

Họ và tên thí sinh:.....SBD:.....

Mã đề thi 132

Câu 1: [2D3-3] Cho $\int_0^1 \frac{(x^2 + x)e^x}{x + e^{-x}} dx = a.e + b \ln(e + c)$ với $a, b, c \in \mathbb{R}$. Tính $P = a + 2b - c$.

- A. $P = 1$. B. $P = -1$. C. $P = 0$. D. $P = -2$.

Câu 2: [2H3-1] Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, vectơ nào sau đây **không phải** là vectơ pháp tuyến của mặt phẳng $(P): x + 3y - 5z + 2 = 0$.

- A. $\vec{n} = (-3; -9; 15)$. B. $\vec{n} = (-1; -3; 5)$.
C. $\vec{n} = (2; 6; -10)$. D. $\vec{n} = (-2; -6; -10)$.

Câu 3: [2D1-3] Họ parabol $(P_m): y = mx^2 - 2(m-3)x + m - 2$ ($m \neq 0$) luôn tiếp xúc với đường thẳng d cố định khi m thay đổi. Đường thẳng d đó đi qua điểm nào dưới đây?

- A. $(0; -2)$. B. $(0; 2)$. C. $(1; 8)$. D. $(1; -8)$.

Câu 4: [2D2-4] Cho các số thực dương x, y thỏa mãn $\log_{(x+y)}(x^2 + y^2) \leq 1$. Giá trị lớn nhất của biểu thức $A = 48(x+y)^3 - 156(x+y)^2 + 133(x+y) + 4$ là:

- A. 29. B. $\frac{1369}{36}$. C. 30. D. $\frac{505}{36}$.

Câu 5: [2D1-1] Cho hàm số $y = x^3 + 3x^2 - 2$. Mệnh đề nào dưới đây **đúng**?

- A. Hàm số nghịch biến trên khoảng $(-\infty; -2)$ và $(0; +\infty)$.
B. Hàm số nghịch biến trên khoảng $(1; 5)$.
C. Hàm số đồng biến trên khoảng $(-\infty; 1)$ và $(2; +\infty)$.
D. Hàm số đồng biến trên khoảng $(-\infty; -2)$ và $(0; +\infty)$.

Câu 6: [1H3-2] Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình vuông cạnh a , SA vuông góc với đáy, $SA = a\sqrt{3}$. Khoảng cách giữa hai đường thẳng SB và CD là:

- A. $\frac{a\sqrt{3}}{2}$. B. $\frac{a}{2}$. C. $a\sqrt{3}$. D. a .

Câu 7: [2D3-3] Cho $F(x)$ là một nguyên hàm của hàm số $y = \frac{1}{1 + \sin 2x}$ với

$\forall x \in \mathbb{R} \setminus \left\{ \frac{-\pi}{4} + k\pi, k \in \mathbb{Z} \right\}$, biết $F(0) = 1; F(\pi) = 0$. Tính $P = F\left(-\frac{\pi}{12}\right) - F\left(\frac{11\pi}{12}\right)$.

- A. $P = 2 - \sqrt{3}$. B. $P = 0$. C. Không tồn tại P . D. $P = 1$.

Câu 8: [2H3-4] Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho mặt phẳng $(P): x + y + z - 1 = 0$, đường thẳng $(d): \frac{x-15}{1} = \frac{y-22}{2} = \frac{z-37}{2}$ và mặt cầu $(S): x^2 + y^2 + z^2 - 8x - 6y + 4z + 4 = 0$. Một đường thẳng (Δ) thay đổi cắt mặt cầu (S) tại hai điểm A, B sao cho $AB = 8$. Gọi A', B' là

hai điểm lần lượt thuộc mặt phẳng (P) sao cho AA' , BB' cùng song song với (d) . Giá trị lớn nhất của biểu thức $AA' + BB'$ là

A. $\frac{8+30\sqrt{3}}{9}$.

B. $\frac{24+18\sqrt{3}}{5}$.

C. $\frac{12+9\sqrt{3}}{5}$.

D. $\frac{16+60\sqrt{3}}{9}$.

Câu 9: [2D1-2] Hàm số nào dưới đây luôn đồng biến trên tập $\mathbb{R}$?

A. $y = x^2 + 2x + 1$

B. $y = x - \sin x$.

C. $y = \frac{3x+2}{5x+7}$.

D. $y = \ln(x+3)$.

Câu 10: [2H3-3] Trong không gian với hệ trục tọa độ Oxyz, cho bốn đường thẳng:

$(d_1): \frac{x-3}{1} = \frac{y+1}{-2} = \frac{z+1}{1}$,

$(d_2): \frac{x}{1} = \frac{y}{-2} = \frac{z-1}{1}$,

$(d_3): \frac{x-1}{2} = \frac{y+1}{1} = \frac{z-1}{1}$,

$(d_4): \frac{x}{1} = \frac{y-1}{-1} = \frac{z}{-1}$. Số đường thẳng trong không gian cắt cả bốn đường thẳng trên là:

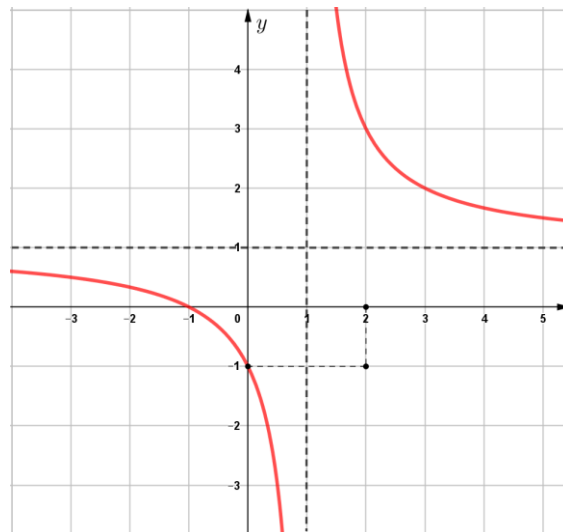
A. 0.

B. 2.

C. Vô số.

D. 1.

Câu 11: [2D1-1] Đường cong trong hình bên là đồ thị của một hàm số trong bốn hàm số dưới đây. Hỏi hàm số đó là hàm số nào?



A. $y = \frac{2x+1}{2x-2}$.

B. $y = \frac{x+1}{x-1}$.

C. $y = \frac{-x}{1-x}$.

D. $y = \frac{x-1}{x+1}$.

Câu 12: [2D1-3] A, B là hai điểm di động và thuộc hai nhánh khác nhau của đồ thị $y = \frac{2x-1}{x+2}$. Khi đó khoảng cách AB bé nhất là?

A. $\sqrt{10}$.

B. $2\sqrt{10}$.

C. $\sqrt{5}$.

D. $2\sqrt{5}$.

Câu 13: [2D1-2] Hàm số $y = \sqrt[3]{(x^2 - 2x - 3)^2} + 2$ có tất cả bao nhiêu điểm cực trị

A. 3.

B. 0.

C. 1.

D. 2.

Câu 14: [1D2-3] Tìm hệ số của x^5 trong khai triển $P(x) = x(1-2x)^5 + x^2(1+3x)^{10}$.

A. 3240.

B. 3320.

C. 80.

D. 259200.

Câu 15: [1H3-3] Cho hình chóp S.ABC có đáy ABC là tam giác vuông cân tại B, $AC = 2a$, tam giác SAB và tam giác SCB lần lượt vuông tại A, C. Khoảng cách từ S đến mặt phẳng (ABC) bằng $2a$. Cosin của góc giữa hai mặt phẳng (SAB) và (SCB) bằng

A. $\frac{1}{2}$.

B. $\frac{1}{3}$.

C. $\frac{1}{\sqrt{2}}$.

D. $\frac{1}{\sqrt{3}}$.

Câu 16: [2D2-2] Cho hàm số $y = \frac{2^x}{\ln 2} - 2x + 3$. Kết luận nào sau đây **sai**?

A. Hàm số có giá trị cực tiểu là $y = \frac{2}{\ln 2} + 1$.

B. Hàm số nghịch biến trên khoảng $(-\infty; 0)$.

C. Hàm số đạt cực trị tại $x = 1$.

D. Hàm số đồng biến trên khoảng $(0; +\infty)$.

Câu 17: [1H3-3] Cho hình lăng trụ đứng $ABC.A'B'C'$ có $AB = AC = a$, góc $BAC = 120^\circ$, $AA' = a$. Gọi M, N lần lượt là trung điểm của $B'C'$ và CC' . Số đo góc giữa mặt phẳng (AMN) và mặt phẳng (ABC) bằng

A. 60° .

B. 30° .

C. $\arcsin \frac{\sqrt{3}}{4}$.

D. $\arccos \frac{\sqrt{3}}{4}$.

Câu 18: [2D2-2] Trong các hàm số sau, hàm số nào có cùng tập xác định với hàm số $y = x^{\frac{1}{5}}$

A. $y = \frac{1}{\sqrt[5]{x}}$.

B. $y = \sqrt[3]{x}$.

C. $y = x^x$.

D. $y = \sqrt{x}$.

Câu 19: [2D3-3] Một chiếc máy bay chuyển động trên đường băng với vận tốc $v(t) = t^2 + 10t$ (m/s) với t là thời gian được tính theo đơn vị giây kể từ khi máy bay bắt đầu chuyển động. Biết khi máy bay đạt vận tốc 200 (m/s) thì nó rời đường băng. Quãng đường máy bay đã di chuyển trên đường băng là

A. 500 (m).

B. 2000 (m).

C. $\frac{4000}{3}$ (m).

D. $\frac{2500}{3}$ (m).

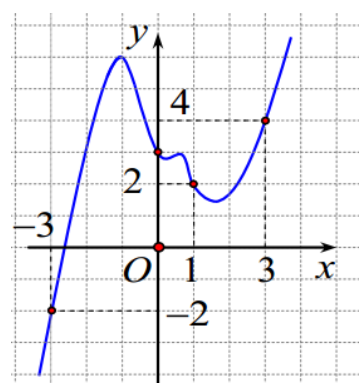
Câu 20: [2D1-4] Cho hàm số $y = f(x)$ có đạo hàm liên tục trên đoạn $[-3; 3]$ và đồ thị hàm số $y = f'(x)$ như hình vẽ bên. Biết $f(1) = 6$ và $g(x) = f(x) - \frac{(x+1)^2}{2}$. Kết luận nào sau đây là đúng?

A. Phương trình $g(x) = 0$ có đúng hai nghiệm thuộc $[-3; 3]$.

B. Phương trình $g(x) = 0$ không có nghiệm thuộc $[-3; 3]$.

C. Phương trình $g(x) = 0$ có đúng một nghiệm thuộc $[-3; 3]$.

D. Phương trình $g(x) = 0$ có đúng ba nghiệm thuộc $[-3; 3]$.



Câu 21: [2H2-1] Cho khối cầu có bán kính R . Thể tích của khối cầu đó là

A. $V = 4\pi R^3$

B. $V = \frac{4}{3}\pi R^3$.

C. $V = \frac{1}{3}\pi R^3$.

D. $V = \frac{4}{3}\pi R^2$.

Câu 22: [2H3-2] Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, cho $H(1; 1; -3)$. Phương trình mặt phẳng (P) đi qua H cắt các trục tọa độ Ox, Oy, Oz lần lượt tại A, B, C (khác O) sao cho H là trực tâm tam giác ABC là:

A. $x + y + 3z + 7 = 0$.

B. $x + y - 3z + 11 = 0$.

C. $x + y - 3z - 11 = 0$.

D. $x + y + 3z - 7 = 0$.

Câu 23: [2D3-2] Cho hàm số $f(x) = x^4 - 4x^3 + 2x^2 - x + 1, \forall x \in \mathbb{R}$. Tính $\int_0^1 f^2(x) \cdot f'(x) dx$

- A. $\frac{2}{3}$. B. 2. C. $-\frac{2}{3}$. D. -2.

Câu 24: [2D1-3] Với giá trị nào của tham số m thì phương trình $x^3 - mx^2 - 6x - 8 = 0$ có ba nghiệm thực lập thành một cấp số nhân?

- A. $m = 1$. B. $m = -3$. C. $m = 3$. D. $m = -4$.

Câu 25: [2D3-2] Cho hàm số $y = f(x)$ có đạo hàm liên tục trên đoạn $[0; 5]$ và $f(5) = 10$, $\int_0^5 xf'(x) dx = 30$. Tính $\int_0^5 f(x) dx$.

