thay tọa độ điểm $M(0; 2; 1)$ vào $d \Rightarrow \frac{0-1}{1} = \frac{2}{-2} = \frac{1-1}{2} \Rightarrow$ không thỏa mãn nên chọn D.

Câu 22: [2D3-1] Cho hàm số $y = f(x)$, $y = g(x)$ liên tục trên $[a; b]$. Gọi (H) là hình giới hạn bởi hai đồ thị $y = f(x)$, $y = g(x)$ và các đường thẳng $x = a$, $x = b$. Diện tích hình (H) được tính theo công thức:

A. $S_H = \int_a^b |f(x)| dx - \int_a^b |g(x)| dx$.

B. $S_H = \int_a^b |f(x) - g(x)| dx$.

C. $S_H = \left| \int_a^b [f(x) - g(x)] dx \right|$.

D. $S_H = \int_a^b [f(x) - g(x)] dx$.

Lời giải

Chọn B.

Câu 23: [1D2-2] Tìm hệ số của số hạng chứa x^{10} trong khai triển của biểu thức $\left(3x^3 - \frac{2}{x^2}\right)^5$.

A. -810.

B. 826.

C. 810.

D. 421.

Lời giải

Chọn A.

$$\text{Ta có } \left(3x^3 - \frac{2}{x^2}\right)^5 = \sum_{k=0}^5 (-1)^k \cdot C_5^k \cdot (3x^3)^{5-k} \cdot \left(\frac{2}{x^2}\right)^k = \sum_{k=0}^5 (-1)^k \cdot C_5^k \cdot 3^{5-k} \cdot 2^k x^{15-5k}.$$

Số hạng chứa x^{10} ứng với $15-5k=10 \Leftrightarrow k=1$.

Hệ số của số hạng chứa x^{10} là $(-1)^1 C_5^1 \cdot 3^4 \cdot 2^1 = -810$.

Câu 24: [2H3-2] Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho mặt cầu $(S): (x-1)^2 + (y-2)^2 + (z-2)^2 = 9$ và mặt phẳng $(P): 2x - y - 2z + 1 = 0$. Biết (P) cắt (S) theo giao tuyến là đường tròn có bán kính r . Tính r .

A. $r=3$.

B. $r=2\sqrt{2}$.

C. $r=\sqrt{3}$.

D. $r=2$.

Lời giải

Chọn B.

Ta có (S) có tâm $I(1;2;2)$ và bán kính $R=3$; $d(I, (P)) = \frac{|2-2-4+1|}{\sqrt{4+1+4}} = 1$.

Khi đó $r = \sqrt{R^2 - d^2(I, (P))} = 2\sqrt{2}$.

Câu 25: [2D1-1] Cho hàm số $y = f(x)$ có bảng biến thiên như hình bên. Giá trị cực tiểu của hàm số bằng:

x	$-\infty$	-1	3	$+\infty$	
y'	$+$	0	$-$	0	$+$
y	$-\infty$	5	1	$+\infty$	

A. 1.

B. 3.

C. 5.

D. -1.

Lời giải

Chọn A.

Câu 26: [2H2-1] Cho hình trụ có chiều cao h và bán kính đáy R công thức thể tích của khối trụ đó là.

A. $\pi R h^2$.

B. $\pi R^2 h$.

C. $\frac{1}{3} \pi R h^2$.

D. $\frac{1}{3} \pi R^2 h$.

Lời giải

Chọn B.

Ta có $V_{\text{trụ}} = B \cdot h = \pi R^2 h$.

Câu 27: [2D1-2] Cho hàm số $y = f(x)$ có bảng biến thiên như hình bên. Số nghiệm của phương trình $f(x) + 3 = 0$ là:

x	$-\infty$	-1	1	$+\infty$			
y'		$+$	0	$-$	0	$+$	
y			2		-3		$+\infty$

A. 0.

B. 3.

C. 2.

D. 1.

Lời giải

Chọn C.

Đồ thị hàm số $y = f(x) + 3$ được suy ra từ đồ thị hàm số $y = f(x)$ bằng cách tịnh tiến đồ thị hàm số $y = f(x)$ theo chiều dương trục tung 3 đơn vị.

Bảng biến thiên của đồ thị hàm số $y = f(x) + 3$ là

x	$-\infty$	-1	1	$+\infty$			
y'		$+$	0	$-$	0	$+$	
y	$-\infty$		5		0		$+\infty$

Vậy số nghiệm của phương trình $f(x) + 3 = 0$ là 2.

Câu 28: [2H3-2] Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho điểm $M(1;0;4)$ và đường thẳng

$d: \frac{x}{1} = \frac{y-1}{-1} = \frac{z+1}{2}$. Tìm hình chiếu vuông góc H của M lên đường thẳng d .

A. $H(1;0;1)$.

B. $H(-2;3;0)$.

C. $H(0;1;-1)$.

D. $H(2;-1;3)$.

Lời giải

Chọn D.

Gọi (P) là mặt phẳng qua $M(1;0;4)$ và vuông góc với đường thẳng $d: \frac{x}{1} = \frac{y-1}{-1} = \frac{z+1}{2}$.

Phương trình mặt phẳng $(P): x-1-y+2(z-4)=0 \Leftrightarrow x-y+2z-9=0$.

Gọi H là hình chiếu vuông góc của M lên đường thẳng d .

$$\text{Tọa độ của } H \text{ là nghiệm của hệ phương trình: } \begin{cases} x-y+2z-9=0 \\ x=t \\ y=1-t \\ z=-1+2t \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} t=2 \\ x=2 \\ y=-1 \\ z=3 \end{cases}.$$

Câu 29: [2D3-2] Biết tích phân $\int_0^1 \frac{x}{\sqrt{3x+1} + \sqrt{2x+1}} dx = \frac{a+b\sqrt{3}}{9}$ với a, b là các số thực. Tính tổng

$T = a + b$.

