

**SỞ GD VÀ ĐT AN GIANG
TRƯỜNG THPT CHUYÊN
THOẠI NGỌC HẦU**

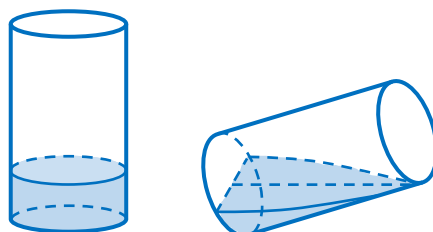
ĐỀ THI THỬ THPT QUỐC GIA NĂM HỌC 2016-2017

MÔN: TOÁN 12
(Thời gian làm bài 90 phút)

Họ và tên thí sinh:.....SBD:.....

Mã đề thi 132

Câu 1: [2D3-3] Có một cốc thủy tinh hình trụ, bán kính trong lòng đáy cốc là 6cm , chiều cao trong lòng cốc là 10cm đang đựng một lượng nước. Tính thể tích lượng nước trong cốc, biết khi nghiêng cốc nước vừa lúc khi nước chạm miệng cốc thì ở đáy mực nước trùng với đường kính đáy.



- A. 240cm^3 . B. $240\pi\text{cm}^3$. C. 120cm^3 . D. $120\pi\text{cm}^3$.

Câu 2: [1D2-3] Giả sử có khai triển $(1-2x)^n = a_0 + a_1x + a_2x^2 + \dots + a_nx^n$. Tìm a_5 biết $a_0 + a_1 + a_2 = 71$.

- A. -672 . B. 672 . C. 627 . D. -627 .

Câu 3: [2D3-1] Cho hàm số $y = f(x)$ liên tục trên đoạn $[a; b]$. Gọi D là hình phẳng giới hạn bởi đồ thị hàm số $y = f(x)$, trục hoành và hai đường thẳng $x = a$, $x = b$ ($a < b$). Diện tích hình phẳng D được tính bởi công thức.

- A. $S = \int_a^b f(x)dx$. B. $S = \pi \int_a^b f(x)dx$. C. $S = \int_a^b |f(x)|dx$. D. $S = \pi \int_a^b f^2(x)dx$.

Câu 4: [2D1-2] Cho hàm số $y = \frac{mx-2m-3}{x-m}$ với m là tham số. Gọi S là tập hợp tất cả các giá trị nguyên của m để hàm số đồng biến trên khoảng $(2; +\infty)$. Tìm số phần tử của S .

- A. 3. B. 4. C. 5. D. 1.

Câu 5: [2D2-1] Tập nghiệm của bất phương trình $3^{2x} > 3^{x+6}$ là:

- A. $(0; 64)$. B. $(-\infty; 6)$. C. $(6; +\infty)$. D. $(0; 6)$.

Câu 6: [2H3-1] Trong không gian $Oxyz$, cho mặt phẳng $(P): x - 2y + 3z - 1 = 0$. Mặt phẳng (P) có một vector pháp tuyến là

- A. $\vec{n} = (-2; 1; 3)$. B. $\vec{n} = (1; 3; -2)$. C. $\vec{n} = (1; -2; 1)$. D. $\vec{n} = (1; -2; 3)$.

Câu 7: [2D2-1] Với a là số thực dương khác 1. Mệnh đề nào dưới đây đúng với mọi số thực dương x, y ?

- A. $\log_a \frac{x}{y} = \log_a x - \log_a y$. B. $\log_a \frac{x}{y} = \log_a x + \log_a y$.
C. $\log_a \frac{x}{y} = \frac{\log_a x}{\log_a y}$. D. $\log_a \frac{x}{y} = \log_a (x - y)$.

Câu 8: [2H3-1] Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho ba điểm $M(3;0;0)$, $N(0;-2;0)$ và $P(0;0;2)$. Mặt phẳng (MNP) có phương trình là

- A. $\frac{x}{3} + \frac{y}{-2} + \frac{z}{2} = -1$. B. $\frac{x}{3} + \frac{y}{-2} + \frac{z}{2} = 0$. C. $\frac{x}{3} + \frac{y}{2} + \frac{z}{-2} = 1$. D. $\frac{x}{3} + \frac{y}{-2} + \frac{z}{2} = 1$.

Câu 9: [2H1-1] Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình vuông cạnh a , $SD = \frac{3a}{2}$, hình chiếu vuông góc của S trên mặt phẳng $(ABCD)$ là trung điểm của cạnh AB . Tính theo a thể tích khối chóp $S.ABCD$.

- A. $\frac{a^3}{2}$. B. $\frac{a^3}{3}$. C. $\frac{a^3}{4}$. D. $\frac{2a^3}{3}$.

Câu 10: [2D2-1] Tìm nghiệm của phương trình $\log_{64}(x+1) = \frac{1}{2}$.

- A. -1 . B. 4 . C. 7 . D. $-\frac{1}{2}$.

Câu 11: [2H3-3] Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho hai điểm $A(2;-3;2)$, $B(3;5;4)$. Tìm tọa độ điểm M trên trục Oz so cho $MA^2 + MB^2$ đạt giá trị nhỏ nhất.

- A. $M(0;0;49)$. B. $M(0;0;67)$. C. $M(0;0;3)$. D. $M(0;0;0)$.

Câu 12: [2D3-2] Cho $f(x)$, $g(x)$ là hai hàm số liên tục trên đoạn $[-1;1]$ và $f(x)$ là hàm số chẵn, $g(x)$ là hàm số lẻ. Biết $\int_0^1 f(x)dx = 5$; $\int_0^1 g(x)dx = 7$. Mệnh đề nào sau đây là sai?

- A. $\int_{-1}^1 f(x)dx = 10$. B. $\int_{-1}^1 [f(x) + g(x)]dx = 10$.
C. $\int_{-1}^1 [f(x) - g(x)]dx = 10$. D. $\int_{-1}^1 g(x)dx = 14$.

Câu 13: [1D2-2] Một người gọi điện thoại, quên hai chữ số cuối và chỉ nhớ rằng hai chữ số đó phân biệt. Tính xác suất để người đó gọi một lần đúng số cần gọi.

- A. $\frac{83}{90}$. B. $\frac{1}{90}$. C. $\frac{13}{90}$. D. $\frac{89}{90}$.

Câu 14: [2D2-2] Tập xác định của hàm số $y = \sqrt{\log_{\frac{1}{2}} \frac{2-x}{x+2}}$ là

- A. $(-2;2)$. B. $[0;2)$. C. $(0;2)$. D. $(-\infty;-2) \cup [0;2)$.

Câu 15: [2H2-3] Cắt hình nón bởi một mặt phẳng đi qua trục ta được một tam giác vuông cân có cạnh huyền bằng $a\sqrt{2}$. Thể tích của khối nón bằng

- A. $\frac{\pi a^3 \sqrt{2}}{4}$. B. $\frac{\pi a^3 \sqrt{7}}{3}$. C. $\frac{\pi a^3}{12}$. D. $\frac{\pi a^3 \sqrt{2}}{12}$.

Câu 16: [2D3-2] Cho $\int_1^2 \frac{1}{x^2+5x+6} dx = a \ln 2 + b \ln 3 + c \ln 5$ với a, b, c là các số nguyên. Mệnh đề nào dưới đây đúng?

- A. $a+b+c=4$. B. $a+b+c=-3$. C. $a+b+c=2$. D. $a+b+c=6$.

Câu 17: [2H1-1] Cho khối lăng trụ đứng $ABC.A'B'C'$ có $BB'=a$, đáy ABC là tam giác vuông cân tại B và $AC=a\sqrt{2}$. Tính thể tích V của khối lăng trụ đã cho.

- A. $V = \frac{a^3}{2}$. B. $V = \frac{a^3}{6}$. C. $V = \frac{a^3}{3}$. D. $V = a^3$.

Câu 18: [2D2-2] Số giá trị nguyên của tham số m trên đoạn $[-2018; 2018]$ để hàm số $y = \ln(x^2 - 2x - m + 1)$ có tập xác định là $\emptyset$.

- A. 2019. B. 2017. C. 2018. D. 1009.

Câu 19: [2D1-1] Cho hàm số $y = f(x)$ có bảng biến thiên như sau

x	$-\infty$	-1		1	$+\infty$	
y'		$-$	0	$+$	0	$-$
y	$+\infty$		0	4		$-\infty$

Hàm số đạt cực tiểu tại điểm

- A. $x=0$. B. $x=-1$. C. $x=4$. D. $x=1$.

Câu 20: [2D3-1] Họ nguyên hàm của hàm số $f(x) = 5x^4 + 2$ là

- A. $x^5 + 2x + C$. B. $\frac{1}{5}x^5 + 2x + C$. C. $10x + C$. D. $x^5 + 2$.

Câu 21: [1D2-1] Cho đa giác đều có 20 đỉnh. Số tam giác được tạo nên từ các đỉnh này là

- A. A_{20}^3 . B. $3!C_{20}^3$. C. 10^3 . D. C_{20}^3 .

Câu 22: [2H2-1] Cho khối nón có bán kính $r = \sqrt{5}$ và chiều cao $h = 3$. Tính thể tích V của khối nón.

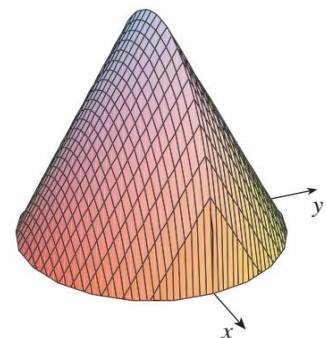
- A. $V = 9\pi\sqrt{5}$. B. $V = 3\pi\sqrt{5}$. C. $V = \pi\sqrt{5}$. D. $V = 5\pi$.