- A. 20. B. -30. C. -20. D. 70.

Câu 26: [2D1-2] Tìm tất cả các giá trị của tham số thực m để đồ thị hàm số $y = \frac{mx+2}{1-x}$ luôn có tiệm cận ngang.

- A. $\forall m \in \mathbb{R}$. B. $\forall m \neq -2$. C. $\forall m \neq 2$. D. $\forall m \neq \frac{1}{2}$.

Câu 27: [2D3-2] Thể tích của vật tròn xoay có được khi quay hình phẳng giới hạn bởi đồ thị hàm $y = \tan x$, trục Ox , đường thẳng $x = 0$, đường thẳng $x = \frac{\pi}{3}$ quanh trục Ox là:

- A. $V = \sqrt{3} - \frac{\pi}{3}$. B. $V = \sqrt{3} + \frac{\pi}{3}$. C. $V = \pi\sqrt{3} + \frac{\pi^2}{3}$. D. $V = \pi\sqrt{3} - \frac{\pi^2}{3}$.

Câu 28: [2D2-2] Cho biểu thức $P = \frac{a^{\sqrt{7}+1} \cdot a^{2-\sqrt{7}}}{(a^{\sqrt{2}-2})^{\sqrt{2}+2}}$ với $a > 0$. Rút gọn biểu thức P được kết quả

- A. $P = a^5$. B. $P = a^4$. C. $P = a^3$. D. $P = a$.

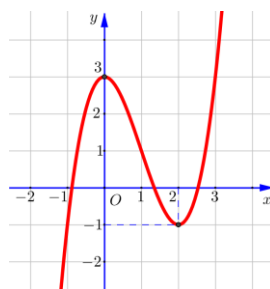
Câu 29: [2H1-3] Khối chóp $S.ABCD$ có đáy là hình thoi cạnh a , $SA = SB = SC = a$, cạnh SD thay đổi. Thể tích lớn nhất của khối chóp $S.ABCD$ là:

- A. $\frac{a^3}{2}$. B. $\frac{a^3}{8}$. C. $\frac{3a^3}{8}$. D. $\frac{a^3}{4}$.

Câu 30: [2D2-2] Tập nghiệm của bất phương trình $3\log_2(x+3) - 3 \leq \log_2(x+7)^3 - \log_2(2-x)^3$ là $S = (a; b)$. Tính $P = b - a$

- A. 2. B. 3. C. 5. D. 1.

Câu 31: [2D1-1] Cho hàm số $y = f(x)$ có đồ thị như hình vẽ. Mệnh đề nào dưới đây đúng?



- A. Điểm cực đại của hàm số là 3.

B. Giá trị cực đại của hàm số là 0.

C. Giá trị cực tiểu của hàm số bằng -1.

D. Điểm cực tiểu của hàm số là -1.

Câu 32: [2H3-2] Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, cho tam giác ABC với: $\overrightarrow{AB} = (1; -2; 2)$; $\overrightarrow{AC} = (3; -4; 6)$. Độ dài đường trung tuyến AM của tam giác ABC là:

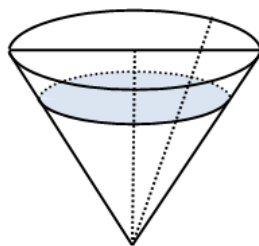
A. 29.

B. $\sqrt{29}$.

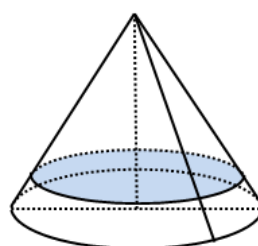
C. $\frac{\sqrt{29}}{2}$.

D. $2\sqrt{29}$.

Câu 33: [2H2-3] Một cái phễu có dạng hình nón, chiều cao của phễu là 20cm. Người ta đổ một lượng nước vào phễu sao cho chiều cao của cột nước trong phễu bằng 10cm (hình H1). Nếu bịt kín miệng phễu rồi lật ngược phễu lên (hình H2) thì chiều cao của cột nước trong phễu gần bằng với giá trị nào sau đây?



H1



H2

A. 0,87cm.

B. 10cm.

C. 1,07cm.

D. 1,35cm.

Câu 34: [1D3-3] Có bao nhiêu giá trị thực của tham số m để hàm số $f(x) = \begin{cases} m^2 x^2 & \text{khi } x \leq 2 \\ (1-m)x & \text{khi } x > 2 \end{cases}$ liên tục trên $\mathbb{R}$?

A. 0.

B. 2.

C. 3.

D. 4.

Câu 35: [1D3-1] Tính $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{\sqrt{x+1}}{x^{2018}-1}$.

A. -1.

B. 1.

C. 2.

D. 0.

Câu 36: [2H1-3] Cho hình lăng trụ tam giác đều $ABC.A'B'C'$ có tất cả các cạnh bằng a . Khoảng cách từ A đến mặt phẳng $(A'BC)$ bằng:

A. $\frac{a\sqrt{2}}{2}$.

B. $\frac{a\sqrt{3}}{4}$.

C. $\frac{a\sqrt{21}}{7}$.

D. $\frac{a\sqrt{6}}{4}$.

Câu 37: [2D3-2] Đường thẳng nào dưới đây là đường tiệm cận ngang của đồ thị hàm số $y = \frac{3-2x}{x-1}$?

A. $y = -2$.

B. $x = -2$.

C. $x = 1$.

D. $y = 3$.

Câu 38: [2D3-4] Cho một đa giác (H) có 60 đỉnh nội tiếp một đường tròn (O) . Người ta lập một tứ giác tùy ý có bốn đỉnh là các đỉnh của (H) . Xác suất để lập được một tứ giác có bốn cạnh đều là đường chéo của (H) gần với số nào nhất trong các số sau?

A. 85,40%.

B. 13,45%.

C. 40,35%.

D. 80,70%.

Câu 39: [2D3-3] Gọi M, N là hai điểm di động trên đồ thị (C) của hàm số $y = -x^3 + 3x^2 - x + 4$ sao cho tiếp tuyến của (C) tại M và N luôn song song với nhau. Khi đó đường thẳng MN luôn đi qua điểm cố định nào dưới đây?

- A. $(-1; 5)$. B. $(1; -5)$. C. $(-1; -5)$. D. $(1; 5)$.

Câu 40: [2D3-2] Cho khối chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình vuông cạnh a , tam giác SAB cân tại S và nằm trong mặt phẳng vuông góc với mặt đáy, $SA = 2a$. Tính theo a thể tích khối chóp $S.ABCD$.

- A. $V = \frac{a^3 \sqrt{15}}{6}$. B. $V = \frac{a^3 \sqrt{15}}{12}$. C. $V = \frac{2a^3}{3}$. D. $V = 2a^3$.

Câu 41: [2D3-2] Tính $I = \int_0^1 \left(\frac{1}{2x+1} + 3\sqrt{x} \right) dx$.

- A. $2 + \ln \sqrt{3}$. B. $4 + \ln 3$. C. $2 + \ln 3$. D. $1 + \ln \sqrt{3}$.

Câu 42: [2H2-2] Cho hình trụ có hai đáy là hai hình tròn (O) và (O') , chiều cao $2R$ và bán kính đáy R . Một mặt phẳng (α) đi qua trung điểm của OO' và tạo với OO' một góc 30° . Hỏi (α) cắt đường tròn đáy theo một dây cung có độ dài bằng bao nhiêu?

- A. $\frac{2R\sqrt{2}}{\sqrt{3}}$. B. $\frac{4R}{3\sqrt{3}}$. C. $\frac{2R}{3}$. D. $\frac{2R}{\sqrt{3}}$.

Câu 43: [2H3-2] Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, cho mặt phẳng $(P): x + 2y - 2z + 3 = 0$, mặt phẳng $(Q): x - 3y + 5z - 2 = 0$. Cosin của góc giữa hai mặt phẳng $(P), (Q)$ là

- A. $\frac{\sqrt{35}}{7}$. B. $-\frac{\sqrt{35}}{7}$. C. $\frac{5}{7}$. D. $-\frac{5}{7}$.

Câu 44: [2D1-3] Cho hàm số $y = f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$ và có bảng biến thiên như sau

x	$-\infty$	0	2	$+\infty$	
y'	$+$	0	$-$	0	$+$
y	$-\infty$	-1	-2	$+\infty$	

Có bao nhiêu mệnh đề đúng trong số các mệnh đề sau đối với hàm số $g(x) = f(2-x) - 2$?

- I. Hàm số $g(x)$ đồng biến trên khoảng $(-4; -2)$.
 II. Hàm số $g(x)$ nghịch biến trên khoảng $(0; 2)$.
 III. Hàm số $g(x)$ đạt cực tiểu tại điểm -2 .
 IV. Hàm số $g(x)$ có giá trị cực đại bằng -3 .

- A. 3. B. 2. C. 1. D. 4.

Câu 45: [2H1-2] Một hình hộp chữ nhật $ABCD.A'B'C'D'$ có ba kích thước là 2cm , 3cm và 6cm . Thể tích của khối tứ diện $ACB'D'$ bằng

- A. 12cm^3 . B. 8cm^3 . C. 6cm^3 . D. 4cm^3 .

Câu 46: [1D2-3] Tập A gồm n phần tử $(n > 0)$. Hỏi A có bao nhiêu tập con?

- A. A_n^2 . B. C_n^2 . C. 2^n . D. 3^n .

- Câu 47:** [2H3-3] Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho $M(3;4;5)$ và mặt phẳng $(P): x - y + 2z - 3 = 0$. Hình chiếu vuông góc của M lên mặt phẳng (P) là
- A. $H(2;5;3)$. B. $H(2;-3;-1)$. C. $H(6;7;8)$. D. $H(1;2;2)$.
- Câu 48:** [2D3-2] Số nghiệm của phương trình $2^{\log_5(x+3)} = x$ là:
- A. 0. B. 1. C. 3. D. 2.
- Câu 49:** [2H3-2] Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, cho $A(1;2;3); B(4;2;3); C(4;5;3)$. Diện tích mặt cầu nhận đường tròn ngoại tiếp tam giác ABC làm đường tròn lớn là:
- A. 9π . B. 36π . C. 18π . D. 72π .
- Câu 50:** [1D2-2] Từ một tập gồm 10 câu hỏi, trong đó có 4 câu lý thuyết và 6 câu bài tập, người ta cấu tạo thành các đề thi. Biết rằng trong một đề thi phải gồm 3 câu hỏi trong đó có ít nhất 1 câu lý thuyết và 1 câu hỏi bài tập. Hỏi có thể tạo được bao nhiêu đề như trên ?
- A. 60. B. 96. C. 36. D. 100.

-----HẾT-----

BẢNG ĐÁP ÁN

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20	21	22	23	24	25
D	D	A	C	D	D	D	B	B	A	B	B	A	B	B	D	D	C	D	C	B	C	C	B	A
26	27	28	29	30	31	32	33	34	35	36	37	38	39	40	41	42	43	44	45	46	47	48	49	50
A	D	A	D	C	C	B	A	B	D	C	A	D	D	A	A	A	A	C	A	C	A	B	C	B

HƯỚNG DẪN GIẢI

- Câu 1:** [2D3-3] Cho $\int_0^1 \frac{(x^2 + x)e^x}{x + e^{-x}} dx = a.e + b \ln(e + c)$ với $a, b, c \in \mathbb{R}$. Tính $P = a + 2b - c$.

- A. $P = 1$. B. $P = -1$. C. $P = 0$. D. $P = -2$.

Lời giải

Chọn D.

$$\text{Ta có: } I = \int_0^1 \frac{(x^2 + x)e^x}{x + e^{-x}} dx = \int_0^1 \frac{(x+1)e^x x e^x}{x e^x + 1} dx.$$

$$\text{Đặt } t = x e^x + 1 \Rightarrow dt = (1+x)e^x dx.$$

$$\text{Đổi cận: } x = 0 \Rightarrow t = 1; x = 1 \Rightarrow t = e + 1.$$

$$\text{Khi đó: } I = \int_1^{e+1} \frac{t-1}{t} dt = \int_1^{e+1} \left(1 - \frac{1}{t}\right) dt = \left(t - \ln|t|\right) \Big|_1^{e+1} = e - \ln(e+1).$$

$$\text{Suy ra: } a = 1, b = -1, c = 1.$$

$$\text{Vậy: } P = a + 2b - c = -2.$$

- Câu 2:** [2H3-1] Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, vectơ nào sau đây **không phải** là vectơ pháp tuyến của mặt phẳng $(P): x + 3y - 5z + 2 = 0$.