A. $T = -10$.

B. $T = -4$.

C. $T = 15$.

D. $T = 8$.

Lời giải

Chọn D.

$$\begin{aligned} \text{Ta có } \int_0^1 \frac{x}{\sqrt{3x+1} + \sqrt{2x+1}} dx &= \int_0^1 \frac{x(\sqrt{3x+1} - \sqrt{2x+1})}{x} dx = \int_0^1 (\sqrt{3x+1} - \sqrt{2x+1}) dx \\ &= \int_0^1 \left[(3x+1)^{\frac{1}{2}} - (2x+1)^{\frac{1}{2}} \right] dx = \left[\frac{2}{9}(3x+1)^{\frac{3}{2}} - \frac{1}{3}(2x+1)^{\frac{3}{2}} \right]_0^1 \\ &= \left(\frac{16}{9} - \sqrt{3} \right) - \left(\frac{2}{9} - \frac{1}{3} \right) = \frac{17}{9} - \sqrt{3} = \frac{17-9\sqrt{3}}{9}. \end{aligned}$$

Câu 30: [2D2-2] Ông V gửi tiết kiệm 200 triệu đồng vào ngân hàng với hình thức lãi kép và lãi suất 7,2% một năm. Hỏi sau 5 năm ông V thu về số tiền (cả vốn lẫn lãi) gần nhất với số nào sau đây?

A. 283.145.000 đồng. B. 283.155.000 đồng. C. 283.142.000 đồng. D. 283.151.000 đồng.

Lời giải

Chọn C.

Áp dụng công thức lãi kép ta có $P_n = P_0(1+r\%)^n$.

Vậy số tiền ông nhận được sau 5 năm là: $P_n = 200.000.000(1+7,2\%)^5 \approx 283.142.000$.

Câu 31: [2D4-1] Cho số phức $z = 3 + 2i$. Tính $|z|$.

A. $|z| = \sqrt{5}$.

B. $|z| = \sqrt{13}$.

C. $|z| = 5$.

D. $|z| = 13$.

Lời giải

Chọn B.

Ta có $|z| = \sqrt{3^2 + 2^2} = \sqrt{13}$.

Câu 32: [1H3-3] Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình vuông cạnh $2a$, mặt bên SAB là tam giác vuông cân tại S và nằm trên mặt phẳng vuông góc với đáy. Tính khoảng cách giữa hai đường thẳng AB và SC .

A. $\frac{a\sqrt{3}}{3}$.

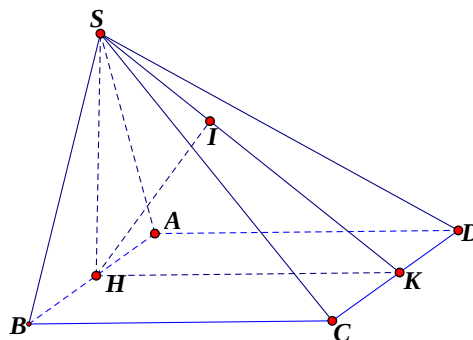
B. $\frac{a\sqrt{5}}{5}$.

C. $\frac{2a\sqrt{3}}{3}$.

D. $\frac{2a\sqrt{5}}{5}$.

Lời giải

Chọn D.



Gọi H là trung điểm AB .

Ta có $(SAB) \perp (ABCD)$ theo giao tuyến AB . Trong (SAB) có $SH \perp AB$ nên $SH \perp (ABCD)$.

Kẻ $HK \parallel AD$ ($K \in CD$) $\Rightarrow HK \perp CD$

mà $SH \perp (ABCD) \Rightarrow CD \perp SH$. Do đó $CD \perp (SHK)$.

Suy ra $(SCD) \perp (SHK)$ theo giao tuyến SK .

Trong (SHK) , kẻ $HI \perp SK$ thì $HI \perp (SCD)$.

Ta có: $AB \parallel (SCD)$ nên $d(AB, SC) = d(AB, (SCD)) = d(H, (SCD)) = HI$.

Tam giác SAB vuông cân có $AB = 2a \Rightarrow SH = a$.

Tam giác SHK có $\frac{1}{HI^2} = \frac{1}{SH^2} + \frac{1}{HK^2} \Rightarrow HI = \frac{2\sqrt{5}a}{5}$.

Vậy $d(AB, SC) = \frac{2\sqrt{5}a}{5}$.

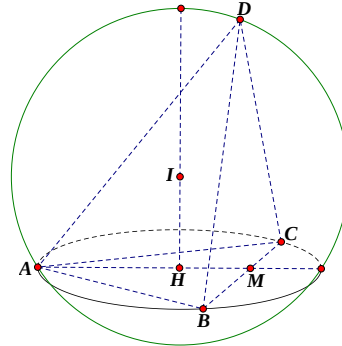
Câu 33: [2H2-3] Cho mặt cầu (S) có bán kính $R = 5$ (cm). Mặt phẳng (P) cắt mặt cầu (S) theo giao tuyến là đường tròn (C) có chu vi bằng 8π (cm). Bốn điểm A, B, C, D thay đổi sao cho

A, B, C thuộc đường tròn (C) , điểm D thuộc (S) (D không thuộc đường tròn (C)) và tam giác ABC là tam giác đều. Tính thể tích lớn nhất của tứ diện $ABCD$.

- A.** $32\sqrt{3} \text{ (cm}^3\text{)}$. **B.** $60\sqrt{3} \text{ (cm}^3\text{)}$. **C.** $20\sqrt{3} \text{ (cm}^3\text{)}$. **D.** $96\sqrt{3} \text{ (cm}^3\text{)}$.

Lời giải

Chọn A.



Gọi I là tâm của mặt cầu (S) và H là hình chiếu của I trên (P) . Khi đó H là tâm của đường tròn (C) và là trọng tâm của tam giác ABC .

Đường tròn (C) có chu vi bằng 8π (cm) nên có bán kính $r = 4 \Rightarrow IH = 3$.

