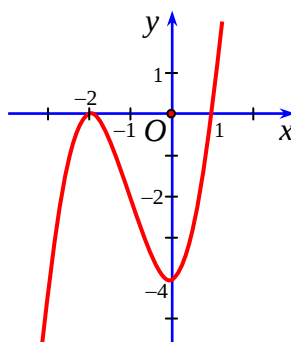
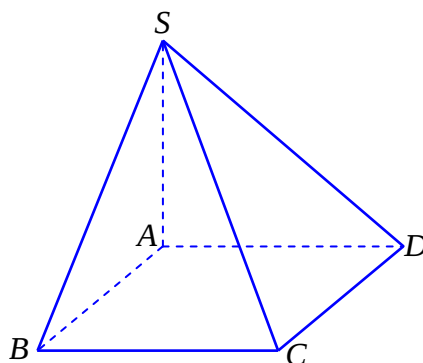


Họ và tên thí sinh:.....SBD:.....

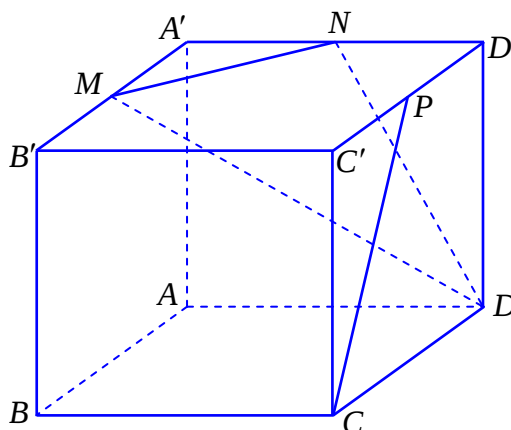
Câu 1: [2D1-1] Cho hàm số $y = f(x)$ có đồ thị như hình vẽ bên dưới. Hàm số $y = f(x)$ nghịch biến trên khoảng nào dưới đây?

A. $(-1; 0)$.B. $(1; +\infty)$.C. $(-\infty; -2)$.D. $(-2; 1)$.

Câu 2: [1H3-2] Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình vuông cạnh a , SA vuông góc với đáy và $SA = a$ (tham khảo hình vẽ bên dưới). Góc giữa hai mặt phẳng (SAB) và (SCD) bằng ?

A. 60° .B. 45° .C. 30° .D. 90° .

Câu 3: [1H2-2] Cho hình hộp $ABCD.A'B'C'D'$ có M , N , P lần lượt là trung điểm của các cạnh $A'B'$, $A'D'$, $C'D'$. Góc giữa đường thẳng CP và mặt phẳng (DMN) bằng ?



A. 0° .

B. 45° .

C. 30° .

D. 60° .

Câu 4: [2H1-1] Thể tích của khối lăng trụ có chiều cao bằng h và diện tích đáy bằng B là

A. $V = \frac{1}{6} Bh$.

B. $V = \frac{1}{3} Bh$.

C. $V = \frac{1}{2} Bh$.

D. $V = Bh$.

Câu 5: [2D1-1] Giá trị lớn nhất của hàm số $f(x) = \frac{-x^2 - 4}{x}$ trên đoạn $\left[\frac{3}{2}; 4\right]$ là

A. -2 .

B. -4 .

C. $-\frac{25}{6}$.

D. -5 .

Câu 6: [2H3-1] Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho mặt phẳng $(P): 2x - z + 1 = 0$. Tọa độ một vector pháp tuyến của mặt phẳng (P) là

A. $\vec{n} = (2; -1; 1)$.

B. $\vec{n} = (2; 0; 1)$.

C. $\vec{n} = (2; 0; -1)$.

D. $\vec{n} = (2; -1; 0)$.

Câu 7: [1H3-2] Cho lăng trụ đều $ABC.A'B'C'$ có tất cả các cạnh đều bằng a (tham khảo hình vẽ bên dưới). Khoảng cách giữa hai đường thẳng AC và BB' bằng?

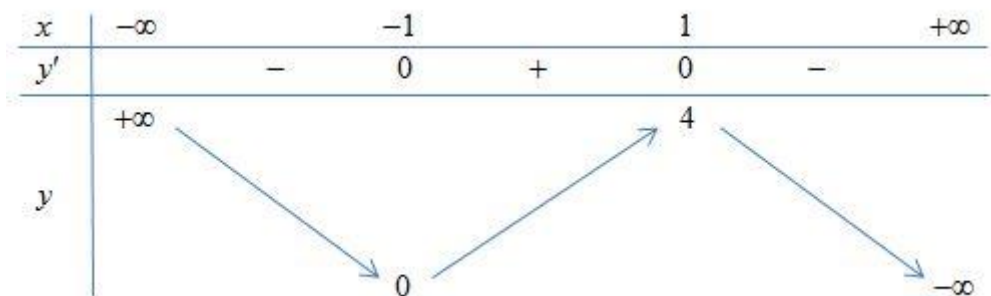
A. $\frac{a\sqrt{5}}{3}$.

B. $\frac{2a}{\sqrt{5}}$.

C. $\frac{a}{\sqrt{5}}$.

D. $\frac{a\sqrt{3}}{2}$.

Câu 8: [2D1-1] Bảng biến thiên trong hình bên dưới của hàm số nào dưới đây?



A. $y = \frac{x-1}{2x-1}$.

B. $y = x^4 - 2x^2 - 3$.

C. $y = -x^3 + 3x + 2$.

D. $y = x^3 - 3x + 4$.

Câu 9: [2D2-2] Phương trình tiếp tuyến của đồ thị hàm số 3 tại điểm có hoành độ bằng e là:

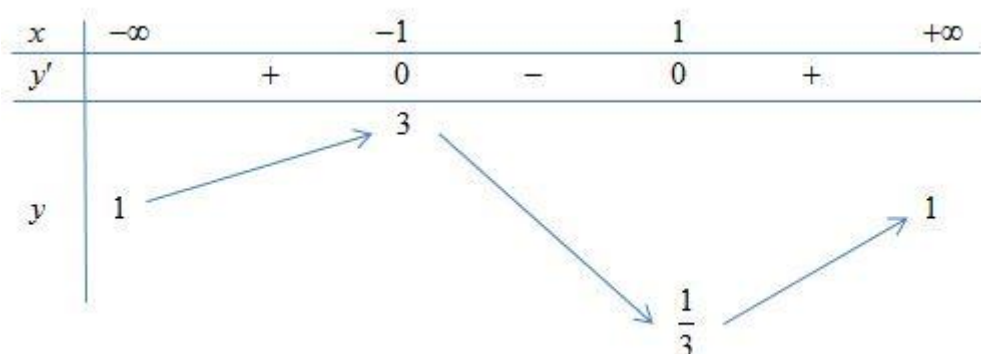
A. $y = 2x + 3e$.

B. $y = ex - 2e$.

C. $y = x + e$.

D. $y = 2x - e$.

Câu 10: [2D1-2] Cho hàm số $y = f(x)$ xác định và liên tục trên $\mathbb{R}$, có bảng biến thiên như sau



Số nghiệm của phương trình $2(f(x))^2 - 3f(x) + 1 = 0$ là

- A. 0. B. 6. C. 2. **D. 3.**

Câu 11: [1D2-2] Có bao nhiêu số tự nhiên có hai chữ số, các chữ số khác nhau và đều khác 0?

- A. 90. B. 9^2 . C. C_9^2 . **D. A_9^2 .**

Câu 12: [2D2-3] Một người vay ngân hàng 500 triệu đồng với lãi suất 1,2% tháng để mua xe ô tô. Nếu mỗi tháng người đó trả ngân hàng 10 triệu đồng và thời điểm bắt đầu trả cách thời điểm vay là đúng một tháng. Hỏi sau ít nhất bao nhiêu tháng thì người đó trả hết nợ? Biết rằng lãi suất không thay đổi.

- A. 70 tháng. B. 80 tháng. C. 85 tháng. **D. 77 tháng.**

Câu 13: [2D1-2] Có bao nhiêu giá trị nguyên của tham số m để hàm số $y = \frac{x+m^2}{x+4}$ đồng biến trên từng khoảng xác định của nó?

- A. 5. **B. 3.** C. 1. **D. 2.**

Câu 14: [2D1-1] Cho hàm số $y = f(x)$ có bảng biến thiên như hình bên.

x	$-\infty$	-1	0	1	$+\infty$	
y'	$-$	0	$+$	$-$	0	$+$
y	$+\infty$		-3		$+\infty$	
		-4		-4		

Tọa độ điểm cực đại của đồ thị hàm số $y = f(x)$ là

- A. $(1; -4)$. B. $x = 0$. C. $(-1; -4)$. **D. $(0; -3)$.**

Câu 15: [2D3-2] Cho $\int_{-2}^1 f(x) dx = 3$. Tính tích phân $I = \int_{-2}^1 [2f(x) - 1] dx$.

- A. -9. B. -3. **C. 3.** **D. 5.**

Câu 16: [2D1-3] Có bao nhiêu giá trị nguyên không âm của tham số m để hàm số $y = x^4 - 2mx^2 - 3m + 1$ đồng biến trên khoảng $(1; 2)$.

- A. 1. B. 4. C. 2. **D. 3.**

Câu 17: [2H3-2] Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho đường thẳng $d: \frac{x-1}{1} = \frac{y+2}{-1} = \frac{z}{2}$. Mặt phẳng (P) đi qua điểm $M(2; 0; -1)$ và vuông góc với d có phương trình là?

- A. $(P): x + y + 2z = 0$. B. $(P): x - y - 2z = 0$. **C. $(P): x - y + 2z = 0$.** **D. $(P): x - 2y - 2z = 0$.**

Câu 18: [2D2-2] Cho $P = \log_{a^4} b^2$ với $0 < a \neq 1$ và $b < 0$. Mệnh đề nào dưới đây là đúng?

- A. $P = -2\log_a(-b)$. B. $P = 2\log_a(-b)$. C. $P = -\frac{1}{2}\log_a(-b)$. **D. $P = \frac{1}{2}\log_a(-b)$.**

Câu 19: [1D2-3] Với n là số nguyên dương thỏa mãn $C_n^1 + C_n^3 = 13n$, hệ số của số hạng chứa x^5 trong khai triển của biểu thức $\left(x^2 + \frac{1}{x^3}\right)^n$ bằng.

- A. 120.** B. 252. C. 45. **D. 210.**

Câu 20: [2D2-2] Cho x, y là các số thực thỏa mãn $\frac{\log_2 x}{\log_2(xy)+1} = \frac{\log_2 y}{\log_2(xy)-1} = \log_2 x + \log_2 y$. Khi đó giá trị của $x+y$ bằng.

A. $x+y = 2 + \frac{1}{\sqrt[4]{2}}$.

B. $x+y = 2$ hoặc $x+y = \sqrt[4]{8} + \frac{1}{\sqrt[4]{2}}$.

C. $x+y = 2$.

D. $x+y = \frac{1}{2}$ hoặc $x+y = 2$.

Câu 21: [1D4-1] $\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{-1}{2x+5}$ bằng:

A. 0.

B. $+\infty$.

C. $-\infty$.

D. $-\frac{1}{2}$.

Câu 22: [2D1-2] Giá trị nhỏ nhất của hàm số: $y = x^3 - 3x + 1$ trên đoạn $[-1; 4]$ là:

A. 3.

B. -1.

C. -4.

D. 1.

Câu 23: [2D1-1] Phương trình đường tiệm cận ngang của đồ thị hàm số $y = 2 + \frac{3}{1-x}$ là:

A. $x = 1$.

B. $y = 2$.

C. $y = 3$.

D. $y = -1$.

Câu 24: [2H2-2] Đồ thị của hàm số nào dưới đây có tiệm cận ngang?

A. $y = \frac{3x+1}{x-1}$.

B. $y = x^3 - 2x^2 + 3x + 2$.

C. $y = \frac{x}{\sqrt{1-x^2}}$.

D. $y = \frac{x^2 + x + 1}{x-2}$.

Câu 25: [2H3-1] Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho điểm $M(1; -2; 3)$. Tọa độ điểm A là hình chiếu vuông góc của điểm M trên mặt phẳng (Oyz) là:

A. $A(0; -2; 3)$.

B. $A(1; 0; 3)$.

C. $A(1; -2; 3)$.

D. $A(1; -2; 0)$.

Câu 26: [2D4-1] Cho số phức $z = -1 + 2i$. Số phức $\bar{z}$ được biểu diễn bởi điểm nào dưới đây trên mặt phẳng tọa độ?