- A. $\vec{n} = (-3; -9; 15)$. B. $\vec{n} = (-1; -3; 5)$.
C. $\vec{n} = (2; 6; -10)$. D. $\vec{n} = (-2; -6; -10)$.

Lời giải

Chọn D.

Vector pháp tuyến của mặt phẳng $\overrightarrow{n_{(P)}} = (1; 3; -5)$.

Vì vector $\vec{n} = (-2; -6; -10)$ không cùng phương với $\overrightarrow{n_{(P)}}$ nên **không phải** là vector pháp tuyến của mặt phẳng (P) .

Câu 3: [2D1-3] Họ parabol $(P_m): y = mx^2 - 2(m-3)x + m - 2$ ($m \neq 0$) luôn tiếp xúc với đường thẳng d cố định khi m thay đổi. Đường thẳng d đó đi qua điểm nào dưới đây?

A. $(0; -2)$.

B. $(0; 2)$.

C. $(1; 8)$.

D. $(1; -8)$.

Lời giải**Chọn A.**

Gọi $H(x_0; y_0)$ là điểm cố định mà (P_m) luôn đi qua.

Khi đó ta có: $y_0 = mx_0^2 - 2(m-3)x_0 + m - 2 \Leftrightarrow m(x_0^2 - 2x_0 + 1) + 6x_0 - y_0 - 2 = 0, \forall m \neq 0$.

$$\Leftrightarrow \begin{cases} x_0^2 - 2x_0 + 1 = 0 \\ 6x_0 - y_0 - 2 = 0 \end{cases}$$

Do $x_0^2 - 2x_0 + 1 = 0$ có nghiệm kép nên (P_m) luôn tiếp xúc với đường thẳng $d: y = 6x - 2$.

Ta thấy $(0; -2) \in d$.

Câu 4: [2D2-4] Cho các số thực dương x, y thỏa mãn $\log_{(x+y)}(x^2 + y^2) \leq 1$. Giá trị lớn nhất của biểu thức $A = 48(x+y)^3 - 156(x+y)^2 + 133(x+y) + 4$ là:

A. 29.

B. $\frac{1369}{36}$.

C. 30.

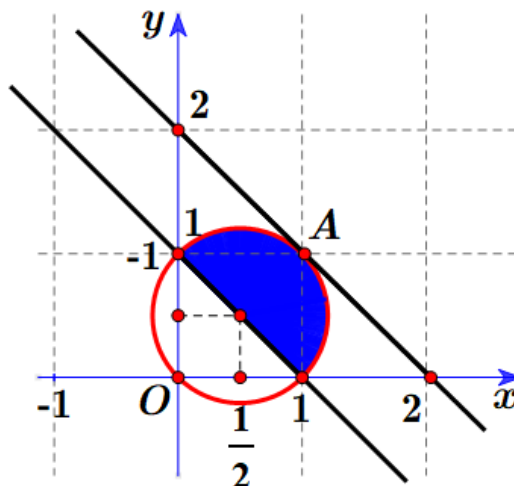
D. $\frac{505}{36}$.

Lời giải**Chọn C.**

$$\text{TH1: } \log_{(x+y)}(x^2 + y^2) \leq 1 \Leftrightarrow \begin{cases} x+y > 1 \\ x^2 + y^2 \leq x+y \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x+y > 1 \\ \left(x - \frac{1}{2}\right)^2 + \left(y - \frac{1}{2}\right)^2 \leq \frac{1}{2} (*) \end{cases} (1).$$

Tập nghiệm của BPT (*) là tất cả các điểm thuộc hình tròn tâm $I\left(\frac{1}{2}; \frac{1}{2}\right)$ bán kính $R = \frac{1}{\sqrt{2}}$.

Miền nghiệm của hệ (1) là phần tô màu như hình vẽ.



Đặt $t = x + y \Rightarrow 1 < t \leq 2$

Khi đó $f(t) = 48t^3 - 156t^2 + 133t + 4$

$$f'(t) = 144t^2 - 312t + 133; f'(t) = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} t = \frac{19}{12} \\ t = \frac{7}{12} \end{cases}$$

Bảng biến thiên

t	$-\infty$	$\frac{7}{12}$	1	$\frac{19}{12}$	2	$+\infty$
$f'(t)$		0		-	0	+
$f(t)$			29		30	

Do đó, $\max_{1 < t \leq 2} f(t) = 30 \Rightarrow t = 2 \Rightarrow x + y = 2$.

$$\text{TH2: } \log_{(x+y)}(x^2 + y^2) \leq 1 \Leftrightarrow \begin{cases} 0 < x + y < 1 \\ x^2 + y^2 \geq x + y \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 0 < x + y < 1 \\ \left(x - \frac{1}{2}\right)^2 + \left(y - \frac{1}{2}\right)^2 \geq \frac{1}{2} \end{cases} \quad (2).$$

(2) không thỏa điều kiện $x > 0, y > 0$.

Câu 5: [2D1-1] Cho hàm số $y = x^3 + 3x^2 - 2$. Mệnh đề nào dưới đây **đúng**?

- A. Hàm số nghịch biến trên khoảng $(-\infty; -2)$ và $(0; +\infty)$.
- B. Hàm số nghịch biến trên khoảng $(1; 5)$.
- C. Hàm số đồng biến trên khoảng $(-\infty; 1)$ và $(2; +\infty)$.
- D. Hàm số đồng biến trên khoảng $(-\infty; -2)$ và $(0; +\infty)$.

Lời giải

Chọn D.

TXĐ: $D = \mathbb{R}$.

$$y' = 3x^2 + 6x.$$

$$y' = 0 \Leftrightarrow 3x^2 + 6x = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 0 \Rightarrow y = -2 \\ x = -2 \Rightarrow y = 2 \end{cases}.$$

BBT

x	$-\infty$	-2	0	$+\infty$	
y'	$+$	0	$-$	0	$+$
y	$-\infty$	2	-2	$+\infty$	

Dựa vào BBT, hàm số đồng biến trên khoảng $(-\infty; -2)$ và $(0; +\infty)$.

Câu 6: [1H3-2] Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình vuông cạnh a , SA vuông góc với đáy, $SA = a\sqrt{3}$. Khoảng cách giữa hai đường thẳng SB và CD là:

A. $\frac{a\sqrt{3}}{2}$.

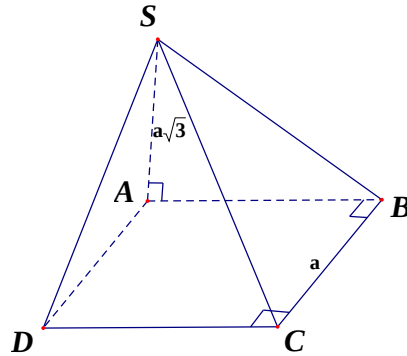
B. $\frac{a}{2}$.

C. $a\sqrt{3}$.

D. a .

Lời giải

Chọn D.



Ta có: $BC \perp (SAB) \Rightarrow BC \perp SB$ và $BC \perp DC$.

Do đó, BC chính là đoạn vuông góc chung của hai đường thẳng SB và DC .

Nên khoảng cách giữa hai đường thẳng SB và DC là $BC = a$.

Câu 7: [2D3-3] Cho $F(x)$ là một nguyên hàm của hàm số $y = \frac{1}{1 + \sin 2x}$ với

$\forall x \in \mathbb{R} \setminus \left\{ \frac{-\pi}{4} + k\pi, k \in \mathbb{Z} \right\}$, biết $F(0) = 1$; $F(\pi) = 0$. Tính $P = F\left(-\frac{\pi}{12}\right) - F\left(\frac{11\pi}{12}\right)$.

A. $P = 2 - \sqrt{3}$.

B. $P = 0$.

C. Không tồn tại P .

D. $P = 1$.

Lời giải

Chọn D.

$$\begin{aligned} \text{Ta có } P &= F\left(-\frac{\pi}{12}\right) - F\left(\frac{11\pi}{12}\right) = -\left[F(0) - F\left(-\frac{\pi}{12}\right)\right] + \left[F(\pi) - F\left(\frac{11\pi}{12}\right)\right] + F(0) - F(\pi) \\ &= -\int_{-\frac{\pi}{12}}^0 \frac{1}{1 + \sin 2x} dx + \int_{\frac{11\pi}{12}}^{\pi} \frac{1}{1 + \sin 2x} dx + 1. \end{aligned}$$

$$\text{Ta có } \frac{1}{1 + \sin 2x} = \frac{1}{(\sin x + \cos x)^2} = \frac{1}{2 \cos^2\left(x - \frac{\pi}{4}\right)} \text{ nên}$$

$$\int_{-\frac{\pi}{12}}^0 \frac{1}{1 + \sin 2x} dx = \frac{1}{2} \tan\left(x - \frac{\pi}{4}\right) \Big|_{-\frac{\pi}{12}}^0 = \frac{1}{2}(-1 + \sqrt{3});$$

$$\int_{\frac{11\pi}{12}}^{\pi} \frac{1}{1 + \sin 2x} dx = \frac{1}{2} \tan\left(x - \frac{\pi}{4}\right) \Big|_{\frac{11\pi}{12}}^{\pi} = \frac{1}{2}(-1 + \sqrt{3}).$$

Vậy $P = 1$.

Câu 8: [2H3-4] Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho mặt phẳng $(P): x + y + z - 1 = 0$, đường

thẳng $(d): \frac{x-15}{1} = \frac{y-22}{2} = \frac{z-37}{2}$ và mặt cầu $(S): x^2 + y^2 + z^2 - 8x - 6y + 4z + 4 = 0$. Một

đường thẳng (Δ) thay đổi cắt mặt cầu (S) tại hai điểm A, B sao cho $AB = 8$. Gọi A', B' là

hai điểm lần lượt thuộc mặt phẳng (P) sao cho AA' , BB' cùng song song với (d) . Giá trị lớn nhất của biểu thức $AA' + BB'$ là

A. $\frac{8+30\sqrt{3}}{9}$.

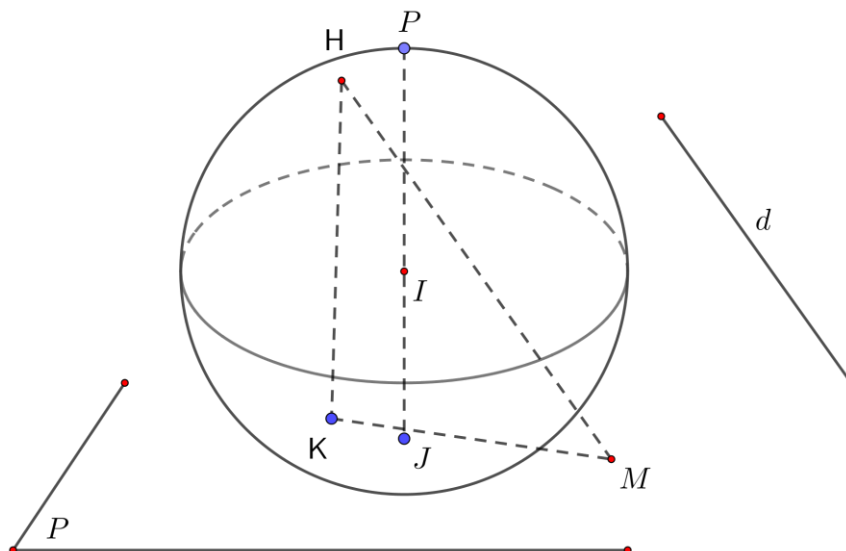
B. $\frac{24+18\sqrt{3}}{5}$.

C. $\frac{12+9\sqrt{3}}{5}$.

D. $\frac{16+60\sqrt{3}}{9}$.

Lời giải

Chọn B.



Mặt cầu (S) có tâm $I(4;3;-2)$ và bán kính $R=5$.

Gọi H là trung điểm của AB thì $IH \perp AB$ và $IH=3$ nên H thuộc mặt cầu (S') tâm I bán kính $R'=3$.

Gọi M là trung điểm của $A'B'$ thì $AA'+BB'=2HM$, M nằm trên mặt phẳng (P) .