Và tam giác đều ABC nội tiếp đường tròn (C) nên có cạnh bằng $4\sqrt{3}$ và có diện tích không đổi. Do đó thể tích của tứ diện $ABCD$ lớn nhất $\Leftrightarrow$ khoảng cách từ D đến (ABC) là lớn nhất $\Leftrightarrow H, I, D$ thẳng hàng. Khi đó $DH = 8$.

$$\text{Vậy } V_{\max} = \frac{1}{3} DH \cdot S_{ABC} = \frac{1}{3} \cdot 8 \cdot \left(4\sqrt{3}\right)^2 \cdot \frac{\sqrt{3}}{4} = 32\sqrt{3}.$$

Câu 34: **[2D2-4]** $S = (a; b)$ là tập các giá trị của m để phương trình $\log_2(mx - 6x^3) + \log_{\frac{1}{2}}(-14x^2 + 29x - 2) = 0$ có ba nghiệm phân biệt. Khi đó hiệu $H = b - a$ bằng:

- A.** $\frac{5}{2}$. **B.** $\frac{1}{2}$. **C.** $\frac{2}{3}$. **D.** $\frac{5}{3}$.

Lời giải

Chọn B.

Ta có $\log_2(mx - 6x^3) + \log_{\frac{1}{2}}(-14x^2 + 29x - 2) = 0$

$$\Leftrightarrow \log_2(mx - 6x^3) = \log_2(-14x^2 + 29x - 2) \Leftrightarrow \begin{cases} -14x^2 + 29x - 2 > 0 \\ mx - 6x^3 = -14x^2 + 29x - 2 \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} \frac{1}{14} < x < 2 \\ m = \frac{6x^3 - 14x^2 + 29x - 2}{x} = 6x^2 - 14x + 29 - \frac{2}{x} \end{cases}$$

Xét hàm số $f(x) = 6x^2 - 14x + 29 - \frac{2}{x}$, với $\frac{1}{14} < x < 2$

Ta có $f(x)$ xác định và liên tục trên $\left(\frac{1}{14}; 2\right)$ và $f'(x) = 12x - 14 + \frac{2}{x^2} = \frac{12x^3 - 14x^2 + 2}{x^2}$

$$\text{Suy ra } f'(x) = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = -\frac{1}{3} \notin \left(\frac{1}{14}; 2\right) \\ x = 1 \\ x = \frac{1}{2} \end{cases}.$$

Bảng biến thiên

x	$\frac{1}{14}$	$\frac{1}{2}$	1	2	
$f'(x)$	+	0	-	0	+
$f(x)$	$\frac{3}{98}$	$\frac{39}{2}$	19	24	

Dựa vào bảng biến thiên ta thấy đường thẳng $y = m$ cắt đồ thị hàm số $y = f(x)$ tại ba điểm

$$\text{phân biệt khi } 19 < m < \frac{39}{2}. \text{ Suy ra } \begin{cases} a = 19 \\ b = \frac{39}{2} \end{cases} \Rightarrow H = b - a = \frac{1}{2}.$$

Câu 35: [2D2-4] Có bao nhiêu giá trị nguyên của m để phương trình $2^{\sin^2 x} + 3^{\cos^2 x} = m \cdot 3^{\sin^2 x}$ có nghiệm?

A. 7.

B. 4.

C. 5.

D. 6.

Lời giải

Chọn B.

$$\text{Ta có: } 2^{\sin^2 x} + 3^{\cos^2 x} = m \cdot 3^{\sin^2 x} \Leftrightarrow 2^{\sin^2 x} + 3^{1-\sin^2 x} = m \cdot 3^{\sin^2 x}.$$

$$\text{Đặt } t = \sin^2 x, t \in [0; 1]. \text{ Phương trình đã cho trở thành: } 2^t + 3^{1-t} = m \cdot 3^t \Leftrightarrow \left(\frac{2}{3}\right)^t + 3^{1-2t} = m.$$

$$\text{Xét hàm số } f(t) = \left(\frac{2}{3}\right)^t + 3^{1-2t}, \text{ với } t \in [0; 1]. \text{ Ta có } f'(t) = \left(\frac{2}{3}\right)^t \cdot \ln \frac{2}{3} - 2 \cdot 3^{1-2t} \cdot \ln 3$$

$$f''(t) = \left(\frac{2}{3}\right)^t \cdot \left(\ln \frac{2}{3}\right)^2 + 4 \cdot 3^{1-2t} \cdot (\ln 3)^2 > 0 \quad \forall t \in [0; 1].$$

$$\Rightarrow f'(t) \text{ liên tục và đồng biến trên } [0; 1] \text{ nên } f'(t) \leq f'(1) = \frac{2}{3} \ln \frac{2}{9} < 0 \quad \forall t \in [0; 1].$$

$$\Rightarrow f(t) \text{ liên tục và nghịch biến trên } [0; 1] \text{ nên } f(1) \leq f(t) \leq f(0) \quad \forall t \in [0; 1]$$

$$\text{Suy ra } 1 \leq m \leq 4.$$

Câu 36: [1D3-3] Cho dãy số (u_n) thỏa mãn $u_n = u_{n-1} + 6, \forall n \geq 2$ và $\log_2 u_5 + \log_{\sqrt{2}} \sqrt{u_9 + 8} = 11$. Đặt $S_n = u_1 + u_2 + \dots + u_n$. Tìm số tự nhiên n nhỏ nhất thỏa mãn $S_n \geq 20172018$.

A. 2587.

B. 2590.

C. 2593.

D. 2584.

Lời giải

Chọn C.