A. $P(1; 2)$.

B. $N(1; -2)$.

C. $Q(-1; -2)$.

D. $M(-1; 2)$.

Câu 27: [2H3-3] Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho điểm $M(2; 1; 0)$ và đường thẳng $\Delta: \frac{x-1}{2} = \frac{y+1}{1} = \frac{z}{-1}$. Phương trình tham số của đường thẳng d đi qua M , cắt và vuông góc với Δ là

A. $d: \begin{cases} x = 2+t \\ y = 1-4t \\ z = -2t \end{cases}$

B. $d: \begin{cases} x = 2-t \\ y = 1+t \\ z = t \end{cases}$

C. $d: \begin{cases} x = 1+t \\ y = -1-4t \\ z = 2t \end{cases}$

D. $d: \begin{cases} x = 2+2t \\ y = 1+t \\ z = -t \end{cases}$

Câu 28: [2D3-2] Tích phân $\int_1^2 (x+3)^2 dx$ bằng

A. 61.

B. $\frac{61}{3}$.

C. 4.

D. $\frac{61}{9}$.

Câu 29: [2D3-1] Họ nguyên hàm của hàm số $f(x) = 2\cos 2x$ là

A. $-2\sin 2x + C$.

B. $\sin 2x + C$.

C. $2\sin 2x + C$.

D. $\sin 2x + C$.

Câu 30: [1D2-2] Một lô hàng gồm 30 sản phẩm trong đó có 20 sản phẩm tốt và 10 sản phẩm xấu. Lấy ngẫu nhiên 3 sản phẩm trong lô hàng. Tính xác suất để 3 sản phẩm lấy ra có ít nhất một sản phẩm tốt.

- A. $\frac{6}{203}$. B. $\frac{197}{203}$. C. $\frac{153}{203}$. D. $\frac{57}{203}$.

Câu 31: [2D1-4] Cho hàm số $y = x(x^2 - 3)$ có đồ thị (C) . Có bao nhiêu điểm M thuộc đồ thị (C) thỏa mãn tiếp tuyến của (C) tại M cắt (C) tại điểm A (khác M) và cắt Ox tại điểm B sao cho M là trung điểm của đoạn AB ?

- A. 2. B. 1. C. 0. D. 3.

Câu 32: [2D1-4] Tập hợp nào sau đây chứa tất cả các giá trị của tham số m sao cho giá trị lớn nhất của hàm số $y = |x^2 - 2x + m|$ trên đoạn $[-1; 2]$ bằng 5?

- A. $(-6; -3) \cup (0; 2)$. B. $(-4; 3)$. C. $(0; +\infty)$. D. $(-5; -2) \cup (0; 3)$.

Câu 33: [2D4-3] Cho $\int_{\frac{1}{3}}^1 \frac{x}{3x + \sqrt{9x^2 - 1}} dx = a + b\sqrt{2}$, với a, b là các số hữu tỉ. Khi đó, giá trị của a là:

- A. $-\frac{26}{27}$. B. $\frac{26}{27}$. C. $\frac{27}{26}$. D. $-\frac{25}{27}$.

Câu 34: [2H2-3] Cho hình chóp đa giác đều có các cạnh bên bằng a và tạo với mặt đáy một góc 30° . Tính thể tích của khối cầu ngoại tiếp hình chóp?

- A. $\frac{4\pi a^3}{3}$. B. $4\pi a^3$. C. $\frac{4\pi a^3 \sqrt{3}}{3}$. D. $4\pi a^3 \sqrt{3}$.

Câu 35: [2D4-3] Cho số phức z thỏa mãn $|z| - 2\bar{z} = -7 + 3i + z$. Tính $|z|$?

- A. 3. B. $\frac{13}{4}$. C. $\frac{25}{4}$. D. 5.

Câu 36: [2D3-3] Cho hàm số $f(x)$ xác định trên $\mathbb{R} \setminus \{-1; 1\}$ và thỏa mãn $f'(x) = \frac{1}{x^2 - 1}$,

$f(-3) + f(3) = 0$ và $f\left(-\frac{1}{2}\right) + f\left(\frac{1}{2}\right) = 2$. Tính giá trị của biểu thức $P = f(0) + f(4)$.

- A. $P = \ln \frac{3}{5} + 2$. B. $P = 1 + \ln \frac{3}{5}$. C. $P = 1 + \frac{1}{2} \ln \frac{3}{5}$. D. $P = \frac{1}{2} \ln \frac{3}{5}$.

Câu 37: [2D2-3] Cho phương trình $\log_{0.5}(m + 6x) + \log_2(3 - 2x - x^2) = 0$ (m là tham số). Có bao nhiêu giá trị nguyên dương của m để phương trình có nghiệm thực?

- A. 17. B. 18. C. 23. D. 15.

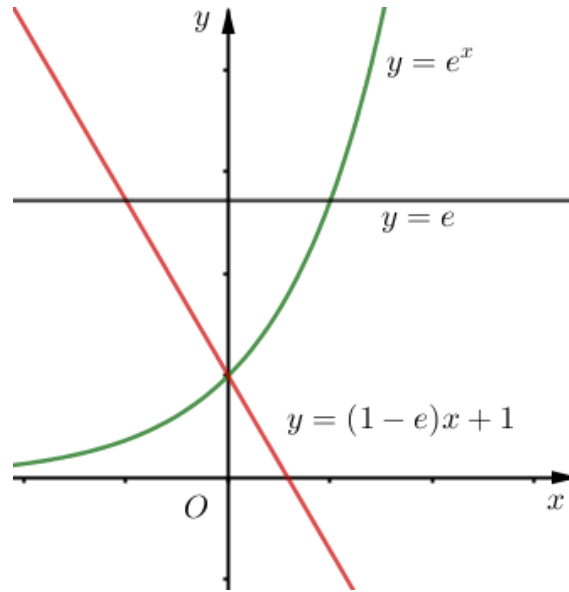
Câu 38: [2D1-3] Cho hàm số $y = f(x)$ có đúng ba điểm cực trị là $-2; -1; 0$ và có đạo hàm liên tục trên $\mathbb{R}$. Khi đó hàm số $y = f(x^2 - 2x)$ có bao nhiêu điểm cực trị?

- A. 3. B. 8. C. 10. D. 7.

Câu 39: [2D2-3] Có bao nhiêu giá trị nguyên của tham số m nhỏ hơn 10 để phương trình $\sqrt{m + \sqrt{m + e^x}} = e^x$ có nghiệm thực?

- A. 9. B. 8. C. 10. D. 7.

Câu 40: [2D3-2] Cho (H) là hình phẳng giới hạn bởi các đồ thị hàm số $y=e$, $y=e^x$ và $y=(1-e)x+1$ (tham khảo hình vẽ bên).



Diện tích hình phẳng (H) là

- A.** $S = \frac{e+1}{2}$. **B.** $S = e + \frac{3}{2}$. **C.** $S = \frac{e-1}{2}$. **D.** $S = e + \frac{1}{2}$.

Câu 41: [1D2-4] Có hai học sinh lớp A, ba học sinh lớp B và bốn học sinh lớp C xếp thành một hàng ngang sao cho giữa hai học sinh lớp A không có học sinh nào lớp B. Hỏi có bao nhiêu cách xếp hàng như vậy?

- A.** 80640. **B.** 108864. **C.** 145152. **D.** 217728.

Câu 42: [2H1-3] Cho hình chóp $S.ABC$ có $SA=SB=SC=3$, tam giác ABC vuông cân tại B và $AC=2\sqrt{2}$. Gọi M, N lần lượt là trung điểm của AC và BC . Trên hai cạnh SA, SB lấy các điểm P, Q tương ứng sao cho $SP=1, SQ=2$. Tính thể tích V của tứ diện $MNPQ$.

- A.** $V = \frac{\sqrt{7}}{18}$. **B.** $V = \frac{\sqrt{3}}{12}$. **C.** $V = \frac{\sqrt{34}}{12}$. **D.** $V = \frac{\sqrt{34}}{144}$.

Câu 43: [2D3-4] Cho hàm số $f(x)$ có đạo hàm liên tục trên đoạn $[0;1]$ thỏa mãn $f(1)=0$ và $\int_0^1 [f'(x)]^2 dx = \int_0^1 (x+1)e^x f(x) dx = \frac{e^2-1}{4}$. Tính tích phân $I = \int_0^1 f(x) dx$.

- A.** $I = 2-e$. **B.** $I = e-2$. **C.** $I = \frac{e}{2}$. **D.** $I = \frac{e-1}{2}$.

Câu 44: [2H3-3] Trong không gian với hệ tọa độ Oxyz cho mặt cầu $(S): (x-1)^2 + (y+1)^2 + (z-2)^2 = 16$ và điểm $A(1;2;3)$. Ba mặt phẳng thay đổi đi qua A và đôi một vuông góc với nhau, cắt mặt cầu theo ba đường tròn. Tính tổng diện tích của ba đường tròn tương ứng đó.

- A.** 10π . **B.** 38π . **C.** 33π . **D.** 36π .

Câu 45: [2D4-3] Hcho hai số phức z, w thỏa mãn $\begin{cases} |z-3-2i| \leq 1 \\ |w+1+2i| \leq |w-2-i| \end{cases}$. Tìm giá trị nhỏ nhất $P_{\min}$ của biểu thức $P = |z-w|$.

A. $P_{\min} = \frac{3\sqrt{2}-2}{2}$.

B. $P_{\min} = \sqrt{2}+1$.

C. $P_{\min} = \frac{5\sqrt{2}-2}{2}$.

D. $P_{\min} = \frac{3\sqrt{2}-2}{2}$.

Câu 46: [2D3-3] Cho hàm số $y = f(x)$ liên tục trên $[0; +\infty)$ và $\int_0^{x^2} f(t)dt = x \cdot \sin(\pi x)$. Tính $f(4)$

A. $f(\pi) = \frac{\pi-1}{4}$.

B. $f(\pi) = \frac{\pi}{2}$.

C. $f(\pi) = \frac{\pi}{4}$.

D. $f(\pi) = \frac{1}{2}$.

Câu 47: [2H3-3] Trong không gian với hệ tọa độ Oxyz cho điểm $A(2;1;3)$ và mặt phẳng $(P): x + my + (2m+1)z - m - 2 = 0$, m là tham số. Gọi $H(a;b;c)$ là hình chiếu vuông góc của điểm A trên (P) . Tính $a+b$ khi khoảng cách từ điểm A đến (P) lớn nhất?

A. $a+b = -\frac{1}{2}$.

B. $a+b = 2$.

C. $a+b = 0$.

D. $a+b = \frac{3}{2}$.

Câu 48: [2D2-3] Cho hàm số $f(x) = (a^2+1)\ln^{2017}\left(x+\sqrt{1+x^2}\right) + bx\sin^{2018}x + 2$ với a, b là các số thực và $f(7^{\log 5}) = 6$. Tính $f(-5^{\log 7})$.

A. $f(-5^{\log 7}) = 2$.

B. $f(-5^{\log 7}) = 4$.

C. $f(-5^{\log 7}) = -2$.

D. $f(-5^{\log 7}) = 6$.

Câu 49: [2H3-4] Trong không gian Oxyz, cho tam giác nhọn ABC có $H(2;2;1)$, $K\left(-\frac{8}{3}; \frac{4}{3}; \frac{8}{3}\right)$, O lần lượt là hình chiếu vuông góc của A, B, C trên các cạnh BC, AC, AB . Đường thẳng d qua A và vuông góc với mặt phẳng (ABC) có phương trình là

A. $d: \frac{x+4}{1} = \frac{y+1}{-2} = \frac{z-1}{2}$.

B. $d: \frac{x-\frac{8}{3}}{1} = \frac{y-\frac{2}{3}}{-2} = \frac{z+\frac{2}{3}}{2}$.

C. $d: \frac{x+\frac{4}{9}}{1} = \frac{y-\frac{17}{9}}{-2} = \frac{z-\frac{19}{9}}{2}$.

D. $d: \frac{x}{1} = \frac{y-6}{-2} = \frac{z-6}{2}$.

Câu 50: [2H3-3] Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình chữ nhật, $AB=a$, $BC=a\sqrt{3}$, $SA=a$ và SA vuông góc với đáy $ABCD$. Tính $\sin \alpha$, với α là góc tạo bởi giữa đường thẳng BD và mặt phẳng (SBC) .

A. $\sin \alpha = \frac{\sqrt{7}}{8}$.

B. $\sin \alpha = \frac{\sqrt{3}}{2}$.

C. $\sin \alpha = \frac{\sqrt{2}}{4}$.

D. $\sin \alpha = \frac{\sqrt{3}}{5}$.

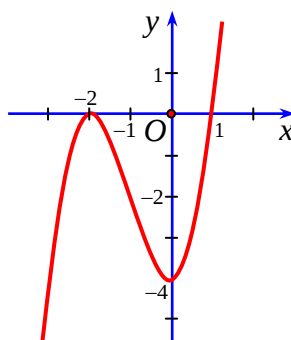
-----HẾT-----

ĐÁP ÁN THAM KHẢO

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20	21	22	23	24	25
A	B	A	D	B	C	D	C	D	D	D	D	B	D	C	D	C	D	A	B	A	B	B	A	A
26	27	28	29	30	31	32	33	34	35	36	37	38	39	40	41	42	43	44	45	46	47	48	49	50
C	A	B	B	B	A	D	B	A	D	C	A	A	C	A	C	A	B	B	C	B	D	C	A	C

HƯỚNG DẪN GIẢI

Câu 1: [2D1-1] Cho hàm số $y = f(x)$ có đồ thị như hình vẽ bên dưới. Hàm số $y = f(x)$ nghịch biến trên khoảng nào dưới đây?