Mặt khác ta có $d(I;(P)) = \frac{4}{\sqrt{3}} < R$ nên (P) cắt mặt cầu (S) và $\sin(d;(P)) = \sin \alpha = \frac{5}{3\sqrt{3}}$.

Gọi K là hình chiếu của H lên (P) thì $HK = HM \cdot \sin \alpha$.

Vậy để $AA'+BB'$ lớn nhất thì HK lớn nhất

$$\Leftrightarrow HK \text{ đi qua } I \text{ nên } HK_{\max} = R' + d(I;(P)) = 3 + \frac{4}{\sqrt{3}} = \frac{4+3\sqrt{3}}{\sqrt{3}}.$$

$$\text{Vậy } AA'+BB' \text{ lớn nhất bằng } 2 \left(\frac{4+3\sqrt{3}}{\sqrt{3}} \right) \cdot \frac{3\sqrt{3}}{5} = \frac{24+18\sqrt{3}}{5}.$$

Câu 9: [2D1-2] Hàm số nào dưới đây luôn đồng biến trên tập $\mathbb{R}$?

A. $y = x^2 + 2x + 1$

B. $y = x - \sin x$.

C. $y = \frac{3x+2}{5x+7}$.

D. $y = \ln(x+3)$.

Lời giải

Chọn B.

Ta có hàm số $y = x - \sin x$ có tập xác định $D = \mathbb{R}$ và $y' = 1 - \cos x \geq 0$ với mọi $x \in \mathbb{R}$ nên luôn đồng biến trên $\mathbb{R}$.

Câu 10: [2H3-3] Trong không gian với hệ trục tọa độ Oxyz, cho bốn đường thẳng:

$$(d_1): \frac{x-3}{1} = \frac{y+1}{-2} = \frac{z+1}{1},$$

$$(d_2): \frac{x}{1} = \frac{y}{-2} = \frac{z-1}{1},$$

$$(d_3): \frac{x-1}{2} = \frac{y+1}{1} = \frac{z-1}{1},$$

$$(d_4): \frac{x}{1} = \frac{y-1}{-1} = \frac{z}{-1}. \text{ Số đường thẳng trong không gian cắt cả bốn đường thẳng trên là:}$$

A. 0.

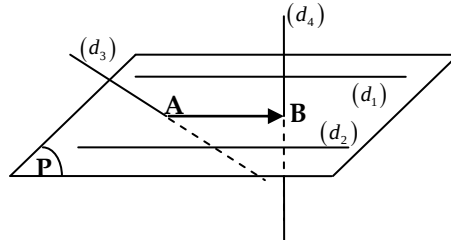
B. 2.

C. Vô số.

D. 1.

Lời giải

Chọn A.



Ta có (d_1) song song (d_2) , phương trình mặt phẳng chứa hai

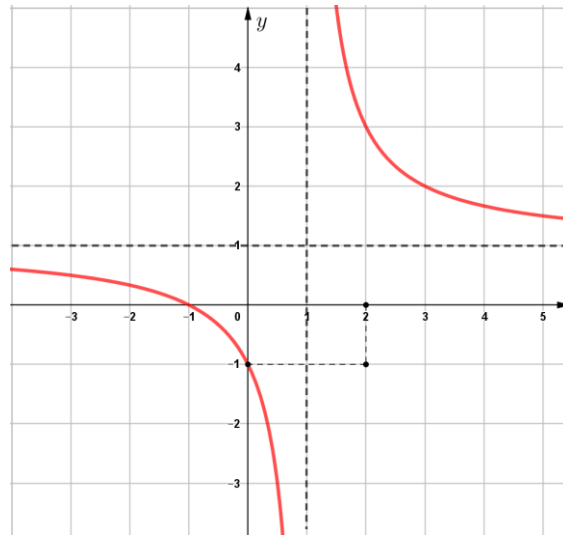
Hai đường thẳng $(d_1), (d_2)$ là $(P): x + y + z - 1 = 0$.

Gọi $A = (d_3) \cap (P) \Rightarrow A(1; -1; 1), (A \notin (d_1), A \notin (d_2))$.

$B = (d_4) \cap (P) \Rightarrow B(0; 1; 0), (B \notin (d_1), B \notin (d_2))$.

Mà $\overrightarrow{AB} = (-1; 2; -1)$ cùng phương với véc-tơ chỉ phương của hai đường thẳng $(d_1), (d_2)$ nên không tồn tại đường thẳng nào đồng thời cắt cả bốn đường thẳng trên.

Câu 11: [2D1-1] Đường cong trong hình bên là đồ thị của một hàm số trong bốn hàm số dưới đây. Hỏi hàm số đó là hàm số nào?



A. $y = \frac{2x+1}{2x-2}.$

B. $y = \frac{x+1}{x-1}.$

C. $y = \frac{-x}{1-x}.$

D. $y = \frac{x-1}{x+1}.$

Lời giải

Chọn B.

Từ đồ thị suy ra đồ thị hàm số có tiệm cận ngang là $y = 1$ và tiệm cận đứng là $x = 1$ đồng thời đồ thị đi qua điểm $(0; -1)$ nên chọn đáp án **B**.

Câu 12: [2D1-3] A, B là hai điểm di động và thuộc hai nhánh khác nhau của đồ thị $y = \frac{2x-1}{x+2}$. Khi đó khoảng cách AB bé nhất là?

A. $\sqrt{10}$.

B. $2\sqrt{10}$.

C. $\sqrt{5}$.

D. $2\sqrt{5}$.

Lời giải

Chọn B.

Vì A, B thuộc hai nhánh của đồ thị $y = \frac{2x-1}{x+2}$ nên $A\left(a; 2 - \frac{5}{a+2}\right), B\left(b; 2 - \frac{5}{b+2}\right)$ với $a > -2, b < -2$.

$$\text{Khi đó } AB^2 = (a-b)^2 \cdot \left[1 + \frac{25}{(a+2)^2(b+2)^2}\right] = [(a+2) + (-b-2)]^2 \cdot \left[1 + \frac{25}{(a+2)^2(-b-2)^2}\right].$$

Áp dụng bất đẳng thức Cô-si ta có:

$$[(a+2) + (-b-2)]^2 \geq 4(a+2)(-b-2) \quad (1)$$

$$1 + \frac{25}{(a+2)^2 \cdot (-b-2)^2} \geq \frac{10}{(a+2)(-b-2)} \quad (2)$$

Từ (1) và (2) suy ra $AB^2 \geq 40 \Rightarrow AB \geq 2\sqrt{10}$.

$$\text{Dấu "=" xảy ra khi và chỉ khi } \begin{cases} a+2 = -2-b \\ 1 = \frac{25}{(a+2)^2(-b-2)^2} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a = \sqrt{5} - 2 \\ b = -2 - \sqrt{5} \end{cases}$$

$$\text{Vậy } AB_{\min} = 2\sqrt{10}.$$

Câu 13: [2D1-2] Hàm số $y = \sqrt[3]{(x^2 - 2x - 3)^2} + 2$ có tất cả bao nhiêu điểm cực trị

A. 3.

B. 0.

C. 1.

D. 2.

Lời giải

Chọn A.

Tập xác định $\mathbb{R}$

$$y' = \frac{2}{3} \frac{2x-2}{\sqrt[3]{(x^2-2x-3)^2}}$$

$$y' = 0 \Leftrightarrow x = 1 \text{ và } y' \text{ không xác định tại } x = -1; x = 3$$

Bảng biến thiên:

x	$-\infty$		-1		1		3		$+\infty$
y'		-		+	0	-		+	
y									

Hàm số có 3 điểm cực trị.

Câu 14: [1D2-3] Tìm hệ số của x^5 trong khai triển $P(x) = x(1-2x)^5 + x^2(1+3x)^{10}$.

A. 3240.

B. 3320.

C. 80.

D. 259200.

Lời giải

Chọn B.

Khải triển $P(x)$ có số hạng tổng quát $xC_5^k(-2x)^k + x^2C_{10}^m(3x)^m = (-2)^k C_5^k x^{k+1} + 3^m C_{10}^m x^{m+2}$
 $(k \in \mathbb{N}, k \leq 5, m \in \mathbb{N}, m \leq 10)$

Hệ số của x^5 ứng với k, m thỏa hệ $\begin{cases} k+1=5 \\ m+2=5 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} k=4 \\ m=3 \end{cases}$.

Vậy hệ số cần tìm là $(-2)^4 C_5^4 + 3^3 C_{10}^3 = 3320$.

Câu 15: [1H3-3] Cho hình chóp $S.ABC$ có đáy ABC là tam giác vuông cân tại B , $AC = 2a$, tam giác SAB và tam giác SCB lần lượt vuông tại A, C . Khoảng cách từ S đến mặt phẳng (ABC) bằng $2a$. Côsin của góc giữa hai mặt phẳng (SAB) và (SCB) bằng

A. $\frac{1}{2}$.

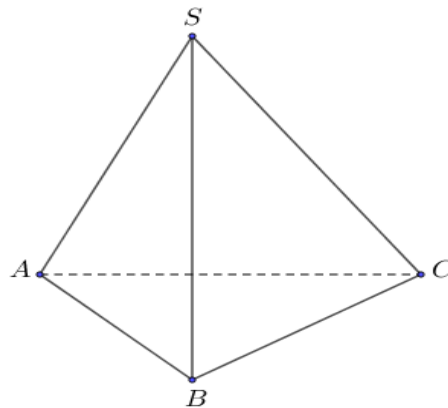
B. $\frac{1}{3}$.

C. $\frac{1}{\sqrt{2}}$.

D. $\frac{1}{\sqrt{3}}$.

Lời giải

Chọn B.



Chọn hệ trục tọa độ sao cho $B(0;0;0)$, $A(a\sqrt{2};0;0)$, $C(0;a\sqrt{2};0)$, $S(x;y;z)$.

Ta có $(ABC): z=0$, $\overrightarrow{AS} = (x-a\sqrt{2}; y; z)$, $\overrightarrow{CS} = (x; y-a\sqrt{2}; z)$

Do $\overrightarrow{AS} \cdot \overrightarrow{AB} = 0 \Rightarrow (x-a\sqrt{2})a\sqrt{2} = 0 \Rightarrow x = a\sqrt{2}$, $d(S, (ABC)) = 2a \Rightarrow z = 2a$ ($z > 0$)

$\overrightarrow{CS} \cdot \overrightarrow{CB} = 0 \Rightarrow (y-a\sqrt{2})a\sqrt{2} = 0 \Rightarrow y = a\sqrt{2} \Rightarrow S(a\sqrt{2}; a\sqrt{2}; 2a)$.

Ta có $\overrightarrow{AS} = (0; a\sqrt{2}; 2a)$, $\overrightarrow{CS} = (a\sqrt{2}; 0; 2a)$, $\overrightarrow{BS} = (a\sqrt{2}; a\sqrt{2}; 2a)$.

(SBC) có 1 vtpt $\vec{n} = (-\sqrt{2}; 0; 1)$, (SAB) có 1 vtpt $\vec{m} = (0; \sqrt{2}; -1) \Rightarrow \cos \varphi = \frac{1}{\sqrt{3} \cdot \sqrt{3}} = \frac{1}{3}$.

Câu 16: [2D2-2] Cho hàm số $y = \frac{2^x}{\ln 2} - 2x + 3$. Kết luận nào sau đây sai?

A. Hàm số có giá trị cực tiểu là $y = \frac{2}{\ln 2} + 1$.

B. Hàm số nghịch biến trên khoảng $(-\infty; 0)$.

C. Hàm số đạt cực trị tại $x=1$.

D. Hàm số đồng biến trên khoảng $(0; +\infty)$.

Lời giải

Chọn D.

Ta có $y' = 2^x - 2$, $y' = 0 \Leftrightarrow x = 1 \Rightarrow y(1) = \frac{2}{\ln 2} + 1$.

x	$-\infty$	1	$+\infty$
y'	$-$	0	$+$
y	$+\infty$	$\frac{2}{\ln 2} + 1$	$+\infty$

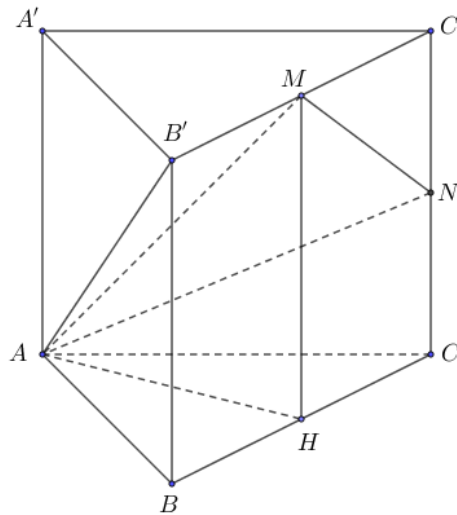
Dựa vào BBT, mệnh đề sai là hàm số đồng biến trên khoảng $(0; +\infty)$.