Ta có dãy số (u_n) là cấp số cộng có công sai $d = 6$.

$$\log_2 u_5 + \log_{\sqrt{2}} \sqrt{u_9 + 8} = 11 \Leftrightarrow \log_2 u_5 (u_9 + 8) = 11 \quad (*) \text{ với } u_5 > 0.$$

$$\text{Mặt khác } u_5 = u_1 + 4d = u_1 + 24 \text{ và } u_9 = u_1 + 8d = u_1 + 48.$$

Thay vào (*) ta được $\begin{cases} u_1 = 8 \Rightarrow u_5 = 32 \\ u_1 = -88 \Rightarrow u_5 = -64 \end{cases}$. Suy ra $u_1 = 8$.

$$S_n \geq 20172018 \Leftrightarrow \frac{n}{2} [2u_1 + (n-1)d] \geq 20172018 \Leftrightarrow 3n^2 + 5n - 20172018 \geq 0.$$

Vậy số tự nhiên n nhỏ nhất thỏa mãn $S_n \geq 20172018$ là $n = 2593$.

Câu 37: [2D1-2] Cho hàm số $f(x) = x^4 + 4mx^3 + 3(m+1)x^2 + 1$. Gọi S là tập hợp tất cả các giá trị nguyên của m để hàm số có cực tiểu mà không có cực đại. Tính tổng các phần tử của tập S .

A. 1.

B. 2.

C. 6.

D. 0.

Lời giải

Chọn A.

$$\text{Ta có } f'(x) = 4x^3 + 12mx^2 + 6(m+1)x; \quad f'(x) = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} 2x^2 + 6mx + 3(m+1) = 0(*) \\ x = 0 \end{cases}.$$

Để hàm số có cực tiểu mà không có cực đại thì phương trình (*) vô nghiệm.

$$\text{Ta có } \Delta' < 0 \Leftrightarrow (3m)^2 - 2.3.(m+1) < 0 \Leftrightarrow 9m^2 - 6m - 6 < 0$$

$$\Leftrightarrow -0,5 \approx \frac{1-\sqrt{7}}{3} < m < \frac{1+\sqrt{7}}{3} \approx 1,2. \text{ Vậy } S = \{0; 1\}.$$

Câu 38: [1H3-3] Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình thoi cạnh a , $BD = a$. Cạnh SA vuông góc với mặt đáy và $SA = \frac{a\sqrt{6}}{2}$. Tính góc giữa hai mặt phẳng (SBC) và (SCD) .

A. 60° .

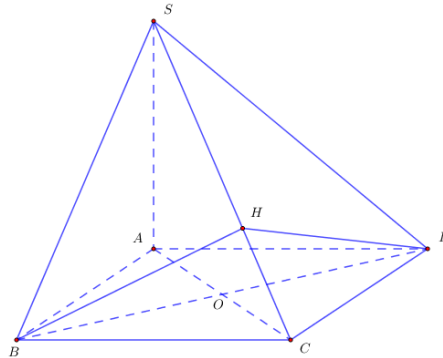
B. 120° .

C. 45° .

D. 90° .

Lời giải

Chọn D.



$$\text{Ta có } SB = \sqrt{SA^2 + AB^2} = \sqrt{\left(\frac{a\sqrt{6}}{2}\right)^2 + a^2} = \frac{\sqrt{10}}{2}a.$$

$$\text{Vì tam giác } ABD \text{ đều nên } AC = 2.AO = 2 \cdot \frac{\sqrt{3}}{2}a = a\sqrt{3}.$$

$$\text{Suy ra } SC = \sqrt{SA^2 + AC^2} = \sqrt{\left(\frac{a\sqrt{6}}{2}\right)^2 + (a\sqrt{3})^2} = \frac{3\sqrt{2}}{2}a.$$

$$\text{Kẻ } BH \perp SC, \text{ ta có } \begin{cases} SC \perp BD \\ SC \perp BH \end{cases} \Rightarrow SC \perp HD.$$

$$\text{Nhu vậy } \begin{cases} (SBC) \cap (SCD) = SC \\ BH \perp SC \\ DH \perp SC \end{cases} \Rightarrow ((SBC), (SCD)).$$

$$\text{Xét tam giác } SBC \text{ ta có } \cos C = \frac{HC}{BC} = \frac{BC^2 + SC^2 - SB^2}{2BC \cdot SC} \Rightarrow HC = \frac{a\sqrt{2}}{2}.$$

$$\text{Suy ra } HD = HB = \sqrt{BC^2 - HC^2} = \frac{a\sqrt{2}}{2}.$$

$$\text{Ta có } \cos BHD = \frac{HB^2 + HD^2 - BD^2}{2HB \cdot HD} = 0 \Rightarrow BHD = 90^\circ. \text{ Vậy } ((SBC), (SCD)) = 90^\circ.$$

Câu 39: [2H3-2] Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho mặt cầu $(S): (x-1)^2 + (y-1)^2 + z^2 = 4$ và một điểm $M(2;3;1)$. Từ M kẻ được vô số các tiếp tuyến tới (S) , biết tập hợp các tiếp điểm là đường tròn (C) . Tính bán kính r của đường tròn (C) .

A. $r = \frac{2\sqrt{3}}{3}$.

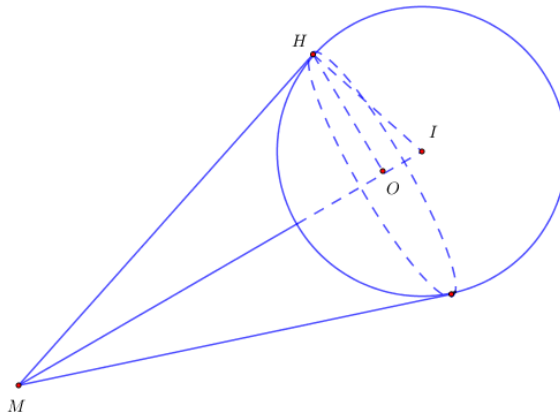
B. $r = \frac{\sqrt{3}}{3}$.

C. $r = \frac{\sqrt{2}}{3}$.

D. (2) .

Lời giải

Chọn A.



Mặt cầu (S) có tâm $I(1;1;0)$ và bán kính $R = 2$.

Ta có $\overrightarrow{IM} = (1;2;1)$ và $IM = \sqrt{6}$.