Câu 23: [2D1-1] Đồ thị của hàm số nào dưới đây có tiệm cận đứng

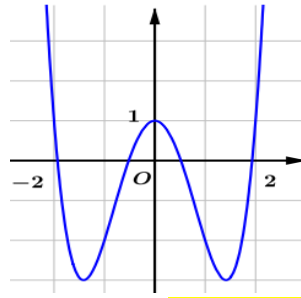
- A. $y = \frac{x+2}{x-1}$. B. $y = \frac{x^3}{x^2+2}$. C. $y = \sqrt{x^2+1}$. D. $y = \frac{x^2-5x+6}{x-2}$.

Câu 24: [2D3-2] Cho vật thể có mặt đáy là hình tròn có bán kính bằng 1 (hình vẽ). Khi cắt vật thể bởi mặt phẳng vuông góc với trục Ox tại điểm có hoành độ x ($-1 \leq x \leq 1$) thì được thiết diện là một tam giác đều. Tính thể tích V của vật thể đó.

- A. $V = \sqrt{3}$. B. $V = 3\sqrt{3}$. C. $V = \frac{4\sqrt{3}}{3}$. D. $V = \pi$.



Câu 25: [2D1-2] Đường cong trong hình bên là đồ thị của hàm số nào dưới đây



A. $y = x^4 - x^2 + 1.$

B. $y = x^4 - 4x^2 + 1.$

C. $y = -x^4 + 4x^2 + 1.$

D. $y = x^3 - 3x^2 + 2x + 1.$

Câu 26: [2H3-1] Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho mặt cầu $(S): (x-5)^2 + (y-1)^2 + (z+2)^2 = 16$. Tính bán kính của (S) .

A. 4.

B. 16.

C. 7.

D. 5.

Câu 27: [2H3-2] Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho điểm $M(3; -1; -2)$ và mặt phẳng $(P): 3x - y + 2z + 4 = 0$. Phương trình nào dưới đây là phương trình mặt phẳng đi qua M và song song với (P) ?

A. $(Q): 3x - y + 2z + 6 = 0.$

B. $(Q): 3x - y - 2z - 6 = 0.$

C. $(Q): 3x - y + 2z - 6 = 0.$

D. $(Q): 3x + y - 2z - 14 = 0.$

Câu 28: [2H1-3] Cho hình chóp $S.ABC$ có đáy ABC là tam giác vuông cân tại A , mặt bên SBC là tam giác đều cạnh a và mặt phẳng (SBC) vuông góc với mặt đáy. Tính theo a khoảng cách giữa hai đường thẳng SA và BC .

A. $\frac{a\sqrt{22}}{11}.$

B. $\frac{a\sqrt{4}}{3}.$

C. $\frac{a\sqrt{11}}{22}.$

D. $\frac{a\sqrt{3}}{4}.$

Câu 29: [2D2-1] Tính đạo hàm của hàm số $y = \log_3(3x+2)$.

A. $y' = \frac{3}{(3x+2)\ln 3}.$

B. $y' = \frac{1}{(3x+2)\ln 3}.$

C. $y' = \frac{1}{(3x+2)}.$

D. $y' = \frac{3}{(3x+2)}.$

Câu 30: [2D2-3] Hùng đang tiết kiệm để mua một cây guitar. Trong tuần đầu tiên, anh ta để dành 42 đô la, và trong mỗi tuần tiếp theo, anh ta đã thêm 8 đô la vào tài khoản tiết kiệm của mình. Cây guitar Hùng cần mua có giá 400 đô la. Hỏi vào tuần thứ bao nhiêu thì anh ấy có đủ tiền để mua cây guitar đó?

A. 47.

B. 45.

C. 44.

D. 46.

Câu 31: [1D1-3] Có bao nhiêu giá trị nguyên của tham số m để phương trình $\sin^6 x + \cos^6 x + 3\sin x \cos x - \frac{m}{4} + 2 = 0$ có nghiệm thực?

A. 13.

B. 15.

C. 7.

D. 9.

Câu 32: [2H1-1] Thể tích của khối lăng trụ có chiều cao h và diện tích đáy bằng B là:

A. $V = \frac{1}{3} Bh.$

B. $V = \frac{1}{2} Bh.$

C. $V = \frac{1}{6} Bh.$

D. $V = Bh.$

Câu 33: [2H3-2] Trong không gian $Oxyz$, tìm tất cả các giá trị của m để phương trình $x^2 + y^2 + z^2 + 4x - 2y + 2z + m = 0$ là phương trình của một mặt cầu.

- A. $m \leq 6$. B. $m < 6$. C. $m > 6$. D. $m \geq 6$.

Câu 34: [2H3-1] Trong không gian $Oxyz$, cho điểm $A(1; -2; 4)$. Hình chiếu vuông góc của A trên trục Oy là điểm

- A. $P(0; 0; 4)$. B. $Q(1; 0; 0)$. C. $N(0; -2; 0)$. D. $M(0; -2; 4)$.

Câu 35: [1D4-1] $\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{1-x}{3x+2}$ bằng:

- A. $\frac{1}{3}$. B. $\frac{1}{2}$. C. $-\frac{1}{3}$. D. $-\frac{1}{2}$.

Câu 36: [1D5-3] Gọi $M(x_M; y_M)$ là một điểm thuộc $(C): y = x^3 - 3x^2 + 2$, biết tiếp tuyến của (C) tại M cắt (C) tại điểm $N(x_N; y_N)$ (khác M) sao cho $P = 5x_M^2 + x_N^2$ đạt giá trị nhỏ nhất. Tính OM .

- A. $OM = \frac{5\sqrt{10}}{27}$. B. $OM = \frac{7\sqrt{10}}{27}$. C. $OM = \frac{\sqrt{10}}{27}$. D. $OM = \frac{10\sqrt{10}}{27}$.

Câu 37: [2H2-2] Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy là hình vuông cạnh $2\sqrt{2}$, cạnh bên SA vuông góc với mặt phẳng đáy và $SA = 3$. Mặt phẳng (α) qua A và vuông góc với SC cắt cạnh SB , SC , SD lần lượt tại các điểm M , N , P . Thể tích V của khối cầu ngoại tiếp tứ diện $CMNP$.

- A. $V = \frac{125\pi}{6}$. B. $V = \frac{32\pi}{3}$. C. $V = \frac{108\pi}{3}$. D. $V = \frac{64\sqrt{2}\pi}{3}$.

Câu 38: [2D3-3] Cho hàm số f liên tục, $f(x) > -1$, $f(0) = 0$ và thỏa $f'(x)\sqrt{x^2+1} = 2x\sqrt{f(x)+1}$. Tính $f(\sqrt{3})$.

- A. 0. B. 3. C. 7. D. 9.

Câu 39: [2D2-1] Tìm tập xác định D của hàm số $y = (x^2 - x - 2)^{-3}$.

- A. $D = (-\infty; -1) \cup (2; +\infty)$. B. $D = \mathbb{R} \setminus \{-1; 2\}$. C. $D = \mathbb{R}$. D. $D = (0; +\infty)$.

Câu 40: [2D3-4] Cho hàm số $f(x)$ có đạo hàm liên tục thỏa mãn $f\left(\frac{\pi}{2}\right) = 0$, $\int_{\frac{\pi}{2}}^{\pi} [f'(x)]^2 dx = \frac{\pi}{4}$ và

$$\int_{\frac{\pi}{2}}^{\pi} \cos x f(x) dx = \frac{\pi}{4}. \text{ Tính } f(2018\pi).$$

- A. -1. B. 0. C. $\frac{1}{2}$. D. 1.

Câu 41: [2D1-3] Có bao nhiêu giá trị nguyên của tham số m để giá trị lớn nhất của hàm số $y = \frac{m \sin x + 1}{\cos x + 2}$ nhỏ hơn 2.

- A. 5. B. 3. C. 4. D. 6.

Câu 42: [2D1-2] Một vật chuyển động theo quy luật $s = -\frac{1}{3}t^3 + 6t^2$ với t (giây) là khoảng thời gian tính từ khi vật bắt đầu chuyển động và s (mét) là quãng đường vật di chuyển được trong khoảng thời gian đó. Hỏi trong khoảng thời gian 7 giây, kể từ khi bắt đầu chuyển động, vận tốc lớn nhất của vật đạt được bằng bao nhiêu?

- A. 180(m/s). B. 36(m/s). C. 144(m/s). D. 24(m/s).

Câu 43: [2D3-2] Tích phân $\int_0^4 \frac{1}{\sqrt{2x+1}} dx$ bằng

- A. $\sqrt{2}$. B. 3. C. 2. D. $\sqrt{5}$.

Câu 44: [2D3-2] Cho f là hàm số liên tục thỏa $\int_0^1 f(x) dx = 7$. Tính $I = \int_0^{\frac{\pi}{2}} \cos x \cdot f(\sin x) dx$.

- A. 1. B. 9. C. 3. D. 7.

Câu 45: [2D1-2] Cho hàm số $y = f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R} \setminus \{1\}$ và có bảng biến thiên như sau:

x	$-\infty$	-2	1	2	$+\infty$	
y'	$-$	0	$+$	$+$	0	$-$
y	$+\infty$	2	$+\infty$	3	$-\infty$	$-\infty$

Đồ thị hàm số $y = \frac{1}{2f(x)-5}$ có bao nhiêu đường tiệm cận đứng?

- A. 0. B. 4. C. 2. D. 1.