Câu 17: [1H3-3] Cho hình lăng trụ đứng $ABC.A'B'C'$ có $AB = AC = a$, góc $BAC = 120^\circ$, $AA' = a$. Gọi M, N lần lượt là trung điểm của $B'C'$ và CC' . Số đo góc giữa mặt phẳng (AMN) và mặt phẳng (ABC) bằng

- A. 60° . B. 30° . C. $\arcsin \frac{\sqrt{3}}{4}$. D. $\arccos \frac{\sqrt{3}}{4}$.

Lời giải

Chọn D.



Gọi H là trung điểm BC , $BC = a\sqrt{3}$, $AH = \frac{a}{2}$.

Chọn hệ trục tọa độ $H(0;0;0)$, $A\left(\frac{a}{2};0;0\right)$, $B\left(0;\frac{a\sqrt{3}}{2};0\right)$, $C\left(0;-\frac{a\sqrt{3}}{2};0\right)$,

$M(0;0;a)$, $N\left(0;-\frac{a\sqrt{3}}{2};\frac{a}{2}\right)$. Gọi φ là góc giữa mặt phẳng (AMN) và mặt phẳng (ABC) .

(AMN) có một vtpt $\vec{n} = [\overrightarrow{AM}, \overrightarrow{AN}] = \left(\frac{\sqrt{3}}{2}; -\frac{1}{4}; \frac{\sqrt{3}}{4}\right)$

(ABC) có một vtpt $\overrightarrow{HM} = (0;0;1)$, từ đó $\cos \varphi = \frac{|\vec{n} \cdot \overrightarrow{HM}|}{|\vec{n}| |\overrightarrow{HM}|} = \frac{\frac{\sqrt{3}}{4}}{1 \cdot 1} = \frac{\sqrt{3}}{4}$.

Câu 18: [2D2-2] Trong các hàm số sau, hàm số nào có cùng tập xác định với hàm số $y = x^{\frac{1}{5}}$

- A. $y = \frac{1}{\sqrt[5]{x}}$. B. $y = \sqrt[3]{x}$. C. $y = x^\pi$. D. $y = \sqrt{x}$.

Lời giải

Chọn C.

Tập xác định của $y = x^{\frac{1}{5}}$ là $D = (0; +\infty)$, $y = \frac{1}{\sqrt[5]{x}}$ có $D = \mathbb{R} \setminus \{0\}$, $y = \sqrt{x}$ có $D = [0; +\infty)$, $y = \sqrt[3]{x}$ có $D = \mathbb{R}$, $y = x^\pi$ có $D = (0; +\infty)$.

Câu 19: [2D3-3] Một chiếc máy bay chuyển động trên đường băng với vận tốc $v(t) = t^2 + 10t$ (m/s) với t là thời gian được tính theo đơn vị giây kể từ khi máy bay bắt đầu chuyển động. Biết khi máy bay đạt vận tốc 200(m/s) thì nó rời đường băng. Quãng đường máy bay đã di chuyển trên đường băng là

- A. 500(m). B. 2000(m). C. $\frac{4000}{3}$ (m). D. $\frac{2500}{3}$ (m).

Lời giải

Chọn D.

- Thời điểm máy bay đạt vận tốc 200(m/s) là nghiệm của phương trình:

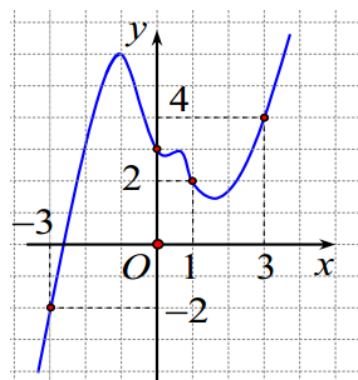
$$t^2 + 10t = 200 \Leftrightarrow t^2 + 10t - 200 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} t = 10 \\ t = -20 \end{cases} \Rightarrow t = 10(s).$$

- Quãng đường máy bay di chuyển trên đường băng là :

$$s = \int_0^{10} (t^2 + 10t) dt = \left(\frac{t^3}{3} + 5t^2 \right) \Big|_0^{10} = \frac{2500}{3} (m).$$

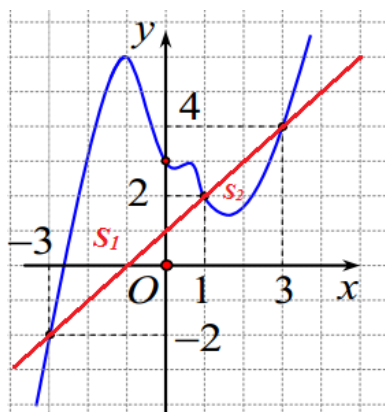
Câu 20: [2D1-4] Cho hàm số $y = f(x)$ có đạo hàm liên tục trên đoạn $[-3; 3]$ và đồ thị hàm số $y = f'(x)$ như hình vẽ bên. Biết $f(1) = 6$ và $g(x) = f(x) - \frac{(x+1)^2}{2}$. Kết luận nào sau đây là đúng?

- A. Phương trình $g(x) = 0$ có đúng hai nghiệm thuộc $[-3; 3]$.
 B. Phương trình $g(x) = 0$ không có nghiệm thuộc $[-3; 3]$.
 C. Phương trình $g(x) = 0$ có đúng một nghiệm thuộc $[-3; 3]$.
 D. Phương trình $g(x) = 0$ có đúng ba nghiệm thuộc $[-3; 3]$.



Lời giải

Chọn C.



$$\text{Ta có : } g(x) = f(x) - \frac{(x+1)^2}{2} \Rightarrow g'(x) = f'(x) - (x+1).$$

Vẽ đường thẳng $y = x + 1$ trên cùng một hệ trục tọa độ với đồ thị hàm số $y = f'(x)$ (như hình vẽ bên).

Từ đồ thị ta thấy: $g'(x) = f'(x) - (x + 1) > 0, \forall x \in (-3; 1)$ (do đường cong nằm phía trên đường thẳng), $g'(x) = f'(x) - (x + 1) < 0, \forall x \in (1; 3)$ (do đường cong nằm phía dưới đường thẳng).

Ta có: $g(1) = f(1) - \frac{(1+1)^2}{2} = 6 - 2 = 4.$

Bảng biến thiên:

x	-3	1	3
$g'(x)$	+	0	-
$g(x)$	↗ 4 ↘		

Dựa vào đồ thị ta thấy: diện tích S_1 lớn hơn 4 (trong phần bên trái có nhiều hơn 4 ô, mỗi ô có diện tích bằng 1), do đó:

$$4 < S_1 = \int_{-3}^1 g'(x) dx \Leftrightarrow 4 < g(x) \Big|_{-3}^1 \Leftrightarrow 4 < g(1) - g(-3) \Leftrightarrow g(-3) < 0.$$

Mặt khác: diện tích S_2 nhỏ hơn 4 (trong phần bên phải có ít hơn 4 ô), do đó:

$$4 > S_2 = -\int_1^3 g'(x) dx \Leftrightarrow 4 > -g(x) \Big|_1^3 \Leftrightarrow 4 > g(1) - g(3) \Leftrightarrow g(3) > 0.$$

Vậy phương trình $g(x) = 0$ có đúng một nghiệm thuộc đoạn $[-3; 3]$ (nghiệm này nằm trong khoảng $(-3; 1)$).

Câu 21: [2H2-1] Cho khối cầu có bán kính R . Thể tích của khối cầu đó là

- A. $V = 4\pi R^3$ B. $V = \frac{4}{3}\pi R^3$. C. $V = \frac{1}{3}\pi R^3$. D. $V = \frac{4}{3}\pi R^2$.

Lời giải

Chọn B.

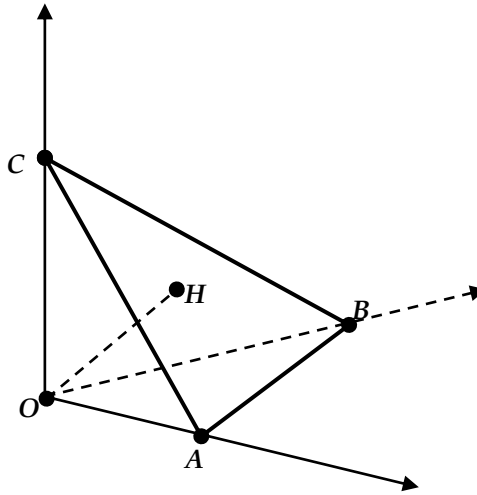
- Công thức tính thể tích khối cầu bán kính R là: $V = \frac{4}{3}\pi R^3$.

Câu 22: [2H3-2] Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, cho $H(1; 1; -3)$. Phương trình mặt phẳng (P) đi qua H cắt các trục tọa độ Ox , Oy , Oz lần lượt tại A , B , C (khác O) sao cho H là trọng tâm tam giác ABC là:

- A. $x + y + 3z + 7 = 0$. B. $x + y - 3z + 11 = 0$. C. $x + y - 3z - 11 = 0$. D. $x + y + 3z - 7 = 0$.

Lời giải

Chọn C.



Do H là trực tâm $\triangle ABC \Rightarrow AH \perp BC$.

Mặt khác: $OA \perp (OBC) \Rightarrow OA \perp BC \Rightarrow BC \perp (OAH) \Rightarrow OH \perp BC$.

Tương tự: $OH \perp AB \Rightarrow OH \perp (ABC)$ hay $\overrightarrow{OH} = (1; 1; -3)$ là vectơ pháp tuyến của mặt phẳng (P) .

Hơn nữa, (P) đi qua $H(1; 1; -3)$ nên phương trình mặt phẳng (P) là: $x + y - 3z - 11 = 0$.

Câu 23: [2D3-2] Cho hàm số $f(x) = x^4 - 4x^3 + 2x^2 - x + 1, \forall x \in \mathbb{R}$. Tính $\int_0^1 f^2(x) \cdot f'(x) dx$

A. $\frac{2}{3}$.

B. 2.

C. $-\frac{2}{3}$.

D. -2.

Lời giải

Chọn C.

$$\text{Ta có } \int_0^1 f^2(x) \cdot f'(x) dx = \int_0^1 f^2(x) \cdot d[f(x)] = \frac{f^3(x)}{3} \Big|_0^1 = \frac{f^3(1) - f^3(0)}{3} = -\frac{2}{3}.$$

Câu 24: [2D1-3] Với giá trị nào của tham số m thì phương trình $x^3 - mx^2 - 6x - 8 = 0$ có ba nghiệm thực lập thành một cấp số nhân?

A. $m = 1$.

B. $m = -3$.

C. $m = 3$.

D. $m = -4$.

Lời giải

Chọn B.

Ta chứng minh nếu x_1, x_2, x_3 là nghiệm của phương trình $x^3 - mx^2 - 6x - 8 = 0$ thì

$$\begin{cases} x_1 + x_2 + x_3 = m \\ x_1 x_2 x_3 = 8 \end{cases}.$$

$$\text{Thật vậy } x^3 - mx^2 - 6x - 8 = (x - x_1)(x - x_2)(x - x_3)$$

$$\Leftrightarrow x^3 - mx^2 - 6x - 8 = x^3 - (x_1 + x_2 + x_3)x^2 + (x_1 x_2 + x_2 x_3 + x_3 x_1)x - x_1 x_2 x_3$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} x_1 + x_2 + x_3 = m \\ x_1 x_2 x_3 = 8 \end{cases}.$$

Điều kiện cần: Phương trình $x^3 - mx^2 - 6x - 8 = 0$ có ba nghiệm thực $x_1 < x_2 < x_3$

$$\text{lập thành một cấp số nhân } \Leftrightarrow x_1 \cdot x_3 = x_2^2 \Leftrightarrow x_1 \cdot x_2 \cdot x_3 = x_2^3 \Leftrightarrow 8 = x_2^3 \Leftrightarrow x_2 = 2.$$

Vậy phương trình $x^3 - mx^2 - 6x - 8 = 0$ phải có nghiệm bằng 2.