Gọi H là một tiếp điểm tùy ý khi kẻ tiếp tuyến từ $Oxyz$ đến mặt cầu, khi đó $MH = \sqrt{IM^2 - R^2} = \sqrt{2}$. Gọi O là tâm của đường tròn (C) khi đó $IM \perp HO$ và $HO = r$.

$$\text{Ta có } HI \cdot HM = HO \cdot IM \Rightarrow r = \frac{HI \cdot HM}{IM} = \frac{2\sqrt{2}}{\sqrt{6}} = \frac{2\sqrt{3}}{3}.$$

Câu 40: [2H3-1] Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho mặt phẳng $(P): 2x - 2y + z = 0$ và đường thẳng $d: \frac{x+1}{1} = \frac{y}{2} = \frac{z}{-1}$. Gọi Δ là một đường thẳng chứa trong (P) , cắt và vuông góc với d .

Vector $\vec{u} = (a;1;b)$ là một vector chỉ phương của Δ . Tính tổng $S = a + b$.

A. $S = 1$.

B. $S = 0$.

C. $S = 2$.

D. $S = 4$.

Lời giải

Chọn C.

Mặt phẳng (P) có vector pháp tuyến $\vec{n}_p = (2; -2; 1)$.

Đường thẳng d có vector chỉ phương $\vec{u}_d = (1; 2; -1)$.

Ta có $[\vec{n}_p; \vec{u}_d] = (0; 3; 6) = 3(0; 1; 2) = 3(0; 1; 2)$.

Nên Δ có vector chỉ phương là $\vec{u} = (0; 1; 2)$. Vậy $\begin{cases} a = 0 \\ b = 2 \end{cases} \Rightarrow S = 2$.

Câu 41: [1D1-4] Có bao nhiêu giá trị nguyên âm của m để hàm số $y = x + 5 + \frac{1-m}{x-2}$ đồng biến trên $[5; +\infty)$?

A. 10.

B. 8.

C. 9.

D. 11.

Lời giải

Chọn B.

Tập xác định: $D = \mathbb{R} \setminus \{2\}$. Đạo hàm: $y' = 1 + \frac{m-1}{(x-2)^2} = \frac{x^2 - 4x + m + 3}{(x-2)^2}$.

Xét hàm số $f(x) = x^2 - 4x + 3$ trên $[5; +\infty)$.

Đạo hàm: $f'(x) = 2x - 4$. Xét $f'(x) = 0 \Leftrightarrow x = 2 \Rightarrow y = -1$. Ta có: $f(5) = 8$.

Bảng biến thiên:

x	$-\infty$		2		5		$+\infty$
y'		-	0	+	0	+	
y	$+\infty$	↘		-1	↗		$+\infty$
				8			

Do $(x-2)^2 > 0$ với mọi $x \in [5; +\infty)$ nên $y' \geq 0, \forall x \in [5; +\infty)$ khi và chỉ khi $f(x) \geq -m, \forall x \in [5; +\infty)$. Dựa vào bảng biến thiên ta có: $-m \leq 8 \Leftrightarrow m \geq -8$.

Mà m nguyên âm nên ta có: $m \in \{-8; -7; -6; -5; -4; -3; -2; -1\}$.

Vậy có 8 giá trị nguyên âm của m để hàm số $y = x + 5 + \frac{1-m}{x-2}$ đồng biến trên $[5; +\infty)$.

Câu 42: [1D1-4] Cho hàm số $y = x^3 - 3x^2$ có đồ thị (C) và điểm $M(m; -4)$. Hỏi có bao nhiêu số nguyên m thuộc đoạn $[-10; 10]$ sao cho qua điểm M có thể kẻ được ba tiếp tuyến đến (C) .

A. 20.

B. 15.

C. 17.

D. 12.

Lời giải

Chọn C.

Tập xác định: $D = \mathbb{R}$. Đạo hàm: $y' = 3x^2 - 6x$.

Ta nhận thấy các đường thẳng $x = a$ với $a \in \mathbb{R}$ không phải là tiếp tuyến của (C) và một đường thẳng không thể tiếp xúc với đồ thị hàm số bậc ba tại hai điểm phân biệt.

Giả sử phương trình đường thẳng đi qua $M(m; -4)$ là: $d: y = k(x - m) - 4$ với $k \in \mathbb{R}$ là hệ số góc của đường thẳng.

Qua M có thể kẻ được ba tiếp tuyến đến (C) khi và chỉ khi hệ phương trình

$$\begin{cases} k = 3x^2 - 6x \\ k(x - m) - 4 = x^3 - 3x^2 \end{cases} \text{ có ba nghiệm phân biệt}$$

$$\Leftrightarrow (3x^2 - 6x)(x - m) = x^3 - 3x^2 \text{ có ba nghiệm phân biệt}$$

$$\Leftrightarrow 2x^3 - 3(m+1)x^2 + 6mx = 0 \text{ có ba nghiệm phân biệt}$$

$$\Leftrightarrow x[2x^2 - 3(m+1)x + 6m] = 0 \text{ có ba nghiệm phân biệt}$$

$$\Leftrightarrow 2x^2 - 3(m+1)x + 6m = 0 \text{ có hai nghiệm phân biệt khác } 0$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} \Delta = 9(m+1)^2 - 48m > 0 \\ m \neq 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 9m^2 - 30m + 9 > 0 \\ m \neq 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m < \frac{1}{3} \\ m > 3 \\ m \neq 0 \end{cases}$$

Với điều kiện trên và với $\begin{cases} m \in [-10; 10] \\ m \in \mathbb{Z} \end{cases}$ ta có $m \in \{-10; -9; \dots; -1; 4; 5; \dots; 10\}$.

Vậy có 17 số thỏa mãn yêu cầu bài toán.

