

Câu 1: [2D2-2] Cho a và b lần lượt là số hạng thứ nhất và thứ năm của một cấp số cộng có công sai $d \neq 0$. Giá trị của $\log_2 \left(\frac{b-a}{d} \right)$ bằng

- A. $\log_2 5$. B. 2. C. 3. D. $\log_2 9$.

Câu 2: [2D1-2] Hàm số $y = \frac{2}{x^2+1}$ nghịch biến trên khoảng nào dưới đây?

- A. $(-1; 1)$. B. $(-\infty; +\infty)$. C. $(0; +\infty)$. D. $(-\infty; 0)$.

Câu 3: [2D2-2] Cho $\log_a x = 2$, $\log_b x = 3$ với a, b là các số thực lớn hơn 1. Tính $P = \log_{\frac{a}{b^2}} x$.

- A. $P = -6$. B. $P = \frac{1}{6}$. C. $P = -\frac{1}{6}$. D. $P = 6$.

Câu 4: [2H1-2] Hình hộp chữ nhật có ba kích thước đôi một khác nhau có bao nhiêu mặt phẳng đối xứng?

- A. 6 mặt phẳng. B. 3 mặt phẳng. C. 9 mặt phẳng. D. 4 mặt phẳng.

Câu 5: [1D2-1] Một người vào cửa hàng ăn, người đó chọn thực đơn gồm 1 món ăn trong 5 món ăn, 1 loại quả tráng miệng trong 4 loại quả tráng miệng và 1 loại nước uống trong 3 loại nước uống. Hỏi có bao nhiêu cách chọn thực đơn?

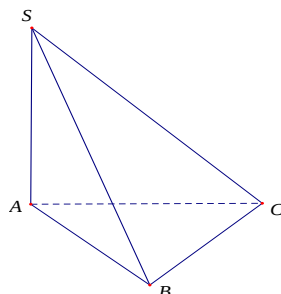
- A. 75. B. 12. C. 60. D. 3.

Câu 06- 10- thi thử Vĩnh Phúc lần 4.

Câu 6: [2D2-2] Tính đạo hàm của hàm số $y = \log_3(2x+1)$.

- A. $y' = \frac{1}{(2x+1)\ln 3}$. B. $y' = \frac{1}{2x+1}$. C. $y' = \frac{2}{(2x+1)\ln 3}$. D. $y' = (2x+1) \cdot \ln 3$.

Câu 7: [1H3-2] Cho hình chóp $S.ABC$ có $SA \perp (ABC)$; tam giác ABC đều cạnh a và $SA = a$ (tham khảo hình vẽ bên). Tìm góc giữa đường thẳng SC và mặt phẳng (ABC) .



- A. 60° . B. 45° . C. 135° . D. 90° .

Câu 8: [2D3-2] Cho hình phẳng D giới hạn bởi đường cong $y = e^x$, trục hoành và các đường thẳng $x = 0$, $x = 1$. Khối tròn xoay tạo thành khi quay D quanh trục hoành có thể tích V bằng bao nhiêu?

A. $V = \frac{e^2 - 1}{2}$.

B. $V = \frac{\pi(e^2 + 1)}{2}$.

C. $V = \frac{\pi(e^2 - 1)}{2}$.

D. $\frac{\pi e^2}{2}$.

Câu 9: [2D2-2] Tìm tập nghiệm của bất phương trình $3^{2x} > 3^{x+4}$.

A. $D = (0; 4)$.

B. $D = (-\infty; 4)$.

C. $D = (4; +\infty)$.

D. $D = (-4; +\infty)$.

Câu 10: [2D1-2] Tìm giá trị nhỏ nhất của hàm số $y = \frac{x-2}{x+1}$ trên đoạn $[0; 2]$.

A. -3.

B. -2.

C. 0.

D. 2.

Câu 11: [1D4-2] Cho hàm số $f(x) = \begin{cases} \sqrt{x} - m & \text{khi } x \geq 0 \\ mx + 1 & \text{khi } x < 0 \end{cases}$. Tìm tất cả các giá trị của m để $f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$.

A. $m = 1$.

B. $m = 0$.

C. $m = -1$.

D. $m = -2$.

Câu 12: [2D3-2] Cho hàm số $f(x)$ xác định trên $\mathbb{R}$ thỏa mãn $f'(x) = 2x + 1$ và $f(1) = 5$. Phương trình $f(x) = 5$ có hai nghiệm x_1, x_2 . Tính tổng $S = \log_2 |x_1| + \log_2 |x_2|$.

A. $S = 1$.

B. $S = 2$.

C. $S = 0$.

D. $S = 4$.

Câu 13: [2D2-1] Tìm tập xác định D của hàm số $y = (x-1)^{\frac{2}{5}}$.

A. $D = \mathbb{R}$.

B. $D = (1; +\infty)$.

C. $D = (-\infty; 1)$.

D. $D = \mathbb{R} \setminus \{1\}$.

Câu 14: [2D3-1] Tìm nguyên hàm của hàm số $f(x) = \cos 2x$.

A. $\int \cos 2x dx = 2 \sin 2x + C$.

B. $\int \cos 2x dx = -\frac{1}{2} \sin 2x + C$.

C. $\int \cos 2x dx = \sin 2x + C$.

D. $\int \cos 2x dx = \frac{1}{2} \sin 2x + C$.

Câu 15: [2H3-2] Trong không gian $Oxyz$, cho điểm $M(3; -1; 2)$. Tìm tọa độ điểm N đối xứng với M qua mặt phẳng (Oyz) .

A. $N(0; -1; 2)$.

B. $N(3; 1; -2)$.

C. $N(-3; -1; 2)$.

D. $N(0; 1; -2)$.

Câu 16: [2D1-1] Cho hàm số $y = f(x)$ có bảng biến thiên như sau

x	$-\infty$		0		2		$+\infty$
y'		-	0	+	0	-	
y	$+\infty$				5		$-\infty$

Hàm số đạt cực đại tại điểm

A. $x = 5$.

B. $x = 2$.

C. $x = 1$.

D. $x = 0$.

Câu 17: [2D1-3] Tìm số đường tiệm cận của đồ thị hàm số $y = \frac{\sqrt{x+2}}{|x|-2}$.

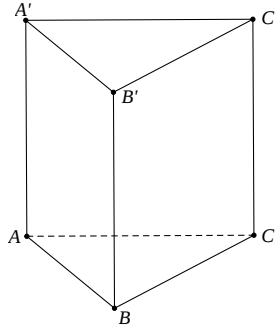
A. 1.

B. 0.

C. 2.

D. 3.

Câu 18: [2H1-2] Cho khối lăng trụ đứng $ABC.A'B'C'$ có $BB' = a$, đáy ABC là tam giác vuông cân tại B và $AC = a\sqrt{2}$ (tham khảo hình vẽ bên). Tính thể tích V của khối lăng trụ đã cho.



- A. $V = a^3$. B. $V = \frac{a^3}{6}$. C. $V = \frac{a^3}{3}$. **D. $V = \frac{a^3}{2}$.**

Câu 19: [2H1-2] Cho khối chóp tứ giác đều có cạnh đáy bằng a , cạnh bên gấp hai lần cạnh đáy. Tính thể tích V của khối chóp đã cho.

- A. $V = \frac{\sqrt{14}a^3}{6}$.** B. $V = \frac{\sqrt{14}a^3}{2}$. C. $V = \frac{\sqrt{2}a^3}{2}$. D. $V = \frac{\sqrt{2}a^3}{6}$.

Câu 20: [2D2-2] Tìm tập xác định D của hàm số $y = \frac{1}{\sqrt{e^x - e^5}}$.

- A. $D = (\ln 5; +\infty)$. B. $D = [5; +\infty)$. C. $D = \mathbb{R} \setminus \{5\}$. **D. $D = (5; +\infty)$.**

Câu 21: [1D1-1] Tìm nghiệm của phương trình $\sin 2x = 1$.

- A. $x = \frac{\pi}{2} + k2\pi$. **B. $x = \frac{\pi}{4} + k\pi$.** C. $x = \frac{\pi}{4} + k2\pi$. D. $x = \frac{k\pi}{2}$.

Câu 22: [1D2-1] Cho tập hợp S có 10 phần tử. Tìm số tập con gồm 3 phần tử của S .

- A. A_{10}^3 . **B. C_{10}^3 .** C. 30. D. 10^3 .

Câu 23: [1H1-2] Trong mặt phẳng tọa độ Oxy , cho đường thẳng $d: y = x$. Tìm ảnh của d qua phép quay tâm O , góc quay 90° .

- A. $d': y = 2x$. **B. $d': y = -x$.** C. $d': y = -2x$. D. $d': y = x$.

Câu 24: [2H2-2] Cho hình nón có diện tích xung quanh bằng $5\pi a^2$ và bán kính đáy bằng a . Tính độ dài đường sinh của hình nón đã cho?

- A. $a\sqrt{5}$. B. $3a\sqrt{2}$. C. $3a$. **D. $5a$.**

Câu 25: [2H3-2] Trong không gian $Oxyz$, cho đường thẳng $d: \frac{x+3}{1} = \frac{y-2}{-1} = \frac{z-1}{2}$. Viết phương trình mặt phẳng (P) đi qua điểm $M(2; 0; -1)$ và vuông góc với d .

- A. $(P): x - y - 2z = 0$. B. $(P): x - 2y - 2 = 0$. C. $(P): x + y + 2z = 0$. **D. $(P): x - y + 2z = 0$.**

Câu 26: [2D2-3] Tìm tất cả các giá trị của tham số m để phương trình $\ln(m + \ln(m + x)) = x$ có nhiều nghiệm nhất.

- A. $m \geq 0$. **B. $m > 1$.** C. $m < e$. D. $m \geq -1$.

Câu 27: [2D3-3] Cho hàm số $f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$ thỏa mãn $\int_0^{\frac{\pi}{4}} f(\tan x) dx = 3$ và $\int_0^1 \frac{x^2 f(x)}{x^2 + 1} dx = 1$.

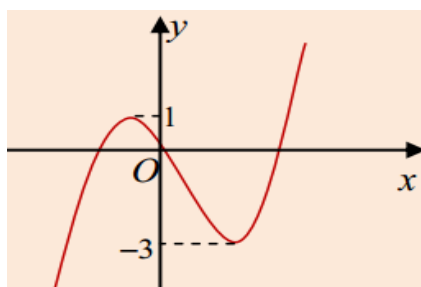
Tính $I = \int_0^1 f(x) dx$.

- A. $I = 2$. B. $I = 6$. C. $I = 3$. D. $I = 4$.