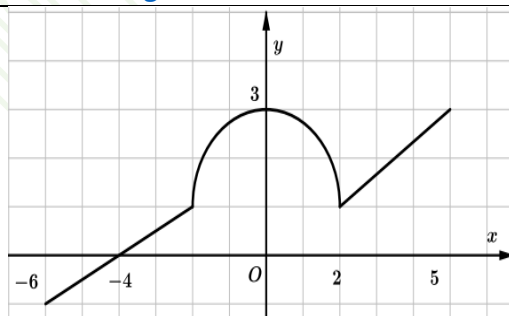
Câu 46: [2H3-2] Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, phương trình nào dưới đây là phương trình mặt cầu có tâm $I(1; 2; -1)$ và tiếp xúc với mặt phẳng $(P): x - 2y - 2z - 8 = 0$?

- A. $(x+1)^2 + (y+2)^2 + (z-1)^2 = 9$. B. $(x-1)^2 + (y-2)^2 + (z+1)^2 = 9$.
C. $(x+1)^2 + (y+2)^2 + (z-1)^2 = 3$. D. $(x-1)^2 + (y-2)^2 + (z+1)^2 = 3$.

Câu 47: [2H2-3] Cho lăng trụ $ABCD.A'B'C'D'$ có đáy $ABCD$ là hình chữ nhật với $AB = \sqrt{6}$, $AD = \sqrt{3}$, $A'C = 3$ và mặt phẳng $(AA'C'C)$ vuông góc với mặt đáy. Biết hai mặt phẳng $(AA'C'C)$, $(AA'B'B)$ tạo với nhau góc α thỏa mãn $\tan \alpha = \frac{3}{4}$. Thể tích khối lăng trụ $ABCD.A'B'C'D'$ bằng?

- A. $V = 8$. B. $V = 12$. C. $V = 10$. D. $V = 6$.

Câu 48: [2D3-3] Cho hàm số f liên tục trên đoạn $[-6; 5]$, có đồ thị gồm hai đoạn thẳng và nửa đường tròn như hình vẽ. Tính giá trị $I = \int_{-6}^5 [f(x) + 2] dx$.

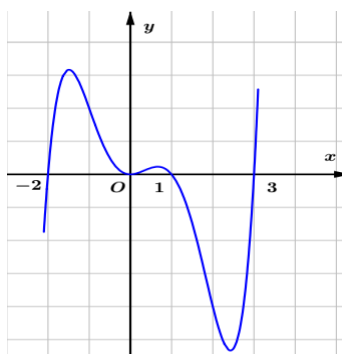


- A. $I = 2\pi + 35$. B. $I = 2\pi + 34$. C. $I = 2\pi + 33$. D. $I = 2\pi + 32$.

Câu 49: [2H2-2] Trong không gian cho tam giác ABC vuông tại A có $AB = \sqrt{3}$ và $\angle ACB = 30^\circ$. Tính thể tích V của khối nón nhận được khi quay tam giác ABC quanh cạnh AC .

- A. $V = 5\pi$. B. $V = 9\pi$. C. $V = 3\pi$. D. $V = 2\pi$.

Câu 50: [2D1-3] Cho hàm số $y = f(x)$. Đồ thị của hàm số $y = f'(x)$ như hình bên.



Hàm số $g(x) = f(x^2)$ có bao nhiêu điểm cực trị?

- A. 4. B. 3. C. 5. D. 2.

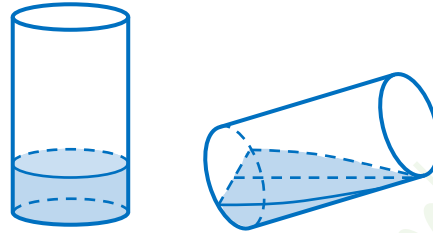
---HẾT---

BẢNG ĐÁP ÁN

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20	21	22	23	24	25
A	A	C	A	C	D	A	D	B	C	C	D	B	B	D	C	A	C	B	D	D	A	C	B	A
26	27	28	29	30	31	32	33	34	35	36	37	38	39	40	41	42	43	44	45	46	47	48	49	50
C	D	A	D	A	A	D	B	C	C	D	B	B	B	D	A	B	V	D	B	B	A	D	C	C

HƯỚNG DẪN GIẢI

Câu 1: [2D3-3] Có một cốc thủy tinh hình trụ, bán kính trong lòng đáy cốc là 6cm , chiều cao trong lòng cốc là 10cm đang đựng một lượng nước. Tính thể tích lượng nước trong cốc, biết khi nghiêng cốc nước vừa lúc khi nước chạm miệng cốc thì ở đáy mực nước trùng với đường kính đáy.



A. 240cm^3 .

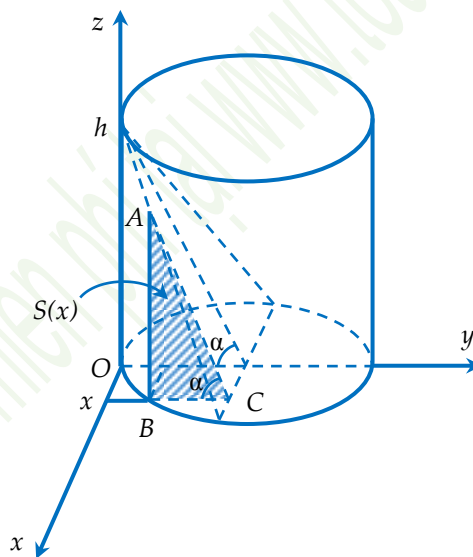
B. $240\pi\text{cm}^3$.

C. 120cm^3 .

D. $120\pi\text{cm}^3$.

Lời giải

Chọn A.



Đặt $R = 6\text{ (cm)}$, $h = 10\text{ (cm)}$. Gán hệ trục tọa độ như hình vẽ.

Một mặt phẳng tùy ý vuông góc với trục Ox tại điểm x ($-6 \leq x \leq 6$) cắt vật thể theo thiết diện có diện tích là $S(x)$.

Ta thấy thiết diện đó là một tam giác vuông, giả sử là tam giác ABC vuông tại B như trong hình vẽ.

$$\text{Ta có } S(x) = S_{ABC} = \frac{1}{2} AB \cdot BC = \frac{1}{2} BC^2 \tan \alpha = \frac{1}{2} (R^2 - x^2) \frac{h}{R} = \frac{5(36 - x^2)}{6}.$$

$$\text{Vậy thể tích lượng nước trong cốc là } V = \int_{-6}^6 S(x) dx = \int_{-6}^6 \frac{5(36 - x^2)}{6} dx = 240 (\text{cm}^3).$$

Câu 2: [1D2-3] Giả sử có khai triển $(1-2x)^n = a_0 + a_1x + a_2x^2 + \dots + a_nx^n$. Tìm a_5 biết $a_0 + a_1 + a_2 = 71$.

A. -672 .

B. 672 .

C. 627 .

D. -627 .

Lời giải

Chọn A.

Ta có $(1-2x)^n = \sum_{k=0}^n C_n^k (-2x)^k$. Vậy $a_0 = 1$; $a_1 = -2C_n^1$; $a_2 = 4C_n^2$.

Theo bài ra $a_0 + a_1 + a_2 = 71$ nên ta có:

$$1 - 2C_n^1 + 4C_n^2 = 71 \Leftrightarrow 1 - 2 \frac{n!}{1!(n-1)!} + 4 \frac{n!}{2!(n-2)!} = 71 \Leftrightarrow 1 - 2n + 2n(n-1) = 71$$

$$\Leftrightarrow 2n^2 - 4n - 70 = 0 \Leftrightarrow n^2 - 2n - 35 = 0 \Leftrightarrow n = 7 \text{ (thỏa mãn) hoặc } n = -5 \text{ (loại)}.$$

$$\text{Từ đó ta có } a_5 = C_7^5 (-2)^5 = -672.$$

Câu 3: **[2D3-1]** Cho hàm số $y = f(x)$ liên tục trên đoạn $[a; b]$. Gọi D là hình phẳng giới hạn bởi đồ thị hàm số $y = f(x)$, trục hoành và hai đường thẳng $x = a$, $x = b$ ($a < b$). Diện tích hình phẳng D được tính bởi công thức.

A. $S = \int_a^b f(x) dx$. **B.** $S = \pi \int_a^b f(x) dx$. **C.** $S = \int_a^b |f(x)| dx$. **D.** $S = \pi \int_a^b f^2(x) dx$.

Lời giải

Chọn C.

$$\text{Ta có } S = \int_a^b |f(x)| dx.$$

Câu 4: **[2D1-2]** Cho hàm số $y = \frac{mx - 2m - 3}{x - m}$ với m là tham số. Gọi S là tập hợp tất cả các giá trị nguyên của m để hàm số đồng biến trên khoảng $(2; +\infty)$. Tìm số phần tử của S .

A. 3. **B.** 4. **C.** 5. **D.** 1.

Lời giải

Chọn A.

$$\text{Ta có } y' = \frac{-m^2 + 2m + 3}{(x - m)^2}.$$

$$\text{Hàm số đồng biến trên khoảng } (2; +\infty) \Leftrightarrow \begin{cases} -m^2 + 2m + 3 > 0 \\ m \leq 2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} -1 < m < 3 \\ m \leq 2 \end{cases} \Leftrightarrow -1 < m \leq 2.$$

$$\text{Vậy } S = \{0; 1; 2\}.$$

Câu 5: **[2D2-1]** Tập nghiệm của bất phương trình $3^{2x} > 3^{x+6}$ là:

A. $(0; 64)$. **B.** $(-\infty; 6)$. **C.** $(6; +\infty)$. **D.** $(0; 6)$.

Lời giải

Chọn C.

$$\text{Ta có } 3^{2x} > 3^{x+6} \Leftrightarrow 2x > x + 6 \Leftrightarrow x > 6.$$

$$\text{Vậy tập nghiệm của bất phương trình là } (6; +\infty).$$

Câu 6: **[2H3-1]** Trong không gian $Oxyz$, cho mặt phẳng $(P): x - 2y + 3z - 1 = 0$. Mặt phẳng (P) có một vectơ pháp tuyến là

A. $\vec{n} = (-2; 1; 3)$. **B.** $\vec{n} = (1; 3; -2)$. **C.** $\vec{n} = (1; -2; 1)$. **D.** $\vec{n} = (1; -2; 3)$.

Lời giải

Chọn D.