Thay $x = 2$ vào phương trình ta có $m = -3$.

Điều kiện đủ: Thử lại với $m = -3$ ta có $x^3 + 3x^2 - 6x - 8 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = -4 \\ x = 2 \\ x = -1 \end{cases}$ (thỏa yêu cầu bài toán).

Câu 25: [2D3-2] Cho hàm số $y = f(x)$ có đạo hàm liên tục trên đoạn $[0; 5]$ và $f(5) = 10$,

$$\int_0^5 x f'(x) dx = 30. \text{ Tính } \int_0^5 f(x) dx.$$

A. 20.

B. -30.

C. -20.

D. 70.

Lời giải

Chọn A.

$$\text{Đặt } \begin{cases} u = x \Rightarrow du = dx \\ dv = f'(x) dx \Rightarrow v = f(x) \end{cases}$$

$$\int_0^5 x f'(x) dx = (x f(x)) \Big|_0^5 - \int_0^5 f(x) dx \Leftrightarrow 30 = 5 f(5) - \int_0^5 f(x) dx$$

$$\Leftrightarrow \int_0^5 f(x) dx = 5 f(5) - 30 = 20.$$

Câu 26: [2D1-2] Tìm tất cả các giá trị của tham số thực m để đồ thị hàm số $y = \frac{mx+2}{1-x}$ luôn có tiệm cận ngang.

A. $\forall m \in \mathbb{R} \dots$

B. $\forall m \neq -2.$

C. $\forall m \neq 2.$

D. $\forall m \neq \frac{1}{2}.$

Lời giải

Chọn A.

Để đồ thị hàm số luôn có tiệm cận ngang thì $\lim_{x \rightarrow \pm\infty} y$ phải tồn tại.

Nếu $m = -2$ thì $y = -1$ khi đó đồ thị hàm số luôn có tiệm cận ngang $y = -1$.

Nếu $m \neq -2$ thì $\lim_{x \rightarrow \pm\infty} \frac{mx+2}{1-x} = -m$, đồ thị hàm số luôn có tiệm cận ngang $y = -m$.

Vậy đồ thị hàm số luôn có tiệm cận ngang $\forall m \in \mathbb{R} \dots$

Câu 27: [2D3-2] Thể tích của vật tròn xoay có được khi quay hình phẳng giới hạn bởi đồ thị hàm

$y = \tan x$, trục Ox , đường thẳng $x = 0$, đường thẳng $x = \frac{\pi}{3}$ quanh trục Ox là:

A. $V = \sqrt{3} - \frac{\pi}{3}.$

B. $V = \sqrt{3} + \frac{\pi}{3}.$

C. $V = \pi\sqrt{3} + \frac{\pi^2}{3}.$

D. $V = \pi\sqrt{3} - \frac{\pi^2}{3}.$

Lời giải

Chọn D.

Thể tích của vật tròn xoay là:

$$V = \pi \int_0^{\frac{\pi}{3}} \tan^2 x dx = \pi \int_0^{\frac{\pi}{3}} \left(\frac{1}{\cos^2 x} - 1 \right) dx = \pi (\tan x - x) \Big|_0^{\frac{\pi}{3}} = \pi \left(\tan \frac{\pi}{3} - \frac{\pi}{3} \right) = \pi\sqrt{3} - \frac{\pi^2}{3}.$$

Câu 28: [2D2-2] Cho biểu thức $P = \frac{a^{\sqrt{7}+1} \cdot a^{2-\sqrt{7}}}{(a^{\sqrt{2}-2})^{\sqrt{2}+2}}$ với $a > 0$. Rút gọn biểu thức P được kết quả

A. $P = a^5$.

B. $P = a^4$.

C. $P = a^3$.

D. $P = a$.

Lời giải

Chọn A.

$$P = \frac{a^{\sqrt{7}+1} \cdot a^{2-\sqrt{7}}}{(a^{\sqrt{2}-2})^{\sqrt{2}+2}} = \frac{a^3}{a^{-2}} = a^5$$

Câu 29: [2H1-3] Khối chóp $S.ABCD$ có đáy là hình thoi cạnh a , $SA = SB = SC = a$, cạnh SD thay đổi. Thể tích lớn nhất của khối chóp $S.ABCD$ là:

A. $\frac{a^3}{2}$.

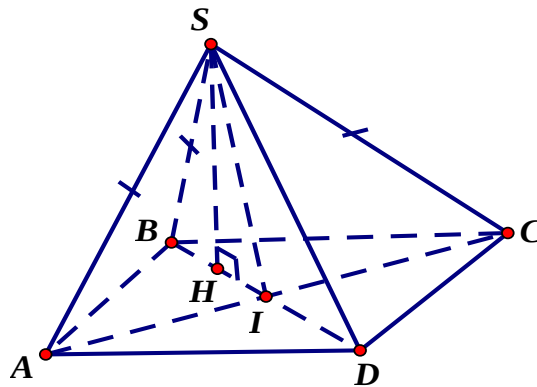
B. $\frac{a^3}{8}$.

C. $\frac{3a^3}{8}$.

D. $\frac{a^3}{4}$.

Lời giải

Chọn D.



Gọi I là tâm hình thoi $ABCD$, H là hình chiếu của S lên mặt phẳng $(ABCD)$.

Ta có $SA = SB = SC$ nên hình chiếu vuông góc của S xuống mặt phẳng $(ABCD)$ trùng với tâm đường tròn ngoại tiếp $\triangle ABC$ hay $H \in BI$.

Có $SI^2 = SA^2 - IA^2 = a^2 - IA^2$, $IB^2 = AB^2 - IA^2 = a^2 - IA^2$ suy ra $SI = IB$. Khi đó tam giác SBD vuông tại S .

Giả sử $SD = x$. Ta có $SB \cdot SD = SH \cdot BD \Leftrightarrow a \cdot x = SH \cdot BD \Leftrightarrow SH = \frac{a \cdot x}{BD}$

$$\text{Ta có } V_{SABCD} = \frac{1}{3} SH \cdot \frac{1}{2} AC \cdot BD = \frac{1}{3} \cdot \frac{ax}{BD} \cdot \frac{1}{2} AC \cdot BD = \frac{1}{6} ax \cdot AC$$

$$\text{Ta có } BD^2 = SB^2 + SD^2 = a^2 + x^2 \text{ suy ra } IB^2 = \frac{a^2 + x^2}{4} \Rightarrow IA^2 = a^2 - \frac{a^2 + x^2}{4} = \frac{3a^2 - x^2}{4}$$

$$\text{Suy ra } AC = 2IA = 2\sqrt{\frac{3a^2 - x^2}{4}} = \sqrt{3a^2 - x^2}$$

$$V_{SABCD} = \frac{1}{6} ax \cdot \sqrt{3a^2 - x^2} \leq \frac{a}{6} \cdot \frac{x^2 + 3a^2 - x^2}{2} = \frac{a^3}{4}$$

Vậy thể tích lớn nhất của khối chóp $S.ABCD$ là: $\frac{a^3}{4}$.

Câu 30: [2D2-2] Tập nghiệm của bất phương trình $3\log_2(x+3) - 3 \leq \log_2(x+7)^3 - \log_2(2-x)^3$ là $S = (a; b)$. Tính $P = b - a$

A. 2.

B. 3.

C. 5.

D. 1.

Lời giải

Chọn C.

$$3\log_2(x+3) - 3 \leq \log_2(x+7)^3 - \log_2(2-x)^3$$

$$\text{Điều kiện: } \begin{cases} x+3 > 0 \\ x+7 > 0 \\ 2-x > 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x > -3 \\ x > -7 \\ x < 2 \end{cases} \Leftrightarrow -3 < x < 2$$

Bất phương trình đã cho tương đương với

$$3(\log_2(x+3) - 1) \leq 3(\log_2(x+7) - \log_2(2-x))$$

$$\Leftrightarrow \log_2(x+3) - 1 \leq \log_2(x+7) - \log_2(2-x)$$

$$\Leftrightarrow \log_2(x+3) + \log_2(2-x) \leq \log_2(x+7) + 1$$

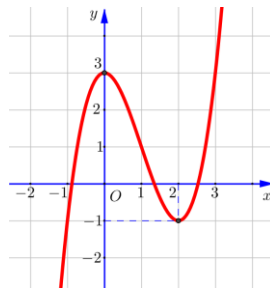
$$\Leftrightarrow (x+3)(2-x) \leq 2(x+7)$$

$$\Leftrightarrow x^2 + 3x + 8 \geq 0 \text{ (luôn đúng)}$$

Vậy tập nghiệm của bất phương trình là $S = (-3; 2)$

$$\text{Suy ra } P = 2 - (-3) = 5.$$

Câu 31: [2D1-1] Cho hàm số $y = f(x)$ có đồ thị như hình vẽ. Mệnh đề nào dưới đây đúng?



A. Điểm cực đại của hàm số là 3.

B. Giá trị cực đại của hàm số là 0.

C. Giá trị cực tiểu của hàm số bằng -1.

D. Điểm cực tiểu của hàm số là -1.

Lời giải

Chọn C.

Từ đồ thị hàm số suy ra giá trị cực tiểu của hàm số bằng -1.

Câu 32: [2H3-2] Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, cho tam giác ABC với: $\overrightarrow{AB} = (1; -2; 2)$;

$\overrightarrow{AC} = (3; -4; 6)$. Độ dài đường trung tuyến AM của tam giác ABC là:

A. 29.

B. $\sqrt{29}$.

C. $\frac{\sqrt{29}}{2}$.

D. $2\sqrt{29}$.

Lời giải

Chọn B.

Ta có

$$AB^2 = 1^2 + (-2)^2 + 2^2 = 9, AC^2 = 3^2 + (-4)^2 + 6^2 = 61, \overrightarrow{AC} \cdot \overrightarrow{AB} = 1 \cdot 3 + (-2) \cdot (-4) + 2 \cdot 6 = 23.$$

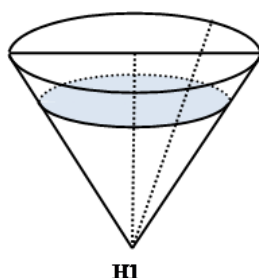
$$\overrightarrow{BC}^2 = (\overrightarrow{AC} - \overrightarrow{AB})^2 = \overrightarrow{AC}^2 + \overrightarrow{AB}^2 - 2 \cdot \overrightarrow{AC} \cdot \overrightarrow{AB} = 61 + 9 - 2 \cdot 23 = 24.$$

Áp dụng công thức đường trung tuyến ta có:

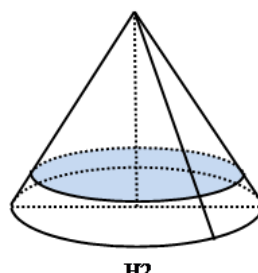
$$AM^2 = \frac{AB^2 + AC^2}{2} - \frac{BC^2}{4} = \frac{9 + 61}{2} - \frac{24}{4} = 29.$$

Vậy $AM = \sqrt{29}$.

Câu 33: [2H2-3] Một cái phễu có dạng hình nón, chiều cao của phễu là 20cm. Người ta đổ một lượng nước vào phễu sao cho chiều cao của cột nước trong phễu bằng 10cm (hình H1). Nếu bịt kín miệng phễu rồi lật ngược phễu lên (hình H2) thì chiều cao của cột nước trong phễu gần bằng với giá trị nào sau đây?



H1



H2

A. 0,87 cm.

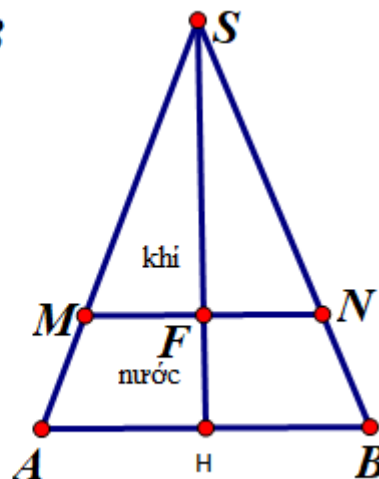
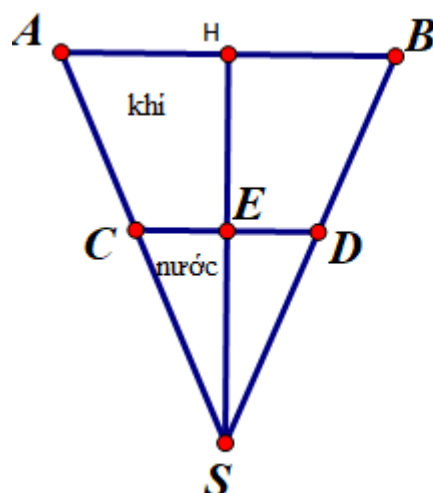
B. 10 cm.