Câu 28: [2D3-3] Một ô tô bắt đầu chuyển động nhanh dần đều với vận tốc $v_1(t) = 7t$ (m/s). Đi được 5s, người lái xe phát hiện chướng ngại vật và phanh gấp, ô tô tiếp tục chuyển động chậm dần đều với gia tốc $a = -70$ (m/s²). Tính quãng đường S đi được của ô tô từ lúc bắt đầu chuyển bánh cho đến khi dừng hẳn.

- A. $S = 96,25$ (m). B. $S = 87,5$ (m). C. $S = 94$ (m). D. $S = 95,7$ (m).

Câu 29: [2D1-3] Cho hàm số bậc ba $y = f(x)$ có đồ thị như hình vẽ



Tìm tất cả các giá trị của m để hàm số $y = |f(x) + m|$ có ba điểm cực trị.

- A. $m \geq 3$ hoặc $m \leq -1$. B. $m \geq 1$ hoặc $m \leq -3$. C. $m = 3$ hoặc $m = -1$. D. $1 \leq m \leq 3$.

Câu 30: [2D1-3] Có bao nhiêu giá trị nguyên dương của tham số m để hàm số $y = \frac{3}{4}x^4 - (m-1)x^2 - \frac{1}{4x^4}$ đồng biến trên khoảng $(0; +\infty)$.

- A. 1. B. 2. C. 3. D. 4.

Câu 31: [2D1-3] Cho hàm số $y = \frac{x-2}{1-x}$ có đồ thị (C) và điểm $A(m; 1)$. Gọi S là tập các giá trị của m để có đúng một tiếp tuyến của (C) đi qua A . Tính tổng bình phương các phần tử của tập S .

- A. $\frac{13}{4}$. B. $\frac{5}{2}$. C. $\frac{9}{4}$. D. $\frac{25}{4}$.

Câu 32: [2D2-4] Cho các số thực a, b thỏa mãn điều kiện $0 < b < a < 1$. Tìm giá trị nhỏ nhất của biểu thức $P = \log_a \frac{4(3b-1)}{9} + 8 \log_b^2 a - 1$.

- A. 6. B. $3\sqrt{2}$. C. 8. D. 7.

Câu 33: [2D2-3] Giả sử cứ sau một năm diện tích rừng của nước ta giảm x phần trăm diện tích hiện có. Hỏi sau đây 4 năm diện tích rừng của nước ta sẽ là bao nhiêu phần trăm diện tích hiện nay?

- A. $(1-x)^4$. B. $1 - \frac{4x}{100}$. C. $1 - \left(\frac{x}{100}\right)^4$. D. $\left(1 - \frac{x}{100}\right)^4$.

Câu 34: [2D1-3] Tìm tất cả các giá trị của $m > 0$ để giá trị nhỏ nhất của hàm số $y = x^3 - 3x + 1$ trên đoạn $[m+1; m+2]$ luôn bé hơn 3.

A. $m \in (0; 2)$.

B. $m \in (0; 1)$.

C. $m \in (1; +\infty)$.

D. $m \in (0; +\infty)$.

Câu 35: [2D2-3] Gọi S là tập tất cả các giá trị nguyên không dương của m để phương trình $\log_{\frac{1}{3}}(x+m) + \log_3(3-x) = 0$ có nghiệm. Tập S có bao nhiêu tập con?

A. 4.

B. 8.

C. 2.

D. 7.

Câu 36: [2H2-3] Cho hình chữ nhật $ABCD$ có $AB = a$, $BC = 2a$. Trên tia đối của tia AB lấy điểm O sao cho $OA = x$. Gọi d là đường thẳng đi qua O và song song với AD . Tìm x biết thể tích của hình tròn xoay tạo nên khi quay hình chữ nhật $ABCD$ quanh d gấp ba lần thể tích hình cầu có bán kính bằng cạnh AB .

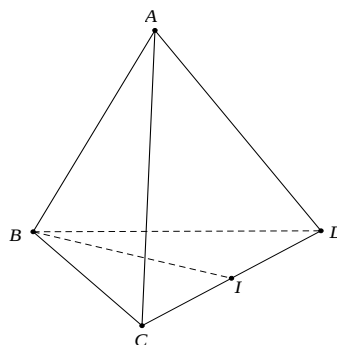
A. $x = \frac{a}{2}$.

B. $x = 2a$.

C. $x = a$.

D. $x = \frac{3a}{2}$.

Câu 37: [1H3-3] Cho tứ diện đều $ABCD$ có cạnh bằng $\sqrt{11}$. Gọi I là trung điểm cạnh CD (tham khảo hình vẽ bên dưới). Tính khoảng cách giữa hai đường thẳng AC và BI .



A. 2.

B. $2\sqrt{2}$.

C. $3\sqrt{2}$.

D. $\sqrt{2}$.

Câu 38: [2D1-3] Biết rằng đường thẳng $y = x - m$ cắt đồ thị hàm số $y = x^3 - 3x^2$ tại ba điểm phân biệt sao cho có một giao điểm cách đều hai giao điểm còn lại. Khi đó m thuộc khoảng nào dưới đây?

A. $(2; 4)$.

B. $(-2; 0)$.

C. $(0; 2)$.

D. $(4; 6)$.

Câu 39: [2H1-4] Cho tứ diện đều $ABCD$ có cạnh bằng a . Gọi M , N lần lượt là trọng tâm của các tam giác ABD , ABC và E là điểm đối xứng với B qua D . Mặt phẳng (MNE) chia khối tứ diện $ABCD$ thành hai khối đa diện, trong đó khối đa diện chứa đỉnh A có thể tích V . Tính V .

A. $V = \frac{9\sqrt{2}a^3}{320}$.

B. $V = \frac{3\sqrt{2}a^3}{320}$.

C. $V = \frac{a^3\sqrt{2}}{96}$.

D. $V = \frac{3\sqrt{2}a^3}{80}$.

Câu 40: [2H3-2] Trong không gian $Oxyz$, cho mặt cầu $(S): x^2 + y^2 + z^2 - 2x - 2y + 4z - 1 = 0$ và mặt phẳng $(P): x + y - z - m = 0$. Tìm tất cả m để (P) cắt (S) theo giao tuyến là một đường tròn có bán kính lớn nhất.

A. $m = -4$.

B. $m = 0$.

C. $m = 4$.

D. $m = 7$.

Câu 41: [1D2-4] Cho một đa giác lồi (H) có 30 đỉnh. Chọn ngẫu nhiên 4 đỉnh của đa giác đó. Gọi P là xác suất sao cho 4 đỉnh được chọn tạo thành một tứ giác có bốn cạnh đều là đường chéo của (H) . Hỏi P gần với số nào nhất trong các số sau?

A. 0,6792.

B. 0,5287.

C. 0,6294.

D. 0,4176.

Câu 42: [2H3-2] Trong không gian $Oxyz$, cho hai điểm $A(1;0;1)$, $B(-1;2;1)$. Viết phương trình đường thẳng Δ đi qua tâm đường tròn ngoại tiếp tam giác OAB và vuông góc với mặt phẳng (OAB) .

A. $\Delta: \begin{cases} x = t \\ y = 1+t \\ z = 1-t \end{cases}$

B. $\Delta: \begin{cases} x = t \\ y = 1+t \\ z = 1+t \end{cases}$

C. $\Delta: \begin{cases} x = 3+t \\ y = 4+t \\ z = 1-t \end{cases}$

D. $\Delta: \begin{cases} x = -1+t \\ y = t \\ z = 3-t \end{cases}$

Câu 43: [2H3-3] Trong không gian $Oxyz$, cho bốn đường thẳng: $(d_1): \frac{x-3}{1} = \frac{y+1}{-2} = \frac{z+1}{1}$, $(d_2): \frac{x}{1} = \frac{y}{-2} = \frac{z-1}{1}$, $(d_3): \frac{x-1}{2} = \frac{y+1}{1} = \frac{z-1}{1}$, $(d_4): \frac{x}{1} = \frac{y-1}{-1} = \frac{z-1}{1}$. Số đường thẳng trong không gian cắt cả bốn đường thẳng trên là:

A. 0.

B. 2.

C. Vô số.

D. 1.

Câu 44: [1D1-2] Tìm số nghiệm của phương trình $\sin(\cos x) = 0$ trên đoạn $x \in [0; 2\pi]$.

A. 0.

B. 1.

C. 2.

D. Vô số.

Câu 45: [1D2-4] Giả sử $(1+x+x^2+x^3+\dots+x^{10})^{11} = a_0 + a_1x + a_2x^2 + a_3x^3 + \dots + a_{110}x^{110}$ với $a_0, a_1, a_2, \dots, a_{110}$ là các hệ số. Giá trị của tổng $T = C_{11}^0 a_{11} - C_{11}^1 a_{10} + C_{11}^2 a_9 - C_{11}^3 a_8 + \dots + C_{11}^{10} a_1 - C_{11}^{11} a_0$ bằng

A. $T = -11$.

B. $T = 11$.

C. $T = 0$.

D. $T = 1$.

Câu 46: [2D3-2] Cho hàm số $f(x) = x^4 + 4x^3 - 3x^2 - x + 1, \forall x \in \mathbb{R}$. Tính $I = \int_0^1 f^2(x) \cdot f'(x) dx$.

A. 2.

B. -2.

C. $-\frac{7}{3}$.

D. $\frac{7}{3}$.

Câu 47: [2D2-4] Một người gửi tiền vào ngân hàng với lãi suất không thay đổi là 8%/năm. Biết rằng nếu không rút tiền ra khỏi ngân hàng thì cứ sau mỗi năm, số tiền lãi sẽ được nhập vào vốn ban đầu (người ta gọi đó là lãi kép). Người đó định gửi tiền trong vòng 3 năm, sau đó rút tiền ra để mua ô tô trị giá 500 triệu đồng. Hỏi số tiền ít nhất người đó phải gửi vào ngân hàng để có đủ tiền mua ô tô (kết quả làm tròn đến hàng triệu) là bao nhiêu?

A. 395 triệu đồng.

B. 394 triệu đồng.

C. 397 triệu đồng.

D. 396 triệu đồng.

Câu 48: [1H3-4] Cho tứ diện $ABCD$ có $AC = AD = BC = BD = a$ và hai mặt phẳng (ACD) , (BCD) vuông góc với nhau. Tính độ dài cạnh CD sao cho hai mặt phẳng (ABC) , (ABD) vuông góc.

A. $\frac{2a}{\sqrt{3}}$.

B. $\frac{a}{\sqrt{3}}$.

C. $\frac{a}{2}$.

D. $a\sqrt{3}$

Câu 49: [2D4-4] Cho hàm số $f(x) = x^3 - 3x^2 + m$. Hỏi có bao nhiêu giá trị nguyên của tham số m ($m \notin 2018$) để với mọi bộ ba số phân biệt $a, b, c \in [1; 3]$ thì $f(a), f(b), f(c)$ là độ dài ba cạnh của một tam giác.