A. $(-1; 0)$.

B. $(1; +\infty)$.

C. $(-\infty; -2)$.

D. $(-2; 1)$.

Hướng dẫn giải

Chọn A.

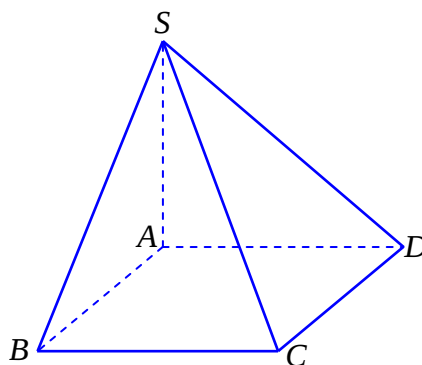
Từ đồ thị ta thấy hàm số đạt cực đại tại $x = -2$, cực tiểu tại $x = 0$

Bảng biến thiên

x	$-\infty$	-2	0	$+\infty$			
y'		$+$	0	$-$	0	$+$	
y	$-\infty$	0	-4	$+\infty$			

Do đó, hàm số nghịch biến trên khoảng $(-2; 0)$ nên nghịch biến trên khoảng $(-1; 0)$.

Câu 2: [1H3-2] Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình vuông cạnh a , SA vuông góc với đáy và $SA = a$ (tham khảo hình vẽ bên dưới). Góc giữa hai mặt phẳng (SAB) và (SCD) bằng?



A. 60° .

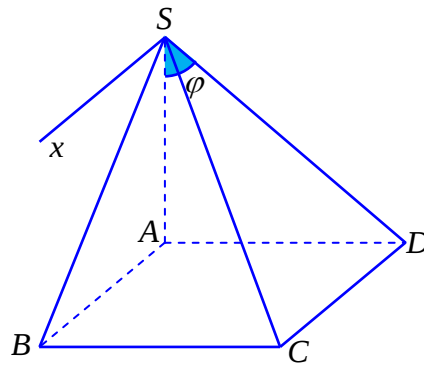
B. 45° .

C. 30° .

D. 90° .

Hướng dẫn giải

Chọn B.



$$\text{Ta có } \begin{cases} CD \perp (SAD) \\ CD // S_x \end{cases} \Rightarrow S_x \perp (SAD) \Rightarrow \begin{cases} S_x \perp SA \\ S_x \perp SD \end{cases} \text{ và } (SAB) \cap (SCD) = S_x // AB // CD$$

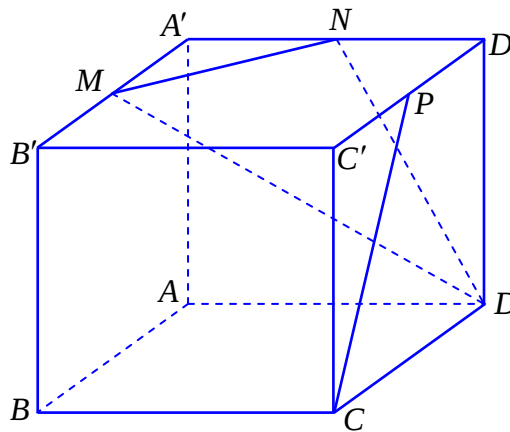
$$\Rightarrow ((SAB), (SCD)) = ASD = \varphi.$$

Tam giác SAD vuông tại A có $SA = AD = a \Rightarrow \Delta SAD$ vuông cân tại A

$$\Rightarrow \varphi = 45^\circ$$

$$\text{Vậy } ((SAB), (SCD)) = 45^\circ.$$

Câu 3: [1H2-2] Cho hình hộp $ABCD.A'B'C'D'$ có M, N, P lần lượt là trung điểm của các cạnh $A'B', A'D', C'D'$. Góc giữa đường thẳng CP và mặt phẳng (DMN) bằng ?



A. 0° .

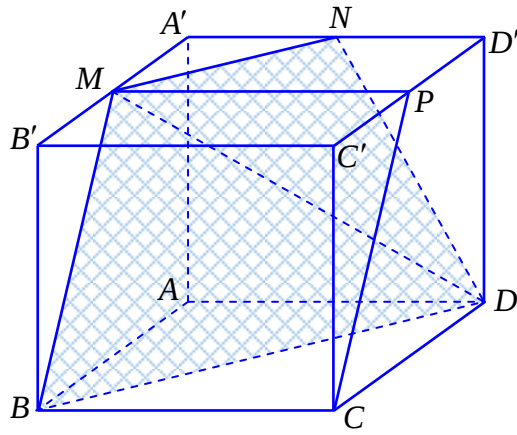
B. 45° .

C. 30° .

D. 60° .

Hướng dẫn giải

Chọn A.



Ta có $\begin{cases} MN \parallel B'D' \\ BD \parallel B'D' \end{cases} \Rightarrow MN \parallel BD \Rightarrow$ bốn điểm M, N, B, D đồng phẳng.

Lại có tứ giác $BCPM$ là hình bình hành $\Rightarrow \begin{cases} CP \parallel BM \\ BM \subset (DMN) \end{cases} \Rightarrow CP \parallel (DMN)$

$$\Rightarrow (CP, (DMN)) = 0^\circ.$$

Câu 4: [2H1-1] Thể tích của khối lăng trụ có chiều cao bằng h và diện tích đáy bằng B là

- A. $V = \frac{1}{6} Bh$. B. $V = \frac{1}{3} Bh$. C. $V = \frac{1}{2} Bh$. **D. $V = Bh$.**

Hướng dẫn giải

Chọn D.

Thể tích của khối lăng trụ có chiều cao bằng h và diện tích đáy bằng B là $V = Bh$.

Câu 5: [2D1-1] Giá trị lớn nhất của hàm số $f(x) = \frac{-x^2 - 4}{x}$ trên đoạn $\left[\frac{3}{2}; 4\right]$ là

- A. -2 . **B. -4 .** C. $-\frac{25}{6}$. D. -5 .

Hướng dẫn giải

Chọn B.

Hàm số xác định và liên tục trên đoạn $\left[\frac{3}{2}; 4\right]$

$$\text{Ta có } y' = \frac{-x^2 + 4}{x^2}; y' = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 2 \in \left[\frac{3}{2}; 4\right] \\ x = -2 \notin \left[\frac{3}{2}; 4\right] \end{cases}$$

$$\text{Mà } f\left(\frac{3}{2}\right) = -\frac{25}{6}, f(2) = -4, f(4) = -5$$

$$\text{Vậy } \max_{\left[\frac{3}{2}; 4\right]} f(x) = f(2) = -4.$$

Câu 6: [2H3-1] Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho mặt phẳng $(P): 2x - z + 1 = 0$. Tọa độ một vector pháp tuyến của mặt phẳng (P) là

- A. $\vec{n} = (2; -1; 1)$. B. $\vec{n} = (2; 0; 1)$. C. $\vec{n} = (2; 0; -1)$. D. $\vec{n} = (2; -1; 0)$.

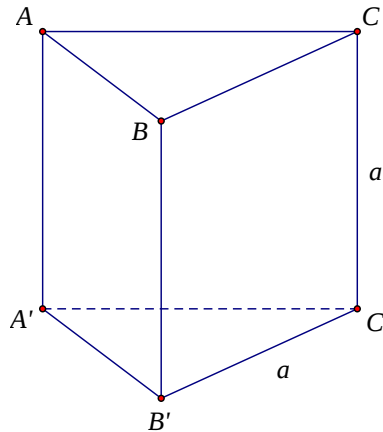
Hướng dẫn giải

Chọn C.

Vector pháp tuyến của mặt phẳng (P) là $\vec{n} = (2; 0; -1)$.

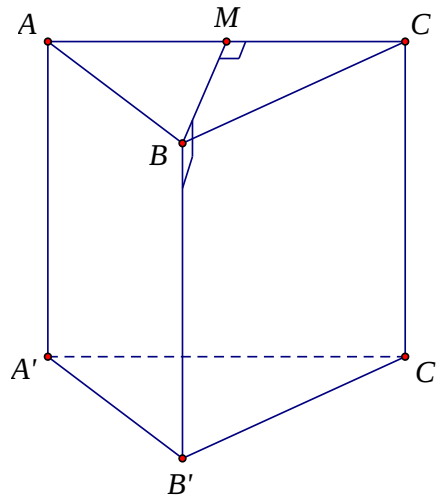
Câu 7: [1H3-2] Cho lăng trụ đều $ABC.A'B'C'$ có tất cả các cạnh đều bằng a (tham khảo hình vẽ bên dưới). Khoảng cách giữa hai đường thẳng AC và BB' bằng ?

- A. $\frac{a\sqrt{5}}{3}$. B. $\frac{2a}{\sqrt{5}}$. C. $\frac{a}{\sqrt{5}}$. D. $\frac{a\sqrt{3}}{2}$.



Hướng dẫn giải

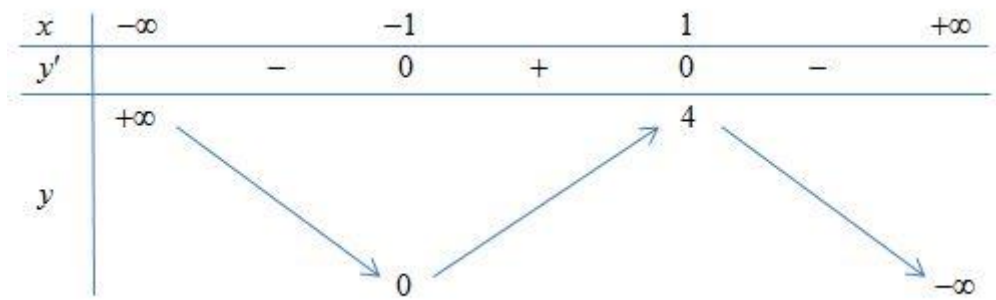
Chọn D.



Gọi M là trung điểm AC , ta có $\begin{cases} BM \perp AC \\ BM \perp BB' \end{cases}$.

Vậy $d(AC, BB') = BM = \frac{a\sqrt{3}}{2}$.

Câu 8: [2D1-1] Bảng biến thiên trong hình bên dưới của hàm số nào dưới đây?



- A. $y = \frac{x-1}{2x-1}$. B. $y = x^4 - 2x^2 - 3$. C. $y = -x^3 + 3x + 2$. D. $y = x^3 - 3x + 4$.

Hướng dẫn giải

Chọn C.

Theo bảng biến thiên ta có hàm số là một hàm có hai cực trị và có $\lim_{x \rightarrow +\infty} y = -\infty$ nên chọn đáp án C.

Câu 9: [2D2-2] Phương trình tiếp tuyến của đồ thị hàm số 3 tại điểm có hoành độ bằng e là:

- A. $y = 2x + 3e$. B. $y = ex - 2e$. C. $y = x + e$. D. $y = 2x - e$.

Hướng dẫn giải

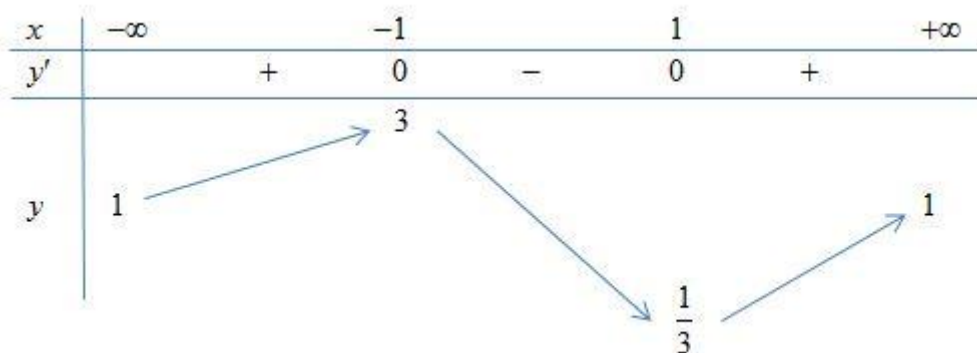
Chọn D.

Ta có $y' = \ln x + x \cdot \frac{1}{x} = \ln x + 1$.

$$y'(e) = 2, \quad y(e) = e.$$

Phương trình tiếp tuyến là: $y = 2(x - e) + e \Leftrightarrow y = 2x - e$.

Câu 10: [2D1-2] Cho hàm số $y = f(x)$ xác định và liên tục trên $\mathbb{R}$, có bảng biến thiên như sau



Số nghiệm của phương trình $2(f(x))^2 - 3f(x) + 1 = 0$ là

- A. 0. B. 6. C. 2. D. 3.

Hướng dẫn giải

Chọn D.

$$\text{Ta có } 2(f(x))^2 - 3f(x) + 1 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} f(x) = 1 \\ f(x) = \frac{1}{2} \end{cases}$$

Dựa vào bảng biến thiên ta có: $f(x)=1$ có một nghiệm, $f(x)=\frac{1}{2}$ có hai nghiệm.

Vậy phương trình đã cho có ba nghiệm.