C. 1,07 cm.

D. 1,35 cm.

Lời giải

Chọn A.



Trước khi lật phễu lên:

Theo bài ra ta có $SE = 10\text{cm}$, $SH = 20\text{cm}$. $\triangle SCD \sim \triangle SAB \Rightarrow \frac{1}{2} = \frac{SE}{SH} = \frac{ED}{HB}$

Suy ra $\frac{V_{\text{nước}}}{V_{\text{phễu}}} = \frac{ED^2 \cdot SE}{HB^2 \cdot SH} = \frac{1}{8} \Rightarrow V_{\text{khí}} = \frac{7}{8} V_{\text{phễu}}$.

Sau khi lật phễu lên:

$$\triangle SMN \sim \triangle SAB \Rightarrow \frac{SF}{SH} = \frac{FN}{HB}$$

$$\text{Do } V_{\text{khí}} = \frac{7}{8} V_{\text{phễu}} \Leftrightarrow \left(\frac{FN}{HB}\right)^2 \cdot \frac{SF}{SH} = \frac{7}{8} \Leftrightarrow \left(\frac{SF}{SH}\right)^3 = \frac{7}{8} \Leftrightarrow SF = \frac{\sqrt[3]{7}}{2} SH.$$

Vậy chiều cao của nước sau khi lật phễu là

$$FH = SH - HF = SH \left(1 - \frac{\sqrt[3]{7}}{2}\right) = 20 \cdot \left(1 - \frac{\sqrt[3]{7}}{2}\right) \approx 0,8706$$

Câu 34: [1D3-3] Có bao nhiêu giá trị thực của tham số m để hàm số $f(x) = \begin{cases} m^2 x^2 & \text{khi } x \leq 2 \\ (1-m)x & \text{khi } x > 2 \end{cases}$ liên

tục trên $\square$?

A. 0.

B. 2.

C. 3.

D. 4.

Lời giải

Chọn B.

Ta có hàm số luôn liên tục $\forall x \neq 2$.

Tại $x = 2$, ta có $\lim_{x \rightarrow 2^+} f(x) = \lim_{x \rightarrow 2^-} (1-m)x = (1-m)2$;

$$\lim_{x \rightarrow 2^-} f(x) = \lim_{x \rightarrow 2^-} (m^2 x^2) = 4m^2; \quad f(2) = 4m^2.$$

Hàm số liên tục tại $x = 2$ khi và chỉ khi

$$\lim_{x \rightarrow 2^+} f(x) = \lim_{x \rightarrow 2^-} f(x) = f(2) \Leftrightarrow 4m^2 = (1-m)2 \Leftrightarrow 4m^2 + 2m - 2 = 0 \quad (1)$$

Phương trình (1) luôn có hai nghiệm thực phân biệt. Vậy có hai giá trị của m .

Câu 35: [1D3-1] Tính $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{\sqrt{x+1}}{x^{2018}-1}$.

A. -1.

B. 1.

C. 2.

D. 0.

Lời giải

Chọn D.

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{\sqrt{x+1}}{x^{2018}-1} = \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{1}{x^{2017}} \cdot \frac{\sqrt{\frac{1}{x} + \frac{1}{x^2}}}{1 - \frac{1}{x^{2017}}} = 0.$$

Câu 36: [2H1-3] Cho hình lăng trụ tam giác đều $ABC.A'B'C'$ có tất cả các cạnh bằng a . Khoảng cách từ A đến mặt phẳng $(A'BC)$ bằng:

A. $\frac{a\sqrt{2}}{2}$.

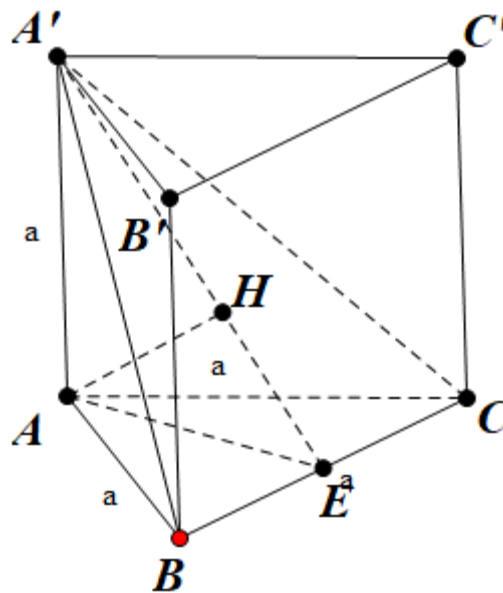
B. $\frac{a\sqrt{3}}{4}$.

C. $\frac{a\sqrt{21}}{7}$.

D. $\frac{a\sqrt{6}}{4}$.

Lời giải

Chọn C.



Gọi E là trung điểm của BC . Ta có $\begin{cases} A'E \perp BC \\ AE \perp BC \end{cases} \Rightarrow (A'AE) \perp (A'BC)$

Kẻ đường cao AH ($H \in A'E$) $\Rightarrow AH \perp (A'BC)$

$$\Rightarrow d(A, (A'BC)) = AH = \sqrt{\frac{A'A^2 \cdot AE^2}{A'A^2 + AE^2}} = \sqrt{\frac{a^2 \cdot \left(\frac{a\sqrt{3}}{2}\right)^2}{a^2 + \left(\frac{a\sqrt{3}}{2}\right)^2}} = a \frac{\sqrt{21}}{7}.$$

Câu 37: [2D3-2] Đường thẳng nào dưới đây là đường tiệm cận ngang của đồ thị hàm số $y = \frac{3-2x}{x-1}$?

A. $y = -2$.

B. $x = -2$.

C. $x = 1$.

D. $y = 3$.

Lời giải

Chọn A.

Ta có: $\lim_{x \rightarrow \infty} y = \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{3-2x}{x-1} = -2 \Rightarrow y = -2$ là đường tiệm cận ngang của đồ thị hàm số.

Câu 38: [2D3-4] Cho một đa giác (H) có 60 đỉnh nội tiếp một đường tròn (O) . Người ta lập một tứ giác tùy ý có bốn đỉnh là các đỉnh của (H) . Xác suất để lập được một tứ giác có bốn cạnh đều là đường chéo của (H) gần với số nào nhất trong các số sau?

A. 85,40%.

B. 13,45%.

C. 40,35%.

D. 80,70%.

Lời giải

Chọn D.

Số phần tử của không gian mẫu là: $n(\Omega) = C_{60}^4$.

Gọi E là biến cố “lập được một tứ giác có bốn cạnh đều là đường chéo của (H) ”.

Để chọn ra một tứ giác thỏa mãn đề bài ta làm như sau:

Bước 1: Chọn đỉnh đầu tiên của tứ giác, có 60 cách.

Bước 2: Chọn 3 đỉnh còn lại sao cho hai đỉnh bất kỳ của tứ giác cách nhau ít nhất 1 đỉnh. Điều này tương đương với việc ta phải chia $m = 60$ chiếc kẹo cho $n = 4$ đứa trẻ sao cho mỗi đứa trẻ có ít nhất $k = 2$ cái, có $C_{m-n(k-1)-1}^{n-1} = C_{55}^3$ cách, nhưng làm như thế mỗi tứ giác lập lại 4 lần.

$\Rightarrow$ Số phần tử của biến cố E là: $n(E) = \frac{60 \cdot C_{55}^3}{4}$.

Xác suất của biến cố E là: $P(E) = \frac{n(E)}{n(\Omega)} = \frac{60 \cdot C_{55}^3}{4 \cdot C_{60}^4} \approx 80,7\%$.

Câu 39: [2D3-3] Gọi M, N là hai điểm di động trên đồ thị (C) của hàm số $y = -x^3 + 3x^2 - x + 4$ sao cho tiếp tuyến của (C) tại M và N luôn song song với nhau. Khi đó đường thẳng MN luôn đi qua điểm cố định nào dưới đây?

A. $(-1; 5)$.

B. $(1; -5)$.

C. $(-1; -5)$.

D. $(1; 5)$.

Lời giải

Chọn D.

* Gọi tọa độ điểm M, N lần lượt là $M(x_1; y_1), N(x_2; y_2)$.

* Hệ số góc tiếp tuyến của (C) tại M và N lần lượt là:

$$k_1 = y'(x_1) = -3x_1^2 + 6x_1 - 1$$

$$k_2 = y'(x_2) = -3x_2^2 + 6x_2 - 1$$

* Tiếp tuyến của (C) tại M và N luôn song song với nhau điều kiện là:

$$\begin{cases} k_1 = k_2 \\ x_1 \neq x_2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} (x_1 - x_2)[-3(x_1 + x_2) + 6] = 0 \\ x_1 \neq x_2 \end{cases} \Leftrightarrow x_1 + x_2 = 2.$$

* Ta có: $y_1 + y_2 = -(x_1 + x_2)[(x_1 + x_2)^2 - 3x_1x_2] + 3[(x_1 + x_2)^2 - 2x_1x_2] - (x_1 + x_2) + 8$

Do $x_1 + x_2 = 2$ nên $y_1 + y_2 = -2(4 - 3x_1x_2) + 3(4 - 2x_1x_2) + 8 = 10$.

* Trung điểm của đoạn MN là $I(1;5)$. Vậy đường thẳng MN luôn đi qua điểm cố định $I(1;5)$.

Câu 40: [2D3-2] Cho khối chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình vuông cạnh a , tam giác SAB cân tại S và nằm trong mặt phẳng vuông góc với mặt đáy, $SA = 2a$. Tính theo a thể tích khối chóp $S.ABCD$.

A. $V = \frac{a^3\sqrt{15}}{6}$.

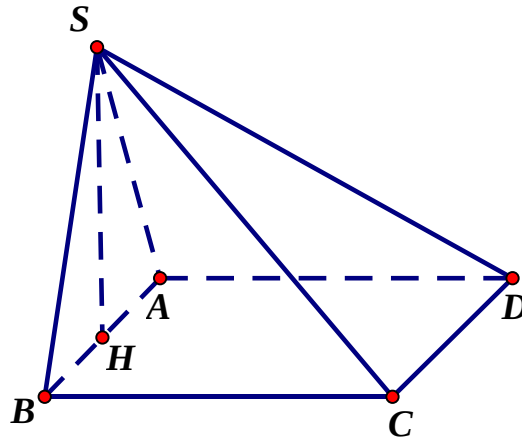
B. $V = \frac{a^3\sqrt{15}}{12}$.

C. $V = \frac{2a^3}{3}$.

D. $V = 2a^3$.

Lời giải

Chọn A.



* Diện tích đáy là $S_{ABCD} = a^2$.

* Gọi H là trung điểm của AB ta có $SH \perp AB$. Do $SH \perp (ABCD)$ nên chiều cao hình chóp là $h = SH$.

* Xét tam giác SAH ta có: $SH = \sqrt{SA^2 - AH^2} = \frac{a\sqrt{15}}{2} \Rightarrow h = \frac{a\sqrt{15}}{2}$.

* Thể tích hình chóp là: $V_{S.ABCD} = \frac{1}{3}SH.S_{ABCD} = \frac{a^3\sqrt{15}}{6}$.

Câu 41: [2D3-2] Tính $I = \int_0^1 \left(\frac{1}{2x+1} + 3\sqrt{x} \right) dx$.

A. $2 + \ln \sqrt{3}$.

B. $4 + \ln 3$.

C. $2 + \ln 3$.

D. $1 + \ln \sqrt{3}$.

Lời giải

Chọn A.

Ta có

$$I = \int_0^1 \left(\frac{1}{2x+1} + 3\sqrt{x} \right) dx = \int_0^1 \frac{1}{2x+1} dx + 3 \int_0^1 \sqrt{x} dx = \frac{1}{2} \ln|2x+1| \Big|_0^1 + 3 \cdot \frac{2}{3} x\sqrt{x} \Big|_0^1 = \frac{1}{2} \ln 3 + 2 = \ln \sqrt{3} + 2.$$

Câu 42: [2H2-2] Cho hình trụ có hai đáy là hai hình tròn (O) và (O') , chiều cao $2R$ và bán kính đáy R . Một mặt phẳng (α) đi qua trung điểm của OO' và tạo với OO' một góc 30° . Hỏi (α) cắt đường tròn đáy theo một dây cung có độ dài bằng bao nhiêu?