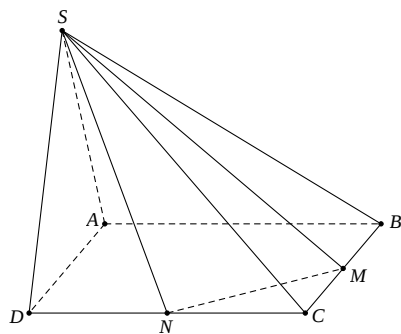
A. 2011.

B. 2012.

C. 2010.

D. 2018.

Câu 50: [2H2-4] Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy là hình vuông cạnh a , SAD là tam giác đều và nằm trong mặt phẳng vuông góc với đáy. Gọi M và N lần lượt là trung điểm của BC và CD (tham khảo hình vẽ bên). Tính bán kính R của khối cầu ngoại tiếp hình chóp $S.CMN$.



A. $R = \frac{a\sqrt{93}}{12}.$

B. $R = \frac{a\sqrt{37}}{6}.$

C. $R = \frac{a\sqrt{29}}{8}.$

D. $R = \frac{5a\sqrt{3}}{12}.$

---HẾT---

BẢNG ĐÁP ÁN

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20	21	22	23	24	25
B	C	A	B	C	C	B	C	C	B	C	A	B	D	C	B	D	D	A	D	B	B	B	D	D
26	27	28	29	30	31	32	33	34	35	36	37	38	39	40	41	42	43	44	45	46	47	48	49	50
B	D	A	A	C	A	D	D	B	B	A	D	D	A	C	C	A	D	C	A	D	C	A	C	A

HƯỚNG DẪN GIẢI

Câu 1: [2D2-2] Cho a và b lần lượt là số hạng thứ nhất và thứ năm của một cấp số cộng có công sai $d \neq 0$. Giá trị của $\log_2 \left(\frac{b-a}{d} \right)$ bằng

- A. $\log_2 5$. B. 2. C. 3. D. $\log_2 9$.

Lời giải

Chọn B.

Từ giả thiết ta có $b = a + 4d \Leftrightarrow b - a = 4d$. Khi đó $\log_2 \left(\frac{b-a}{d} \right) = \log_2 \left(\frac{4d}{d} \right) = \log_2 4 = 2$.

Câu 2: [2D1-2] Hàm số $y = \frac{2}{x^2 + 1}$ nghịch biến trên khoảng nào dưới đây?

- A. $(-1; 1)$. B. $(-\infty; +\infty)$. C. $(0; +\infty)$. D. $(-\infty; 0)$.

Lời giải

Chọn C.

Ta có $y' = \frac{-4x}{(x^2 + 1)^2} < 0 \Leftrightarrow x > 0$.

Câu 3: [2D2-2] Cho $\log_a x = 2$, $\log_b x = 3$ với a, b là các số thực lớn hơn 1. Tính $P = \log_{\frac{a}{b^2}} x$.

- A. $P = -6$. B. $P = \frac{1}{6}$. C. $P = -\frac{1}{6}$. D. $P = 6$.

Lời giải

Chọn A.

Cách 1: $\log_a x = 2$, $\log_b x = 3 \Rightarrow x = a^2 = b^3 \Rightarrow a = b^{\frac{3}{2}} \Rightarrow \frac{a}{b^2} = \frac{b^{\frac{3}{2}}}{b^2} = b^{-\frac{1}{2}}$.

Do đó $P = \log_{\frac{a}{b^2}} x = \log_{b^{-\frac{1}{2}}} x = -2 \log_b x = -2 \cdot 3 = -6$.

Cách 2: $\log_a x = 2 \Rightarrow x = a^2 > 1$. $\log_a x = 2$, $\log_b x = 3 \Rightarrow \log_x a = \frac{1}{2}$, $\log_x b = \frac{1}{3}$.

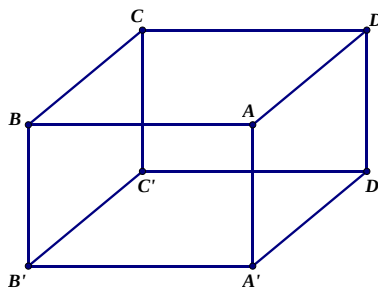
Khi đó $P = \log_{\frac{a}{b^2}} x = \frac{1}{\log_x \frac{a}{b^2}} = \frac{1}{\log_x a - 2 \log_x b} = \frac{1}{\frac{1}{2} - 2 \cdot \frac{1}{3}} = -6$.

Câu 4: [2H1-2] Hình hộp chữ nhật có ba kích thước đôi một khác nhau có bao nhiêu mặt phẳng đối xứng?

- A. 6 mặt phẳng. B. 3 mặt phẳng. C. 9 mặt phẳng. D. 4 mặt phẳng.

Lời giải

Chọn B.



Vì $ABCD$ là hình chữ nhật có hai kích thước khác nhau nên $ABCD$ có hai trục đối xứng là các đường trung trực của AB và BC .

Tương tự $ADD'A'$ có hai trục đối xứng là các đường trung trực của AD và DD' .

Từ đó suy ra hình hộp chữ nhật $ABCD.A'B'C'D'$ với ba kích thước đôi một khác nhau có đúng 3 mặt phẳng đối xứng. Đó là các mặt phẳng trung trực của các cạnh AB , BC và DD' .

Câu 5: **[1D2-1]** Một người vào cửa hàng ăn, người đó chọn thực đơn gồm 1 món ăn trong 5 món ăn, 1 loại quả tráng miệng trong 4 loại quả tráng miệng và 1 loại nước uống trong 3 loại nước uống. Hỏi có bao nhiêu cách chọn thực đơn?

A. 75.

B. 12.

C. 60.

D. 3.

Lời giải

Chọn C.

Có 5 cách chọn 1 món ăn trong 5 món ăn, 4 cách chọn 1 loại quả tráng miệng trong 4 loại quả tráng miệng và 3 cách chọn 1 loại nước uống trong 3 loại nước uống.

Theo quy tắc nhân có $5.4.3 = 60$ cách chọn thực đơn.

Câu 06- 10- thi thử Vĩnh Phúc lần 4.

Câu 6: **[2D2-2]** Tính đạo hàm của hàm số $y = \log_3(2x+1)$.

A. $y' = \frac{1}{(2x+1)\ln 3}$.

B. $y' = \frac{1}{2x+1}$.

C. $y' = \frac{2}{(2x+1)\ln 3}$.

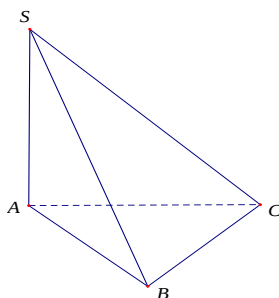
D. $y' = (2x+1).\ln 3$.

Lời giải

Chọn C.

Đạo hàm của hàm số $y = \log_3(2x+1)$ là $y' = \frac{2}{(2x+1)\ln 3}$.

Câu 7: **[1H3-2]** Cho hình chóp $S.ABC$ có $SA \perp (ABC)$; tam giác ABC đều cạnh a và $SA = a$ (tham khảo hình vẽ bên). Tìm góc giữa đường thẳng SC và mặt phẳng (ABC) .



A. 60° .

B. 45° .

C. 135° .

D. 90° .

Lời giải

Chọn B.

Góc giữa đường thẳng SC và mặt phẳng (ABC) là góc SCA .

Tam giác SAC vuông cân tại A nên góc $SCA = 45^\circ$.

Câu 8: [2D3-2] Cho hình phẳng D giới hạn bởi đường cong $y = e^x$, trục hoành và các đường thẳng $x = 0$, $x = 1$. Khối tròn xoay tạo thành khi quay D quanh trục hoành có thể tích V bằng bao nhiêu?

- A. $V = \frac{e^2 - 1}{2}$. B. $V = \frac{\pi(e^2 + 1)}{2}$. C. $V = \frac{\pi(e^2 - 1)}{2}$. D. $\frac{\pi e^2}{2}$.

Lời giải

Chọn C.

Thể tích khối tròn xoay cần tính là $V = \pi \int_0^1 (e^x)^2 dx = \pi \left(\frac{e^{2x}}{2} \right) \Big|_0^1 = \frac{\pi(e^2 - 1)}{2}$.

Câu 9: [2D2-2] Tìm tập nghiệm của bất phương trình $3^{2x} > 3^{x+4}$.

- A. $D = (0; 4)$. B. $D = (-\infty; 4)$. C. $D = (4; +\infty)$. D. $D = (-4; +\infty)$.

Lời giải

Chọn C.

Ta có $3^{2x} > 3^{x+4} \Leftrightarrow 2x > x + 4 \Leftrightarrow x > 4$.

Câu 10: [2D1-2] Tìm giá trị nhỏ nhất của hàm số $y = \frac{x-2}{x+1}$ trên đoạn $[0; 2]$.

- A. -3 . B. -2 . C. 0 . D. 2 .

Lời giải

Chọn B.

Ta có $y' = \frac{3}{(x+1)^2} > 0 \quad \forall x \in [0; 2]$ nên hàm số đồng biến trên $[0; 2]$.

Suy ra $\min_{[0; 2]} f(x) = f(0) = -2$.

Câu 11: [1D4-2] Cho hàm số $f(x) = \begin{cases} \sqrt{x} - m & \text{khi } x \geq 0 \\ mx + 1 & \text{khi } x < 0 \end{cases}$. Tìm tất cả các giá trị của m để $f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$.

- A. $m = 1$. B. $m = 0$. C. $m = -1$. D. $m = -2$.

Lời giải

Chọn C.

Hàm số $f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R} \Leftrightarrow f(x)$ liên tục tại $x = 0$.

$$\lim_{x \rightarrow 0^+} f(x) = \lim_{x \rightarrow 0^+} (\sqrt{x} - m) = -m; \quad \lim_{x \rightarrow 0^-} f(x) = \lim_{x \rightarrow 0^-} (mx + 1) = 1; \quad f(0) = -m.$$

$$f(x) \text{ liên tục tại } x = 0 \Leftrightarrow \lim_{x \rightarrow 0^+} f(x) = \lim_{x \rightarrow 0^-} f(x) = f(0) \Leftrightarrow -m = 1 \Leftrightarrow m = -1.$$

Câu 12: [2D3-2] Cho hàm số $f(x)$ xác định trên $\mathbb{R}$ thỏa mãn $f'(x) = 2x + 1$ và $f(1) = 5$. Phương trình $f(x) = 5$ có hai nghiệm x_1, x_2 . Tính tổng $S = \log_2 |x_1| + \log_2 |x_2|$.