Câu 43: [2D3-3] Cho $F(x)$ là một nguyên hàm của hàm số $f(x) = |1+x| - |1-x|$ trên tập $\mathbb{R}$ và thỏa mãn $F(1) = 3$. Tính tổng $F(0) + F(2) + F(-3)$.

A. 8.

B. 12.

C. 14.

D. 10.

Lời giải

Chọn C.

Bảng khử dấu giá trị tuyệt đối:

x	$-\infty$	-1	1	$+\infty$
$1+x$	$-$	0	$+$	$+$
$1-x$	$+$	$+$	0	$-$
$f(x)$	-2	$2x$	2	

Ta có: $\int_1^2 f(x) dx = F(2) - F(1) = F(2) - 3$ mà $\int_1^2 f(x) dx = \int_1^2 2 dx = 2$ nên $F(2) = 5$.

➤ $\int_0^1 f(x) dx = F(1) - F(0) = 3 - F(0)$ mà $\int_0^1 f(x) dx = \int_0^1 2x dx = x^2 \Big|_0^1 = 1$ nên $F(0) = 2$.

➤ $\int_{-1}^0 f(x) dx = F(0) - F(-1) = 2 - F(-1)$ mà $\int_{-1}^0 f(x) dx = \int_{-1}^0 2x dx = x^2 \Big|_{-1}^0 = -1$ nên $F(-1) = 3$.

➤ $\int_{-3}^{-1} f(x) dx = F(-1) - F(-3) = 3 - F(-3)$ mà $\int_{-3}^{-1} f(x) dx = \int_{-3}^{-1} -2 dx = -4$ nên $F(-3) = 7$.

Vậy $F(0) + F(2) + F(-3) = 2 + 5 + 7 = 14$.

Câu 44: [2D2-4] Có bao nhiêu giá trị của m để giá trị nhỏ nhất của hàm số $f(x) = |e^{2x} - 4e^x + m|$ trên đoạn $[0; \ln 4]$ bằng 6?

A. 3.

B. 4.

C. 1.

D. 2.

Lời giải

Chọn D.

Xét $x \in [0; \ln 4]$. Đặt $t = e^x \Rightarrow t \in [1; 4]$. Đặt $g(t) = t^2 - 4t + m$ với $t \in [1; 4]$.

Đạo hàm: $g'(t) = 2t - 4$. Xét $g'(t) = 0 \Leftrightarrow 2t - 4 = 0 \Leftrightarrow t = 2$.

Ta có: $g(1) = m - 3$; $g(2) = m - 4$; $g(4) = m$.

Suy ra giá trị nhỏ nhất của $f(x) = |e^{2x} - 4e^x + m|$ trên $[0; \ln 4]$ sẽ thuộc $A = \{|m - 3|; |m - 4|; |m|\}$.

➤ Xét $|m - 4| = 6 \Leftrightarrow \begin{cases} m = 10 \Rightarrow A = \{7; 6; 10\} \\ m = -2 \Rightarrow A = \{5; 6; 2\} \end{cases}$.

Ta thấy $m = 10$ thỏa mãn yêu cầu bài toán là $\min f(x) = 6$.

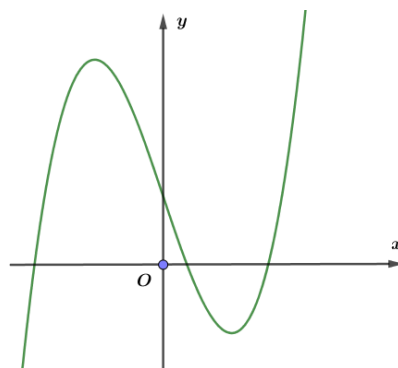
➤ Xét $|m - 3| = 6 \Leftrightarrow \begin{cases} m = 9 \Rightarrow A = \{5; 6; 9\} \\ m = -3 \Rightarrow A = \{7; 6; 3\} \end{cases}$ (không thỏa mãn).

➤ Xét $|m| = 6 \Leftrightarrow \begin{cases} m = 6 \Rightarrow A = \{2; 3; 6\} \\ m = -6 \Rightarrow A = \{10; 9; 6\} \end{cases}$.

Ta thấy $m = -6$ thỏa mãn yêu cầu bài toán là $\min f(x) = 6$.

Vậy có hai giá trị của m thỏa mãn yêu cầu bài toán.

Câu 45: **[2D1-3]** Hàm số $f(x)$ có đạo hàm $f'(x)$ trên $\mathbb{R}$. Hình vẽ bên là đồ thị của hàm số $f'(x)$ trên $\mathbb{R}$.



Hỏi hàm số $y = f(|x|) + 2018$ có bao nhiêu điểm cực trị?

A. 5.

B. 3.

C. 2.

D. 4.

Lời giải

Chọn A.

Cách 1: Từ đồ thị hàm số của $f'(x)$ ta thấy $f(x)$ có hai cực trị dương nên hàm số $y = f(|x|)$ lấy đối xứng phần đồ thị hàm số bên phải trục tung qua trục tung ta được bốn cực trị, cộng thêm giao điểm của đồ thị hàm số $y = f(|x|) + 2018$ với trục tung nữa ta được tổng cộng là 5 cực trị.

Cách 2: Ta có: $y = f(|x|) + 2018 = f(\sqrt{x^2}) + 2018$.

Đạo hàm: $y' = f'(\sqrt{x^2})(\sqrt{x^2})' = \frac{x}{\sqrt{x^2}} \cdot f'(|x|)$.

Từ đồ thị hàm số của $f'(x)$ suy ra $f'(x)$ cùng dấu với $(x - x_1)(x - x_2)(x - x_3)$ với $x_1 < 0$, $0 < x_2 < x_3$.

Suy ra: $f'(|x|)$ cùng dấu với $(|x| - x_1)(|x| - x_2)(|x| - x_3)$.

Do $|x| - x_1 > 0$ nên $y' = f'(\sqrt{x^2})(\sqrt{x^2})' = \frac{x}{\sqrt{x^2}} f'(|x|)$ cùng dấu với $(|x| - x_2)(|x| - x_3) \cdot \frac{x}{\sqrt{x^2}}$.