Mặt phẳng (P) có một vector pháp tuyến là $\vec{n} = (1; -2; 3)$.

Câu 7: [2D2-1] Với a là số thực dương khác 1. Mệnh đề nào dưới đây đúng với mọi số thực dương x, y ?

A. $\log_a \frac{x}{y} = \log_a x - \log_a y$.

B. $\log_a \frac{x}{y} = \log_a x + \log_a y$.

C. $\log_a \frac{x}{y} = \frac{\log_a x}{\log_a y}$.

D. $\log_a \frac{x}{y} = \log_a (x - y)$.

Lời giải

Chọn A.

Ta có: $\log_a \frac{x}{y} = \log_a x - \log_a y$.

Câu 8: [2H3-1] Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho ba điểm $M(3; 0; 0)$, $N(0; -2; 0)$ và $P(0; 0; 2)$. Mặt phẳng (MNP) có phương trình là

A. $\frac{x}{3} + \frac{y}{-2} + \frac{z}{2} = -1$.

B. $\frac{x}{3} + \frac{y}{-2} + \frac{z}{2} = 0$.

C. $\frac{x}{3} + \frac{y}{2} + \frac{z}{-2} = 1$.

D. $\frac{x}{3} + \frac{y}{-2} + \frac{z}{2} = 1$.

Lời giải

Chọn D.

Mặt phẳng (MNP) có phương trình là $\frac{x}{3} + \frac{y}{-2} + \frac{z}{2} = 1$.

Câu 9: [2H1-1] Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình vuông cạnh a , $SD = \frac{3a}{2}$, hình chiếu vuông góc của S trên mặt phẳng $(ABCD)$ là trung điểm của cạnh AB . Tính theo a thể tích khối chóp $S.ABCD$.

A. $\frac{a^3}{2}$.

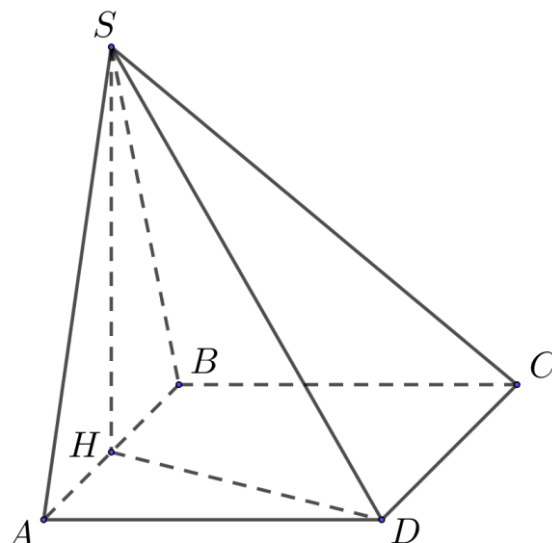
B. $\frac{a^3}{3}$.

C. $\frac{a^3}{4}$.

D. $\frac{2a^3}{3}$.

Lời giải

Chọn B.



Gọi H là trung điểm $AB \Rightarrow SH \perp (ABCD)$.

$$\text{Ta có: } SH = \sqrt{SD^2 - HD^2} = \sqrt{SD^2 - (AH^2 + AD^2)} = \sqrt{\frac{9a^2}{4} - \left(\frac{a^2}{4} + a^2\right)} = a.$$

$$\text{Vậy: } V_{S.ABCD} = \frac{1}{3} S_{ABCD} \cdot SH = \frac{a^3}{3}.$$

Câu 10: [2D2-1] Tìm nghiệm của phương trình $\log_{64}(x+1) = \frac{1}{2}$.

A. -1.

B. 4.

C. 7.

D. $-\frac{1}{2}$.

Lời giải

Chọn C.

Điều kiện: $x \geq -1$.

$$\text{Ta có: } \log_{64}(x+1) = \frac{1}{2} \Leftrightarrow x+1 = 8 \Leftrightarrow x = 7 \text{ (thỏa điều kiện).}$$

Câu 11: [2H3-3] Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho hai điểm $A(2; -3; 2)$, $B(3; 5; 4)$. Tìm tọa độ điểm M trên trục Oz so cho $MA^2 + MB^2$ đạt giá trị nhỏ nhất.

A. $M(0; 0; 49)$.

B. $M(0; 0; 67)$.

C. $M(0; 0; 3)$.

D. $M(0; 0; 0)$.

Lời giải

Chọn C.

$$\text{Gọi } I \text{ là trung điểm của } AB \Rightarrow I\left(\frac{5}{2}; 1; 3\right).$$

$$\text{Ta có: } MA^2 + MB^2 = \overrightarrow{MA}^2 + \overrightarrow{MB}^2 = (\overrightarrow{MI} + \overrightarrow{IA})^2 + (\overrightarrow{MI} + \overrightarrow{IB})^2 = 2MI^2 + IA^2 + IB^2.$$

$IA^2 + IB^2$ không đổi nên $MA^2 + MB^2$ đạt giá trị nhỏ nhất khi MI đạt giá trị nhỏ nhất.

$\Rightarrow M$ là hình chiếu của I trên trục Oz .

$$\Rightarrow M(0; 0; 3).$$

Câu 12: [2D3-2] Cho $f(x)$, $g(x)$ là hai hàm số liên tục trên đoạn $[-1; 1]$ và $f(x)$ là hàm số chẵn,

$g(x)$ là hàm số lẻ. Biết $\int_0^1 f(x) dx = 5$; $\int_0^1 g(x) dx = 7$. Mệnh đề nào sau đây là sai?

A. $\int_{-1}^1 f(x) dx = 10$.

B. $\int_{-1}^1 [f(x) + g(x)] dx = 10$.

C. $\int_{-1}^1 [f(x) - g(x)] dx = 10$.

D. $\int_{-1}^1 g(x) dx = 14$.

Lời giải

Chọn D.

$$\text{Vì } f(x) \text{ là hàm số chẵn nên } \int_{-1}^1 f(x) dx = 2 \int_0^1 f(x) dx = 2 \cdot 5 = 10.$$

$$\text{Vì } g(x) \text{ là hàm số lẻ nên } \int_{-1}^1 g(x) dx = 0.$$

$$\Rightarrow \int_{-1}^1 [f(x) + g(x)] dx = 10 \text{ và } \int_{-1}^1 [f(x) - g(x)] dx = 10.$$

Câu 13: [1D2-2] Một người gọi điện thoại, quên hai chữ số cuối và chỉ nhớ rằng hai chữ số đó phân biệt. Tính xác suất để người đó gọi một lần đúng số cần gọi.

A. $\frac{83}{90}$.

B. $\frac{1}{90}$.

C. $\frac{13}{90}$.

D. $\frac{89}{90}$.

Lời giải

Chọn B.

Gọi $A = \{0; 1; 2; \dots; 9\}$.

Gọi $\overline{ab}$ là hai chữ số cuối của số điện thoại ($a \neq b$).

Số phần tử không gian mẫu là: $n(\Omega) = A_{10}^2 = 90$.

Gọi A là biến cố “Người đó gọi một lần đúng số cần gọi” $\Rightarrow n(A) = 1$.

Vậy xác suất để người đó gọi một lần đúng số cần gọi là: $P(A) = \frac{n(A)}{n(\Omega)} = \frac{1}{90}$.

Câu 14: [2D2-2] Tập xác định của hàm số $y = \sqrt{\log_{\frac{1}{2}} \frac{2-x}{x+2}}$ là

A. $(-2; 2)$.

B. $[0; 2)$.

C. $(0; 2)$.

D. $(-\infty; -2) \cup [0; 2)$.

Lời giải

Chọn B.

$$\text{Hàm số xác định khi } \begin{cases} \frac{2-x}{x+2} > 0 \\ \log_{\frac{1}{2}} \frac{2-x}{x+2} \geq 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} -2 < x < 2 \\ \frac{2-x}{x+2} \leq 1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} -2 < x < 2 \\ \frac{-2x}{x+2} \leq 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} -2 < x < 2 \\ \begin{cases} x < -2 \\ x \geq 0 \end{cases} \end{cases} \Leftrightarrow 0 \leq x < 2.$$

Câu 15: [2H2-3] Cắt hình nón bởi một mặt phẳng đi qua trục ta được một tam giác vuông cân có cạnh huyền bằng $a\sqrt{2}$. Thể tích của khối nón bằng

A. $\frac{\pi a^3 \sqrt{2}}{4}$.

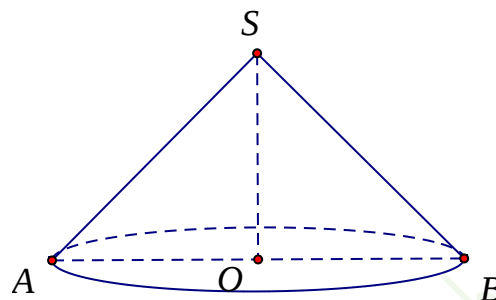
B. $\frac{\pi a^3 \sqrt{7}}{3}$.