- A. $S = 1$. B. $S = 2$. C. $S = 0$. D. $S = 4$.

Lời giải

Chọn A.

Ta có: $f(x) = \int f'(x) dx = \int (2x + 1) dx = x^2 + x + C$.

Mà $f(1) = 5 \Leftrightarrow 1 + 1 + C = 5 \Leftrightarrow C = 3 \Rightarrow f(x) = x^2 + x + 3$.

Xét phương trình: $f(x) = 5 \Leftrightarrow x^2 + x + 3 = 5 \Leftrightarrow x^2 + x - 2 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 1 \\ x = -2 \end{cases}$.

$S = \log_2 |x_1| + \log_2 |x_2| = \log_2 |1| + \log_2 |-2| = 1$.

Câu 13: [2D2-1] Tìm tập xác định D của hàm số $y = (x-1)^{\frac{2}{5}}$.

A. $D = \mathbb{R}$.

B. $D = (1; +\infty)$.

C. $D = (-\infty; 1)$.

D. $D = \mathbb{R} \setminus \{1\}$.

Lời giải

Chọn B.

Do $\frac{2}{5} \notin \mathbb{Z}$ nên hàm số xác định khi $x-1 > 0 \Leftrightarrow x > 1 \Rightarrow D = (1; +\infty)$.

Câu 14: [2D3-1] Tìm nguyên hàm của hàm số $f(x) = \cos 2x$.

A. $\int \cos 2x dx = 2 \sin 2x + C$.

B. $\int \cos 2x dx = -\frac{1}{2} \sin 2x + C$.

C. $\int \cos 2x dx = \sin 2x + C$.

D. $\int \cos 2x dx = \frac{1}{2} \sin 2x + C$.

Lời giải

Chọn D.

Theo công thức nguyên hàm mở rộng: $\int f(ax+b) dx = \frac{1}{a} F(ax+b) + C$.

$\Rightarrow \int \cos 2x dx = \frac{1}{2} \sin 2x + C$.

Câu 15: [2H3-2] Trong không gian $Oxyz$, cho điểm $M(3; -1; 2)$. Tìm tọa độ điểm N đối xứng với M qua mặt phẳng (Oyz) .

A. $N(0; -1; 2)$.

B. $N(3; 1; -2)$.

C. $N(-3; -1; 2)$.

D. $N(0; 1; -2)$.

Lời giải

Chọn C.

Gọi H là hình chiếu vuông góc của $M(3; -1; 2)$ lên mặt phẳng $(Oyz) \Rightarrow H(0; -1; 2)$.

N là điểm đối xứng với M qua mặt phẳng (Oyz) nên H là trung điểm MN .

$$\Rightarrow \begin{cases} x_N = 2x_H - x_M = 2 \cdot 0 - 3 = -3 \\ y_N = 2y_H - y_M = 2 \cdot (-1) - (-1) = -1 \\ z_N = 2z_H - z_M = 2 \cdot 2 - 2 = 2 \end{cases} \Rightarrow N(-3; -1; 2)$$

Câu 16: [2D1-1] Cho hàm số $y = f(x)$ có bảng biến thiên như sau

x	$-\infty$	0	2	$+\infty$		
y'	$-$	0	$+$	0	$-$	
y	$+\infty$		1		5	$-\infty$

Hàm số đạt cực đại tại điểm

A. $x = 5$.

B. $x = 2$.

C. $x = 1$.

D. $x = 0$.

Lời giải

Chọn B.

Dựa vào bảng biến thiên, nhận thấy hàm số đạt cực đại tại điểm $x = 2$.

Câu 17: [2D1-3] Tìm số đường tiệm cận của đồ thị hàm số $y = \frac{\sqrt{x+2}}{|x|-2}$.

A. 1 .

B. 0 .

C. 2 .

D. 3 .

Lời giải

Chọn D.

Tập xác định của hàm số là: $D = (-2; +\infty) \setminus \{2\}$.

Ta có:

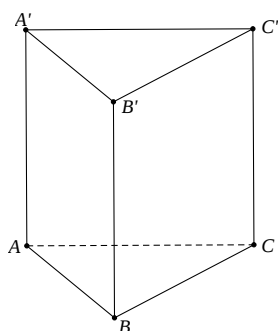
$\square \lim_{x \rightarrow 2^+} y = \lim_{x \rightarrow 2^+} \frac{\sqrt{x+2}}{|x|-2} = \lim_{x \rightarrow 2^+} \frac{\sqrt{x+2}}{x-2} = +\infty$ nên đồ thị hàm số có tiệm cận đứng $x = 2$.

$\square \lim_{x \rightarrow (-2)^+} y = \lim_{x \rightarrow (-2)^+} \frac{\sqrt{x+2}}{|x|-2} = \lim_{x \rightarrow (-2)^+} \frac{\sqrt{x+2}}{-x-2} = \lim_{x \rightarrow (-2)^+} \frac{-1}{\sqrt{x+2}} = -\infty$ nên đồ thị hàm số có tiệm cận đứng $x = -2$.

$\square \lim_{x \rightarrow +\infty} y = \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{\sqrt{x+2}}{|x|-2} = 0$ nên đồ thị hàm số có tiệm cận ngang là: $y = 0$.

Vậy đồ thị hàm số có tất cả 3 đường tiệm cận.

Câu 18: [2H1-2] Cho khối lăng trụ đứng $ABC.A'B'C'$ có $BB' = a$, đáy ABC là tam giác vuông cân tại B và $AC = a\sqrt{2}$ (tham khảo hình vẽ bên). Tính thể tích V của khối lăng trụ đã cho.



A. $V = a^3$.

B. $V = \frac{a^3}{6}$.

C. $V = \frac{a^3}{3}$.

D. $V = \frac{a^3}{2}$.

Lời giải

Chọn D.

Do tam giác ABC là tam giác vuông cân tại B và $AC = a\sqrt{2}$. Suy ra: $AB = \frac{AC}{\sqrt{2}} = a$.

Khi đó diện tích đáy: $S = \frac{1}{2} AB^2 = \frac{a^2}{2}$. Thể tích khối lăng trụ: $V = BB' \cdot S = \frac{a^3}{2}$.

Câu 19: [2H1-2] Cho khối chóp tứ giác đều có cạnh đáy bằng a , cạnh bên gấp hai lần cạnh đáy. Tính thể tích V của khối chóp đã cho.

A. $V = \frac{\sqrt{14}a^3}{6}$.

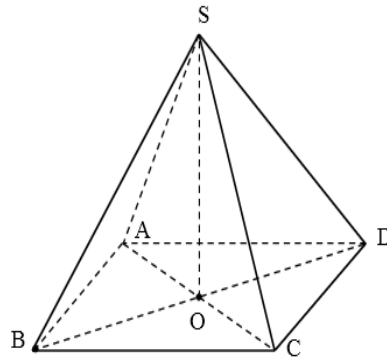
B. $V = \frac{\sqrt{14}a^3}{2}$.

C. $V = \frac{\sqrt{2}a^3}{2}$.

D. $V = \frac{\sqrt{2}a^3}{6}$.

Lời giải

Chọn A.



Diện tích đáy: $S_{ABCD} = a^2$.

Ta có: $ABCD$ là hình vuông cạnh a nên $AC = a\sqrt{2} \Rightarrow AO = \frac{a\sqrt{2}}{2}$.

Tam giác SOA vuông tại O nên $SO = \sqrt{SA^2 - AO^2} = \sqrt{4a^2 - \frac{a^2}{2}} = \frac{a\sqrt{14}}{2}$.

Do đó: $V = \frac{1}{3} SO \cdot S_{ABCD} = \frac{1}{3} \cdot \frac{a\sqrt{14}}{2} \cdot a^2 = \frac{\sqrt{14}a^3}{6}$.

Câu 20: [2D2-2] Tìm tập xác định D của hàm số $y = \frac{1}{\sqrt{e^x - e^5}}$.

A. $D = (\ln 5; +\infty)$.

B. $D = [5; +\infty)$.

C. $D = \mathbb{R} \setminus \{5\}$.

D. $D = (5; +\infty)$.

Lời giải

Chọn D.

Điều kiện: $e^x - e^5 > 0 \Leftrightarrow e^x > e^5 \Leftrightarrow x > 5$.

Vậy tập xác định của hàm số là: $D = (5; +\infty)$.

Câu 21: [1D1-1] Tìm nghiệm của phương trình $\sin 2x = 1$.

A. $x = \frac{\pi}{2} + k2\pi$.

B. $x = \frac{\pi}{4} + k\pi$.

C. $x = \frac{\pi}{4} + k2\pi$.

D. $x = \frac{k\pi}{2}$.

Lời giải

Chọn B.

Ta có: $\sin 2x = 1 \Leftrightarrow 2x = \frac{\pi}{2} + k2\pi \Leftrightarrow x = \frac{\pi}{4} + k\pi$.

Câu 22: [1D2-1] Cho tập hợp S có 10 phần tử. Tìm số tập con gồm 3 phần tử của S .

A. A_{10}^3 .

B. C_{10}^3 .

C. 30.

D. 10^3 .

Lời giải

Chọn B.

Số tập con gồm 3 phần tử được lấy ra từ tập hợp gồm 10 phần tử ban đầu là tổ hợp chập 3 của 10. Đáp án C_{10}^3 .

Câu 23: [1H1-2] Trong mặt phẳng tọa độ Oxy , cho đường thẳng $d: y = x$. Tìm ảnh của d qua phép quay tâm O , góc quay 90° .

A. $d': y = 2x$.

B. $d': y = -x$.

C. $d': y = -2x$.

D. $d': y = x$.

Lời giải

Chọn B.

Phép quay tâm O , góc quay 90° biến điểm $M(x; y)$ thành điểm $M'(x'; y')$ với $\begin{cases} x' = -y \\ y' = x \end{cases}$.

Mà $y = x \Rightarrow -x' = y' \Rightarrow x' + y' = 0 \Rightarrow y = -x$.

Câu 24: [2H2-2] Cho hình nón có diện tích xung quanh bằng $5\pi a^2$ và bán kính đáy bằng a . Tính độ dài đường sinh của hình nón đã cho?

A. $a\sqrt{5}$.

B. $3a\sqrt{2}$.

C. $3a$.

D. $5a$.

Lời giải

Chọn D.

Áp dụng công thức tính diện tích xung quanh của hình nón $S_{xq} = \pi Rl$, nên ta có:

$$l = \frac{S_{xq}}{\pi R} = \frac{5\pi a^2}{\pi a} = 5a.$$

Câu 25: [2H3-2] Trong không gian $Oxyz$, cho đường thẳng $d: \frac{x+3}{1} = \frac{y-2}{-1} = \frac{z-1}{2}$. Viết phương trình mặt phẳng (P) đi qua điểm $M(2; 0; -1)$ và vuông góc với d .