- Câu 11:** [1D2-2] Có bao nhiêu số tự nhiên có hai chữ số, các chữ số khác nhau và đều khác 0 ?
A. 90. B. 9^2 . C. C_9^2 . D. A_9^2 .

Hướng dẫn giải

Chọn D.

Số tự nhiên cần lập có 2 chữ số khác nhau được lấy từ các chữ số từ 1 đến 9 nên có A_9^2 số như vậy.

- Câu 12:** [2D2-3] Một người vay ngân hàng 500 triệu đồng với lãi suất 1,2% tháng để mua xe ô tô. Nếu mỗi tháng người đó trả ngân hàng 10 triệu đồng và thời điểm bắt đầu trả cách thời điểm vay là đúng một tháng. Hỏi sau ít nhất bao nhiêu tháng thì người đó trả hết nợ? Biết rằng lãi suất không thay đổi.
A. 70 tháng. B. 80 tháng. C. 85 tháng. D. 77 tháng.

Hướng dẫn giải

Chọn D.

Đặt $P=500$ triệu đồng và $a=1,012$.

Tháng 1 người đó nợ aP , đã trả 10 triệu đồng nên còn nợ $aP-10$.

Tháng 2 người đó nợ a^2P-10a , đã trả 10 triệu đồng nên còn nợ $a^2P-10a-10$.

...

Sau tháng n người đó còn nợ $a^nP-10a^{n-1}-\dots-10a-10$.

Giả sử người đó trả hết nợ sau n tháng. Khi đó:

$$a^nP-10a^{n-1}-\dots-10a-10=0 \Leftrightarrow a^nP=10 \cdot \frac{a^n-1}{a-1} \Leftrightarrow a^n=\frac{5}{2} \Leftrightarrow n=\log_{1,012} \frac{5}{2}.$$

Do đó cần ít nhất 77 tháng người đó trả hết nợ.

- Câu 13:** [2D1-2] Có bao nhiêu giá trị nguyên của tham số m để hàm số $y=\frac{x+m^2}{x+4}$ đồng biến trên từng khoảng xác định của nó?
A. 5. B. 3. C. 1. D. 2.

Hướng dẫn giải

Chọn B.

$$\text{TXĐ: } D=\mathbb{R} \setminus \{-4\}, y'=\frac{4-m^2}{(x+4)^2}.$$

Để hàm số đồng biến trên từng khoảng xác định của nó thì $4-m^2>0 \Leftrightarrow -2<m<2$.

Do đó có 3 giá trị nguyên của tham số m thỏa mãn.

- Câu 14:** [2D1-1] Cho hàm số $y=f(x)$ có bảng biến thiên như hình bên.

x	$-\infty$	-1	0	1	$+\infty$	
y'	$-$	0	$+$	$-$	0	$+$
y	$+\infty$		-3		$+\infty$	
		-4		-4		

Tọa độ điểm cực đại của đồ thị hàm số $y = f(x)$ là

- A. $(1; -4)$. B. $x = 0$. C. $(-1; -4)$. D. $(0; -3)$.

Hướng dẫn giải

Chọn D.

Dựa vào bảng biến thiên thì $(0; -3)$ là điểm cực đại của đồ thị hàm số $y = f(x)$.

Câu 15: [2D3-2] Cho $\int_{-2}^1 f(x) dx = 3$. Tính tích phân $I = \int_{-2}^1 [2f(x) - 1] dx$.

- A. -9 . B. -3 . C. 3 . D. 5 .

Hướng dẫn giải

Chọn C.

$$I = \int_{-2}^1 [2f(x) - 1] dx = 2 \int_{-2}^1 f(x) dx - \int_{-2}^1 1 dx = 6 - x \Big|_{-2}^1 = 3.$$

Câu 16: [2D1-3] Có bao nhiêu giá trị nguyên không âm của tham số m để hàm số $y = x^4 - 2mx^2 - 3m + 1$ đồng biến trên khoảng $(1; 2)$.

- A. 1. B. 4. C. 2. D. 3.

Hướng dẫn giải

Chọn D.

$$y' = 4x^3 - 4mx = 4x(x^2 - m).$$

Hàm số đã cho đồng biến trên khoảng $(1; 2) \Leftrightarrow y' \geq 0, \forall x \in (1; 2) \Leftrightarrow x^2 \geq m, \forall x \in (1; 2)$.

Xét hàm số $f(x) = x^2, x \in (1; 2)$.

Dễ thấy $f'(x) = 2x > 0, \forall x \in (1; 2)$.

Nên: $m \leq f(1) = 2$. Vậy số giá trị nguyên không âm của tham số m là $m = \{0; 1; 2\}$.

Câu 17: [2H3-2] Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho đường thẳng $d: \frac{x-1}{1} = \frac{y+2}{-1} = \frac{z}{2}$. Mặt phẳng (P) đi qua điểm $M(2; 0; -1)$ và vuông góc với d có phương trình là?

- A. $(P): x + y + 2z = 0$. B. $(P): x - y - 2z = 0$. C. $(P): x - y + 2z = 0$. D. $(P): x - 2y - 2z = 0$.

Hướng dẫn giải

Chọn C.

d có VTCP $\vec{u} = (1; -1; 2)$.

$$(P) \perp d \Rightarrow (P) \text{ có VTPT } \vec{n} = \vec{u} = (1; -1; 2).$$

$$\text{Vậy phương trình mặt phẳng } (P): x - 2 - (y - 0) + 2(z + 1) = 0 \Leftrightarrow x - y + 2z = 0.$$

Câu 18: [2D2-2] Cho $P = \log_{a^4} b^2$ với $0 < a \neq 1$ và $b < 0$. Mệnh đề nào dưới đây là đúng?

A. $P = -2 \log_a (-b)$. B. $P = 2 \log_a (-b)$. C. $P = -\frac{1}{2} \log_a (-b)$. D. $P = \frac{1}{2} \log_a (-b)$.

Hướng dẫn giải

Chọn D.

$$P = \log_{a^4} b^2 = 2 \cdot \frac{1}{4} \log_{|a|} |b| = \frac{1}{2} \log_a (-b) \text{ (Vì } 0 < a \neq 1 \text{ và } b < 0 \text{)}.$$

Câu 19: [1D2-3] Với n là số nguyên dương thỏa mãn $C_n^1 + C_n^3 = 13n$, hệ số của số hạng chứa x^5 trong khai triển của biểu thức $\left(x^2 + \frac{1}{x^3}\right)^n$ bằng.

A. 120. B. 252. C. 45. D. 210.

Hướng dẫn giải

Chọn A.

$$C_n^1 + C_n^3 = 13n \Leftrightarrow n + \frac{n!}{3!(n-3)!} = 13n \Leftrightarrow n + \frac{n(n-1)(n-2)}{6} = 13n \Leftrightarrow 6 + n^2 - 3n + 2 = 78.$$

$$\Leftrightarrow n^2 - 3n - 70 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} n = -7 \\ n = 10 \end{cases}. \text{ Vì } n \text{ là số nguyên dương nên } n = 10.$$

$$\text{Ta có khai triển: } \left(x^2 + \frac{1}{x^3}\right)^{10}.$$

$$\text{Số hạng tổng quát của khai triển: } T_{k+1} = C_{10}^k x^{2(10-k)} \cdot \left(\frac{1}{x^3}\right)^k = C_{10}^k x^{20-5k}.$$

$$\text{Số hạng chứa } x^5 \text{ ứng với } 20 - 5k = 5 \Leftrightarrow k = 3. \text{ Vậy hệ số của số hạng chứa } C_{10}^3 = 120.$$

Câu 20: [2D2-2] Cho x, y là các số thực thỏa mãn $\frac{\log_2 x}{\log_2(xy)+1} = \frac{\log_2 y}{\log_2(xy)-1} = \log_2 x + \log_2 y$. Khi đó giá trị của $x+y$ bằng.

A. $x+y = 2 + \frac{1}{\sqrt[4]{2}}$.

B. $x+y = 2$ hoặc $x+y = \sqrt[4]{8} + \frac{1}{\sqrt[4]{2}}$.

C. $x+y = 2$.

D. $x+y = \frac{1}{2}$ hoặc $x+y = 2$.

Hướng dẫn giải

Chọn B.

$$\text{Đặt } \begin{cases} a = \log_2 x \\ b = \log_2 y \end{cases}.$$

$$\text{Khi đó: } \frac{\log_2 x}{\log_2 x + \log_2 y + 1} = \frac{\log_2 y}{\log_2 x + \log_2 y - 1} = \log_2 x + \log_2 y \Leftrightarrow \begin{cases} \frac{a}{a+b+1} = \frac{b}{a+b-1} \\ \frac{a}{a+b+1} = a+b \end{cases}.$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} a^2 + ab - a = ab + b^2 + b \\ a = (a+b)^2 + a + b \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} (a+b)(a-b-1) = 0 \quad (1) \\ (a+b)^2 = -b \quad (2) \end{cases}.$$

$$(1) \Leftrightarrow \begin{cases} a = -b \\ a = b+1 \end{cases}.$$

Với $a = -b$: $(2) \Leftrightarrow a = b = 0 \Leftrightarrow x = y = 1 \Rightarrow x + y = 2$.

$$\text{Với } a = b+1: (2) \Leftrightarrow (2b+1)^2 = -b \Leftrightarrow 4b^2 + 5b + 1 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} b = -1 \Rightarrow a = 0 \\ b = -\frac{1}{4} \Rightarrow a = \frac{3}{4} \end{cases}.$$

$$\square \begin{cases} a = 0 \\ b = -1 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x = 1 \\ y = \frac{1}{2} \end{cases} \Rightarrow x + y = \frac{3}{2}.$$

$$\square \begin{cases} a = \frac{3}{4} \\ b = -\frac{1}{4} \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x = 2^{\frac{3}{4}} = \sqrt[4]{8} \\ y = 2^{-\frac{1}{4}} = \frac{1}{\sqrt[4]{2}} \end{cases} \Rightarrow x + y = \sqrt[4]{8} + \frac{1}{\sqrt[4]{2}}.$$

Câu 21: [1D4-1] $\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{-1}{2x+5}$ bằng:

A. 0.

B. $+\infty$.

C. $-\infty$.

D. $-\frac{1}{2}$.

Hướng dẫn giải

Chọn A.

Áp dụng quy tắc tìm giới hạn, ta có: $\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{-1}{2x+5} = \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{-1}{x \left(2 + \frac{5}{x} \right)} = 0$.

Câu 22: [2D1-2] Giá trị nhỏ nhất của hàm số: $y = x^3 - 3x + 1$ trên đoạn $[-1; 4]$ là:

A. 3.

B. -1.

C. -4.

D. 1.

Hướng dẫn giải

Chọn B.

+ Hàm số liên tục và xác định trên $[-1; 4]$.

$$+ y' = 3x^2 - 3; y' = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 1 \\ x = -1 \end{cases} \text{ (nhận, do } x \in [-1; 4]).$$

$$+ \text{Ta có: } f(-1) = 3; f(1) = -1; f(4) = 53.$$

Vậy $\min_{x \in [-1; 4]} f(x) = -1$ tại $x = 1$.

Câu 23: [2D1-1] Phương trình đường tiệm cận ngang của đồ thị hàm số $y = 2 + \frac{3}{1-x}$ là:

A. $x=1$.

B. $y=2$.

C. $y=3$.

D. $y=-1$.

Hướng dẫn giải

Chọn B.

Ta có: $\lim_{x \rightarrow -\infty} \left(2 + \frac{3}{1-x}\right) = 2$ và $\lim_{x \rightarrow +\infty} \left(2 + \frac{3}{1-x}\right) = 2$ nên đồ thị có tiệm cận ngang là $y=2$.

Câu 24: [2H2-2] Đồ thị của hàm số nào dưới đây có tiệm cận ngang?

A. $y = \frac{3x+1}{x-1}$.

B. $y = x^3 - 2x^2 + 3x + 2$.

C. $y = \frac{x}{\sqrt{1-x^2}}$.

D. $y = \frac{x^2 + x + 1}{x-2}$.

Hướng dẫn giải

Chọn A.

Vì $\lim_{x \rightarrow \pm\infty} \frac{3x+1}{x-1} = 3$ nên đồ thị hàm số $y = \frac{3x+1}{x-1}$ có tiệm cận ngang.

Câu 25: [2H3-1] Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho điểm $M(1; -2; 3)$. Tọa độ điểm A là hình chiếu vuông góc của điểm M trên mặt phẳng (Oyz) là:

A. $A(0; -2; 3)$.

B. $A(1; 0; 3)$.

C. $A(1; -2; 3)$.

D. $A(1; -2; 0)$.

Hướng dẫn giải

Chọn A.

Tọa độ điểm A là hình chiếu vuông góc của điểm M trên mặt phẳng (Oyz) là: $A(0; -2; 3)$.

Câu 26: [2D4-1] Cho số phức $z = -1 + 2i$. Số phức $\bar{z}$ được biểu diễn bởi điểm nào dưới đây trên mặt phẳng tọa độ?

A. $P(1; 2)$.

B. $N(1; -2)$.

C. $Q(-1; -2)$.

D. $M(-1; 2)$.

Hướng dẫn giải

Chọn C.