Vậy hàm số $y = f(|x|) + 2018$ có 5 cực trị.

Câu 46: [2D2-4] Xếp 10 quyển sách tham khảo khác nhau gồm: 1 quyển sách Văn, 3 quyển sách tiếng Anh và 6 quyển sách Toán (trong đó có hai quyển Toán T1 và Toán T2) thành một hàng ngang trên giá sách. Tính xác suất để mỗi quyển sách tiếng Anh đều được xếp ở giữa hai quyển sách Toán, đồng thời hai quyển Toán T1 và Toán T2 luôn được xếp cạnh nhau.

A. $\frac{1}{210}$.

B. $\frac{1}{600}$.

C. $\frac{1}{300}$.

D. $\frac{1}{450}$.

Lời giải

Chọn A.

Số cách xếp 10 quyển sách tham khảo thành một hàng ngang trên giá sách là: $n(\Omega) = 10!$.

Ta ghép hai quyển Toán T1 và Toán T2 thành một quyển Toán đặc biệt. Bây giờ ta đếm số cách xếp sách để mỗi quyển sách tiếng Anh đều được xếp ở giữa hai quyển sách Toán, đồng thời hai quyển Toán T1 và Toán T2 luôn được xếp cạnh nhau. Ta xếp 1 quyển sách Văn và 5 quyển sách Toán trước (trong đó có quyển sách Toán đặc biệt).

□ Quyển sách Văn được xếp đầu hàng và các quyển sách Toán xếp như sau: V.T.T.T.T.T, khi đó có A_4^3 cách xếp 3 quyển sách tiếng Anh ở để mỗi quyển sách tiếng Anh đều được xếp ở giữa hai quyển sách Toán. Trường hợp này có $5!2!A_4^3$ cách xếp sách thỏa mãn yêu cầu.

□ Quyển sách Văn được xếp cuối hàng và các quyển sách Toán xếp như sau: T.T.T.T.T.V, tương tự như trên ta có $5!2!A_4^3$ cách xếp sách thỏa mãn yêu cầu.

□ Quyển sách Văn được không xếp đầu hàng và các quyển sách Toán xếp như sau: T.V.T.T.T.T, T.T.V.T.T.T, T. T.T.V.T.T, T. T.T.T.V.T, khi đó mỗi khả năng ta có $3!$ cách xếp 3 quyển sách tiếng Anh ở để mỗi quyển sách tiếng Anh đều được xếp ở giữa hai quyển sách Toán. Trường hợp này có $4.5!2!3!$ cách xếp sách thỏa mãn yêu cầu.

Bởi vậy, số khả năng xếp sách thỏa mãn yêu cầu là: $n(A) = 5!2!A_4^3 + 4.5!2!3!$.

Xác suất cần tìm là: $P = \frac{n(A)}{n(\Omega)} = \frac{5!2!A_4^3 + 4.5!2!3!}{10!} = \frac{1}{210}$.

Câu 47: [2H3-4] Trong không gian với hệ tọa độ Oxyz, cho mặt cầu $(S): (x-1)^2 + (y-2)^2 + (z-2)^2 = 9$ và hai điểm $M(4; -4; 2)$, $N(6; 0; 6)$. Gọi E là điểm thuộc mặt cầu (S) sao cho $EM + EN$ đạt giá trị lớn nhất. Viết phương trình tiếp diện của mặt cầu (S) tại E .

A. $x - 2y + 2z + 8 = 0$. **B.** $2x + y - 2z - 9 = 0$. **C.** $2x + 2y + z + 1 = 0$. **D.** $2x - 2y + z + 9 = 0$.

Lời giải

Chọn D.

Mặt cầu (S) có tâm $I(1; 2; 2)$ và bán kính $R = 3$.

Gọi K là trung điểm của $MN \Rightarrow K(5; -2; 4)$ và K nằm ngoài mặt cầu (S) .

Do đó $\overrightarrow{IK} = (4; -4; 2)$, $\overrightarrow{MN} = (2; 4; 4)$, $MN = 6$ và $IK \perp MN$.

Ta có $EM + EN \leq \sqrt{2(EM^2 + EN^2)} = \sqrt{2\left(EK^2 + \frac{MN^2}{2}\right)} = \sqrt{2EK^2 + 36}$.

Bởi vậy $EM + EN$ đạt giá trị lớn nhất khi và chỉ khi $EM = EN$ và EK lớn nhất.

Vì $IK \perp MN$ nên $EM = EN$ thì E thuộc đường thẳng IK :
$$\begin{cases} x = 1 + 2t \\ y = 2 - 2t \\ z = 2 + t \end{cases}$$

Tọa độ giao điểm E của đường thẳng IK với mặt cầu (S) ứng với t là nghiệm phương trình:

$$(1+2t-1)^2 + (2-2t-2)^2 + (2+t-2)^2 = 9 \Leftrightarrow t = \pm 1.$$

Như vậy $E_1(3; 0; 3)$ hoặc $E_2(-1; 4; 1)$.

Ta có $E_1K = 3$, $E_2K = 9$. Suy ra $E = (-1; 4; 1) \Rightarrow \overrightarrow{IE} = (-2; 2; -1)$, nên phương trình tiếp diện của mặt cầu (S) tại E có phương trình:

$$-2(x+1) + 2(y-4) - 1(z-1) = 0 \text{ hay } 2x - 2y + z + 9 = 0.$$

Câu 48: [2H1-4] Cho hình lăng trụ $ABC.A'B'C'$. Gọi M , N , P lần lượt là các điểm thuộc các cạnh AA' , BB' , CC' sao cho $AM = 2MA'$, $NB' = 2NB$, $PC = PC'$. Gọi V_1 , V_2 lần lượt là thể tích của hai khối đa diện $ABCMNP$ và $A'B'C'MNP$. Tính tỉ số $\frac{V_1}{V_2}$.