A. $(P): x - y - 2z = 0$.

B. $(P): x - 2y - 2 = 0$.

C. $(P): x + y + 2z = 0$.

D. $(P): x - y + 2z = 0$.

Lời giải

Chọn D.

Mặt phẳng (P) vuông góc với đường thẳng d nên (P) có VTPT $\vec{n}_p = \vec{u}_d = (1; -1; 2)$.

Nên phương trình mặt phẳng (P) có dạng: $(x-2) - (y-0) + 2(z+1) = 0 \Leftrightarrow x - y + 2z = 0$.

Câu 26: [2D2-3] Tìm tất cả các giá trị của tham số m để phương trình $\ln(m + \ln(m+x)) = x$ có nhiều nghiệm nhất.

A. $m \geq 0$.

B. $m > 1$.

C. $m < e$.

D. $m \geq -1$.

Lời giải

Chọn B.

Ta có $\ln(m + \ln(m+x)) = x$ (1).

Điều kiện $x > e^{-m} - m$.

Đặt $\ln(m+x) = y$ ta được $e^y - m = x$. Thay vào (1) ta được $\ln(m+y) = x \Leftrightarrow e^x - m = y$.

Ta có hệ $\begin{cases} e^x - m = y \\ e^y - m = x \end{cases} \Rightarrow e^x - e^y = y - x \Rightarrow e^x + x = e^y + y$. Do hàm số $f(t) = e^t + t$ đồng biến

trên $\mathbb{R}$ nên suy ra $x = y \Rightarrow x = \ln(x+m) \Leftrightarrow e^x - x = m$.

Xét hàm số $g(x) = e^x - x$; $g'(x) = e^x - 1$; $g'(x) = 0 \Leftrightarrow x = 0$.

BBT

x	$-\infty$	0	$+\infty$
$g'(x)$	$-$	0	$+$
$g(x)$	$+\infty$	1	$+\infty$

Suy ra phương trình có nhiều nhất là hai nghiệm $\Leftrightarrow m > 1$. (chú ý nghiệm luôn thỏa điều kiện).

Câu 27: [2D3-3] Cho hàm số $f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$ thỏa mãn $\int_0^{\frac{\pi}{4}} f(\tan x) dx = 3$ và $\int_0^1 \frac{x^2 f(x)}{x^2 + 1} dx = 1$.

Tính $I = \int_0^1 f(x) dx$.

A. $I = 2$.

B. $I = 6$.

C. $I = 3$.

D. $I = 4$.

Lời giải

Chọn D.

Ta có $K = \int_0^{\frac{\pi}{4}} f(\tan x) dx = 3$. Đặt $\tan x = t \Rightarrow dt = d \tan x = \frac{1}{\cos^2 x} dx = (t^2 + 1) dx$.

Vậy $K = \int_0^1 f(t) \cdot \frac{1}{t^2 + 1} dt = \int_0^1 f(x) \cdot \frac{1}{x^2 + 1} dx = 3$.

Lại có $\int_0^1 \frac{x^2 f(x)}{x^2 + 1} dx = \int_0^1 \left[f(x) - \frac{1}{x^2 + 1} f(x) \right] dx = \int_0^1 f(x) dx - \int_0^1 \frac{1}{x^2 + 1} f(x) dx$.

Vậy suy ra $I = \int_0^1 f(x) dx = 4$.

Câu 28: [2D3-3] Một ô tô bắt đầu chuyển động nhanh dần đều với vận tốc $v_1(t) = 7t$ (m/s). Đi được 5s, người lái xe phát hiện chướng ngại vật và phanh gấp, ô tô tiếp tục chuyển động chậm dần đều với gia tốc $a = -70$ (m/s²). Tính quãng đường S đi được của ô tô từ lúc bắt đầu chuyển bánh cho đến khi dừng hẳn.

A. $S = 96,25$ (m).

B. $S = 87,5$ (m).

C. $S = 94$ (m).

D. $S = 95,7$ (m).

Lời giải

Chọn A.

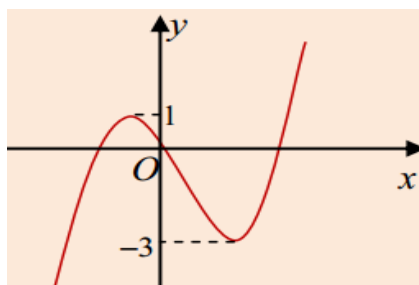
Chọn gốc thời gian là lúc ô tô bắt đầu đi. Sau 5s ô tô đạt vận tốc là $v(5) = 35$ (m/s).

Sau khi phanh vận tốc ô tô là $v(t) = 35 - 70(t - 5)$.

Ô tô dừng tại thời điểm $t = 5,5$ s.

Quãng đường ô tô đi được là $S = \int_0^5 7t dt + \int_5^{5,5} [35 - 70(t - 5)] dt = 96,25$ (m).

Câu 29: [2D1-3] Cho hàm số bậc ba $y = f(x)$ có đồ thị như hình vẽ



Tìm tất cả các giá trị của m để hàm số $y = |f(x) + m|$ có ba điểm cực trị.

A. $m \geq 3$ hoặc $m \leq -1$.

B. $m \geq 1$ hoặc $m \leq -3$.

C. $m = 3$ hoặc $m = -1$.

D. $1 \leq m \leq 3$.

Lời giải

Chọn A.

Đồ thị hàm số $g(x) = f(x) + m$ được suy ra từ đồ thị hàm số $y = f(x)$ bằng cách tịnh tiến theo phương của trục tung $|m|$ đơn vị.

Đồ thị hàm số $y = |g(x)|$ được suy ra từ đồ thị hàm số $y = g(x)$ bằng cách giữ nguyên phần không âm của đồ thị $y = g(x)$, sau đó lấy đối xứng đối xứng phần $g(x) < 0$ qua trục hoành.

Vì vậy dựa vào đồ thị của $f(x)$ để $y = |g(x)|$ có ba điểm cực trị khi đồ thị hàm số $g(x) = f(x) + m$ cắt trục hoành tại một hoặc hai điểm.

Giả sử $f(x)$ đạt cực đại tại x_1 với $f(x_1) = 1$ và đạt cực tiểu tại x_2 với $f(x_2) = -3$. Khi đó đồ thị hàm số $g(x) = f(x) + m$ cắt trục hoành tại một hoặc hai điểm khi $g(x_1) \cdot g(x_2) \geq 0$

$$\Leftrightarrow [f(x_1) + m][f(x_2) + m] \geq 0 \Leftrightarrow (1 + m)(m - 3) \geq 0 \Leftrightarrow \begin{cases} m \geq 3 \\ m \leq -1 \end{cases}.$$

Câu 30: [2D1-3] Có bao nhiêu giá trị nguyên dương của tham số m để hàm số $y = \frac{3}{4}x^4 - (m-1)x^2 - \frac{1}{4x^4}$ đồng biến trên khoảng $(0; +\infty)$.

A. 1.

B. 2.

C. 3.

D. 4.

Lời giải

Chọn C.

Ta có $y' = 3x^3 - 2(m-1)x + \frac{1}{x^5}$.

Hàm số đồng biến trong khoảng $(0; +\infty)$ khi và chỉ khi $y' \geq 0$ với $\forall x \in (0; +\infty)$.

$$y' \geq 0 \Leftrightarrow 2(m-1) \leq 3x^2 + \frac{1}{x^6}.$$

Xét $g(x) = 3x^2 + \frac{1}{x^6}$ với $\forall x \in (0; +\infty)$. Ta có $g'(x) = 6x - \frac{6}{x^7}$; $g'(x) = 0 \Leftrightarrow x = 1$

Bảng biến thiên:

x	0	1	$+\infty$
y'		0	+
y	$+\infty$	4	$+\infty$

$$2(m-1) \leq g(x) \Leftrightarrow 2(m-1) \leq 4 \Leftrightarrow m \leq 3.$$

Vì m nguyên dương nên $m \in \{1, 2, 3\}$.

Vậy có 3 giá trị m nguyên dương thỏa mãn bài toán.

Câu 31: [2D1-3] Cho hàm số $y = \frac{x-2}{1-x}$ có đồ thị (C) và điểm $A(m; 1)$. Gọi S là tập các giá trị của m để có đúng một tiếp tuyến của (C) đi qua A . Tính tổng bình phương các phần tử của tập S .

A. $\frac{13}{4}$.

B. $\frac{5}{2}$.

C. $\frac{9}{4}$.

D. $\frac{25}{4}$.

Lời giải

Chọn A.

Gọi $M_o(x_o; y_o)$ thuộc đồ thị hàm số. Điều kiện $x_o \neq 1$. Ta có $y' = \frac{-1}{(1-x)^2}$.

Phương trình tiếp tuyến d đồ thị hàm số tại $M_o(x_o; y_o)$ là: $y = \frac{-1}{(1-x_o)^2}(x-x_o) + \frac{x_o-2}{1-x_o}$.

$$d \text{ đi qua } A(m;1) \Leftrightarrow 1 = \frac{-m+x_o}{(1-x_o)^2} + \frac{x_o-2}{1-x_o} \Leftrightarrow 2x_o^2 - 6x_o + m + 3 = 0 \quad (1).$$

Vì đồ thị hàm số mỗi tiếp tuyến chỉ có đúng một tiếp điểm nên yêu cầu bài toán tương đương

$$(1) \text{ có đúng một nghiệm } x_o \text{ khác } 1 \Leftrightarrow \begin{cases} 9-2(m+3)=0 \\ 2-6+m+3=0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m=\frac{3}{2} \\ m=1 \end{cases}$$

$$\text{Vậy } S = \left\{1; \frac{3}{2}\right\} \text{ suy ra tổng bình phương các phần tử của } S: 1^2 + \left(\frac{3}{2}\right)^2 = \frac{13}{4}.$$

Câu 32: [2D2-4] Cho các số thực a, b thỏa mãn điều kiện $0 < b < a < 1$. Tìm giá trị nhỏ nhất của biểu

$$\text{thức } P = \log_a \frac{4(3b-1)}{9} + 8\log_{\frac{b}{a}}^2 a - 1.$$

A. 6.

B. $3\sqrt[3]{2}$.

C. 8.

D. 7.

Lời giải

Chọn D.

$$\text{Ta có } 9b^2 - 12b + 4 \geq 0 \Leftrightarrow \frac{4(3b-1)}{9} \leq b^2.$$

$$\text{Suy ra } P \geq \log_a b^2 + 8\log_{\frac{b}{a}}^2 a - 1 \Leftrightarrow P \geq 2\log_a \frac{b}{a} + 8\log_{\frac{b}{a}}^2 a + 1$$

$$\Leftrightarrow P \geq 3\sqrt[3]{\log_a \frac{b}{a} \cdot \log_a \frac{b}{a} \cdot 8\log_{\frac{b}{a}}^2 a + 1} = 7.$$

$$\text{Vậy GTNN của } P = \log_a \frac{4(3b-1)}{9} + 8\log_{\frac{b}{a}}^2 a - 1 \text{ là } 7.$$

Câu 33: [2D2-3] Giả sử cứ sau một năm diện tích rừng của nước ta giảm x phần trăm diện tích hiện có. Hỏi sau đây 4 năm diện tích rừng của nước ta sẽ là bao nhiêu phần trăm diện tích hiện nay?