A. $\frac{2R\sqrt{2}}{\sqrt{3}}$.

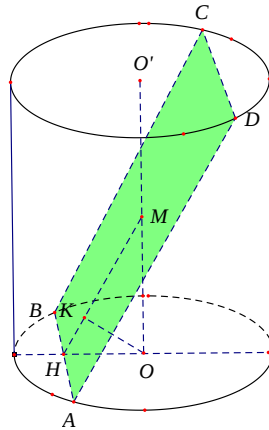
B. $\frac{4R}{3\sqrt{3}}$.

C. $\frac{2R}{3}$.

D. $\frac{2R}{\sqrt{3}}$.

Lời giải

Chọn A.



Gọi M là trung điểm của OO' . Gọi A, B là giao điểm của mặt phẳng (α) và đường tròn (O) và H là hình chiếu của O trên $AB \Rightarrow AB \perp (MHO)$.

Trong mặt phẳng (MHO) kẻ $OK \perp MH$, $(K \in MH)$ khi đó góc giữa OO' và mặt phẳng (α) là góc $OMK = 30^\circ$.

Xét tam giác vuông MHO ta có $HO = OM \tan 30^\circ = R \tan 30^\circ = \frac{R\sqrt{3}}{3}$.

Xét tam giác vuông AHO ta có $AH = \sqrt{OA^2 - OH^2} = \sqrt{R^2 - \frac{R^2}{3}} = \frac{R\sqrt{2}}{\sqrt{3}}$.

Do H là trung điểm của AB nên $AB = \frac{2R\sqrt{2}}{\sqrt{3}}$.

Câu 43: [2H3-2] Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, cho mặt phẳng $(P): x + 2y - 2z + 3 = 0$, mặt phẳng $(Q): x - 3y + 5z - 2 = 0$. Cosin của góc giữa hai mặt phẳng (P) , (Q) là

A. $\frac{\sqrt{35}}{7}$.

B. $-\frac{\sqrt{35}}{7}$.

C. $\frac{5}{7}$.

D. $-\frac{5}{7}$.

Lời giải

Chọn A.

Ta có véc tơ pháp tuyến của mặt phẳng (P) là $\vec{n}_p = (1; 2; -2)$, véc tơ pháp tuyến của mặt phẳng (Q) là $\vec{n}_q = (1; -3; 5)$.

Gọi α là góc giữa hai mặt phẳng (P) , (Q) ta có

$$\cos \alpha = \frac{|\vec{n_P} \cdot \vec{n_Q}|}{|\vec{n_P}| |\vec{n_Q}|} = \frac{|1 \cdot 1 + 2 \cdot (-3) - 2 \cdot 5|}{\sqrt{1^2 + 2^2 + (-2)^2} \sqrt{1^2 + (-3)^2 + 5^2}} = \frac{15}{3\sqrt{35}} = \frac{\sqrt{35}}{7}.$$

Câu 44: [2D1-3] Cho hàm số $y = f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$ và có bảng biến thiên như sau

x	$-\infty$	0	2	$+\infty$	
y'	$+$	0	$-$	0	$+$
y	$-\infty$	-1	-2	$+\infty$	

Có bao nhiêu mệnh đề đúng trong số các mệnh đề sau đối với hàm số $g(x) = f(2-x) - 2$?

I. Hàm số $g(x)$ đồng biến trên khoảng $(-4; -2)$.

II. Hàm số $g(x)$ nghịch biến trên khoảng $(0; 2)$.

III. Hàm số $g(x)$ đạt cực tiểu tại điểm -2 .

IV. Hàm số $g(x)$ có giá trị cực đại bằng -3 .

A. 3.

B. 2.

C. 1.

D. 4.

Lời giải

Chọn C.

Từ bảng biến thiên ta có hàm số $y = f(x)$ có

$$f'(x) = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 0 \\ x = 2 \end{cases}, f'(x) > 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x < 0 \\ x > 2 \end{cases}, f'(x) < 0 \Leftrightarrow 0 < x < 2 \text{ và } f(0) = -1, f(2) = -2.$$

Xét hàm số $g(x) = f(2-x) - 2$ ta có $g'(x) = -f'(2-x)$.

$$\text{Giải phương trình } g'(x) = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} 2-x = 0 \\ 2-x = 2 \end{cases}.$$

Ta có

$$g'(x) > 0 \Leftrightarrow -f'(2-x) > 0 \Leftrightarrow f'(2-x) < 0 \Leftrightarrow 0 < 2-x < 2 \Leftrightarrow 0 < x < 2.$$

$$g'(x) < 0 \Leftrightarrow -f'(2-x) < 0 \Leftrightarrow f'(2-x) > 0 \Leftrightarrow \begin{cases} 2-x < 0 \\ 2-x > 2 \end{cases} \begin{cases} x > 2 \\ x < 0 \end{cases}.$$

$$g(0) = f(2-0) - 2 = f(2) - 2 = -4.$$

$$g(2) = f(2-2) - 2 = f(0) - 2 = -3.$$

Bảng biến thiên

x	$-\infty$	0	2	$+\infty$	
$g'(x)$	$+$	0	$-$	0	$+$
$g(x)$	$+\infty$	-4	-3	$-\infty$	

Từ bảng biến thiên ta có

Hàm số $g(x)$ đồng biến trên khoảng $(0; 2)$ nên I sai.

Hàm số $g(x)$ đồng biến trên khoảng $(-\infty; 0)$ và $(2; +\infty)$ nên II sai.

Hàm số $g(x)$ đạt cực tiểu tại $x = 2$ nên III sai.

Hàm số $g(x)$ đạt cực đại tại $x = 2$ và $g_{CD} = g(0)$ nên IV đúng.

Câu 45: [2H1-2] Một hình hộp chữ nhật $ABCD.A'B'C'D'$ có ba kích thước là 2 cm, 3 cm và 6 cm. Thể tích của khối tứ diện $ACB'D'$ bằng

A. 12 cm^3 .

B. 8 cm^3 .

C. 6 cm^3 .

D. 4 cm^3 .

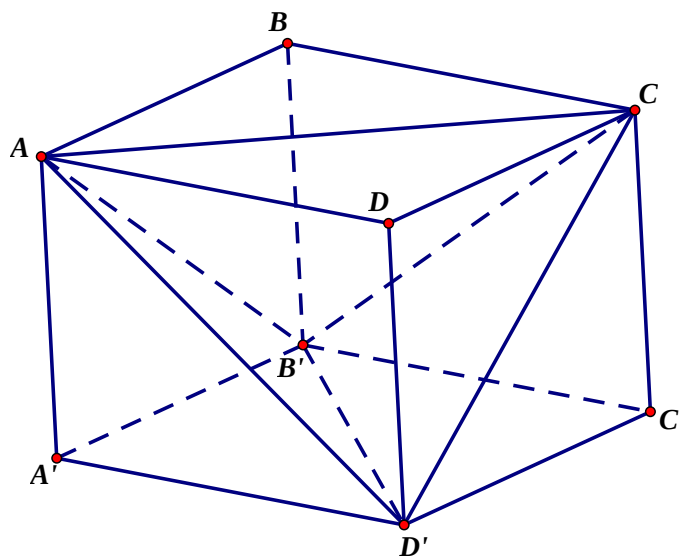
Lời giải

Chọn A.

Thể tích khối hộp chữ nhật $ABCD.A'B'C'D'$ là $V = 2.3.6 = 36 (\text{cm}^3)$.

Ta có $V_{A.A'B'D'} = V_{C.C'B'D'} = V_{D'.DAC} = V_{B'.BAC} = \frac{1}{6}V$.

Nên: $V_{ACB'D'} = V - (V_{A.A'B'D'} + V_{C.C'B'D'} + V_{D'.DAC} + V_{B'.BAC}) = V - \frac{4}{6}V = \frac{1}{3}V = \frac{1}{3}.36 = 12 (\text{cm}^3)$.



Câu 46: [1D2-3] Tập A gồm n phần tử ($n > 0$). Hỏi A có bao nhiêu tập con?

A. A_n^2 .

B. C_n^2 .

C. 2^n .

D. 3^n .

Lời giải

Chọn C.

Số tập con gồm k phần tử của tập A là C_n^k (với $0 \leq k \leq n$, $k \in \mathbb{N}$).

Số tất cả các tập con của tập A là:

$$C_n^0 + C_n^1 + C_n^2 + \dots + C_n^k + \dots + C_n^n = (1+1)^n = 2^n.$$

Câu 47: [2H3-3] Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho $M(3;4;5)$ và mặt phẳng $(P): x - y + 2z - 3 = 0$. Hình chiếu vuông góc của M lên mặt phẳng (P) là

A. $H(2;5;3)$.

B. $H(2;-3;-1)$.

C. $H(6;7;8)$.

D. $H(1;2;2)$.

Lời giải

Chọn A.

Phương trình đường thẳng d đi qua M và vuông góc với mặt phẳng (P) là:
$$\begin{cases} x = 3 + t \\ y = 4 - t \\ z = 5 + 2t \end{cases}$$

Hình chiếu vuông góc H của M lên mặt phẳng (P) có tọa độ là nghiệm $(x; y; z)$ của hệ

$$\text{phương trình: } \begin{cases} x = 3 + t \\ y = 4 - t \\ z = 5 + 2t \\ x - y + 2z - 3 = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 2 \\ y = 5 \\ z = 3 \\ t = -1 \end{cases}.$$

Suy ra $H(2; 5; 3)$.

Câu 48: [2D3-2] Số nghiệm của phương trình $2^{\log_5(x+3)} = x$ là:

A. 0.

B. 1.

C. 3.

D. 2.

Lời giải

Chọn B.

Đk: $x > -3$

Đặt $t = \log_5(x+3) \Rightarrow x = 5^t - 3$, phương trình đã cho trở thành

$$2^t = 5^t - 3 \Leftrightarrow 2^t + 3 = 5^t \Leftrightarrow \left(\frac{2}{5}\right)^t + 3 \cdot \left(\frac{1}{5}\right)^t = 1 \quad (1)$$

Dễ thấy hàm số $f(t) = \left(\frac{2}{5}\right)^t + 3 \cdot \left(\frac{1}{5}\right)^t$ nghịch biến trên $\mathbb{R}$ và $f(1) = 1$ nên phương trình (1) có nghiệm duy nhất $t = 1$.

Với $t = 1$, ta có $\log_5(x+3) = 1 \Leftrightarrow x = 2$

Vậy phương trình có nghiệm duy nhất $x = 2$.

Câu 49: [2H3-2] Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, cho $A(1; 2; 3); B(4; 2; 3); C(4; 5; 3)$. Diện tích mặt cầu nhận đường tròn ngoại tiếp tam giác ABC làm đường tròn lớn là:

A. 9π .

B. 36π .

C. 18π .

D. 72π .

Lời giải

Chọn C.

Ta có: $AB = 3; BC = 3; AC = 3\sqrt{2}$ nên tam giác ABC vuông cân tại B . Bán kính đường tròn ngoại tiếp tam giác ABC là $R = \frac{3\sqrt{2}}{2}$.

Diện tích mặt cầu cần tìm là: $S = 4\pi R^2 = 18\pi$.

Câu 50: [1D2-2] Từ một tập gồm 10 câu hỏi, trong đó có 4 câu lý thuyết và 6 câu bài tập, người ta cấu tạo thành các đề thi. Biết rằng trong một đề thi phải gồm 3 câu hỏi trong đó có ít nhất 1 câu lý thuyết và 1 câu hỏi bài tập. Hỏi có thể tạo được bao nhiêu đề như trên?

A. 60.

B. 96.

C. 36.

D. 100.

Lời giải

Chọn B.

TH1: chọn 2 câu lý thuyết và 1 câu bài tập có: $C_4^2 \cdot C_6^1$ cách.

TH2: chọn 1 câu lý thuyết và 2 câu bài tập có: $C_4^1 \cdot C_6^2$ cách.

Vậy số cách lập đề thỏa điều kiện bài toán là: 96 cách.