C. $\frac{\pi a^3}{12}$.

D. $\frac{\pi a^3 \sqrt{2}}{12}$.

Lời giải

Chọn D.



Ta có: $\triangle SAB$ vuông cân tại S và $AB = a\sqrt{2} \Rightarrow SO = OB = \frac{a\sqrt{2}}{2}$.

Vậy thể tích của khối nón là: $V = \frac{1}{3} \cdot \pi \cdot OB^2 \cdot SO = \frac{1}{3} \cdot \pi \cdot \left(\frac{a\sqrt{2}}{2} \right)^2 = \frac{\pi a^2 \sqrt{2}}{12}$.

Câu 16: [2D3-2] Cho $\int_1^2 \frac{1}{x^2 + 5x + 6} dx = a \ln 2 + b \ln 3 + c \ln 5$ với a, b, c là các số nguyên. Mệnh đề nào dưới đây đúng?

- A. $a+b+c=4$. B. $a+b+c=-3$. C. $a+b+c=2$. D. $a+b+c=6$.

Lời giải

Chọn C.

Ta có: $\int_1^2 \frac{1}{x^2 + 5x + 6} dx = \int_1^2 \left(\frac{1}{x+2} + \frac{-1}{x+3} \right) dx = (\ln|x+2| - \ln|x+3|) \Big|_1^2$
 $= (\ln 4 - \ln 5) - (\ln 3 - \ln 4) = 2 \ln 4 - \ln 3 - \ln 5 = 4 \ln 2 - \ln 3 - \ln 5$.

Vậy $a+b+c=4+(-1)+(-1)=2$.

Câu 17: [2H1-1] Cho khối lăng trụ đứng $ABC.A'B'C'$ có $BB'=a$, đáy ABC là tam giác vuông cân tại B và $AC=a\sqrt{2}$. Tính thể tích V của khối lăng trụ đã cho.

- A. $V = \frac{a^3}{2}$. B. $V = \frac{a^3}{6}$. C. $V = \frac{a^3}{3}$. D. $V = a^3$.

Lời giải

Chọn A.

Tam giác ABC vuông cân tại B nên $AB = \frac{AC}{\sqrt{2}} = a$.

Thể tích khối lăng trụ bằng $V_{ABC.A'B'C'} = BB' \cdot S_{ABC} = a \cdot \frac{a \cdot a}{2} = \frac{a^3}{2}$.

Câu 18: [2D2-2] Số giá trị nguyên của tham số m trên đoạn $[-2018; 2018]$ để hàm số $y = \ln(x^2 - 2x - m + 1)$ có tập xác định là $\mathbb{R}$.

- A. 2019. B. 2017. C. 2018. D. 1009.

Lời giải

Chọn C.

Điều kiện xác định: $x^2 - 2x - m + 1 > 0 \Leftrightarrow (x-1)^2 > m \quad \forall x \in \mathbb{R}$. Suy ra $m < 0$.

Số giá trị nguyên của tham số m thuộc đoạn $[-2018; 2018]$ là 2018 số.

Câu 19: [2D1-1] Cho hàm số $y = f(x)$ có bảng biến thiên như sau

x	$-\infty$	-1		1		$+\infty$
y'		$-$	0	$+$	0	$-$
y	$+\infty$				4	
			0			$-\infty$

Hàm số đạt cực tiểu tại điểm

- A. $x=0$. B. $x=-1$. C. $x=4$. D. $x=1$.

Lời giải

Chọn B.

Câu 20: [2D3-1] Họ nguyên hàm của hàm số $f(x) = 5x^4 + 2$ là

A. $x^5 + 2x + C$.

B. $\frac{1}{5}x^5 + 2x + C$.

C. $10x + C$.

D. $x^5 + 2$.

Lời giải

Chọn A.

Ta có: $\int f(x) dx = \int (5x^4 + 2) dx = x^5 + 2x + C$.

Câu 21: [1D2-1] Cho đa giác đều có 20 đỉnh. Số tam giác được tạo nên từ các đỉnh này là

A. A_{20}^3 .

B. $3!C_{20}^3$.

C. 10^3 .

D. C_{20}^3 .

Lời giải

Chọn D.

Số tam giác bằng với số cách chọn 3 phần tử trong 20 phần tử. Do đó có C_{20}^3 tam giác.

Câu 22: [2H2-1] Cho khối nón có bán kính $r = \sqrt{5}$ và chiều cao $h = 3$. Tính thể tích V của khối nón.

A. $V = 9\pi\sqrt{5}$.

B. $V = 3\pi\sqrt{5}$.

C. $V = \pi\sqrt{5}$.

D. $V = 5\pi$.

Lời giải

Chọn D.

Thể tích V của khối nón là: $V = \frac{1}{3}\pi r^2 h = \frac{1}{3}\pi 5 \cdot 3 = 5\pi$.

Câu 23: [2D1-1] Đồ thị của hàm số nào dưới đây có tiệm cận đứng

A. $y = \frac{x+2}{x-1}$.

B. $y = \frac{x^3}{x^2+2}$.

C. $y = \sqrt{x^2+1}$.

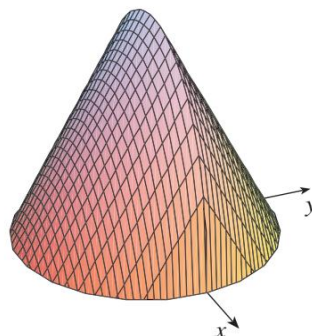
D. $y = \frac{x^2-5x+6}{x-2}$.

Lời giải

Chọn A.

Ta có $\lim_{x \rightarrow 1^+} \frac{x+2}{x-1} = +\infty$ và $\lim_{x \rightarrow 1^-} \frac{x+2}{x-1} = -\infty$ nên đồ thị của hàm số $y = \frac{x+2}{x-1}$ có tiệm cận đứng là đường thẳng $x=1$.

Câu 24: [2D3-2] Cho vật thể có mặt đáy là hình tròn có bán kính bằng 1 (hình vẽ). Khi cắt vật thể bởi mặt phẳng vuông góc với trục Ox tại điểm có hoành độ x ($-1 \leq x \leq 1$) thì được thiết diện là một tam giác đều. Tính thể tích V của vật thể đó.



A. $V = \sqrt{3}$.

B. $V = 3\sqrt{3}$.

C. $V = \frac{4\sqrt{3}}{3}$.

D. $V = \pi$.

Lời giải

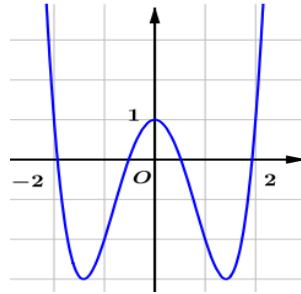
Chọn C.

Tại vị trí có hoành độ x ($-1 \leq x \leq 1$) thì tam giác thiết diện có cạnh là $2\sqrt{1-x^2}$.

Do đó tam giác thiết diện có diện tích $S(x) = \left(2\sqrt{1-x^2}\right)^2 \frac{\sqrt{3}}{4} = \sqrt{3}(1-x^2)$.

Vậy thể tích V của vật thể là: $\int_{-1}^1 \sqrt{3}(1-x^2) dx = \frac{4\sqrt{3}}{3}$.

Câu 25: [2D1-2] Đường cong trong hình bên là đồ thị của hàm số nào dưới đây



A. $y = x^4 - x^2 + 1$.

B. $y = x^4 - 4x^2 + 1$.

C. $y = -x^4 + 4x^2 + 1$.

D. $y = x^3 - 3x^2 + 2x + 1$.

Lời giải

Chọn B.

Đây là đồ thị hàm số bậc 4 trùng phương có 3 cực trị và có $a > 0 \Rightarrow$ loại C, loại D.

Nhìn vào điểm cực tiểu x_0 của hàm số thấy $|x_0| > 1 \Rightarrow$ loại A.

Câu 26: [2H3-1] Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho mặt cầu $(S): (x-5)^2 + (y-1)^2 + (z+2)^2 = 16$. Tính bán kính của (S) .

A. 4.

B. 16.

C. 7.

D. 5.

Lời giải

Chọn A.

Ta có $R = \sqrt{16} = 4$.

Câu 27: [2H3-2] Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho điểm $M(3; -1; -2)$ và mặt phẳng $(P): 3x - y + 2z + 4 = 0$. Phương trình nào dưới đây là phương trình mặt phẳng đi qua M và song song với (P) ?

A. $(Q): 3x - y + 2z + 6 = 0$.

B. $(Q): 3x - y - 2z - 6 = 0$.

C. $(Q): 3x - y + 2z - 6 = 0$.

D. $(Q): 3x + y - 2z - 14 = 0$.

Lời giải

Chọn C.

Vì $(Q) \parallel (P)$ nên $(Q): 3x - y + 2z + m = 0$ ($m \neq 4$)

Mà $M(3; -1; -2) \in (P) \Rightarrow m = -6$ (thỏa mãn).

Vậy $(Q): 3x - y + 2z - 6 = 0$.

Câu 28: [2H1-3] Cho hình chóp $S.ABC$ có đáy ABC là tam giác vuông cân tại A , mặt bên SBC là tam giác đều cạnh a và mặt phẳng (SBC) vuông góc với mặt đáy. Tính theo a khoảng cách giữa hai đường thẳng SA và BC .