A. $(1-x)^4$.

B. $1 - \frac{4x}{100}$.

C. $1 - \left(\frac{x}{100}\right)^4$.

D. $\left(1 - \frac{x}{100}\right)^4$.

Lời giải

Chọn D.

Giả sử diện tích rừng hiện có là M .

$$\text{Hết năm thứ nhất diện tích rừng còn lại } M\left(1 - \frac{x}{100}\right).$$

$$\text{Hết năm thứ hai diện tích rừng còn lại là } M\left(1 - \frac{x}{100}\right) - M\left(1 - \frac{x}{100}\right)\frac{x}{100} = M\left(1 - \frac{x}{100}\right)^2.$$

.

$$\text{Hết năm thứ tư diện tích rừng còn lại là: } M\left(1 - \frac{x}{100}\right)^4.$$

Câu 34: [2D1-3] Tìm tất cả các giá trị của $m > 0$ để giá trị nhỏ nhất của hàm số $y = x^3 - 3x + 1$ trên đoạn $[m+1; m+2]$ luôn bé hơn 3.

A. $m \in (0; 2)$.

B. $m \in (0; 1)$.

C. $m \in (1; +\infty)$.

D. $m \in (0; +\infty)$.

Lời giải

Chọn B.

Ta có $y' = 3x^2 - 3$, $y' = 0 \Leftrightarrow x = \pm 1$ do đó $y_{CT} = y(1) = -1$ và $y_{CB} = y(-1) = 3$.

Thấy ngay với $m > 0$ thì trên đoạn $[m+1; m+2]$ hàm số luôn đồng biến.

Vậy GTNN của hàm số đã cho trên đoạn $[m+1; m+2]$ là $y(m+1) = (m+1)^3 - 3(m+1) + 1$.

$$GTNN \text{ luôn bé hơn } 3 \Leftrightarrow (m+1)^3 - 3(m+1) - 2 < 0 \Leftrightarrow \begin{cases} m+1 < 2 \\ m+1 \neq -1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m < 1 \\ m \neq -2 \end{cases}.$$

Kết hợp điều kiện $m > 0$ ta được $m \in (0; 1)$.

Câu 35: [2D2-3] Gọi S là tập tất cả các giá trị nguyên không dương của m để phương trình $\log_{\frac{1}{3}}(x+m) + \log_3(3-x) = 0$ có nghiệm. Tập S có bao nhiêu tập con?

A. 4.

B. 8.

C. 2.

D. 7.

Lời giải

Chọn B.

Điều kiện xác định: $-m < x < 3$.

$$\log_{\frac{1}{3}}(x+m) + \log_3(3-x) = 0 \Leftrightarrow \log_3(x+m) = \log_3(3-x) \Leftrightarrow x+m = 3-x \Leftrightarrow x = \frac{3-m}{2}.$$

$$\text{Phương trình có nghiệm khi } -m < \frac{3-m}{2} < 3 \Leftrightarrow -3 < m.$$

Do m nguyên không dương nên $S = \{-2; -1; 0\}$. S có 3 phần tử nên số tập con là $2^3 = 8$.

Câu 36: [2H2-3] Cho hình chữ nhật $ABCD$ có $AB = a$, $BC = 2a$. Trên tia đối của tia AB lấy điểm O sao cho $OA = x$. Gọi d là đường thẳng đi qua O và song song với AD . Tìm x biết thể tích của hình tròn xoay tạo nên khi quay hình chữ nhật $ABCD$ quanh d gấp ba lần thể tích hình cầu có bán kính bằng cạnh AB .

A. $x = \frac{a}{2}$.

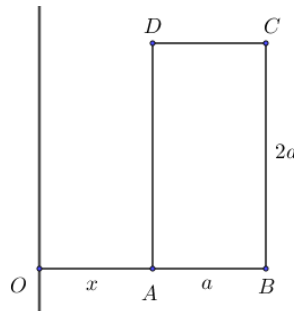
B. $x = 2a$.

C. $x = a$.

D. $x = \frac{3a}{2}$.

Lời giải

Chọn A.



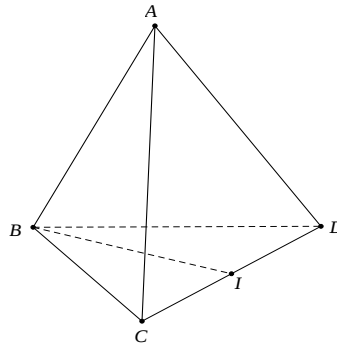
$$\text{Thể tích khối cầu có bán kính } R = AB = a: V_1 = \frac{4}{3} \pi a^3.$$

Thể tích khối trụ tròn xoay sinh ra khi quay hình chữ nhật $ABCD$ quanh d .

$$V_2 = \pi(x+a)^2 2a - \pi x^2 2a.$$

Theo đề ta có $V_2 = 3V_1 \Leftrightarrow \pi(x+a)^2 2a - \pi x^2 2a = 4\pi a^3 \Leftrightarrow (x+a)^2 - x^2 = 2a^2 \Leftrightarrow x = \frac{a}{2}$.

Câu 37: [1H3-3] Cho tứ diện đều $ABCD$ có cạnh bằng $\sqrt{11}$. Gọi I là trung điểm cạnh CD (tham khảo hình vẽ bên dưới). Tính khoảng cách giữa hai đường thẳng AC và BI .



A. 2.

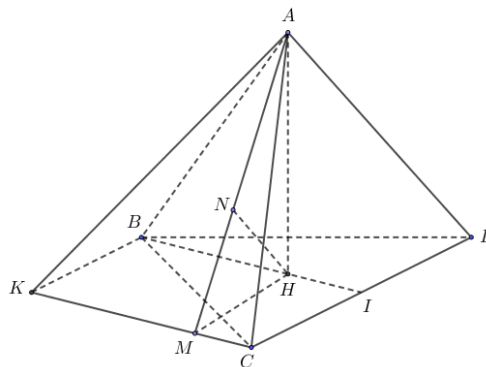
B. $2\sqrt{2}$.

C. $3\sqrt{2}$.

D. $\sqrt{2}$.

Lời giải

Chọn D.



Dựng hình bình hành $BICK \Rightarrow BICK$ là hình chữ nhật do $BI \perp CD$. Gọi H là tâm $\triangle BCD$. Vẽ $HM \perp KC$ tại M , $HN \perp AM$ tại N .

Ta có $CK \perp (AHM) \Rightarrow CK \perp HN \Rightarrow HN \perp (ACK)$.

Ta có $BI \parallel (ACK) \Rightarrow d(AC, BI) = d(BI, (ACK)) = d(H, (ACK)) = HN$.

Ta có $AH = \sqrt{AB^2 - BH^2} = \sqrt{11 - \left(\frac{\sqrt{11} \cdot \sqrt{3}}{3}\right)^2} = \frac{\sqrt{66}}{3}$, $HM = CI = \frac{\sqrt{11}}{2}$

$$HN = \frac{AH \cdot HM}{\sqrt{AH^2 + HM^2}} = \frac{\frac{\sqrt{66}}{3} \cdot \frac{\sqrt{11}}{2}}{\sqrt{\frac{22}{3} + \frac{11}{4}}} = \sqrt{2} \Rightarrow d(AC, BI) = \sqrt{2}.$$

Câu 38: [2D1-3] Biết rằng đường thẳng $y = x - m$ cắt đồ thị hàm số $y = x^3 - 3x^2$ tại ba điểm phân biệt sao cho có một giao điểm cách đều hai giao điểm còn lại. Khi đó m thuộc khoảng nào dưới đây?

A. $(2; 4)$.

B. $(-2; 0)$.

C. $(0; 2)$.

D. $(4; 6)$.

Lời giải

Chọn D.

Xét hàm số: $y = x^3 - 3x^2$ có đồ thị (C) . Ta có $y' = 3x^2 - 6x$; $y'' = 6x - 6$.

Khi đó $y'' = 0 \Leftrightarrow 6x - 6 = 0 \Leftrightarrow x = 1$. Đồ thị (C) có điểm uốn $I(1; -2)$.

Theo yêu cầu bài toán ta có đường thẳng $y = x - m$ phải đi qua $I(1; -2)$.

Suy ra $-2 = 1 - m \Leftrightarrow m = 3$.

Câu 39: [2H1-4] Cho tứ diện đều $ABCD$ có cạnh bằng a . Gọi M, N lần lượt là trọng tâm của các tam giác ABD, ABC và E là điểm đối xứng với B qua D . Mặt phẳng (MNE) chia khối tứ diện $ABCD$ thành hai khối đa diện, trong đó khối đa diện chứa đỉnh A có thể tích V . Tính V .

A. $V = \frac{9\sqrt{2}a^3}{320}$.

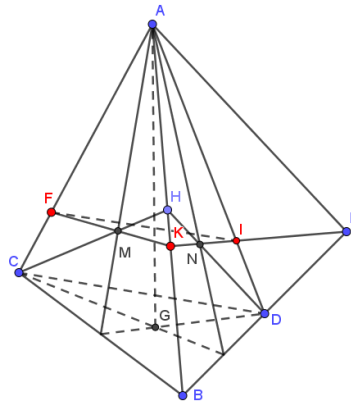
B. $V = \frac{3\sqrt{2}a^3}{320}$.

C. $V = \frac{a^3\sqrt{2}}{96}$.

D. $V = \frac{3\sqrt{2}a^3}{80}$.

Lời giải

Chọn A.



Gọi G là trọng tâm tam giác BCD , $ABCD$ là tứ diện đều nên $AG \perp (BCD)$.

$$AG = \sqrt{AD^2 - DG^2} = \sqrt{a^2 - \frac{3a^2}{9}} = \frac{a\sqrt{6}}{3}. V_{ABCD} = \frac{1}{3} \cdot \frac{a^2\sqrt{3}}{4} \cdot \frac{a\sqrt{6}}{3} = \frac{a^3\sqrt{2}}{12}.$$

Gọi I, K lần lượt là giao điểm của EN với AD và AB ; F là giao điểm của KM với AC . Khi đó $V = V_{AKIF}$.