Ta có $z = -1 + 2i \Rightarrow \bar{z} = -1 - 2i$.

Suy ra điểm biểu diễn của số phức $\bar{z}$ là $Q(-1; -2)$.

Câu 27: [2H3-3] Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho điểm $M(2; 1; 0)$ và đường thẳng

$\Delta: \frac{x-1}{2} = \frac{y+1}{1} = \frac{z}{-1}$. Phương trình tham số của đường thẳng d đi qua M , cắt và vuông góc với Δ là

A. $d: \begin{cases} x = 2 + t \\ y = 1 - 4t \\ z = -2t \end{cases}$.

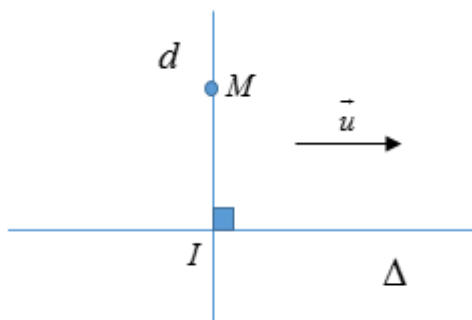
B. $d: \begin{cases} x = 2 - t \\ y = 1 + t \\ z = t \end{cases}$.

C. $d: \begin{cases} x = 1 + t \\ y = -1 - 4t \\ z = 2t \end{cases}$.

D. $d: \begin{cases} x = 2 + 2t \\ y = 1 + t \\ z = -t \end{cases}$.

Hướng dẫn giải

Chọn A.



Ta có

Δ có vectơ chỉ phương $\vec{u}(2; 1; -1)$ và đi qua $I(2t+1; t-1; -t)$. Từ đó ta có $\overrightarrow{MI}(2t-1; t-2; -t)$ là một vectơ chỉ phương của d , vì d cắt và vuông góc với Δ nên $\overrightarrow{MI} \perp \vec{u} \Leftrightarrow \overrightarrow{MI} \cdot \vec{u} = 0 \Leftrightarrow (2t-1).2 + (t-2).1 + (-t).(-1) = 0 \Leftrightarrow 6t-4=0 \Leftrightarrow t = \frac{2}{3}$.

Suy ra $\overrightarrow{MI}\left(\frac{1}{3}; -\frac{4}{3}; -\frac{2}{3}\right)$, từ đó suy ra d có một vectơ chỉ phương là $\vec{u}_d(1; -4; -2)$ và đi qua $M(2; 1; 0)$ nên có phương trình $d: \begin{cases} x = 2+t \\ y = 1-4t \\ z = -2t \end{cases}$

Câu 28: [2D3-2] Tích phân $\int_1^2 (x+3)^2 dx$ bằng

A. 61.

B. $\frac{61}{3}$.

C. 4.

D. $\frac{61}{9}$.

Hướng dẫn giải

Chọn B.

$$\text{Ta có } \int_1^2 (x+3)^2 dx = \int_1^2 (x^2 + 6x + 9) dx = \left(\frac{x^3}{3} + 6 \cdot \frac{x^2}{2} + 9x \right) \Big|_1^2 = \frac{61}{3}.$$

Câu 29: [2D3-1] Họ nguyên hàm của hàm số $f(x) = 2 \cos 2x$ là

A. $-2 \sin 2x + C$.

B. $\sin 2x + C$.

C. $2 \sin 2x + C$.

D. $\sin 2x + C$.

Hướng dẫn giải

Chọn B.

$$\text{Ta có } \int f(x) dx = \int 2 \cos 2x dx = 2 \cdot \frac{1}{2} \sin 2x + C = \sin 2x + C.$$

Câu 30: [1D2-2] Một lô hàng gồm 30 sản phẩm trong đó có 20 sản phẩm tốt và 10 sản phẩm xấu. Lấy ngẫu nhiên 3 sản phẩm trong lô hàng. Tính xác suất để 3 sản phẩm lấy ra có ít nhất một sản phẩm tốt.

A. $\frac{6}{203}$.

B. $\frac{197}{203}$.

C. $\frac{153}{203}$.

D. $\frac{57}{203}$.

Hướng dẫn giải

Chọn B.

$$\text{Ta có } n(\Omega) = C_{30}^3 = 4060$$

Gọi A là biến cố 3 sản phẩm lấy ra có ít nhất một sản phẩm tốt.

Ta có $\bar{A}$ là biến cố 3 sản phẩm lấy ra không có sản phẩm tốt, hay 3 sản phẩm lấy ra đều là sản phẩm xấu.

$$n(\bar{A}) = C_{10}^3 = 120.$$

$$\text{Suy ra } P(\bar{A}) = \frac{n(\bar{A})}{n(\Omega)} = \frac{120}{4060} = \frac{6}{203}.$$

$$\text{Vậy } P(A) = 1 - P(\bar{A}) = 1 - \frac{6}{203} = \frac{197}{203}.$$

Câu 31: [2D1-4] Cho hàm số $y = x(x^2 - 3)$ có đồ thị (C) . Có bao nhiêu điểm M thuộc đồ thị (C) thỏa mãn tiếp tuyến của (C) tại M cắt (C) tại điểm A (khác M) và cắt Ox tại điểm B sao cho M là trung điểm của đoạn AB ?

A. 2.

B. 1.

C. 0.

D. 3.

Hướng dẫn giải

Chọn A.

Giả sử $M(x_0; y_0) \in (C)$. Ta có: $y' = 3x^2 - 3$.

Tiếp tuyến Δ của (C) tại M có dạng: $y = (3x_0^2 - 3)(x - x_0) + x_0(x_0^2 - 3)$.

$$\Delta \cap Ox = B\left(\frac{2x_0^3}{3x_0^2 - 3}; 0\right) \text{ và } \Delta \cap (C) = A(-2x_0; -8x_0^3 + 6x_0).$$

Vì M là trung điểm của đoạn AB nên

$$y_A + y_B = 2y_0 \Leftrightarrow -8x_0^3 + 6x_0 = 2x_0(x_0^2 - 3) \Leftrightarrow 10x_0^3 - 12x_0 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x_0 = 0 \\ x_0 = \pm\sqrt{\frac{6}{5}} \end{cases}$$

- Với $x_0 = 0$ thì pttt $\Delta: y = -3x$. Khi đó $B(0; 0) \equiv M(0; 0)$ loại.

- Với $x_0 = \pm\sqrt{\frac{6}{5}}$ kiểm tra thỏa mãn.

Câu 32: [2D1-4] Tập hợp nào sau đây chứa tất cả các giá trị của tham số m sao cho giá trị lớn nhất của hàm số $y = |x^2 - 2x + m|$ trên đoạn $[-1; 2]$ bằng 5?

A. $(-6; -3) \cup (0; 2)$.

B. $(-4; 3)$.

C. $(0; +\infty)$.

D. $(-5; -2) \cup (0; 3)$.

Hướng dẫn giải

Chọn D.

Xét hàm số $y = x^2 - 2x + m$, ta có: $y(1) = m - 1, y(-1) = m + 3, y(2) = m$.

Nếu $m - 1 \geq 0 \Leftrightarrow m \geq 1$ thì: $\max_{[-1; 2]} y = m + 3 = 5 \Leftrightarrow m = 2$ (thỏa mãn).

Nếu $m \leq -3$ thì: $\max_{[-1; 2]} y = 1 - m = 5 \Leftrightarrow m = -4$ (thỏa mãn).

Nếu $-3 < m < 1$ thì: $\max_{[-1; 2]} y = \max\{m + 3, 1 - m\} = 5 \Leftrightarrow \begin{cases} m < -1, m = -4 \\ m \geq -1, m = 2 \end{cases} \Rightarrow m = 2.$

Câu 33: [2D4-3] Cho $\int_{\frac{1}{3}}^1 \frac{x}{3x + \sqrt{9x^2 - 1}} dx = a + b\sqrt{2}$, với a, b là các số hữu tỉ. Khi đó, giá trị của a là:

A. $-\frac{26}{27}$.

B. $\frac{26}{27}$.

C. $\frac{27}{26}$.

D. $-\frac{25}{27}$.

Hướng dẫn giải

Chọn B.

Ta có: $\int_{\frac{1}{3}}^1 \frac{x}{3x + \sqrt{9x^2 - 1}} dx = \int_{\frac{1}{3}}^1 x(3x - \sqrt{9x^2 - 1}) dx = \left[x^3 - \frac{2}{27}(9x^2 - 1)^{\frac{3}{2}} \right]_{\frac{1}{3}}^1 = \frac{26}{27} - \frac{32\sqrt{2}}{27}$.

Câu 34: [2H2-3] Cho hình chóp đa giác đều có các cạnh bên bằng a và tạo với mặt đáy một góc 30° . Tính thể tích của khối cầu ngoại tiếp hình chóp?

A. $\frac{4\pi a^3}{3}$.

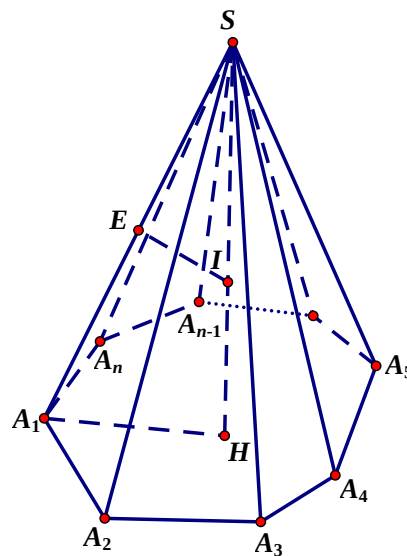
B. $4\pi a^3$.

C. $\frac{4\pi a^3 \sqrt{3}}{3}$.

D. $4\pi a^3 \sqrt{3}$.

Hướng dẫn giải

Chọn A.



Ký hiệu hình chóp đa giác đều là $S.A_1A_2...A_n$ và H là hình chiếu của S trên $(A_1A_2...A_n)$.

Ta có: $(SA_1, (A_1A_2...A_n)) = (SA_1, HA_1) = \angle SA_1H = 30^\circ$.

Xét $\triangle SA_1H$ vuông tại H , ta có: $SH = SA_1 \cdot \sin 30^\circ = \frac{a}{2}$, $A_1H = SA_1 \cdot \cos 30^\circ = \frac{a\sqrt{3}}{2}$.

Gọi I là tâm khối cầu ngoại tiếp hình chóp. Kẻ $IE \perp SA_1$, ta có: $\triangle SEI \sim \triangle SHA_1$

Suy ra: $\frac{SE}{SH} = \frac{SI}{SA_1} \Rightarrow SI = \frac{SE \cdot SA_1}{SH} = \frac{SA_1^2}{2SH} = a$.

Thể tích của khối cầu ngoại tiếp hình chóp: $V = \frac{4}{3}\pi a^3$.

Câu 35: [2D4-3] Cho số phức z thỏa mãn $|z| - 2\bar{z} = -7 + 3i + z$. Tính $|z|$?

A. 3.

B. $\frac{13}{4}$.

C. $\frac{25}{4}$.

D. 5.

Hướng dẫn giải

Chọn D.

Giả sử $z = x + yi$ ($x, y \in \mathbb{R}$). Ta có:

$|z| - 2\bar{z} = -7 + 3i + z \Rightarrow \sqrt{x^2 + y^2} - 2x + 2yi = -7 + x + (y + 3)i$

$$\Rightarrow \begin{cases} \sqrt{x^2 + y^2} - 2x = -7 + x \\ 2y = y + 3 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x = 4 \\ y = 3 \end{cases}$$

Vậy $|z| = 5$.

Câu 36: [2D3-3] Cho hàm số $f(x)$ xác định trên $\mathbb{R} \setminus \{-1; 1\}$ và thỏa mãn $f'(x) = \frac{1}{x^2 - 1}$,

$f(-3) + f(3) = 0$ và $f\left(-\frac{1}{2}\right) + f\left(\frac{1}{2}\right) = 2$. Tính giá trị của biểu thức $P = f(0) + f(4)$.

A. $P = \ln \frac{3}{5} + 2$.

B. $P = 1 + \ln \frac{3}{5}$.

C. $P = 1 + \frac{1}{2} \ln \frac{3}{5}$.

D. $P = \frac{1}{2} \ln \frac{3}{5}$.

Hướng dẫn giải

Chọn C.

Ta có $\int f'(x) dx = \int \frac{1}{x^2 - 1} dx = \int \frac{1}{(x-1)(x+1)} dx$

$$= \frac{1}{2} \int \left(\frac{1}{x-1} - \frac{1}{x+1} \right) dx = \frac{1}{2} (\ln|x-1| - \ln|x+1|) + C = \begin{cases} \frac{1}{2} \ln \frac{x-1}{x+1} + C_1, |x| > 1 \\ \frac{1}{2} \ln \frac{1-x}{x+1} + C_2, |x| < 1 \end{cases}.$$

♦ $f(-3) = \frac{1}{2} \ln 2 + C_1$; $f(3) = -\frac{1}{2} \ln 2 + C_1$, do đó $f(-3) + f(3) = 0 \Rightarrow C_1 = 0$.