A. $\frac{a\sqrt{22}}{11}$.

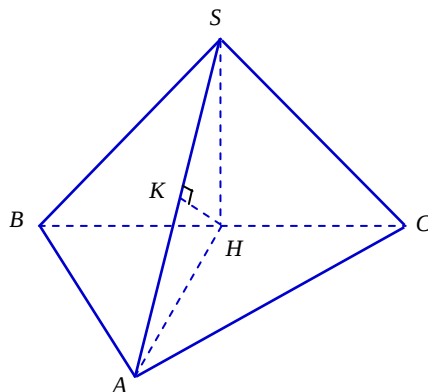
B. $\frac{a\sqrt{4}}{3}$.

C. $\frac{a\sqrt{11}}{22}$.

D. $\frac{a\sqrt{3}}{4}$.

Lời giải

Chọn D.



Gọi H là trung điểm $BC \Rightarrow SH \perp BC \Rightarrow SH \perp (ABC)$

Ta có $\left. \begin{array}{l} BC \perp SH \\ BC \perp AH \end{array} \right\} \Rightarrow BC \perp (SHA).$

Trong (SHA) kẻ $HK \perp SA$ ($K \in SA$) (1)

Mà $BC \perp (SHA) \Rightarrow BC \perp HK$ (2)

Từ (1) và suy ra HK là đoạn vuông góc chung của SA và $BC \Rightarrow d(SA, BC) = HK$

Tam giác vuông SHA có $\frac{1}{HK^2} = \frac{1}{SH^2} + \frac{1}{AH^2} = \frac{1}{\left(\frac{a\sqrt{3}}{2}\right)^2} + \frac{1}{\left(\frac{a}{2}\right)^2} = \frac{16}{3a^2} \Rightarrow HK = \frac{a\sqrt{3}}{4}$

Vậy $d(SA, BC) = \frac{a\sqrt{3}}{4}$.

Câu 29: [2D2-1] Tính đạo hàm của hàm số $y = \log_3(3x+2)$.

A. $y' = \frac{3}{(3x+2)\ln 3}$

B. $y' = \frac{1}{(3x+2)\ln 3}$

C. $y' = \frac{1}{(3x+2)}$

D. $y' = \frac{3}{(3x+2)}$

Lời giải

Chọn A.

Ta có $y' = \frac{3}{(3x+2)\ln 3}$.

Câu 30: [2D2-3] Hùng đang tiết kiệm để mua một cây guitar. Trong tuần đầu tiên, anh ta để dành 42 đô la, và trong mỗi tuần tiếp theo, anh ta đã thêm 8 đô la vào tài khoản tiết kiệm của mình. Cây guitar Hùng cần mua có giá 400 đô la. Hỏi vào tuần thứ bao nhiêu thì anh ấy có đủ tiền để mua cây guitar đó?

A. 47.

B. 45.

C. 44.

D. 46.

Lời giải

Chọn D.

Gọi n là số tuần anh ta đã thêm 8 đô la vào tài khoản tiết kiệm của mình

Số tiền anh ta tiết kiệm được sau n tuần đó là $S = 42 + 8n$

Theo bài ra $S = 42 + 8n \geq 400 \Leftrightarrow n \geq 44.75 \Rightarrow n = 45$

Vậy kể cả tuần đầu thì tuần thứ 46 anh ta có đủ tiền để mua cây guitar đó

Câu 31: [1D1-3] Có bao nhiêu giá trị nguyên của tham số m để phương trình

$$\sin^6 x + \cos^6 x + 3\sin x \cos x - \frac{m}{4} + 2 = 0 \text{ có nghiệm thực?}$$

A. 13.

B. 15.

C. 7.

D. 9.

Lời giải

Chọn A.

$$\text{Ta có } \sin^6 x + \cos^6 x + 3\sin x \cos x - \frac{m}{4} + 2 = 0 \Leftrightarrow 1 - 3\sin^2 x \cos^2 x + 3\sin x \cos x - \frac{m}{4} + 2 = 0$$

$$\text{Đặt } t = \sin 2x, -1 \leq t \leq 1.$$

$$\text{PT trở thành } -3t^2 + 6t + 12 = m.$$

$$\text{Xét hàm số } f(t) = -3t^2 + 6t + 12, -1 \leq t \leq 1$$

t	-1	1
$f'(t)$	+	
$f(t)$	3	15

$$\text{Phương trình } \sin^6 x + \cos^6 x + 3\sin x \cos x - \frac{m}{4} + 2 = 0 \text{ có nghiệm thực khi } 3 \leq m \leq 15.$$

Vậy có 13 giá trị nguyên của tham số m .

Câu 32: [2H1-1] Thể tích của khối lăng trụ có chiều cao h và diện tích đáy bằng B là:

A. $V = \frac{1}{3} Bh.$

B. $V = \frac{1}{2} Bh.$

C. $V = \frac{1}{6} Bh.$

D. $V = Bh.$

Lời giải

Chọn D.

Câu 33: [2H3-2] Trong không gian $Oxyz$, tìm tất cả các giá trị của m để phương trình

$$x^2 + y^2 + z^2 + 4x - 2y + 2z + m = 0 \text{ là phương trình của một mặt cầu.}$$

A. $m \leq 6.$

B. $m < 6.$

C. $m > 6.$

D. $m \geq 6.$

Lời giải

Chọn B.

$$\text{Ta có } x^2 + y^2 + z^2 + 4x - 2y + 2z + m = 0 \text{ là phương trình của một mặt cầu}$$

$$\Leftrightarrow a^2 + b^2 + c^2 - d > 0 \Leftrightarrow 2^2 + (-1)^2 + 1^2 - m > 0 \Leftrightarrow m < 6.$$

Câu 34: [2H3-1] Trong không gian $Oxyz$, cho điểm $A(1; -2; 4)$. Hình chiếu vuông góc của A trên trục

Oy là điểm

A. $P(0; 0; 4).$

B. $Q(1; 0; 0).$

C. $N(0; -2; 0).$

D. $M(0; -2; 4).$

Lời giải

Chọn C.

$$\text{Hình chiếu vuông góc của } A(1; -2; 4) \text{ trên trục } Oy \text{ là điểm } N(0; -2; 0).$$

Câu 35: [1D4-1] $\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{1-x}{3x+2}$ bằng:

A. $\frac{1}{3}.$

B. $\frac{1}{2}.$

C. $-\frac{1}{3}.$

D. $-\frac{1}{2}.$

Lời giải

Chọn C.

$$\text{Ta có } \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{1-x}{3x+2} = \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{\frac{1}{x}-1}{3+\frac{2}{x}} = -\frac{1}{3}.$$

Câu 36: [1D5-3] Gọi $M(x_M; y_M)$ là một điểm thuộc $(C): y = x^3 - 3x^2 + 2$, biết tiếp tuyến của (C) tại M cắt (C) tại điểm $N(x_N; y_N)$ (khác M) sao cho $P = 5x_M^2 + x_N^2$ đạt giá trị nhỏ nhất. Tính OM .

A. $OM = \frac{5\sqrt{10}}{27}$.

B. $OM = \frac{7\sqrt{10}}{27}$.

C. $OM = \frac{\sqrt{10}}{27}$.

D. $OM = \frac{10\sqrt{10}}{27}$.

Lời giải

Chọn D.

$$\text{Ta có } y = x^3 - 3x^2 + 2 \Rightarrow y' = 3x^2 - 6x.$$

Gọi $M(x_M; y_M)$ là một điểm thuộc $(C): y = x^3 - 3x^2 + 2$, suy ra tiếp tuyến của (C) tại M có phương trình là: $y = (3x_M^2 - 6x_M)(x - x_M) + x_M^3 - 3x_M^2 + 2$.

Tiếp tuyến của (C) tại M cắt (C) tại điểm $N(x_N; y_N)$ (khác M) nên x_M, x_N là nghiệm của phương trình: $x^3 - 3x^2 + 2 = (3x_M^2 - 6x_M)(x - x_M) + x_M^3 - 3x_M^2 + 2$

$$\Leftrightarrow (x^3 - x_M^3) - 3(x^2 - x_M^2) - (3x_M^2 - 6x_M)(x - x_M) = 0$$

$$\Leftrightarrow (x - x_M)^2 (x + 2x_M - 3) = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = x_M \\ x = -2x_M + 3 \end{cases} \Rightarrow x_N = -2x_M + 3.$$

$$\text{Khi đó } P = 5x_M^2 + x_N^2 = 5x_M^2 + (-2x_M + 3)^2 = 9x_M^2 - 12x_M + 9 \geq 9\left(x_M - \frac{2}{3}\right)^2 + 5.$$

$$\text{Vậy } P \text{ đạt giá trị nhỏ nhất bằng } 5 \text{ khi } x_M = \frac{2}{3}. \text{ Khi đó } M\left(\frac{2}{3}; \frac{26}{27}\right) \Rightarrow OM = \frac{10\sqrt{10}}{27}.$$

Câu 37: [2H2-2] Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy là hình vuông cạnh $2\sqrt{2}$, cạnh bên SA vuông góc với mặt phẳng đáy và $SA = 3$. Mặt phẳng (α) qua A và vuông góc với SC cắt cạnh SB, SC, SD lần lượt tại các điểm M, N, P . Thể tích V của khối cầu ngoại tiếp tứ diện $CMNP$.

A. $V = \frac{125\pi}{6}$.

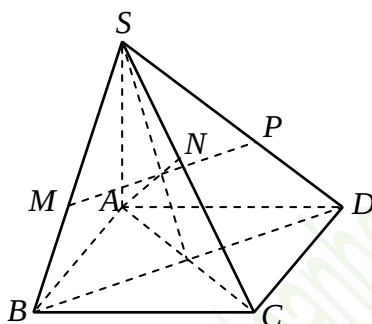
B. $V = \frac{32\pi}{3}$.