Ta có:

$$\square \frac{HM}{HI} = \frac{HN}{HF} \Rightarrow MN \parallel FI, \text{ mà } MN \parallel CD \text{ nên } CD \parallel FI \Rightarrow \frac{AI}{AD} = \frac{AF}{AC}.$$

$$\square \triangle IEA \sim \triangle IND \Rightarrow \frac{AI}{ID} = \frac{EA}{ND} = 3 \Rightarrow \frac{AI}{AD} = \frac{3}{4}.$$

$$\square \triangle AEK \sim \triangle HNK \Rightarrow \frac{AK}{HK} = \frac{EA}{HN} = 6 \Rightarrow \frac{AI}{AB} = \frac{3}{5}.$$

$$\text{Vậy: } V = \frac{3}{4} \cdot \frac{3}{4} \cdot \frac{3}{5} V_{ABCD} = \frac{3}{4} \cdot \frac{3}{4} \cdot \frac{3}{5} \cdot \frac{a^3\sqrt{2}}{12} = \frac{9\sqrt{2}a^3}{320}.$$

Câu 40: [2H3-2] Trong không gian $Oxyz$, cho mặt cầu $(S): x^2 + y^2 + z^2 - 2x - 2y + 4z - 1 = 0$ và mặt phẳng $(P): x + y - z - m = 0$. Tìm tất cả m để (P) cắt (S) theo giao tuyến là một đường tròn có bán kính lớn nhất.

A. $m = -4$.

B. $m = 0$.

C. $m = 4$.

D. $m = 7$.

Lời giải

Chọn C.

$$\text{Mặt cầu } (S) \text{ có tâm } I(1; 1; -2), \text{ bán kính } R = \sqrt{7}. d = d(I, (P)) = \frac{|4 - m|}{\sqrt{3}}.$$

Ta có (P) cắt (S) theo giao tuyến là một đường tròn có bán kính $r = \sqrt{R^2 - d^2}$.

r lớn nhất khi (P) đi qua tâm của $(S) \Leftrightarrow d = 0 \Leftrightarrow \frac{|4-m|}{\sqrt{3}} = 0 \Leftrightarrow m = 4$.

Câu 41: [1D2-4] Cho một đa giác lồi (H) có 30 đỉnh. Chọn ngẫu nhiên 4 đỉnh của đa giác đó. Gọi P là xác suất sao cho 4 đỉnh được chọn tạo thành một tứ giác có bốn cạnh đều là đường chéo của (H) . Hỏi P gần với số nào nhất trong các số sau?

A. 0,6792.

B. 0,5287.

C. 0,6294.

D. 0,4176.

Lời giải

Chọn C.

Số phần tử của không gian mẫu là $n(\Omega) = C_{30}^4$.

Gọi A : “4 đỉnh được chọn tạo thành một tứ giác có bốn cạnh đều là đường chéo của (H) ”.

Để chọn ra một tứ giác thỏa mãn đề bài ta làm như sau:

Bước 1: Chọn đỉnh đầu tiên của tứ giác, có 30 cách.

Bước 2: Chọn 3 đỉnh còn lại sao cho hai đỉnh bất kỳ của tứ giác cách nhau ít nhất 1 đỉnh. Điều này tương đương với việc ta phải chia $m = 30$ chiếc kẹo cho $n = 4$ đứa trẻ sao cho mỗi đứa trẻ có ít nhất $k = 2$ cái, có $C_{m-n(k-1)-1}^{n-1} = C_{25}^3$ cách, nhưng làm như thế mỗi tứ giác lặp lại 4 lần.

$\Rightarrow$ Số phần tử của biến cố A là: $n(A) = \frac{30 \cdot C_{25}^3}{4}$.

Vậy xác suất của biến cố A là $P(A) = \frac{n(A)}{n(\Omega)} = \frac{\frac{30 \cdot C_{25}^3}{4}}{C_{30}^4} = \frac{1150}{1827} \approx 0,6294$.

Câu 42: [2H3-2] Trong không gian $Oxyz$, cho hai điểm $A(1;0;1)$, $B(-1;2;1)$. Viết phương trình đường thẳng Δ đi qua tâm đường tròn ngoại tiếp tam giác OAB và vuông góc với mặt phẳng (OAB) .

A. $\Delta: \begin{cases} x = t \\ y = 1+t \\ z = 1-t \end{cases}$

B. $\Delta: \begin{cases} x = t \\ y = 1+t \\ z = 1+t \end{cases}$

C. $\Delta: \begin{cases} x = 3+t \\ y = 4+t \\ z = 1-t \end{cases}$

D. $\Delta: \begin{cases} x = -1+t \\ y = t \\ z = 3-t \end{cases}$

Lời giải

Chọn A.

Ta có $\overrightarrow{OA} = (1;0;1)$; $\overrightarrow{OB} = (-1;2;1)$. Do $\overrightarrow{OA} \cdot \overrightarrow{OB} = 0$ nên tam giác OAB vuông tại $O \Rightarrow$ tâm đường tròn ngoại tiếp tam giác OAB là trung điểm $I(0;1;1)$ của đoạn AB .

Ta có $[\overrightarrow{OA}, \overrightarrow{OB}] = (-2; -2; 2)$.

Gọi $\vec{u}$ là vectơ chỉ phương của đường thẳng Δ thì $\vec{u} = (1;1;-1)$.

Vậy phương trình tham số của đường thẳng Δ là $\begin{cases} x = t \\ y = 1+t \\ z = 1-t \end{cases}$

Câu 43: [2H3-3] Trong không gian Oxyz, cho bốn đường thẳng: $(d_1): \frac{x-3}{1} = \frac{y+1}{-2} = \frac{z+1}{1}$, $(d_2): \frac{x}{1} = \frac{y}{-2} = \frac{z-1}{1}$, $(d_3): \frac{x-1}{2} = \frac{y+1}{1} = \frac{z-1}{1}$, $(d_4): \frac{x}{1} = \frac{y-1}{-1} = \frac{z-1}{1}$. Số đường thẳng trong không gian cắt cả bốn đường thẳng trên là:

- A. 0. B. 2. C. Vô số. **D. 1.**

Lời giải

Chọn D.

Đường thẳng d_1 đi qua điểm $M_1 = (3; -1; -1)$ và có một vectơ chỉ phương là $\vec{u}_1 = (1; -2; 1)$.

Đường thẳng d_2 đi qua điểm $M_2 = (0; 0; 1)$ và có một vectơ chỉ phương là $\vec{u}_2 = (1; -2; 1)$.

Do $\vec{u}_1 = \vec{u}_2$ và $M_1 \notin d_1$ nên hai đường thẳng d_1 và d_2 song song với nhau.

Ta có $\overrightarrow{M_1M_2} = (-3; 1; 2)$, $[\vec{u}_1, \overrightarrow{M_1M_2}] = (-5; -5; -5) = -5(1; 1; 1)$

Gọi (α) là mặt phẳng chứa d_1 và d_2 khi đó (α) có một vectơ pháp tuyến là $\vec{n} = (1; 1; 1)$.

Phương trình mặt phẳng (α) là $x + y + z - 1 = 0$.

Gọi $A = d_3 \cap (\alpha)$ thì $A(1; -1; 1)$. Gọi $B = d_4 \cap (\alpha)$ thì $B(-1; 2; 0)$.

Do $\overrightarrow{AB} = (-2; 3; -1)$ không cùng phương với $\vec{u}_1 = (1; -2; 1)$ nên đường thẳng AB cắt hai đường thẳng d_1 và d_2 .

Câu 44: [1D1-2] Tìm số nghiệm của phương trình $\sin(\cos x) = 0$ trên đoạn $x \in [0; 2\pi]$.

- A. 0. B. 1. **C. 2.** D. Vô số.

Lời giải

Chọn C.

Ta có: $\sin(\cos x) = 0 \Leftrightarrow \cos x = k\pi \quad (k \in \mathbb{Z})$

Vì $|\cos x| \leq 1$ nên $k = 0$. Do đó phương trình $\Leftrightarrow \cos x = 0 \Leftrightarrow x = \frac{\pi}{2} + m\pi \quad (m \in \mathbb{Z})$

Vì $x \in [0; 2\pi]$ nên $x = \frac{\pi}{2}, x = \frac{3\pi}{2}$.

Câu 45: [1D2-4] Giả sử $(1 + x + x^2 + x^3 + \dots + x^{10})^{11} = a_0 + a_1x + a_2x^2 + a_3x^3 + \dots + a_{110}x^{110}$ với $a_0, a_1, a_2, \dots, a_{110}$ là các hệ số. Giá trị của tổng $T = C_{11}^0 a_{11} - C_{11}^1 a_{10} + C_{11}^2 a_9 - C_{11}^3 a_8 + \dots + C_{11}^{10} a_1 - C_{11}^{11} a_0$ bằng

- A. $T = -11$.** B. $T = 11$. C. $T = 0$. D. $T = 1$.

Lời giải

Chọn A.

Ta có: $A = (1 + x + x^2 + x^3 + \dots + x^{10})^{11} \Leftrightarrow (1 - x)^{11} A = (1 - x^{11})^{11}$

$$\Leftrightarrow \underbrace{\sum_{k=0}^{11} C_{11}^k (-x)^k}_P \cdot \underbrace{\sum_{i=0}^{110} a_i x^i}_Q = \sum_{m=0}^{11} C_{11}^m (-x^{11})^m.$$

Hệ số của x^{11} trong P là: $C_{11}^0 a_{11} - C_{11}^1 a_{10} + C_{11}^2 a_9 - C_{11}^3 a_8 + \dots + C_{11}^{10} a_1 - C_{11}^{11} a_0 = T$

Hệ số của x^{11} trong Q là: $-C_{11}^1$

Vậy $T = -C_{11}^1 = -11$.

Câu 46: [2D3-2] Cho hàm số $f(x) = x^4 + 4x^3 - 3x^2 - x + 1, \forall x \in \mathbb{R}$. Tính $I = \int_0^1 f^2(x) \cdot f'(x) dx$.

A. 2.

B. -2.

C. $-\frac{7}{3}$.

D. $\frac{7}{3}$.

Lời giải

Chọn D.