♦ $f\left(-\frac{1}{2}\right) = \frac{1}{2} \ln 3 + C_2$; $f\left(\frac{1}{2}\right) = -\frac{1}{2} \ln 3 + C_2$, do đó $f\left(-\frac{1}{2}\right) + f\left(\frac{1}{2}\right) = 2 \Rightarrow C_2 = 1$.

♦ $f(0) = C_2 = 1$; $f(4) = \frac{1}{2} \ln \frac{3}{5}$, do đó $f(0) + f(4) = 1 + \frac{1}{2} \ln \frac{3}{5}$.

Câu 37: [2D2-3] Cho phương trình $\log_{0,5}(m+6x) + \log_2(3-2x-x^2) = 0$ (m là tham số). Có bao nhiêu giá trị nguyên dương của m để phương trình có nghiệm thực?

A. 17.

B. 18.

C. 23.

D. 15.

Hướng dẫn giải

Chọn A.

Điều kiện $\begin{cases} m+6x > 0 \\ 3-2x-x^2 > 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} -3 < x < 1 \\ m+6x > 0 \end{cases}.$

Khi đó, $\log_{0,5}(m+6x) + \log_2(3-2x-x^2) = 0 \Leftrightarrow \log_2(3-2x-x^2) = \log_2(m+6x)$

$\Leftrightarrow 3-2x-x^2 = m+6x \Leftrightarrow 3-8x-x^2 = m$ (*).

Xét hàm số $f(x) = -x^2 - 8x + 3$ trên $(-3; 1)$, ta có $f'(x) = -2x - 8$; $f'(x) = 0 \Leftrightarrow x = -4$.

Bảng biến thiên

x	-4	-3	1
$f'(x)$	/	—	
$f(x)$		18	-6

Từ BBT suy ra phương trình (*) có nghiệm trên $(-3; 1) \Leftrightarrow -6 < m < 18$.

Do m nguyên dương nên $m \in \{1; 2; \dots; 17\}$.

Câu 38: [2D1-3] Cho hàm số $y = f(x)$ có đúng ba điểm cực trị là $-2; -1; 0$ và có đạo hàm liên tục trên $\mathbb{R}$. Khi đó hàm số $y = f(x^2 - 2x)$ có bao nhiêu điểm cực trị?

A. 3. B. 8. C. 10. D. 7.

Hướng dẫn giải

Chọn A.

Vì hàm số $y = f(x)$ có đúng ba điểm cực trị là $-2; -1; 0$ và có đạo hàm liên tục trên $\mathbb{R}$ nên $f'(x) = 0$ có ba nghiệm là $-2; -1; 0$ (ba nghiệm bội lẻ).

Xét hàm số $y = f(x^2 - 2x)$ có $y' = (2x - 2) \cdot f'(x^2 - 2x)$; $y' = 0 \Leftrightarrow (2x - 2) \cdot f'(x^2 - 2x) = 0$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} x = 1 \\ x^2 - 2x = -2 \\ x^2 - 2x = -1 \\ x^2 - 2x = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 1 \\ x = 0 \\ x = 2 \end{cases}.$$

Do $y' = 0$ có một nghiệm bội lẻ ($x = 1$) và hai nghiệm đơn ($x = 0$; $x = 2$) nên hàm số $y = f(x^2 - 2x)$ chỉ có ba điểm cực trị.

Câu 39: [2D2-3] Có bao nhiêu giá trị nguyên của tham số m nhỏ hơn 10 để phương trình $\sqrt{m + \sqrt{m + e^x}} = e^x$ có nghiệm thực?

A. 9. B. 8. C. 10. D. 7.

Hướng dẫn giải

Chọn C.

Điều kiện: $m + e^x \geq 0$.

Đặt $t = \sqrt{m + e^x}$, ($t \geq 0$) ta suy ra:

$$\begin{cases} (e^x)^2 = m + t \\ t^2 = m + e^x \end{cases} \Rightarrow (e^x)^2 - t^2 = t - e^x \Rightarrow (e^x - t)(e^x + t + 1) = 0 \Rightarrow \begin{cases} e^x - t = 0(1) \\ e^x + t + 1 = 0(2) \end{cases}.$$

Phương trình (2) vô nghiệm vì $e^x + t + 1 > 0$.

Phương trình (1) tương đương với $e^x = t$

$$\Leftrightarrow e^x = \sqrt{m + e^x} \Leftrightarrow m = (e^x)^2 - e^x \quad (3)$$

Phương trình $\sqrt{m + \sqrt{m + e^x}} = e^x$ (*) có nghiệm thực khi phương trình (3) có nghiệm thực.

Xét hàm số $f(x) = (e^x)^2 - e^x$ với $x \in \mathbb{R}$, ta có:

$$f'(x) = 2(e^x)^2 - e^x = 0 \Leftrightarrow e^x = \frac{1}{2} \Leftrightarrow x = -\ln 2.$$

Bảng biến thiên của hàm số $f(x) = (e^x)^2 - e^x$ là

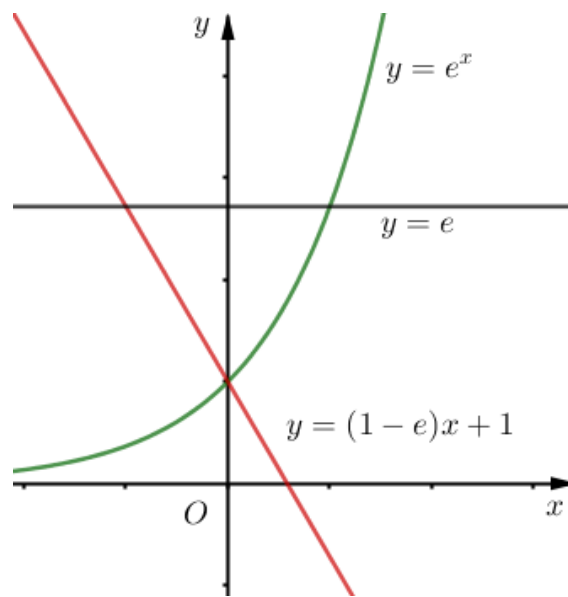
x	$-\infty$	$-\ln 2$	$+\infty$	
$f'(x)$		$-$	0	$+$
$f(x)$	$+\infty$	$-\frac{1}{4}$	$+\infty$	

Số nghiệm của (3) bằng số giao điểm của đồ thị hàm số $f(x) = (e^x)^2 - e^x$ và đường thẳng $y = m$. Dựa vào bảng biến thiên suy ra phương trình (3) có nghiệm khi $m \geq -\frac{1}{4}$.

Kết hợp với giả thiết m là số nguyên nhỏ hơn 10 ta suy ra $m \in \{0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9\}$.

Vậy có 10 giá trị thỏa mãn.

Câu 40: [2D3-2] Cho (H) là hình phẳng giới hạn bởi các đồ thị hàm số $y = e$, $y = e^x$ và $y = (1 - e)x + 1$ (tham khảo hình vẽ bên).



Diện tích hình phẳng (H) là

A. $S = \frac{e+1}{2}$.

B. $S = e + \frac{3}{2}$.

C. $S = \frac{e-1}{2}$.

D. $S = e + \frac{1}{2}$.

Hướng dẫn giải

Chọn A.

Phương trình hoành độ giao điểm của đồ thị $y = e^x$ với đường thẳng $y = e$ là

$$e^x = e \Leftrightarrow x = 1.$$

Phương trình hoành độ giao điểm của đồ thị $y = e^x$ với đường thẳng $y = (1 - e)x + 1$ là

$$e^x = (1 - e)x + 1 \Leftrightarrow x = 0.$$

Phương trình hoành độ giao điểm của đồ thị $y = e$ với đường thẳng $y = (1 - e)x + 1$ là

$$e = (1 - e)x + 1 \Leftrightarrow x = -1.$$

Diện tích hình phẳng (H) là:

$$S = \int_{-1}^0 |e - (1 - e)x - 1| dx + \int_0^1 |e - e^x| dx = \left| \int_{-1}^0 (e - (1 - e)x - 1) dx \right| + \left| \int_0^1 (e - e^x) dx \right|$$

$$= \left| \left((e-1)x - \frac{(1-e)x^2}{2} \right) \right|_{-1}^0 + \left| (ex - e^x) \right|_0^1 = \frac{e+1}{2}.$$

Cách 2:

Xem x là hàm theo biến y .

Hình phẳng (H) giới hạn bởi các đường $x = \ln y$, $x = \frac{1}{1-e}(y-1)$, $y=1$, $y=e$.

Diện tích hình (H) là:

$$S = \int_1^e \left[\ln y - \frac{1}{1-e}(y-1) \right] dy = \underbrace{\int_1^e \ln y dy}_A - \underbrace{\frac{1}{1-e} \int_1^e (y-1) dy}_B$$

$$A = \int_1^e \ln y dy = (y \ln y - y) \Big|_1^e = 1$$

$$B = \frac{1}{1-e} \int_1^e (y-1) dy = \frac{1}{1-e} \left(\frac{y^2}{2} - y \right) \Big|_1^e = \frac{1}{1-e} \left(\frac{e^2}{2} - e + \frac{1}{2} \right) = \frac{1-e}{2}$$

$$\text{Vậy } S = 1 - \frac{1-e}{2} = \frac{e+1}{2}.$$

Câu 41: [1D2-4] Có hai học sinh lớp A, ba học sinh lớp B và bốn học sinh lớp C xếp thành một hàng ngang sao cho giữa hai học sinh lớp A không có học sinh nào lớp B. Hỏi có bao nhiêu cách xếp hàng như vậy?

A. 80640.

B. 108864.

C. 145152.

D. 217728.

Hướng dẫn giải

Chọn C.

Xét các trường hợp sau:

TH1: Hai học sinh lớp A đứng cạnh nhau có $2!.8!$ cách.

TH2: Giữa hai học sinh lớp A có một học sinh lớp C có $2!.A_4^1.7!$ cách.

TH3: Giữa hai học sinh lớp A có hai học sinh lớp C có $2!.A_4^2.6!$ cách.

TH4: Giữa hai học sinh lớp A có ba học sinh lớp C có $2!.A_4^3.5!$ cách.

TH5: Giữa hai học sinh lớp A có bốn học sinh lớp C có $2!.A_4^4.4!$ cách.

Vậy theo quy tắc cộng có $2!(8! + A_4^1 7! + A_4^2 6! + A_4^3 5! + A_4^4 4!) = 145152$ cách.

Câu 42: [2H1-3] Cho hình chóp $S.ABC$ có $SA=SB=SC=3$, tam giác ABC vuông cân tại B và $AC=2\sqrt{2}$. Gọi M, N lần lượt là trung điểm của AC và BC . Trên hai cạnh SA, SB lấy các điểm P, Q tương ứng sao cho $SP=1, SQ=2$. Tính thể tích V của tứ diện $MNPQ$.

A. $V = \frac{\sqrt{7}}{18}$.

B. $V = \frac{\sqrt{3}}{12}$.

C. $V = \frac{\sqrt{34}}{12}$.

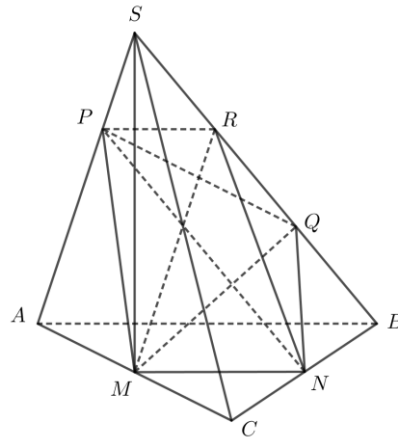
D. $V = \frac{\sqrt{34}}{144}$.

Hướng dẫn giải

Chọn A.

Ta có $SA = SB = SC; MA = MB = MC \Rightarrow SM \perp (ABC)$

Cách 1 :



Lấy điểm $R \in SB$ sao cho $SR = 1$.

Gọi d_S, d_R, d_Q lần lượt là khoảng cách từ S, R, Q đến mặt phẳng (ABC)

$$\Rightarrow d_R = \frac{2}{3}d_S; d_Q = \frac{1}{3}d_S.$$

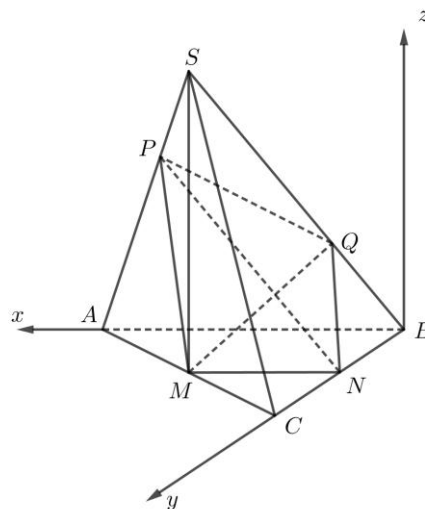
$$\text{Ta có } \frac{SP}{SA} = \frac{SR}{SB} = \frac{1}{3} \Rightarrow PR \parallel AB \Rightarrow PR \parallel MN.$$

$$\text{Do đó } V_{PMNQ} = V_{RMNQ} = V_{RMNB} - V_{QMNB} = \frac{1}{3}S_{MNB}(d_R - d_Q) = \frac{1}{3} \cdot \frac{1}{4}S_{ABC} \cdot \frac{1}{3}d_S = \frac{1}{36}S_{ABC} \cdot d_S$$

$$\text{Với } S_{ABC} = \frac{1}{2}AB \cdot BC = 2; d_S = SM = \sqrt{7} \text{ suy ra } V_{PMNQ} = \frac{\sqrt{7}}{18} \text{ (đvtt)}$$

Cách 2: Ta có $AB = BC = 2; SM = \sqrt{7}$.