C. $V = \frac{108\pi}{3}$.

D. $V = \frac{64\sqrt{2}\pi}{3}$.

Lời giải

Chọn B.



Theo giả thiết mặt phẳng (α) vuông góc với SC nên ta có $AN \perp SC$, $AP \perp SC$, $AM \perp SC$.

Mặt khác $BC \perp (SAB)$ nên $BC \perp AM \Rightarrow AM \perp (SBC) \Rightarrow AM \perp MC$.

Tương tự ta cũng chứng minh được $AP \perp PC$.

Từ đó ba điểm M , N , P cùng nhìn AC dưới góc vuông nên bốn điểm C , M , N , P nằm trên mặt cầu đường kính $AC = 4$. Vậy thể tích của khối cầu ngoại tiếp tứ diện $CMNP$ là

$$V = \frac{32\pi}{3}.$$

Câu 38: [2D3-3] Cho hàm số f liên tục, $f(x) > -1$, $f(0) = 0$ và thỏa $f'(x)\sqrt{x^2+1} = 2x\sqrt{f(x)+1}$.

Tính $f(\sqrt{3})$.

A. 0.

B. 3.

C. 7.

D. 9.

Lời giải

Chọn B.

$$\begin{aligned} \text{Ta có } f'(x)\sqrt{x^2+1} &= 2x\sqrt{f(x)+1} \Leftrightarrow \frac{f'(x)}{\sqrt{f(x)+1}} = \frac{2x}{\sqrt{x^2+1}} \\ \Leftrightarrow \int_0^{\sqrt{3}} \frac{f'(x)}{\sqrt{f(x)+1}} dx &= \int_0^{\sqrt{3}} \frac{2x}{\sqrt{x^2+1}} dx \Leftrightarrow \sqrt{f(x)+1} \Big|_0^{\sqrt{3}} = \sqrt{x^2+1} \Big|_0^{\sqrt{3}} \Leftrightarrow \sqrt{f(x)+1} \Big|_0^{\sqrt{3}} = 1 \\ \Leftrightarrow \sqrt{f(\sqrt{3})+1} - \sqrt{f(0)+1} &= 1 \Leftrightarrow \sqrt{f(\sqrt{3})+1} = 2 \Leftrightarrow f(\sqrt{3}) = 3. \end{aligned}$$

Câu 39: [2D2-1] Tìm tập xác định D của hàm số $y = (x^2 - x - 2)^{-3}$.

A. $D = (-\infty; -1) \cup (2; +\infty)$.

B. $D = \mathbb{R} \setminus \{-1; 2\}$.

C. $D = \mathbb{R}$.

D. $D = (0; +\infty)$.

Lời giải

Chọn B.

$$\text{Hàm số } y = (x^2 - x - 2)^{-3} \text{ xác định khi } x^2 - x - 2 \neq 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x \neq -1 \\ x \neq 2 \end{cases}.$$

Câu 40: [2D3-4] Cho hàm số $f(x)$ có đạo hàm liên tục thỏa mãn $f\left(\frac{\pi}{2}\right) = 0$, $\int_{\frac{\pi}{2}}^{\pi} [f'(x)]^2 dx = \frac{\pi}{4}$ và

$$\int_{\frac{\pi}{2}}^{\pi} \cos x f(x) dx = \frac{\pi}{4}. \text{ Tính } f(2018\pi).$$

A. -1.

B. 0.

C. $\frac{1}{2}$.

D. 1.

Lời giải

Chọn D.

Bằng công thức tích phân từng phần ta có

$$\int_{\frac{\pi}{2}}^{\pi} \cos x f(x) dx = \left[\sin x f(x) \right]_{\frac{\pi}{2}}^{\pi} - \int_{\frac{\pi}{2}}^{\pi} \sin x f'(x) dx. \text{ Suy ra } \int_{\frac{\pi}{2}}^{\pi} \sin x f'(x) dx = -\frac{\pi}{4}.$$

Hơn nữa ta tính được $\int_{\frac{\pi}{2}}^{\pi} \sin^2 x dx = \int_{\frac{\pi}{2}}^{\pi} \frac{1 - \cos 2x}{2} dx = \left[\frac{2x - \sin 2x}{4} \right]_{\frac{\pi}{2}}^{\pi} = \frac{\pi}{4}.$

Do đó: $\int_0^{\frac{\pi}{2}} [f'(x)]^2 dx + 2 \int_0^{\frac{\pi}{2}} \sin x f'(x) dx + \int_0^{\frac{\pi}{2}} \sin^2 x dx = 0 \Leftrightarrow \int_0^{\frac{\pi}{2}} [f'(x) + \sin x]^2 dx = 0.$

Suy ra $f'(x) = -\sin x$. Do đó $f(x) = \cos x + C$. Vì $f\left(\frac{\pi}{2}\right) = 0$ nên $C = 0$.

Ta được $f(x) = \cos x \Rightarrow f(2018\pi) = \cos(2018\pi) = 1$.

Câu 41: [2D1-3] Có bao nhiêu giá trị nguyên của tham số m để giá trị lớn nhất của hàm số $y = \frac{m \sin x + 1}{\cos x + 2}$ nhỏ hơn 2.

A. 5.

B. 3.

C. 4.

D. 6.

Lời giải

Chọn A.

Ta có $y = \frac{m \sin x + 1}{\cos x + 2} \Leftrightarrow y \cos x + 2y = m \sin x + 1 \Leftrightarrow m \sin x - y \cos x = 2y - 1 \quad (*)$

$(*)$ có nghiệm khi $m^2 + y^2 \geq (2y - 1)^2 \Leftrightarrow 3y^2 - 4y + 1 - m^2 \leq 0$

$\Leftrightarrow \frac{2 - \sqrt{1 + 3m^2}}{3} \leq y \leq \frac{2 + \sqrt{1 + 3m^2}}{3} \Rightarrow y_{\max} = \frac{2 + \sqrt{1 + 3m^2}}{3} < 2 \Leftrightarrow \sqrt{1 + 3m^2} < 4 \Leftrightarrow m^2 < 5$

Do $m \in \mathbb{Z} \Rightarrow m \in \{-2; -1; 0; 1; 2\}$. Vậy có 5 giá trị của m thỏa ycbt.

Câu 42: [2D1-2] Một vật chuyển động theo quy luật $s = -\frac{1}{3}t^3 + 6t^2$ với t (giây) là khoảng thời gian tính từ khi vật bắt đầu chuyển động và s (mét) là quãng đường vật di chuyển được trong khoảng thời gian đó. Hỏi trong khoảng thời gian 7 giây, kể từ khi bắt đầu chuyển động, vận tốc lớn nhất của vật đạt được bằng bao nhiêu?

A. 180(m/s).

B. 36(m/s).

C. 144(m/s).

D. 24(m/s).

Lời giải

Chọn B.

Ta có $v(t) = s'(t) = -t^2 + 12t$. Ta tìm GTLN của $v(t)$ trên $[0; 7]$.

$v'(t) = -2t + 12, v'(t) = 0 \Leftrightarrow t = 6$. Khi đó $v(6) = 36, v(0) = 0, v(7) = 35$.

Vậy vận tốc lớn nhất đạt được bằng 36(m/s).

Câu 43: [2D3-2] Tích phân $\int_0^4 \frac{1}{\sqrt{2x+1}} dx$ bằng

A. $\sqrt{2}$.

B. 3.

C. 2.

D. $\sqrt{5}$.

Lời giải

Chọn C.

Ta có $\int_0^4 \frac{1}{\sqrt{2x+1}} dx = \int_0^4 (2x+1)^{-\frac{1}{2}} dx = (2x+1)^{\frac{1}{2}} \Big|_0^4 = 2.$

Câu 44: [2D3-2] Cho f là hàm số liên tục thỏa $\int_0^1 f(x) dx = 7$. Tính $I = \int_0^{\frac{\pi}{2}} \cos x \cdot f(\sin x) dx$.

A. 1.

B. 9.

C. 3.

D. 7.

Lời giải

Chọn D.

Đặt $t = \sin x \Rightarrow dt = \cos x dx$. Đổi cận $x = 0 \Rightarrow t = 0$, $x = \frac{\pi}{2} \Rightarrow t = 1$.

$$\text{Ta có } I = \int_0^{\frac{\pi}{2}} \cos x \cdot f(\sin x) dx = \int_0^1 f(t) dt = \int_0^1 f(x) dx = 7.$$

Câu 45: [2D1-2] Cho hàm số $y = f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R} \setminus \{1\}$ và có bảng biến thiên như sau:

x	$-\infty$	-2	1	2	$+\infty$	
y'	$-$	0	$+$	$+$	0	$-$
y	$+\infty$	2	$+\infty$	3	$-\infty$	$-\infty$

Đồ thị hàm số $y = \frac{1}{2f(x)-5}$ có bao nhiêu đường tiệm cận đứng?

A. 0.

B. 4.

C. 2.

D. 1.

Lời giải

Chọn B.

Dựa vào BBT, phương trình $2f(x)-5=0 \Leftrightarrow f(x)=\frac{5}{2}$ có 4 nghiệm phân biệt thuộc các khoảng $(-\infty; -2)$, $(-2; 1)$, $(1; 2)$, $(2; +\infty)$ nên đồ thị hàm số $y = \frac{1}{2f(x)-5}$ có 4 đường tiệm cận đứng.

Câu 46: [2H3-2] Trong không gian với hệ tọa độ Oxyz, phương trình nào dưới đây là phương trình mặt cầu có tâm $I(1; 2; -1)$ và tiếp xúc với mặt phẳng $(P): x-2y-2z-8=0$?