Đặt $t = f(x) \Rightarrow dt = f'(x) dx$. Đổi cận: $x = 0 \Rightarrow t = f(0) = 1, x = 1 \Rightarrow t = f(1) = 2$.

$$\text{Khi đó } I = \int_1^2 t^2 dt = \left. \frac{t^3}{3} \right|_1^2 = \frac{8}{3} - \frac{1}{3} = \frac{7}{3}.$$

Câu 47: [2D2-4] Một người gửi tiền vào ngân hàng với lãi suất không thay đổi là 8%/năm. Biết rằng nếu không rút tiền ra khỏi ngân hàng thì cứ sau mỗi năm, số tiền lãi sẽ được nhập vào vốn ban đầu (người ta gọi đó là lãi kép). Người đó định gửi tiền trong vòng 3 năm, sau đó rút tiền ra để mua ô tô trị giá 500 triệu đồng. Hỏi số tiền ít nhất người đó phải gửi vào ngân hàng để có đủ tiền mua ô tô (kết quả làm tròn đến hàng triệu) là bao nhiêu?

A. 395 triệu đồng.

B. 394 triệu đồng.

C. 397 triệu đồng.

D. 396 triệu đồng.

Lời giải

Chọn C.

Gọi số tiền người đó gửi vào là A (triệu đồng), lãi suất $r = 8\% = 0,08$.

Sau năm thứ nhất số tiền người đó có là $S_1 = A + A \times r = A(1+r)$ (triệu đồng).

Sau năm thứ hai số tiền người đó có là $S_2 = S_1(1+r) = A(1+r)^2$ (triệu đồng).

...

Sau năm thứ N , số tiền người đó nhận được là $S_N = A(1+r)^N$ (triệu đồng).

Chú ý: Ở trên là xây dựng công thức tổng quát cho N kỳ hạn, các em học sinh có thể làm tiếp kỳ hạn thứ 3 ở bài trên.

$$\text{Thay dữ kiện bài toán } \begin{cases} S_N = 500 \\ r = 0,08 \\ N = 3 \end{cases} \Leftrightarrow A = \frac{500}{(1+0,08)^3} = 396,91 \approx 397 \text{ (triệu đồng)}.$$

Câu 48: [1H3-4] Cho tứ diện $ABCD$ có $AC = AD = BC = BD = a$ và hai mặt phẳng (ACD) , (BCD) vuông góc với nhau. Tính độ dài cạnh CD sao cho hai mặt phẳng (ABC) , (ABD) vuông góc.

A. $\frac{2a}{\sqrt{3}}$.

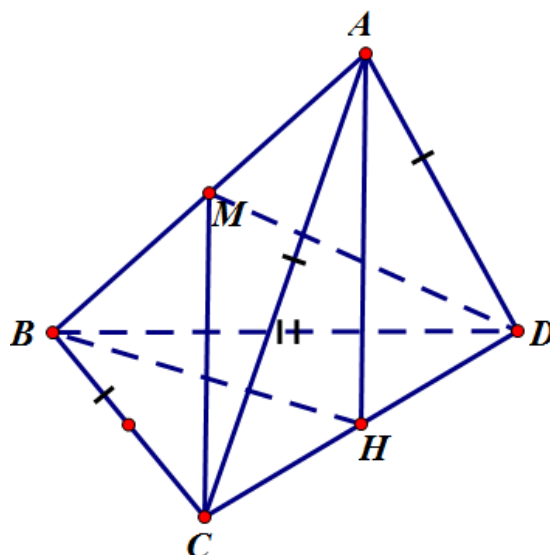
B. $\frac{a}{\sqrt{3}}$.

C. $\frac{a}{2}$.

D. $a\sqrt{3}$.

Lời giải

Chọn A.



Gọi H là trung điểm của CD nên $AH \perp CD$

$\Leftrightarrow AH \perp (BCD)$ (do $(ACD) \perp (BCD)$) và $(ACD) \cap (BCD) = CD$

Gọi M là trung điểm của AB nên $CM \perp AB$

Vì $(ABC) \perp (ABD)$ và $(ABC) \cap (ABD) = AB \Rightarrow CM \perp MD$.

$\Delta ABC = \Delta ABD \Rightarrow MC = MD \Rightarrow \Delta MCD$ vuông cân tại M .

$$\text{Đặt } CD = x \Rightarrow AH^2 = BH^2 = a^2 + \frac{x^2}{4} \Leftrightarrow AB^2 = AH^2 + BH^2 = 2a^2 + \frac{x^2}{2}$$

$$\text{Ta có } MH = \frac{1}{2} AB = \frac{1}{2} \sqrt{2a^2 + \frac{x^2}{2}} \Leftrightarrow MH = \frac{\sqrt{2}}{2} CD \Leftrightarrow \sqrt{2a^2 + \frac{x^2}{2}} \cdot \frac{1}{2} = \frac{\sqrt{2}}{2} x$$

$$\Leftrightarrow 2a^2 + \frac{x^2}{2} = 2x^2 \Leftrightarrow 4a^2 = 3x^2 x = \frac{2a}{\sqrt{3}}.$$

Câu 49: [2D4-4] Cho hàm số $f(x) = x^3 - 3x^2 + m$. Hỏi có bao nhiêu giá trị nguyên của tham số m ($m \notin 2018$) để với mọi bộ ba số phân biệt $a, b, c \in [1; 3]$ thì $f(a), f(b), f(c)$ là độ dài ba cạnh của một tam giác.

A. 2011.

B. 2012.

C. 2010.

D. 2018.

Lời giải

Chọn C.

Ta có $f(a), f(b), f(c)$ là ba cạnh của một tam giác nên $f(a) + f(b) > f(c)$

$$\Rightarrow a^3 - 3a^2 + m + b^3 - 3b^2 + m > c^3 - 3c^2 + m \text{ với mọi } a, b, c \in [1; 3]$$

$$\Rightarrow (a^3 - 3a^2) + (b^3 - 3b^2) - (c^3 - 3c^2) > -m \text{ với mọi } a, b, c \in [1; 3]$$

$$\text{Do đó } \min[(a^3 - 3a^2) + (b^3 - 3b^2) - (c^3 - 3c^2)] > -m \text{ với mọi } a, b, c \in [1; 3]$$

$$\text{Ta cần tìm } \min[(a^3 - 3a^2) + (b^3 - 3b^2)] \text{ và } \max(c^3 - 3c^2) \text{ với mọi } a, b, c \in [1; 3]$$

Xét hàm $f(x) = x^3 - 3x^2$ với $x \in [1; 3]$

$$\text{Ta có } f'(x) = 3x^2 - 6x, f'(x) = 0 \Leftrightarrow 3x^2 - 6x = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 0 \\ x = 2 \end{cases}. \text{ Do } x \in [1; 3] \text{ nên } x = 2.$$

$$\text{Ta có } f(1) = -2, f(2) = -4, f(3) = 0.$$

$$\max_{[1;3]} f(x) = f(3) = 0, \min_{[1;3]} f(x) = f(2) = -4.$$

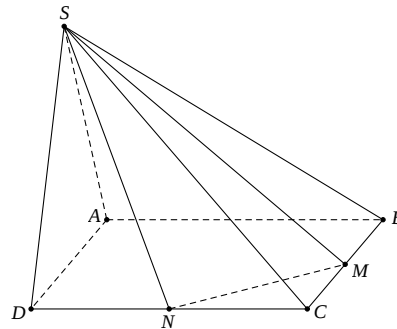
$$\text{Suy ra } \min \left[(a^3 - 3a^2) + (b^3 - 3b^2) - (c^3 - 3c^2) \right] = -4.2 = -8.$$

Đẳng thức xảy ra khi $a = b = 2, c = 3$ hoặc $a = c = 2, b = 3$ hoặc $b = c = 2, a = 3$.

Do đó $-8 > -m \Rightarrow m > 8$. Mà $m \notin 2018$ và m nguyên nên $m = \{9; \dots; 2018\}$.

Vậy có 2010 giá trị m thỏa mãn.

Câu 50: [2H2-4] Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy là hình vuông cạnh a , SAD là tam giác đều và nằm trong mặt phẳng vuông góc với đáy. Gọi M và N lần lượt là trung điểm của BC và CD (tham khảo hình vẽ bên). Tính bán kính R của khối cầu ngoại tiếp hình chóp $S.CMN$.



A. $R = \frac{a\sqrt{93}}{12}.$

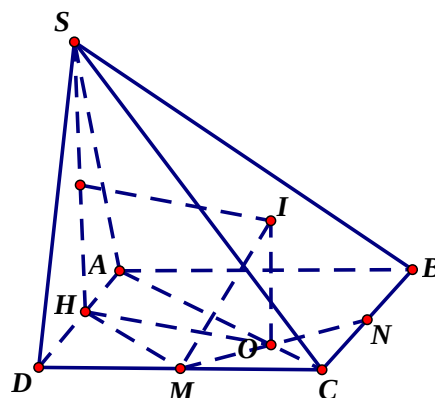
B. $R = \frac{a\sqrt{37}}{6}.$

C. $R = \frac{a\sqrt{29}}{8}.$

D. $R = \frac{5a\sqrt{3}}{12}.$

Lời giải

Chọn A.



Gọi I là tâm mặt cầu ngoại tiếp hình chóp $S.CMN$.

Gọi H là trung điểm của AB nên $SH \perp AB$ mà $SAD \perp (ABCD)$

Suy ra $SH \perp (ABCD)$.

Gọi $CH \cap MN = \{O\}$ suy ra $SH \parallel OI$.

$$\text{Ta có } MN = \frac{1}{2}BD = \frac{a\sqrt{2}}{2} \text{ nên } OM = \frac{1}{2}MN = \frac{a\sqrt{2}}{4};$$

$$HM = \sqrt{HD^2 + DM^2} = \sqrt{\left(\frac{a}{2}\right)^2 + \left(\frac{a}{2}\right)^2} = \frac{a\sqrt{2}}{2}.$$

$$\text{Đặt } IO = x, IS = IM \Leftrightarrow IS^2 = IM^2 \Leftrightarrow x^2 + \left(\frac{a\sqrt{2}}{4}\right)^2 = \left(\frac{a\sqrt{3}}{2} - x\right)^2 + \left(\frac{a\sqrt{2}}{2}\right)^2 + \left(\frac{a\sqrt{2}}{4}\right)^2$$

$$\Leftrightarrow x^2 + \frac{a^2}{8} = \frac{3a^2}{4} - a\sqrt{3}x + x^2 + \frac{a^2}{2} + \frac{a^2}{8} \Leftrightarrow \frac{3a^2}{4} - a\sqrt{3}x + \frac{a^2}{2} = 0 \Leftrightarrow x = \frac{5\sqrt{3}a}{12} \Leftrightarrow x = \frac{5\sqrt{3}a}{12}$$

$$R = IM = \sqrt{\left(\frac{5\sqrt{3}a}{12}\right)^2 + \left(\frac{a\sqrt{2}}{4}\right)^2} = \frac{a\sqrt{93}}{12}.$$