Chọn hệ trục $Oxyz$ như hình vẽ.



Ta có:

$$B(0;0;0), A(2;0;0), C(0;2;0), N(0;1;0), M(1;1;0), S(1;1;\sqrt{7})$$

$$\overrightarrow{SP} = \frac{1}{3}\overrightarrow{SA} \Rightarrow P\left(\frac{4}{3}; \frac{2}{3}; \frac{2\sqrt{7}}{3}\right); \overrightarrow{BQ} = \frac{1}{3}\overrightarrow{BS} \Rightarrow Q\left(\frac{1}{3}; \frac{1}{3}; \frac{\sqrt{7}}{3}\right)$$

$$\text{Ta có: } \overrightarrow{NM} = (1; 0; 0), \overrightarrow{NQ} = \left(\frac{1}{3}; -\frac{2}{3}; \frac{\sqrt{7}}{3}\right), \overrightarrow{NP} = \left(\frac{4}{3}; -\frac{1}{3}; \frac{2\sqrt{7}}{3}\right) \Rightarrow [\overrightarrow{NM}; \overrightarrow{NQ}] = \left(0; -\frac{\sqrt{7}}{3}; -\frac{2}{3}\right)$$

$$\text{Suy ra } V_{MNPQ} = \frac{1}{6} |[\overrightarrow{NM}; \overrightarrow{NQ}] \cdot \overrightarrow{NP}| = \frac{1}{6} \cdot \left| \frac{\sqrt{7}}{9} - \frac{4\sqrt{7}}{9} \right| = \frac{\sqrt{7}}{18} \text{ (đvtt)}.$$

Câu 43: [2D3-4] Cho hàm số $f(x)$ có đạo hàm liên tục trên đoạn $[0;1]$ thỏa mãn $f(1)=0$ và

$$\int_0^1 [f'(x)]^2 dx = \int_0^1 (x+1)e^x f(x) dx = \frac{e^2-1}{4}. \text{ Tính tích phân } I = \int_0^1 f(x) dx.$$

A. $I = 2 - e.$

B. $I = e - 2.$

C. $I = \frac{e}{2}.$

D. $I = \frac{e-1}{2}.$

Hướng dẫn giải

Chọn B.

$$\text{Xét } A = \int_0^1 (x+1)e^x f(x) dx$$

$$\text{Đặt } \begin{cases} u = f(x) \\ dv = (x+1)e^x dx \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} du = f'(x) dx \\ v = xe^x \end{cases}$$

$$\text{Suy ra } A = xe^x f(x) \Big|_0^1 - \int_0^1 xe^x f'(x) dx = - \int_0^1 xe^x f'(x) dx \Rightarrow \int_0^1 xe^x f'(x) dx = \frac{1-e^2}{4}$$

$$\text{Xét } \int_0^1 x^2 e^{2x} dx = e^{2x} \left(\frac{1}{2} x^2 - \frac{1}{2} x + \frac{1}{4} \right) \Big|_0^1 = \frac{e^2-1}{4}$$

$$\text{Ta có: } \int_0^1 [f'(x)]^2 dx + 2 \int_0^1 xe^x f'(x) dx + \int_0^1 x^2 e^{2x} dx = 0 \Leftrightarrow \int_0^1 (f'(x) + xe^x)^2 dx = 0$$

$$\text{Suy ra } f'(x) + xe^x = 0, \forall x \in [0;1] \text{ (do } (f'(x) + xe^x)^2 \geq 0, \forall x \in [0;1])$$

$$\Rightarrow f'(x) = -xe^x \Rightarrow f(x) = (1-x)e^x + C$$

$$\text{Do } f(1) = 0 \text{ nên } f(x) = (1-x)e^x$$

$$\text{Vậy } I = \int_0^1 f(x) dx = \int_0^1 (1-x)e^x dx = (2-x)e^x \Big|_0^1 = e - 2.$$

Câu 44: [2H3-3] Trong không gian với hệ tọa độ Oxyz cho mặt cầu $(S): (x-1)^2 + (y+1)^2 + (z-2)^2 = 16$ và điểm $A(1;2;3)$. Ba mặt phẳng thay đổi đi qua A và đôi một vuông góc với nhau, cắt mặt cầu theo ba đường tròn. Tính tổng diện tích của ba đường tròn tương ứng đó.

A. $10\pi.$

B. $38\pi.$

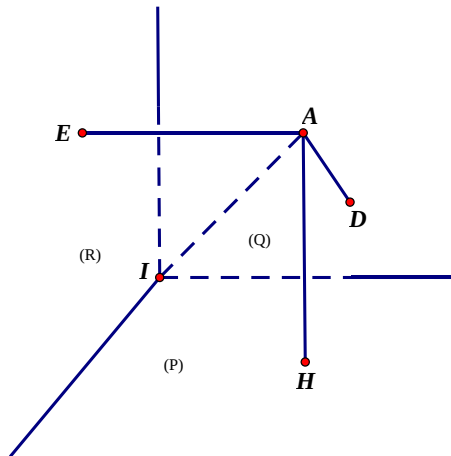
C. $33\pi.$

D. $36\pi.$

Hướng dẫn giải

Chọn B.

Nhận xét:



Cho ba mặt phẳng đôi một vuông góc với nhau $(P), (Q), (R)$ tại I , hạ AH, AD, AE lần lượt vuông góc với ba mặt phẳng trên thì ta luôn có: $IA^2 = AD^2 + AH^2 + AE^2$.

Chứng minh:

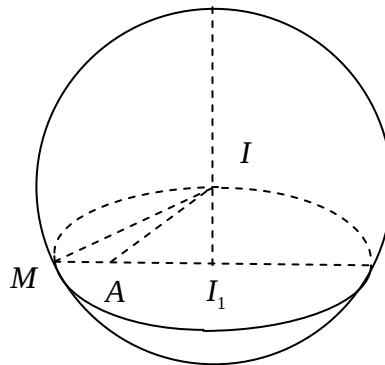
Chọn hệ trục tọa độ với $I(0;0;0)$, ba trục Ox, Oy, Oz lần lượt là ba giao tuyến của ba mặt phẳng $(P), (Q), (R)$.

Khi đó $A(a,b,c)$ thì $IA^2 = a^2 + b^2 + c^2 = d^2(A; (Iyz)) + d^2(A; (Ixz)) + d^2(A; (Ixy))$ hay $IA^2 = AD^2 + AH^2 + AE^2$ (đpcm).

Áp dụng:

Mặt cầu (S) có tâm $I(1;-1;2)$ và có bán kính $r = 4$.

$$\overrightarrow{IA} = (0;3;1) \Rightarrow IA = \sqrt{10}.$$



Gọi I_i và r_i là tâm và bán kính của các đường tròn $(i = 1, 2, 3)$.

$$\begin{aligned} \text{Ta có tổng diện tích các đường tròn là } S &= \pi(r_1^2 + r_2^2 + r_3^2) = \pi(r^2 - II_1^2 + r^2 - II_1^2 + r^2 - II_1^2) \\ &= \pi[3r^2 - (II_1^2 + II_1^2 + II_1^2)] \\ &= \pi(3r^2 - IA^2) = 38\pi. \end{aligned}$$

Câu 45: [2D4-3] Hcho hai số phức z, w thỏa mãn $\begin{cases} |z-3-2i| \leq 1 \\ |w+1+2i| \leq |w-2-i| \end{cases}$. Tìm giá trị nhỏ nhất $P_{\min}$

của biểu thức $P = |z-w|$.

A. $P_{\min} = \frac{3\sqrt{2}-2}{2}$.

B. $P_{\min} = \sqrt{2}+1$.

C. $P_{\min} = \frac{5\sqrt{2}-2}{2}$.

D. $P_{\min} = \frac{3\sqrt{2}-2}{2}$.

Hướng dẫn giải

Chọn C.

Giả sử $z = a+bi$ ($a, b \in \mathbb{R}$), $w = x+yi$ ($x, y \in \mathbb{R}$).

$$|z-3-2i| \leq 1 \Leftrightarrow (a-3)^2 + (b-2)^2 \leq 1 \quad (1)$$

$$|w+1+2i| \leq |w-2-i| \Leftrightarrow (x+1)^2 + (y+2)^2 \leq (x-2)^2 + (y-1)^2.$$

Suy ra $x+y=0$.

$$P = |z-w| = \sqrt{(a-x)^2 + (b-y)^2} = \sqrt{(a-x)^2 + (b+x)^2}.$$

Từ (1) ta có $I(3;2)$, bán kính $r=1$. Gọi H là hình chiếu của I trên $d: y=-x$.

$$\text{Đường thẳng } HI \text{ có PTTS } \begin{cases} x=3+t \\ y=2+t \end{cases}.$$

$$M \in HI \Rightarrow M(3+t; 2+t)$$

$$M \in (C) \Leftrightarrow 2t^2 = 1 \Leftrightarrow \begin{cases} t = \frac{1}{\sqrt{2}} \\ t = -\frac{1}{\sqrt{2}} \end{cases}$$

$$t = \frac{1}{\sqrt{2}} \Rightarrow M\left(3+\frac{1}{\sqrt{2}}; 2+\frac{1}{\sqrt{2}}\right), MH = \frac{5+\sqrt{2}}{\sqrt{2}}$$

$$t = -\frac{1}{\sqrt{2}} \Rightarrow M\left(3-\frac{1}{\sqrt{2}}; 2-\frac{1}{\sqrt{2}}\right), MH = \frac{5-\sqrt{2}}{\sqrt{2}}$$

$$\text{Vậy } P_{\min} = \frac{5\sqrt{2}-2}{2}.$$

Câu 46: [2D3-3] Cho hàm số $y = f(x)$ liên tục trên $[0; +\infty)$ và $\int_0^{x^2} f(t)dt = x \cdot \sin(\pi x)$. Tính $f(4)$

A. $f(\pi) = \frac{\pi-1}{4}$.

B. $f(\pi) = \frac{\pi}{2}$.

C. $f(\pi) = \frac{\pi}{4}$.

D. $f(\pi) = \frac{1}{2}$.

Hướng dẫn giải

Chọn B.

$$\text{Ta có } \int f(t)dt = F(t) \Rightarrow F'(t) = f(t)$$

$$\int_0^{x^2} f(t)dt = x \cdot \sin(\pi x) \Leftrightarrow F(t) \Big|_0^{x^2} = x \cdot \sin(\pi x)$$

$$\Leftrightarrow F(x^2) - F(0) = x \cdot \sin(\pi x) \Rightarrow F'(x^2) \cdot 2x = \sin(\pi x) + \pi x \cdot \cos(\pi x)$$

$$\Leftrightarrow f(x^2) \cdot 2x = \sin(\pi x) + \pi x \cdot \cos(\pi x)$$

$$\Rightarrow f(4) = \frac{\pi}{2}$$

Câu 47: [2H3-3] Trong không gian với hệ tọa độ Oxyz cho điểm $A(2;1;3)$ và mặt phẳng $(P): x + my + (2m+1)z - m - 2 = 0$, m là tham số. Gọi $H(a;b;c)$ là hình chiếu vuông góc của điểm A trên (P) . Tính $a+b$ khi khoảng cách từ điểm A đến (P) lớn nhất?

A. $a+b = -\frac{1}{2}$.

B. $a+b = 2$.

C. $a+b = 0$.

D. $a+b = \frac{3}{2}$.

Hướng dẫn giải

Chọn D.

$$x + my + (2m+1)z - m - 2 = 0 \Leftrightarrow m(y + 2z - 1) + x + z - 2 = 0 (*)$$

$$\text{Phương trình } (*) \text{ có nghiệm với } \forall m \Leftrightarrow \begin{cases} y + 2z - 1 = 0 \\ x + z - 2 = 0 \end{cases}.$$

$$\text{Suy ra } (P) \text{ luôn đi qua đường thẳng } d: \begin{cases} x = 2 - t \\ y = 1 - 2t \\ z = t \end{cases}$$

$$K \in d \Rightarrow K(2-t; 1-2t; t), \overrightarrow{AK}(-t; -2t; t-3)$$

$$\text{Đường thẳng } d \text{ có VTCP } \vec{u}(-1; -2; 1)$$

$$\overrightarrow{AK} \cdot \vec{u} = 0 \Leftrightarrow t + 4t + t - 3 = 0 \Leftrightarrow t = \frac{1}{2} \Rightarrow K\left(\frac{3}{2}; 0; \frac{1}{2}\right)$$

$$\text{Ta có } AH \leq AK \Rightarrow AH_{\max} = AK \Leftrightarrow H \equiv K.$$

$$\text{Vậy } a+b = \frac{3}{2}.$$

Câu 48: [2D2-3] Cho hàm số $f(x) = (a^2 + 1)\ln^{2017}(x + \sqrt{1+x^2}) + bx \sin^{2018} x + 2$ với a, b là các số thực và $f(7^{\log 5}) = 6$. Tính $f(-5^{\log 7})$.