A. $(x+1)^2 + (y+2)^2 + (z-1)^2 = 9$.

B. $(x-1)^2 + (y-2)^2 + (z+1)^2 = 9$.

C. $(x+1)^2 + (y+2)^2 + (z-1)^2 = 3$.

D. $(x-1)^2 + (y-2)^2 + (z+1)^2 = 3$.

Lời giải

Chọn B.

Do mặt cầu tâm $I(1; 2; -1)$ và tiếp xúc với mặt phẳng $(P): x-2y-2z-8=0$ nên

$$d(I, (P)) = R \Leftrightarrow R = \frac{|1-2 \cdot 2-2(-1)-8|}{\sqrt{1^2+(-2)^2+(-2)^2}} \Leftrightarrow R = 3.$$

Vậy phương trình mặt cầu là $(x-1)^2 + (y-2)^2 + (z+1)^2 = 9$.

Câu 47: [2H2-3] Cho lăng trụ $ABCD.A'B'C'D'$ có đáy $ABCD$ là hình chữ nhật với $AB = \sqrt{6}$, $AD = \sqrt{3}$, $A'C = 3$ và mặt phẳng $(AA'C'C)$ vuông góc với mặt đáy. Biết hai mặt phẳng $(AA'C'C)$, $(AA'B'B)$ tạo với nhau góc α thỏa mãn $\tan \alpha = \frac{3}{4}$. Thể tích khối lăng trụ $ABCD.A'B'C'D'$ bằng?

A. $V = 8$.

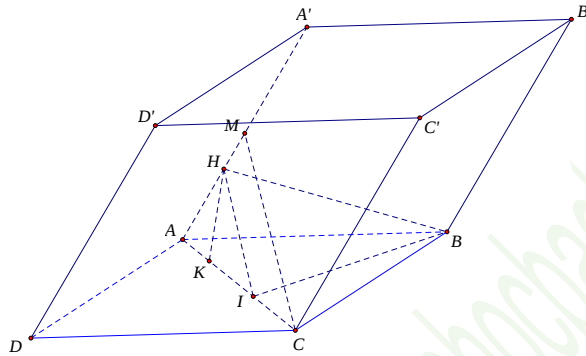
B. $V = 12$.

C. $V = 10$.

D. $V = 6$.

Lời giải

Chọn A.



Từ B kẻ $BI \perp AC \Rightarrow BI \perp (AA'C'C)$.

Từ I kẻ $IH \perp AA' \Rightarrow ((AA'C'C), (AA'B'B)) = BHI$.

Theo giả thiết ta có $AC = 3 \Rightarrow BI = \frac{AB \cdot BC}{AC} = \sqrt{2}$.

Xét tam giác vuông BIH có $\tan BHI = \frac{BI}{IH} \Leftrightarrow IH = \frac{BI}{\tan BHI} \Leftrightarrow IH = \frac{4\sqrt{2}}{3}$.

Xét tam giác vuông ABC có $AI \cdot AC = AB^2 \Rightarrow AI = \frac{AB^2}{AC} = 2$.

Gọi M là trung điểm của AA' , do tam giác $AA'C$ cân tại C nên $CM \perp AA' \Rightarrow CM \parallel IH$.

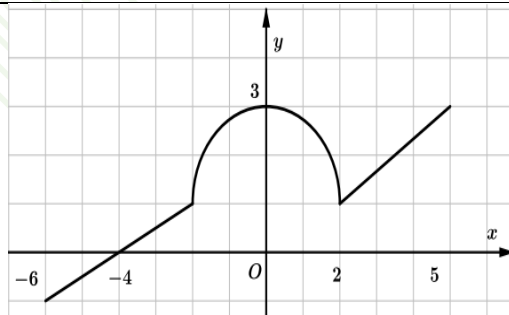
Do $\frac{AI}{AC} = \frac{AH}{AM} = \frac{2}{3} \Rightarrow \frac{AH}{AM} = \frac{2}{3} \Rightarrow \frac{AH}{AA'} = \frac{1}{3}$.

Trong tam giác vuông AHI kẻ đường cao HK ta có $HK = \frac{4\sqrt{2}}{9} \Rightarrow$ chiều cao của lăng trụ

$ABCD.A'B'C'D'$ là $h = 3HK = \frac{4\sqrt{2}}{3}$.

Vậy thể tích khối lăng trụ $ABCD.A'B'C'D'$ là $V_{ABCD.A'B'C'D'} = AB \cdot AD \cdot h = \sqrt{6} \cdot \sqrt{3} \cdot \frac{4\sqrt{2}}{3} = 8$.

Câu 48: [2D3-3] Cho hàm số f liên tục trên đoạn $[-6; 5]$, có đồ thị gồm hai đoạn thẳng và nửa đường tròn như hình vẽ. Tính giá trị $I = \int_{-6}^5 [f(x) + 2] dx$.



A. $I = 2\pi + 35$.

B. $I = 2\pi + 34$.

C. $I = 2\pi + 33$.

D. $I = 2\pi + 32$.

Lời giải

Chọn D.

$$\text{Ta có } f(x) = \begin{cases} \frac{1}{2}x + 2 & \text{khi } -6 \leq x \leq -2 \\ 1 + \sqrt{4 - x^2} & \text{khi } -2 \leq x \leq 2 \\ \frac{2}{3}x - \frac{1}{3} & \text{khi } 2 \leq x \leq 5 \end{cases}.$$

$$\begin{aligned} I &= \int_{-6}^5 [f(x) + 2] dx = \int_{-6}^5 f(x) dx + 2 \int_{-6}^5 dx \\ &= \int_{-6}^{-2} \left(\frac{1}{2}x + 2 \right) dx + \int_{-2}^2 (1 + \sqrt{4 - x^2}) dx + \int_2^5 \left(\frac{2}{3}x - \frac{1}{3} \right) dx + 22 \\ &= \left(\frac{1}{4}x^2 + 2x \right) \Big|_{-6}^{-2} + J + \left(\frac{1}{3}x^2 - \frac{x}{3} \right) \Big|_2^5 + 22 = J + 28. \end{aligned}$$

$$\text{Tính } J = \int_{-2}^2 (1 + \sqrt{4 - x^2}) dx$$

$$\text{Đặt } x = 2 \sin t \Rightarrow dx = 2 \cos t dt.$$

$$\text{Đổi cận: Khi } x = -2 \text{ thì } t = -\frac{\pi}{2}; \text{ khi } x = 2 \text{ thì } t = \frac{\pi}{2}.$$

$$J = \int_{-2}^2 (1 + \sqrt{4 - x^2}) dx = 4 + 4 \int_{-\frac{\pi}{2}}^{\frac{\pi}{2}} \cos^2 t dt = 4 + 2 \int_{-\frac{\pi}{2}}^{\frac{\pi}{2}} (1 + \cos 2t) dt = 4 + 2\pi. \text{ Vậy } I = 32 + 2\pi.$$

Câu 49: [2H2-2] Trong không gian cho tam giác ABC vuông tại A có $AB = \sqrt{3}$ và $\angle ACB = 30^\circ$. Tính thể tích V của khối nón nhận được khi quay tam giác ABC quanh cạnh AC .

A. $V = 5\pi$.

B. $V = 9\pi$.

C. $V = 3\pi$.

D. $V = 2\pi$.

Lời giải

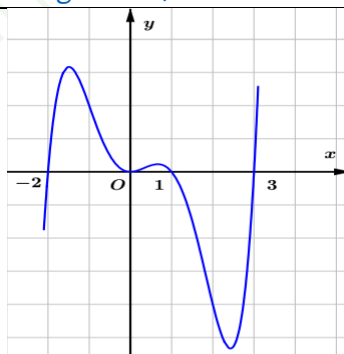
Chọn C.

$$\text{Xét tam giác vuông } ABC \text{ ta có } AC = \frac{AB}{\tan 30^\circ} = 3.$$

Thể tích của khối nón nhận được khi quay tam giác ABC quanh cạnh AC là

$$V = \frac{1}{3} \pi AB^2 \cdot AC = 3\pi.$$

Câu 50: [2D1-3] Cho hàm số $y = f(x)$. Đồ thị của hàm số $y = f'(x)$ như hình bên.



Hàm số $g(x) = f(x^2)$ có bao nhiêu điểm cực trị?

A. 4.

B. 3.

C. 5.

D. 2.

Lời giải

Chọn C.

Từ đồ thị $y = f'(x)$ ta có $f'(x) = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = -2 \\ x = 0 \\ x = 1 \\ x = 3 \end{cases}$;

$f'(x) > 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x > 3 \\ -2 < x < 1 \end{cases}$; $f'(x) < 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x < -2 \\ 1 < x < 3 \end{cases}$.

Ta có $g'(x) = 2xf'(x^2)$; $g'(x) = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 0 \\ f'(x^2) = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 0 \\ x^2 = 1 \\ x^2 = 3 \\ x^2 = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 0 \\ x = \pm 1 \\ x = \pm\sqrt{3} \end{cases}$.

Ta có $f'(x^2) > 0 \Leftrightarrow \begin{cases} 0 < x^2 < 1 \\ x^2 > 3 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} -1 < x < 1 \\ x \neq 0 \\ x > \sqrt{3} \\ x < -\sqrt{3} \end{cases}$.

Ta có bảng biến thiên

x	$-\infty$	$-\sqrt{3}$	-1	0	1	$\sqrt{3}$	$+\infty$
$2x$	—	—	—	0	+	+	+
$f'(x^2)$	+	0	—	0	+	0	+
$g'(x)$	—	0	+	0	—	0	+
$g(x)$							

Từ bảng biến thiên ta có hàm số $g(x) = f(x^2)$ có 5 điểm cực trị.