A. $\frac{V_1}{V_2} = 2$.

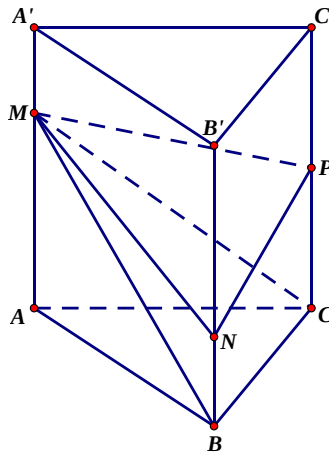
B. $\frac{V_1}{V_2} = \frac{1}{2}$.

C. $\frac{V_1}{V_2} = 1$.

D. $\frac{V_1}{V_2} = \frac{2}{3}$.

Lời giải

Chọn C.



Gọi V là thể tích khối lăng trụ $ABC.A'B'C'$. Ta có $V_1 = V_{M.ABC} + V_{M.BCPN}$.

$$V_{M.ABC} = \frac{1}{3} S_{ABC} \cdot d(M, (ABC)) = \frac{1}{3} \cdot \frac{2}{3} S_{ABC} \cdot d(A', (ABC)) = \frac{2}{9} V.$$

$$V_{M.A'B'C'} = \frac{1}{3} S_{A'B'C'} \cdot d(M, (A'B'C')) = \frac{1}{3} \cdot \frac{1}{3} S_{A'B'C'} \cdot d(M, (A'B'C')) = \frac{1}{9} V.$$

Do $BCC'B'$ là hình bình hành và $NB' = 2NB$, $PC = PC'$ nên $S_{B'C'PN} = \frac{7}{5} S_{BCPN}$.

Suy ra $V_{M.B'C'PN} = \frac{7}{5} V_{M.BCPN}$, Từ đó $V = V_{M.ABC} + V_{M.BCPN} + V_{M.A'B'C'} + V_{M.B'C'PN}$

$$\Leftrightarrow V = \frac{2}{9} V + V_{M.BCPN} + \frac{1}{9} V + \frac{7}{5} V_{M.BCPN} \Leftrightarrow V_{M.BCPN} = \frac{5}{18} V.$$

Như vậy $V_1 = \frac{2}{9} V + \frac{5}{18} V = \frac{1}{2} V \Rightarrow V_2 = \frac{1}{2} V$. Bởi vậy: $\frac{V_1}{V_2} = 1$.

Câu 49: [2D4-4] Cho hai số phức z_1, z_2 thỏa mãn $|z_1 - 3i + 5| = 2$ và $|iz_2 - 1 + 2i| = 4$. Tìm giá trị lớn nhất của biểu thức $T = |2iz_1 + 3z_2|$.

A. $\sqrt{313} + 16$.

B. $\sqrt{313}$.

C. $\sqrt{313} + 8$.

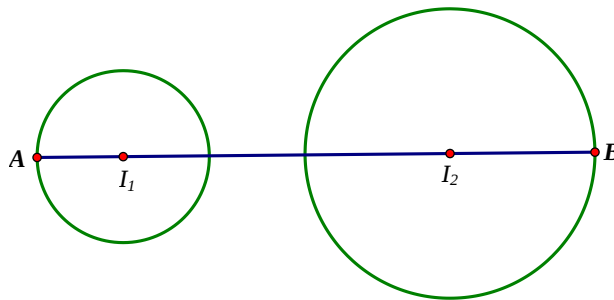
D. $\sqrt{313} + 2\sqrt{5}$.

Lời giải

Chọn A.

Ta có $|z_1 - 3i + 5| = 2 \Leftrightarrow |2iz_1 + 6 + 10i| = 4$ (1); $|iz_2 - 1 + 2i| = 4 \Leftrightarrow |(-3z_2) - 6 - 3i| = 12$ (2).

Gọi A là điểm biểu diễn số phức $2iz_1$, B là điểm biểu diễn số phức $-3z_2$. Từ (1) và (2) suy ra điểm A nằm trên đường tròn tâm $I_1(-6; -10)$ và bán kính $R_1 = 4$; điểm B nằm trên đường tròn tâm $I_2(6; 3)$ và bán kính $R_2 = 12$.



Ta có $T = |2iz_1 + 3z_2| = AB \leq I_1I_2 + R_1 + R_2 = \sqrt{12^2 + 13^2} + 4 + 12 = \sqrt{313} + 16$.

Vậy $\max T = \sqrt{313} + 16$.

Câu 50: [2D3-4] Cho hàm số $f(x)$ có đạo hàm $f'(x)$ liên tục trên $\square$ và thỏa mãn $f'(x) \in [-1; 1]$ với $\forall x \in (0; 2)$. Biết $f(0) = f(2) = 1$. Đặt $I = \int_0^2 f(x) dx$, phát biểu nào dưới đây đúng?

A. $I \in (-\infty; 0]$.

B. $I \in (0; 1]$.

C. $I \in [1; +\infty)$.

D. $I \in (0; 1)$.

Lời giải

Chọn C.

Ta có $I = \int_0^2 f(x) dx = \int_0^1 f(x) dx + \int_1^2 f(x) dx$.

$$\square \int_0^1 f(x) dx = (x-1)f(x) \Big|_0^1 - \int_0^1 (x-1)f'(x) dx = 1 + \int_0^1 (1-x)f'(x) dx \geq 1 - \int_0^1 (1-x) dx = \frac{1}{2} \quad (1).$$

$$\square \int_1^2 f(x) dx = (x-1)f(x) \Big|_1^2 - \int_1^2 (x-1)f'(x) dx = 1 - \int_1^2 (x-1)f'(x) dx \geq 1 - \int_1^2 (1-x) dx = \frac{1}{2} \quad (2).$$

Từ (1) và (2) suy ra $I \geq \frac{1}{2} + \frac{1}{2} = 1$.

-----HẾT-----