A. $f(-5^{\log 7}) = 2$.

B. $f(-5^{\log 7}) = 4$.

C. $f(-5^{\log 7}) = -2$.

D. $f(-5^{\log 7}) = 6$.

Hướng dẫn giải

Chọn C.

$$\text{Đặt } g(x) = (a^2 + 1)\ln^{2017}(x + \sqrt{1+x^2}) + bx \sin^{2018} x \text{ có tập xác định } \mathbb{R} \text{ là tập đối xứng.}$$

Ta có với mọi $x \in \mathbb{R}$ thì

$$g(-x) = (a^2 + 1)\ln^{2017}(-x + \sqrt{1+x^2}) - bx \sin^{2018}(-x)$$

$$= (a^2 + 1)\ln^{2017}\left(\frac{1}{x + \sqrt{1+x^2}}\right) - bx \sin^{2018}(x)$$

$$= -(a^2 + 1)\ln^{2017}(x + \sqrt{1+x^2}) - bx \sin^{2018}(x) = -g(x).$$

$$\text{Suy ra } g(x) \text{ là hàm số lẻ, mặt khác } 7^{\log 5} = 5^{\log 7} \text{ nên } g(-5^{\log 7}) = -g(5^{\log 7}) = -g(7^{\log 5}).$$

$$\text{Theo giả thiết ta có } f(7^{\log 5}) = g(7^{\log 5}) + 2 \Rightarrow g(7^{\log 5}) = 4.$$

$$\text{Do đó } f(-5^{\log 7}) = g(-5^{\log 7}) + 2 = -g(7^{\log 5}) + 2 = -4 + 2 = -2.$$

Câu 49: [2H3-4] Trong không gian $Oxyz$, cho tam giác nhọn ABC có $H(2;2;1)$, $K\left(-\frac{8}{3};\frac{4}{3};\frac{8}{3}\right)$, O lần lượt là hình chiếu vuông góc của A, B, C trên các cạnh BC, AC, AB . Đường thẳng d qua A và vuông góc với mặt phẳng (ABC) có phương trình là

A. $d: \frac{x+4}{1} = \frac{y+1}{-2} = \frac{z-1}{2}$.

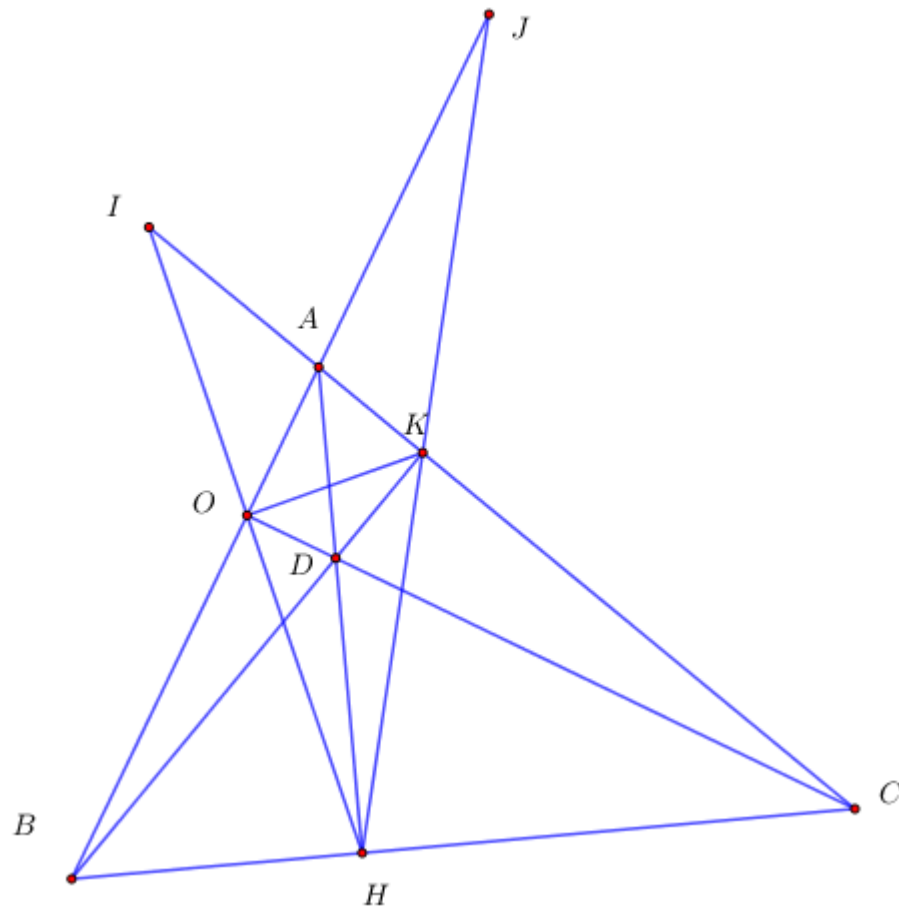
B. $d: \frac{x-\frac{8}{3}}{1} = \frac{y-\frac{2}{3}}{-2} = \frac{z+\frac{2}{3}}{2}$.

C. $d: \frac{x+\frac{4}{9}}{1} = \frac{y-\frac{17}{9}}{-2} = \frac{z-\frac{19}{9}}{2}$.

D. $d: \frac{x}{1} = \frac{y-6}{-2} = \frac{z-6}{2}$.

Hướng dẫn giải

Chọn A.



Ta có tứ giác $BOKC$ là tứ giác nội tiếp đường tròn (vì có hai góc vuông K, O cùng nhìn BC dưới một góc vuông) suy ra $OKB = OCB$ (1)

Ta có tứ giác $KDHC$ là tứ giác nội tiếp đường tròn (vì có hai góc vuông K, H cùng nhìn DC dưới một góc vuông) suy ra $DKH = OCB$ (2)

Từ (1) và (2) suy ra $DKH = OKB$ do đó BK là đường phân giác trong của góc OKH và AC là đường phân giác ngoài của góc OKH .

Tương tự ta chứng minh được OC là đường phân giác trong của góc KOH và AB là đường phân giác ngoài của góc KOH .

Ta có $OK = 4$; $OH = 3$; $KH = 5$.

Gọi I, J lần lượt là chân đường phân giác ngoài của góc OKH và KOH .

Ta có $I = AC \cap HO$ ta có $\frac{IO}{IH} = \frac{KO}{KH} = \frac{4}{5} \Rightarrow \overrightarrow{IO} = \frac{4}{5} \overrightarrow{IH} \Rightarrow I(-8; -8; -4)$.

Ta có $J = AB \cap KH$ ta có $\frac{JK}{JH} = \frac{OK}{OH} = \frac{4}{3} \Rightarrow \overrightarrow{JK} = \frac{4}{3} \overrightarrow{JH} \Rightarrow J(16; 4; -4)$.

Đường thẳng IK qua I nhận $\overrightarrow{IK} = \left(\frac{16}{3}; \frac{28}{3}; \frac{20}{3}\right) = \frac{4}{3}(4; 7; 5)$ làm vec tơ chỉ phương có phương

$$\text{trình } (IK): \begin{cases} x = -8 + 4t \\ y = -8 + 7t \\ z = -4 + 5t \end{cases}$$

Đường thẳng OJ qua O nhận $\overrightarrow{OJ} = (16; 4; -4) = 4(4; 1; -1)$ làm vec tơ chỉ phương có phương

$$\text{trình } (OJ): \begin{cases} x = 4t' \\ y = t' \\ z = -t' \end{cases}$$

Khi đó $A = IK \cap OJ$, giải hệ ta tìm được $A(-4; -1; 1)$.

Ta có $\overrightarrow{IA} = (4; 7; 5)$ và $\overrightarrow{IJ} = (24; 12; 0)$, ta tính $[\overrightarrow{IA}, \overrightarrow{IJ}] = (-60; 120; -120) = -60(1; -2; 2)$.

Khi đó đường thẳng đi qua A và vuông góc với mặt phẳng (ABC) có vec tơ chỉ phương

$$\vec{u} = (1; -2; 2) \text{ nên có phương trình } \frac{x+4}{1} = \frac{y+1}{-2} = \frac{z-1}{2}.$$

Nhận xét:

□ Mẫu chốt của bài toán trên là chứng minh trục tâm D của tam giác ABC là tâm đường tròn nội tiếp tam giác OHK . Khi đó, ta tìm tọa độ điểm D dựa vào tính chất quen thuộc sau: “Cho tam giác ABC với I là tâm đường tròn nội tiếp, ta có $a\overrightarrow{IA} + b\overrightarrow{IB} + c\overrightarrow{IC} = \vec{0}$, với $a = BC$, $b = CA$, $c = AB$ ”. Sau khi tìm được D , ta tìm được A với chú ý rằng $A \in DH$ và $OA \perp DA$.

□ Ta cũng có thể tìm ngay tọa độ điểm A bằng cách chứng minh A là tâm đường tròn bàng tiếp góc H của tam giác OHK . Khi đó, ta tìm tọa độ điểm D dựa vào tính chất quen thuộc sau: “Cho tam giác ABC với J là tâm đường tròn bàng tiếp góc A , ta có $-a\overrightarrow{JA} + b\overrightarrow{JB} + c\overrightarrow{JC} = \vec{0}$, với $a = BC$, $b = CA$, $c = AB$ ”.

Câu 50: [2H3-3] Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình chữ nhật, $AB = a$, $BC = a\sqrt{3}$, $SA = a$ và SA vuông góc với đáy $ABCD$. Tính $\sin \alpha$, với α là góc tạo bởi giữa đường thẳng BD và mặt phẳng (SBC) .

A. $\sin \alpha = \frac{\sqrt{7}}{8}$.

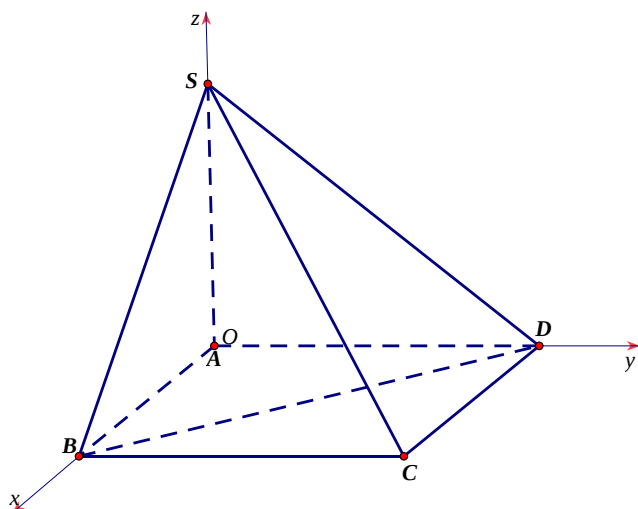
B. $\sin \alpha = \frac{\sqrt{3}}{2}$.

C. $\sin \alpha = \frac{\sqrt{2}}{4}$.

D. $\sin \alpha = \frac{\sqrt{3}}{5}$.

Hướng dẫn giải

Chọn C.



Đặt hệ trục tọa độ $Oxyz$ như hình vẽ. Khi đó, ta có $A(0;0;0)$, $B(a;0;0)$, $D(0;a\sqrt{3};0)$, $S(0;0;a)$.

Ta có $\overrightarrow{BD} = (-a; a\sqrt{3}; 0) = a(-1; \sqrt{3}; 0)$, nên đường thẳng BD có véc-tơ chỉ phương là $\vec{u} = (-1; \sqrt{3}; 0)$.

Ta có $\overrightarrow{SB} = (a; 0; -a)$, $\overrightarrow{BC} = (0; a\sqrt{3}; 0) \Rightarrow [\overrightarrow{SB}, \overrightarrow{BC}] = (a^2\sqrt{3}; 0; a^2\sqrt{3}) = a^2\sqrt{3}(1; 0; 1)$.

Như vậy, mặt phẳng (SBC) có véc-tơ pháp tuyến là $\vec{n} = (1; 0; 1)$.

Do đó, α là góc tạo bởi giữa đường thẳng BD và mặt phẳng (SBC) thì

$$\sin \alpha = \frac{|\vec{u} \cdot \vec{n}|}{|\vec{u}| \cdot |\vec{n}|} = \frac{|(-1) \cdot 1 + \sqrt{3} \cdot 0 + 0 \cdot 1|}{\sqrt{(-1)^2 + \sqrt{3}^2 + 0^2} \cdot \sqrt{1^2 + 0^2 + 1^2}} = \frac{\sqrt{2}}{4}.$$

-----HẾT-----